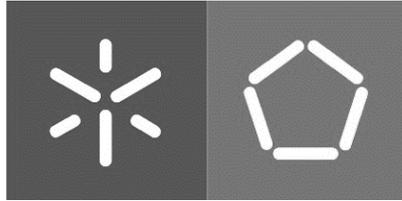


**Universidade do Minho**  
Escola de Engenharia

Dylan de Oliveira Pereira

**Aplicação de madeira lamelada cruzada  
em sistemas de laje. Conceção e projeto.**

Dezembro de 2023



**Universidade do Minho**  
Escola de Engenharia

Dylan de Oliveira Pereira

**Aplicação de madeira lamelada cruzada  
em sistemas de laje. Conceção e projeto.**

Dissertação de Mestrado  
Mestrado em Engenharia Civil

Trabalho realizado sob a orientação de  
**Professor Doutor Jorge Manuel Branco**  
**Engenheiro Nuno Miguel dos Santos Neves**

Dezembro de 2023

## **Direitos de autor e condições de utilização do trabalho por terceiros**

Este é um trabalho académico que pode ser utilizado por terceiros desde que respeitadas as regras e boas práticas internacionalmente aceites, no que concerne aos direitos de autor e direitos conexos. Assim, o presente trabalho pode ser utilizado nos termos previstos na licença abaixo indicada. Caso o utilizador necessite de permissão para poder fazer um uso do trabalho em condições não previstas no licenciamento indicado, deverá contactar o autor, através do RepositóriUM da Universidade do Minho.



**Atribuição**  
**CC BY**

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

## **Agradecimentos**

Ao meu orientador Professor Jorge Branco quero prestar o meu sincero e profundo agradecimento por todo o apoio, disponibilidade, cooperação e conhecimentos partilhados, que foram fundamentais para que a realização desta dissertação se tornasse possível. Queria também agradecer ao meu coorientador Engenheiro Nuno Neves pela ajuda, disponibilidade e pela confiança prestada para o desenvolvimento da temática desta dissertação.

À equipa da empresa Bysteel S.A., pela forma como me acolheram e pela disponibilidade demonstrada ao longo de todo este percurso.

Aos meus amigos, que estiveram sempre do meu lado e me ajudaram a descontraír nos momentos mais desafiantes, incluindo aqueles que partilharam comigo estes 5 anos de percurso académico. Obrigado pelo apoio, companheirismo e por todas as brincadeiras, que tornaram esta experiência única e enriquecedora.

Por fim, deixo um especial e sentido agradecimento à minha família, aos meus pais e irmãos, por proporcionarem todas as condições de aprendizagem, pelo apoio, pela força e motivação constantes, pela paciência e por todos os ensinamentos, sem os quais a concretização desta etapa não seria possível.

A todos, um sincero obrigado!

### **Declaração de integridade**

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho académico e confirmo que não recorri à prática de plágio nem a qualquer forma de utilização indevida ou falsificação de informações ou resultados em nenhuma das etapas conducente à sua elaboração. Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

## **Aplicação de madeira lamelada cruzada em sistemas de laje. Conceção e projeto.**

### **RESUMO**

A utilização de madeira lamelada cruzada (MLC) em sistemas de laje tem suscitado um crescente interesse pela indústria da construção. A menor pegada de carbono associada ao uso de um recurso natural, renovável e reciclável, a madeira, bem como o desempenho mecânico garantido pela colocação ortogonal de lamelas, potenciam a utilização da MLC em sistemas de laje. Contudo, o interesse na utilização deste material, cuja primeira obra data de 1994, não é ainda acompanhado por conhecimento disponível, o que resulta numa carência regulamentar e de recomendações que contribui para limitar a sua utilização. Neste contexto, esta dissertação tem como objetivo ampliar o conhecimento acerca da utilização da MLC enquanto material integrante de sistemas de laje, abordando desde a sua conceção ao seu dimensionamento estrutural. São objeto de estudo nesta dissertação os seguintes sistemas de laje: i) laje em MLC; ii) laje mista MLC-betão; iii) laje composta MLC-vigas de madeira e, iv) laje composta MLC-vigas de aço. Estes sistemas foram definidos em resultado da sua maior utilização nas realizações conhecidas, soluções do mercado e publicações científicas recentes.

Numa primeira fase deste trabalho, foi realizada uma descrição dos conceitos fundamentais relativos à MLC e respetivos sistemas de laje, abordando a sua caracterização funcional e a análise das recomendações e metodologias de dimensionamento aplicáveis. De seguida, procedeu-se ao dimensionamento e estudo comparativo dos sistemas de laje. Foi apresentada a metodologia de cálculo considerada para o dimensionamento estrutural das lajes, fundamentada pelas recomendações disponibilizadas no Eurocódigo 5 em articulação com outras normas/referências específicas da MLC e respetivos sistemas de laje. Com base na metodologia de dimensionamento realizou-se uma análise descritiva e comparativa dos sistemas de laje, que consistiu no estudo da aplicabilidade e desempenho estrutural das diferentes soluções de laje, considerando duas categorias de utilização: habitação e escritórios. Com este estudo concluiu-se que os sistemas de laje compostas por vigas atingem maiores vãos livres, com máximos de 14 metros para habitação e 13 metros para escritórios, apresentando em simultâneo um menor peso próprio. As lajes de MLC e mista MLC-betão evidenciaram, por sua vez, vãos máximos de 9 metros, sendo-lhes associada uma menor espessura. O desempenho estrutural dos sistemas de laje foi globalmente marcado pela forte limitação associada ao estado limite de serviço.

**Palavras-chave:** MLC, Dimensionamento, Sistemas de Laje e Desempenho Estrutural.

## **Design of CLT elements in slab systems**

### **ABSTRACT**

The use of Cross Laminated Timber (CLT) in slab systems has aroused growing interest in the construction industry. The lower carbon footprint associated with the use of a natural, renewable and recyclable resource, wood, as well as the mechanical performance guaranteed by the orthogonal arrangement of lamellas, encourage the use of CLT in slab systems. However, the interest in using this material, which the first example dates just from 1994, is not yet accompanied by available knowledge, which results in a lack of regulations and recommendations that contributes to limiting its use. In this context, this dissertation aims to expand knowledge about the use of CLT as an material for slab systems, from its conception to its structural design. The following slab systems are studied in this dissertation: i) CLT slab; ii) CLT-concrete composite slab; iii) CLT ribbed plates, iv) Steel- timber composite slab. These systems were defined as a result of their greater use in known realisations, market solutions and recent scientific publications.

In the first phase of this work, a description was given of the fundamental concepts relating to CLT and the respective slab systems, covering their functional characterisation and an analysis of the applicable design recommendations and methodologies. This was followed by the design and comparative study of the slab systems. The calculation methodology considered for the structural design of the slabs was presented, based on the recommendations provided in Eurocode 5 and in other standards/references specific to CLT and the slab system in evaluation. Based on the design methodology, a descriptive and comparative analysis of the slab systems was carried out, which consisted of studying the applicability and structural performance of the different slab solutions, considering two categories of use: domestic/residencial activities and offices. This study concluded that ribbed slab systems achieve greater free spans, with maximums of 14 meters for domestic/residencial activities and 13 meters for offices, while at the same time having a lower self-weight. The CLT and composite CLT-concrete slabs had maximum spans of 9 meters, with an associated lower thickness. The structural performance of the slab systems was globally marked by the strong limitation associated with the serviceability limit state.

**Keywords:** CLT, Design, Slab Systems e Structural Performance.

## ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS.....	xii
ÍNDICE DE TABELAS .....	xvi
LISTA DE SIGLAS.....	xviii
LISTA DE VARIÁVEIS.....	xix
1 INTRODUÇÃO .....	1
1.1 Enquadramento e Motivação .....	1
1.2 Objetivos da Dissertação.....	2
1.3 Estrutura da Dissertação .....	3
2 ESTADO DA ARTE .....	4
2.1 Madeira Lamelada Cruzada (MLC).....	4
2.1.1 Propriedades Geométricas .....	5
2.1.2 Propriedades Mecânicas.....	6
2.2 Madeira Lamelada Cruzada Enquanto Solução de Laje.....	9
2.2.1 Laje em MLC.....	9
2.2.2 Laje mista MLC-betão .....	11
2.2.3 Laje Composta MLC-Vigas de Madeira .....	12
2.2.4 Laje Composta MLC-Vigas de Aço .....	14
2.3 Sistemas de Ligação ao Corte.....	15
2.3.1 Ligação MLC-Betão.....	16
2.3.2 Ligação MLC-Viga de Madeira .....	18
2.3.3 Ligação MLC-Viga de Aço.....	19
2.3.4 Desempenho Mecânico .....	20
2.4 Desempenho dos Sistemas de Laje .....	21
2.4.1 Comportamento Mecânico.....	21
2.4.2 Comportamento Dinâmico .....	23
2.4.3 Comportamento a Longo Prazo.....	25
2.5 Dimensionamento dos Sistemas de Laje .....	26
2.5.1 Princípios Básicos de Dimensionamento da MLC .....	27

2.5.2	Princípios Básicos de Dimensionamento das Lajes Compostas.....	29
2.5.3	Métodos de Cálculo Estrutural .....	33
2.5.4	Métodos de Cálculo Dinâmico.....	35
3	DIMENSIONAMENTO DOS SISTEMAS DE LAJE.....	39
3.1	Rigidez Efetiva à Flexão (Lajes Parcialmente Compostas) .....	40
3.1.1	Método <i>Gamma</i> ( $\gamma$ ).....	40
3.1.1.1	Laje em MLC .....	41
3.1.1.2	Laje Mista/Composta.....	43
3.1.1.3	Aplicabilidade do Método (Pré-requisitos e Limitações) .....	44
3.1.2	<i>Extended Gamma Method</i> .....	46
3.1.2.1	Laje em MLC .....	46
3.1.2.2	Laje Mista/Composta.....	48
3.1.2.3	Aplicabilidade do Método (Pré-requisitos e Limitações) .....	49
3.2	Largura Efetiva .....	50
3.2.1	Flexão .....	53
3.2.1.1	Cargas Distribuídas.....	53
3.2.1.2	Cargas Pontuais.....	54
3.2.2	Corte.....	55
3.3	Estado Limite Último (ELU).....	56
3.3.1	Tensão Normal.....	56
3.3.2	Tensão de Corte .....	57
3.3.3	Força Atuante na Ligação (Sistemas Compostos) .....	58
3.3.4	Verificação das Tensões.....	59
3.3.4.1	Laje MLC .....	60
3.3.4.2	Laje Mista MLC-Betão .....	61
3.3.4.3	Laje Composta MLC-Vigas de ML .....	63
3.3.4.4	Laje Composta MLC-Vigas de Aço .....	64

3.3.5	Fenómenos de Instabilidade .....	65
3.4	Estado Limite de Serviço (ELS) .....	67
3.4.1	Deformação.....	67
3.4.2	Comportamento Dinâmico (Vibração).....	70
3.4.2.1	CrITÉrio de Frequência Fundamental.....	71
3.4.2.2	CrITÉrio de Rigidez.....	72
3.4.2.3	CrITÉrio de Aceleração .....	73
3.5	Sistemas de Ligação.....	74
3.5.1	Rigidez da Ligação.....	75
3.5.2	Capacidade Resistente.....	76
3.5.2.1	Ligadores MLC-Viga de ML .....	77
3.5.2.2	Ligadores MLC-Viga de Aço .....	80
3.5.2.3	Ligadores MLC-Betão .....	82
3.5.3	Disposições Construtivas .....	83
3.6	Longo Prazo .....	85
4	ANÁLISE DESCRITIVA E COMPARATIVA DAS SOLUÇÕES DE LAJE .....	87
4.1	Considerações Gerais .....	87
4.1.1	Descrição das Lajes.....	88
4.1.1.1	Lajes em MLC.....	88
4.1.1.2	Lajes Mistas MLC-betão .....	90
4.1.1.3	Lajes Compostas MLC-Vigas de ML .....	94
4.1.1.4	Lajes Compostas MLC-Vigas de Aço .....	97
4.1.2	Modelo Estrutural .....	100
4.1.3	Ações e Combinação de Ações .....	101
4.1.4	Metodologia de Dimensionamento .....	103
4.2	Análise Comparativa das Soluções de Laje.....	104
4.2.1	Aplicabilidade das Lajes.....	105

4.2.2	Evolução dos Critérios de Dimensionamento .....	107
4.2.2.1	Lajes em MLC.....	108
4.2.2.2	Lajes Mistas MLC-betão .....	110
4.2.2.3	Lajes Compostas MLC-Vigas de ML .....	111
4.2.2.4	Lajes Compostas MLC-Vigas de Aço .....	113
4.2.3	Evolução da Espessura das Soluções em Função do Vão.....	115
4.2.4	Evolução do Peso Próprio das Soluções em Função do Vão.....	116
4.3	Análise Pormenorizada das Soluções de Laje .....	118
4.3.1	Rigidez Efetiva à Flexão.....	119
4.3.2	Distribuição das Tensões .....	121
4.3.3	Comportamento em Serviço.....	123
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	127
5.1	Conclusões Gerais.....	127
5.2	Sugestões para Trabalhos Futuros .....	131
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	133
	ANEXOS.....	144
	Anexo A - Programas de Cálculo das Lajes.....	144
	A.1 Programa de Cálculo para Lajes em MLC .....	144
	A.2 Programa de Cálculo para Lajes Mistas MLC-Betão .....	146
	A.3 Programa de Cálculo para Lajes Compostas MLC-Vigas de ML.....	148
	A.4 Programa de Cálculo para Lajes Compostas MLC-Vigas de Aço.....	150
	Anexo B - Programas de Cálculo das Ligações .....	152
	B.1 Programa de Cálculo para a Ligação MLC-betão.....	152
	B.2 Programa de Cálculo para a Ligação MLC-vigas de ML .....	152
	B.3 Programa de Cálculo para a Ligação MLC-vigas de aço .....	153
	Anexo C - Resultados do Dimensionamento das Lajes .....	154
	C.1 Laje em MLC .....	154
	C.2 Laje Mista MLC-Betão .....	155

C.3 Laje Composta MLC-Vigas de ML .....	156
C.4 Laje Composta MLC-Vigas de Aço .....	157
Anexo D - Memória de Cálculo das Soluções de Laje Dimensionadas para Escritórios com .....	158
um Vão de 6 Metros .....	158
D.1 Laje em MLC (240L7s) .....	158
D.2 Laje em Mista MLC-Betão (B70/160L5s) .....	165
D.3 Laje Composta MLC-Vigas de ML (100L3s/ML200) .....	179
D.4 Laje Composta MLC-Vigas de Aço (100L3s/HEA180) .....	196

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 - Exemplo de configuração de um painel de MLC de 5 camadas (Karacabeyli e Gagnon, 2019). .....	4
Figura 2.2 - Configuração da secção transversal de dois painéis MLC comercializados por dois fabricantes (KLH, 2023 e Stora Enso, 2017). .....	6
Figura 2.3 - Fenómeno de rolling shear num painel de MLC. (a) Desenho esquemático (Karacabeyli e Gagnon, 2019). (b) Ensaio experimental (O'Ceallaigh et al., 2018).....	7
Figura 2.4 - Lajes mistas MLC-betão. (a) Composição de uma laje mista (Lane, 2012). (b) Aplicação de uma laje mista pré-fabricada (MMK, 2022). .....	11
Figura 2.5 - Exemplos de configuração de lajes compostas MLC-Vigas de ML produzidas pela Stora Enso (Stora Enso, 2018). (a) Painel de seção em "T". (b) Painel de seção oca.....	13
Figura 2.6 - Configuração das lajes compostas MLC-vigas de aço pertencentes ao sistema construtivo híbrido modular estudado em Loss e Davison (2017). .....	15
Figura 2.7 - Ligação ao corte com parafusos de uma laje mista MLC-betão (Van Sy, 2022). (a) Parafusos paralelos verticais. (b) Parafusos paralelos inclinados. (c) Parafusos cruzados. Onde $\alpha$ ângulo do eixo dos parafusos em relação à direção resistente da MLC, $L_c$ é o comprimento de penetração do parafuso na camada de betão e $L_t$ comprimento de penetração do parafuso na MLC. ....	16
Figura 2.8 - Ligação ao corte entalhada de uma laje mista MLC-betão. (a) Ligação entalhada considerada em Forsberg e Farbäck (2020) (vista longitudinal). (b) Ligação entalhada com parafusos considerada em Jiang e Crocetti (2019) - As setas a cor preta representam a força axial gerada na MLC e camada de betão, as setas a azul indicam a tensão gerada entre os dois materiais e a seta vermelha representa a força de destacamento do betão proveniente da excentricidade das forças axiais. ....	17
Figura 2.9 - Ligação ao corte plana de uma laje mista MLC-betão. (a) Ligação com chapa metálica (Shahnewaz <i>et al.</i> , 2022a). (b) Ligação com HBV (Shahnewaz <i>et al.</i> , 2022a). (b) Esquema da secção transversal de uma laje mista MLC-betão com ligadores HBV (Collins, 2020). .....	18
Figura 2.10 - Sistema de ligação aparafusada e colada característico de uma laje composta MLC-vigas de ML (Kleinhenz 2022). (a) Laje composta de secção aberta. (b) Laje composta de secção fechada. ....	18
Figura 2.11 - Sistemas de ligação ao corte de uma laje composta MLC-vigas de aço (Pimentel <i>et al.</i> , 2022). (a) Ligação com parafusos de aperto HSFG (High Strength Friction Grip). (b) Ligação com parafusos autoperfurantes. (c) Ligação híbrida com parafusos embebidos numa camada de argamassa cimentícia grout. ....	19

Figura 2.12 - Relação carga-deslizamento relativo de vários sistemas de ligação ao corte de uma laje mista madeira- betão (Bin Mohd Snin, 2021).....	20
Figura 2.13 - Diferentes graus de ação composta de uma laje mista MLC-betão (Forsberg e Farbäck, 2020). (a) Ação totalmente composta. (b) Ação parcialmente composta. (c) Sem ação composta.....	21
Figura 2.14 – Distribuição das tensões normais geradas num sistema composto MLC-viga de aço a curto prazo e após 22 meses de carregamento obtidas de forma analítica “A” e experimental “E” (Chiniforush <i>et al.</i> 2021).....	25
Figura 2.15 - Definição dos critérios de deformação e aceleração de acordo com a metodologia recomendada no Eurocódigo 5 (Gustafsson, 2019). Onde $w$ é a deformação instantânea pontual, $F$ é a força concentrada aplicada na laje, $v$ é a velocidade de impulso unitário, $f_1$ é a frequência fundamental e $\zeta$ é o coeficiente de amortecimento.....	36
Figura 2.16 - Definição dos critérios de vibração em função do desempenho das lajes (Abeysekera <i>et al.</i> , 2018). .....	38
Figura 3.1 - Definição da secção transversal de uma laje em MLC. (a) MLC com 3 camadas. (b) MLC com 5 camadas. ....	41
Figura 3.2 - Definição da secção transversal de uma laje mista MLC-betão segundo o Método Gamma ( $\gamma$ ). .....	43
Figura 3.3 - Definição da secção transversal de uma laje composta MLC-vigas de ML segundo o Método Gamma ( $\gamma$ ). .....	43
Figura 3.4 - Definição da secção transversal de uma laje composta MLC-vigas de aço segundo o Método Gamma ( $\gamma$ ). .....	44
Figura 3.5 - Definição da secção transversal de uma laje em MLC simétrica de acordo com o Extended Gamma Method. ....	46
Figura 3.6 - Definição da secção transversal de uma laje mista MLC-betão de acordo com o Extended Gamma Method. ....	48
Figura 3.7 - Distribuição não linear das tensões numa laje composta com vigas. ....	50
Figura 3.8 – Distribuição linear de tensões numa laje composta com vigas. ....	51
Figura 3.9 - Definição da largura efetiva dos sistemas de laje composta com vigas. (a) Laje composta MLC-vigas de ML. (b) Laje composta MLC-vigas de aço. ....	52
Figura 3.10 - Largura efetiva a considerar para a verificação das tensões de corte nos apoios (Adaptado de Wallner-Novak <i>et al.</i> , 2018). .....	55

Figura 3.11 - Distribuição das tensões normal e de corte ao longo da secção transversal de uma laje em MLC constituída por 5 camadas.....	60
Figura 3.12 - Distribuição das tensões normal e de corte ao longo da secção transversal de uma laje mista MLC-betão cuja MLC é constituída por 3 camadas.....	61
Figura 3.13 - Distribuição das tensões normal e de corte ao longo da secção transversal de uma laje composta MLC-vigas de ML.....	63
Figura 3.14 - Distribuição das tensões normal e de corte ao longo da secção transversal de uma laje composta MLC-vigas de aço.....	64
Figura 3.15 - Encurvadura lateral de uma viga de madeira biencastrada sujeita a um momento fletor em torno do eixo principal (Correia, 2009).....	65
Figura 3.16 – Fenómenos de instabilidade de uma viga de aço enformado a frio constituinte de um sistema de laje composta MLC-viga de aço. (a) Encurvadura da alma da viga por solicitação ao corte (Owolabi e Loss, 2022). (b) Encurvadura local no banzo da viga (Loss e Davison, 2017). ....	66
Figura 3.17 - Definição das diferentes componentes de deformação.....	67
Figura 3.18 - Modos de rotura característicos de ligações em madeira sujeitas a corte simples de acordo com a EN 1995-1-1:2004.....	78
Figura 3.19 - Modos de rotura característicos de ligações madeira-aço sujeitas a corte simples de acordo com a EN 1995-1-1:2004 (Kypruanou <i>et al.</i> , 2021). ....	81
Figura 3.20 - Espaçamentos e distâncias mínimas entre ligadores (EN 1995-1-1:2004). (a) Espaçamento entre ligadores. (b) Distância aos topos e bordos solicitados ou não. ....	84
Figura 4.1 - Configuração dos painéis MLC considerados para este estudo.....	89
Figura 4.2 - Configuração genérica dos sistemas de laje MLC (5camadas) - betão estudados (dimensões em mm). (a) Secção transversal por metro de largura. (b) Secção longitudinal.....	92
Figura 4.3 - Configuração genérica dos sistemas de laje MLC-vigas de ML estudados (dimensões em mm). (a) Secção transversal. (b) Secção longitudinal.....	95
Figura 4.4 - Configuração genérica dos sistemas de laje MLC-vigas de aço estudados (dimensões em mm). (a) Secção transversal. (b) Secção longitudinal.....	99
Figura 4.5 - Esquema estrutural das lajes estudadas.....	101
Figura 4.6 - Desempenho estrutural das lajes de MLC dimensionadas para habitação (categoria A). 108	
Figura 4.7 - Desempenho estrutural das lajes de MLC dimensionadas para escritórios (categoria B). 108	
Figura 4.8 - Desempenho estrutural das lajes mistas MLC-betão dimensionadas para habitação (categoria A).....	110

Figura 4.9 - Desempenho estrutural das lajes mistas MLC-betão dimensionadas para escritórios (categoria B).....	110
Figura 4.10 - Desempenho estrutural das lajes compostas MLC-vigas de ML dimensionadas para habitação (categoria A).....	111
Figura 4.11 - Desempenho estrutural das lajes compostas MLC-vigas de ML dimensionadas para escritórios (categoria B).....	112
Figura 4.12 - Desempenho estrutural das lajes compostas MLC-vigas de aço dimensionadas para habitação (categoria A).....	113
Figura 4.13 - Desempenho estrutural das lajes compostas MLC-vigas de aço dimensionadas para escritórios (categoria B).....	113
Figura 4.14 - Relação entre a espessura total (H) e o vão (L) das soluções de laje estudadas. (a) Categoria A: Habitação. (b) Categoria B: Escritórios.....	115
Figura 4.15 - Relação entre o peso próprio ( $P_p$ ) e o vão (L) das soluções de laje estudadas. (a) Categoria A: Habitação. (b) Categoria B: Escritórios.....	117
Figura 4.16 - Rigidez efetiva à flexão ( $EI_{ef}$ ) das soluções de laje estudadas. (a) Rigidez em ELU. (b) Rigidez em ELS. (c) Perda de rigidez em ELU. (d) Perda de rigidez em ELS.....	119
Figura 4.17 - Rácio de utilização das tensões normais e de corte presentes nas lajes em estudo. (a) Laje em MLC. (b) Laje mista MLC-betão. (c) Laje composta MLC-vigas de ML. (d) Laje composta MLC-vigas de aço.....	121
Figura 4.18 - Rácio de utilização dos critérios em ELS para as lajes em estudo.....	124

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 - Dimensão das lamelas utilizadas para a produção de MLC (Adaptado de Gustafsson, 2019). .....	6
Tabela 2.2 - Dimensão de painéis de MLC comercializados (Adaptado de Gustafsson, 2019).....	6
Tabela 2.3 - Propriedades mecânicas de painéis de MLC homogêneos de classe C24 (Adaptado de Pérez e Wallwork 2016). .....	8
Tabela 2.4 - Descrição de sistemas de laje em MLC implementados em edifícios. ....	10
Tabela 2.5 - Descrição de sistemas de laje mista MLC-betão implementados em edifícios.....	12
Tabela 2.6 - Descrição de sistemas de laje composta MLC-vigas de ML implementados em casos práticos. .....	14
Tabela 2.7 - Valores de $k_{mod}$ recomendados para a MLC.....	27
Tabela 2.8 - Valores de $\gamma_M$ recomendados para a MLC. ....	27
Tabela 2.9 - Valores de coeficiente parcial de segurança recomendados para os elementos/materiais constituintes dos sistemas de laje composta. ....	29
Tabela 2.10 - Valores de $k_{def}$ (EN 1995-1-1:2004). ....	31
Tabela 2.11 - Critérios considerados segundo os diferentes métodos de dimensionamento à vibração (Adaptado de Simović et al. 2022). ....	37
Tabela 3.1 - Parâmetros de cálculo $p_s$ e $q_s$ (ÖNORM B 1995-1-1:2019).....	54
Tabela 3.2 - Limites de deformação recomendados na EN 1995-1-1:2004. ....	68
Tabela 3.3 - Classes de laje e comportamento/critérios associados.....	71
Tabela 3.4 - Valores mínimos do espaçamento e distância aos topos e bordos para parafusos de rosca. .....	83
Tabela 4.1 - Designação e propriedades geométricas da secção transversal das lajes em MLC consideradas neste estudo (Adaptado de Stora Enso, 2017). ....	88
Tabela 4.2 - Propriedades de rigidez da MLC e lamelas constituintes de acordo com a EN 338:2009. 90	
Tabela 4.3 - Propriedades de resistência da MLC e lamelas constituintes de acordo com a EN 338:2009 e ETA-14/0349:2022. ....	90
Tabela 4.4 - Designação e propriedades geométricas da secção transversal das lajes mistas MLC-betão consideradas neste estudo. ....	91
Tabela 4.5 - Propriedades mecânicas do betão de acordo a EN 1992-1-1:2004.....	91
Tabela 4.6 - Propriedades inerentes à resistência ao corte da ligação MLC-betão de acordo com a ETA- 19/0244:2019 e a EN 1995-1-1:2004. ....	93

Tabela 4.7 - Designação e propriedades geométricas da secção transversal das lajes compostas MLC-vigas de ML consideradas neste estudo. ....	94
Tabela 4.8 - Propriedades mecânicas da ML de acordo com EN 14080:2005. ....	95
Tabela 4.9 - Propriedades inerentes à resistência ao corte da ligação MLC-vigas de ML de acordo com a ETA-11/0033:2022 e a EN 1995-1-1:2004. ....	97
Tabela 4.10 - Configuração das lajes compostas MLC-vigas de aço consideradas neste estudo. ....	97
Tabela 4.11 - Propriedades mecânicas do aço das vigas de acordo com EN 1993-1-1:2005. ....	98
Tabela 4.12 - Propriedades inerentes à resistência ao corte da ligação MLC-vigas de aço de acordo com a EN 1995-1-1:2004. ....	100
Tabela 4.13 - Valor adotado para os coeficientes no dimensionamento das lajes. ....	103
Tabela 4.14 - Soluções de laje obtidas no processo de dimensionamento. ....	105
Tabela 4.15 - Definição e caracterização dos rácios de utilização. ....	107
Tabela 4.16 - Deformações e frequência fundamental de vibração das lajes. ....	124

## LISTA DE SIGLAS

EC5	– Eurocódigo 5
ELS	– Estado Limite de Serviço
ELU	– Estado Limite Último
ETA	– <i>European Technical Assessment</i>
HSFG	– <i>High Strength Friction Grip</i>
ML	– Madeira Lamelada Colada
MLC	– Madeira Lamelada Cruzada
MM	– Madeira Maciça
OSB	– <i>Oriented Strand Board</i>
PA	– Parafusos Autoperfurantes
prEC5	– Versão em revisão do Eurocódigo 5
RU	– Rácio de Utilização

## LISTA DE VARIÁVEIS

### Variáveis Maiúsculas Latinas

- $A_{aço}$  – Área da secção transversal da viga de aço.
- $A_{ad}$  – Área da secção transversal do elemento adjacente à MLC
- $A_i$  – Área transversal da camada resistente  $i$
- $A_{ML}$  – Área da secção transversal da viga de ML
- $B$  – Largura da laje
- $C_{j,k,ligação}$  – Coeficiente que caracteriza a rigidez da ligação
- $C_{j,k,transv}$  – Coeficiente que caracteriza a rigidez da camada transversal constituinte da MLC
- $D_i$  – Coeficiente que caracteriza a rigidez da camada resistente  $i$  constituinte da MLC
- $E_{0,mean}$  – Valor médio do módulo de elasticidade no plano da MLC
- $E_{L,0,mean}$  – Valor médio do módulo de elasticidade da lamela na direção das fibras
- $E_{0,05}$  – Percentil do módulo de elasticidade da MLC
- $E_{90,mean}$  – Valor médio do módulo de elasticidade fora do plano da MLC
- $E_{ad}$  – Módulo de elasticidade do elemento adjacente à MLC
- $E_{aço}$  – Módulo de elasticidade do aço
- $E_{cm}$  – Módulo de elasticidade secante do betão
- $E_i$  – Módulo de elasticidade da camada resistente  $i$
- $E_{mean,fin}$  – Valor médio do módulo de elasticidade a longo prazo
- $E_{ML,0,mean}$  – Valor médio do módulo de elasticidade da ML na direção das fibras da madeira
- $(EA)_x$  – Rigidez no plano considerando as camadas resistentes da MLC por metro de largura
- $(EI)_b$  – Rigidez efetiva à flexão na direção transversal do elemento em MLC segundo uma largura unitária
- $(EI)_{ef, serv}$  – Rigidez efetiva à flexão para estado limite de utilização
- $(EI)_{ef, ser, fin}$  – Rigidez efetiva à flexão em estado limite de serviço considerando a fluência dos materiais
- $(EI)_l$  – Rigidez efetiva à flexão na direção longitudinal do elemento em MLC segundo uma largura unitária

- $F_{ax,Rk}$  – Valor característico da capacidade resistente ao arranque axial do ligador no elemento de madeira
- $F_{ax,concrete,Rk}$  – Valor característico da capacidade resistente ao arranque axial do ligador na camada de betão
- $F_{L,ed}$  – Valor de cálculo da força de corte atuante no sistema de ligação por plano de corte
- $F_{v,Rd}$  – Valor de cálculo da capacidade resistente ao corte da ligação
- $F_{v,Rk}$  – Valor característico da capacidade resistente ao corte da ligação
- $F_{v,Rk,parafuso}$  – Valor característico da capacidade resistente ao corte de um parafuso
- $G_i$  – Módulo de corte fora do plano da camada  $i$
- $G_k$  – Carga permanente
- $G_{k,MLC}$  – Valor característico da carga permanente atuante na laje em MLC
- $G_{k,MLC-betão}$  – Valor característico da carga permanente atuante na laje mista MLC-betão
- $G_{k,MLC-ML}$  – Valor característico da carga permanente atuante na laje composta MLC-vigas de ML
- $G_{k,MLC-aço}$  – Valor característico da carga permanente atuante na laje composta MLC-vigas de aço
- $G_{mean}$  – Valor médio do módulo de corte da MLC
- $G_{mean,fin}$  – Valor médio do módulo de corte paralelo às fibras a longo prazo
- $G_{R,mean}$  – Valor médio do módulo de *rolling shear* da MLC
- $G_{R,mean,fin}$  – Valor médio do módulo de *rolling shear* a longo prazo
- $GA_{ef}$  – Rigidez efetiva ao corte
- $GA$  – Rigidez ao corte
- $H$  – Espessura total da laje
- $K_i$  – Módulo de deslizamento do sistema de ligação mecânico
- $K_{ser}$  – Módulo de deslizamento em estado limite de serviço
- $K_{ser,\alpha,mean}$  – Valor médio do módulo de deslizamento resultante da combinação do módulo de deslizamento axial com o módulo de deslizamento lateral
- $K_{ser,fin}$  – Módulo de deslizamento em estado limite de serviço a longo prazo
- $K_{ser,ligação}$  – Módulo de deslizamento em estado limite de serviço da ligação
- $K_{ser,par}$  – Módulo de deslizamento em estado limite de serviço de um par de parafusos
- $K_u$  – Módulo de deslizamento em estado limite último
- $L$  – Comprimento da laje (vão)
- $L_c$  – Comprimento de penetração do parafuso na camada de betão

$L_t$	– Comprimento de penetração do parafuso na MLC
$M_d$	– Valor de cálculo do momento fletor atuante
$M_{y,Rk}$	– Momento de cedência plástica do ligador
$Q_k$	– Carga variável
$S_i$	– Rigidez equivalente da camada resistente $i$ considerando o deslizamento entre camadas longitudinais
$S_{net}$	– Momento estático referente à área de corte das camadas longitudinais em relação ao eixo neutro da secção transversal
$S_{R,net}$	– Momento estático referente à área de corte das camadas transversais (rolling shear) em relação ao eixo neutro da secção transversal
$S^*_{xy}$	– Rigidez efetiva ao corte no plano da MLC
$V_d$	– Valor de cálculo do esforço de corte atuante

### **Variáveis Minúsculas Latinas**

$a$	– Largura das lamelas
$a_{ad}$	– Distância entre o eixo neutro do elemento adjacente à MLC e o eixo neutro da secção transversal total
$a_i$	– Distância entre o centro de gravidade da camada resistente $i$ e o centro de massa a secção transversal total
$a_{rms}$	– Aceleração de vibração do sistema de laje
$b$	– Largura efetiva da MLC
$b_i$	– Largura da camada $i$
$b_{ij}$	– Largura da camada transversal
$b_{ef}$	– Largura efetiva
$b_{ef,i}$	– Largura efetiva considerada para cada lado da viga
$b_{ef,r}$	– Largura efetiva para a análise dos esforços de corte
$b_{inf}$	– Largura de influência
$b_l$	– Distância livre entre vigas
$b_v$	– Largura da viga

$b_f$	– Largura efetiva considerada na análise da vibração dos sistemas de laje
$d$	– Diâmetro do parafuso
$f_1$	– Frequência fundamental de vibração do sistema de laje
$f_{c,d}$	– Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão
$f_{c,k}$	– Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão
$f_{c,0,k}$	– Valor característico da resistência à compressão no plano da MLC
$f_{c,90,k}$	– Valor característico da resistência à compressão fora do plano da MLC
$f_{c,h,k}$	– Valor característico da resistência ao esmagamento localizado do betão
$f_{ctm,d}$	– Valor médio da tensão de rotura do betão à tração simples
$f_{ctk,0,05}$	– Percentil do valor característico da tensão de rotura do betão à tração simples
$f_{h,k}$	– Valor característico da resistência ao esmagamento localizado da madeira
$f_{h,0,k}$	– Valor característico da resistência ao esmagamento localizado do elemento de madeira na direção das fibras
$f_{m,k}$	– Valor característico da resistência à flexão da MLC
$f_{m,l,d}$	– Valor de cálculo da resistência à flexão das lamelas
$f_{m,l,k}$	– Valor característico da resistência à flexão das lamelas
$f_{ML,m,d}$	– Valor de cálculo da resistência à flexão da ML
$f_{ML,m,k}$	– Valor característico da resistência à flexão da ML
$f_{ML,t,0,d}$	– Valor de cálculo da resistência à tração da ML na direção das fibras
$f_{ML,t,0,k}$	– Valor de cálculo da resistência à tração da ML na direção das fibras
$f_{ML,v,d}$	– Valor de cálculo da resistência ao corte da ML na direção das fibras
$f_{ML,v,k}$	– Valor característico da resistência ao corte da ML na direção das fibras
$f_{t,l,0,d}$	– Valor de cálculo da resistência à tração das lamelas na direção das fibras
$f_{t,l,0,k}$	– Valor de cálculo da resistência à tração das lamelas na direção das fibras
$f_{t,0,k}$	– Valor característico da resistência à tração no plano da MLC
$f_{t,90,k}$	– Valor característico da resistência à tração fora do plano da MLC
$f_{tens,k}$	– Valor característico da resistência à tração do parafuso
$f_{u,k}$	– Valor característico da tensão de rotura à tração do ligador em aço
$f_{v,l,d}$	– Valor de cálculo da resistência ao corte das lamelas
$f_{v,l,k}$	– Valor característico da resistência ao corte das lamelas
$f_{v,k}$	– Valor característico da resistência ao corte da MLC

$f_{v,R,d}$	– Valor de cálculo da resistência ao <i>rolling shear</i> da MLC
$f_{v,R,k}$	– Valor característico da resistência ao <i>rolling shear</i> da MLC
$f_{yd}$	– Valor de cálculo da tensão de rotura à tração do aço
$g_{1,k}$	– Valor característico da carga permanente referente ao peso próprio dos materiais
$g_{2,k}$	– Valor característico da carga permanente referente ao peso dos revestimentos e/ou isolamento sonoro
$h_{aço}$	– Altura da viga de aço
$h_{betão}$	– Espessura da camada de betão
$h_i$	– Espessura da camada longitudinal $i$
$\overline{h_{ij}}$	– Espessura da camada transversal
$h_{ML}$	– Altura da viga de ML
$h_{MLC}$	– Espessura do painel de MLC
$h_{net}$	– Espessura representativa da distância entre a extremidade da camada em análise e a posição do eixo neutro
$h_v$	– Espessura da viga
$h_w$	– Altura da alma da viga de aço
$k_{cr}$	– Coeficiente de fissuração da madeira
$k_{def}$	– Coeficiente de deformação da madeira
$k_{def,1}$	– Coeficiente de deformação do elemento de madeira 1
$k_{def,2}$	– Coeficiente de deformação do elemento de madeira 2
$k_h$	– Coeficiente de efeito volume
$k_{mod}$	– Coeficiente de modificação da madeira
$k_{mod,1}$	– Coeficiente de modificação do elemento de madeira 1
$k_{mod,2}$	– Coeficiente de modificação do elemento de madeira 2
$k_{sys}$	– Coeficiente de efeito de sistema da MLC
$k_{tc}$	– Coeficiente que considera os efeitos desfavoráveis resultantes do modo como a carga é aplicada.
$l$	– Comprimento da laje (vão)
$l_{ef}$	– Comprimento de penetração do parafuso no elemento de madeira
$l_{inf}$	– Largura de influência

$l_{ref}$	– Comprimento de referência da laje
$m$	– Massa do sistema de laje
$o_i$	– Posição do centro geométrico da camada $i$ em relação à base da seção transversal
$p_{ed}$	– Valor de cálculo da ação atuante nas lajes
$p_s$	– Fatores de cálculo
$q_s$	– Fatores de cálculo
$s_{ef}$	– Espaçamento longitudinal efetivo entre ligadores
$s_i$	– Espaçamento longitudinal entre ligadores
$s_{máx}$	– Espaçamento longitudinal máximo entre ligadores
$s_{mín}$	– Espaçamento longitudinal mínimo entre ligadores
$s_t$	– Espaçamento transversal entre ligadores
$t_{cr}$	– Maior espessura da camada transversal
$t_f$	– Espessura do banzo constituinte do perfil de aço
$t_l$	– Espessura de uma lamela
$t_{max}$	– Maior espessura da camada transversal constituinte do painel de ML
$t_w$	– Espessura da alma do perfil de aço
$v$	– Deformação real do sistema composto
$v_{nc}$	– Deformação do sistema composto sem ação composta
$v_r$	– Deformação do sistema composto para uma ação totalmente composta
$w_{creep}$	– Deformação por fluência
$w_{creep,G}$	– Deformação por fluência devida a cargas permanentes
$w_{creep,Q}$	– Deformação por fluência devida a cargas variáveis
$w_{fin}$	– Deformação final
$w_{inst}$	– Deformação instantânea
$w_{inst,G_k}$	– Deformação instantânea devida a cargas permanentes
$w_{inst,Q_k}$	– Deformação instantânea devida a cargas variáveis
$w_l$	– Largura de uma lamelas
$w_q$	– Deformação instantânea devido à restante carga variável sem fluência

## Variáveis Gregas

$\alpha$	– Ângulo entre o eixo do parafuso e as fibras da madeira
$\beta$	– Fator que representa o rácio entre os valores característicos da resistência ao esmagamento localizado dos elementos de madeira
$\gamma_G$	– Coeficiente parcial relativo às ações permanentes
$\gamma_Q$	– Coeficiente parcial relativo às ações variáveis
$\gamma_i$	– Fator de flexibilidade
$\gamma_M$	– Coeficiente parcial de segurança para as propriedades dos materiais
$\eta$	– Rácio de utilização
$\eta_{AC}$	– Grau de ação composta
$\eta_{A,t}$	– Rácio de utilização da solicitação à tração do perfil de aço
$\eta_{A,v}$	– Rácio de utilização da solicitação ao corte do perfil de aço
$\eta_{B,c}$	– Rácio de utilização da solicitação à compressão da camada de betão
$\eta_{B,t}$	– Rácio de utilização da solicitação à tração da camada de betão
$\eta_{f1}$	– Rácio de utilização da frequência fundamental de vibração
$\eta_L$	– Rácio de utilização da solicitação ao corte da ligação
$\eta_m$	– Rácio de utilização da solicitação à flexão da MLC
$\eta_{ML}$	– Rácio de utilização da solicitação combinada de tração e flexão da viga de ML
$\eta_{MLC}$	– Rácio de utilização da solicitação combinada de tração e flexão da MLC
$\eta_{ML,v}$	– Rácio de utilização da solicitação ao corte da viga de ML
$\eta_v$	– Rácio de utilização da solicitação ao corte da MLC
$\eta_{v,R}$	– Rácio de utilização da solicitação ao <i>rolling shear</i> da MLC
$\eta_w$	– Rácio de utilização da deformação pontual (critério de rigidez)
$\eta_{wf}$	– Rácio de utilização da deformação (flecha) final
$\eta_{wi}$	– Rácio de utilização da deformação (flecha) inicial
$\zeta$	– Coeficiente de amortecimento
$\kappa$	– Coeficiente de correção de corte
$\mu$	– Coeficiente de atrito

$\rho_{aço}$	– Massa volúmica do aço
$\rho_c$	– Massa volúmica do betão
$\rho_{mean}$	– Valor médio da massa volúmica
$\rho_{l,mean}$	– Valor médio da massa volúmica das lamelas
$\rho_{m,1}$	– Valor médio da massa volúmica do elemento de madeira 1
$\rho_{m,2}$	– Valor médio da massa volúmica do elemento de madeira 2
$\rho_{ML,mean}$	– Valor médio da massa volúmica da ML
$\sigma_{aço,inf}$	– Tensão normal presente na extremidade inferior da viga de aço
$\sigma_{c,inf}$	– Tensão normal presente na extremidade inferior da camada de betão
$\sigma_{c,sup}$	– Tensão normal presente na extremidade superior da camada de betão
$\sigma_i$	– Tensão normal devida ao esforço axial da camada $i$
$\sigma_{inf}$	– Tensão normal presente na extremidade inferior da MLC
$\sigma_{m,i}$	– Tensão normal devida à flexão da camada $i$
$\sigma_{sup}$	– Tensão normal presente na extremidade superior da MLC
$\tau_{Aço,v,máx}$	– Tensão de corte longitudinal máxima presente no aço
$\tau_i$	– Tensão de corte longitudinal
$\tau_{ML,v,máx}$	– Tensão de corte longitudinal máxima na viga ML
$\tau_{r,d}$	– Valor nominal da tensão de rotura ao corte do aço
$\tau_{v,máx}$	– Tensão de corte máxima na direção longitudinal presente na MLC
$\tau_{v,R,i}$	– Tensão de <i>rolling shear</i>
$\tau_{v,R,máx}$	– Tensão de <i>rolling shear</i> máxima presente na MLC
$\varphi$	– Coeficiente de fluência
$\psi_2$	– Coeficiente para o valor quase permanente da ação

## **1 INTRODUÇÃO**

### **1.1 Enquadramento e Motivação**

Atualmente, a indústria da construção representa 40% da procura total de energia na Europa Continental. De acordo com o “Global Construction Industry Status Report 2022”, em 2021, a indústria foi responsável pelo consumo de energia superior a 34% e aproximadamente 37% das emissões de CO<sub>2</sub> relacionadas a energia e processos (UN, 2022). Estes valores evidenciam uma tendência crescente que torna cada vez mais difícil o objetivo da neutralidade carbónica até 2050, previsto no Acordo de Paris. Posto isto, é necessária uma rápida adoção de novas práticas construtivas que promovam um melhor desempenho energético dos edifícios e a redução da pegada de carbono dos sistemas de construção. Face a esta urgente necessidade de descarbonização e a inevitável transição energética, o recurso a materiais naturais e renováveis, como é a madeira, surge como solução. Em resultado, assiste-se a um renascimento do interesse pela madeira enquanto elemento estrutural. Neste contexto, crescem as aplicações de painéis de MLC (Madeira Lamelada Cruzada, ou em inglês, Cross-Laminated Timber) em paredes, lajes e coberturas. O aparecimento recente deste derivado de madeira (na década de 1990) surgiu como uma proposta da indústria para a otimização do recurso florestal. Enquanto sistema de laje, a MLC revela-se uma solução interessante e competitiva com as soluções convencionais, uma vez que apresenta propriedades mecânicas únicas para um derivado de madeira. Este produto apresenta uma elevada relação resistência-peso à qual é acrescida uma boa capacidade de transmissão de esforços tanto de tração como de compressão, refletindo-se num excelente comportamento à flexão perpendicular ao plano, como é o caso da sua utilização em lajes. Além destas propriedades características da madeira, a MLC oferece ainda novas possibilidades estruturais em resultado do comportamento bidirecional garantido pela sua composição de lamelas sobrepostas de forma ortogonal.

Na prática, soluções integralmente em MLC ou em combinação com outros materiais têm-se demonstrado bastante competitivas em soluções de lajes. Entre estas destacam-se as soluções que combinam a MLC com betão (laje mista MLC-betão), MLC com vigas de madeira lamelada colada (laje composta MLC-vigas de ML) e MLC com vigas de aço (laje composta MLC-vigas de aço). A combinação da MLC com estes materiais promove soluções de laje com maior eficiência estrutural resultado da combinação das propriedades dos materiais. Assim, soluções de laje versáteis que conciliam requisitos

sustentáveis e estruturais conseguem ser criadas, ampliando o campo de utilização da MLC e possibilitando uma maior variedade de escolha.

A nível regulamentar, como a MLC é um “engineered wood product” recente, há ainda uma carência de estudos e de recomendações de dimensionamento no que toca à sua utilização em sistemas de laje. De facto, tanto a MLC enquanto material estrutural, como as soluções mistas/compostas anteriormente referidas, não constam na atual versão do Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1:2004). Face a isto, o dimensionamento destes sistemas de laje é baseado em diversas referências como são estudos numéricos e experimentais, aprovações técnicas, recomendações de cálculo e anexos regulamentares nacionais, o que não contribui para a estabilização de um processo de dimensionamento claro e fiável. Tendo em conta os benefícios que podem resultar destas soluções de lajes, importa estudar todos os aspetos relativos à sua conceção, cálculo e construção, para assim poder contribuir para a sua aplicação prática e, no futuro, suportar o desenvolvimento de recomendações normativas. Assim, esta dissertação procura caracterizar e explorar as diferentes soluções de laje em MLC, incidindo no seu comportamento mecânico, e desse modo contribuir para a definição de procedimentos analíticos de cálculo. Este estudo é direcionado para os sistemas de laje em MLC, laje mista MLC-betão, laje composta MLC-vigas de ML e laje composta MLC-vigas de aço.

## **1.2 Objetivos da Dissertação**

Os principais objetivos desta dissertação são:

- i. Identificar e analisar as principais soluções com MLC para sistemas de laje;
- ii. Analisar os métodos de análise e de dimensionamento aplicáveis aos sistemas de laje com MLC;
- iii. Estudar as normas e recomendações de dimensionamento existentes direcionadas para os sistemas de laje com MLC;
- iv. Analisar e comparar a aplicabilidade das soluções de lajes selecionadas;
- v. Analisar e comparar o comportamento estrutural das soluções de lajes selecionadas;
- vi. Desenvolver uma ferramenta digital de apoio ao cálculo de sistemas de lajes com MLC.

### **1.3 Estrutura da Dissertação**

Esta dissertação está organizada em 5 capítulos. O primeiro capítulo é referente à introdução e dedica-se ao enquadramento e motivação do tema escolhido, exposição dos objetivos do trabalho desenvolvido e definição da estrutura da dissertação.

No Capítulo 2 apresenta-se uma revisão do estado de conhecimento relativo ao material MLC e sua utilização enquanto solução de laje. É realizada a caracterização da funcionalidade e aplicabilidade dos sistemas de laje constituídas com MLC, tendo em conta referências científicas, aplicações reais e tendências do mercado, bem como uma análise descritiva e comparativa do seu desempenho mecânico, abrangendo também os sistemas de ligação. É ainda efetuada uma análise dos princípios fundamentais e métodos aplicáveis para o dimensionamento destes sistemas de laje.

O Capítulo 3 apresenta uma descrição e análise das metodologias de cálculo definidas para o dimensionamento das lajes atendendo o cumprimento dos estado limite último (ELU) e estado limite de serviço, assim como as especificidades provenientes das recomendações direcionadas para a MLC. Em paralelo, é ainda apresentada uma análise centralizada nos sistemas de ligação onde são descritos os métodos adotados para a determinação das propriedades de rigidez e capacidade resistente necessárias para o dimensionamento e viabilização dos sistemas de laje composta.

No Capítulo 4 realiza-se um estudo comparativo dos sistemas de laje de acordo com as soluções obtidas do processo de dimensionamento. Neste contexto é apresentada uma análise geral onde é estudada a aplicabilidade das soluções de laje, o seu desempenho estrutural e outras propriedades decisivas na escolha destes sistemas enquanto solução de laje. Seguidamente, é exposta uma análise detalhada direcionada para soluções obtidas segundo condições geométricas e de carregamento específicas, onde propriedades adicionais, assim como o desempenho estrutural, são estudadas de forma mais aprofundada.

Por fim, no Capítulo 5 apresentam-se as conclusões gerais da dissertação e são identificadas, em conjunto com a empresa Bysteel, algumas sugestões para futuros trabalhos a realizar no âmbito do tema geral da conceção e aplicação de MLC em sistemas de laje.

## 2 ESTADO DO CONHECIMENTO

### 2.1 Madeira Lamelada Cruzada (MLC)

A madeira lamelada cruzada (MLC) é um inovador produto derivado de madeira para aplicações estruturais desenvolvido na Europa, nos anos 90, e que tem vindo a suscitar muito interesse dos diferentes stakeholders do setor da construção (Nie, 2021). A configuração deste produto é sustentada pelo mesmo conceito de colagem e sobreposição de camadas (layers) adotado em produtos comuns utilizados na carpintaria como a madeira lamelada colada (ML) ou o contraplacado de madeira (Brandner *et al.*, 2016). A MLC é assim obtida através da colagem de camadas dispostas transversalmente entre si com um ângulo de 90 graus. As camadas são formadas por tábuas (lamelas), unidas longitudinalmente (através de “finger joints”) ou por painéis inteiros geralmente à base de madeira serrada. De acordo com a EN 16351, outros materiais de madeira além da madeira serrada podem ser usados para a produção de MLC (contraplacado, *Oriented Strand Board (OSB)*, etc.). Este produto pode ainda ser composto por combinação de diferentes espécies de madeira (Ehrhart e Brandner, 2018 e Torneport, 2021). Nestes casos, a viabilidade do sistema deve ser sustentada em aprovações técnicas, normalmente, os produtos recorrem às ETA (*European Technical Assessment*) para esse efeito. A Figura 2.1 ilustra a configuração de um painel de MLC de 5 camadas (layers).

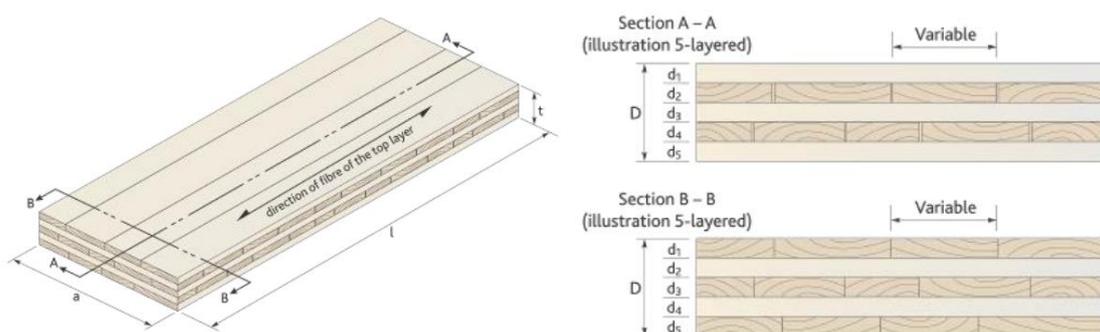


Figura 2.1 - Exemplo de configuração de um painel de MLC de 5 camadas (Karacabeyli e Gagnon, 2019).

Os painéis de MLC são sempre constituídos por um número ímpar de camadas por forma a criar um eixo de simetria na camada central. A sua configuração é variável conforme a sua função e limitações construtivas. O elevado grau de pré-fabricação e rapidez de montagem permitidos por este produto têm

promovido a industrialização da construção com madeira (Brandner *et al.*, 2016 e Muszynski *et al.*, 2020) permitindo colocar este material como alternativa competitiva à construção convencional (alvenaria, betão, aço, etc.).

A MLC apresenta uma boa capacidade resistente comparativamente ao seu baixo peso, o que permite a implementação de elementos esbeltos (Okutu, 2019). Edifícios em MLC são cerca de 30% mais leves comparativamente a edifícios equivalentes constituídos por aço ou betão armado (Nie, 2021). Esta característica confere aos edifícios um excelente comportamento sísmico. A rigidez e capacidade de carga (dentro e fora do plano) é adquirida através da distribuição bidirecional da carga, permitida pelo posicionamento ortogonal das lamelas. Esta configuração reduz significativamente a anisotropia do painel, garante maior estabilidade dimensional e permite uma mais fácil e melhor ligação com outros elementos (Santos, 2020). A componente estética e adaptabilidade física e geométrica, são também fatores preponderantes para o uso da MLC.

O uso de elementos em MLC, podendo assumir a forma de elementos lineares, é mais frequente enquanto elemento plano, painel, em paredes e lajes. Além das suas propriedades físicas e mecânicas, a sua produção, aplicação e utilização apresentam um perfil sustentável e ecológico. A MLC provém de uma fonte natural e renovável, que requer um menor consumo de energia para a sua produção comparativamente a outros materiais de construção (Gustafsson, 2019; Okutu, 2019 e Nakano *et al.*, 2020). Apesar das suas vantagens, é também possível apontar algumas desvantagens associadas à utilização deste produto. O volume de madeira requerido é descrito como uma das principais barreiras para a utilização da MLC em Santos (2020). A sua combustibilidade, comportamento térmico e acústico podem também revelar-se fatores limitantes desta solução. Contudo, conseguem ser facilmente minimizados pela fácil adaptação de sistemas térmicos e acústicos permitidos pela MLC (Stora Enso, 2017).

### **2.1.1 Propriedades Geométricas**

A geometria dos painéis de MLC tem um grande impacto na sua industrialização e consequente utilização na construção. De acordo com a norma EN 16351:2015, as lamelas podem apresentar uma espessura e largura de  $t_l = 6$  a 45 mm e  $w_l = 40$  a 300 mm, respetivamente. É aconselhado que a largura das lamelas seja superior a quatro vezes a sua espessura, caso contrário, uma redução na resistência ao *rolling shear* deve ser considerada (este fenómeno é caracterizado na secção seguinte).

As Tabelas 2.1 e 2.2 apresentam as dimensões das lamelas e dos painéis mais comuns no mercado Europeu.

Tabela 2.1 - Dimensão das lamelas utilizadas para a produção de MLC (Adaptado de Gustafsson, 2019).

Parâmetro	Dimensão comum	Dimensão aplicável
Espessura (mm)	20-45	20-60
Largura (mm)	80-200	40-300
Rácio (largura/espessura)	4:1	-

Tabela 2.2 - Dimensão de painéis de MLC comercializados (Adaptado de Gustafsson, 2019).

Parâmetro	Dimensão comum	Dimensão aplicável
Espessura (mm)	80-300	60-500
Largura (mm)	1,20-3,00	Até 4,80
Comprimento (m)	3,5 - 16	Até 30
Nº de camadas	3,5,7,9	Até 25

Os valores regulamentares permitem uma vasta gama de geometrias pelo que a configuração dos painéis em MLC é variável em função da escolha assumida pelos fabricantes. Por conseguinte, para uma mesma secção os painéis podem ser constituídos por lamelas com diferentes geometrias. Espessuras de lamela de  $t_l = 20, 30$  e  $40$  mm são as mais usadas na produção industrializada de painéis de MLC na europa (Shickhofer *et al*, 2016). A Figura 2.2 ilustra uma secção de painéis de MLC produzidos por dois fabricantes diferentes.

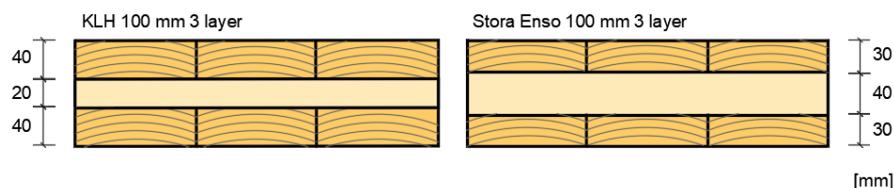


Figura 2.2 - Configuração da secção transversal de dois painéis MLC comercializados por dois fabricantes (KLH, 2023 e Stora Enso, 2017).

### 2.1.2 Propriedades Mecânicas

A caracterização das propriedades mecânicas da MLC é primordial para o dimensionamento e consequente viabilização do produto como elemento estrutural. Em função da função pretendida, os painéis de MLC podem sofrer vários tipos de solicitação: tração, compressão, corte e flexão. A capacidade

resistente destes elementos varia de acordo com o tipo e direção da solicitação em relação às fibras da madeira. Como resultado da sua configuração ortogonal, os elementos em MLC acrescem ainda da necessidade de verificação do seu comportamento face ao efeito de *rolling shear*. Este fenómeno é considerado como limitador no comportamento da MLC, sendo caracterizado pela rotura por corte das camadas ortogonais à direção principal quando o elemento é solicitado a um esforço de flexão perpendicular ao plano. Este fenómeno é ilustrado na Figura 2.3.



Figura 2.3 - Fenómeno de *rolling shear* num painel de MLC. (a) Desenho esquemático (Karacabeyli e Gagnon, 2019). (b) Ensaio experimental (O'Ceallaigh et al., 2018)

As propriedades mecânicas podem ser determinadas experimentalmente ou através de modelos de suporte de carga combinados com as propriedades mecânicas de uma lamela individual. As configurações de ensaios bem como os métodos analíticos utilizados baseiam-se essencialmente nas metodologias adotadas para a ML (Brandner et al., 2016; Jeleč *et al.*, 2018). Em Shickhofer *et al.* (2016) são apresentadas as propriedades mecânicas de um painel de MLC com base em análises experimentais. A variabilidade de espécies e combinações permitidas, a geometria e o processo de fabrico, são fatores caracterizadores das propriedades mecânicas da MLC (Brandner *et al.*, 2015). A falta de padronização inerente a estes fatores dificulta a homogeneização das propriedades mecânicas, essencial para facilitar o uso e dimensionamento deste produto. Face a esta variabilidade, e dada a idade deste produto, o Eurocódigo 5 (EC5) ainda não recomenda valores para as propriedades mecânicas da MLC. Porém, a nova geração do Eurocódigo 5 (prEN 1995-1-1:2021), que se encontra já em fase de auscultação nacional, recomenda já valores de referência para as propriedades mecânicas de painéis de MLC. Atualmente, face à ausência de regulamentação, as propriedades geométricas e mecânicas dos painéis comercializados na Europa, baseiam-se em aprovações técnicas europeias (*European Technical Assessment*, ETA). A Tabela 2.3 resume as propriedades mecânicas declaradas pelos principais fabricantes europeus, os valores em discussão na prEN 1995-1-1:2021 e os sugeridos por

Shickhofer *et al.* (2016), de um painel em MLC homogéneo constituído por lamelas de classe C24 (EN 338).

Tabela 2.3 - Propriedades mecânicas de painéis de MLC homogéneos de classe C24 (Adaptado de Pérez e Wallwork 2016).

Propriedades	KLH	Stora Enso	MMK	Binderholz	prEN1995-1-1	Shickhofer <i>et al.</i> (2016)
$\rho_{\text{médio}}$ (kg/m <sup>3</sup> )	550	500	480	480	385	$\rho_{\text{CLT},k} = 1,1\rho_{l,k}$
Ações fora do plano (N/mm <sup>2</sup> )						
$E_{0,\text{mean}}$	12000	12500	11600	11000	11000	11600
$E_{0,05}$	9500	7400	7772	7400	8882 <sup>1</sup>	9667
$E_{90,\text{mean}}$	370	370	370	370	370	450
$G_{\text{mean}}$	690	690	650	690	650	650
$G_{R,\text{mean}}$	50	50	50	50	50	- <sup>2</sup>
$f_{m,k}$	24	26	24	24	24	24
$f_{t,90,k}$	0,12	0,12	0,12	0,4	0,12	0,5
$f_{c,90,k}$	2,7	2,5	2,5	2,5	2,5	3,0
$f_{v,k}$	2,7	4	2,5	2,5	3,5	3,5
$f_{v,R,k}$	1,5	1,25	1,1	0,7	0,7	- <sup>3</sup>
Ações no plano (N/mm <sup>2</sup> )						
$E_{0,\text{mean}}$	12000	12500	11600	11000	11000	11600
$E_{0,05}$	9500	7400	7772	7400	8882 <sup>1</sup>	9667
$E_{90,\text{mean}}$	370	370	370	370	370	450
$G_{\text{mean}}$	250	460	250	250	250 <sup>5</sup>	- <sup>4</sup>
$f_{m,k}$	23	24	24	24	20,5 <sup>5</sup>	-
$f_{t,0,k}$	16,5	14	14	14	14	16
$f_{c,0,k}$	24	21	24	21	21	24
$f_{v,k}$	5,2	2,5	5	2,5	5,5 <sup>5</sup>	5,5

Onde  $E_{0,\text{mean}}$  é o valor médio do módulo de elasticidade no plano da MLC,  $E_{0,05}$  é o percentil do módulo de elasticidade da MLC,  $E_{90,\text{mean}}$  é o valor médio do módulo de elasticidade fora do plano da MLC,  $G_{\text{mean}}$  é o valor médio do módulo de corte da MLC,  $G_{R,\text{mean}}$  é o valor médio do módulo de *rolling shear* da MLC,  $f_{m,k}$  é o valor característico da resistência à flexão da MLC,  $f_{t,90,k}$  é o valor característico da resistência à tração fora do plano da MLC,  $f_{c,90,k}$  é o valor característico da resistência à compressão fora do plano da MLC,  $f_{v,k}$  é o valor característico da resistência ao corte da MLC,  $f_{v,R,k}$  é o valor característico da resistência ao *rolling shear* da MLC,  $f_{t,0,k}$  é o valor característico da resistência à tração no plano (direção longitudinal) da MLC e  $f_{c,0,k}$  é o valor característico da resistência à compressão no plano da MLC.

<sup>1</sup> Calculado em função da distribuição log-normal e assumindo um coeficiente de variação de 0,13%.

<sup>2</sup> 100 para  $w_i/t_i \geq 4$  e 65 para  $w_i/t_i < 4$ .

<sup>3</sup> 1,40 para  $w_i/t_i \geq 4$  e 0,80 para  $w_i/t_i < 4$ .

<sup>4</sup> 450 para MLC produzida sem colagem das lamelas nas faces estreitas; 650 para MLC produzida com lamelas coladas nas faces estreitas.

<sup>5</sup> Valor retirado da EN 16351:2015 (regulamento não padronizado).

## **2.2 Madeira Lamelada Cruzada Enquanto Solução de Laje**

As lajes desempenham um papel importante no comportamento estrutural e segurança dos edifícios. Estes elementos desenvolvem-se horizontalmente no plano funcionando como elemento de suporte de carga limitador dos diferentes pisos da estrutura. A introdução de MLC em sistemas de laje provou ser uma solução promissora que concilia requisitos sustentáveis e ecológicos com requisitos estruturais, pretendidos para estes elementos. As lajes podem ser constituídas apenas por MLC ou como resultado da combinação deste material com outras espécies de madeira estrutural e até mesmo diferentes materiais (sistemas compostos). Nesta dissertação serão objeto de estudo os seguintes sistemas de laje:

- Laje em MLC;
- Laje mista MLC-betão;
- Laje composta MLC-vigas de madeira;
- Laje composta MLC-vigas de aço.

Em geral, a configuração das lajes compreende uma parte responsável pelo suporte de carga e outra responsável pelo revestimento e isolamento acústico e térmico. Além da sua função estrutural é também importante que o dimensionamento dos sistemas de laje atenda requisitos físicos (isolamento térmico e acústico) e situações extremas (incêndios e sismos). Em sistemas mistos/compostos, o uso racional dos diferentes materiais promove uma menor pegada de carbono, diminuição do peso próprio e melhor relação entre a resistência e o peso. O menor peso dos sistemas contribui para a redução da massa sísmica e conseqüente redução da solicitação dos elementos de fundação, especialmente face a condições precárias do solo (Owolabi e Loss, 2022). Além disso, a possibilidade de pré-fabricação destes sistemas e a facilidade de transporte e aplicação que deles advém, torna-os aptos à ideia construtiva “ready-to-use” onde, mesmo face ao maior custo da matéria-prima (madeira), apresentam-se como concorrentes diretos a outras soluções de laje comumente utilizadas na construção. Nesta secção, é feita uma revisão literária dos diferentes sistemas, tendo como foco a sua definição geométrica, caracterização, e analisando as potencialidades inerentes à sua aplicação.

### **2.2.1 Laje em MLC**

Ao longo dos anos, a MLC tem-se apresentado como uma solução para lajes estruturais para edifícios que recorrem à madeira. Nestes sistemas, a carga aplicada nas lajes é suportada pelos painéis de MLC que posteriormente a distribuem para os restantes elementos estruturais, sendo o sistema de ligação entre a laje e os elementos estruturais preponderante para o comportamento global.

De acordo com tabelas de pré-dimensionamento disponibilizadas pelos fabricantes, é perceptível que a aplicabilidade desta solução estrutural apresenta, normalmente, vãos até 7 metros para edifícios habitacionais e onde o peso próprio e a espessura podem atingir 1,50 kN/m<sup>2</sup> e 280 mm, respetivamente (Stora Enso, 2017; Binderholz, 2023; KLH, 2023; MM, 2023). Contudo, estes dados resultam do dimensionamento segundo critérios e condições estruturais normalmente praticados, não sendo válidos para todas as situações. É também importante realçar que os critérios de dimensionamento bem como as normas utilizadas, podem diferir entre fabricantes, pelo que é aconselhada a leitura e análise das respetivas especificações técnicas.

Aos painéis de MLC é normalmente adicionada uma camada de revestimento superficial de betonilha, responsável pelo aumento de rigidez do sistema e essencial na melhoria do comportamento dinâmico que é normalmente limitativo neste tipo de sistema (ver secção 2.4.2). Em geral, devido ao vazio regulamentar e falta de conhecimento teórico/prático, o comportamento das lajes de MLC não é potencializado, sendo comum encontrar-se aplicações onde estas são sobredimensionadas.

Os edifícios “Dalston Lane” (DETAIL, 2017) e “Albina Yard” (Patsy, 2017) são alguns dos exemplos onde a MLC é utilizada como elemento de laje. Entre estes, destaca-se o edifício “Dalston Lane” pela considerável quantidade de MLC utilizada. Este edifício apresenta uma altura de 33 metros resultante de dez pisos, onde nove deles são constituídos integralmente por MLC, totalizando um uso de 4500m<sup>3</sup> deste material. A sua utilização destina-se a fins habitacionais, comércio e escritórios, identificando-se duas configurações de laje com espessuras distintas. Uma caracterização mais detalhada dos sistemas implementados nos edifícios anteriormente referenciados é apresentada na Tabela 2.4.

*Tabela 2.4 - Descrição de sistemas de laje em MLC implementados em edifícios.*

Edifício	Uso	Descrição do sistema
“Dalston Lane” (Inglaterra)	Residencial, Escritórios e Comércio	Espessura da MLC: 160 e 220mm Peso do sistema <sup>6</sup> : 0,80 e 1,10 kN/m <sup>2</sup> Vão: 4-5 m
“Albina Yard” (Estados Unidos)	Escritórios	Espessura da MLC: 105mm Peso do sistema <sup>7</sup> : 0,60 kN/m <sup>2</sup> Vão: 3 m

---

<sup>6</sup> Considera apenas a massa volúmica da MLC descrita em Binderholz (2023).

<sup>7</sup> Considera apenas a massa volúmica da MLC descrita em DRJ (2020).

## 2.2.2 Laje Mista MLC-Betão

A combinação de madeira com betão em elementos estruturais é uma solução usada desde os primórdios do século XIX, com as suas primeiras utilizações em pontes e mais recentemente dedicadas à reabilitação e reforço de lajes de madeira (Ogrin e Hozjan, 2021 e Siddika *et al.*, 2021). A adoção deste sistema em lajes revela-se interessante a nível estrutural, económico e em termos de durabilidade. O princípio construtivo da laje mista MLC-betão resulta assim na criação de um elemento de suporte de carga através da combinação camada de betão, responsável por assegurar a resistência a esforços de compressão, e uma camada de MLC responsável por resistir a esforços de tração. Estas duas camadas são interligadas por um sistema de ligação que é encarregue por assegurar a sua ação composta.

Relativamente ao processo construtivo, as lajes podem ser produzidas através da aplicação da camada de betão *in situ* sobre os painéis de MLC ou utilizando painéis mistos pré-fabricados. Atualmente, o sistema pré-fabricado tem demonstrado maior uso, resultado principalmente da facilidade e rapidez da sua aplicação em obra. Além disso, este sistema permite um maior controlo da qualidade do betão e minimiza a redistribuição de tensões e perdas de resistência indesejadas, provenientes da iteração do betão “fresco” com a madeira, típica da aplicação *in situ* da camada de betão. Informações adicionais sobre lajes mistas pré-fabricadas podem ser encontradas em Lukaszewska (2009). A Figura 2.4 apresenta um esquema e um caso prático alusivos a um sistema de laje mista MLC-betão.



Figura 2.4 - Lajes mistas MLC-betão. (a) Composição de uma laje mista (Lane, 2012). (b) Aplicação de uma laje mista pré-fabricada (MMK, 2022).

A aplicabilidade deste sistema permite grandes vãos sendo a sua espessura variável e limitada pelos critérios de dimensionamento, processos construtivos, propriedades do sistema, tipo de ligação e espessura permitida (Siddika *et al.*, 2021). Atendendo à tabela de pré-dimensionamento desenvolvida pelo fabricante KLH, um vão máximo de 10 metros consegue ser atingido por estas lajes (KLH, 2022).

Contudo, a realidade evidenciada pela prática em obra demonstra que estas lajes são habitualmente aplicadas em vãos menores. Na Tabela 2.5 são descritos exemplos práticos de sistemas implementados num edifício residencial (KLH, 2022) e num edifício com diferentes usos - residencial, escritórios e comércio - “HoHo Wien” (DETAIL, 2017). As múltiplas funcionalidades requeridas por este último, levaram à implementação de dois sistemas de laje distintos, variáveis na espessura da MLC (ver Tabela 2.5). Uma caracterização mais detalhada dos sistemas de ligação habitualmente utilizados nestas lajes é realizada na secção 2.3.1.

*Tabela 2.5 - Descrição de sistemas de laje mista MLC-betão implementados em edifícios.*

Edifício	Uso	Descrição do sistema
Edifício Residencial em Hamburg (Alemanha)	Residencial	Sistema: Laje pré-fabricada Espessura da MLC: 180mm Espessura do betão: 100mm Peso do sistema <sup>8</sup> : 3,50 kN/m <sup>2</sup> Sistema de ligação: Entalhes + Parafusos Vão: 7,5 m
“HoHo Wien” (Áustria)	Residencial, Escritórios e Comércio	Sistema: Laje pré-fabricada Espessura da MLC: 160 e 180mm Espessura do betão: 120mm Peso do sistema <sup>9</sup> : 3,70 e 3,75 kN/m <sup>2</sup> Sistema de ligação: Adesivo Maior vão: 6,90 m

### **2.2.3 Laje Composta MLC-Vigas de Madeira**

Este sistema de laje consiste na combinação de painéis de MLC com vigas de madeira, com diferentes configurações e geometrias, permitindo distintos desempenhos mecânicos. A utilização das vigas visa melhorar o comportamento mecânico do painel em MLC otimizando, em simultâneo, o volume de madeira utilizada. Nestes sistemas, a MLC é responsável por assegurar a estabilidade estrutural, rigidez e capacidade de carga, enquanto as vigas têm como principal função o suporte e distribuição das cargas provenientes dos painéis de MLC. As lajes compostas em MLC- vigas de madeira podem apresentar uma secção aberta (seção em “T”) ou uma secção fechada (seção oca). Para o primeiro caso, as vigas de madeira são ligadas superiormente aos painéis de MLC enquanto no segundo caso, esta ligação é feita

---

<sup>8</sup> Considera apenas a massa volúmica dos materiais de acordo com KLH (2022).

<sup>9</sup> Considera apenas a massa volúmica dos materiais de acordo com MMK (2022).

nas duas faces, superior e inferior, das vigas (Gustafsson, 2019 e Negrão e Jorge, 2016). Nestes sistemas compostos, as vigas são geralmente em madeira maciça (laje composta MLC-vigas de MM) ou em madeira lamelada colada (laje composta MLC-vigas de ML), resultado das boas propriedades mecânicas e fácil compatibilização com a MLC. As vigas de madeira maciça (MM) são mais utilizadas em aplicações de reabilitação enquanto as vigas de ML são mais frequentes em novos sistemas compostos. Neste trabalho, dar-se-á uma maior importância às lajes compostas MLC-vigas de ML. A Figura 2.5 expõe a configuração das lajes compostas MLC-vigas de ML produzidas pela Stora Enso.

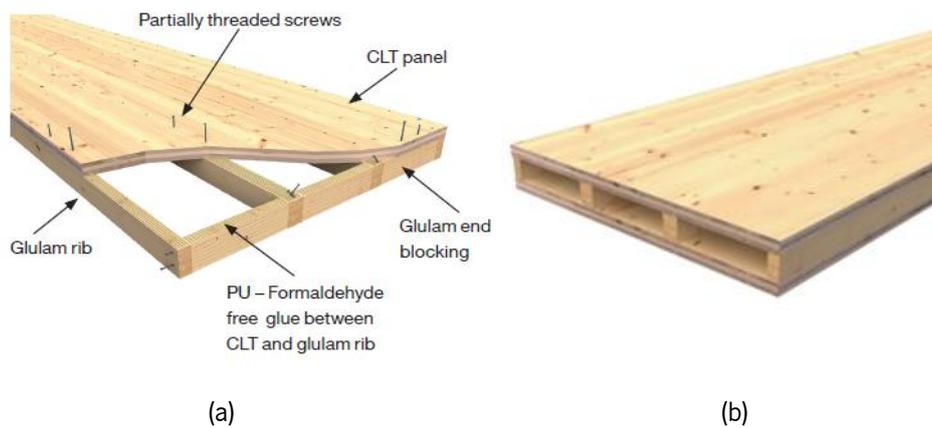


Figura 2.5 - Exemplos de configuração de lajes compostas MLC-Vigas de ML produzidas pela Stora Enso (Stora Enso, 2018). (a) Painel de seção em “T”. (b) Painel de seção oca.

De acordo com as tabelas de pré-dimensionamento disponibilizadas por fabricantes (Stora Enso, 2018 e KLH, 2019), estas lajes compostas (Figura 2.5) podem vencer vãos até 13,5 m para edifícios de habitação. Contudo, a sua utilização é considerada económica para vãos entre 6 e 9 metros (Wallner-Novak *et al.*, 2018). Atendendo à sua geometria, as lajes compostas MLC-vigas de ML são normalmente constituídas por painéis de MLC de 3 e 5 camadas. As vigas, por sua vez, apresentam uma secção transversal variável, sendo estas comumente distanciadas entre eixos de 60 ou 80 centímetros (Wallner-Novak *et al.*, 2018; Stora Enso, 2018 e KLH, 2019).

A configuração destes sistemas de laje permite um fácil processo de reparação ou substituição e uma elevada adaptabilidade face à implementação de infraestruturas e sistemas de isolamento térmico e acústico. Contudo, esta constituição apresenta algumas desvantagens como são uma menor resistência ao fogo e uma menor massa e rigidez, importantes propriedades para a resposta às vibrações. Exemplos recentes viabilizam a implementação deste sistema em edifícios, como são o “Gold Building” (WoodWorks, 2022) e o “The Catalyst” (Blomgren *et al.*, 2021).

A Tabela 2.6 descreve os sistemas utilizados nestes edifícios, incluindo também um sistema analisado experimentalmente por Shahnewaz *et al.* (2021). Os sistemas de ligação comumente utilizados para estas lajes compostas são abordados com mais detalhe na secção 2.3.2.

Tabela 2.6 - Descrição de sistemas de laje composta MLC-vigas de ML implementados em casos práticos.

Edifício	Uso	Descrição do sistema
“Gold Building in Adidas-East Village” (Estados Unidos)	Escritórios e Comercial	Espessura da MLC: 105 mm Largura x altura (vigas): 220 x 460 mm <sup>2</sup> Vão: 9,20 m
“The Catalyst” (Estados Unidos)	Escritórios e Educação	Espessura da MLC: 168 mm Largura x altura (vigas): 215 x 415 mm <sup>2</sup> Afastamento entre vigas: 1,5 m Sistema de ligação: Adesivo e P.R.P. <sup>10</sup> Vão: 9,20 m
Shahnewaz <i>et al.</i> (2021)	Indefinido	Espessura da MLC: 105 mm Largura x altura (vigas): 215 x 380 mm <sup>2</sup> Afastamento entre vigas: 0,6 m Peso do sistema: 1,0kN/m <sup>2</sup> Sistema de ligação <sup>11</sup> : Adesivo, P.R.P e P.R.T. <sup>12</sup> Vão: 9,10 m

#### 2.2.4 Laje Composta MLC-Vigas de Aço

A combinação de MLC com aço em sistemas de laje é uma solução ainda pouco estudada não sendo fácil encontrar exemplos construídos. Na verdade, o conceito de sistemas de laje composta em MLC e aço encontra-se ainda em desenvolvimento, sendo que nos últimos anos têm sido desenvolvidos e estudados vários exemplos destes sistemas de laje.

Nestes sistemas, os painéis de MLC são sobrepostos e ligados às vigas metálicas. A combinação dos dois materiais visa o desempenho estrutural, combinando elementos de aço submetidos à tração com elementos de madeira sob forças de compressão, para assim maximizar a capacidade carga das lajes. Em analogia aos sistemas MLC-vigas de madeira, as vigas são responsáveis pela transferência das cargas provenientes do painel de MLC para a estrutura principal, podendo estas ser constituídas por aço ou aço enformado a frio. A ductilidade associada ao aço/aço enformado a frio combinada com a rigidez

---

<sup>10</sup> Parafusos com rosca parcial (P.R.P.) implementados verticalmente (90°).

<sup>11</sup> Foram analisados três sistemas de ligação: P.R.P. (90°), adesivo + P.R.P (90°), e P.R.T. (45°)

<sup>12</sup> Parafusos com rosca total (P.R.T.)

estrutural dos painéis de MLC, fazem deste sistema uma solução promissora na sua utilização como solução de laje. Diferenças entre a utilização dos dois tipos de aço são abordadas em Moritani *et al.* (2021).

Os avanços mais recentes acerca deste sistema de laje têm sido desenvolvidos no âmbito da construção modular. Cristiano Loss da “The University of British Columbia” está a desenvolver um sistema construtivo híbrido modular, constituído por módulos pré-fabricados de painéis em MLC e vigas de aço enformado a frio, que são posteriormente ligados a uma estrutura metálica principal (Figura 2.6). Os módulos funcionam como elementos de laje ou parede. O sistema construtivo é modular e facilmente repetível no espaço, tornando o processo de construção fácil e rápido. As lajes analisadas apresentam um vão de 5,8 m e um peso de aproximadamente 0,6 kN/m<sup>2</sup>. O objetivo é apresentar uma solução económica, sustentável e com uma boa resposta sísmica, sendo que os resultados obtidos, após as sucessivas análises experimentais e numéricas, são encorajadores. Um conceito semelhante foi também analisado mais recentemente em Navaratnam *et al.* (2021).

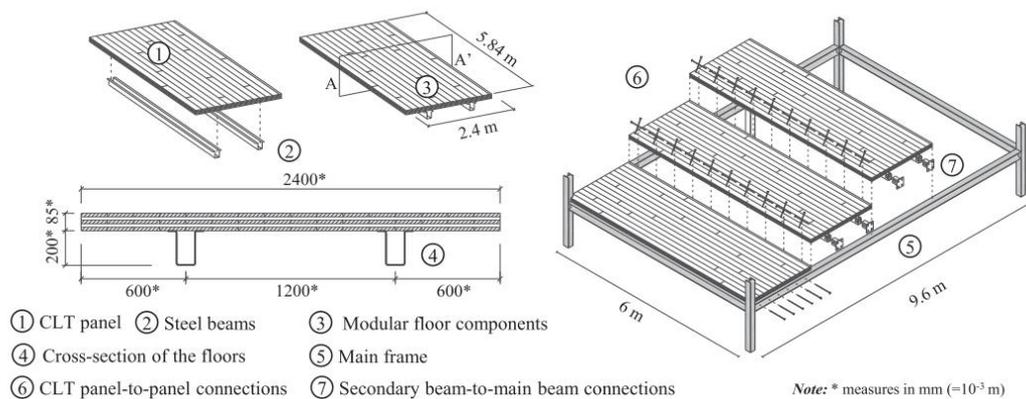


Figura 2.6 - Configuração das lajes compostas MLC-vigas de aço pertencentes ao sistema construtivo híbrido modular estudado em Loss e Davison (2017).

### 2.3 Sistemas de Ligação ao Corte

Os sistemas de ligação ao corte, responsáveis pela ligação entre os materiais que compõem a seção composta, apresentam uma grande influência no comportamento mecânico das lajes. Os sistemas de ligação devem garantir o bom funcionamento da laje independentemente das condições de serviço às quais esta for sujeita ao longo da sua vida útil. A ligação tem como principal função a transmissão dos esforços de corte entre os diferentes elementos constituintes da laje, garantindo uma ação parcial ou totalmente composta e maximizando a sua capacidade resistente. Atendendo ao seu princípio mecânico,

é possível fazer a distinção entre ligações entalhadas, ligações mecânicas e ligações coladas. No caso das ligações mecânicas, estas podem ainda ser divididas em ligações do tipo cavilha e ligações planas. Nesta secção é feita uma descrição sucinta das ligações normalmente implementadas, incluindo o seu desempenho mecânico, por forma a contextualizar e transmitir ao leitor os aspetos mais relevantes inerentes às tipologias de laje mista/composta estudadas nesta dissertação.

### 2.3.1 Ligação MLC-Betão

No caso dos sistemas de laje mista MLC-betão, as três tipologias de ligação acima referidas podem ser implementadas. As ligações do tipo cavilha e as entalhadas são aquelas que são mais utilizadas, resultado da sua eficiência mecânica, fácil implementação e baixo custo. Nas ligações do tipo cavilha, os parafusos e as cavilhas são os ligadores normalmente escolhidos. Estes apresentam geralmente três tipos de configuração: paralelos verticais, paralelos inclinados e cruzados (Figura 2.7). Neste tipo de ligador a transmissão de esforços de corte é assegurada através da pressão de contacto presente entre o ligador e os elementos de madeira e betão.

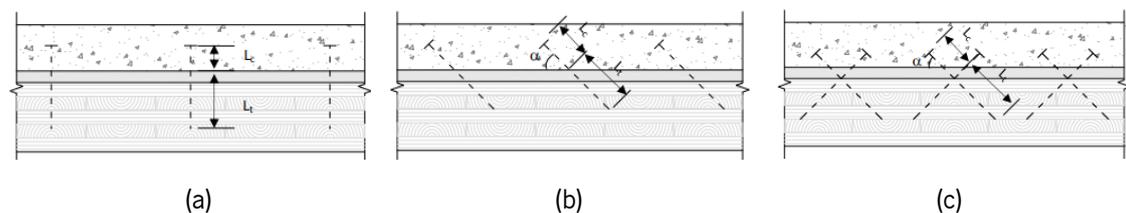


Figura 2.7 - Ligação ao corte com parafusos de uma laje mista MLC-betão (Van Sy, 2022). (a) Parafusos paralelos verticais. (b) Parafusos paralelos inclinados. (c) Parafusos cruzados. Onde  $\alpha$  ângulo do eixo dos parafusos em relação à direção resistente da MLC,  $L_c$  é o comprimento de penetração do parafuso na camada de betão e  $L_t$  comprimento de penetração do parafuso na MLC.

No caso das ligações entalhadas, a transmissão dos esforços é garantida através do contacto direto entre os elementos. A eficiência desta ligação varia em função da sua geometria (Boccardo *et al.*, 2017 e Pang *et al.*, 2022) e do tipo de força aplicada no sistema de laje. A eficiência é máxima face a forças gravíticas pelo que no caso de esforços de corte pode ser condicionada pelo destacamento do betão (“uplift”) proveniente da excentricidade dos esforços axiais gerados nos elementos de madeira e de betão (Dias *et al.*, 2018 e Jiang e Crocetti, 2019). Este fenómeno consegue ser controlado com a implementação de parafusos ou cavilhas. Na Figura 2.8 são ilustradas ligações entalhadas, com e sem parafuso, incluindo um desenho esquemático das forças envolvidas. A ligação por colagem dos elementos, é também uma solução possível para estes sistemas de laje. Este tipo de ligação garante uma elevada rigidez contribuindo para um comportamento mecânico melhorado do sistema de laje.

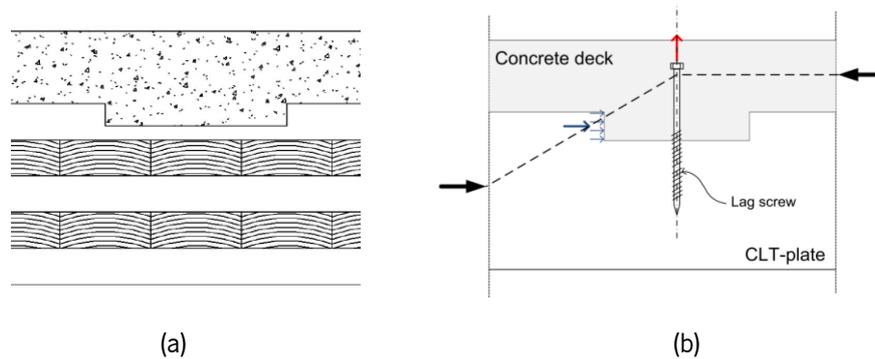


Figura 2.8 - Ligação ao corte entalhada de uma laje mista MLC-betão. (a) Ligação entalhada considerada em Forsberg e Farbäck (2020) (vista longitudinal). (b) Ligação entalhada com parafusos considerada em Jiang e Crocetti (2019) - As setas a cor preta representam a força axial gerada na MLC e camada de betão, as setas a azul indicam a tensão gerada entre os dois materiais e a seta vermelha representa a força de destacamento do betão proveniente da excentricidade das forças axiais.

A aplicabilidade das ligações é também dependente do processo construtivo adotado para a camada de betão, isto é, se este for aplicado *in situ* ou pré-fabricado. As ligações do tipo cavilha são aplicáveis em qualquer uma das situações, pelo que no caso da camada de betão ser pré-fabricada a sua implementação é normalmente garantida por meio de orifícios criados na camada de betão através de tubos plásticos previamente inseridos. Para as ligações entalhadas, a aplicação do betão *in situ* é recomendada uma vez que esta permite uma melhor adesão entre os materiais. No que se refere à ligação colada, a sua aplicação é válida para ambos os processos construtivos, sendo a sua utilização mais abundante em sistemas de laje mista cujo betão é pré-fabricado (Dias *et al.*, 2018).

Além destas, as ligações planas como são aquelas que recorrem a ligadores do tipo HBV e a ligadores de chapa metálica, têm ganho popularidade, assumindo-se como soluções interessantes, principalmente a nível mecânico. O sistema de ligação HBV consiste numa malha metálica perfurada com desenvolvimento longitudinal onde uma parte é embutida na superfície do painel de MLC e a outra é embebida na camada de betão. No caso dos ligadores de chapa metálica o princípio construtivo é idêntico pelo que a malha metálica é substituída por uma chapa que se desenvolve na direção transversal. Estes ligadores garantem uma ampla área de contacto que confere ao sistema de laje uma rigidez consideravelmente superior comparativamente aos restantes ligadores anteriormente abordados. Porém, a sua implementação requer alguns cuidados na composição e aplicação do sistema de cola que podem ser limitativos do seu uso.

As ligações previamente abordadas são ilustradas nas Figuras 2.9. Para mais informações acerca destes sistemas de ligação, sugerem-se os trabalhos de Shahnewaz *et al.* (2022a e 2022c) e Collins (2020).

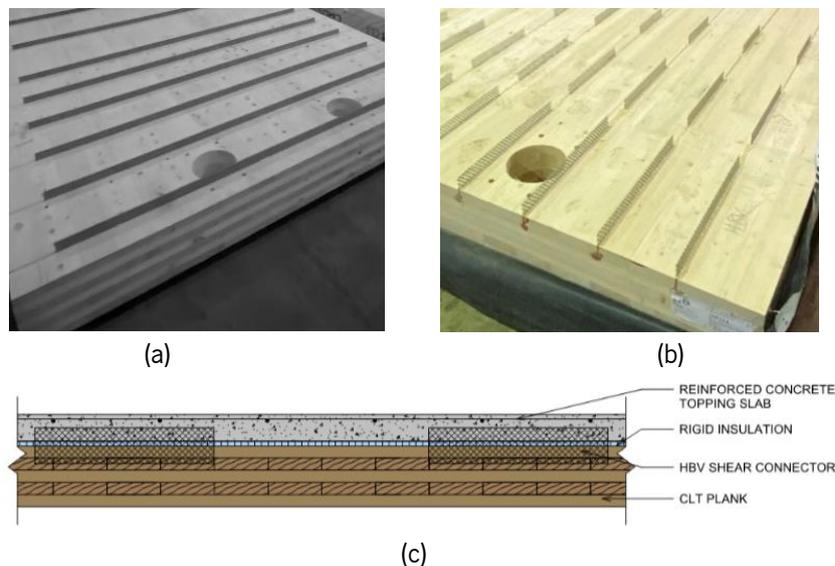


Figura 2.9 - Ligação ao corte plana de uma laje mista MLC-betão. (a) Ligação com chapa metálica (Shahnewaz *et al.*, 2022a). (b) Ligação com HBV (Shahnewaz *et al.*, 2022a). (c) Esquema da secção transversal de uma laje mista MLC-betão com ligadores HBV (Collins, 2020).

### 2.3.2 Ligação MLC-Viga de Madeira

No que diz respeito ao sistema de laje composta MLC-vigas de madeira, a utilização de cola ou de ligadores mecânicos do tipo cavilha, são as soluções mais comuns. Estas podem ser implementadas individualmente ou em conjunto. A combinação de parafusos autoroscantes com um sistema de cola (ligação aparafusada colada) demonstra ser a solução mais viável e eficiente para o funcionamento composto do sistema de laje (Stora Enso, 2018; Blomgren *et al.*, 2021 e Kleinhenz, 2022). A Figura 2.10 ilustra um sistema de ligação aparafusada e colada, tipicamente implementado numa laje composta MLC-vigas de ML.

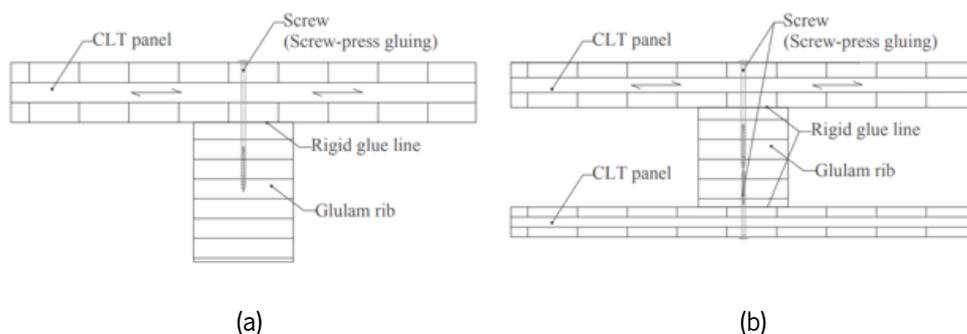


Figura 2.10 - Sistema de ligação aparafusada e colada característico de uma laje composta MLC-vigas de ML (Kleinhenz, 2022). (a) Laje composta de secção aberta. (b) Laje composta de secção fechada.

Neste tipo de ligação, a implementação dos parafusos garante uma tensão de compressão na linha de cola, aumentando assim a sua eficiência e conseqüente rigidez. Especificações técnicas construtivas e de dimensionamento relativas a esta tipologia de ligação já constam em anexos nacionais do Eurocódigo 5, por exemplo, o anexo austríaco da ÖNORM B 1995-1-1:2019.

A variabilidade destas ligações reside principalmente nas disposições construtivas e configuração dos parafusos. Estes podem apresentar uma rosca total ou rosca parcial e podem ser implementados segundo várias inclinações. De acordo com estudos experimentais realizados, estes parâmetros têm uma influência direta na eficiência dos sistemas de ligação (Shahnewaz *et al.*, 2021 e 2022b).

### 2.3.3 Ligação MLC-Viga de Aço

Em sistemas de laje composta MLC-vigas de aço, os ligadores mecânicos do tipo cavilha são a solução normalmente escolhida. Uma variedade de ligadores metálicos, tipicamente aplicados em elementos de madeira e elementos de aço são utilizados, podendo ser principalmente distinguidas duas tipologias: parafusos de enroscar (p. ex. parafusos autoperfurantes) e parafusos de porca (pernos/parafusos de aperto). No caso da primeira tipologia de parafusos, a ação composta dos materiais e a transferência dos esforços de corte são garantidas pela haste e área roscada, ficando estes inseridos no painel de MLC. Na segunda, a ação composta dos elementos é normalmente assegurada através do aperto do parafuso com a utilização de porcas e anilhas situadas externamente nas extremidades dos elementos (Pimentel *et al.*, 2022 e Merryday *et al.*, 2023). Para além destes ligadores, soluções de ligação colada e híbrida podem também ser implementadas. Entre estas, destacam-se os sistemas de ligação híbrida que combinam parafusos com um adesivo, analisadas em Loss *et al.* (2016a), e mais recentemente, uma solução que combina estes ligadores com uma argamassa cimentícia *grout* (Hassanieh *et al.*, 2017). A Figura 2.11 ilustra alguns dos sistemas de ligação adotados em lajes compostas MLC-vigas de aço.

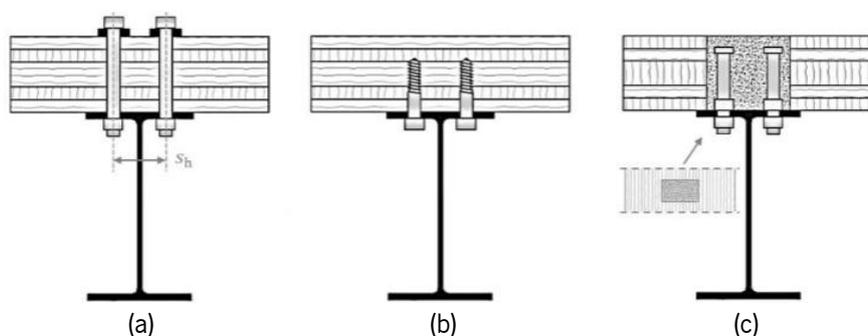


Figura 2.11 - Sistemas de ligação ao corte de uma laje composta MLC-vigas de aço (Pimentel *et al.*, 2022).  
(a) Ligação com parafusos de aperto HSFG (High Strength Friction Grip). (b) Ligação com parafusos autoperfurantes. (c) Ligação híbrida com parafusos embebidos numa camada de argamassa cimentícia *grout*.

### 2.3.4 Desempenho Mecânico

O comportamento mecânico de um sistema de ligação é principalmente governado por três parâmetros: capacidade resistente, rigidez e ductilidade. A capacidade resistente é dada pela carga máxima aplicável na ligação até esta sofrer uma rotura. Por sua vez, a rigidez é um indicador do grau da ação composta conseguida pelo sistema de ligação e é avaliada através do coeficiente de deslizamento,  $K_{ser}$ . Quanto à ductilidade, esta define-se pela capacidade de deformação da ligação quando solicitada. A ligação ideal deve ser capaz de transferir os esforços de corte, ser rígida o suficiente de modo a limitar o deslizamento relativo entre os materiais e deve apresentar uma boa capacidade de deformação e, conseqüente, ductilidade, por forma a evitar a rotura frágil do sistema de ligação. Estes parâmetros podem ser obtidos com base em ensaios experimentais (testes “pushout”), modelos analíticos ou modelos numéricos (Loss *et al.*, 2016a; Dias *et al.*, 2018 e Nie, 2021). A nível regulamentar, o Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1:2004) recomenda equações empíricas para a determinação do módulo de deslizamento relativo e para a capacidade resistente das ligações. Esta última é determinada com base na Teoria de Johansen (Johansen 1949), desenvolvida para ligações do tipo cavilha de comportamento dúctil.

Dos sistemas de ligação anteriormente abordados, as ligações do tipo cavilha são as que apresentam uma menor rigidez. Em contrapartida, estas possuem uma maior ductilidade (Dias e Jorge, 2011 e Qiu, 2022). Os sistemas de ligação constituídos por cola/adesivos revelam uma elevada capacidade resistente e rigidez, porém, são propensos a roturas frágeis (Jacquier e Girhammar, 2015; Hassanieh *et al.*, 2017 e Baek *et al.*, 2021). Desta forma, revela-se vantajoso conjugar ligações do tipo cavilha com estes sistemas de modo a tornar a ligação mais suscetível a deformações e evitar assim roturas bruscas indesejadas. O mesmo conceito é válido para as ligações de entalhe, características das lajes mistas MLC-betão. A título exemplificativo, a Figura 2.12 ilustra o comportamento de diferentes sistemas de ligação de uma laje mista madeira-betão em função da carga de corte aplicada.

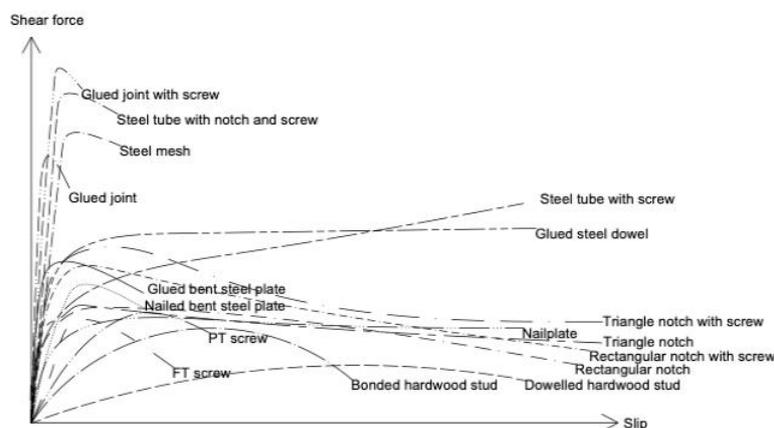


Figura 2.12 - Relação carga-deslizamento relativo de vários sistemas de ligação ao corte de uma laje mista madeira-betão (Bin Mohd Snin, 2021).

## 2.4 Desempenho dos Sistemas de Laje

A versatilidade da MLC e a sua fácil combinação com outros materiais de construção, pode ser um obstáculo no processo de seleção do sistema de laje a utilizar. As diferentes propriedades físicas e mecânicas intrínsecas aos materiais e a sua ação combinada, torna o desempenho de cada sistema único. Face a isto, nesta secção é feita uma revisão literária visando a análise e comparação, em termos do seu comportamento mecânico, dos sistemas de laje selecionados.

### 2.4.1 Comportamento Mecânico

A análise do comportamento mecânico de lajes é um processo primordial de caracterização e validação para a sua utilização em obra. Este comportamento é principalmente avaliado com base na rigidez e capacidade resistente dos elementos. Em elementos de MLC, a espessura, o número e direção das camadas constituintes do painel, são definidores da rigidez e capacidade resistente. Em geral, estas propriedades são maximizadas na direção longitudinal do elemento (painel), devendo este fator ser considerado na conceção e dimensionamento dos sistemas de laje constituídos integral ou parcialmente por MLC (Dias, 2017).

Em sistemas compostos, estas propriedades são também dependentes do grau de ação composta garantido pelo sistema de ligação. O grau de ação composta é dependente da rigidez da ligação, podendo este ser dividido em três categorias: ação não composta, ação parcialmente composta e ação totalmente composta, ilustradas na Figura 2.13 (Forsberg e Farbäck, 2020 e Siddika *et al.*, 2021).

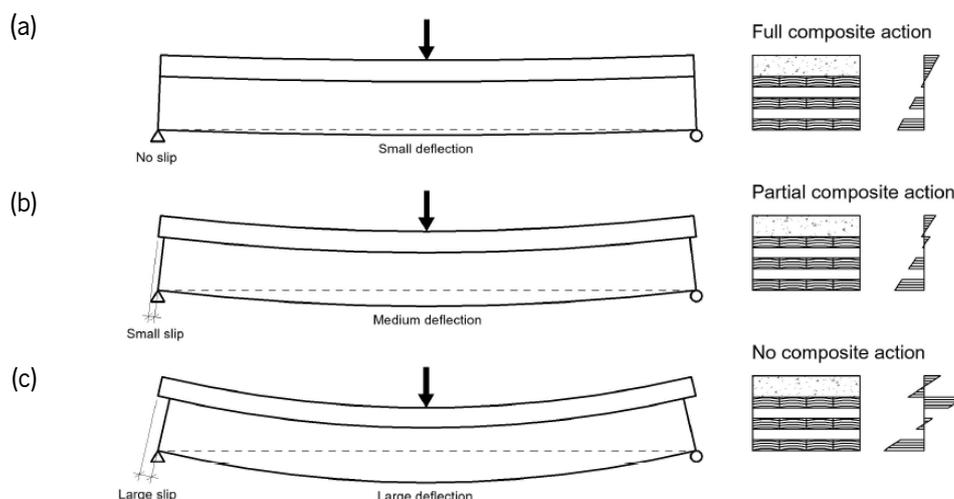


Figura 2.13 - Diferentes graus de ação composta de uma laje mista MLC-betão (Forsberg e Farbäck, 2020). (a) Ação totalmente composta. (b) Ação parcialmente composta. (c) Sem ação composta.

O grau de ação composta dos sistemas é materializado por um fator  $\eta_{AC}$  que varia de 0 a 1, correspondendo o valor unitário à ação totalmente composta. De acordo com Forsberg e Farbäck (2020), este fator é quantificado pela equação (2.1):

$$\eta_{AC} = \frac{v_{nc} - v}{v_{nc} - v_r} \quad (2.1)$$

Onde  $v_{nc}$  é a deformação do sistema sem ação composta,  $v$  é a deformação real do sistema e  $v_r$  é a deformação do sistema assumindo uma ação totalmente composta.

Facilmente se conclui que a definição de uma seção composta, através da combinação de MLC com outro material estrutural, resulta num melhor comportamento mecânico do sistema de laje, em termos de capacidade de carga, comportamento dinâmico e deformações verticais. Uma análise experimental do comportamento dinâmico de lajes mistas MLC-betão efetuada por Quang Mai *et al.* (2018), concluiu que a capacidade resistente à flexão deste sistema consegue ser de três a cinco vezes superior relativamente a uma laje em MLC. A rigidez efetiva à flexão do painel em MLC foi de aproximadamente 1/5 da registada para os painéis mistos MLC-betão. Mirdad *et al.* (2021) estudou analiticamente o efeito da espessura dos materiais no comportamento mecânico destes sistemas de laje. Os autores concluíram que o aumento da espessura da camada de MLC tem um maior impacto no aumento da rigidez efetiva à flexão do sistema comparativamente ao aumento da espessura da camada de betão. Para o caso de lajes compostas MLC - vigas de ML, cálculos iniciais realizados em Blomgren *et al.* (2021), indicaram que a ação composta dos dois derivados de madeira originou um acréscimo da rigidez do sistema de aproximadamente 4 vezes, relativamente à rigidez individual dos dois materiais. Estudos experimentais elaborados por Baek *et al.* (2021), Shanhewaz *et al.* (2021) e Kleinhenz (2022), comprovam a influência da configuração, geometria e considerações construtivas dos sistemas de ligação ao corte no desempenho mecânico dos sistemas de laje anteriormente abordados.

No que se refere a lajes compostas MLC-vigas de aço, em Loss *et al.* (2016b) foi realizada uma análise comparativa da deformação por flexão e capacidade de carga de diferentes sistemas de lajes: i) laje composta betão-vigas de aço; ii) laje composta betão-vigas de madeira; e, iii) laje composta MLC-vigas de aço. De todos os sistemas, a laje composta em MLC- vigas de aço evidenciou um menor peso, maior rácio capacidade resistente/peso e uma elevada rigidez à flexão. Em analogia, Hassanieh *et al.* (2017) estudaram experimentalmente o comportamento a curto prazo de vigas compostas em MLC-aço. Os resultados obtidos demonstraram uma maior capacidade de carga e rigidez à flexão comparativamente a uma barra metálica. Uma análise experimental deste sistema foi subsequentemente efetuada por Loss e Frangi (2017), Loss e Davison (2017) e Owolabi e Loss (2022), onde foram utilizados elementos

de aço enformado a frio. De uma forma geral, os sistemas estudados apresentaram uma elevada rigidez efetiva, que resulta numa maior ação composta conseguida entre materiais, e uma excelente relação entre a capacidade resistente e massa do sistema. Estes resultados demonstram uma maior eficiência mecânica com o uso de aço enformado a frio comparativamente à utilização de aço “tradicional”. Contudo, estes evidenciam-se também mais suscetíveis aos fenómenos de plastificação e encurvadura local das vigas. Todos os estudos supramencionados confirmam também uma grande influência do sistema de ligação, pelo que a sua seleção se revela extremamente importante e definidora do comportamento global do sistema laje.

Com base na literatura consultada, é possível concluir que a rigidez efetiva à flexão é o parâmetro chave para uma análise comparativa da eficiência do comportamento mecânico dos sistemas de laje. Esta propriedade está diretamente relacionada com a deformação vertical e capacidade resistente à flexão dos sistemas, pelo que a sua definição no processo de dimensionamento carece de uma especial atenção.

#### **2.4.2 Comportamento Dinâmico**

Uma das maiores condicionantes das lajes constituídas por MLC, é o seu comportamento dinâmico. Os critérios inerentes a este desempenho apresentam-se limitativos no processo de dimensionamento, com a sua influência a aumentar com o vão livre pretendido. A massa, a frequência fundamental e as condições de apoio da laje, são também fatores fundamentais e diferenciadores do comportamento dinâmico dos diferentes sistemas.

Para lajes em MLC, a vibração é o parâmetro de dimensionamento condicionante em vãos superiores a 4 metros (Jeleč *et al.*, 2018: 89). A implementação de sistemas secundários, como uma camada de betonilha ou um sistema de isolamento, contribuem para o aumento da massa e da rigidez, promovendo uma melhoria do comportamento dinâmico. Em Hassan *et al.* (2019) uma análise estrutural concluiu que a frequência fundamental de lajes em MLC isoladas acústica e termicamente, a ser utilizadas em zonas de habitação e para vãos superiores a 4,5 metros, é próxima da frequência crítica de 8Hz, definida pelo Eurocódigo 5 (EC5), o que condiciona o seu dimensionamento.

Em lajes mistas MLC-betão o aumento de massa e rigidez conferida pela ação composta dos materiais melhora o comportamento face à vibração, permitindo que estes sistemas possam atingir vãos maiores. Quang Mai *et al.* (2018) verificaram que o acréscimo da camada de betão no painel em MLC resultou num aumento da frequência natural do sistema, de 8,76 Hz para a laje em MLC, para valores entre 11 e 12 Hz, afastando-a do valor crítico regulado pelo EC5. Uma análise dinâmica analítica realizada

recentemente por Mirdad *et al.* (2021), demonstrou que o aumento da espessura da camada de betão tem um impacto positivo no comportamento dinâmico da laje composta até vãos de 7 metros. A partir deste vão, o dimensionamento da laje passa a ser governado pela vibração. Este comportamento resulta do aumento de massa provocado pela camada de betão que, apesar de aumentar a rigidez efetiva à flexão, provoca a diminuição da frequência fundamental do sistema.

Shahnewaz *et al.* (2022b) realizou uma análise experimental dinâmica de lajes compostas em painéis de MLC e vigas de ML. A influência dos sistemas de ligação na frequência fundamental das lajes demonstrou ser negligenciável contrariamente à implementação de apoios intermédios que provocaram um aumento deste parâmetro, resultado da diminuição do vão. Numa outra análise dinâmica realizada por Jacquier (2015), as frequências fundamentais foram determinadas com base na rigidez efetiva à flexão obtida experimentalmente e através do processo de cálculo baseado no anexo nacional finlandês do EC5. Os sistemas apresentaram maioritariamente valores inferiores ao valor crítico regulado pela norma (9Hz). O autor concluiu ainda que para vãos a partir de 6 metros, a vibração é o critério limitativo no processo de dimensionamento. Segundo Stora Enso (2018) isto acontece a partir de vãos com 5 metros. Esta discrepância resulta da norma de dimensionamento considerada, sendo no caso do fabricante Stora Enso adotado o processo de dimensionamento dinâmico definido pelo anexo austríaco do EC5 (ÖNORM B 1995-1-1:2019).

Relativamente à solução composta MLC-vigas de aço, uma análise experimental e numérica foi realizada em Chiniforush *et al.* (2019). Neste estudo foram considerados diferentes sistemas de ligação e orientação da camada externa do painel de MLC. Ambos os parâmetros exibiram uma pequena influência na frequência fundamental da laje. Os sistemas compostos apresentaram uma frequência fundamental de 24Hz, bastante superior à regulada como crítica no EC5. Como sequência de estudo, Hassanieh *et al.* (2019) levaram a cabo uma análise dinâmica experimental e numérica destas lajes compostas sujeitas a uma excitação induzida por humanos. As lajes foram analisadas segundo diferentes configurações diferindo no sistema de ligação (painel-viga e painel-painel), condições de apoio, dimensão das vigas, espessura da camada da MLC, orientação da camada externa do painel de MLC e comprimento do painel. O comprimento do painel e o tipo de perfil utilizado, foram os parâmetros que demonstraram maior influência nos três primeiros modos de frequência fundamental, enquanto os restantes parâmetros demonstraram um impacto reduzido ou até mesmo negligenciável. O sistema composto, no caso de vãos superiores a 8 metros, demonstrou valores de frequência fundamental próxima da frequência fundamental crítica definida pelo EC5. As verificações feitas com base nos regulamentos apresentados viabilizaram o uso das lajes compostas MLC-vigas de aço em edifícios com utilização de habitação, escritório, desportivos e industrial.

### 2.4.3 Comportamento a Longo Prazo

A caracterização do comportamento de um sistema de laje ao longo do tempo é uma análise essencial de modo a viabilizar e assegurar o bom desempenho da laje ao longo da sua vida útil. A perda de rigidez e a deformação são parâmetros caracterizadores deste comportamento diferido, tornando a evolução da distribuição interna de forças e tensões elementos fundamentais a analisar no processo de cálculo de sistemas de laje compostas (Dias *et al.*, 2018). A estes parâmetros estão associados os fenómenos de fluência, retração e expansão. A fluência deriva do comportamento viscoelásticos dos materiais que propicia um acréscimo de deformação gerada após um carregamento contínuo e constante do sistema. Os fenómenos de retração e expansão resultam do comportamento de variações instantâneas ou cíclicas das condições ambientais (temperatura e humidade relativa).

Apesar de ser uma propriedade pouco analisada ao nível experimental, a fluência da MLC pode revelar-se condicionante do desempenho do elemento a longo prazo. Estudos realizados em Jöbst e Schickhofer (2007), Nakajima *et al.* (2014), Pirvu e Karacabeyli (2014) e Takanashi *et al.* (2021) demonstraram a influência deste fenómeno na perda de rigidez do elemento e no aumento da deformação associada em função das suas condições de exposição ambiental e variabilidade da espécie de madeira utilizada. Em sistemas compostos, o comportamento a longo prazo é também dependente da interação dos materiais e do equilíbrio de tensões na seção transversal composta. De facto, o fenómeno de fluência associado aos materiais leva a uma perda da rigidez, que por sua vez é responsável pela alteração do posicionamento do eixo neutro da seção transversal e consequente redistribuição de tensões (Chiniforush *et al.* 2021 e Siddika *et al.*, 2021). Esta redistribuição de tensões aumenta a solicitação imposta no sistema de ligação ao corte, sendo por isso a sua rigidez a longo prazo um fator preponderante na garantia da longevidade dos sistemas compostos. Na Figura 2.14 é possível analisar a redistribuição de tensões ocorridas num sistema composto MLC-viga de aço ao fim de 22 meses de carregamento.

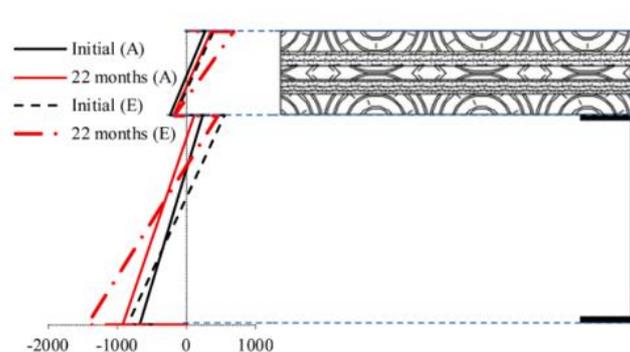


Figura 2.14 – Distribuição das tensões normais geradas num sistema composto MLC-viga de aço a curto prazo e após 22 meses de carregamento obtidas de forma analítica “A” e experimental “E” (Chiniforush *et al.* 2021).

De todos os sistemas objeto de estudo nesta dissertação, a laje mista MLC-betão é a que se demonstra mais sensível a alterações comportamentais mecânicas a longo prazo. Os materiais que a constituem são sensíveis a grandes variações ambientais o que propicia fenómenos mais vincados de fluência, expansão e retração. O acréscimo de deformação induzido pela retração do betão pode atingir valores comparáveis com a deformação causada pela carga permanente representativa dos acabamentos (Dias *et al.*, 2018). De acordo com Binder *et al.* (2022) uma grande percentagem da perda de rigidez destes sistemas provém da elevada fluência do betão. Deste modo, apesar de ser um ótimo aliado no aumento da rigidez e capacidade resistente do sistema composto, o betão revela-se também um elemento que pode condicionar o desempenho a longo prazo das lajes mistas MLC-betão.

## **2.5 Dimensionamento dos Sistemas de Laje**

As recomendações para o dimensionamento de lajes constituídas total ou parcialmente por MLC, não se encontram discriminadas de forma explícita no atual Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1:2004). Este facto provém essencialmente da falta de informação teórica e experimental relativa ao comportamento da MLC enquanto material à data da publicação deste regulamento (2004). Neste momento encontra-se em discussão a nova geração do Eurocódigo 5 (prEN 1995-1-1) na qual procura-se colmatar a ausência regulamentar, seja na padronização de parâmetros materiais seja nos métodos de dimensionamento aplicáveis à MLC. Enquanto a nova geração do Eurocódigo 5 não é publicada, a MLC é dimensionada tendo por base as ETA (*European Technical Assessment*) de cada produtor e manuais de dimensionamento que têm vindo a ser publicados (Untersieser e Schickhofer, 2013; Wallner-Novak *et al.*, 2014; Wallner-Novak *et al.*, 2018 e Gustafsson, 2019).

O dimensionamento clássico de elementos em madeira, incluindo a MLC, assume um comportamento linear-elástico do material. Contudo, em sistemas de laje composta onde a madeira é conjugada com o betão ou aço, pode revelar-se vantajoso considerar o comportamento plástico dos materiais. Neste contexto, alguns métodos de cálculo considerando o comportamento plástico dos materiais podem ser utilizados, sendo alguns destes abordados em Zhang (2013) e Kyvelou *et al.* (2017). Porém, uma vez que esta dissertação tem foco em sistemas constituídos total ou parcialmente em MLC, apenas serão analisadas e discutidas as metodologias de dimensionamento normalmente aplicadas a este produto. Posto isto, nesta secção é feita uma breve descrição dos princípios básicos e métodos de cálculo estrutural e dinâmico, típicos da MLC, e aplicados a sistemas de laje.

### 2.5.1 Princípios Básicos de Dimensionamento da MLC

Em analogia ao recomendado para outros derivados de madeira, as propriedades mecânicas de projeto da MLC devem ser corrigidas através de coeficientes que consideram, para efeitos de dimensionamento, a variação comportamental do material face às condições (tipo de derivado de madeira, clima, duração da carga, etc.) a que está sujeito. É assim importante definir os seguintes coeficientes: coeficiente parcial de segurança ( $\gamma_M$ ), coeficiente de modificação ( $k_{mod}$ ) e coeficiente de deformação ( $k_{def}$ ). Além destes, um coeficiente de efeito de sistema ( $k_{sys}$ ), próprio dos elementos em MLC, pode ainda ser considerado (Wallner-Novak *et al.*, 2014 e Gustafsson, 2019 e ETA-14/0349:2022).

O coeficiente de modificação visa adaptar as propriedades resistentes da MLC às condições reais de carregamento e exposição ambiental. Este é determinado em função da duração da carga e da classe de serviço, limitando-se às classes 1 (madeira isolada do solo, sob abrigo e protegida da humidade) e 2 (madeira isolada sob abrigo, mas em contacto permanente com fontes de humidade) para os elementos em MLC. Face à ausência de regulamentação específica para este derivado de madeira, é sugerido que os valores a ser adotados para os coeficientes parcial de segurança e de modificação sejam idênticos aos regulados para a ML (Unterwieser e Schickhofer, 2013 e Brandner *et al.*, 2016). Esta sugestão advém das semelhanças de fabrico, geometria, classificação e comportamento mecânico destes derivados de madeira. Atualmente, alguns países europeus já recomendam nos seus anexos nacionais valores de  $\gamma_M$  específicos para a MLC. O mesmo acontece na versão em discussão do EC5 onde é recomendado o valor de  $\gamma_M = 1,25$ . As Tabelas 2.7 e 2.8 apresentam os valores de  $k_{mod}$  e  $\gamma_M$  recomendados em Wallner-Novak *et al.* (2014), Wallner-Novak *et al.* (2018); Gustafsson (2019), prEN 1995-1-1:2021 (prEC5) e alguns anexos nacionais.

Tabela 2.7 - Valores de  $k_{mod}$  recomendados para a MLC.

Classe de duração das ações	Permanente	Longo prazo	Médio prazo	Curto prazo	Instantâneo
$k_{mod}$	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10

Tabela 2.8 - Valores de  $\gamma_M$  recomendados para a MLC.

Norma/Anexo Nacional	AT, GB, SE, prEC5	DE, ES, FR	NO	IT
$\gamma_M$	1,25	1,30	1,15	1,50

Quando analisadas a longo prazo, as propriedades da MLC devem ser afetadas por um coeficiente de deformação ( $k_{def}$ ) responsável por simular analiticamente a fluência do material. Este coeficiente varia em função do derivado de madeira e do ambiente a que se encontra exposto. Em analogia aos coeficientes anteriormente abordados, a norma europeia carece de informação inerente à MLC. Em Gustafsson (2019) é proposto que o coeficiente de deformação seja definido em função do número de camadas, onde para painéis com mais de 7 camadas são recomendados valores iguais ao contraplacado de madeira. Em Jöbst e Schickhofer (2007) é proposto que este coeficiente seja obtido através da majoração de 10% do valor recomendado para o contraplacado de madeira. O anexo nacional alemão (DIN EN 1995-1-1/NA:2010), por sua vez, recomenda a adoção de valores idênticos à madeira maciça e à ML enquanto segundo o anexo nacional austríaco (ÖNORM B 1995-1-1:2019) deve ser aplicado o mesmo valor que o recomendado para o contraplacado de madeira (Brandner et al., 2018). A prEN 1995-1-1:2021 segue a mesma ideologia que este último, onde  $k_{def} = 0,8$  e  $1,0$  para classes de serviço 1 e 2, respetivamente. Na prática, este fator é comumente adotado com base na ETA do produtor.

No que se refere ao coeficiente  $k_{sys}$ , este é apenas aplicável para as propriedades resistentes de tração e flexão da MLC e simula o efeito interativo entre lamelas paralelas face aos respetivos esforços, podendo este ser benéfico no comportamento mecânico do elemento. Segundo diversos manuais de dimensionamento e ETA, este valor pode variar de 0,9 a 1,2, em função do número de lamelas solicitadas e da largura dos painéis. Em Wallner-Novak et al. (2014) e ETA-14/0349:2022, é recomendado que este coeficiente seja determinado em função do número de lamelas, dispostas lado a lado, sujeitas às tensões de flexão e tração. Numa fase inicial de dimensionamento a definição do número de lamelas pode revelar-se difícil pelo que em Gustafsson (2019) é sugerida outra metodologia, onde o coeficiente de efeito de sistema é determinada função da largura efetiva do painel de MLC ( $b$ ) de acordo com a equação (2.2):

$$k_{sys} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1,15 \\ 1 + 0,1b \end{array} \right. \quad (2.2)$$

O efeito de sistema não deve ser aplicado nos casos em que apenas uma lamela/tábua é sujeita a tensões de *rolling shear* (Wallner-Novak et al., 2014). Além disso, é importante garantir que a largura das lamelas cumpre os requisitos da EN 16351, sendo vantajoso que esta seja superior a 250 mm. Para dimensões inferiores, um valor de 0,90 é recomendado para este coeficiente em Wallner-Novak et al. (2014) indicando, nesses casos, uma redução da capacidade resistente do elemento. Para o dimensionamento da MLC enquanto laje, é comum que este coeficiente seja considerado unitário.

## 2.5.2 Princípios Básicos de Dimensionamento das Lajes Compostas

Para as lajes compostas estudadas nesta dissertação, além da MLC, é também necessário ajustar as propriedades de resistência dos restantes materiais e sistemas de ligação. Desta forma, é seguidamente apresentada uma revisão dos coeficientes a ser considerados para o dimensionamento das lajes compostas, atendendo a sua variação e aplicabilidade em função dos materiais e sistemas de ligação.

### I. Coeficiente parcial de segurança

A definição do coeficiente parcial de segurança permite uma representação conservativa do comportamento real dos materiais, considerando o carácter incerto da sua resposta estrutural. Este coeficiente é definido de acordo as recomendações do Eurocódigo referente ao respetivo material. Para o betão, constituinte do sistema de laje mista MLC-betão, este coeficiente é definido na Tabela 2.1N da EN 1992-1-1:2004. Em elementos de madeira e sistemas de ligação, o coeficiente parcial de segurança é recomendado na Tabela 2.3 da EN 1995-1-1:2004. No caso das ligações de corte entre elementos de madeira e betão, um valor específico é recomendado na Tabela 2.1 da EN 1995-2:2004, pelo que este deve ser utilizado.

A Tabela 2.9 resume os coeficientes parciais de segurança a ser considerados para os materiais/elementos constituintes dos sistemas de laje composta em estado limite último. De referir que não é feita nenhuma referência ao aço, uma vez que, em termos de verificação de tensões, a tensão resistente de cálculo é obtida de forma direta em função da classe de resistência do aço, sem necessidade de qualquer correção.

*Tabela 2.9 - Valores de coeficiente parcial de segurança recomendados para os elementos/materiais constituintes dos sistemas de laje composta.*

Elemento/Material	Coeficiente parcial de segurança
Madeira Lamelada Colada (ML)	$\gamma_M = 1,25$
Madeira Maciça (MM)	$\gamma_M = 1,30$
Sistema de ligação da laje mista MLC-betão	$\gamma_M = 1,25$
Sistema de ligação de laje composta MLC-vigas de madeira	$\gamma_M = 1,30$
Sistema de ligação de laje composta MLC-vigas de aço	$\gamma_M = 1,30$
Betão	$\gamma_c = 1,50$

## II. ***Coefficiente de modificação***

O coeficiente de modificação ( $k_{mod}$ ) deve ser considerado para o ajuste das propriedades de resistência das vigas de madeira (constituintes das lajes compostas MLC-vigas de madeira) e sistemas de ligação. Este é definido em função das condições de carregamento (duração de carga) e classe de serviço. Para as vigas de madeira o coeficiente de deformação é definido na Tabela 3.1 da EN 1995-1-1:2004, sendo, para o caso da ML, os valores previamente expostos na Tabela 2.7. Relativamente aos sistemas de ligação, a determinação deste coeficiente depende dos elementos que este une e sobre os quais está inserido. Em sistemas de laje composta MLC-vigas de madeira, onde os elementos apresentam um comportamento ao longo do tempo distinto, é recomendado na cláusula 2.3.2.1(2) da EN 1995-1-1:2004 a determinação do coeficiente de modificação da ligação de acordo com a equação (2.3):

$$k_{mod} = \sqrt{k_{mod,1} \cdot k_{mod,2}} \quad (2.3)$$

Onde  $k_{mod,1}$  e  $k_{mod,2}$  são os coeficientes de modificação dos elementos de madeira 1 e 2.

Para as ligações madeira-betão, nenhuma recomendação é feita no Eurocódigo 5, pelo que a especificação técnica FprCEN/TS 19103:2021 (cláusula 4.3.2(4)) apresenta uma metodologia apropriada a este tipo de ligação. Esta norma, ainda não padronizada, recomenda que o coeficiente de deformação da ligação seja obtido em função de um coeficiente relativo ao betão  $k_{tc}$  (definido na 3.1.6(1) da EN 1992-1-1:2004) que considera os efeitos desfavoráveis resultantes do modo como a carga é aplicada, e o coeficiente de modificação do elemento de madeira:

$$k_{mod}' = \sqrt{k_{tc} \cdot k_{mod}} \quad (2.4)$$

Em sistemas de laje composta MLC- vigas de aço, uma vez que as recomendações são ainda escassas, o coeficiente de modificação do sistema de ligação é comumente adotado com um valor idêntico ao do elemento de madeira.

## III. ***Coefficiente de deformação***

Face aos sistemas de laje composta objeto de estudo nesta dissertação, o coeficiente de deformação ( $k_{def}$ ) deve ser definido, além da MLC, para as vigas de madeira, camada de betão e sistemas de ligação. Este coeficiente simula, no processo de dimensionamento, o efeito do carregamento e humidade nas propriedades de resistência dos materiais. Para a madeira, o coeficiente de deformação é recomendado

na Tabela 2.3 da EN 1995-1-1:2004 em função do tipo de derivado de madeira e da sua classe de exposição. Na Tabela 2.10 são apresentados os valores de coeficiente de deformação recomendados para a madeira maciça (MM) e madeira lamelada colada (ML).

Tabela 2.10 - Valores de  $k_{def}$  (EN 1995-1-1:2004).

Material	Norma	Classe de serviço		
		1	2	3
Madeira Lamelada Colada (ML)	EN 1408-1-1	0,60	0,80	2,00
Madeira Maciça (MM)	EN 14080	0,60	0,80	2,00

No que se refere aos sistemas de ligação, a definição do coeficiente de deformação é variável em função do sistema composto em análise. De acordo com o Eurocódigo 5, para de sistemas de ligação constituintes de sistemas compostos em madeira com diferente comportamento ao longo do tempo, como é o caso das lajes MLC-vigas de madeira, o coeficiente de deformação deve ser determinado de acordo com (cláusula 2.3.2.2(4) da EN 1995-1-1:2004):

$$k_{def} = 2 \cdot \sqrt{k_{def,1} \cdot k_{def,2}} \quad (2.5)$$

Onde  $k_{def,1}$  e  $k_{def,2}$  são o coeficiente de deformação dos elementos em madeira 1 e 2, respetivamente. Em lajes compostas MLC-vigas de aço, a aplicação de um coeficiente de deformação restringe-se à MLC e ao sistema de ligação. Para o sistema de ligação, de forma similar ao praticado no coeficiente de modificação, deve adotar-se o valor do coeficiente de deformação idêntico ao da madeira. No caso dos sistemas de ligação de lajes mista MLC-betão, a ausência de informação acerca desta ligação no Eurocódigo leva à necessidade de adoção de outras normas não padronizadas, entre as quais a mais recente FprCEN/TS 19103:2021. Esta norma recomenda a determinação do coeficiente de deformação em função do comportamento do elemento de madeira (cláusula 4.3.2(6)):

$$k_{def}' = 2 \cdot k_{def} \quad (2.6)$$

Onde  $k_{def}$  é o coeficiente de deformação do elemento de madeira.

Relativamente ao betão, a EN 1992-1-1:2004 recomenda a determinação desta propriedade de acordo com a composição do betão, as suas dimensões, a humidade e temperatura do ambiente, a idade do betão quando sujeito ao primeiro carregamento e a intensidade de carga. Focando nos sistemas de laje mista MLC-betão e tendo em conta a variabilidade das dimensões da camada de betão bem como

caráter incerto das suas propriedades numa fase prévia de dimensionamento, é comum por parte dos projetistas adotar um valor genérico para este coeficiente. Um valor de  $\varphi = 2$  é por exemplo utilizado pela empresa KLH (KLH,2019) para o pré-dimensionamento dos sistemas de laje mista MLC-betão. Este valor é condicente com o valor recomendado no antigo Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado (REBAP), pelo que se revela potencialmente adequado para o dimensionamento dos sistemas de laje mista MLC-betão pretendido numa fase mais avançada desta dissertação.

#### **IV. Coeficiente de efeito volume**

O coeficiente de efeito volume ( $k_h$ ) ajusta a capacidade resistente à flexão ou à tração paralela às fibras da madeira em função da sua geometria da secção transversal. Atendendo os sistemas de laje composta anteriormente abordadas, este coeficiente é direcionado para as vigas de madeira, constituintes das lajes compostas MLC-vigas de madeira, devendo ser considerado para a determinação da sua capacidade resistente. De acordo com o Eurocódigo 5, este parâmetro é obtido com base numa altura de referência para elementos flexionados e numa largura de referência para elementos tracionados, sendo esta de 150 e 600 mm para a MM e ML, respetivamente. Desta forma o coeficiente de efeito volume deve ser determinado de acordo com a equação (2.7) para a MM e equação (2.8) para a ML (cláusula 3.2 e 3.3 da EN 1995-1-1:2004):

$$k_h = \begin{cases} (150/h)^{0,2} & , se h < 150 \\ 1,3 & , se h \geq 150 \end{cases} \quad (2.7)$$

$$k_h = \begin{cases} \min(600/h)^{0,1}; 1,1 & , se h < 600 \\ 1 & , se h \geq 600 \end{cases} \quad (2.8)$$

Onde  $h$  é a altura da viga quando sujeita a esforços de flexão e a largura da viga quando sujeita a esforços de tração paralelos às fibras da madeira. Uma vez que nesta dissertação os sistemas de laje serão analisados à flexão, o valor de  $h$  é dado pela altura da viga constituinte do sistema de laje.

#### **V. Coeficiente de fissuração**

O coeficiente de fissuração ( $k_{cr}$ ) representa, para efeitos de dimensionamento, a perda da capacidade resistente ao corte dos elementos de madeira associada ao desenvolvimento de fissuras provenientes da fragilidade comportamental deste material face à variação das condições ambientais e consequentes fenómenos de retração e expansão (Megny *et al.*, 2016). No âmbito dos sistemas de laje analisados,

este coeficiente deve ser considerado para as vigas de madeira constituintes dos sistemas de laje composta MLC-vigas de madeira.

Para a madeira maciça e madeira lamelada colada, o Eurocódigo 5 (cláusula 6.1.7 da EN 1995 - 1-1:2004) recomenda o valor de  $k_{cr} = 0,67$ , assumindo que as fissuras se desenvolvem com uma profundidade equivalente a 1/3 da largura da viga. É importante referir que estes valores podem ser modificados em função do país, devendo nesses casos atender ao respetivo Anexo Nacional. Para a MLC este coeficiente é normalmente considerado unitário (Brandner *et al.*, 2016).

### 2.5.3 Métodos de Cálculo Estrutural

Os esforços mais condicionantes ao longo vida útil dos sistemas de laje resultam das cargas verticais, principalmente aquelas impostas pelos utilizadores. O desempenho dos sistemas face a essas cargas é assim ditado pela sua rigidez à flexão. Em secções compostas esta propriedade traduz-se numa rigidez efetiva, resultado do efeito combinado dos elementos que compõem a secção, sendo este assegurado total ou parcialmente por um sistema de ligação. O funcionamento da MLC pode ser equiparado ao de uma secção composta, isto é, o seu comportamento é ditado pela ação conjunta das lamelas responsáveis por assegurar a capacidade de carga do elemento. Desta forma, os métodos de cálculo estrutural desenvolvidos para a MLC podem ser adaptados através de pequenas modificações nos sistemas de lajes compostas.

Na MLC, a flexibilidade ao corte demonstrada pelas camadas ortogonais favorece deformações diferenciais entre camadas, invalidando assim a utilização da teoria da flexão simples de Euler-Bernoulli. Face a isto, outros métodos devem ser considerados. Os métodos mais utilizados são: teoria da viga flexível de Timoshenko, método de analogia ao corte e método *Gamma* ( $\gamma$ ). A diferença entre estes métodos reside principalmente na forma como a influência das camadas ortogonais é considerada no cálculo da rigidez efetiva à flexão.

O método *Gamma* ( $\gamma$ ) é o método recomendado em Wallner-Novak *et al.* (2014) e Gustafsson (2019) para o dimensionamento da MLC. A aplicabilidade deste método para a MLC derivou de uma adaptação do método apresentado no anexo B do EC5, onde a rigidez da ligação aparafusada foi substituída pela rigidez ao corte perpendicular às fibras das camadas ortogonais, consideradas como ligadores imaginários. A rigidez efetiva à flexão é calculada segundo o somatório da rigidez à flexão de cada camada longitudinal e considerando os termos de Steiner conjugados com um fator  $\gamma$ , denominado fator de flexibilidade. Este fator traduz a rigidez da ligação entre camadas.

Assim, a flexibilidade ao corte das camadas é considerada indiretamente no cálculo da rigidez efetiva à flexão, sendo esta calculada segundo a equação (2.9):

$$(EI)_{ef} = \sum_i^n (E_i I_i + \gamma_i E_i A_i a_i^2) \quad (2.9)$$

Onde  $(EI)_{ef}$  é a rigidez efetiva à flexão,  $\gamma_i$  é o fator de flexibilidade relativo à camada  $i$ ,  $E_i$  é o módulo de elasticidade da camada  $i$ ,  $I_i$  é o momento de inércia da camada  $i$  (ou segundo momento de área),  $A_i$  é a área da camada  $i$  e  $a_i$  é a distância do centro de gravidade da camada  $i$  ao centro de massa da secção transversal.

Em contraste com o método *Gamma* ( $\gamma$ ), a teoria da viga de Timoshenko e o método de analogia ao corte, consideram diretamente a influência das camadas transversais, através do cálculo da rigidez efetiva ao corte da secção transversal ( $GA_{ef}$ ). Estes métodos tomam como separado o cálculo da rigidez efetiva à flexão<sup>13</sup> e da rigidez efetiva ao corte. No método de analogia ao corte estas propriedades são associadas respetivamente a duas vigas virtuais ligadas rigidamente entre si e com a mesma deformação (viga “A” e viga “B”). A viga “A” apresenta uma rigidez à flexão igual ao somatório da rigidez à flexão de cada camada e rigidez ao corte infinita. A viga “B” é representativa da soma dos pontos de Steiner de cada camada e com uma rigidez ao corte definida (Bogensperger *et al.*, 2012 e Simović *et al.*, 2023). Na teoria da viga de Timoshenko a rigidez efetiva à flexão é calculada assumindo uma ligação rígida entre camadas ( $\gamma = 1$ ) e a rigidez efetiva ao corte é calculada segundo um fator de correção  $\kappa$  que materializa a variação da rigidez ao corte ao longo da secção transversal, sendo este obtido através de uma integração numérica (Jeleč *et al.*, 2018). Segundo este método, a rigidez efetiva ao corte é definida por:

$$(GA)_{ef} = \kappa \cdot GA = \sum_i (G_i \cdot b_i \cdot t_i) \quad (2.10)$$

Onde,  $GA$  é a rigidez ao corte,  $\kappa$  é o coeficiente de correção de corte,  $G_i$  é o módulo de corte da camada  $i$ ,  $b_i$  é a largura da camada  $i$  e  $t_i$  é a espessura da camada  $i$ .

No caso de lajes de seção composta, estes métodos podem também ser utilizados no seu dimensionamento através de algumas adaptações inerentes à configuração e propriedades dos materiais. Para sistemas de lajes vigadas (MLC-vigas de madeira e MLC-vigas de aço) é recomendada a consideração de uma largura efetiva, por forma a considerar o efeito de *shear lag* propício nestas configurações (Thiel e Brandner, 2016 e Kleinhenz, 2022). Além disso, é necessário avaliar a viabilidade

---

<sup>13</sup> Nestes métodos, a influência das camadas transversais é geralmente negligenciada devido ao elevado rácio presente entre os módulos de elasticidade longitudinais e transversais (Brandner *et al.* 2016).

dos métodos de cálculo estrutural face aos sistemas de laje considerados. A teoria da viga de Timochenko é recomendada em Wallner Novak *et al.* (2018) e Kleinhenz (2022) para o dimensionamento de sistemas compostos em MLC-vigas de ML, onde a ligação rígida é conseguida por um sistema de ligação híbrido de parafusos e cola (ligação aparafusada colada). O pressuposto de ligação rígida assumido por esta teoria demonstra ser um fator limitativo no seu uso em sistemas compostos, uma vez que o grau de ação composta que dela advém é raramente garantido, principalmente em sistemas mistos MLC-betão e compostos MLC-vigas de aço.

O método de analogia ao corte é de todos o que apresenta uma maior precisão de resultados. A sua aplicabilidade estende-se para todos os sistemas de laje, sendo válido segundo qualquer rigidez de ligação, número de camadas e configurações de carregamento (Dias *et al.*, 2018; Mård, 2022 e Simović *et al.*, 2023). Contudo, a estas vantagens está associada uma maior complexidade e esforço computacional que, face aos restantes métodos pode ser apontada como uma desvantagem.

O método *Gamma* ( $\gamma$ ) é o método mais aproximado à metodologia do Anexo B do EC5, sendo facilmente aplicado no cálculo estrutural de sistemas de laje composta (Loss e Davison, 2017; Jiang e Crocetti, 2019 e Shahnewaz *et al.*, 2022b). Em Bogensperger *et al.* (2012), Bajzecerová (2017) e Mård (2022) é comprovado que este método, apesar de não considerar de forma direta a deformação por corte, apresenta resultados próximos aos restantes, sendo a altura e o vão das lajes parâmetros decisivos. Este comportamento é justificado em Fellmoser e Blaß (2004), onde os autores concluíram que a influência da deformação por corte na deformação total é dependente do rácio vão/espessura da MLC. Esta influência diminui com o aumento do rácio, sendo negligenciável para valores superiores a 30 (tipicamente praticados nos sistemas de laje). Além disso, algumas limitações inerentes a este método, entre as quais o número limite de camadas, conseguem ser ultrapassadas através de versões modificadas posteriormente desenvolvidas ("Extended Gamma Method"). Deste modo, o método *Gamma* ( $\gamma$ ) é o que melhor concilia a precisão dos resultados com simplicidade de cálculo, sendo por isso um ótimo candidato para o cálculo estrutural da rigidez efetiva à flexão dos sistemas de laje, objeto de estudo nesta dissertação.

#### **2.5.4 Métodos de Cálculo Dinâmico**

A análise do comportamento às vibrações dos sistemas lajes é essencial para avaliar o comportamento destes elementos estruturais e suas repercussões no utilizador. A utilização de MLC torna os sistemas de laje mais suscetíveis a vibrações (principalmente quando tentam ser atingidos grandes vãos) resultado do seu baixo peso (Simović *et al.*, 2023). Várias metodologias de cálculo foram desenvolvidas sendo que,

em geral, todas estas definem a qualidade do comportamento vibratório das lajes com base em critérios de dimensionamento assentes em limites de frequência natural, rigidez, aceleração e velocidade (quando aplicável). As condições e tipo de apoio, o amortecimento e a rigidez à flexão são alguns dos parâmetros mais importantes para a definição destes critérios.

O processo de dimensionamento visa o correto funcionamento do sistema estrutural e o conforto dos utilizadores. Este comportamento é garantido através da definição de uma distância de valores entre a frequência de excitação provocada pelo utilizador (quando percorre a laje) e a frequência fundamental da laje, por forma a controlar a ressonância do sistema (Wallner-Novak *et al.*, 2014). A frequência de excitação provocada pelo utilizador varia entre 1,5 e 2,5Hz (Simović *et al.*, 2023). Por conseguinte, a EN 1995-1-1:2004 define uma frequência fundamental de 8Hz como indicador de qualidade do comportamento vibratório. Para frequências fundamentais superiores, o dimensionamento é baseado em limites de deformação e velocidade, determinados em função de dois parâmetros (a,b), que definem a qualidade comportamental da laje (Figura 2.15). No que se refere a frequências inferiores, estas são consideradas desconfortantes para o utilizador. Para esses casos, nenhuma informação é fornecida pelo Eurocódigo 5, o que torna esta metodologia incompleta e limitada. Face a isto, outras metodologias devem ser utilizadas.

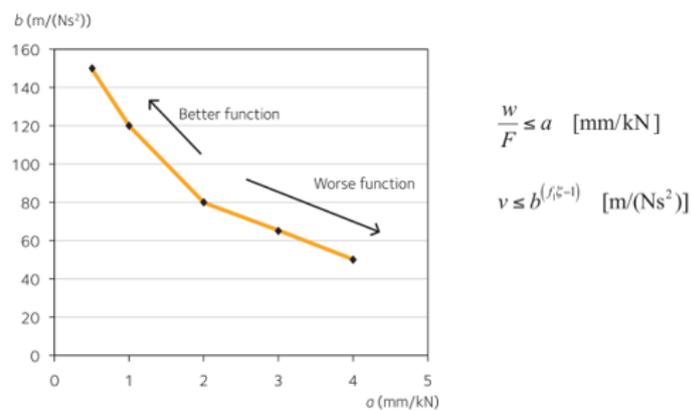


Figura 2.15 - Definição dos critérios de deformação e aceleração de acordo com a metodologia recomendada no Eurocódigo 5 (Gustafsson, 2019). Onde  $w$  é a deformação instantânea pontual,  $F$  é a força concentrada aplicada na laje,  $v$  é a velocidade de impulso unitário,  $f_1$  é a frequência fundamental e  $\zeta$  é o coeficiente de amortecimento.

O anexo nacional austríaco (ÖNORM B 1995-1-1:2019) é neste momento a norma europeia mais completa no que toca a critérios de dimensionamento de lajes em MLC. A metodologia nele apresentada é utilizada pelos produtores de MLC para a definição de tabelas de pré-dimensionamento e é baseada no método proposto por Hamm *et al.* (2010). Neste método, os critérios de frequência fundamental e rigidez de vibração (deformação pontual) devem ser cumpridos, sendo os valores limite definidos em função da classe de laje regulada pela sua utilização/solicitação. No caso da frequência fundamental ser

inferior ao valor limite, é ainda recomendada a verificação de um critério de aceleração de vibração (esta metodologia é explicada em detalhe na secção 3.4.2).

Para além das descritas nas normas europeias, outras metodologias foram desenvolvidas, entre as quais a apresentada em Hu e Gagnon (2012), Thiel *et al.* (2013) e Abeysekera *et al.* (2018). Os métodos distinguem-se pelos critérios adotados e pela forma como são obtidos. A Tabela 2.11 apresenta, de forma resumida, os critérios considerados pelas diferentes metodologias de dimensionamento no que se refere às vibrações de sistemas de laje. Entre estes métodos, apenas o Hu e Gagnon (2012) e Thiel *et al.* (2013) consideram a deformação por corte das camadas. Esta propriedade, inerente à MLC, provoca uma diminuição da frequência fundamental e um aumento da deformação, podendo ser limitadora no que se refere ao comportamento dinâmico das lajes. Para uma análise mais detalhada sugere-se ao leitor as publicações Simović *et al.* (2022 e 2023). Para lajes compostas, as mesmas metodologias de cálculo podem ser utilizadas, contudo deve ser considerada a ação composta dos materiais, isto é, a massa e rigidez efetiva do sistema composto (Quang Mai *et al.*, 2018 e Stora Enso, 2022).

Tabela 2.11 - Critérios considerados segundo os diferentes métodos de dimensionamento à vibração (Adaptado de Simović *et al.* 2022).

Método	Frequência	Rigidez	Velocidade	Aceleração
EC5	Sim	Sim	Sim	Não
Hamm <i>et al.</i> (2010)	Sim	Sim	Não	Sim
Thiel <i>et al.</i> (2013)	Sim	Sim	Não	Sim
Hu e Gagnon (2012)	Sim	Sim	Não	Não
Abeysekera <i>et al.</i> (2018)	Sim	Sim	Sim	Sim

No caso de ser necessário verificar o critério de aceleração, deverá ser definido o coeficiente de amortecimento  $\zeta$ . O seu valor pode ser adotado de acordo com normas europeias e respetivos anexos nacionais, especificações técnicas, manuais de dimensionamento e ensaios experimentais (ÖNORM B 1995-1-1:2019; prEN 1995-1-1:2021; FprCEN/TS 19103:2021; Gustafsson, 2019 e Stora Enso, 2022). Na prática, o amortecimento de um sistema de laje é proveniente de três origens: amortecimento da estrutura, amortecimento devido aos revestimentos e amortecimento devido ao mobiliário (Hassanieh *et al.*, 2019). Assumindo que este último é constante, é perceptível que o peso da estrutura e dos revestimentos são definidores do amortecimento, sendo estes variáveis entre ou para um mesmo sistema de laje. Deste modo, o valor de coeficiente de amortecimento sugerido nas normas/manuais para um determinado sistema de laje nem sempre é o mais adequado, cabendo ao projetista realizar essa análise.

A nova versão do EC5, prEN 1995-1-1:2021, irá apresentar uma metodologia de dimensionamento baseada no método proposto em Abeysekera *et al.* (2018). Segundo este método, a definição dos critérios de vibração é dada por níveis de comportamento, avaliados segundo duas categorias de utilização. A cada categoria estão associados três tipos de escolha (escolha de qualidade, base ou económica) através das quais são definidos os valores limite a considerar para os critérios. Na Figura 2.16 é apresentada a metodologia considerada em Abeysekera *et al.* (2018) para a definição dos critérios de vibração.

Criteria	Floor performance levels					
	Level I	Level II	Level III	Level IV	Level V	Level VI
Frequency $f_1$ [Hz] $\geq$	4,5					
Stiffness criteria $w_{TKN}$ [mm] $\leq$	0,25		0,5	0,8	1,2	1,6
Response factor $R$	4	8	12	16	20	24
Acceleration criteria when $f_1 < 8$ [Hz] $a_{rms}$ [m/s <sup>2</sup> ] $\leq$	R x 0,005					
Velocity criteria when $f_1 \geq 8$ [Hz] $v_{rms}$ [m/s] $\leq$	R x 0,0001					
Use category	Quality choice		Base choice		Economy choice	
A (residential)	Level III		Level IV		Level V	
B (office)	Level II		Level III		Level IV	

Figura 2.16 - Definição dos critérios de vibração em função do desempenho das lajes (Abeysekera *et al.*, 2018).

As metodologias de dimensionamento descritas nesta secção, apesar de suficientes na viabilização dos sistemas, apresentam alguns limites à sua utilização. Estas apenas são aplicáveis para situações de lajes regulares com condições de suporte simples e não consideram uma iteração complexa entre lajes. A sua utilização permite avaliar e controlar o efeito da vibração das lajes no utilizador, mas não caracteriza a sua resposta dinâmica. Face a isto, métodos mais desenvolvidos podem ser considerados, sendo estes já adotados em alguns estudos e manuais de projeto (Wallner-Novak *et al.*, 2014 e Hassanieh *et al.*, 2019).

### **3 DIMENSIONAMENTO DOS SISTEMAS DE LAJE**

O processo de dimensionamento é uma etapa fulcral para a implementação e viabilização das lajes enquanto sistema estrutural. Este é baseado em modelos de cálculo analíticos que visam simular o comportamento real do elemento estrutural delineado na sua conceção. A fiabilidade dos modelos de cálculo assenta numa série de considerações e especificidades, alusivas aos materiais utilizados e comportamento requerido, que conferem ao processo de dimensionamento alguma complexidade e exigem uma capacidade de análise e decisão por parte do projetista. Para elementos constituídos com madeira lamelada cruzada (MLC) esta complexidade é acrescida, derivado da sua carência descritiva e comportamental a nível regulamentar.

Neste capítulo é apresentada a metodologia de dimensionamento direcionada para lajes constituídas total e parcialmente em MLC, consideradas no estudo realizado que será apresentado no Capítulo 4. Face à variedade de configurações permitidas pela MLC, em especial quando combinada com outros materiais, esta análise foi restringida às soluções de laje mais representativas, de acordo com a revisão do estado de conhecimento apresentada no capítulo anterior. Desta forma, esta análise aborda os seguintes sistemas de laje:

- Laje em MLC constituída por 3,5 e 7 camadas;
- Laje mista MLC-betão (MLC constituída por 3 e 5 camadas);
- Laje composta MLC-vigas ML (MLC constituída por 3 camadas);
- Laje composta MLC-vigas de aço (MLC constituída por 3 camadas).

A metodologia apresentada resulta de uma análise seletiva e criteriosa, fundamentada nas normas europeias aplicáveis aos materiais considerados (Eurocódigos 0, 1, 2 e 3), em particular o Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1:2004) e a sua articulação com anexos nacionais, manuais de dimensionamento, especificações técnicas e estudos experimentais disponíveis. A análise contempla a verificação dos critérios de Estado Limite Último (ELU) e Estado Limite de Serviço (ELS), para curto e longo prazo, sob carregamento fora do plano, condicionante nos sistemas de laje. A apresentação destas metodologias é acompanhada por uma análise crítica relativa à sua aplicabilidade e viabilidade em função do sistema de laje estudado, entre outros aspetos de grande interesse para o projeto.

### 3.1 Rigidez Efetiva à Flexão (Lajes Parcialmente Compostas)

A ação composta de um elemento estrutural ocorre quando dois ou mais elementos são ligados e dependentes entre si para a distribuição de esforços, exercidos pela aplicação de uma carga, ao longo da secção transversal (Thilén, 2017). Derivado do funcionamento mecânico da MLC e do tipo de ligação que irá ser adotado para as lajes mistas/compostas, os sistemas de laje estudados nesta dissertação irão apresentar o comportamento típico de sistemas parcialmente compostos. Face às metodologias existentes e atendendo ao princípio de funcionamento destes sistemas, em particular às especificidades comportamentais da MLC, o método *Gamma* ( $\gamma$ ) apresenta-se como o mais adequado para o seu dimensionamento. Recorda-se que a descrição e aplicabilidade dos principais métodos de dimensionamento disponíveis foi já discutida na secção 2.5.3.

O método *Gamma* ( $\gamma$ ) foi o método considerado nesta dissertação para o dimensionamento dos sistemas de laje, mais especificamente, para a determinação da rigidez efetiva à flexão essencial para o cálculo das tensões, deformações e vibrações e conseguinte verificação dos critérios de estado limite último e estado limite de serviço. O cálculo destes parâmetros é abordado com mais detalhe nas secções 3.3 e 3.4. Como já foi referido, este método pode ser aplicado a uma grande variedade de sistemas compostos constituídos por materiais e sistemas de ligação com diversas propriedades geométricas e mecânicas. Porém, a sua utilização é restringida a alguns pré-requisitos e limitações. Esta contrariedade consegue ser ultrapassada através da utilização de versões modificadas deste método posteriormente desenvolvidas, entre as quais o *Extended Gamma Method*, que será também utilizado nesta dissertação para o dimensionamento dos sistemas de laje.

Nesta secção é feita uma descrição destes dois métodos de cálculo de sistemas de laje, no que se refere a sua utilização para o cálculo da rigidez efetiva à flexão essencial para o dimensionamento das lajes, posteriormente analisadas no Capítulo 4.

#### 3.1.1 Método *Gamma* ( $\gamma$ )

O método *Gamma* ( $\gamma$ ), originalmente desenvolvido por Möhler em 1956 (Möhler, 1956), é uma adaptação do método proposto no anexo B do Eurocódigo 5 para elementos em MLC. Segundo este método, a MLC é considerada como um sistema composto constituído por um conjunto camadas, materializadas por lamelas com propriedades geométricas e mecânicas específicas, ligadas entre si com uma determinada rigidez, avaliada através de fatores de flexibilidade ( $\gamma_i$ ). As propriedades das camadas contribuem de forma distinta em função do seu posicionamento na secção transversal. Posto isto, a rigidez efetiva à

flexão  $(EI)_{ef}$  é calculada com base nas propriedades geométricas e mecânicas dos elementos e de fatores de flexibilidade  $(\gamma_i)$ , como apresentado na equação (3.1). Para o caso das lajes compostas com vigas, a rigidez efetiva à flexão deve ser calculada atendendo a consideração de uma largura efetiva aplicada ao painel de MLC. O conceito associado a esta largura bem como a sua determinação é um assunto abordado em detalhe na secção 3.2.

$$(EI)_{ef} = \sum_i^n (E_i I_i + \gamma_i E_i A_i a_i^2) \quad (3.1)$$

Onde  $\gamma_i$  é o fator de flexibilidade,  $E_i$  é o módulo de elasticidade da camada resistente  $i$ ,  $I_i$  é o segundo momento área da camada resistente  $i$ ,  $A_i$  é a área transversal da camada resistente  $i$  e  $a_i$  é a distância entre o centro geométrico da camada resistente  $i$  e o eixo neutro da secção transversal.

De seguida, são apresentadas os conceitos e metodologias alusivas à determinação dos parâmetros supramencionados, essenciais para o cálculo da rigidez efetiva à flexão das lajes em MLC e lajes mistas/compostas, incluindo um sumário final dos pré-requisitos e limitações associados à utilização deste método.

### 3.1.1.1 Laje em MLC

A Figura 3.1 apresenta a definição da secção transversal de painéis de MLC simétricos com 3 e 5 camadas, respetivamente, de acordo com o método *Gamma* ( $\gamma$ ).

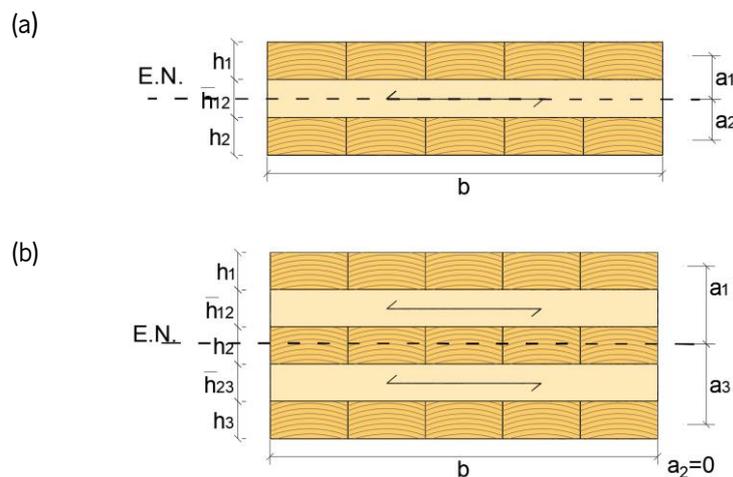


Figura 3.1 - Definição da secção transversal de uma laje em MLC. (a) MLC com 3 camadas. (b) MLC com 5 camadas.

Segundo o método *Gamma* ( $\gamma$ ), apenas as camadas longitudinais (paralelas ao desenvolvimento do vão) da MLC são consideradas como resistentes, isto é, apenas estas contribuem para a rigidez e distribuição das tensões ao longo da secção transversal. As camadas transversais, por sua vez, funcionam como elementos de ligação entre camadas resistentes. Desta forma a rigidez efetiva à flexão é calculada de forma semelhante à exemplificada no Anexo B da EN 1995-1-1:2004, considerando apenas as propriedades de rigidez das camadas longitudinais, e diferindo na determinação da rigidez de ligação entre essas camadas ( $\gamma_i$ ), onde, em vez da rigidez da ligação mecânica, é considerada a rigidez ao corte (*rolling-shear*) das camadas transversais:

$$s_i/K_i = h_{ij}/(G_{R,mean} \cdot b_{ij}) \quad (3.2)$$

Onde  $s_i$  é o espaçamento longitudinal entre ligadores,  $K_i$  é o módulo de deslizamento do sistema de ligação,  $\bar{h}_{ij}$  é a espessura da camada transversal,  $G_{R,mean}$  é o valor médio do módulo *rolling shear* e  $b_{ij}$  é a largura da camada transversal.

Atendendo a especificidade da ligação, os fatores de flexibilidade ( $\gamma_i$ ), necessários no cálculo da rigidez efetiva à flexão, são calculados em função de uma camada de referência, definida como a segunda camada resistente a contar da face superior da MLC (Figura 3.1), à qual corresponde um fator de flexibilidade unitário ( $\gamma_2 = 1$ .) As camadas adjacentes são ligadas de forma flexível à camada de referência sendo os seus fatores de flexibilidade dependentes desta:

$$\gamma_i = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_i A_i \bar{h}_{ij}}{l_{ref}^2 G_{r,mean} b} \right]^{-1}, \quad i = 1 \text{ e } 3 \quad (3.3)$$

Onde  $l_{ref}$  é o comprimento de referência dado pela distância entre momentos nulos (equivalente ao comprimento do vão para lajes simplesmente apoiadas).

Quanto à distância entre o centro geométrico das camadas e o eixo neutro da secção transversal ( $a_i$ ), esta é também calculada em função das propriedades (geométricas e mecânicas) das camadas e tendo em conta a camada de referência, de acordo com as seguintes equações<sup>14</sup>:

$$a_2 = \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot \left( \frac{h_1}{2} + \bar{h}_{12} + \frac{h_2}{2} \right) - \gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right)}{\sum_{i=1}^3 (\gamma_i \cdot E_i \cdot A_i)} \quad (3.4)$$

$$a_1 = \left( \frac{h_1}{2} + \bar{h}_{12} + \frac{h_2}{2} \right) - a_2 \quad (3.5)$$

---

<sup>14</sup> Para painéis de MLC de 3 camadas, considerar apenas  $i=1$  e  $2$ .

$$a_3 = \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right) + a_2 \quad (3.6)$$

Onde  $h_1$ ,  $h_2$  e  $h_3$  são as espessuras das camadas longitudinais.

### 3.1.1.2 Laje Mista/Composta

O método *Gamma* ( $\gamma$ ) pode também ser implementado em lajes mistas MLC-betão, lajes compostas MLC-vigas de ML e lajes compostas MLC-vigas de aço. Para estes sistemas de laje os elementos de ML, betão e aço são considerados como uma camada flexível resistente adicional da MLC, associada a um fator de flexibilidade ( $\gamma_i$ ), característico da ligação (Loss e Davison, 2017; Forsberg e Farbäck, 2020; Mård, 2022). As Figuras 3.2, 3.3 e 3.4 apresentam a definição da secção transversal dos sistemas de laje composta segundo o método *Gamma* ( $\gamma$ ).

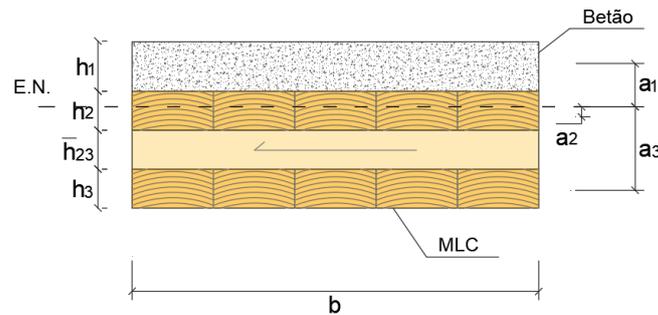


Figura 3.2 - Definição da secção transversal de uma laje mista MLC-betão segundo o Método *Gamma* ( $\gamma$ ).

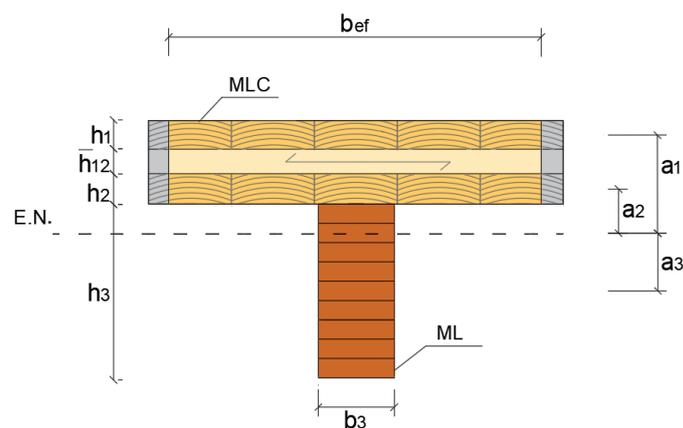


Figura 3.3 - Definição da secção transversal de uma laje composta MLC-vigas de ML segundo o Método *Gamma* ( $\gamma$ ).

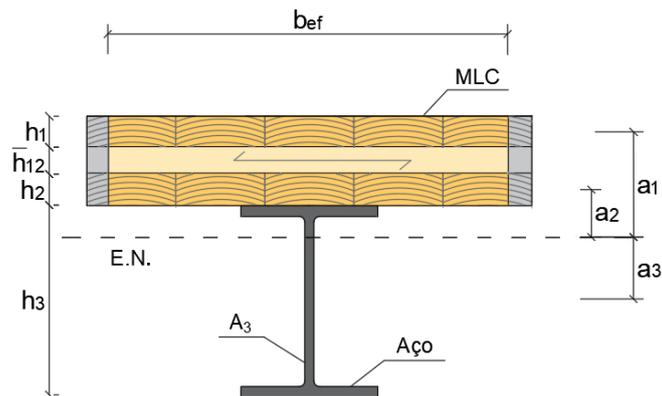


Figura 3.4 - Definição da secção transversal de uma laje composta MLC-vigas de aço segundo o Método Gamma ( $\gamma$ ).

No que se refere a estes sistemas de laje, são distinguidos dois tipos de ligação: ligação entre camadas longitudinais constituintes da MLC e a ligação entre a MLC e o material adjacente (betão, ML e aço). Para o primeiro caso, a ligação é assegurada pelas camadas transversais, sendo o fator de flexibilidade calculado em concordância com a equação (3.3). No segundo caso, a ligação é assegurada através de um sistema de ligação mecânico cujo fator de flexibilidade é determinado de acordo com a equação (3.7), analogamente ao proposto pelo anexo B da EN 1995-1-1:2004.

$$\gamma_i = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_i A_i S_i}{(K_i l^2)} \right]^{-1} \quad (3.7)$$

No que se refere à distância entre o centro geométrico das camadas resistentes e o eixo neutro da secção transversal ( $a_i$ ), esta é determinada da mesma forma que para as lajes de MLC, considerando as propriedades mecânicas e geométricas características de cada sistema composto. Este processo de cálculo é descrito de forma mais detalhada no Anexo D.

### 3.1.1.3 Aplicabilidade do Método (Pré-requisitos e Limitações)

A simplicidade de cálculo proporcionada por este método é um dos principais motivos da sua utilização no dimensionamento de sistemas compostos, no entanto, esta resulta de algumas considerações e simplificações matemáticas que tornam o seu uso limitado e válido de acordo com alguns pré-requisitos. A nível estrutural, a aplicação do método *Gamma* ( $\gamma$ ) demonstra-se adequada e competitiva, em relação aos restantes, para sistemas de laje de vão único simplesmente apoiados. Em lajes contínuas a determinação dos fatores de flexibilidade apresenta uma maior complexidade e menor precisão de resultados (Bogesperger, 2012 e Mård, 2022). A sua utilização é também limitada à configuração da

carga solicitante, ou seja, é restringida a cargas que geram uma distribuição sinusoidal de momentos, o que é verificado por exemplo com cargas uniformemente distribuídas (Forsberg e Farbäck, 2020 e Mård 2022). No que respeita a distribuição interna de esforços e tensões, este método não considera extensões inelásticas, sendo estas fortemente presentes nos sistemas de laje mista MLC-betão onde o betão é aplicado *in situ* (Dias *et al.*, 2018).

No que se refere à secção transversal, este método é aplicável nos sistemas de laje constituídos total ou parcialmente em MLC, independentemente das propriedades geométricas e mecânicas dos elementos (camadas) constituintes, desde que a sua rigidez e geometria sejam contantes ao longo do vão. De modo a cumprir estes requisitos é importante considerar uma distribuição constante do sistema de ligação ao longo do vão. O método *Gamma* ( $\gamma$ ) é também limitado ao número de camadas resistentes. Este é apenas aplicável para sistemas compostos com, no máximo, três camadas resistentes (Gustafsson, 2019 e Forsberg e Farbäck, 2020). Uma vez que segundo este método as camadas transversais da MLC não contribuem para capacidade resistente, a sua utilização é limitada a sistemas de laje de MLC com 5 camadas e sistema de laje mista/composta (MLC-betão, MLC-viga de ML e MLC-viga de aço) onde a MLC é constituída por 3 camadas. Esta limitação pode ser ultrapassada através de uma versão modificada deste método, denominada *Extended Gamma Method*, descrita na secção seguinte.

De acordo com a literatura existente, a utilização e aplicabilidade do método *Gamma* ( $\gamma$ ) para o dimensionamento de sistemas de laje composta MLC-vigas de aço não é idealmente validada (Loss e Davison, 2017 e Chiniforush *et al.*, 2021). Nestes estudos, a MLC é considerada como um elemento único em vez de um sistema composto por diferentes camadas. Esta simplificação, apesar de se demonstrar fiável para o cálculo da rigidez efetiva à flexão, não se revela adequada para a determinação das tensões instaladas na MLC. Além disso, a análise da MLC como um único elemento leva à necessidade da caracterização das suas propriedades geométricas e mecânicas, que por sua vez, ainda não são padronizadas na EN 1995-1-1:2004. Desta forma, o dimensionamento dos sistemas de lajes fica restringido às aprovações técnicas do produto inerentes ao seu fabricante. Nesta dissertação o método *Gamma* ( $\gamma$ ) foi utilizado para o dimensionamento dos sistemas de laje composta MLC-vigas de aço considerando as camadas de MLC como elementos individuais. Esta abordagem, apesar de respeitar todos dos requisitos necessários à utilização do método, não é sustentada de forma direta na literatura disponível. Deste modo, sugere-se uma posterior análise comparativa analítica e experimental.

### 3.1.2 *Extended Gamma Method*

O *Extended Gamma Method* foi desenvolvido em Schelling (1968) como uma versão ampliada do método *Gamma* ( $\gamma$ ). De forma análoga ao método *Gamma* ( $\gamma$ ), este método considera o funcionamento do sistema composto como resultado do acoplamento flexível dos elementos que o constituem. Por conseguinte, a rigidez efetiva à flexão é calculada de acordo com a equação (3.1), previamente apresentada. A sua aplicabilidade é independentemente do número de elementos resistentes o que induz a um processo de determinação dos fatores de flexibilidade mais aprofundado e complexo. Esta metodologia é descrita de seguida, incluindo algumas adaptações e especificidades relativas aos sistemas de laje estudados nesta dissertação.

#### 3.1.2.1 Laje em MLC

A aplicação do *Extended Gamma Method* é recomendada em Wallner-Novak *et al.*, (2014) para elementos em MLC constituídos por 7 ou mais camadas. A Figura 3.5 ilustra a secção transversal de uma laje em MLC constituída por 7 camadas e os parâmetros geométricos essenciais, considerados no processo de cálculo.

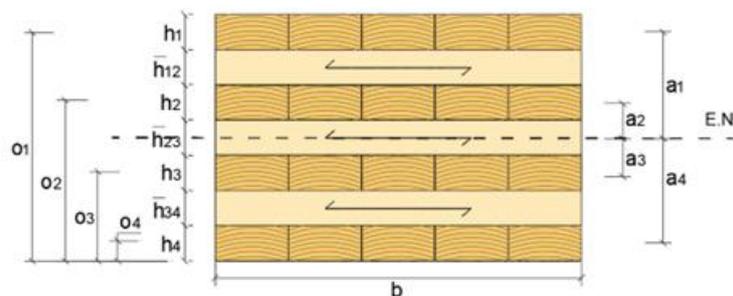


Figura 3.5 - Definição da secção transversal de uma laje em MLC simétrica de acordo com o *Extended Gamma Method*.

De acordo com este método os fatores de flexibilidade são obtidos através de uma resolução matricial associada a um sistema de equações lineares que consideram a geometria, rigidez das camadas resistentes (longitudinais) e rigidez ao corte das camadas transversais. O formato geral do sistema de equações é dado por:

$$V \cdot \gamma = s \quad (3.8)$$

$$\begin{bmatrix} v_{1,1} & v_{1,2} & 0 & \cdots & 0 \\ v_{2,1} & v_{2,2} & v_{2,3} & \cdots & 0 \\ 0 & v_{3,2} & v_{3,3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & v_{m-1,m} \\ 0 & 0 & 0 & v_{m,m-1} & v_{m,m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \vdots \\ \gamma_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ \vdots \\ s_m \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

As componentes constituintes da matriz  $V$  e do vetor  $s$  são calculadas de acordo com a equações abaixo apresentadas:

$$v_{i,i-1} = -C_{i-1,i} \cdot a_{i-1} \quad (3.10)$$

$$v_{i,i} = (C_{i-1,i} + C_{i,i+1} + D_i) \cdot a_i \quad (3.11)$$

$$v_{i,i+1} = -C_{i,i+1} \cdot a_{i+1} \quad (3.12)$$

$$s_i = -C_{i,i+1} \cdot (a_{i+1} - a_i) + C_{i-1,i} \cdot (a_i - a_{i-1}) \quad (3.13)$$

O cálculo destas componentes é dependente do parâmetro  $D_i$ , que considera a rigidez das camadas resistentes longitudinais,  $C_{j,k,transversal}$ , que considera a rigidez ao corte das camadas transversais e  $a_i$ , que representa a distância entre o centro geométrico das camadas e o eixo neutro da secção transversal.

Os parâmetros  $D_i$  e  $C_{j,k,transversal}$  são determinados de acordo com:

$$D_i = \frac{\pi^2 \cdot E_i \cdot b_i \cdot h_i}{l^2} \quad (3.14)$$

$$C_{j,k,transv} = \frac{b_i \cdot G_{R,j,k}}{\bar{h}_{j,k}} \quad (3.15)$$

A determinação da distância  $a_i$  é dependente da posição do eixo neutro da secção transversal do sistema de laje. De acordo com este método, o eixo neutro é calculado considerando apenas as propriedades geométricas e mecânicas dos elementos constituintes da secção transversal, negligenciando a flexibilidade de ligação entre camadas. Por conseguinte, o eixo neutro é determinado é dado por:

$$E.N. = \frac{\sum_{t=1}^n (E_i \cdot A_i \cdot o_i)}{\sum_{t=1}^n (E_i \cdot A_i)} \quad (3.16)$$

Onde  $o_i$  é a posição do centro geométrico da camada  $i$  em relação à base da secção transversal (ver Figura 3.5).

Para uma laje em MLC constituída por 7 camadas, o sistema de equações anteriormente apresentado é especificamente dado por:

$$\begin{bmatrix} v_{1,1} & v_{1,2} & 0 & 0 \\ v_{2,1} & v_{2,2} & v_{2,3} & 0 \\ 0 & v_{3,2} & v_{3,3} & v_{3,4} \\ 0 & 0 & v_{4,3} & v_{4,4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \gamma_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\begin{bmatrix} (C_{1,2} + D_1) \cdot a_1 & -C_{1,2} \cdot a_2 & 0 & 0 \\ -C_{1,2} \cdot a_1 & (C_{1,2} + C_{2,3} + D_2) \cdot a_2 & -C_{2,3} \cdot a_3 & 0 \\ 0 & -C_{2,3} \cdot a_2 & (C_{2,3} + C_{3,4} + D_3) \cdot a_3 & -C_{3,4} \cdot a_4 \\ 0 & 0 & -C_{3,4} \cdot a_3 & (C_{3,4} + D_4) \cdot a_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \gamma_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_{1,2} \cdot (a_2 - a_1) \\ -C_{2,3} \cdot (a_3 - a_2) + C_{1,2} \cdot (a_2 - a_1) \\ -C_{3,4} \cdot (a_4 - a_3) + C_{2,3} \cdot (a_3 - a_2) \\ C_{3,4} \cdot (a_4 - a_3) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Para uma informação mais detalhada sobre a utilização deste método em lajes de MLC, sugere-se a leitura do Anexo D.

### 3.1.2.2 Laje Mista/Composta

O *Extended Gamma Method* é proposto em Folsberg e Farbäck (2020) e Mård (2022) para lajes mista MLC-betão e composta MLC-vigas de ML, respetivamente. A sua utilização é normalmente requerida quando um painel de MLC apresenta uma constituição de 5 camadas e é conjugado com outro elemento estrutural, mais concretamente betão, aço ou ML. Nesses casos, o número de camadas resistentes ultrapassa o limite admitido pelo método *Gamma* ( $\gamma$ ) tornando impossível a sua utilização. A Figura 3.6 apresenta a caracterização da secção transversal de um sistema de laje mista MLC-betão, dimensionado nesta dissertação de acordo com o *Extended Gamma Method*.

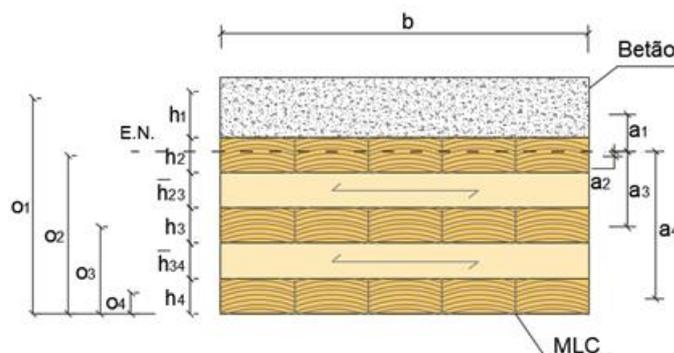


Figura 3.6 - Definição da secção transversal de uma laje mista MLC-betão de acordo com o *Extended Gamma Method*.

A aplicação deste método em sistemas de laje mista/composta é feita segundo a mesma metodologia de cálculo apresentada para a MLC, considerando as propriedades geométricas e mecânicas características dos materiais e sistema de ligação. Para além da rigidez ao corte das camadas transversais, deve ainda considerar-se a flexibilidade da ligação entre a MLC e o elemento adjacente. Esta é introduzida no sistema de equações lineares através do parâmetro  $C_{j,k,ligação}$ , calculado segundo:

$$C_{j,k,ligação} = \frac{K}{S_i} \quad (3.19)$$

Para o caso específico de sistemas de laje mista MLC-betão analisadas neste documento e de acordo com a secção transversal ilustrada Figura 3.6, os fatores de flexibilidade devem ser calculados considerando os parâmetros  $C_{1,2}$  e  $C_{2,3}$  presentes na equação (3.18) como  $C_{j,k,transversal}$  (equação (3.15)) e o parâmetro  $C_{3,4}$  como  $C_{j,k,ligação}$  (equação (3.19)). Uma descrição mais detalhada é apresentada no Anexo D.

### 3.1.2.3 Aplicabilidade do Método (Pré-requisitos e Limitações)

Os pré-requisitos essenciais à utilização do *Extended Gamma Method* são idênticos aos anteriormente mencionados para o método *Gamma* ( $\gamma$ ). O mesmo acontece quanto às suas limitações, sendo que para o *Extended Gamma Method* não existe nenhuma limitação relativa ao número de camadas resistentes. A estas acresce ainda a localização do eixo neutro da secção transversal, sendo esta limitação questionável e discutível. Em Forsberg e Farbäck (2020) é referido que a aplicação deste método em sistemas de laje mista MLC-betão é limitada a secções transversais cujo eixo neutro está situado na MLC. Em Mård (2022) este método foi utilizado para o dimensionamento de um sistema de laje em MLC-vigas de ML, dado que nestes sistemas de laje o eixo neutro está localizado na viga de ML. Esta informação demonstra uma certa incoerência na aplicabilidade deste método nos sistemas de laje mista/composta analisadas nesta dissertação, condicente com uma deficiência informativa teórica e prática.

Na verdade, a metodologia originalmente proposta por Schielling (Schelling, 1968) não faz alusão de forma direta à influência do eixo neutro. Esta apenas pode ser justificada com base em estudos específicos relativos aos sistemas de laje. Apesar de não serem estudados nesta dissertação, a utilização do *Extended Gamma Method* demonstra-se uma solução interessante para sistemas de laje composta MLC-vigas de aço cujos painéis de MLC são constituídos por 5 camadas. Contudo, recomenda-se a realização de estudos quanto à sua adequabilidade.

Apesar de não se tratar de um pré-requisito nem ser considerado como uma limitação, é de referir que, segundo Forsberg e Farbäck (2020), a utilização deste método em sistemas de laje mistas MLC-betão conduz a uma diferente evolução dos fatores de flexibilidade ( $\gamma$ ) em comparação com a teoria, podendo estes apresentar valores fora do intervalo de 0 a 1. Contudo, foi concluído que a evolução atípica deste fator apresenta um impacto negligenciável no cálculo da rigidez efetiva à flexão desde que este esteja associado a uma camada próxima do eixo neutro. Para mais detalhes sugere-se a leitura Forsberg e Farbäck (2020).

### 3.2 Largura Efetiva

No processo de dimensionamento, o comportamento das lajes é equiparado ao comportamento de uma viga com propriedades mecânicas idênticas e cujas dimensões dependem da configuração geométrica do sistema. Em lajes planas com secção transversal uniforme, como é o caso da laje em MLC e laje mista MLC-betão, a largura considerada para esta viga é de 1 metro (Gustafsson, 2019 e Forsberg e Farbäck, 2020). No caso de lajes compostas com vigas, uma largura efetiva deve ser determinada. Esta é aplicada no elemento de superfície e resulta na divisão da secção transversal da laje em secções em “T” e/ou “L” (Stora Enso, 2022). A definição de uma largura efetiva tem como objetivo considerar a distribuição não linear de tensões desenvolvidas neste tipo de sistema e que favorecem o fenómeno de *shear lag*, influente no seu comportamento estrutural. Através desta largura, é possível definir uma secção transversal com capacidade resistente e rigidez equivalente à secção real onde as tensões são uniformemente distribuídas, simplificando assim o processo de dimensionamento. Nos sistemas compostos objeto de estudo nesta dissertação, a largura efetiva deve ser aplicada no elemento em MLC constituinte das lajes compostas MLC-vigas de ML e MLC-vigas de aço. As Figura 3.7 e 3.8 ilustram a distribuição de tensões ao longo da secção transversal de uma laje composta com vigas e o conceito de largura efetiva subjacente.

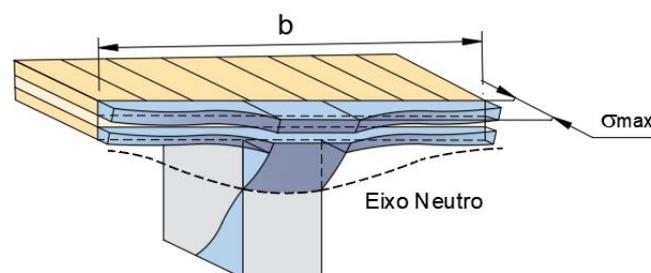


Figura 3.7 - Distribuição não linear das tensões numa laje composta com vigas.

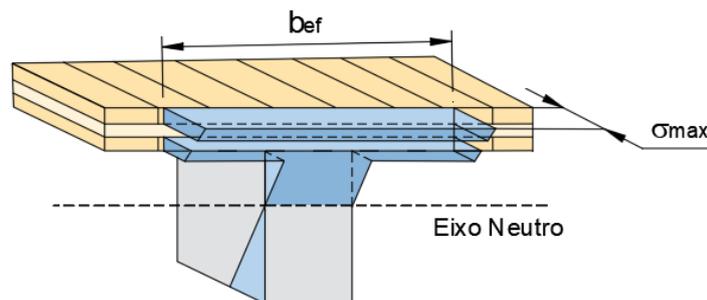


Figura 3.8 – Distribuição linear de tensões numa laje composta com vigas.

O processo de quantificação da largura efetiva é comum no caso de elementos de aço, betão ou sistemas compostos aço-betão, nas respetivas normas europeias (EN 1993-1-5:2006; EN 1992-1-1:2004 e EN 1994-1-1:2004). O mesmo não acontece para os elementos em madeira. O método de cálculo proposto na EN 1995-1-1 recomenda a determinação do valor da largura efetiva em função do comprimento do vão. Este método, além de simplista, não se revela adequado para os sistemas de laje constituídos por MLC. Na prEN 1995-1-1:2021 e também ÖNORM B 1995-1-1:2019, é apresentada uma metodologia desenvolvida e adaptada ao sistema de laje composta MLC-vigas de ML. De acordo com estas referências bibliográficas, a largura efetiva  $b_{ef}$  é determinada segundo o somatório da largura da viga ( $b_v$ ) com uma largura efetiva ( $b_{ef,i}$ ) considerada para cada lado da viga:

$$b_{ef} = b_v + \sum b_{ef,i} \quad (3.20)$$

A largura efetiva  $b_{ef,i}$  é determinada de acordo com equações definidas originalmente em Bongensperger (2013), após uma análise analítica e numérica de lajes simplesmente apoiadas sujeitas a momentos positivos e com ligação MLC-viga de ML rígida, e posteriormente ajustadas para uma gama de parâmetros esperados na prática em Augustin e Thiel (2017).

Estas equações diferem em função da configuração de carga aplicada e dos esforços em análise, sendo válidas com o cumprimento dos seguintes parâmetros:

- Rácio entre a distância livre entre vigas e o vão:  $0,02 \leq b_l/L \leq 0,25$
- Rácio entre a rigidez no plano na direção longitudinal e a rigidez efetiva ao corte no plano:  

$$5 \leq \frac{(E \cdot A)_x}{S^*_{xy}} \leq 22$$
- Rácio do vão e espessura total da secção transversal:  $14 \leq L/H \leq 25$

O comprimento do vão  $L$  é dado pela distância entre momentos nulos. No caso do rácio distância livre entre vigas/vão ser inferior ou igual a 0,02 a largura efetiva deve ser considerada igual à largura de influência  $b_{inf}$  ( $b_{ef} = b_{inf}$ ). Para cargas locais introduzidas pontualmente a uma distância inferior a  $b_{inf}$  em relação à zona de momento nulo, ou para cargas aplicadas num comprimento inferior a  $0,05 \cdot l$  a largura efetiva  $b_{ef,i}$  deve ser considerada nula.

Estas equações foram também utilizadas para a definição da largura efetiva dos sistemas de laje composta MLC-vigas de aço. Para este sistema, é recomendado em Pimentel *et al.* (2022), que a largura  $b_v$  seja considerada nula ou equivalente ao espaçamento transversal dos ligadores  $s_t$ . A Figura 3.9 ilustra esquematicamente o conceito de largura efetiva para um sistema de laje composta MLC-vigas de ML e MLC-vigas de aço.

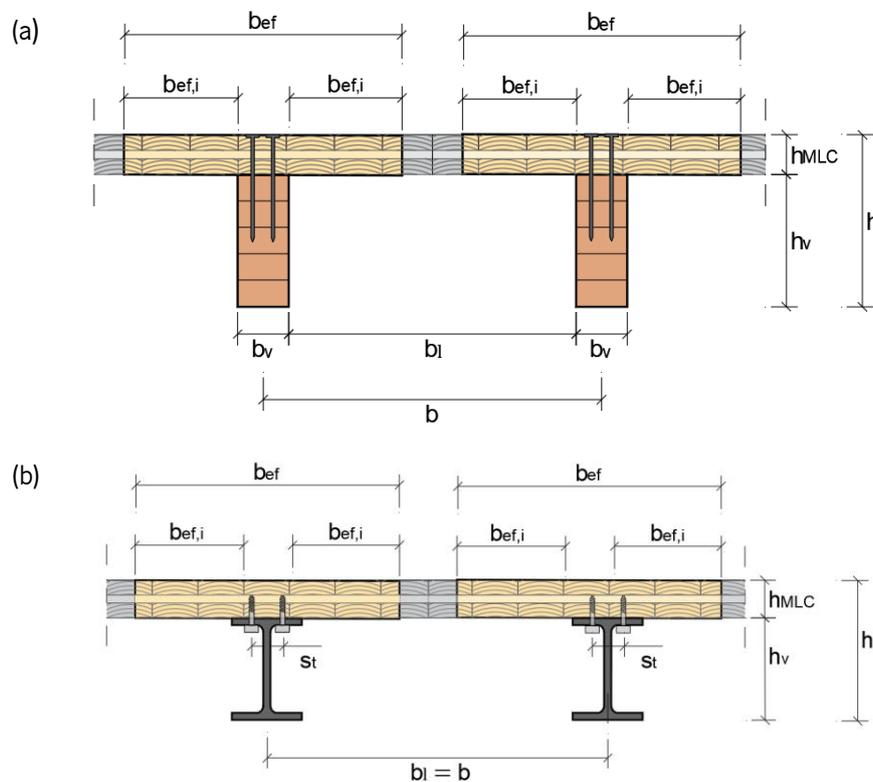


Figura 3.9 - Definição da largura efetiva dos sistemas de laje composta com vigas. (a) Laje composta MLC-vigas de ML. (b) Laje composta MLC-vigas de aço.

Em seguida, são apresentadas as expressões utilizadas para a determinação da largura efetiva dos sistemas de laje composta com vigas estudadas nesta dissertação em função da tipologia de carga e respetivos esforços solicitantes. Esta foi obtida considerando uma secção em “T”, representativa da configuração geométrica dos sistemas de laje analisados. Na realidade, face às condições de carga consideradas no estudo realizado no capítulo 4, apenas foram consideradas, para esforços de flexão, as

equações inerentes a cargas distribuídas, sendo a exposição da metodologia para cargas pontuais uma informação complementar. É também importante realçar que estas equações foram desenvolvidas com base num sistema de laje composta MLC-vigas de ML ligada rigidamente, sendo que a sua utilização nos sistemas de laje estudados nesta dissertação deve ser elaborada de forma cuidada e racional.

### 3.2.1 Flexão

#### 3.2.1.1 Cargas Distribuídas

Para as lajes compostas previamente abordadas sujeitas a cargas uniformemente distribuídas, a verificação da tensão normal em estado limite último e dos critérios de estado limite de serviço devem ser realizadas considerando uma largura efetiva calculada de acordo com:

$$b_{ef,i} = b_l \cdot \min \left\{ \left( 0,5 - 0,35 \times \left( \frac{b_l}{L} \right)^{0,9} \times \left( \frac{(EA)_x}{S^*_{xy}} \right)^{0,45} \right) \right\} \quad (3.21)$$

Onde  $b_l$  é a distância livre entre vigas,  $(EA)_x$  é a rigidez no plano das camadas resistentes (longitudinais) da MLC por metro de largura,  $S^*_{xy}$  é a rigidez ao corte no plano da MLC por metro de largura, e  $l$  é o vão da laje. No caso de sistemas compostos com vigas de aço, a distância livre entre vigas é dada como igual à distância entre eixo das vigas (Pimentel *et al.*, 2022).

A rigidez no plano considerando as camadas residentes da MLC é dada por (ÖNORM B 1995-1-1:2019):

$$(EA)_x = \sum E_{i,0,mean} \cdot 1m \cdot t_{i,x} \quad (3.22)$$

Onde  $E_{i,0,mean}$  é o módulo de elasticidade da camada longitudinal  $i$  e  $t_{i,x}$  é a espessura da camada longitudinal  $i$  ( $t_{i,x} = h_i$ ).

A rigidez efetiva ao corte no plano do painel da MLC é determinada em função do módulo de corte na direção longitudinal ( $G_{0,mean}$ ), espessura total do sistema de laje ( $t = H$ ), maior espessura das camadas transversais ( $t_{max}$ ), largura das lamelas ( $a$ ), e de fatores de cálculo ( $p_s$  e  $q_s$ ), de acordo com a seguinte equação (Stora Enso, 2022 e ÖNORM B 1995-1-1:2019):

$$S^*_{xy} = \frac{G_{0,mean} \cdot t}{1 + 6 \cdot p_s \cdot \left( \frac{t_{max}}{a} \right)^{q_s}} \quad (3.23)$$

Em caso de falta de informação, a largura das lamelas deve ser assumida como 80 mm. Os parâmetros de cálculo são definidos em função do número de camadas de MLC, de acordo com os valores apresentados Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Parâmetros de cálculo  $p_s$  e  $q_s$  (ÖNORM B 1995-1-1:2019).

Parâmetros	Número de camadas		
	3	5	7
$p_s$	0,53	0,43	
$q_s$	1,21		

Em lajes simplesmente apoiadas, a análise das tensões e dos critérios de serviço deve ser realizada a meio vão, uma vez que é nessa zona onde os esforços de flexão e a deformação são maiores. Em lajes contínuas, a tensão presente na zona central da secção transversal da laje composta (viga) é incrementada em função da proximidade ao apoio, resultado do efeito local da carga. A este incremento de tensão está associada uma diminuição significativa da largura efetiva, pelo que a sua determinação segundo a equação (3.23) acima descrita não é adequada. Neste caso, é aconselhado que a largura efetiva seja calculada de acordo com as equações desenvolvidas para cargas pontuais ou assumindo esta igual a metade da largura da viga (Stora Enso, 2022 e Kleinhenz, 2022).

### 3.2.1.2 Cargas Pontuais

No caso de as lajes compostas estarem sujeitas a cargas pontuais, a largura efetiva deve ser calculada em função rácio entre a altura da viga e a espessura da MLC, de acordo com as equações (3.24) e (3.25):

$$2 \leq \frac{h_v}{h_{MLC}} \leq 3: \quad b_{ef,i} = b_{f,j} \cdot \min \left\{ \left( 0,5 - 0,30 \times \left( \frac{b_{f,i}}{L} \right)^{0,25} \times \left( \frac{(EA)_x}{S^*_{xy}} \right)^{0,25} \right) \right\} \quad (3.24)$$

$$3 \leq \frac{h_v}{h_{MLC}} \leq 5: \quad b_{ef,i} = b_l \cdot \min \left\{ \left( 0,5 - 0,36 \times \left( \frac{b_l}{L} \right)^{0,40} \times \left( \frac{(EA)_x}{S^*_{xy}} \right)^{0,25} \right) \right\} \quad (3.25)$$

Onde  $h_v$  é a altura da viga e  $h_{MLC}$  é a espessura da MLC. Para rácios superiores a 5 estas equações não devem ser utilizadas.

### 3.2.2 Corte

Para a verificação das tensões de corte na zona dos apoios, as equações anteriormente apresentadas para o cálculo da largura efetiva são inapropriadas. Este facto deve-se a um efeito local da carga e consequente concentração de tensões de corte na MLC, em específico da tensão de *rolling shear* normalmente condicionante (Stora Enso, 2022). Nestes casos, a largura efetiva deve ser definida considerando a distribuição das tensões de corte na MLC segundo um ângulo de difusão de 45°, desenvolvido desde a face superior da viga de ML até à interface entre a camada longitudinal inferior e a camada transversal da MLC, onde a tensão de *rolling shear* é máxima. A Figura 3.10 ilustra a largura efetiva a ser considerada.

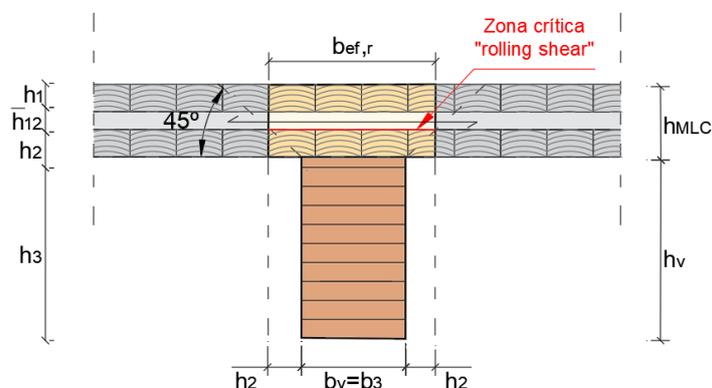


Figura 3.10 - Largura efetiva a considerar para a verificação das tensões de corte nos apoios (Adaptado de Wallner-Novak et al, 2018).

A largura efetiva,  $b_{ef,r}$ , é então definida pelo somatório da largura da viga,  $b_v$ , com espessura da camada de MLC adjacente à viga  $t_n$  ( $t_n = h_2$ ):

$$b_{ef,r} = b_v + 2 \cdot t_n \quad (3.26)$$

Nesta dissertação, a equação (3.26) foi também utilizada para a determinação da largura efetiva dos sistemas de laje composta MLC-vigas de aço. Para estas lajes, e em coerência com o assumido para o cálculo da largura efetiva à flexão, a largura das vigas foi considerada nula. Contudo, é necessário ter em conta a equação (3.26) foi originalmente desenvolvida para sistemas de laje composta MLC-vigas de ML onde as lamelas constituintes das camadas de MLC são coladas entre si nas suas faces estreitas e considerando que não existe nenhuma abertura entre a MLC e a ML. Estas considerações não são totalmente cumpridas nas lajes analisadas no Capítulo 4, especialmente para as lajes compostas MLC-vigas de aço, pelo que a utilização desta equação pode ter impacto no dimensionamento destas lajes, e deve, por isso, ser feita de forma ponderada.

### 3.3 Estado Limite Último (ELU)

A verificação dos critérios em ELU é imprescindível para assegurar o correto comportamento mecânico dos sistemas de laje e consequente segurança do utilizador. Esta análise, deve ser realizada a curto e longo prazo e tem como principal objetivo a caracterização da distribuição das tensões ao longo da secção transversal das lajes e posterior comparação com a capacidade resistente dos elementos constituintes. Nesta secção será abordado o processo de cálculo e verificação das tensões atendendo aos métodos de cálculo estrutural anteriormente abordados (Método *Gamma* ( $\gamma$ ) e *Extended Gamma Method*) e as recomendações da EN 1995-1-1:2004. De referir que esta análise é restringida às tensões normal e de corte, sendo estas normalmente condicionantes no dimensionamento dos sistemas de laje.

#### 3.3.1 Tensão Normal

De acordo com o método *Gamma* ( $\gamma$ ) a tensão normal é calculada considerando uma distribuição linear de tensões e desprezando a influência das camadas transversais como elementos resistentes. É assumido que nenhuma transferência de tensão normal ocorre entre estas camadas transversais e as camadas longitudinais adjacentes. Em consequência, a tensão normal atuante nas camadas longitudinais considerada no processo de dimensionamento é superior à real, o que torna esta assunção viável e do lado da segurança. A distribuição da tensão normal presente nos diferentes sistemas de laje analisados encontra-se esquematicamente ilustrada na secção 3.3.4. Nos sistemas de laje, a tensão normal provém da sua solicitação à flexão originada pelo carregamento imposto (cargas verticais). Esta é dada pela soma das tensões  $\sigma_i$  e  $\sigma_{m,i}$  presentes na camada resistente  $i$  e que resultam dos esforços internos desenvolvidos nos sistemas. De acordo com a cláusula B.3 do Anexo B da EN 1995-1-1:2004, estas tensões são calculadas segundo as seguintes equações:

$$\sigma_i = \frac{\gamma_i \cdot E_i \cdot a_i \cdot M_d}{(EI)_{ef}} \quad (3.27)$$

$$\sigma_{m,i} = \frac{0,5 \cdot E_i \cdot h_i \cdot M_d}{(EI)_{ef}} \quad (3.28)$$

Onde  $\sigma_i$  é a tensão normal devida ao esforço axial da camada  $i$ ,  $\sigma_{m,i}$  é a tensão normal devida à flexão da camada  $i$ ,  $M_d$  é o valor de cálculo do momento fletor atuante e  $(EI)_{ef}$  é a rigidez efetiva à flexão do sistema de laje calculada de acordo os métodos apresentados na secção 3.1 e considerando a respetiva largura efetiva (ver secção 3.2.1).

A tensão normal  $\sigma_i$  provém da força normal interna desenvolvida nas camadas resistentes do sistema e considera a sua ação composta e posicionamento na secção transversal. A tensão normal  $\sigma_{m,i}$  advém do momento fletor desenvolvido internamente nas camadas resistente, sendo esta representativa da distribuição da tensão em função da espessura da camada. A análise da tensão normal é assim obtida através da conjugação destas componentes em função da tensão que elas induzem na camada, ou seja, compressão ou tração. Para  $\sigma_i$  esta é definida em função do eixo neutro (em lajes sujeitas a momentos positivos os elementos situados abaixo estão em tração e acima em compressão) e para  $\sigma_{m,i}$  de acordo com a zona da camada analisada (compressão no topo da camada e tração na base para lajes sujeitas a momentos positivos).

Em sistemas de laje composta, a predominância destas tensões na tensão normal é variável nos elementos adjacentes à MLC em função do grau de ação composta, isto é, a tensão normal  $\sigma_i$  aumenta consoante o aumento do grau da ação composta, sendo máxima quando a ligação é rígida, enquanto o oposto ocorre com a tensão normal  $\sigma_{m,i}$  (Kleinhenz, 2022). Posto isto, pode demonstrar-se justificável uma análise individual da verificação destas tensões se a sua influência na tensão normal for significativa.

### 3.3.2 Tensão de Corte

A distribuição das tensões de corte ao longo da secção transversal do sistema de laje deve também ser analisada. De acordo com os métodos de cálculo considerados, estas tensões apresentam uma evolução quadrática ao longo das camadas resistentes (camadas longitudinais) e são constantes ao longo das camadas transversais. A tensão de corte máxima ocorre na zona do eixo neutro, onde a tensão normal é nula, devendo por isso ser analisada para as camadas incluídas ou próximas dessa zona. Tendo em consideração os sistemas de laje estudados nesta dissertação, a tensão de corte deve ser verificada para a MLC e para as vigas de ML e aço. Desta forma, dois tipos de tensão ao corte devem ser analisados: tensão de corte na direção longitudinal para as camadas resistentes e tensão de corte na direção transversal (*rolling shear*) para as camadas transversais da MLC. As tensões de corte longitudinal ( $\tau_i$ ) e de *rolling shear* ( $\tau_{R,i}$ ), foram determinadas de acordo com:

$$\tau_{v,i} = \frac{E_i \cdot S_{net} \cdot V_d}{(EI)_{ef} \cdot b_i} \quad (3.29)$$

$$\tau_{v,R,i} = \frac{E_i \cdot S_{R,net} \cdot V_d}{(EI)_{ef} \cdot b_i} \quad (3.30)$$

Onde  $S_{net}$  é o momento estático referente à área de corte das camadas longitudinais em relação ao eixo neutro da secção transversal,  $S_{R,net}$  é o momento estático referente à área de corte das camadas

transversais (*rolling shear*) em relação ao eixo neutro da secção transversal,  $V_d$  é o valor de cálculo do esforço de corte máximo presente na laje e  $b_i$  é a largura da camada  $i$  ( $b_i = b_{ef,r}$  para as camadas constituintes da MLC em sistemas de laje composta com vigas).

O momento estático é determinado em função do somatório da área das camadas sujeita ao corte e da sua distância ao eixo neutro. Quando o eixo neutro está inserido na camada resistente o momento estático é calculado segundo a equação (3.31), caso contrário a equação (3.32) é utilizada:

$$S_{net} = \sum_{t=1}^n S_n + \frac{b_i \cdot h_{net}^2}{2} = \sum_{t=1}^n (b_i \cdot h_i \cdot a_i) + \frac{b_i \cdot h_{net}^2}{2} \quad (3.31)$$

$$S_{net} = S_{R,net} = \sum_{t=1}^n S_n = \sum_{t=1}^n (b_i \cdot h_i \cdot a_i) \quad (3.32)$$

Onde  $h_{net}$  é a espessura aparente representativa da distância entre a extremidade da camada em análise e a posição do eixo neutro (ver Figuras 3.11, 3.12, 3.13 e 3.14).

No cálculo da tensão de corte nas vigas constituintes das lajes compostas MLC-vigas de ML e MLC-vigas de aço, o momento estático é calculado de acordo com a equação (3.31), considerando apenas a parcela alusiva à espessura aparente (ver Anexo D). No que se refere à tensão de *rolling shear*, esta é determinada como equivalente à tensão de corte máxima presente na camada longitudinal mais próxima da extremidade da secção transversal e adjacente à camada transversal em análise. Esta consideração advém da distribuição de tensão constante nas camadas transversais, que resulta na assunção que estas não contribuem na rigidez efetiva à flexão do sistema.

A metodologia de cálculo supramencionada é válida independentemente da simetria, homogeneidade e número de elementos da secção transversal, sendo por isso aplicável a todos os sistemas de laje analisados nesta dissertação (Gustfsson, 2019, Forsberg e Farbäck, 2020 e Stora Enso, 2022). Esta difere da metodologia proposta no Anexo B da EN 1995-1-1:2004 apenas por não incluir o fator de flexibilidade no cálculo da tensão. Esta simplificação não apresenta nenhum impacto significativo no dimensionamento dos sistemas de laje, sendo claro que está do lado da segurança.

### 3.3.3 Força Atuante na Ligação (Sistemas Compostos)

Em lajes compostas, a força de corte atuante no sistema de ligação deve também ser verificada. Esta é calculada de acordo com a equação (3.33) recomendada no Anexo B da EN 1995-1-1:2004, considerando as propriedades mecânicas e geométricas do sistema de ligação, da secção composta e do elemento adjacente ligado à MLC (betão, viga de ML e viga de aço).

$$F_{L,ed} = \frac{\gamma_{ad} \cdot E_{ad} \cdot A_{ad} \cdot a_{ad} \cdot s_i \cdot V_d}{(EI)_{ef}} \quad (3.33)$$

Onde  $F_{L,ed}$  é o valor de cálculo da força de corte atuante na ligação por plano de corte,  $\gamma_{ad}$  é o fator de flexibilidade associado ao elemento adjacente à MLC,  $E_{ad}$  é o módulo de elasticidade do elemento adjacente à MLC,  $A_{ad}$  é a área da secção transversal do elemento adjacente à MLC,  $a_{ad}$  é a distância entre o eixo neutro do elemento adjacente à MLC e o eixo neutro da secção transversal total e  $s_i$  é o espaçamento longitudinal entre os ligadores.

Nos casos em que o espaçamento longitudinal entre ligadores é variável ao longo do vão livre, a EN 1995-1-1:2004 recomenda o cálculo de um espaçamento efetivo  $s_{ef}$ . De facto, é comum serem considerados diferentes espaçamentos em função da evolução dos esforços de corte. Nas zonas próximas dos apoios, o espaçamento entre ligadores é normalmente menor, resultado do maior esforço de corte instalado, enquanto que na zona central, o oposto acontece. De acordo com os pressupostos inerentes à utilização do método *Gamma* ( $\gamma$ ) (secção 3.1.1.3), a rigidez da ligação deve ser constante ao longo do vão, o que face à variabilidade do espaçamento não acontece. Desta forma, a consideração do espaçamento efetivo resulta de uma simplificação conservativa que permite o cumprimento dos pré-requisitos necessários para a utilização do método *Gamma* ( $\gamma$ ). Este é calculado da seguinte forma:

$$s_{ef} = 0,75 \cdot s_{min} + 0,25 \cdot s_{máx} \quad (3.34)$$

Onde  $s_{ef}$  é o espaçamento longitudinal efetivo entre ligadores,  $s_{min}$  é o espaçamento longitudinal mínimo entre ligadores e  $s_{máx}$  é o espaçamento longitudinal máximo entre ligadores.

Uma vez definida, a força atuante na ligação deve ser comparada com a sua capacidade resistente. A definição da capacidade resistente da ligação é abordada na secção 3.5.2.

### 3.3.4 Verificação das Tensões

Uma vez definidas as tensões normal e de corte atuantes na secção transversal, é necessário proceder à sua verificação, ou seja, a sua comparação com a capacidade resistente da secção transversal. No âmbito do dimensionamento realizado no Capítulo 4, as verificações necessárias à MLC foram feitas tendo em conta o comportamento individual de cada camada, cujas propriedades mecânicas foram definidas em função das propriedades das lamelas. No que se refere à capacidade resistente ao *rolling shear*, uma vez que é uma propriedade intrínseca do painel de MLC, esta foi definida de acordo com as ETA (*European Technical Assessment*) do produto. A tensão resistente é obtida através da afetação das propriedades mecânicas dos materiais, pelos coeficientes de dimensionamento abordados na secção

2.5.1 e 2.5.2. As propriedades resistentes consideradas para o dimensionamento das lajes são apresentadas no Capítulo 4 (secção 4.1.1).

Nesta secção, são apresentados de uma forma sucinta os aspetos mais importantes a considerar para a verificação das tensões inerentes aos sistemas de laje analisados na dissertação. Uma descrição mais pormenorizada do procedimento de cálculo adotado é apresentada no Anexo D. É importante relembrar que estas verificações consideram a análise de sistemas de laje simplesmente apoiados e sujeitos a um momento positivo (cargas uniformemente distribuídas descendentes). Por conseguinte, a tensão normal é estudada a meio vão, onde o momento fletor é máximo ( $M_d = pl^2/8$ ), e as tensões de corte na zona dos apoios, sendo o esforço de corte máximo ( $V_d = pl/2$ ).

### 3.3.4.1 Laje MLC

Para lajes em MLC, as extremidades da secção transversal são as zonas onde a tensão normal é máxima. No caso de secções assimétricas a tensão normal é máxima na extremidade mais afastada do eixo neutro. Por outro lado, em secções simétricas, objeto de estudo nesta dissertação, a tensão máxima é verificada de forma idêntica em ambas as extremidades. As tensões de corte, por sua vez, devem ser analisadas nas camadas longitudinais e transversais mais próximas do eixo neutro, onde são máximas. A Figura 3.11 ilustra a distribuição de tensões normal e de corte presentes numa laje em MLC de 5 camadas simétrica.

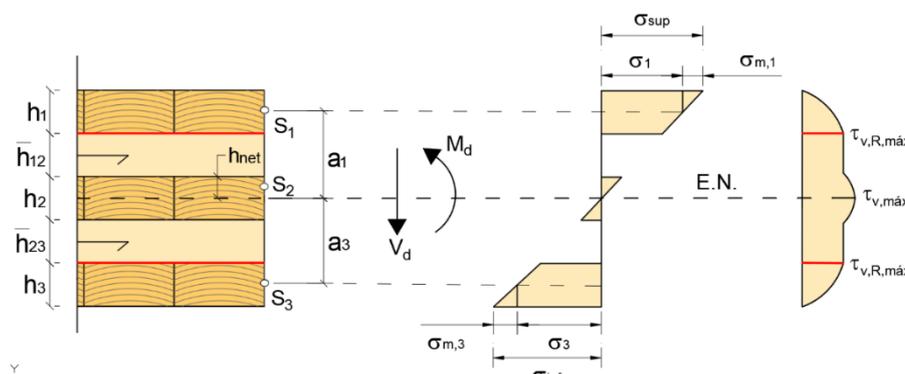


Figura 3.11 - Distribuição das tensões normal e de corte ao longo da secção transversal de uma laje em MLC constituída por 5 camadas.

A tensão normal, a tensão de corte longitudinal e a tensão de *rolling shear*, são assim verificadas se as equações (3.35), (3.36) e (3.37), respetivamente, forem cumpridas.

$$\sigma_{sup} = \sigma_{inf} = \sigma_i + \sigma_{m,i} \leq f_{m,l,d} = k_{mod} \cdot k_{sys} \cdot \frac{f_{m,l,k}}{\gamma_M} \quad (3.35)$$

$$\tau_{v,máx} \leq f_{v,l,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,l,k}}{\gamma_m} \quad (3.36)$$

$$\tau_{v,R,máx} \leq f_{v,R,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,R,k}}{\gamma_m} \quad (3.37)$$

Onde  $\sigma_{sup}$  é a tensão normal presente na extremidade superior da MLC,  $\sigma_{inf}$  é a tensão normal presente na extremidade inferior da MLC,  $i$  é a camada externa constituinte da MLC sujeita à tensão normal máxima,  $f_{m,l,d}$  é o valor de cálculo da resistência à flexão das lamelas constituintes da camada externa da MLC,  $f_{m,l,k}$  é o valor característico da resistência à flexão das lamelas constituintes da camada externa da MLC,  $\tau_{v,máx,d}$  é a tensão de corte máxima na direção longitudinal presente na MLC,  $\tau_{v,R,máx,d}$  é a tensão de *rolling shear* máxima presente na MLC,  $f_{v,l,d}$  é o valor de cálculo da resistência ao corte das lamelas constituintes da MLC,  $f_{v,l,k}$  é o valor característico da resistência ao corte das lamelas constituintes da MLC,  $f_{v,R,d}$  é o valor de cálculo da resistência ao *rolling shear* da MLC e  $f_{v,R,k}$  é o valor característico da resistência ao *rolling shear* da MLC.

### 3.3.4.2 Laje Mista MLC-Betão

Em lajes mistas MLC-betão, a análise da distribuição das tensões deve atender as camadas constituintes da MLC e a camada de betão. Quando a ação entre estes materiais é parcialmente composta, ambos ficam sujeitos a tensões de compressão e tração. A distribuição das tensões normal e de corte ao longo da secção transversal de uma laje mista MLC-betão é apresentada na Figura 3.12.

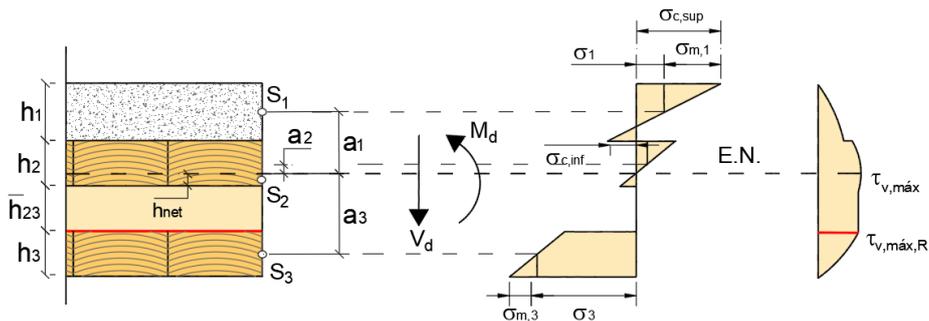


Figura 3.12 - Distribuição das tensões normal e de corte ao longo da secção transversal de uma laje mista MLC-betão cuja MLC é constituída por 3 camadas.

Para a camada de betão, a tensão normal deve ser verificada para a extremidade superior, onde a tensão de compressão é máxima, e na extremidade inferior, sujeita a uma tensão de tração máxima. A análise da tensão de tração no betão carece de uma especial atenção uma vez que a sua capacidade resistente face a este tipo de solicitação é reduzida.

Desta forma, é importante garantir o cumprimento das equações (3.38) e (3.39) (o valor negativo é representativo de esforços de compressão e positivo de tração):

$$\sigma_{c,sup} = \sigma_c + \sigma_{m,c} \leq f_{c,d} = \frac{f_{c,k}}{\gamma_M} \quad (3.38)$$

$$\sigma_{c,inf} = -\sigma_c + \sigma_{m,c} \leq -f_{ctm,d} = \frac{f_{ctk0,05}}{\gamma_M} \quad (3.39)$$

Onde  $\sigma_{c,sup}$  é a tensão normal presente na extremidade superior da camada de betão,  $\sigma_{c,inf}$  é a tensão normal presente na extremidade inferior da camada de betão,  $f_{c,d}$  é o valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão,  $f_{c,k}$  é o valor característico da tensão de rotura do betão à compressão,  $f_{ctm,d}$  é o valor médio da tensão de rotura do betão à tração simples e  $f_{ctk0,05}$  é o percentil do valor característico da tensão de rotura do betão à tração simples.

Relativamente à MLC, a tensão normal tem de ser analisada para as lamelas constituintes da camada extrema inferior, onde é máxima. Neste caso, deve considerar-se a iteração entre a tensão normal  $\sigma_{m,i}$  e  $\sigma_i$ . Posto isto, é importante garantir a equação (3.40):

$$\frac{\sigma_i}{f_{t,l,o,d}} + \frac{\sigma_{m,i}}{f_{m,l,d}} \leq 1,0 \quad (3.40)$$

Com:

$$f_{m,l,d} = k_{mod} \cdot k_{sys} \cdot \frac{f_{m,l,k}}{\gamma_M} \quad (3.41)$$

$$f_{t,l,o,d} = k_{mod} \cdot k_{sys} \cdot \frac{f_{t,l,o,k}}{\gamma_M} \quad (3.42)$$

Onde  $f_{t,l,o,d}$  é o valor de cálculo da resistência à tração das lamelas na direção das fibras e  $f_{t,l,o,k}$  é o valor característico da resistência à tração das lamelas na direção das fibras.

Nestes sistemas de laje, a análise das tensões de corte é apenas relevante para a MLC, normalmente condicionada pelo fenómeno de *rolling shear*. As verificações são assim feitas de acordo com as equações (3.36) e (3.37), previamente apresentadas, considerando as propriedades geométricas e mecânicas próprias do sistema de laje.

### 3.3.4.3 Laje Composta MLC-Vigas de ML

A Figura 3.13 ilustra esquematicamente a distribuição das tensões normal e de corte ao longo da secção transversal de uma laje composta MLC-vigas de ML.

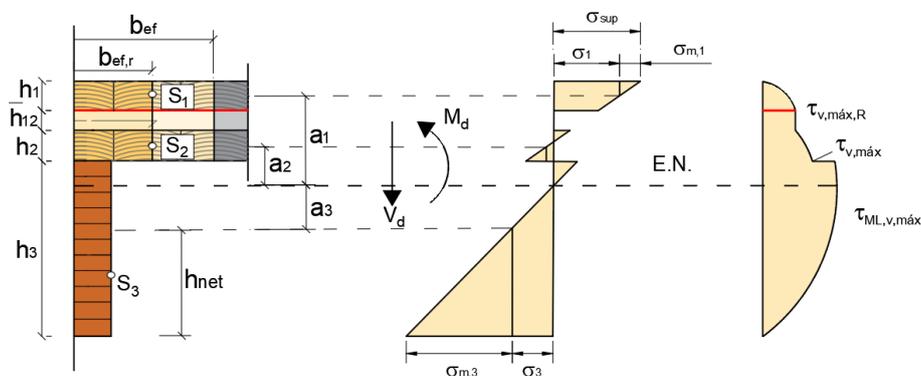


Figura 3.13 - Distribuição das tensões normal e de corte ao longo da secção transversal de uma laje composta MLC-vigas de ML.

Neste sistema de laje, devido à definição geométrica e mecânica da viga de ML e conseqüente posicionamento do eixo neutro, a MLC está na sua totalidade sujeita a esforços de compressão. Desta forma, a verificação da tensão normal na camada extrema superior é determinante e é realizada de acordo com a equação (3.35), previamente apresentada. Para a viga da ML, a verificação da tensão normal deve ser elaborada considerando a iteração das tensões normais  $\sigma_{m,i}$  e  $\sigma_i$ :

$$\frac{\sigma_{ML}}{f_{ML,t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,ML}}{f_{ML,m,d}} \leq 1,0 \quad (3.43)$$

Com:

$$f_{ML,m,d} = k_{mod} \cdot k_{sys} \cdot \frac{f_{ML,m,k}}{\gamma_M} \quad (3.44)$$

$$f_{ML,t,0,d} = k_{mod} \cdot k_{sys} \cdot \frac{f_{ML,t,0,k}}{\gamma_M} \quad (3.45)$$

Onde  $f_{ML,m,d}$  é o valor de cálculo da resistência à flexão da ML,  $f_{m,k}$  é o valor característico da resistência à flexão da ML,  $f_{ML,t,0,d}$  é o valor de cálculo da resistência à tração da ML na direção das fibras e  $f_{ML,t,0,k}$  é o valor característico da resistência à tração da ML na direção das fibras.

No que se refere às tensões de corte, a sua verificação para a MLC é feita de forma idêntica aos restantes sistemas de laje previamente apresentados (equações (3.36) e (3.37)).

Além disso, deve ainda ser verificada a tensão de corte longitudinal na viga de ML uma vez que esta é máxima neste elemento:

$$\tau_{ML,v,m\acute{a}x} \leq f_{ML,v,d} = k_{mod} \cdot k_{cr} \cdot \frac{f_{ML,v,k}}{\gamma_M} \quad (3.46)$$

Onde  $\tau_{ML,v,m\acute{a}x}$  é a tensão de corte longitudinal máxima presente na viga ML,  $f_{ML,v,d}$  é o valor de cálculo da resistência ao corte da ML na direção das fibras e  $f_{ML,v,k}$  é o valor característico da resistência ao corte da ML na direção das fibras.

### 3.3.4.4 Laje Composta MLC-Vigas de Aço

O princípio de funcionamento deste sistema de laje é semelhante ao de uma laje composta MLC-vigas de ML já apresentado. A sua particularidade reside no funcionamento mecânico dos perfis de aço face à tensão de corte longitudinal neles gerada. Nestes, apenas a alma da viga é responsável por assegurar a capacidade resistente, sendo assim a tensão de corte apenas distribuída ao longo deste elemento. Na Figura 3.14 é apresentada a distribuição das tensões normal e corte típicas de um sistema de laje composta MLC-vigas de aço.

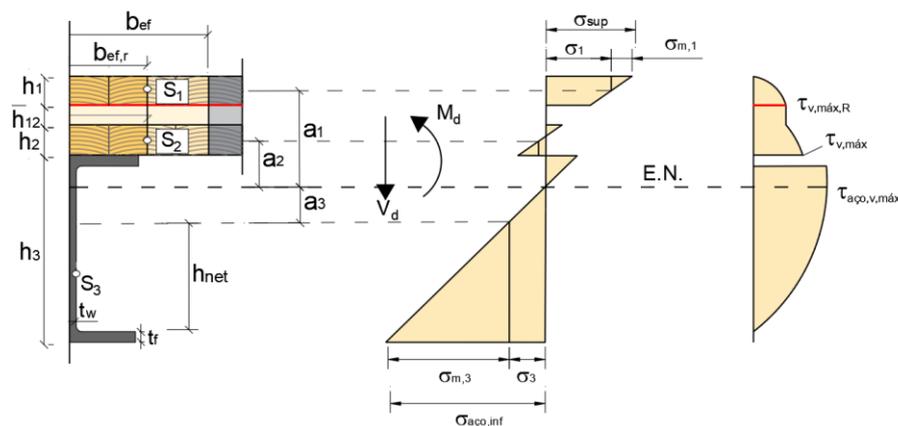


Figura 3.14 - Distribuição das tensões normal e de corte ao longo da secção transversal de uma laje composta MLC-vigas de aço.

Para a MLC, a tensão normal na extremidade superior é verificada através da equação (3.35). No caso da viga de aço, a tensão normal deve ser analisada na extremidade inferior, onde é máxima, sendo verificada de acordo com a equação (3.47). Devido ao posicionamento do eixo neutro da seção transversal deste tipo de sistemas de laje, a verificação da tensão normal de compressão na viga de aço não é limitativa. Contudo, esta tensão apresenta uma grande influência no desenvolvimento de

fenómenos de instabilidade que podem demonstrar-se condicionantes nestes sistemas de laje composta (ver secção 3.3.5).

$$\sigma_{aço,inf} = \sigma_i + \sigma_{m,i} \leq f_{yd} \quad (3.47)$$

Onde  $\sigma_{aço,inf}$  é a tensão normal presente na extremidade inferior da viga de aço e  $f_{yd}$  é o valor de cálculo da tensão de rotura à tração do aço.

As tensões de corte desenvolvidas na MLC são verificadas de forma análoga aos restantes sistemas de laje, considerando as suas propriedades mecânicas e geométricas (equação (3.36) e (3.37)). Para as vigas de aço, a equação (3.48) prescrita na EN 1993-1-1:2005 deve ser cumprida:

$$\tau_{Aço,v,máx} \leq f_{yd}/\sqrt{3} \quad (3.48)$$

Onde  $\tau_{Aço,v,máx}$  é a tensão de corte longitudinal máxima presente no aço.

### 3.3.5 Fenómenos de Instabilidade

Em lajes compostas MLC-vigas de ML e MLC-vigas de aço, para além do esgotamento da capacidade resistente dos elementos, a instabilização das vigas pode também revelar-se limitadora do seu comportamento mecânico, resultando num caso extremo no colapso do sistema. Em lajes sujeitas a flexão, a encurvadura lateral ou bambeamento das vigas é o principal modo de instabilização desenvolvido. A encurvadura lateral de uma viga é materializada pelo seu deslocamento segundo o eixo de menor inércia quando lhe é imposta uma solicitação no seu eixo de maior inércia. Este deslocamento é geralmente acompanhado de uma rotação (torção) derivado da atuação de uma flexão desviada após a instabilização da viga. As dimensões da secção transversal da viga são o parâmetro fundamental no controlo deste fenómeno, sendo este também influenciado pelas condições de apoio e carregamento do sistema de laje. A título exemplificativo, é ilustrado na Figura 3.15 o fenómeno de encurvadura lateral para uma viga de madeira.

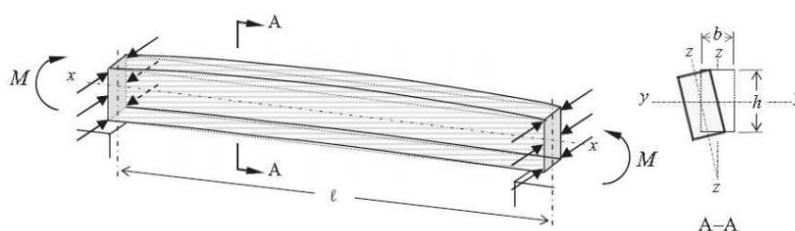


Figura 3.15 - Encurvadura lateral de uma viga de madeira biencastrada sujeita a um momento fletor em torno do eixo principal (Correia, 2009).

A caracterização deste fenómeno para efeitos de dimensionamento em vigas de ML e vigas de aço está bastante desenvolvida, contudo, o mesmo não acontece para as situações em que estas são combinadas com um elemento estrutural de superfície, mais especificamente, com um painel de MLC. A introdução do painel de MLC na zona comprimida das vigas minimiza fortemente a ocorrência do fenómeno de encurvadura lateral (Owolabi e Loss, 2022 e Merryday *et al.*, 2023). Este comportamento resulta do acréscimo de rigidez e efeito de travamento lateral conferido pela MLC que limita o deslocamento e a rotação das vigas impedindo assim a sua instabilização e conseqüente torção. Contudo, a contabilização deste comportamento no dimensionamento analítico é ainda pouco desenvolvida, sendo este fenómeno habitualmente avaliado através de modelos numéricos.

No âmbito do dimensionamento dos sistemas de laje MLC-vigas de ML realizado nesta dissertação, a consideração da encurvadura lateral foi controlada em função do rácio altura/largura da viga. Para rácios  $h_v/b_v \leq 4$  o fenómeno de encurvadura lateral não é limitativo no comportamento da laje composta podendo, por isso, ser negligenciado no processo de dimensionamento (Stora Enso, 2022). Desta forma, este fenómeno não foi considerado no dimensionamento dos sistemas de laje MLC-vigas de ML, garantindo a utilização de vigas cujo rácio anteriormente referido é cumprido.

No que se refere aos sistemas de laje MLC-vigas de aço, a consideração e caracterização dos fenómenos de instabilidade revela-se mais complexa. Nestes sistemas, além da encurvadura lateral, as vigas de aço são também fortemente afetadas por fenómenos de instabilidade local e instabilidade ao corte da alma dos perfis, sendo estes mais imponentes em elementos de aço enformado a frio (Loss e Davison, 2017 e Owolabi e Loss, 2022). Na Figura 3.16 são apresentados os fenómenos de instabilidade registados em ensaios experimentais realizados em lajes compostas MLC-vigas de aço.



Figura 3.16 – Fenómenos de instabilidade de uma viga de aço enformado a frio constituinte de um sistema de laje composta MLC-viga de aço. (a) Encurvadura da alma da viga por solicitação ao corte (Owolabi e Loss, 2022). (b) Encurvadura local no banzo da viga (Loss e Davison, 2017).

O desenvolvimento destes fenómenos em sistemas de laje MLC-vigas de aço ainda não é um tema estudado em detalhe, pelo que nenhum processo de dimensionamento analítico específico é ainda recomendado na literatura disponível. Desta forma, o fenómeno de encurvadura das vigas de aço não foi considerado no processo de dimensionamento realizado nesta dissertação.

### 3.4 Estado Limite de Serviço (ELS)

Além da verificação da capacidade resistente, o comportamento em serviço dos sistemas de laje necessita ser avaliado. A verificação do estado limite de serviço visa a garantia do conforto e durabilidade das lajes, sendo a deformação e o comportamento dinâmico os critérios decisivos para a sua verificação. Nesta secção são apresentadas as metodologias consideradas para a determinação e verificação desses critérios, tendo em conta as particularidades associadas aos sistemas de laje objeto de estudo nesta dissertação.

#### 3.4.1 Deformação

Como já foi referido, a deformação dos sistemas de laje tem de ser controlada por forma a assegurar a sua funcionalidade, comportamento estrutural e o conforto dos utilizadores. Esta é induzida pelas cargas aplicadas nos sistemas ao longo do seu período de vida, sendo acrescida pelos efeitos da variação de humidade e fenómenos de fluência. O controlo da deformação é elaborado através da verificação de limites de deformação (flecha) instantânea ( $w_{inst}$ ) e a longo prazo ( $w_{fin}$  e  $w_{net,fin}$ ). A deformação a longo prazo é dependente da deformação por fluência ( $w_{creep}$ ), representativa da perda de rigidez dos materiais constituintes da laje ao longo do tempo. Para sistemas de laje com curvatura inicial, uma contra flecha ( $w_c$ ) deve ainda ser considerada. A Figura 3.17 ilustra as diferentes componentes de deformação previamente referidas essenciais para o cumprimento dos critérios ELS dos sistemas de laje. A Tabela 3.2 apresenta a gama de valores de deformação admitida para lajes em madeira de acordo com a EN 1995-1-1:2004.

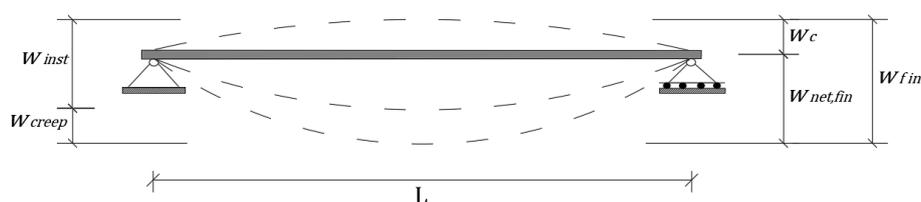


Figura 3.17 - Definição das diferentes componentes de deformação.

Tabela 3.2 - Limites de deformação recomendados na EN 1995-1-1:2004.

	$w_{inst}$	$w_{fin}$	$w_{net,fin}$
Entre apoios	$\frac{L}{300}$ a $\frac{L}{500}$	$\frac{L}{150}$ a $\frac{L}{300}$	$\frac{L}{250}$ a $\frac{L}{350}$
Consola	$\frac{L}{150}$ a $\frac{L}{250}$	$\frac{L}{75}$ a $\frac{L}{150}$	$\frac{L}{125}$ a $\frac{L}{250}$

Nesta dissertação, a deformação inicial induzida por contra flecha não foi considerada na análise da deformação dos sistemas de laje. Desta forma, a deformação a longo prazo foi verificada de acordo com os limites sugeridos para deformação final aparente  $w_{net,fin}$ . Os limites  $w_{inst} \leq l/300$  e  $w_{net,fin} \leq l/250$  são normalmente recomendados pelos manuais de dimensionamento e considerados nas tabelas de pré-dimensionamento dos fabricantes referentes aos sistemas de laje em MLC, laje mista MLC-betão e laje composta MLC-vigas de ML (ver por exemplo Stora Enso, 2017; Stora Enso, 2022 e KLH, 2022). Em consequência, estes valores foram considerados na análise dos sistemas de laje realizada no Capítulo 4.

A deformação do sistema de laje deve ser calculada em função da carga aplicada, do esquema estrutural e da sua rigidez à flexão, considerando-o como uma viga com uma determinada largura definida segundo as diretivas apresentadas na secção 3.2. Para sistemas de laje parcialmente compostos, a rigidez efetiva à flexão é calculada de acordo a metodologia inerente aos métodos de cálculo estruturais previamente abordados na secção 3.1. Posto isto, a deformação de sistemas de laje simplesmente apoiados é calculada através da seguinte equação:

$$w = \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot (EI)_{ef,ser}} \quad (3.49)$$

Onde  $q$  é a carga atuante,  $L$  é o vão da laje e  $(EI)_{ef,ser}$  é a rigidez efetiva à flexão em estado limite de serviço.

As deformações instantâneas e final devem, portanto, ser definidas em conformidade com a equação (3.49), considerando a respetiva combinação de ações e rigidez efetiva à flexão. A cláusula 2.2.3(2) da EN 1995-1-1:2004 recomenda o cálculo da deformação instantânea considerando a combinação característica de ações, apresentada na EN 1990:2002. Para o cálculo da rigidez efetiva à flexão é recomendado o uso dos valores médios do módulo de deslizamento do sistema de ligação e dos módulos de elasticidade e corte dos materiais.

A deformação instantânea é então calculada de acordo com a equação (3.50):

$$w_{inst} = w_{inst,G_k} + w_{inst,Q_k} = \frac{5 \cdot G_k \cdot L^4}{384 \cdot (EI)_{ef,ser}} + \frac{5 \cdot Q_k \cdot L^4}{384 \cdot (EI)_{ef,ser}} \quad (3.50)$$

Onde  $w_{inst}$  é a deformação instantânea,  $w_{inst,G_k}$  é a deformação instantânea devida a cargas permanentes,  $w_{inst,Q_k}$  é a deformação instantânea devida a cargas variáveis,  $G_k$  é a carga permanente atuante e  $Q_k$  é a carga variável atuante.

Para a determinação da deformação a longo prazo é importante considerar o impacto do efeito de fluência dos materiais e a deformação por ele induzida. De acordo com a EN 1995-1-1:2004 a deformação final deve ser obtida com base na combinação quase permanente de ações recomendada na EN 1990:2002. A sua determinação é dependente do comportamento ao longo do tempo dos elementos constituintes do sistema de laje. Em lajes cujo comportamento dos elementos ao longo do tempo é idêntico, uma relação linear entre a deformação instantânea e deformação por fluência é assumida pela EN 1995-1-1:2004. Considerando os sistemas de laje estudados neste documento, esta metodologia é aplicável às lajes em MLC (homogéneas). Desta forma, assumindo que nenhuma contra flecha é aplicada, a deformação final de uma laje em MLC é calculada segundo as equações abaixo apresentadas:

$$w_{net,fin} = w_{net,fin,G} + w_{net,fin,Q} \quad (3.51)$$

$$w_{net,fin,G} = w_{inst,G} + w_{creep,G} = w_{inst,G} \cdot (1 + k_{def}) \quad (3.52)$$

$$w_{net,fin,Q} = w_{inst,Q} + w_{creep,Q} = w_{inst,Q} \cdot (1 + \psi_2 \cdot k_{def}) \quad (3.53)$$

Onde  $w_{net,fin}$  é a deformação final aparente,  $w_{net,fin,G}$  é a deformação final aparente devida a cargas permanentes,  $w_{net,fin,Q}$  é a deformação final aparente devida a cargas variáveis,  $w_{creep,G}$  é a deformação por fluência devida a cargas permanentes,  $w_{creep,Q}$  é a deformação por fluência devida a cargas variáveis e  $\psi_2$  é o coeficiente para o valor quase permanente da ação recomendado na EN 1990:2002.

No que se refere a sistemas de laje mista/composta cujo comportamento ao longo do tempo dos elementos é diferente, esta relação linear não pode ser assumida. Para estes casos, a deformação a longo prazo deve ser determinada com base na deformação ocorrida considerando a combinação quase permanente e a rigidez efetiva à flexão afetada pela fluência dos materiais (propriedades de rigidez dos materiais reduzidas de acordo com as equações (3.79), (3.80), (3.81) e (3.82) apresentadas na secção 3.6), que é somada à deformação instantânea devida à restante carga variável sem fluência ( $w_q$ ).

A deformação final é então calculada de acordo com:

$$w_{net,fin} = w_{qp} + w_q = \frac{5 \cdot (G_k + \psi_2 \cdot Q_k) \cdot L^4}{384 \cdot (EI)_{ef,ser,fin}} + \frac{5 \cdot (1 - \psi_2) \cdot Q_k \cdot L^4}{384 \cdot (EI)_{ef,ser}} \quad (3.54)$$

Onde  $(EI)_{ef,ser,fin}$  é a rigidez efetiva à flexão em estado limite de serviço considerando a fluência dos materiais.

O processo de determinação das deformações é descrito de forma mais detalhada no Anexo D.

### 3.4.2 Comportamento Dinâmico (Vibração)

Como previamente mencionado, o controlo de vibração dos sistemas de laje obedece uma série de critérios, cuja determinação varia em função da metodologia de cálculo adotada. Nesta dissertação, estes critérios foram definidos de acordo com a ÖNORM B 1995-1-1:2019. Esta é a norma que apresenta uma metodologia mais detalhada e adaptada aos sistemas de laje constituídos parcial ou totalmente em MLC. Além disso, é referenciada num anexo nacional do regulamento europeu o que torna a sua utilização mais viável e credível.

Esta metodologia é baseada nos estudos realizados em Hamm e Ritcher (2009) e Hamm *et al.* (2010). A sua implementação em lajes MLC e lajes compostas MLC-vigas de ML é vastamente recomendada nos manuais de dimensionamento, apresentando resultados fidedignos, congruentes com o comportamento real dos sistemas de laje (Wallner-Novak *et al.*, 2014; Wallner-Novak *et al.*, 2018 e Stora Enso, 2022). Em lajes mista MLC-betão e composta MLC-vigas de aço a utilização deste método é pouco empregue na literatura disponível, pelo que é normalmente utilizada a metodologia proposta na EN 1995-1-1:2004 (Hassan *et al.*, 2019 e Forsberg e Farbäck, 2020). Apesar disso, no estudo realizado neste documento, o comportamento face à vibração dos sistemas de laje foi na mesma analisado com base no anexo nacional austríaco. O fundamento desta metodologia é semelhante ao da apresentada na EN 1995-1-1:2004, acrescendo de critérios para sistemas de laje com baixa frequência fundamental e suscetíveis a ressonância.

De acordo com a ÖNORM B 1995-1-1:2019, o controlo de vibração das lajes contempla critérios de frequência fundamental, rigidez e aceleração de vibração. Estes critérios são limitados em função de classes de desempenho da laje, caracterizadas pelo tipo de uso pretendido e aos quais estão associados o seu comportamento e requisitos construtivos a serem cumpridos.

A Tabela 3.3, apresenta as classes de desempenho das lajes analisadas bem como o comportamento/critérios associados.

Tabela 3.3 - Classes de laje e comportamento/critérios associados.

	Laje de classe I	Laje de classe II
Perceção das vibrações	Vibrações não são perceptíveis Vibrações não são incomodativas	Vibrações são perceptíveis Vibrações não são incomodativas
Tipo de uso	Corredores com pequeno vão Lajes com diferentes ocupações Lajes de escritórios	Lajes com ocupação única Lajes de habitação familiar com uso normal
Requisitos construtivos	Camada superficial de betonilha seca ou molhada e leve ou pesada <sup>15</sup>	Camada superficial de betonilha seca ou molhada e leve ou pesada
Critério de frequência	$f_1 \geq f_{lim} = 8 \text{ Hz}$	$f_1 \geq f_{lim} = 6 \text{ Hz}$
Critério de rigidez	$w_{1kN} \leq 0,25 \text{ mm}$	$w_{1kN} \leq 0,5 \text{ mm}$
Critério de aceleração	$a_{rms} \leq 0,05 \text{ m/s}^2$	$a_{rms} \leq 0,1 \text{ m/s}^2$
Frequência mínima	$f_1 \geq f_{min} = 4,5 \text{ Hz}$	$f_1 \geq f_{lim} = 4,5 \text{ Hz}$

### 3.4.2.1 Critério de Frequência Fundamental

A frequência fundamental dos sistemas de laje é determinada de acordo com a suas propriedades mecânicas, esquema estrutural e condições/restrições consideradas nos apoios. A constituição ortogonal das camadas confere um efeito de distribuição bidirecional que potencializa o comportamento dos sistemas, inclusive a sua frequência fundamental. De acordo com a ÖNORM B 1995-1-1:2019, essa distribuição é contabilizada no cálculo da frequência fundamental em função do rácio de rigidez efetiva à flexão nas duas direções respetivas ao desenvolvimento das camadas. Desta forma, o efeito de distribuição de carga bidirecional deve ser considerado se a seguinte equação for cumprida:

$$(EI)_b / (EI)_l \geq 0,05 \quad (3.55)$$

Onde  $(EI)_b$  é a rigidez efetiva à flexão na direção transversal do elemento em MLC segundo uma largura unitária e  $(EI)_l$  é a rigidez efetiva à flexão na direção longitudinal do elemento em MLC segundo uma largura unitária ( $(EI)_l = (EI)_{ef, serv}$ ).

<sup>15</sup> De acordo com a ÖNORM EN 1995-1-1/NA:2019 a camada superficial de betonilha é considerada pesada quando o seu peso é de pelo menos 60 kg/m<sup>2</sup>.

Por conseguinte, a frequência fundamental dos sistemas de laje é calculada de acordo com a equação (3.56) em sistemas onde não há efeito de distribuição bidirecional e de acordo com a equação (3.57) em sistemas onde esse efeito é considerado:

$$f_1 = \frac{2 \cdot \pi}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{(EI)_l}{m}} \quad (3.56)$$

$$f_1 = \frac{2 \cdot \pi}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{(EI)_l}{m}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{l}{B}\right)^4 \cdot \frac{(EI)_b}{(EI)_l}} \quad (3.57)$$

Onde  $f_1$  é a frequência fundamental do sistema de laje,  $l$  é o vão da laje,  $m$  é a massa do sistema de laje e  $B$  é a largura do sistema de laje.

A massa do sistema é dada pelo somatório das cargas permanentes (peso próprio mais o peso dos revestimentos/acabamentos), sendo o peso da carga variável negligenciado. Para o critério de frequência fundamental ser diretamente verificado, a frequência fundamental obtida deve ser superior à frequência limite descrita na Tabela 3.3 relativa à classe de laje em análise. Quando esta for inferior, o critério de aceleração tem de ser verificado. Neste caso deve ainda garantir-se uma frequência fundamental mínima de 4,5 Hz, caso contrário o critério não é verificado.

### 3.4.2.2 Critério de Rigidez

O critério de rigidez limita a deformação do sistema de laje considerando uma carga pontual de 1 kN a atuar na zona mais desfavorável. Para lajes de vão único simplesmente apoiadas, este critério é verificado em função da deformação a meio do vão, determinada de acordo com a equação (3.58).

$$w_{1kN} = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot (EI)_l \cdot b_f} \quad (3.58)$$

Onde  $F$  é a carga pontual de 1 kN e  $b_f$  é a largura efetiva.

A definição de uma largura efetiva provém da constituição ortogonal da MLC, que lhe confere uma capacidade de carga bidirecional, e deve ser tida em conta quando o sistema de laje é solicitado por cargas concentradas. A consideração da distribuição bidirecional da carga no processo de cálculo tornando-o mais aproximado à realidade, permitindo tirar partido das propriedades da MLC (Wallner-Novak *et al.*, 2018).

A largura efetiva é calculada conforme a equação (3.59):

$$b_f = \min \left\{ \frac{L}{1,1} \cdot \sqrt[4]{\frac{(EI)_b}{(EI)_l}}; B \right\} \quad (3.59)$$

### 3.4.2.3 Critério de Aceleração

A aceleração da vibração deve respeitar os limites estabelecidos na Tabela 3.3 em função da classe de desempenho da laje em análise, sendo esta calculada segundo a equação (3.60):

$$a_{rms} = \frac{0,4 \cdot \alpha \cdot F_0}{2 \cdot \zeta \cdot M^*} \quad (3.60)$$

Onde,  $\alpha$  é o coeficiente de Fourier,  $F_0$  é a força vertical induzida pelo utilizador quando este se desloca sobre a laje ( $F_0 = 700 \text{ N}$ ),  $\zeta$  é o coeficiente de amortecimento e  $M^*$  é a massa modal.

O coeficiente de Fourier é determinado em função da frequência fundamental da laje tal como apresentado na equação (3.61). A massa modal é função da massa do sistema, comprimento do vão e largura efetiva, devendo ser calculada de acordo com a equação (3.62):

$$\alpha = e^{-0,4 \cdot f_1} \quad (3.61)$$

$$M^* = m \cdot \frac{l}{2} \cdot b_f \quad (3.62)$$

A definição do coeficiente de amortecimento para efeitos de dimensionamento deve ser realizada de acordo com as recomendações prescritas nos regulamentos europeus e manuais de dimensionamento. Para lajes em MLC com ou sem revestimento superficial, é recomendado em Gustafsson (2019) e na ÖNORM B EN 1995-1-1:2019 que seja adotado um valor de  $\zeta = 0,025$ . Relativamente a lajes mistas MLC-betão a FprCEN/TS 19103:2021 recomenda um valor idêntico, sendo este também concordante com o valor utilizado em Folsberg e Farbäck (2020) onde o sistema de laje foi considerado como uma laje em MLC com uma camada superficial leve de betonilha apoiada em dois lados. Esta equivalência de valores entre sistemas de laje é controversa, uma vez que em geral, comparativamente com as lajes em MLC, as lajes mistas MLC-betão apresentam um maior peso o que resulta num maior amortecimento do sistema.

Para lajes compostas MLC-vigas de ML um valor de  $\zeta = 0,02$  é proposto na prEN 1995-1-1:2021. Contudo, para estes sistemas é comum ser adotado um valor superior de  $\zeta = 0,04$ , resultado da consideração de uma camada superficial leve de betonilha (Wallner-Novak *et al.*, 2018 e

Stora Enso, 2022). Para lajes compostas MLC-vigas de aço nenhum valor é recomendado nas normas europeias, pelo que a sua determinação pode ser baseada em ensaios experimentais. Valores variáveis entre 0,03 e 0,035 foram registados em Chiniforush *et al.* (2019) para o primeiro modo de vibração dos sistemas de laje. Os sistemas analisados pelos autores são semelhantes aos considerados nesta dissertação, sendo por isso estes valores tomados como referência. Posto isto, a definição dos coeficientes de amortecimento revela-se discutível e subjetiva pelo que uma análise da sua influência no dimensionamento dos sistemas de laje revela-se de todo o interesse.

### **3.5 Sistemas de Ligação**

Em geral, os sistemas de ligação são os elementos condicionantes do desempenho mecânico dos sistemas compostos. Por conseguinte, o correto conhecimento de metodologias de cálculo bem como das disposições construtivas é essencial. No processo de dimensionamento de lajes compostas, a definição da rigidez e capacidade resistente da ligação são parâmetros determinantes. A rigidez da ligação é caracterizada pelo módulo de deslizamento que, de acordo com o método *Gamma* ( $\gamma$ ), apresenta uma relação linear com a força atuante no sistema composto. A capacidade resistente é por sua vez determinada através de modelos de cálculo empíricos desenvolvidos com base em análises experimentais.

Face ao caráter recente dos sistemas de laje composta estudadas nesta dissertação, devido à utilização de MLC, as recomendações para a definição destas propriedades não são apresentadas de forma completa na EN 1995-1-1:2004. De facto, esta norma nem sempre está em concordância com os avanços científicos e tecnológicos o que pode levar a um dimensionamento pouco aproximado à realidade. Posto isto, a utilização de especificação técnicas alusivas aos sistemas de laje composta e respetivas ligações é recomendada.

Nesta secção serão apresentadas as metodologias utilizadas para a definição do módulo de deslizamento e capacidade resistente ao corte das ligações, tendo por base a informação presente na EN 1995-1-1:2004 e complementando-a, quando aplicável, com a ETA dos ligadores utilizados (ETA-11/0033:2022 para a ligação MLC-vigas de ML e ETA-19/0244:2019 para a ligação MLC-betão) e outras especificações técnicas. Estas metodologias são direcionadas para os ligadores do tipo cavilha, sendo estes considerados para a análise realizada no Capítulo 4 como resultado da sua vasta utilização nos sistemas de laje composta analisados.

### 3.5.1 Rigidez da Ligação

O módulo de deslizamento é um parâmetro caracterizador da rigidez da ligação, influente na distribuição das tensões nos elementos constituintes de um sistema composto. Para efeitos de dimensionamento, o módulo de deslizamento pode ser determinado de acordo com resultados experimentais, numéricos ou regulamento/especificações técnicas. A nível regulamentar, a EN 1995-1-1:2004 (Tabela 7.1 da cláusula 7.1) recomenda modelos de cálculo, baseados em ensaios experimentais, para a determinação do módulo de deslizamento em estado limite de serviço. Nestes, o tipo de ligador, a massa volúmica dos elementos de madeira intervenientes na ligação, o diâmetro do ligador e condições de aplicação dos ligadores (com ou sem furação prévia, quando aplicável), são parâmetros essenciais para a determinação do módulo de deslizamento. Em ligações materializadas por parafusos, o módulo de deslizamento é determinado de acordo com a seguinte equação:

$$K_{ser} = \rho_m^{1,5} \cdot d/23 \quad (3.63)$$

Onde  $K_{ser}$  é o módulo de deslizamento em estado limite de serviço,  $\rho_m$  é a o valor médio da massa volúmica da madeira e  $d$  é o diâmetro do parafuso. Em sistemas compostos constituídos por diferentes elementos em madeira, o valor médio da massa volúmica deve ser calculado segundo a equação (3.64):

$$\rho_m = \sqrt{\rho_{m,1} \cdot \rho_{m,2}} \quad (3.64)$$

Onde  $\rho_{m,1}$  e  $\rho_{m,2}$  é o valor médio da massa volúmica dos elementos de madeira 1 e 2.

As equações (3.63) e (3.64) são, portanto, aplicáveis aos sistemas de laje composta MLC-vigas de ML estudadas nesta dissertação, sendo  $\rho_{m,1}$  e  $\rho_{m,2}$  correspondentes ao valor médio da massa volúmica da MLC e da ML, respetivamente. Para ligações madeira-betão e madeira-aço a EN 1995-1-1:2004 recomenda que o módulo de deslizamento da ligação seja determinado com base na equação (3.63) multiplicando-a por 2 e considerando apenas o valor médio da massa volúmica do elemento em madeira. Esta abordagem deve, portanto, ser adotada para a determinação do módulo de deslizamento da ligação dos sistemas de laje mista MLC-betão e laje composta MLC-vigas aço.

Derivado da variabilidade comportamental dos sistemas compostos, o módulo de deslizamento tem de ser determinado para os estados limite de serviço e estados limite último. Para os estados limite de serviço, o valor do módulo de deslizamento é diretamente obtido das equações recomendadas na Tabela 7.1 da EN 1995-1-1:2004, mais especificamente, de acordo com a equação (3.63) previamente apresentada.

No que respeita os estados limite último, é recomendado na cláusula 2.2.2(2) da EN 1995-1-1:2004 que este valor seja reduzido para 2/3, ou seja:

$$K_u = \frac{2}{3} \cdot K_{ser} \quad (3.65)$$

A abordagem de cálculo recomendada pela EN 1995-1-1:2004, apesar de viável, revela-se simplista e pouco realista em algumas situações. Na realidade, o módulo de deslizamento depende de outros parâmetros para além dos considerados nos modelos sugeridos. A configuração (ligadores paralelos ou cruzados), inclinação e profundidade de penetração dos ligadores são também parâmetros influentes no módulo de deslizamento, pelo que é de todo o interesse considerá-los para sua determinação (ver por exemplo Shahnewaz *et al.*, 2022b). A versão em revisão desta norma (prEN 1995-1-1:2021) já permite a consideração da influência da inclinação da ligação para o cálculo do valor médio do módulo de deslizamento através da combinação de um módulo de deslizamento relativo axial e lateral ( $K_{ser,\alpha,mean}$ ). Contudo, uma vez que esta versão ainda não se encontra normalizada, a sua utilização nesta dissertação foi descartada.

No dimensionamento dos sistemas das lajes compostas MLC-vigas de ML e MLC-vigas de aço elaborado nesta dissertação, uma vez que nenhuma informação adicional é conhecida, o módulo de deslizamento do ligador foi determinado com base nas equações e diretivas anteriormente apresentadas e baseadas na norma europeia. No caso da laje mista MLC-betão, este parâmetro foi determinado de acordo com as recomendações presentes a ETA do sistema de ligação considerado (ETA-19/0244:2019). As propriedades dos sistemas de ligação são apresentadas pormenorizadamente na secção 4.1.1 e Anexo D.

### 3.5.2 Capacidade Resistente

A definição da capacidade resistente das ligações é determinante para o cumprimento dos critérios de estado limite último e conseqüente viabilização dos sistemas de laje. Desta forma, é importante garantir que a capacidade resistente da ligação é superior à força nela atuante (secção 3.3.3), devendo a equação (3.66) ser cumprida:

$$F_{L,ed} \leq F_{v,Rd} = k_{mod} \frac{F_{v,Rk}}{\gamma_M} \quad (3.66)$$

Onde  $F_{v,Rd}$  é o valor de cálculo da capacidade resistente ao corte da ligação,  $F_{v,Rk}$  é o valor característico da capacidade resistente ao corte da ligação.

Para efeitos de dimensionamento, a determinação da capacidade resistente da ligação é sustentada em modelos de cálculo desenvolvidos com base em estudos experimentais previamente realizados. A teoria de Johansen (Johansen 1949) é o modelo recomendado na EN 1995-1-1:2004 para o dimensionamento das ligações do tipo cavilha constituintes de sistemas compostos em madeira sujeitos a esforços de corte. Esta teoria define a capacidade resistente ao corte das ligações em função dos diferentes possíveis modos de rotura. Os modos de rotura assentam no pressuposto do comportamento rígido-plástico da ligação e baseiam-se no equilíbrio de tensões desenvolvidas no ligador, quando introduzido num elemento de madeira, em função dos planos de corte. Esta teoria é aplicável a ligações de sistemas compostos madeira-madeira, madeira-derivados e madeira-aço constituídos por um ou dois planos de corte, ou seja, com dois ou três elementos. Por conseguinte, esta pode ser utilizada para os sistemas de laje composta MLC-vigas de ML e MLC-vigas de aço. A MLC tem de ser considerada como um elemento único, por forma a ser cumprido o limite de planos de corte permitido pelo modelo. Desta forma, a capacidade resistente das ligações é calculada considerando somente um plano de corte.

No caso das ligações dos sistemas de laje mista MLC-betão, a teoria de Johansen não é aplicável sendo que nenhuma informação é apresentada na EN 1995-1-1:2004. Deste modo, a capacidade resistente destas ligações deve ser determinada com base em modelos de cálculo especificamente desenvolvidos para ligações madeira-betão. Em seguida, são descritas as metodologias de cálculo adotadas para a determinação da capacidade resistente das ligações pertencentes aos sistemas de laje compostos estudados nesta dissertação.

### **3.5.2.1 Ligadores MLC-Viga de ML**

A determinação da capacidade resistente ao corte das ligações do tipo cavilha constituintes das lajes compostas MLC-vigas de ML deve ser realizada de acordo com o modelo de cálculo proposto na cláusula 8.2.2 da EN 1995-1-1:2004, relativo a ligações madeira-madeira e painel-madeira. A capacidade resistente por plano de corte e por ligador é obtida com base em três tipos de rotura subjacentes a este tipo de ligação: rotura devido ao esmagamento da madeira sem plastificação do ligador (modos (a) e (b)), rotura devido ao esmagamento da madeira e plastificação do ligador com a formação de uma rótula plástica por plano de corte (modos (c), (d) e (e)) e rotura devido à plastificação do ligador com a formação de duas rótulas plásticas (modo (f)).

A Figura 3.18 ilustra os modos de rotura previamente referidos para um plano de corte.

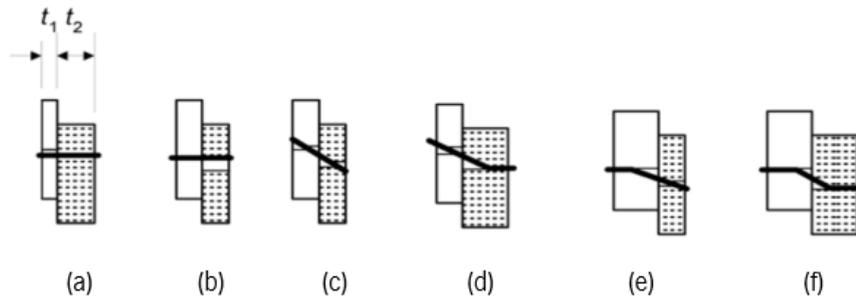


Figura 3.18 - Modos de rotura característicos de ligações em madeira sujeitas a corte simples de acordo com a EN 1995-1-1:2004.

O valor da capacidade resistente é dado pelo menor dos valores de resistência obtidos para os diferentes modos de rotura. Para ligações sujeitas a um plano de corte a capacidade resistente por ligador é dada por:

$$F_{v,Rk} = \min \begin{cases} f_{h,1,k} t_1 d & \text{(a)} \\ f_{h,2,k} t_2 d & \text{(b)} \\ \frac{f_{h,1,k} t_1 d}{1 + \beta} \cdot \left[ \sqrt{\beta + 2\beta^2 \left[ 1 + \frac{t_2}{t_1} + \left( \frac{t_2}{t_1} \right)^2 \right] + \beta^3 \left( \frac{t_2}{t_1} \right)^2} - \beta \left( 1 + \frac{t_2}{t_1} \right) \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4} & \text{(c)} \\ 1,05 \frac{f_{h,1,k} t_1 d}{2 + \beta} \cdot \left[ \sqrt{2\beta(1 + \beta) + \frac{4\beta(2 + \beta) M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} d t_1^2}} - \beta \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4} & \text{(d)} \\ 1,05 \frac{f_{h,1,k} t_2 d}{1 + 2\beta} \cdot \left[ \sqrt{2\beta^2(1 + \beta) + \frac{4\beta(1 + 2 \cdot \beta) M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} d t_2^2}} - \beta \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4} & \text{(e)} \\ 1,15 \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 M_{y,Rk} f_{h,1,k} d} + \frac{F_{ax,Rk}}{4} & \text{(f)} \end{cases} \quad (3.67)$$

Onde  $F_{v,Rk}$  é o valor característico da capacidade resistente ao corte por ligador e por plano de corte,  $f_{h,1,k}$  e  $f_{h,2,k}$  é o valor característico da resistência ao esmagamento localizado dos elementos em madeira 1 e 2,  $t_1$  e  $t_2$  é a profundidade à qual o ligador está inserido nos elementos em madeira 1 e 2,  $d$  é o diâmetro do ligador;  $\beta$  é o rácio entre os valores característicos da resistência ao esmagamento localizado dos elementos de madeira ( $\beta = f_{h,1,k}/f_{h,2,k}$ ),  $M_{y,Rk}$  é o momento de cedência plástica do ligador e  $F_{ax,Rk}$  é o valor característico da capacidade resistente ao arranque axial dos ligadores. Para o caso específico da ligação estudada nesta dissertação, os elementos em madeira 1 e 2 são referentes à MLC e ML, respetivamente.

O segundo termo presente nas equações inerentes aos modos de rotura (c), (d), (e) e (f) corresponde ao efeito de cabo ("rope effect"). Este efeito é característico dos ligadores do tipo cavilha carregados

lateralmente e é materializado pela deformação sofrida no ligador face ao movimento oposto dos elementos ligados quando tensionados. Este comportamento confere um aumento das forças de atrito entre elementos, controladas pela resistência axial do ligador, e que propiciam um acréscimo da capacidade resistente ao corte da ligação.

De acordo com a EN 1995-1-1:2004 a contribuição do efeito de cabo é delimitada em função da parcela de Johansen e da tipologia de ligador adotada (ver cláusula 8.2.2(2) da EN 1995-1-1:2004). A definição deste efeito é elaborada em função da capacidade resistente ao arranque axial do ligador  $F_{ax,Rk}$  que, para a tipologia de ligação analisada, é obtida com base no menor valor entre a capacidade resistente ao arranque do ligador, a capacidade resistente ao arranque da cabeça do ligador e da capacidade resistente à tração do parafuso. A determinação desta propriedade requer um conhecimento preciso de alguns aspetos comportamentais e construtivos das secções compostas e respetivo sistema de ligação que, numa fase inicial, não conseguem ser devidamente caracterizados. Desta forma, o efeito de cabo não foi considerado para a determinação da capacidade resistente da ligação entre a MLC e a viga de ML inerente ao dimensionamento do sistema de laje composta MLC-viga de ML elaborado no âmbito da análise realizada no Capítulo 4. Contudo, numa fase de dimensionamento mais avançada, a sua consideração é recomendada.

Para além do efeito anteriormente abordado, a determinação da resistência ao esmagamento localizado dos elementos em madeira e do momento de cedência plástica do ligador é também essencial na definição do comportamento da ligação. Para ligações aparafusadas, estes parâmetros são definidos de acordo com as recomendações estipuladas na EN 1995-1-1:2004 para os parafusos de rosca (cláusula 8.5 da EN 1995-1-1:2004). Desta forma, o valor característico ao esmagamento localizado da MLC e ML segundo qualquer ângulo  $\alpha$  entre o eixo do ligador e a direção das fibras da madeira (direção longitudinal) é calculado de acordo com a seguinte expressão:

$$f_{h,\alpha,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} \quad (3.68)$$

Com:

$$f_{h,0,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01d) \cdot \rho_k \quad (3.69)$$

$$k_{90} = \begin{cases} 1,35 + 0,015d, & \text{resinosas} \\ 1,30 + 0,015d, & \text{LVL} \\ 0,90 + 0,015d, & \text{folhosas} \end{cases} \quad (3.70)$$

Onde  $f_{h,0,k}$  é o valor característico da resistência ao esmagamento localizado do elemento em madeira na direção das fibras e  $\rho_k$  é o valor característico da massa volúmica do elemento em madeira.

O momento de cedência plástica do ligador é por sua vez calculado segundo a equação (3.71):

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} \quad (3.71)$$

Onde  $M_{y,Rk}$  é o valor característico do momento de cedência plástica,  $f_{u,k}$  é o valor característico da tensão de rotura à tração do aço e  $d$  é o diâmetro do parafuso.

No caso de estudo realizado nesta dissertação, as propriedades do ligador foram definidas de acordo com as recomendações específicas apresentadas na ETA do produto (ETA-11/0033:2022). Nesta ETA, é sugerido que para ligações aparafusadas instaladas sem furação prévia e com um ângulo,  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ , o valor característico da resistência ao esmagamento localizado dos elementos em madeira seja obtido de acordo com a equação (3.72):

$$f_{h,k} = \frac{0,082 \cdot \rho_k \cdot d^{-0,3}}{2,5 \cdot \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} \quad (3.72)$$

Para elementos em MLC é adicionalmente recomendado que a massa volúmica adotada seja de 110 % da menor massa volúmica das camadas que o constituem. O momento de cedência plástica do ligador considerado foi diretamente obtido com base nos valores recomendados na ETA do produto. O procedimento e os valores considerados podem ser consultados no Anexo D.

### 3.5.2.2 Ligadores MLC-Viga de Aço

Nos sistemas de laje MLC-vigas de aço, a determinação da capacidade resistente ao corte da ligação deve realizar-se em concordância com as diretivas presentes na cláusula 8.2.3 da EN 1995-1-1:2004 referentes às ligações madeira- aço, ou seja, considerando o banzo da viga como uma chapa de aço. Os modos de rotura inerentes a estas ligações resultam do esmagamento da madeira, cedência do ligador ou a conjugação dos dois, representados na Figura 3.19 pelos modos (a) e (c), modo (e) e modos (b) e (d), respetivamente. Estes são definidos em função da tipologia de chapa estudada, isto é, chapa fina ou chapa espessa. Esta diferenciação resulta da variabilidade do comportamento da ligação em função da espessura da chapa. Se a chapa for fina, a possibilidade de rotação do ligador na secção do furo deve ser considerada nos modos de rotura. No caso da chapa espessa esta rotação é restringida, derivado do efeito de encastramento proporcionado pela espessura da chapa. De acordo com a EN 1995-1-1:2004 o diâmetro do parafuso e a espessura da chapa são os parâmetros definidores para a caracterização da chapa. A chapa é considerada fina se a sua espessura for inferior ou igual a metade do diâmetro do parafuso e espessa se a sua espessura for superior ou igual ao diâmetro do parafuso.

Na Figura 3.19 são apresentados os diferentes modos de rotura característico destas ligações, onde os modos (a) e (b) são alusivos a chapas de aço finas e os modos (c), (d) e (e) a chapas espessas.

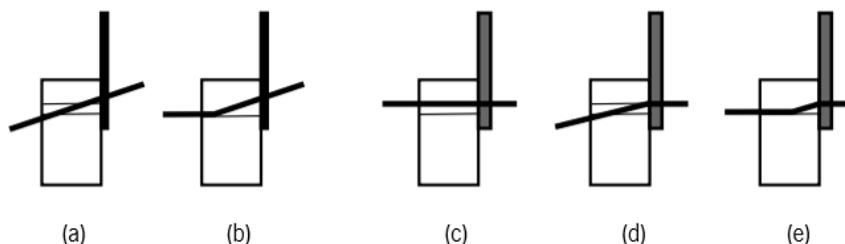


Figura 3.19 - Modos de rotura característicos de ligações madeira-aço sujeitas a corte simples de acordo com a EN 1995-1-1:2004 (Kypruanou et al., 2021).

O valor característico da capacidade resistente ao corte por plano de corte e por ligador para chapas finas e chapas espessas é obtido em função das equações (3.73) e (3.74), respetivamente. No caso de a espessura da chapa estar entre os limites anteriormente referidos, a capacidade resistente deve ser calculada através de uma interpolação linear entre os valores obtidos para os limites, isto é, para chapa fina e chapa espessa.

$$F_{v,RK} = \min \begin{cases} 0,4 f_{h,k} t_1 d & \text{(a)} \\ 1,15 \sqrt{2 M_{y,Rk} f_{h,k} d} + \frac{F_{ax,Rk}}{4} & \text{(b)} \end{cases} \quad (3.73)$$

$$F_{v,RK} = \min \begin{cases} f_{h,k} \cdot t_1 \cdot d & \text{(c)} \\ f_{h,k} t_1 d \left[ \sqrt{2 + \frac{4 M_{y,Rk}}{f_{h,k} d t_1^2}} - 1 \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4} & \text{(d)} \\ 2,3 \sqrt{M_{y,Rk} f_{h,k} d} + \frac{F_{ax,Rk}}{4} & \text{(e)} \end{cases} \quad (3.74)$$

Onde  $f_{h,k}$  é o valor característico da resistência ao esmagamento localizado do elemento em madeira. Os valores característicos da resistência ao esmagamento localizado da MLC e do momento de cedência plástica do ligador são definidos de forma análoga ao anteriormente apresentado para a ligação MLC-viga de ML, ou seja, de acordo com as equações (3.68) e (3.71), aplicáveis a parafusos de rosca. Derivado das razões anteriormente enunciadas, o efeito de cabo não foi considerado para a análise realizada no Capítulo 4. A EN 1995-1-1:2004 recomenda ainda a verificação da capacidade resistente dos elementos em aço. Considerando a configuração estrutural e carregamento adotados na análise posteriormente realizada nesta dissertação, as tensões presentes no elemento de aço devem ser verificadas de acordo com a metodologia apresentada na secção 3.3.4.4. Contudo, derivado do comportamento e capacidade resistente do aço, a rotura associada ao esmagamento localizado do elemento de madeira e/ou plastificação do ligador são os modos de rotura habitualmente governantes nas ligações madeira-aço.

### 3.5.2.3 Ligadores MLC-Betão

Em sistema de laje mista MLC-betão a definição do comportamento do betão é essencial para a determinação da capacidade resistente da ligação. A EN 1995-1-1:2004 não apresenta nenhuma recomendação específica alusiva à determinação desta capacidade, pelo que alguns modelos de cálculo foram desenvolvidos e são referenciados em especificações e aprovações técnicas de sistemas de ligação. A FprCEN/TS 19103:2021 recomenda a determinação da capacidade resistente ao corte de acordo com as equações de Johansen apresentadas na secção 3.5.2.1 onde, para um comprimento de penetração do ligador na camada de betão de no mínimo três vezes o diâmetro do ligador, o valor característico da resistência ao esmagamento localizado do elemento de betão é dado como o triplo do valor característico da sua resistência à compressão (cláusula 10.3.2.2 da FprCEN/TS 19103:2021):

$$f_{c,h,k} = 3 \cdot f_{c,k} \quad (3.75)$$

Onde  $f_{c,h,k}$  é o valor característico da resistência ao esmagamento localizado do betão.

Contudo, esta abordagem não é aplicável para ligações inclinadas, o que torna a sua utilização inválida para os ligadores cruzados adotados para o estudo apresentado no Capítulo 4. Por conseguinte, a capacidade resistente ao corte da ligação MLC-betão considerada foi determinada com base no modelo de cálculo recomendado na ETA do ligador. Segundo este modelo, o valor característico da capacidade resistente ao corte do ligador é determinado de acordo com a equação (3.76), considerando a inclinação dos parafusos em relação às fibras da madeira, o atrito na interface de contacto entre o elemento de madeira e a camada de betão e três modos de rotura: rotura por arranque axial do ligador no elemento de madeira, rotura por cedência à tração do ligador e rotura por arranque axial do ligador no betão:

$$F_{RK} = (\cos \alpha + \mu \cdot \sin \alpha) \cdot \min\{F_{ax,\alpha,RK}; f_{tens,k}; F_{ax,concrete,RK}\} \quad (3.76)$$

Com:

$$F_{ax,\alpha,RK} = k_{ax} \cdot 11,3 \cdot d \cdot l_{ef} \cdot \left(\frac{\rho_k}{350}\right)^{0,8} \quad (3.77)$$

$$k_{ax} = 1,0 \text{ para } 45^\circ \leq \alpha < 90^\circ \quad (3.78)$$

Onde  $\mu$  é o coeficiente de atrito ( $\mu = 0,25$ , contacto direto entre a camada de betão e o elemento de madeira),  $F_{ax,\alpha,RK}$  é o valor característico da capacidade resistente ao arranque axial do ligador no elemento de madeira,  $f_{tens,k}$  é o valor característico da resistência à tração do parafuso,  $F_{ax,concrete,RK}$  é o valor característico da capacidade resistente ao arranque axial do ligador na camada de betão e  $l_{ef}$  é o comprimento de penetração do parafuso no elemento de madeira.

As propriedades mecânicas do ligador bem como os restantes parâmetros essenciais à determinação da capacidade resistente da ligação foram diretamente retiradas da ETA do ligador (ETA-19/0244:2019). Para mais informações o leitor é direcionado para a secção 4.1.1.2 e Anexo D.

### 3.5.3 Disposições Construtivas

O controlo dos espaçamentos dos ligadores é determinante para a garantia da sua eficiência e adequada execução em obra. Este passa pela definição e cumprimento de espaçamentos mínimos definidos em função da direção analisada, isto é, perpendicular ou paralelo às fibras da madeira, como resultado da variabilidade comportamental da madeira face à direção da solicitação imposta. Desta forma, pode fazer-se a distinção entre dois tipos de espaçamento: espaçamento entre ligadores e distância aos topos<sup>16</sup> e bordos<sup>17</sup> solicitados e não solicitados do elemento estrutural. No caso da distância aos topos e bordos, a sua definição é ainda dependente do ângulo entre a força aplicada e a direção das fibras da madeira. Os valores mínimos dos espaçamento e distâncias são recomendados na EN 1995-1-1:2004 em função do ligador utilizado. Para parafusos de rosca, esta norma sugere a utilização das expressões recomendadas aos parafusos de porca, sendo estas apresentadas na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 - Valores mínimos do espaçamento e distância aos topos e bordos para parafusos de rosca.

Espaçamentos	Ângulo	Espaçamento mínimo
$a_1$	$0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$	$(4 +  \cos \alpha ) \cdot d$
$a_2$	$0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$	$4 \cdot d$
$a_{3,t}$	$-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$\max[7 \cdot d; 80 \text{ mm}]$
$a_{3,c}$	$-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$	$\max[(1 + 6 \cdot \sin \alpha) \cdot d; 4 \cdot d]$
	$150^\circ \leq \alpha \leq 210^\circ$	$4 \cdot d$
	$210^\circ \leq \alpha \leq 270^\circ$	$\max[(1 + 6 \cdot \sin \alpha) \cdot d; 4 \cdot d]$
$a_{4,t}$	$0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$	$\max[(2 + 2 \cdot \sin \alpha) \cdot d; 3 \cdot d]$
$a_{4,c}$	$180^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$	$3 \cdot d$

Onde  $a_1$  é o espaçamento entre parafusos da mesma fiada;  $a_2$  é o espaçamento entre fiadas;  $a_{3,t}$  é a distância entre o parafuso e o topo solicitado;  $a_{3,c}$  é a distância do parafuso ao topo não solicitado;  $a_{4,t}$  é a distância entre o parafuso e o bordo solicitado e  $a_{4,c}$  é a distância entre o parafuso e o bordo não solicitado.

<sup>16</sup> O topo corresponde à face perpendicular à direção das fibras da madeira.

<sup>17</sup> O bordo corresponde à face paralela à direção das fibras da madeira.

A título elucidativo, os espaçamentos e distâncias mínimas previamente abordados são ilustrados esquematicamente na Figura 3.20, sendo o número 1 representativo dos ligadores e o número 2 da direção das fibras da madeira.

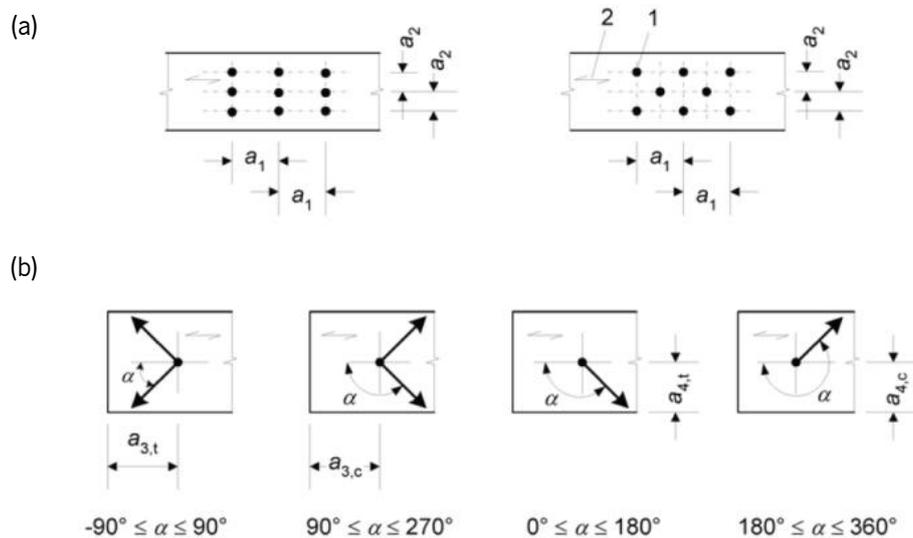


Figura 3.20 - Espaçamentos e distâncias mínimas entre ligadores (EN 1995-1-1:2004). (a) Espaçamento entre ligadores. (b) Distância aos topos e bordos solicitados ou não.

As expressões anteriormente apresentadas são direcionadas para sistemas de ligação cujos elementos intervenientes são em madeira. Por conseguinte, estas são aplicáveis para as ligações constituintes das lajes compostas MLC-vigas de ML estudadas nesta dissertação. No que se refere a ligações madeira-betão e madeira-aço, a EN 1995-1-1:2004 não faz alusão a nenhuma recomendação específica. No estudo realizado no Capítulo 4, a disposição construtiva dos ligadores foi assegurada em concordância com as especificações técnicas referentes aos sistemas de ligação considerados e respetiva laje composta. Para as ligações MLC-vigas de ML foram seguidas as recomendações prescritas na ETA-11/0033:2022 e ficha técnica do produto (VGZ, 2022), referentes a ligações painel-madeira. Estas são baseadas nos espaçamentos mínimos recomendados na EN 1995-1-1:2004 (Tabela 3.4) diferindo apenas a distância  $a_{4,t}$  que é definida como 7 vezes o diâmetro do ligador em vez de 3. Esta ETA recomenda que para ligações painel-madeira os espaçamentos mínimos devem ser multiplicados por 0,85. No caso dos ligadores de MLC-betão, uma vez que nenhuma informação é recomendada na norma europeia e na ETA do ligador, foram seguidas as diretivas presentes na cláusula 10.3.2.3 da FprCEN/TS 19103:2021, que sugere a utilização das expressões recomendadas na EN 1995-1-1:2004 (Tabela 3.4). Os mesmos valores foram considerados para os ligadores MLC-vigas de aço.

O espaçamento entre fiadas de parafusos deve também ser limitado a um valor máximo, de modo a evitar o comportamento disfuncional do sistema de ligação. Este comportamento resulta da ação isolada

do ligador e do subsequente défice compensatório dos ligadores adjacentes, isto é, em caso de um ligador não trabalhar devidamente, os ligadores mais próximos poderão não compensar o seu contributo no comportamento global da ligação. Além disso, a definição de um espaçamento máximo é essencial para o cumprimento dos requisitos inerentes à aplicabilidade dos métodos de cálculo estrutural considerados nesta dissertação (método *Gamma* ( $\gamma$ ) e *Extended Gamma Method*). Posto isto, é importante garantir um espaçamento máximo entre fiadas de parafusos inferior ou igual a 4 vezes o espaçamento mínimo implementado ao longo do vão do sistema composto (cláusula B.1.2 da EN 1995-1-1:2004).

### 3.6 Longo Prazo

O dimensionamento dos sistemas de laje deve considerar a variabilidade comportamental dos elementos face a fenómenos de fluência e variação de humidade. Deste modo, é também necessário verificar os critérios de dimensionamento em estado limite último (ELU) e estado limite de serviço (ELS) a longo prazo. No processo de dimensionamento, a influência destes fenómenos é considerada através da redução das propriedades mecânicas dos materiais e sistema de ligação, ou seja, reduzindo o módulo de elasticidade ( $E_{mean}$ ) e corte ( $G_{mean}$ ) dos materiais e o módulo de deslizamento do sistema de ligação ( $K_{ser}$ ). No caso da MLC uma vez que as camadas transversais são consideradas como ligadores, o módulo de *rolling shear* ( $G_{R,mean}$ ) deve também ser reduzido. De acordo com a cláusula 2.3.2.2 da EN 1995-1-1:2004, as propriedades dos materiais a longo prazo em estado limite de serviço são obtidas segundo as seguintes equações:

$$E_{mean,fin} = \frac{E_{mean}}{(1 + k_{def})} \quad (3.79)$$

$$G_{mean,fin} = \frac{G_{mean}}{(1 + k_{def})} \quad (3.80)$$

$$G_{R,mean,fin} = \frac{G_{R,mean}}{(1 + k_{def})} \quad (3.81)$$

$$K_{ser,fin} = \frac{K_{ser}}{(1 + k_{def})} \quad (3.82)$$

Onde  $E_{mean,fin}$  é o valor médio do módulo de elasticidade a longo prazo,  $G_{mean,fin}$  é o valor médio do módulo de corte paralelo às fibras da madeira a longo prazo,  $G_{R,mean,fin}$  é o valor médio do módulo de *rolling shear* a longo prazo e  $K_{ser,fin}$  é o módulo de deslizamento em estado limite de serviço a longo prazo.

Em estado limite último, a distribuição da rigidez da secção transversal é determinante para a análise das tensões. Esta é responsável pela distribuição interna das forças induzidas nos elementos constituintes da secção transversal. De acordo com a EN 1995-1-1:2004, a determinação das propriedades dos materiais a longo prazo acresce ainda da consideração do coeficiente  $\psi_2$ :

$$E_{mean,fin} = \frac{E_{mean}}{(1 + \psi_2 \cdot k_{def})} \quad (3.83)$$

$$G_{mean,fin} = \frac{G_{mean}}{(1 + \psi_2 \cdot k_{def})} \quad (3.84)$$

$$G_{R,mean,fin} = \frac{G_{R,mean}}{(1 + k_{def})} \quad (3.85)$$

$$K_{ser,fin} = \frac{K_{ser}}{(1 + \psi_2 \cdot k_{def})} \quad (3.86)$$

Nesta dissertação o coeficiente  $\psi_2$  é utilizado para a ação de sobrecarga, sendo este  $\psi_2=0,3$ , determinado de acordo com a Tabela A1.1 da NP EN 1990:2009, em função da categoria de utilização. Para ações permanentes este coeficiente deve ser considerado unitário. Por conseguinte, as propriedades dos materiais a longo prazo em estado limite último, são obtidas com base no tipo de carga aplicada. A determinação destas propriedades é apresenta em detalhe no Anexo D.

Para lajes em MLC homogéneas, derivado do fenómeno de fluência comum em toda a secção transversal, as forças internas não são afetadas pela distribuição da rigidez. Assim, os fatores de flexibilidade, rigidez efetiva à flexão, tensão normal e tensões de corte a longo prazo são idênticos aos obtidos para curto prazo. Em lajes mistas MLC-betão, a fragilidade comportamental do betão face à variação das condições ambientais induz ao desenvolvimento de extensões inelásticas, caracterizadas pelos fenómenos de expansão e retração do material. Estas extensões demonstram-se especialmente influentes em sistemas cujo betão é aplicado *in situ*, onde o fenómeno de retração é fortemente presente no processo de endurecimento do betão.

Este fenómeno não é tido em conta nos métodos de cálculo estrutural utilizados nesta dissertação, pelo que uma metodologia apropriada é proposta em Dias *et al.* (2018) e na FprCEN/TS 19103:2021. Nesta, as extensões inelásticas são consideradas através da introdução de uma carga externa fictícia. Em sistemas de laje cujo betão é pré-fabricado estas extensões podem ser negligenciadas uma vez que o endurecimento do betão ocorre numa fase prévia à sua combinação com a madeira (Dias *et al.*, 2018 e Forsberg e Farbäck, 2020). No estudo realizado nesta dissertação o betão constituinte do sistema de laje mista MLC-betão foi considerado como pré-fabricado, sendo assim as extensões inelásticas negligenciadas.

## **4 ANÁLISE DESCRITIVA E COMPARATIVA DAS SOLUÇÕES DE LAJE**

A seleção de uma de solução construtiva de laje é um processo exigente e rigoroso que depende do comportamento estrutural e funcional por ela requerido. Esta complexidade é acrescida quando a MLC surge como material integrante da solução estrutural. De facto, a crescente curiosidade no uso deste material, bem como a facilidade com que é combinado com outros materiais, propiciam o aparecimento de um grande número de soluções de laje. Contudo, esta maior possibilidade de escolha torna o processo de seleção ainda mais difícil ao qual é também acrescido um reduzido conhecimento sobre a MLC e o seu comportamento físico e mecânico.

Neste capítulo é realizada uma análise descritiva e comparativa dos sistemas de laje constituídos por MLC, abordadas nos capítulos anteriores. Esta análise resulta do dimensionamento analítico das diferentes soluções de acordo com as metodologias e recomendações previamente descritas no capítulo anterior. Para o efeito recorreu-se ao programa Excel para o desenvolvimento de ferramentas de apoio digital (folhas de cálculo) específicas para cada uma das soluções de laje em estudo. As propriedades geométricas e mecânicas das lajes foram definidas com base nas soluções comumente estudadas/aplicadas na prática e atendendo sempre que possível, a definições pedidas pela empresa Bysteel S.A.

Este caso de estudo surgiu como um desafio lançado pela Bysteel S.A. com o intuito de aumentar o “know how” acerca do comportamento e adaptabilidade das soluções de laje constituídas por MLC. É também importante referir que a exploração das ferramentas de apoio digital foi limitada ao caso de estudo em causa, contudo, estas apresentam potencialidades que permitem o dimensionamento de uma vasta gama de soluções de laje com propriedades diversas.

### **4.1 Considerações Gerais**

Nesta secção são definidas as condições gerais que serviram como base para o estudo dos diferentes sistemas de laje realizado neste capítulo. Neste contexto, é feita a caracterização das soluções de laje, modelo estrutural e condições de carregamento adotados. Numa parte final, é também apresentada uma descrição sumária dos pressupostos e metodologia considerados para o dimensionamento dos sistemas de laje.

#### 4.1.1 Descrição das lajes

As soluções de laje adotadas para o caso de estudo são descritas nesta subsecção. Esta descrição atende a exposição e caracterização das propriedades geométricas e mecânicas dos materiais e sistemas de ligação constituintes das diferentes soluções analisadas.

##### 4.1.1.1 Lajes em MLC

As lajes em MLC consideradas para este estudo assumem as definições dos painéis de MLC fabricados pela Stora Enso (Stora Enso, 2017). Os painéis têm uma configuração ortogonal, onde as camadas externas se desenvolvem na direção longitudinal (paralelamente ao desenvolvimento do vão), e são constituídos por 3, 5, 7 ou 8 camadas. Estas camadas podem ser simples ou duplas. As camadas simples são constituídas apenas por uma camada de lamelas agrupadas no plano, enquanto as camadas duplas resultam da sobreposição de duas camadas com a mesma direção e são consideradas como uma só camada resistente no desempenho mecânico das lajes. A designação adotada para caracterização destes painéis é idêntica à apresentada em Stora Enso (2017), isto é, “xxxLxxs-x”, onde “xxx” é a espessura total da laje em milímetros, “Lxxs” representa o número de camadas constituintes da laje e “x” é relativo à tipologia das camadas (simples ou dupla). Desta forma, a designação 120L3s é representativa de um painel de MLC com 3 camadas simples e uma espessura total de 120 mm. A Tabela 4.1 apresenta as propriedades geométricas da secção transversal dos painéis em MLC considerados para o estudo, sendo estas posteriormente ilustradas na Figura 4.1.

*Tabela 4.1 - Designação e propriedades geométricas da secção transversal das lajes em MLC consideradas neste estudo (Adaptado de Stora Enso, 2017).*

Designação do painel	Nº camadas	Espessura da camada (mm)							H (mm)
		h <sub>1</sub> (L)	h <sub>2</sub> (T)	h <sub>3</sub> (L)	h <sub>4</sub> (T)	h <sub>5</sub> (L)	h <sub>6</sub> (T)	h <sub>7</sub> (L)	
60L3s	3	20	20	20					60
80L3s	3	30	20	30					80
90L3s	3	30	30	30					90
100L3s	3	30	40	30					100
120L3s	3	40	40	40					120
160L5s-2*	5	60	40	60					160
100L5s	5	20	20	20	20	20			100
120L5s	5	30	20	20	20	30			120
140L5s	5	40	20	20	20	40			140

Tabela 4.1 - Designação e propriedades geométricas da secção transversal das lajes em MLC consideradas neste estudo (Adaptado de Stora Enso, 2017) (continuação).

Designação do painel	Nº camadas	Espessura da camada (mm)							H (mm)
		$h_1$ (L)	$h_2$ (T)	$h_3$ (L)	$h_4$ (T)	$h_5$ (L)	$h_6$ (T)	$h_7$ (L)	
160L5s	5	40	20	40	20	40			160
180L5s	5	40	30	40	30	40			180
200L5s	5	40	40	40	40	40			200
220L7s-2*	7	60	30	40	30	60			220
240L7s-2*	7	80	20	40	20	80			240
260L7s-2*	7	80	30	40	30	80			260
280L7s-2*	7	80	40	40	40	80			280
180L7s	7	30	20	30	20	30	20	30	180
200L7s	7	20	40	20	40	20	40	20	200
240L7s	7	30	40	30	40	30	40	30	240
300L8s-2**	8	80	30	80	30	80			300
320L8s-2**	8	80	40	80	40	80			320

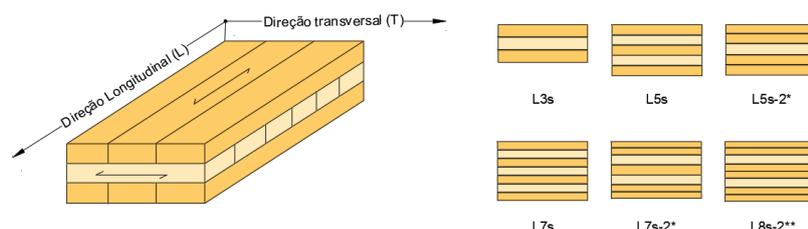


Figura 4.1 - Configuração dos painéis MLC considerados para este estudo

Relativamente às suas propriedades mecânicas, os painéis de MLC são homogêneos e constituídos por lamelas de madeira abeto de classe de resistência C24 (EN 338:2009). As propriedades de resistência e rigidez dos painéis, à exceção das propriedades alusivas ao *rolling shear*, foram definidas de acordo com EN 338:2009 e considerando as propriedades individuais das lamelas. Esta consideração foi adotada na folha de cálculo desenvolvida com o intuito de minimizar a dependência do dimensionamento da MLC às propriedades estipuladas pelo fabricante e, assim possibilitar o dimensionamento de painéis constituídos por lamelas de diferente classe de resistência (painéis heterogêneos). Relativamente às propriedades inerentes ao fenómeno de *rolling shear*, uma vez que são propriedades que derivam da configuração ortogonal da MLC, estas foram definidas de acordo com as prescrições da *European Technical Assessment* (ETA) do produto da Stora Enso (ETA-14/0349:2022).

Este documento define o valor característico da resistência ao *rolling shear* de acordo:

$$f_{R,v,k} = \min\{1,25; 1,45 - t_{cr}/100\} \quad (4.1)$$

Onde  $f_{v,R,k}$  é o valor característico da resistência ao *rolling shear* da MLC e  $t_{cr}$  é a maior espessura da camada transversal.

As Tabelas 4.2 e 4.3 apresentam as propriedades de rigidez e resistência consideradas no dimensionamento das lajes em MLC.

Tabela 4.2 - Propriedades de rigidez da MLC e lamelas constituintes de acordo com a EN 338:2009.

Classe de resistência	$E_{l,0,mean}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{l,mean}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$G_{R,mean}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$(EA)_x$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$S^*_{xy}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
C24	11000	690	50	Equação (3.22)	Equação (3.23)

Tabela 4.3 - Propriedades de resistência da MLC e lamelas constituintes de acordo com a EN 338:2009 e ETA-14/0349:2022.

Classe de resistência	$\rho_{mean}$ [kN/m <sup>3</sup> ]	$f_{m,l,k}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{t,l,0,k}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{v,l,k}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{v,R,k}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
C24	4,2	24	14	2,5	Equação (4.1)

Onde  $E_{l,0,mean}$  é o valor médio do módulo de elasticidade das lamelas na direção das fibras,  $(EA)_x$  é a rigidez no plano considerando a direção longitudinal da MLC,  $G_{l,mean}$  é o valor médio do módulo de corte das lamelas,  $G_{R,mean}$  é o valor médio do módulo de *rolling shear* da MLC,  $S^*_{xy}$  é a rigidez efetiva ao corte no plano da MLC,  $\rho_{mean}$  é o valor médio da massa volúmica da MLC (é igual à massa volúmica das lamelas),  $f_{m,l,k}$  é o valor característico da resistência à flexão das lamelas,  $f_{t,l,0,k}$  é o valor característico da resistência à tração das lamelas na direção das fibras,  $f_{v,l,k}$  é o valor característico da resistência ao corte das lamelas, e  $f_{v,R,k}$  é o valor característico da resistência ao *rolling shear* da MLC.

#### 4.1.1.2 Lajes Mistas MLC-betão

As lajes mistas MLC-betão consideradas apresentam configurações standard comercializadas pela empresa KLH (KLH, 2022), onde os painéis de MLC são constituídos por 5 ou 7 camadas com layouts idênticos aos fabricados pela Stora Enso (Tabela 4.1). Além destas configurações, foi ainda considerado um sistema de laje mista constituída por um painel de MLC de 3 camadas. As suas dimensões foram definidas com base na espessura mínima de betão e MLC e na geometria do sistema de ligação

considerado, sendo estes parâmetros disponibilizados pela ETA do ligador (ETA-19/0244:2019). Este tipo de painel não é frequente na prática pelo que a sua consideração adveio com o objetivo de ampliar a base de dados estudada e explorar a folha de cálculo desenvolvida. A designação utilizada para estas lajes é do tipo “Bz/xxxLxxs-x”, onde “Bz” representa a espessura da camada de betão em milímetros e “xxxLxxs-x” é alusivo à configuração do painel de MLC, sendo esta descrita na secção anterior. Na Tabela 4.4 são apresentadas as lajes mistas MLC-betão estudadas.

*Tabela 4.4 - Designação e propriedades geométricas da secção transversal das lajes mistas MLC-betão consideradas neste estudo.*

Designação da laje	$h_{MLC}$ (mm)	$h_{betão}$ (mm)	H (mm)
B50/120L3s	120	50	170
B60/120L3s	120	60	180
B70/140L5s	140	70	210
B70/160L5s	160	70	230
B80/160L5s	160	80	220
B80/200L5s	200	80	280
B90/200L5s	200	90	290
B100/200L5s	200	100	300
B90/220L7s-2*	220	90	310
B100/220L7s-2*	220	100	320
B110/220L7s-2*	220	110	330
B120/220L7s-2*	220	120	340
B110/240L7s-2*	240	110	350
B120/240L7s-2*	240	120	360

Os painéis de MLC são homogéneos constituídos por lamelas de classe C24 cujas propriedades de resistência e rigidez foram definidas segundo os valores e equações apresentadas nas Tabelas 4.2 e 4.3. A camada de betão foi considerada com uma classe de resistência C30/37, tipicamente adotada para estas lajes (Forsberg e Farbäck, 2020 e KLH, 2022), cujas propriedades mecânicas foram definidas de acordo a EN 1992-1-1:2004 e são apresentadas na Tabela 4.5.

*Tabela 4.5 - Propriedades mecânicas do betão de acordo a EN 1992-1-1:2004.*

Classe de resistência	$\rho_c$ [kN/m <sup>3</sup> ]	$E_{cm}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{c,k}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ctk,0,05}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
C30/37	25	33000	30	2,0

Onde  $\rho_c$  é a massa volúmica do betão,  $E_{cm}$  é o módulo de elasticidade secante do betão,  $f_{c,k}$  valor característico da tensão de rotura do betão à compressão e  $f_{ctk,0,05}$  é o percentil do valor característico da tensão de rotura do betão à tração simples.

Para o sistema de ligação foram adotados parafusos CTC da Rothoblaas com 9 mm de diâmetro e cruzados a 45° (CTC, 2023). Cada par apresenta uma distância entre parafusos de 50 mm e desenvolve-se transversalmente com um espaçamento de 200 mm em analogia à distribuição adotada em Forsberg e Farbäck (2020), resultando num total de quatro pares por metro de largura de laje. No que se refere à distribuição longitudinal, os parafusos CTC apresentam um espaçamento de 150 mm à exceção dos parafusos constituintes da laje B50/120L3s onde um espaçamento de 100 mm foi considerado. Este último foi adotado após uma análise iterativa no dimensionamento das lajes por forma a explorar o desempenho da laje mista MLC-betão constituída por um painel de MLC de 3 camadas. A Figura 4.2 esquematiza a configuração dos sistemas de laje MLC(5camadas)-betão analisados, incluindo a distribuição dos ligadores CTC.

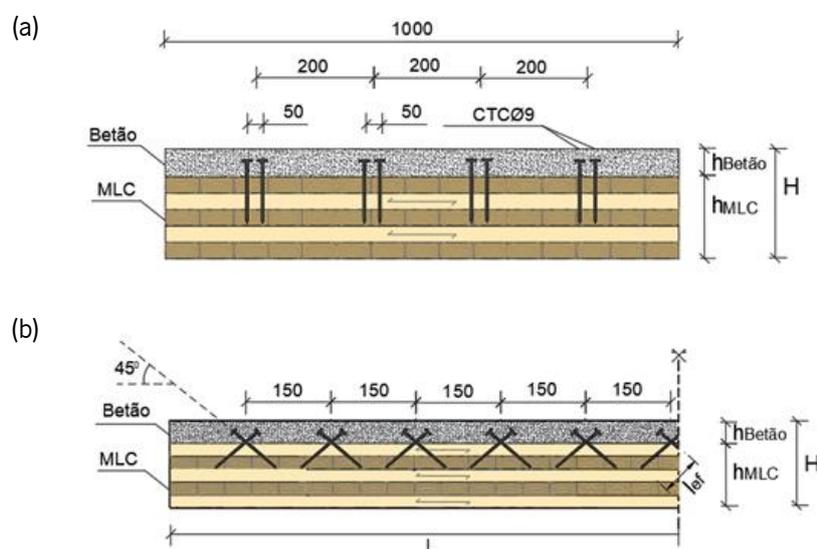


Figura 4.2 - Configuração genérica dos sistemas de laje MLC(5camadas) - betão estudados (dimensões em mm). (a) Secção transversal por metro de largura. (b) Secção longitudinal.

Os espaçamentos e distâncias foram adotadas com base em valores normalmente utilizados e de modo a cumprir os valores mínimos regulamentados (ver secção 3.5.3). É importante frisar que o espaçamento longitudinal dos parafusos anteriormente referido é correspondente a um espaçamento efetivo. Este pode resultar de um espaçamento uniforme ou variável ao longo do vão. No caso de ser variável, uma relação entre o espaçamento máximo e mínimo deve ser garantida (ver secção 3.3.3).

A rigidez ao corte da ligação, ou módulo de deslizamento, foi determinada de acordo com a metodologia proposta na ETA dos ligadores CTC (ETA-19/0244:2019). Nesta é recomendada a determinação da rigidez ao corte de um par de parafusos em função da sua profundidade de penetração no elemento de madeira. A profundidade de penetração considerada foi de 110 mm, sendo esta uma dimensão standard inerente à parte roscada dos parafusos. Desta forma, a rigidez em estado limite de serviço de um par de

parafusos CTC foi determinada segundo a equação (4.2). A rigidez da ligação, por sua vez, foi consequentemente obtida através da soma da rigidez individual de cada par considerado num metro de largura da laje:

$$K_{ser,par} = 100 \cdot l_{ef} = 100 \cdot 110 = 11000 \quad [\text{N/mm}] \quad (4.2)$$

$$K_{ser,ligação} = 4 \cdot K_{ser,par} = 44000 \quad [\text{N/mm}] \quad (4.3)$$

Onde  $K_{ser,par}$  é o módulo de deslizamento de um par de parafusos CTC e  $l_{ef}$  é o comprimento de penetração do parafuso no elemento de madeira,  $K_{ser,ligação}$  é o módulo de deslizamento da ligação. Para efeitos de dimensionamento o valor da rigidez da ligação foi ainda modificado em função do estado limite estudado (ver secção 3.5.1). Este processo foi também elaborado para os sistemas de ligação constituintes dos restantes sistemas de laje posteriormente descritos.

A capacidade resistente ao corte de um parafuso CTC foi determinada com base na metodologia apresentada na secção 3.5.2.3. As propriedades mecânicas necessárias para a sua determinação foram consideradas com base na informação fornecida pelo fabricante (ETA-19/0244:2019). O valor característico da capacidade resistente ao corte da ligação foi assim determinado através da soma da resistência individual de cada parafuso considerados por metro de largura. Para o processo de dimensionamento, o valor característico da capacidade resistente ao corte da ligação foi ainda afetado pelos respetivos coeficientes parcial de segurança e modificação. O processo de determinação da capacidade resistente ao corte da ligação é exposto em detalhe no Anexo D. A Tabela 4.6 apresenta as propriedades mecânicas alusivas à capacidade resistente ao corte da ligação consideradas no dimensionamento das lajes mistas MLC-betão.

*Tabela 4.6 - Propriedades inerentes à resistência ao corte da ligação MLC-betão de acordo com a ETA-19/0244:2019 e a EN 1995-1-1:2004.*

Parafuso	$F_{ax,\alpha,Rk}$ [N]	$f_{tens,k}$ [N]	$F_{ax,concrete,Rk}$ [N]	$F_{v,Rk,parafuso}$ [N]	$F_{v,Rk}$ [N]	$F_{v,Rd}$ <sup>18</sup> [N]
CTCØ9	11187,00	30000,00	15000,00	9888,00	79104,04	56322,07

Onde  $F_{ax,\alpha,Rk}$  é o valor característico da capacidade resistente ao arranque axial do ligador no elemento de madeira,  $f_{tens,k}$  valor característico da resistência à tração do parafuso,  $F_{ax,concrete,Rk}$  é o valor característico da capacidade resistente ao arranque axial do ligador na camada de betão,  $F_{v,Rk,parafuso}$  é o valor característico da capacidade resistente ao corte de um parafuso,  $F_{v,Rk}$  é o valor característico

<sup>18</sup>  $F_{v,Rd} = k_{mod} \cdot F_{v,Rk} / \gamma_M = k_{mod} \cdot (8 \cdot F_{v,Rk,parafuso}) / \gamma_M$

da capacidade resistente ao corte da ligação e  $F_{v,Rd}$  é o valor de cálculo da resistência ao corte da ligação.

#### 4.1.1.3 Lajes Compostas MLC-Vigas de ML

As lajes compostas MLC-vigas de ML foram definidas de acordo com as lajes fabricadas pela Stora Enso (Stora Enso, 2018). Os painéis em MLC são constituídos por 3 camadas e apresentam uma configuração variável correspondente aos painéis 60L3s, 80L3s, 90L3s, 100L3s e 120L3s, caracterizados na Tabela 4.1. No que se refere às vigas de ML, estas encontram-se espaçadas entre eixos de 600 mm e apresentam uma secção transversal com largura fixa de 120 mm e uma altura variável entre 200 e 440 mm. A altura das vigas foi limitada a um valor mínimo de 200 mm, de modo a garantir uma espessura total de laje compatível com o comprimento mínimo de fabrico do ligador de 250 mm, e um valor máximo de 440 mm de modo a garantir o rácio altura/largura mínimo e assim tornar válida a negligência do fenómeno de encurvadura lateral no processo de dimensionamento (ver secção 3.3.5). No âmbito do estudo realizado, estas lajes são caracterizadas com a designação “xxxLxxs/MLw”, onde “MLw” é referente à altura da viga de ML e “xxxLxxs” é referente ao tipo de painel em MLC utilizado (Tabela 4.1). A Tabela 4.7 expõe as configurações de laje composta MLC-vigas de ML consideradas para este estudo.

Tabela 4.7 - Designação e propriedades geométricas da secção transversal das lajes compostas MLC-vigas de ML consideradas neste estudo.

Painel de MLC	Altura das vigas, $h_{ML}$ (mm)						
	200	240	280	320	360	400	440
60L3s	60L3s/ ML200	60L3s/ ML240	60L3s/ ML280				
80L3s	H280/ ML200	80L3s/ ML240	80L3s/ ML280	80L3s/ ML320	80L3s/ ML360	80L3s/ ML400	
90L3s	90L3s/ ML200	90L3s/ ML240	90L3s/ ML280	90L3s/ ML320	90L3s/ ML360	90L3s/ ML400	90L3s/ ML440
100L3s	100L3s/ ML200	100L3s/ ML240	100L3s/ ML280	100L3s/ ML320	100L3s/ ML360	100L3s/ ML400	100L3s/ ML440
120L3s	120L3s/ ML200	120L3s/ ML240	120L3s/ ML280	120L3s/ ML320	120L3s/ ML360	120L3s/ ML400	120L3s/ ML440

A nível mecânico, os painéis de MLC são constituídos por lamelas de classe de resistência C24 sendo as suas propriedades de resistência e de rigidez estabelecidas de acordo com os valores recomendados na EN 338:2009 e ETA-14/0349:2022 (ver Tabelas 4.2 e 4.3). As vigas de ML são da classe de resistência GL28c (Stora Enso, 2018), onde as propriedades mecânicas foram definidas segundo as

prescrições da EN 14080:2005. A Tabela 4.8 apresenta as propriedades mecânicas da ML consideradas neste estudo.

Tabela 4.8 - Propriedades mecânicas da ML de acordo com EN 14080:2005.

Classe de resistência	$\rho_{ML,mean}$ [kN/m <sup>3</sup> ]	$E_{ML,0,mean}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ML,m,k}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ML,t,0,k}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_{ML,v,k}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
GL 28c	3,8	12600	28	16,5	2,7

Onde  $\rho_{ML,mean}$  é o valor médio da massa volúmica da ML,  $E_{ML,0,mean}$  é o valor médio do módulo de elasticidade da ML na direção das fibras da madeira,  $f_{ML,m,k}$  é o valor característico da resistência à flexão da ML,  $f_{ML,t,0,k}$  é o valor característico da resistência à tração da ML na direção das fibras e  $f_{ML,v,k}$  é o valor característico da resistência ao corte da ML na direção das fibras.

O sistema de ligação é constituído por parafusos VGZ da Rothoblaas de 11mm de diâmetro orientados com um ângulo de 90° em relação à direção longitudinal da MLC (VGZ, 2023). Foram considerados dois parafusos por plano de corte distanciados transversalmente entre si de 50 mm, sendo estes distribuídos ao longo do vão com um espaçamento de 100 mm. As distâncias foram definidas por forma a cumprir os valores mínimos regulamentares (ver secção 3.5.3), e considerando a prática comum. A Figura 4.3 ilustra parte da secção transversal e longitudinal dos sistemas de laje MLC-vigas de ML estudadas.

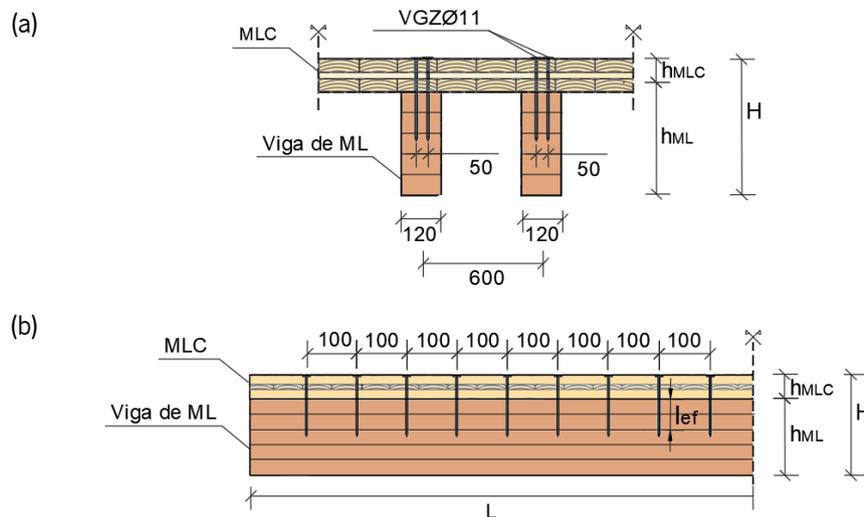


Figura 4.3 - Configuração genérica dos sistemas de laje MLC-vigas de ML estudados (dimensões em mm). (a) Secção transversal. (b) Secção longitudinal.

A rigidez ao corte da ligação em estado limite de serviço foi determinada através da soma da rigidez ao corte dos parafusos inseridos por plano de corte, sendo esta calculada em função da massa volúmica dos materiais e do diâmetro do parafuso:

$$K_{ser,parafuso} = \rho_m^{1,5} \cdot d/23 = 383,41^{1,5} \cdot 11/23 = 3818,91 \quad [N/mm] \quad (4.4)$$

$$K_{ser,ligação} = 2 \cdot K_{ser,parafuso} = 7637,82 \quad [N/mm] \quad (4.5)$$

Com:

$$\rho_m = \sqrt{\rho_{m,1} \cdot \rho_{m,2}} = \sqrt{420 \cdot 380} = 399,50 \quad [kg/m^3] \quad (4.6)$$

Onde  $d$  é o diâmetro do parafuso,  $\rho_m$  é o valor médio da massa volúmica da madeira,  $\rho_{m,1}$  é o valor médio da massa volúmica do elemento em madeira 1 (MLC) e  $\rho_{m,2}$  é o valor médio da massa volúmica do elemento de madeira 2 (ML). No processo de dimensionamento das lajes, o valor de  $K_{ser,ligação}$  foi ainda modificado em função do estado limite a ser verificado (ver secção 3.5.1).

O valor característico da resistência ao corte de um parafuso foi obtido de acordo com a metodologia proposta na EN 1995-1-1:2004 e previamente abordada na secção 3.5.2.1. A profundidade de penetração dos parafusos VGZ na viga de ML foi considerada superior a 65 mm. Esta dimensão adveio de uma análise da evolução da capacidade resistente ao corte da ligação em função da profundidade de penetração. Nesta análise verificou-se que para uma profundidade de penetração superior ou igual a 65 mm o modo de rotura predominante deriva da plastificação dos ligadores, sendo um aumento de profundidade inútil para a melhoria da capacidade resistente da ligação. Além disso, a consideração de profundidades superiores respeita o comprimento mínimo de 4 vezes o diâmetro do parafuso recomendado na ETA do produto (ETA-11/0033:2022) e é aplicável face à altura das vigas de ML estudadas e à geometria do ligador. Desta forma, a capacidade resistente ao corte da ligação é idêntica para todas as configurações de laje estudadas. As restantes propriedades mecânicas necessárias à determinação da capacidade resistente ao corte da ligação foram consideradas de acordo com ETA do ligador.

Posto isto, o valor característico da resistência ao corte da ligação foi determinado através da soma da capacidade resistente individual dos parafusos presentes por plano de corte. Para o dimensionamento e em analogia ao elaborado para o sistema de ligação das lajes mistas MLC-betão, este valor foi ainda afetado pelos respetivos coeficientes de dimensionamento. O cálculo da capacidade resistente é apresentado pormenorizadamente no Anexo D. A Tabela 4.9 apresenta as propriedades dos parafusos necessárias à determinação da capacidade resistente ao corte da ligação, incluindo o valor da capacidade

resistente ao corte da ligação considerada no dimensionamento dos sistemas de lajes composta MLC-vigas de ML.

Tabela 4.9 - Propriedades inerentes à resistência ao corte da ligação MLC-vigas de ML de acordo com a ETA-11/0033:2022 e a EN 1995-1-1:2004.

Parafuso	$l_{ef}$ [mm]	$M_{y,k}$ [N. mm]	$F_{v,Rk,parafuso}$ [N]	$F_{v,Rk}$ [N]	$F_{v,Rd}$ <sup>19</sup> [N]
VGZØ11	≥ 65	45900	4516,69	9033,37	5559,00

#### 4.1.1.4 Lajes Compostas MLC-Vigas de Aço

As lajes compostas MLC-vigas de aço foram definidas com base na conjugação de propriedades geométricas e mecânicas dos sistemas de laje estudados experimental e analiticamente em Hassanieh *et al.* (2017), Loss e Davison (2017), Chiniforush *et al.* (2019) e Owolabi e Loss (2022). Estas apresentam uma configuração variável que combina painéis de MLC 100L3s e 120L3s com vigas de aço materializadas por perfis HEA180, HEA220, HEA260 e HEA300. Neste estudo, as diferentes configurações possíveis resultantes da combinação dos materiais foram designadas como “xxxLxxs-x/HEAy”, onde “xxxLxxs” é referente ao de painel em MLC utilizado (Tabela 4.1) e “HEAy” corresponde ao perfil de aço. A Tabela 4.10 apresenta as configurações de laje composta MLC-vigas de aço analisadas neste estudo.

Tabela 4.10 - Configuração das lajes compostas MLC-vigas de aço consideradas neste estudo.

Painel de MLC	Perfil de aço			
	HEA180	HEA220	HEA260	HEA300
100L3s	100L3s	100L3s	100L3s	100L3s
	/HEA180	/HEA220	/HEA260	/HEA300
120L3s	120L3s	120L3s	120L3s	120L3s
	/HEA180	/HEA220	/HEA260	/HEA300

As vigas de aço encontram-se espaçadas entre eixos de 1200mm e as suas propriedades geométricas são definidas de acordo com as dimensões produzidas e comercializadas pela empresa ArcelorMittal (ArcelorMittal,2023). A seleção do perfil HEA resulta da geometria dos ligadores utilizados e do cumprimento das distâncias mínimas ao bordo do banzo do perfil. Numa fase preliminar, os perfis IPE foram os perfis escolhidos para a constituição das lajes compostas MLC-vigas de aço uma vez que apresentam uma melhor eficiência mecânica à flexão permitindo em simultâneo um menor consumo de

<sup>19</sup>  $F_{v,Rd} = k_{mod} \cdot F_{v,Rk} / \gamma_M = k_{mod} \cdot (2 \cdot F_{v,Rk,parafuso}) / \gamma_M$

aço. Porém, estes apresentam banzos com largura reduzida que impossibilitam o comprimento das distâncias mínimas recomendadas pela EN 1995-1-1:2004.

Contrariamente aos estudos anteriormente citados, onde os painéis apresentam um layout de 5 camadas, os painéis de MLC considerados nesta análise são apenas constituídos por 3 camadas. Esta discrepância advém das limitações do método de cálculo estrutural considerado para o dimensionamento destes sistemas de laje (ver secções 3.1.1.3 e 3.1.2.3). Contudo, esta revela-se aceitável de um ponto de vista mecânico uma vez que os painéis adotados apresentam uma espessura resistente (espessura das camadas longitudinais) semelhante à considerada nos estudos acima referidos.

No que se refere às propriedades mecânicas dos materiais, a MLC é constituída por lamelas de classe de resistência C24 (EN 338) e tem propriedades de resistência e rigidez idênticas às consideradas para os restantes sistemas de laje previamente abordados. As vigas de aço apresentam uma classe de resistência S275 e as suas propriedades mecânicas foram definidas de acordo com a EN 1993-1-1:2005. Estas propriedades são descritas na Tabela 4.11.

Tabela 4.11 - Propriedades mecânicas do aço das vigas de acordo com EN 1993-1-1:2005.

Classe de resistência	$\rho_{aço}$ [kN/m <sup>3</sup> ]	$E_{aço}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$f_y$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_{r,d}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
S275	78,50	210000	275	158,77

Onde  $\rho_{aço}$  é a massa volúmica do aço,  $E_{aço}$  é o módulo de elasticidade do aço,  $f_y$  é o valor nominal da tensão de rotura à tração do aço e  $\tau_{r,d}$  é o valor nominal da tensão de rotura ao corte do aço ( $\tau_{r,d} = f_y/\sqrt{3}$ ).

O sistema de ligação considerado é semelhante ao utilizado na análise experimental realizada em Hassanieh *et al.* (2017). A ligação entre o painel de MLC e as vigas de aço é assegurada através de dois parafusos autoperfurantes (PA) por plano de corte, com 16 mm de diâmetro e classe de resistência 5.8, inseridos de forma ascendente com uma orientação perpendicular à direção longitudinal da MLC. Estes encontram-se distanciados transversalmente de 75 mm e são distribuídos ao longo do vão com um espaçamento de 250 mm. Estas distâncias foram viabilizadas tendo em conta os valores mínimos recomendados na EN 1995-1-1:2004 (ver secção 3.5.3). Na Figura 4.4 é ilustrado esquematicamente parte da secção transversal e longitudinal dos sistemas de laje composta MLC-vigas de aço estudadas nesta dissertação.

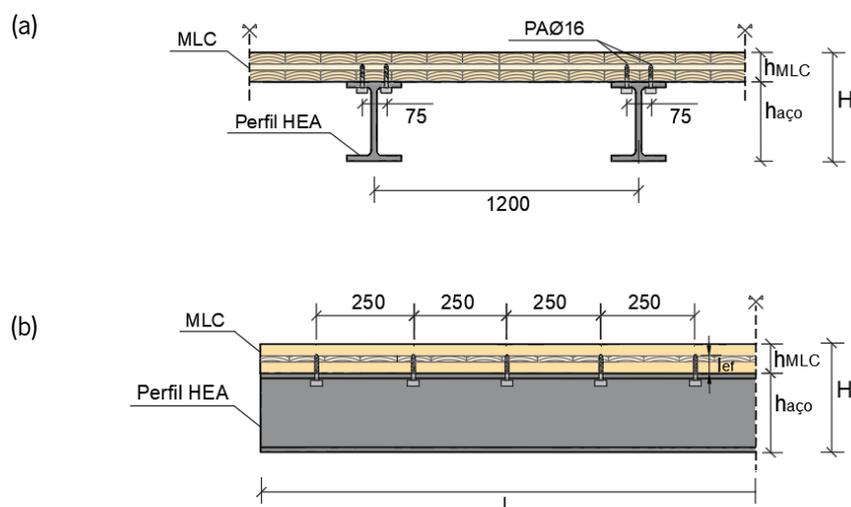


Figura 4.4 - Configuração genérica dos sistemas de laje MLC-vigas de aço estudados (dimensões em mm). (a) Secção transversal. (b) Secção longitudinal.

A rigidez ao corte da ligação em estado limite serviço foi obtida com base na soma da rigidez ao corte dos parafusos presente num plano de corte, de forma muito semelhante à anteriormente apresentada para as lajes compostas MLC-vigas ML e diferindo no cálculo da rigidez ao corte de um parafuso onde apenas foi considerada a massa volúmica da MLC.

$$K_{ser,parafuso} = \rho_m^{1,5} \cdot d/23 = 420^{1,5} \cdot 16/23 = 5987,78 \quad [N/mm] \quad (4.7)$$

$$K_{ser,ligação} = 2 \cdot K_{ser,parafuso} = 11975,57 \quad [N/mm] \quad (4.8)$$

A resistência ao corte do sistema de ligação foi determinada com base nos possíveis modos de rotura alusivos a um parafuso e dependentes das suas propriedades mecânicas, geométricas e da espessura do banzo dos perfis utilizados (ver secção 3.5.2.2). Uma vez que, entre os perfis estudados, a espessura do banzo é diferente, a capacidade resistente da ligação é variável em função do perfil HEA adotado. As propriedades mecânicas dos parafusos foram obtidas segundo as recomendações da EN 1995-1-1:2004 (ver secção 3.5.2.2).

No que se refere à suas propriedades geométricas, para além do seu diâmetro, foi considerada uma profundidade de penetração de 70 mm representativa do comprimento aproximado da secção roscada do parafuso (Hassanieh *et al.*, 2017). O valor característico da resistência ao corte da ligação foi assim obtido como resultado da soma da resistência dos parafusos inseridos num plano de corte. Este valor foi posteriormente afetado pelos coeficientes parcial de segurança e modificação inerentes ao sistema de laje e considerados para o dimensionamento das mesmas.

A Tabela 4.12 apresenta as propriedades dos parafusos e das vigas de aço essenciais para cálculo da resistência ao corte da ligação bem como o valor característico e de cálculo da resistência dos parafusos e ligação, respetivamente.

Tabela 4.12 - Propriedades inerentes à resistência ao corte da ligação MLC-vigas de aço de acordo com a EN 1995-1-1:2004.

Laje	Ligador		Perfil de aço		Ligação		
	Parafuso	$l_{ef}$ [mm]	$M_{y,k}$ [N.mm]	$t_f$ [mm]	Banzo <sup>20</sup>	$F_{v,Rk,parafuso}$ [N]	$F_{v,Rd}$ <sup>21</sup> [N]
100L3/HEA180 120L3/HEA180	P. A. Ø16	70	202676,42	9,5	I	8543,00	10514,46
100L3/HEA220 120L3/HEA220				11	I	10293,31	12668,69
100L3/HEA260 120L3/HEA260				12,5	I	12043,61	14822,91
100L3/HEA300 120L3/HEA300				14	I	13793,92	16977,13

Onde  $t_f$  é a espessura do banzo constituinte do perfil de aço.

#### 4.1.2 Modelo Estrutural

O modelo estrutural considerado nesta análise é representativo de um sistema típico de laje constituída pela estrutura e os acabamentos/revestimentos. Considerou-se que as lajes são simplesmente apoiadas. As dimensões (B x L) das lajes apresentam uma largura (B) fixa de 4,9 metros com vãos (L) variáveis com um mínimo de 3 metros até o valor máximo possível, sendo a sua evolução unitária (3m | 4m | 5m | 6m, etc.). Esta medidas foram definidas em parceria com os requerimentos pretendidos pela Bysteel S.A. e tendo em conta as propriedades geométricas dos painéis de MLC disponíveis no mercado.

O valor considerado para a largura das lajes é concordante com a largura standard de um painel de MLC produzido pela Stora Enso (2,45 metros) e com a dimensão máxima permitida para o transporte dos painéis (Stora Enso, 2017). Além disso, esta é também compatível com o espaçamento entre vigas considerado para as lajes compostas, permitindo uma distribuição transversal praticamente simétrica das vigas.

<sup>20</sup> Esta coluna refere-se à caracterização do tipo de chapa/banzo (fina, intermédia ou espessa) determinante para a definição dos modos de rotura do parafuso. A letra I é correspondente à caracterização da chapa como intermédia. Para mais informações o leitor é direcionado para a secção 3.5.2.2.

<sup>21</sup>  $F_{v,d} = k_{mod} \cdot (2 \cdot F_{v,Rk,parafuso}) / \gamma_M$

A Figura 4.5 ilustra o esquema estrutural das lajes estudadas.

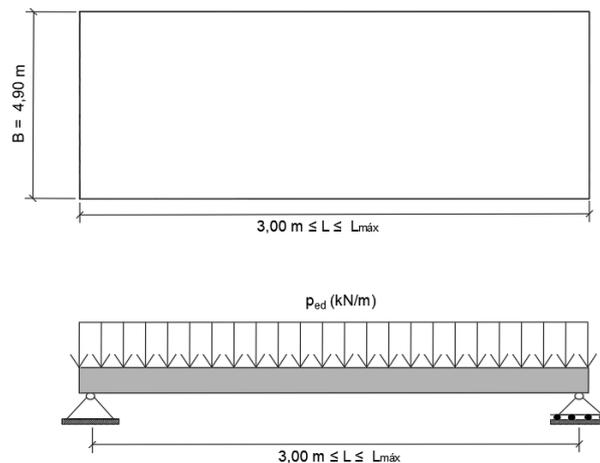


Figura 4.5 - Esquema estrutural das lajes estudadas.

Para análise da capacidade resistente, as lajes foram consideradas com uma resistência unidirecional sendo a carga atuante distribuída ao longo da direção do desenvolvimento do vão. Por conseguinte, o cálculo das propriedades estruturais inerentes à verificação dos critérios de dimensionamento (esforços de corte, momento fletor e deformação) teve por base essa mesma direção. No que se refere à verificação dos critérios relativos ao comportamento dinâmico, uma distribuição de carga bidirecional derivada da configuração ortogonal da MLC foi também considerada (ver secção 3.4.2).

### 4.1.3 Ações e Combinação de Ações

As lajes estudadas foram consideradas sujeitas a uma classe de serviço 1 (madeira isolada do solo, sob abrigo e protegida da humidade). Como já foi previamente abordado, a classe de serviço está associada à redução das propriedades resistentes da madeira e sistemas de ligação, sendo esta afetação resultante da atuação de ações indiretas inerentes às condições ambientais às quais estes elementos estão expostos.

Relativamente às ações diretas, as cargas atuantes nas lajes consideradas resultam de uma carga permanente  $g_k$ , representativa do peso próprio das lajes, e uma carga variável imposta  $q_k$ . A carga variável foi definida de acordo com a EN 1991:2002, tendo em conta duas categorias de utilização: Categoria A e Categoria B. A Categoria A é correspondente a zonas de habitação onde o valor da carga imposta é  $q_k = 2 \text{ kN/m}^2$ . A Categoria B é alusiva a zonas de escritórios e o valor da carga imposta é dada por  $q_k = 3 \text{ kN/m}^2$ . A carga permanente foi considerada atendendo o peso próprio dos materiais e uma carga adicional representativa do peso dos revestimentos/isolamento sonoro. O peso próprio dos

materiais foi definido de acordo com a sua massa volúmica<sup>22</sup> prescrita nos regulamentos e fichas técnicas de produto. Para o peso do revestimento/isolamento sonoro uma carga  $g_{k,2} = 1,60 \text{ kN/m}^2$  foi considerada. Este valor de carga foi estipulado pela Bysteel S.A. em concordância com os revestimentos/isolamento sonoro habitualmente aplicados em lajes em zonas de habitação e escritórios. Posto isto, a carga permanente atuante nas lajes em MLC e mista MLC-betão é dada por:

$$G_{k,MLC} = g_{1,k} + g_{2,k} = (h_{MLC}\rho_{mean}) + 1,6 \quad [\text{kN/m}] \quad (4.9)$$

$$G_{k,MLC-bet\tilde{a}o} = g_{1,k} + g_{2,k} = (h_c\rho_c + h_{MLC}\rho_{mean}) + 1,6 \quad [\text{kN/m}] \quad (4.10)$$

Onde  $G_{k,MLC}$  é o valor característico da carga permanente atuante na laje em MLC,  $G_{k,MLC-bet\tilde{a}o}$  é o valor característico da carga permanente atuante na laje mista MLC-betão,  $g_{1,k}$  é o valor característico da carga permanente referente ao peso próprio dos materiais,  $g_{2,k}$  é o valor característico da carga permanente referente ao peso dos revestimentos e/ou isolamento sonoro,  $h_{MLC}$  é a espessura da MLC,  $h_c$  é a espessura da camada de betão.

No que se refere às lajes compostas com vigas, a carga variável e a carga permanente alusiva ao peso próprio da MLC foram obtidas tendo em conta uma largura de influência não unitária. Esta é caracterizada pela distância entre o eixo geométrico das vigas, isto é, 600 e 1200 mm para as lajes composta MLC-vigas de ML e MLC-vigas de aço. O peso próprio das vigas foi definido atendendo à sua secção transversal. As cargas permanentes são assim dadas por:

$$G_{k,MLC-ML} = ((h_{MLC}\rho_{mean}) \cdot l_{inf} + A_{ML}\rho_{ML,mean}) + 1,6 \cdot l_{inf} \quad [\text{kN/m}] \quad (4.11)$$

$$G_{k,MLC-a\tilde{c}o} = ((h_{MLC}\rho_{mean}) \cdot l_{inf} + A_{a\tilde{c}o}\rho_{a\tilde{c}o}) + 1,6 \cdot l_{inf} \quad [\text{kN/m}] \quad (4.12)$$

Onde  $G_{k,MLC-ML}$  é o valor característico da carga permanente atuante na laje composta MLC-vigas de ML,  $G_{k,MLC-a\tilde{c}o}$  é o valor característico da carga permanente atuante na laje composta MLC-vigas de aço,  $l_{inf}$  é a largura de influência,  $A_{ML}$  é a área da secção transversal da viga de ML e  $A_{a\tilde{c}o}$  é a área da secção transversal da viga de aço.

O valor de cálculo da ação atuante nas lajes,  $p_{ed}$ , foi determinado combinando o valor das ações permanente e variáveis previamente enunciadas de acordo com a recomendações da EN 1990:2002. Esta combinação é variável em função do estado limite a ser verificado, sendo por isso o valor de cálculo da carga atuante também diferente. Em estado limite último, onde é feita a verificação da rotura da laje,

---

<sup>22</sup> Para efeitos de cálculo, a conversão da massa volúmica dos materiais de kg para kN foi realizada considerando a aceleração da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2 \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ .

foram usados os critérios e combinação de ações correspondentes à verificação STR-B (EN 1990:2002), sendo a carga obtida segundo a seguinte equação:

$$p_{ed} = \gamma_G \cdot 1,35 \cdot G_k + \gamma_Q \cdot 1,50 \cdot Q_k \quad (4.13)$$

Onde  $\gamma_G$  é o coeficiente parcial relativo às ações permanentes e  $\gamma_Q$  é o coeficiente parcial relativo às ações variáveis.

Para estado limite de serviço, a carga atuante foi definida considerando as combinações de ações característica (equação (4.14)) e quase permanente (equação (4.15)) em função da verificação em serviço pretendida (ver secção 3.4.1):

$$p_{ed} = 1,00 \cdot G_k + 1,00 \cdot Q_k \quad (4.14)$$

$$p_{ed} = 1,00 \cdot G_k + \psi_2 \cdot Q_k \quad (4.15)$$

#### 4.1.4 Metodologia de Dimensionamento

O dimensionamento das lajes teve por base as configurações e condições estruturais previamente definidas e foi realizado de acordo com as metodologias e recomendações apresentadas no capítulo anterior. As soluções de laje foram consideradas como elementos estruturais parcialmente compostos sendo a rigidez efetiva à flexão calculada através dos métodos *Gamma* ( $\gamma$ ) e *Extended Gamma Method*, considerando a respetiva largura efetiva (secções 3.1 e 3.2). A viabilidade do desempenho das soluções foi assegurada tendo em conta os dois requisitos fundamentais: segurança e utilização/serviço. Os pressupostos de dimensionamento alusivos a esses requisitos foram determinados de acordo com as recomendações prescritas nas secções 2.5.1 e 2.5.2. Estes são expostos na Tabela 4.13.

Tabela 4.13 - Valor adotado para os coeficientes no dimensionamento das lajes.

Elemento	Coeficientes					
	$\gamma_M$	$k_{mod}$	$k_{def}$	$k_{sys}$	$k_h$	$k_{cr}$
MLC	1,25	0,80	0,80	1,00	-	1,00
ML	1,25	0,80	0,60	-	Eq. (2.8)	0,67
Betão	1,50	-	2,0	-	-	-
Aço	-	-	-	-	-	-
Ligação MLC-betão	1,25	0,89 Eq. (2.4)	1,60 Eq. (2.6)	-	-	-
Ligação MLC- vigas de ML	1,30	0,80 Eq. (2.3)	1,39 Eq. (2.5)	-	-	-
Ligação MLC-vigas de aço	1,30	0,80	0,80	-	-	-

Para o caso da MLC foram adotados os coeficientes recomendados na ÖNORM B 1995-1-1:2019, sendo estes considerados pelos fabricantes na realização das tabelas de pré-dimensionamento (Stora Enso, 2022 e KLH, 2023), e idênticos aos sugeridos na prEN 1995-1-1:2021.

A segurança foi garantida através do cumprimento dos critérios em estado limite último, onde foram verificadas as tensões normais e de corte atuantes nos elementos constituintes das lajes (secção 3.3). O comportamento em serviço foi assegurado através da verificação dos critérios em estado limite serviço, aos quais está incluída a análise das deformações e o comportamento dinâmico (vibrações) das lajes (secção 3.4). As deformações foram limitadas aos valores de  $L/300$  e  $L/250$  para curto e longo prazo, respetivamente, sendo estes concordantes com os valores habitualmente adotados. Para a verificação dos critérios de vibração foi seguida a metodologia proposta na ONORM B 1995-1-1:2019, mais específica para o caso da MLC. Nesta análise, a influência dos revestimentos/isolamento sonoro foi apenas considerada para a definição dos coeficientes de amortecimento, sendo negligenciado o seu contributo para a rigidez efetiva à flexão.

Os valores adotados para os coeficientes de amortecimento foram de 2,5% para as lajes em MLC e mista MLC-betão, 4% para as lajes composta MLC-vigas de ML e 3% para as lajes compostas MLC-vigas de aço, tendo em conta a análise apresentada na secção 3.4.2.3. É também importante lembrar que os valores limite admissíveis para os critérios de controlo de vibração diferem em função da classe de utilização, sendo que esta é definida como “Classe I” para escritórios e “Classe II” para habitação. Os critérios inerentes aos estados limite foram verificados para curto e longo prazo, à exceção dos critérios de vibração onde, de acordo com as recomendações da EN 1995-1-1:2004, apenas uma análise a curto prazo foi realizada.

## **4.2 Análise Comparativa das Soluções de Laje**

Nesta secção é feita uma análise comparativa das soluções de laje atendendo as considerações iniciais previamente descritas e os resultados obtidos no dimensionamento. Esta análise tem como foco avaliar a aplicabilidade das lajes bem como as propriedades fundamentais diferenciadoras e decisivas na sua escolha como solução a adotar em obra.

#### 4.2.1 Aplicabilidade das Lajes

Os resultados obtidos no dimensionamento das lajes em função do vão e da categoria de utilização são apresentados na Tabela 4.14. As soluções de laje obtidas foram distinguidas de acordo com a sua aplicabilidade e eficiência através de duas zonas: zona de cor verde e zona de cor cinza.

As soluções inseridas na zona verde apresentam o comportamento mecânico requerido, isto é, as suas propriedades mecânicas, evidenciadas através dos diferentes critérios de dimensionamento, apresentam um grau de utilização elevado demonstrando-se soluções eficientes mecanicamente. As soluções inseridas na zona cinza são válidas e implementáveis para os respetivos vãos, contudo, a sua utilização é pouco vantajosa e económica uma vez que as suas propriedades mecânicas não são devidamente exploradas.

Tabela 4.14 – Soluções de laje obtidas no processo de dimensionamento.

Categoria	Laje	Vão (m)											
		3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00	10,00	11,00	12,00	13,00	14,00
A (Habitação)	MLC	120L3s	120L5s	140L5s	200L5s	220L7s-2*	260L7s-2*	300L8s-2**					
	MLC-betão	B50/120L3s	B50/120L3s	B50/120L3s	B70/160L5s	B80/200L5s	B90/220L5s	B110/240L7s-2**					
	MLC-vigas de ML	60L3s/ML200	60L3s/ML200	60L3s/ML200	90L3s/ML200	90L3s/ML240	100L3s/ML240	80L3s/ML280	80L3s/ML320	90L3s/ML360	120L3s/ML400	120L3s/ML440	
	MLC-vigas de aço	100L3s/HEA180	100L3s/HEA180	100L3s/HEA180	100L3s/HEA180	100L3s/HEA180	100L3s/HEA220	100L3s/HEA220	100L3s/HEA220	120L3s/HEA220	100L3s/HEA260	120L3s/HEA260	100L3s/HEA300
B (Escritórios)	MLC	140L5s	160L5s	180L5s	240L7s	260L7s-2*	300L8s-2**	300L8s-2**					
	MLC-betão	B50/120L3s	B50/120L3s	B50/120L3s	B70/160L5s	B80/200L5s	B90/220L5s	B110/240L7s-2**					
	MLC-vigas de ML	60L3s/ML200	60L3s/ML200	60L3s/ML200	100L3s/ML200	90L3s/ML240	120L3s/ML240	60L3s/ML320	120L3s/ML320	80L3s/ML400	100L3s/ML440		
	MLC-vigas de aço	100L3s/HEA180	100L3s/HEA180	100L3s/HEA180	100L3s/HEA180	100L3s/HEA220	100L3s/HEA220	100L3s/HEA220	100L3s/HEA260	120L3s/HEA260	100L3s/HEA300	120L3s/HEA300	

Analisando esta tabela é possível verificar que as soluções compostas com vigas são aquelas que permitem maiores vãos. Os vãos máximos registados são de 14,0 e 13,0 metros para zonas de habitação e escritórios, respetivamente, sendo estes atingidos pela solução composta MLC-vigas de aço. A combinação do aço com o painel de MLC confere ao sistema composto um acréscimo de rigidez com menores perdas desta propriedade ao longo do tempo. No entanto, a sua utilização para vãos inferiores a 7 metros para zonas de habitação e 6 metros para zonas de escritórios, revela-se pouco eficiente tendo em conta as configurações estudadas, não sendo, para esses vãos, a solução de laje recomendada.

Relativamente à solução composta MLC-vigas de ML, esta é a que apresenta uma maior possibilidade de utilização em diversos vãos, demonstrando-se aplicável e eficiente em vãos de 5 a 12 ou 13 metros, dependendo da categoria de utilização (habitação ou escritórios). Esta solução permite vãos máximos próximos daqueles registados para a solução composta MLC-vigas de aço, evidenciando como vantagens principais a sua rapidez de aplicação e baixa pegada ecológica, características da sua constituição integral em madeira.

A solução de laje em MLC é a única solução implementável e eficiente para vãos inferiores a 5 metros. A sua utilização estende-se em vãos até 9 metros, mostrando-se competitiva com a solução mista MLC-betão. Esta última é de todas as soluções da laje a que apresenta uma aplicação mais limitada, sendo válida e eficiente para vãos de 5 a 9 metros. Ao longo do processo de dimensionamento verificou-se que esta limitação é proveniente de dois fatores: tensão de tração atuante na camada betão e fluência do betão. A evolução e caracterização destes fatores é discutida detalhadamente mais à frente na secção 4.2.2.

Com base na Tabela 4.14 é também possível verificar o impacto da categoria de utilização requerida para as lajes na configuração das soluções dimensionadas. De facto, o dimensionamento de uma laje a ser utilizada em habitação (categoria A) ou em escritórios (categoria B) exige a consideração de algumas alterações no processo dimensionamento, nomeadamente, na sobrecarga imposta e nos critérios de verificação da vibração. Este impacto é visível nas soluções de laje em MLC, composta MLC-vigas de ML e composta MLC-vigas de aço, que quando implementadas em zonas de escritórios é notória a necessidade de um aumento da secção transversal comparativamente à sua utilização em zonas de habitação. Para a solução mista MLC-betão nenhuma alteração é verificada em função da categoria de utilização da laje o que indica que o comportamento mecânico desta solução não é devidamente potencializado e que outras configurações de laje, para além das consideradas, poderiam ser mais eficientes. O mesmo é registado para a solução composta MLC-vigas de aço, onde, considerando a sua utilização em zonas de escritórios, é visível uma repetição das soluções para vãos sucessivos. É importante lembrar que as soluções apresentadas na Tabela 4.14 resultam do dimensionamento das lajes em função de um número limitado de configurações pré-definidas com base na prática comum. Desta forma, as soluções obtidas para os diversos vãos podem não ser as mais otimizadas de um ponto de vista mecânico, sendo natural que algumas se repitam entre categorias de utilização e/ou vãos. Face a isto, o estudo de uma maior variedade de configurações mecânicas e geométricas de laje revela-se interessante para trabalhos futuros.

## 4.2.2 Evolução dos Critérios de Dimensionamento

A análise da evolução dos critérios de dimensionamento realizada nesta secção tem por base os resultados obtidos no dimensionamento das soluções de laje apresentadas na Tabela 4.14 e visa a caracterização do seu comportamento, evidenciando quais os critérios decisivos e como estes evoluem em função do vão e da categoria de utilização. Esta análise é feita de acordo com o rácio de utilização das solicitações impostas nas lajes tendo em conta os critérios inerentes à verificação dos estados limite último e de serviço. Apenas os critérios em estado limite último a curto prazo foram considerados, uma vez que é nesse instante de tempo em que as maiores solicitações são registadas. Uma análise a longo prazo é realizada mais abaixo na secção 4.3. A Tabela 4.15 apresenta os rácios de utilização e respetivas equações consideradas nesta análise, incluindo as abreviaturas utilizadas na representação gráfica dos resultados. As variáveis consideradas nas equações foram previamente definidas nas secções 3.3 e 3.4.

Tabela 4.15 - Definição e caracterização dos rácios de utilização.

Rácio de utilização (R.U.)	Abreviatura	Equação (x 100)	
R.U. da solicitação ao corte da MLC	$\eta_v$	$\tau_{v,m\acute{a}x}/f_{v,l,d}$	(4.16)
R.U. da solicitação ao <i>rolling shear</i> da MLC	$\eta_{v,R}$	$\tau_{v,r,m\acute{a}x}/f_{v,r,d}$	(4.17)
R.U. da solicitação à flexão da MLC	$\eta_m$	$\sigma_{sup} \text{ ou } \sigma_{inf}/f_{m,l,d}$	(4.18)
R.U. da solicitação combinada de tração e flexão da MLC	$\eta_{MLC}$	$\sigma_{MLC}/f_{t,l,0,d} + \sigma_{m,MLC}/f_{m,l,d}$	(4.19)
R.U. da solicitação à compressão da camada de betão	$\eta_{B,c}$	$\sigma_{c,sup}/f_{c,d}$	(4.20)
R.U. da solicitação à tração da camada de betão	$\eta_{B,t}$	$\sigma_{c,inf}/f_{ctm,d}$	(4.21)
R.U. da solicitação combinada de tração e flexão da viga de ML	$\eta_{ML}$	$\sigma_{ML}/f_{ML,t,0,d} + \sigma_{m,ML}/f_{ML,m,0,d}$	(4.22)
R.U. da solicitação ao corte da viga de ML	$\eta_{ML,v}$	$\tau_{ML,v,m\acute{a}x}/f_{ML,v,d}$	(4.23)
R.U. da solicitação à tração do perfil de aço	$\eta_{A,t}$	$\sigma_{aço,inf}/f_{y,d}$	(4.24)
R.U. da solicitação ao corte do perfil de aço	$\eta_{A,v}$	$\tau_{aço,v,m\acute{a}x}/\tau_{r,d}$	(4.25)
R.U. da solicitação ao corte da ligação	$\eta_L$	$F_{L,ed}/F_{v,Rd}$	(4.26)
R.U. da deformação (flecha) inicial	$\eta_{wi}$	$w_{inst}/w_{inst,lim}$	(4.27)
R.U. da deformação (flecha) final	$\eta_{wf}$	$w_{net,fin}/w_{net,fin,lim}$	(4.28)

Tabela 4.15 – Definição e caracterização dos rácios de utilização (continuação).

Rácio de utilização (R.U.)	Abreviatura	Equação (x 100)	
R.U. da frequência fundamental de vibração	$\eta_{f1}$	$f_{1,lim}/f_1$	(4.29)
R.U. da deformação pontual (critério de rigidez)	$\eta_w$	$w_{1kN}/w_{1kN,lim}$	(4.30)

#### 4.2.2.1 Lajes em MLC

As Figuras 4.6 e 4.7 ilustram a evolução do desempenho das lajes de MLC em função do vão e da categoria de utilização, tendo em conta o rácio de utilização ( $\eta$ ) dos diferentes critérios inerentes ao processo de dimensionamento.

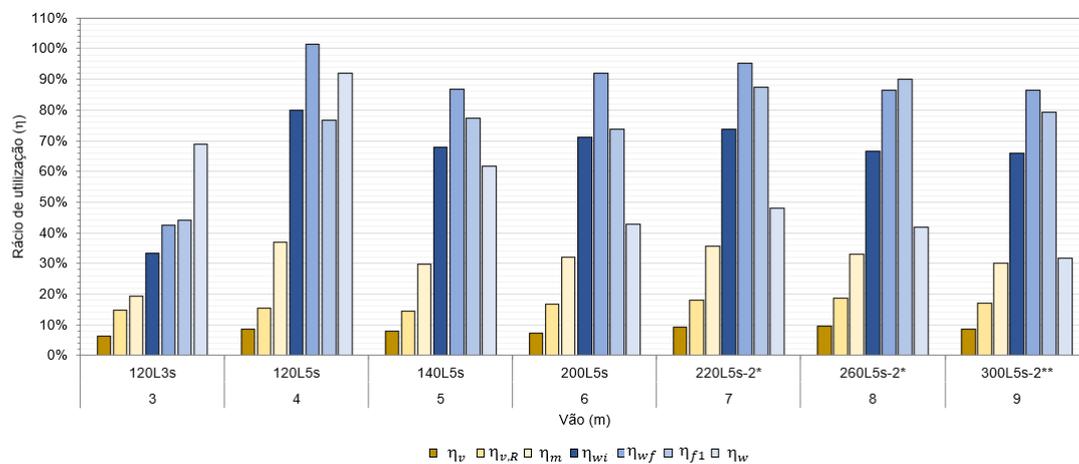


Figura 4.6 - Desempenho estrutural das lajes de MLC dimensionadas para habitação (categoria A).

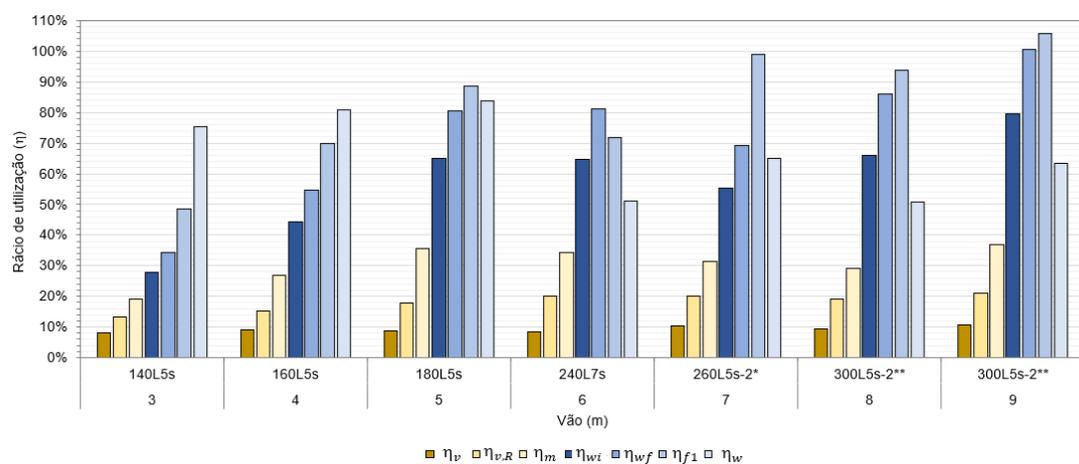


Figura 4.7 - Desempenho estrutural das lajes de MLC dimensionadas para escritórios (categoria B).

Através da análise dos gráficos apresentados nestas figuras, é possível concluir que o estado limite de serviço é o fator decisivo no dimensionamento das lajes de MLC. Para soluções de laje aplicadas em

habitação a deformação final ( $\eta_{wf}$ ) apresenta-se como critério limitativo na maioria dos vãos, sendo esta seguida pelos critérios de controlo de vibração ( $\eta_{f1}$  e  $\eta_w$ ). Para um vão de 4 metros é verificado que a solução adotada apresenta uma deformação final superior ao limite, porém esta foi validada uma vez que o valor limite é apenas ultrapassado em 1 %.

No que se refere às lajes dimensionadas para escritórios, o comportamento inverso é verificado, isto é, a frequência fundamental de vibração ( $\eta_{f1}$ ) é o critério de dimensionamento condicionante para a maioria dos vãos, passando o critério de deformação a longo prazo ( $\eta_{wf}$ ) para segundo plano. Esta variabilidade deve-se ao melhor desempenho mecânico pretendido para as lajes com utilização em categoria B, materializado analiticamente por valores limite dos critérios de vibração mais exigentes. É importante relembrar que a metodologia de cálculo dinâmico considerada permite que a frequência fundamental de vibração da laje seja inferior ao valor limite recomendado desde que esta não apresente um valor inferior a 4,5 Hz e que o critério de aceleração de vibração seja verificado. Desta forma, o rácio de utilização superior a 100% notado para o vão de 9 metros (Categoria B) é considerado aceitável, sendo o valor da aceleração de vibração apresentado no Anexo D. O mesmo conceito é válido para as restantes soluções de laje.

Continuando com a análise da resposta estrutural das soluções obtidas para zonas de escritórios, é perceptível um comportamento distinto da solução obtida para um vão de 6 metros comparativamente às restantes. Nesta, a frequência fundamental de vibração ( $\eta_{f1}$ ) apresenta uma menor importância, sendo o dimensionamento limitado pela deformação final ( $\eta_{wf}$ ). Como já foi previamente explicado, o método de cálculo dinâmico utilizado apresenta ajustes específicos para a MLC, isto é, permite a consideração do efeito bidirecional da distribuição de carga em função do rácio entre rigidez à flexão transversal e longitudinal. O aumento deste rácio está associado a uma maior preponderância das camadas transversais na secção da laje, que resulta numa melhoria do comportamento dinâmico. Desta forma, e atendendo que a solução obtida para um vão 6 metros (MLC constituída por 7 camadas) apresenta uma forte presença das camadas transversais, é possível concluir que a diferença comportamental inicialmente referida deriva da configuração do próprio painel de MLC.

Atendendo ao comportamento em estado limite último das lajes, é perceptível que a solicitação à flexão ( $\eta_m$ ) das lajes é o esforço que apresenta uma maior percentagem de utilização. Este é sucedido pela tensão de *rolling shear* ( $\eta_{v,R}$ ) e pela tensão de corte ( $\eta_v$ ). Porém os rácios de utilização registados são, na sua maioria inferiores a 40 % em todos os vãos analisados, demonstrando que as solicitações mecânicas impostas na MLC são claramente inferiores daquelas às quais a laje é capaz de suportar.

### 4.2.2.2 Lajes Mistas MLC-betão

Nas Figuras 4.8 e 4.9 apresenta-se graficamente, a evolução dos critérios de desempenho estrutural das lajes mistas MLC-betão de acordo com o vão e a categoria de utilização.

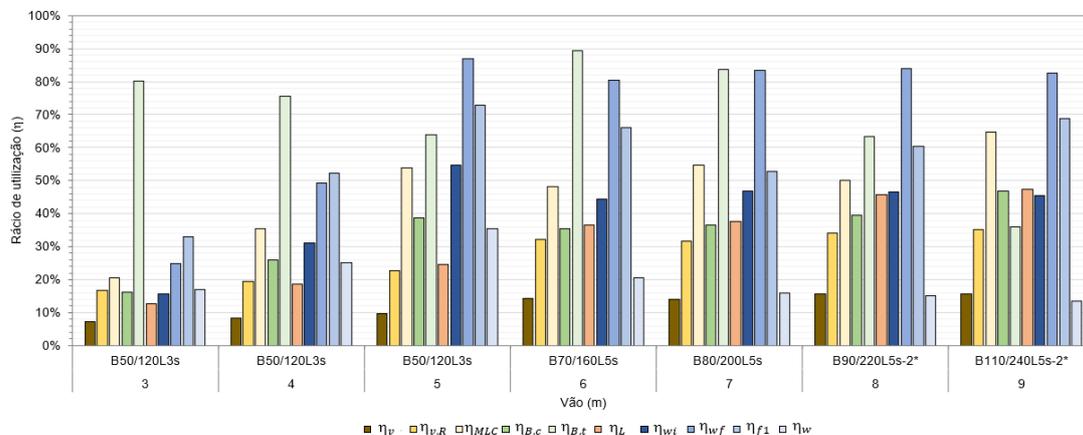


Figura 4.8 - Desempenho estrutural das lajes mistas MLC-betão dimensionadas para habitação (categoria A).

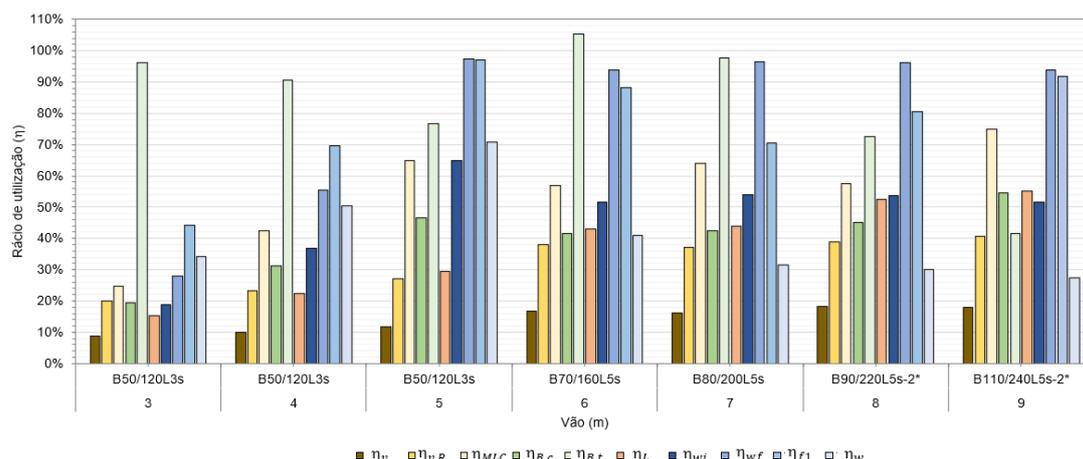


Figura 4.9 - Desempenho estrutural das lajes mistas MLC-betão dimensionadas para escritórios (categoria B).

De acordo com a informação apresentada nos gráficos, verifica-se que a tensão de tração do betão ( $\eta_{B,t}$ ) e a deformação final ( $\eta_{wf}$ ) são os critérios governantes no dimensionamento das lajes mistas MLC-betão. A tensão de tração exercida na face inferior da camada de betão é o critério limitante na maioria dos vãos analisados, apresentando um maior destaque em vãos inferiores a 5 metros. Para esses vãos a utilização das soluções de laje mista revela-se pouco vantajosa uma vez que, à exceção da tensão de tração do betão, os critérios de dimensionamento apresentam rácios de utilização inferiores a 55% e 70% para as categorias A e B, respetivamente. Estes rácios de utilização traduzem uma reduzida exploração do comportamento mecânico das lajes, sendo esta concordante com a inserção destas soluções na zona cinza previamente apresentada e caracterizada na Tabela 4.14.

É também possível evidenciar um decréscimo gradual da tensão de tração do betão com o aumento vão. Este decréscimo ocorre de forma distinta entre os vãos de 3 a 5 metros e os vãos de 6 a 9 metros. Este comportamento conota a influência do espaçamento longitudinal entre ligadores, onde ao maior espaçamento adotado para as lajes constituídas por painéis em MLC de 5 camadas, está associado um acréscimo de tensão de tração no betão. Este acréscimo é evidenciado de forma acentuada para o vão de 6 metros. No que se refere à deformação final, é visível, por sua vez, uma evolução crescente com o vão livre das lajes. Este critério apresenta rácios de utilização acima dos 90% para vãos superiores a 4 metros, sendo o critério decisivo de dimensionamento para os vãos de 8 e 9 metros.

A influência do aumento da carga imposta e a maior exigência do comportamento dinâmico requerido para as lajes com utilização em zonas de escritórios (Categoria B e Classe I) é notada através dos maiores rácios de utilização. Para esta categoria de utilização a frequência fundamental ( $\eta_{f1}$ ) de vibração exhibe rácios de utilização mais elevados, demonstrando em alguns vãos uma dominância equiparável à da deformação final. É também verificado uma excedência de 5 % para o rácio de utilização referente à tensão de tração exercida na camada de betão ( $\eta_{B,t}$ ). A elevada solitação à tração registada para este elemento advém das considerações adotadas no processo de dimensionamento, onde o efeito resistente da armadura de reforço, normalmente inserida na zona tracionada da camada de betão, não foi contabilizado. Tendo em conta que esta armadura contribui fortemente para a melhoria da resistência desta propriedade, este excesso de 5% foi considerado aceitável.

#### 4.2.2.3 Lajes Compostas MLC-Vigas de ML

A evolução dos diferentes critérios inerentes ao dimensionamento das lajes compostas MLC-vigas de ML, em função do vão e da categoria de utilização, é apresentada nas Figuras 4.10 e 4.11.

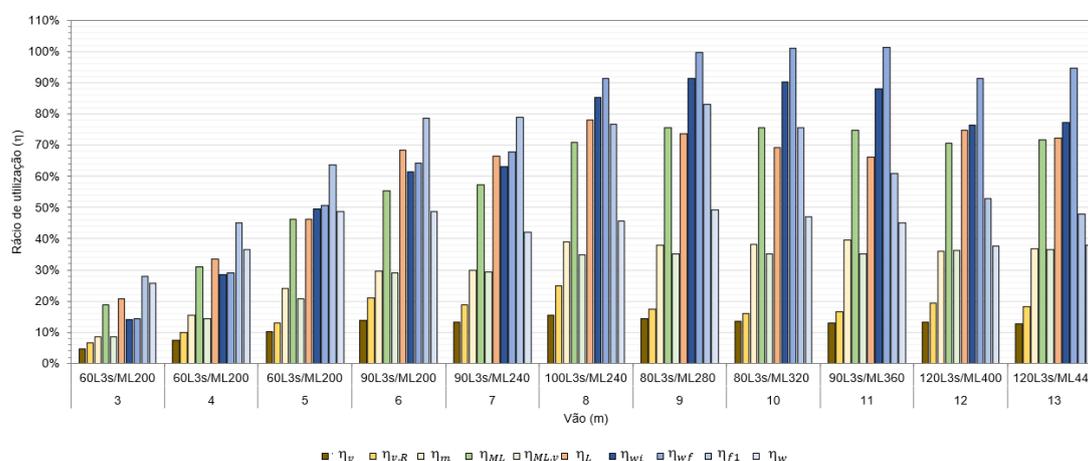


Figura 4.10 - Desempenho estrutural das lajes compostas MLC-vigas de ML dimensionadas para habitação (categoria A).

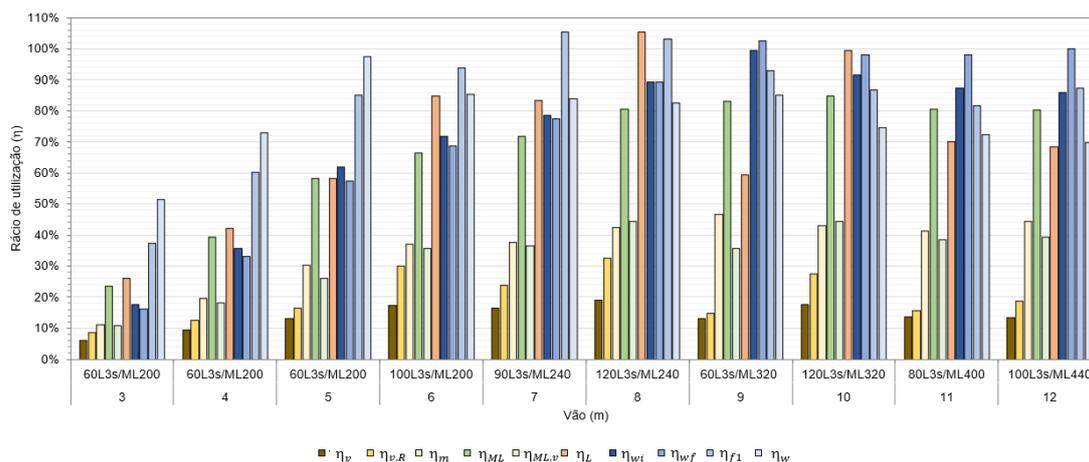


Figura 4.11 - Desempenho estrutural das lajes compostas MLC-vigas de ML dimensionadas para escritórios (categoria B).

Analisando as soluções de laje obtidas para utilização em habitação (categoria A), é perceptível que o comportamento em serviço é decisivo para o seu dimensionamento, com destaque para frequência fundamental de vibração ( $\eta_{f1}$ ) e a deformação final ( $\eta_{wf}$ ). A frequência fundamental de vibração governa o dimensionamento das lajes para vãos inferiores a 7 metros (inclusive). Quanto à deformação final, esta apresenta um aumento gradual com o aumento do vão, evidenciando-se para vãos superiores a 7 metros como o critério de dimensionamento limitante do desempenho das lajes. Para os vãos de 10 e 11 metros é verificada uma excedência do valor da deformação final, contudo esta foi considerada tolerável uma vez que o valor limite de deformação é apenas ultrapassado por 1%. Apesar do dimensionamento ser governado pelos critérios de serviço, o comportamento em estado limite último apresenta-se também bastante explorado. Neste destacam-se os critérios de solicitação combinada de tração com flexão da viga de ML, critério em estado limite último governante para vãos superiores a 9 metros (à exceção do vão de 12 metros), e a solicitação ao corte da ligação, governante para os restantes vãos.

A influência dos critérios de dimensionamento em estado limite último é acrescida com o aumento da carga imposta pela Categoria B. Para esta categoria, a solicitação ao corte da ligação ( $\eta_L$ ) é fortemente incrementada, tornando-se o critério de dimensionamento restritivo em vãos de 8 e 10 metros. Para os restantes vãos, o dimensionamento das lajes é controlado pelos critérios de vibração ( $\eta_{f1}$  e  $\eta_w$ ). Nestes, o critério de rigidez de vibração (deformação pontual) é decisivo para vãos inferiores a 5 metros e a frequência fundamental de vibração governa nos restantes.

Tendo em conta os critérios em estado limite último das soluções de laje obtidas para escritórios, é visível que o efeito combinado de tração com flexão ocorrida na face inferior da viga de ML ( $\eta_{ML}$ ) apresenta também rácios de utilização elevados. Na prática, há um aumento sucessivo em função do vão que se torna, mais restritivo para os vãos de 11 e 12 metros, comparativamente à solicitação ao corte da ligação.

Analisando ainda a configuração das soluções de laje obtidas para os diferentes vãos, é possível verificar a influência da imponência da MLC no controlo da tensão de corte na ligação. Esta influência é fortemente visível nos vãos de 8 e 9 metros, onde a uma maior predominância de MLC na secção composta está associado um maior rácio de utilização. Este comportamento permite concluir que a utilização de painéis de MLC de menor espessura tem um impacto positivo no comportamento mecânico da ligação. Por outro lado, esta diminuição pode acarretar problemas no desempenho mecânico destas lajes sob ação do fogo e nos seus desempenhos de conforto acústico e sonoro.

#### 4.2.2.4 Lajes Compostas MLC-Vigas de Aço

A reposta estrutural das lajes compostas MLC-vigas de aço, tendo em conta a evolução do rácio de utilização dos distintos critérios de dimensionamento, para diferentes vãos e categoria de utilização, é ilustrada graficamente nas Figuras 4.12 e 4.13.

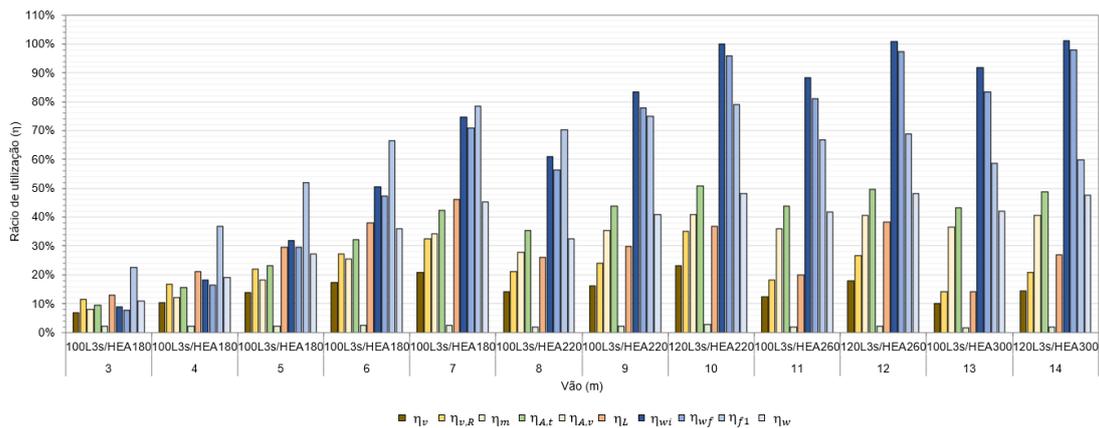


Figura 4.12 - Desempenho estrutural das lajes compostas MLC-vigas de aço dimensionadas para habitação (categoria A).

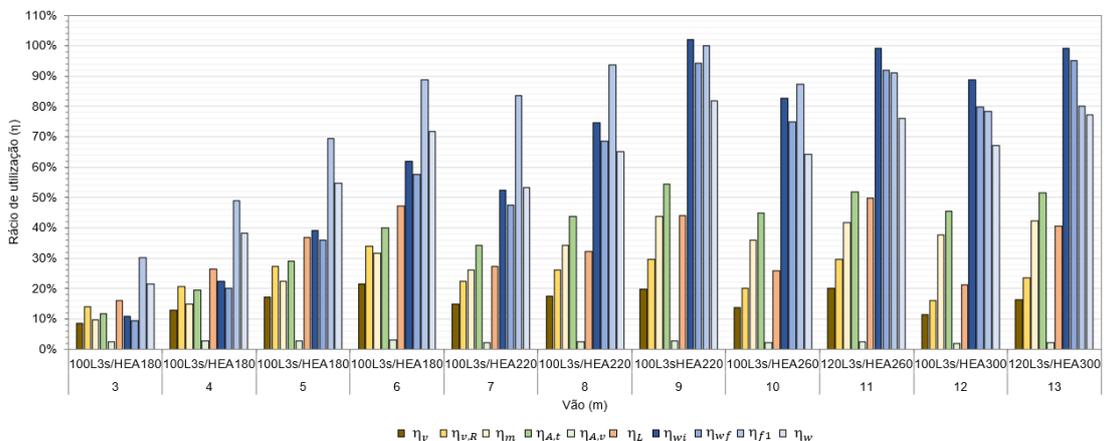


Figura 4.13 - Desempenho estrutural das lajes compostas MLC-vigas de aço dimensionadas para escritórios (categoria B).

Para esta solução de laje, os critérios de serviço, mais especificamente, a deformação inicial ( $\eta_{wi}$ ) e a frequência fundamental de vibração ( $\eta_{f1}$ ), apresentam uma clara predominância no processo de cálculo. A forte influência da deformação inicial é notada para vãos superiores a 9 metros (inclusive) onde esta se evidencia como critério com um elevado ou até maior rácio de utilização. Uma tolerância de 2% foi considerada para a excedência do valor de deformação limite, viabilizando assim as soluções onde este é cumprido. Ao contrário do que é verificado nas restantes soluções de laje, a deformação inicial é mais limitativa do que a deformação final. Este comportamento atípico realça o melhor comportamento destas lajes face ao fenómeno de fluência. Este comportamento é evidenciado e discutido com mais detalhe na secção 4.3. Em vãos inferiores a 9 metros, o dimensionamento destas lajes é regido pela frequência fundamental de vibração. A predominância deste critério é ampliada quando são requeridas maiores exigências no comportamento dinâmico das lajes, nomeadamente para uso em escritórios, sendo observados rácios de utilização mais elevados e próximos daqueles registados para a deformação inicial. Relativamente aos critérios em estado limite último, estes apresentam na sua globalidade uma percentagem de utilização inferior a 50% e 60% para aplicações em habitação e escritórios, respetivamente. Entre estas, a solicitação ao corte da ligação ( $\eta_L$ ) destaca-se como a propriedade mecânica mais esgotada em vãos inferiores a 7 e 6 metros para as Categorias A e B, respetivamente. Estes vãos apresentam em comum a mesma configuração de laje, isto é, um painel de MLC com espessura de 100 mm e um perfil HEA 180 ligados através de parafusos autoperfurantes. Posto isto, e atendendo a metodologia considerada para a determinação da capacidade resistente ao corte da ligação, é possível concluir que a imponência do respetivo critério de dimensionamento é proveniente da menor espessura do banzo do perfil de aço considerado. Fica assim demonstrada a influência da geometria do perfil de aço no controlo da capacidade resistente ao corte da ligação. Para vãos superiores, a solicitação à tração da extremidade inferior da viga é o critério de dimensionamento em estado limite último mais penalizador.

É ainda possível verificar que este sistema de laje é de todos aquele que apresenta soluções com reduzidos rácios de utilização num maior número de vãos. Este comportamento é evidenciado na Tabela 4.14, através da inserção destas soluções na zona cinza (ver secção 4.2.1). Como já foi explicado, o dimensionamento das lajes foi limitado a uma determinada gama de configurações que podem por vezes não ser as mais adequadas para as condições estruturais e de carregamento pretendidas, sendo esta solução de laje, laje composta MLC-vigas de aço, a que se demonstra mais afetada por esta limitação.

### 4.2.3 Evolução da Espessura das Soluções em Função do Vão

A espessura total da laje é um dos principais parâmetros na escolha de uma determinada solução estrutural. Esta propriedade geométrica tem um impacto direto na altura global de um edifício limitada pela cêrcea e na perceção e aproveitamento do seu espaço interior. Além disso, a espessura das lajes está também associada à sua aplicação em obra e à quantidade de material consumido. Na prática, a escolha da laje resulta na maioria das vezes na solução com menor espessura, tentando atingir-se um maior vão possível. A relação entre a espessura total e o vão das lajes resultantes do processo dimensionamento em função da categoria de utilização, é apresentada na Figura 4.14.

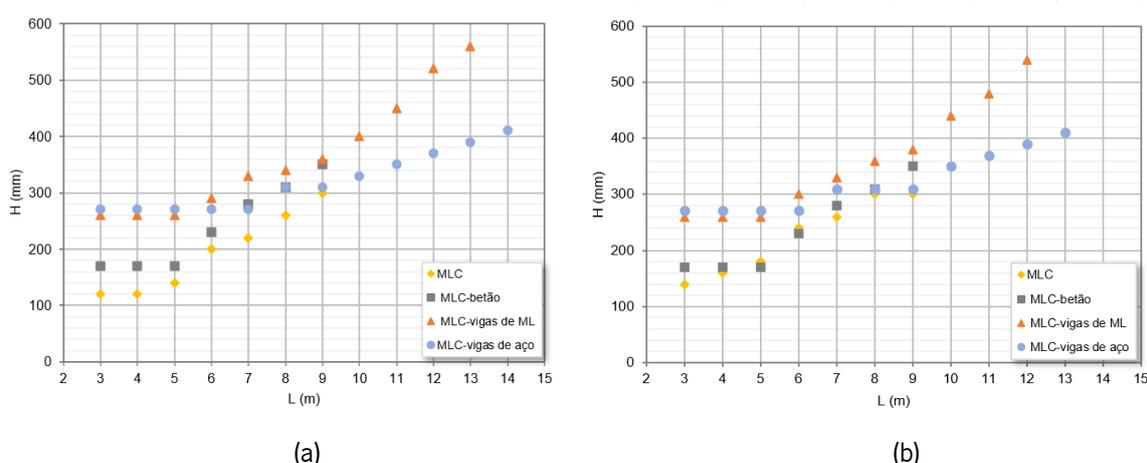


Figura 4.14 - Relação entre a espessura total (H) e o vão (L) das soluções de laje estudadas. (a) Categoria A: Habitação. (b) Categoria B: Escritórios.

Com base nos gráficos apresentados nesta figura é possível concluir que a laje em MLC é a solução que apresenta uma menor espessura na maioria dos vãos onde é implementável, sendo esta variável entre 120 e 300 milímetros. Quando considerada a utilização em escritórios, a solução mista MLC-betão é também bastante competitiva, possibilitando para vãos de 5 e 6 metros, uma menor espessura de laje comparativamente à laje em MLC, H de 170 e 230 milímetros para os vãos de 5 e 6 metros, respetivamente.

Para vãos superiores a 9 metros, as soluções de laje possíveis restringem-se às lajes compostas com vigas. Entre estas, a solução MLC-vigas de aço é a que apresenta menores espessuras. A sua utilização é também competitiva com as soluções de laje plana em MLC e MLC-betão para os vãos de 7 a 9 metros. A solução de laje composta MLC-vigas de ML é a que apresenta espessuras mais elevadas em grande parte dos vãos estudados. Analisando a Figura 4.14 verifica-se também que esta imponente é mais evidente com o aumento do vão, com uma maior discrepância entre a espessura desta solução comparativamente às restantes. Quando comparada com as soluções MLC-vigas de aço, é visível que

esta diferença é aumentada de forma acentuada para vãos superiores a 9 metros. Este comportamento deve-se à rigidez dos materiais e à sua influência no aumento da rigidez efetiva à flexão necessária para o alcance de maiores vãos. A rigidez da madeira é claramente inferior à do perfil de aço o que implica que uma maior quantidade de material é necessária para provocar um aumento da rigidez efetiva à flexão da laje, tendo este aumento de material repercussões na espessura total da laje.

Contudo, a maior espessura da laje nem sempre é uma desvantagem que acarreta um aumento de volume de construção e maior desperdício de espaço interno. A adaptabilidade e compatibilidade das soluções em obra com as redes de infraestruturas pode minimizar esse desperdício e potencializar soluções que numa primeira análise seriam descartadas. Este conceito é válido para as lajes compostas com vigas, onde devido à sua configuração transversal em “T” é permitido que parte da sua espessura seja aproveitada para a implementação de infraestruturas sem provocar um aumento relevante na espessura total da laje. O mesmo não acontece para as lajes planas em MLC e MLC-betão, onde a implementação das redes de infraestruturas deve ser elaborada de forma externa à laje requerendo uma estrutura de apoio e respetivo revestimento. Desta forma, as soluções compostas com vigas podem também revelar-se uma escolha viável e económica para vãos mais reduzidos, dependendo do sistema estrutural e das propriedades geométricas e funcionais das infraestruturas implementadas em obra.

#### **4.2.4 Evolução do Peso Próprio das Soluções em Função do Vão**

O peso próprio dos sistemas de laje é também um parâmetro definidor na seleção de uma determinada solução de laje. A carga imposta resultante do peso próprio deste elemento estrutural tem um efeito no peso total da estrutura e, em consequência na solicitação imposta às fundações, podendo ser determinante no comportamento da estrutura, em especial, face a ações sísmicas. A seleção de uma laje mais pesada tem assim implicações nas dimensões dos elementos estruturais, principalmente nas fundações, exigindo uma estrutura mais robusta ao qual está associado um maior gasto de material e consequente aumento do custo. Além de questões estruturais, o peso do sistema de laje é também relevante no transporte e aplicação da laje em obra. Soluções mais pesadas necessitam de meios de transporte maiores e apresentam uma maior complexidade de transporte e aplicação em obra, tornado a sua implementação mais demorada. Todos estes fatores apresentam consequências económicas que são mais desfavoráveis à medida que o peso próprio dos sistemas de laje é maior.

Na Figura 4.15 é apresentada a relação entre peso próprio e o vão dos sistemas de laje dimensionados segundo as duas categorias de utilização consideradas. É importante referir que o peso próprio inerente a esta análise foi definido atendendo apenas o peso dos materiais constituintes da laje.

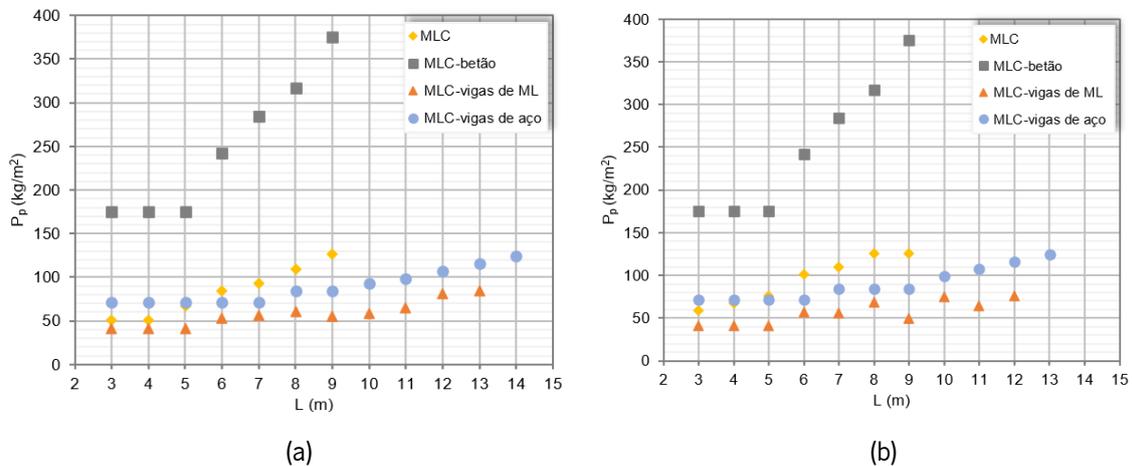


Figura 4.15 - Relação entre o peso próprio ( $P_p$ ) e o vão ( $L$ ) das soluções de laje estudadas. (a) Categoria A: Habitação. (b) Categoria B: Escritórios.

Nestes gráficos é possível analisar que a laje mista MLC-betão é a solução com maior peso próprio, apresentando um peso variável entre 175,40 e 375,80 kg/m<sup>2</sup>. De facto, o betão é de todos os materiais utilizados, o que apresenta uma maior densidade, pelo que é esperado que a sua utilização num sistema de laje resulte numa solução mais pesada. Em contraste, as lajes compostas com vigas demonstram serem as soluções mais leves. A configuração destes sistemas de laje confere uma otimização da secção transversal garantindo em simultâneo um excelente comportamento mecânico. Entre estas, destaca-se a solução composta MLC-vigas de ML como a solução mais leve em todos os vãos analisados, apresentando esta um peso que varia de 40,40 kg/m<sup>2</sup> a 83,84 e 75,44 kg/m<sup>2</sup> para zonas de habitação e escritórios, respetivamente.

De notar que a laje composta MLC-vigas de aço apresenta também um peso reduzido e próximo daquele da solução composta MLC-vigas de ML. Este comportamento não era totalmente esperado, uma vez que a massa volúmica do aço é consideravelmente superior à da MLC e ML. Porém, quando comparada com um sistema de laje composta em madeira MLC-vigas de ML, esta solução demonstra um melhor comportamento mecânico mesmo face à menor área de atuação das vigas de aço à qual está associada a esbelteza e o maior espaçamento dos perfis. Deste modo, é possível concluir que as excelentes propriedades mecânicas do aço permitem minimizar o impacto do peso do material no peso global do sistema de laje, tornando a solução MLC-vigas de aço extremamente competitiva. No que se refere às lajes em MLC, estas não se evidenciam de forma clara como uma melhor solução quanto ao seu peso,

apresentando um peso próprio máximo de 126,00 kg/m<sup>2</sup> e um peso mínimo de 50,40 kg/m<sup>2</sup> e 58,80 kg/m<sup>2</sup> para zonas de habitação e escritórios, respetivamente.

Analisando os gráficos acima mencionados, é também perceptível que nos sistemas de laje compostos com vigas de ML o peso próprio nem sempre aumenta em função do vão, como é visível para as restantes lajes. Este comportamento deve-se à configuração das lajes dimensionadas, ou seja, está relacionado com a variação das dimensões dos elementos constituintes do sistema de laje. Completando a informação exposta na Figura 4.15 com as configurações apresentadas na Tabela 4.14 é visível que o aumento da espessura da MLC apresenta uma maior influência no aumento do peso próprio das lajes comparativamente à variação da secção transversal das vigas de ML. Por sua vez, é também possível analisar que o aumento da área das vigas tem um maior impacto no comportamento mecânico e consequente alcance de maiores vãos comparativamente a um aumento da espessura da MLC. Posto isto, é possível concluir que, para sistema de laje composta MLC-vigas de ML, a alteração da secção transversal das vigas é preferível à alteração da espessura de MLC, uma vez que esta tem um maior impacto no controlo e melhoria do comportamento mecânico das lajes conduzindo em simultâneo a um menor acréscimo do peso próprio da solução de laje.

### **4.3 Análise Pormenorizada das Soluções de Laje**

Após a análise comparativa acima exposta, existe ainda o interesse em estudar de forma mais detalhada as propriedades e comportamento das diferentes soluções de laje. Por exemplo importa aferir algumas especificidades provenientes dos métodos de cálculo adotados, bem como analisar de forma mais pormenorizada o comportamento a longo prazo dos sistemas de laje.

Desta forma, em concordância com pretensões da empresa Bysteel S.A., a base de estudo foi limitada às soluções obtidas no processo de dimensionamento para escritórios (categoria B) e para um vão de 6 metros. Destes pressupostos resultou a definição das seguintes soluções de laje:

- Solução (1): Laje em MLC: 240L7s;
- Solução (2): Laje mista MLC-betão: B70/160L5s;
- Solução (3): Laje composta MLC-vigas de ML:100L3s/ML200
- Solução (4): Laje composta MLC-vigas de aço: 100L3s/HEA180

### 4.3.1 Rigidez Efetiva à Flexão

A rigidez efetiva à flexão,  $(EI)_{ef}$ , é uma propriedade determinante na caracterização do comportamento mecânico dos sistemas de laje. Esta está associada à distribuição de tensões e ao controlo das deformações/vibrações essenciais na verificação dos estados limite. A rigidez efetiva à flexão em estado limite de serviço carece de uma maior atenção uma vez que, as lajes de madeira, em particular as estudadas nesta dissertação, são fortemente governadas pelos critérios de estado limite de serviço. Além disso, em termos analíticos, a rigidez efetiva à flexão em estado limite último é determinada com base no valor da rigidez efetiva à flexão em estado limite de serviço ( $K_u = K_{ser} \cdot 2/3$ ). Desta forma, é esperado que apesar de diferentes, os valores de rigidez obtidos para as diferentes soluções de laje apresentem uma evolução e hierarquia quantitativa semelhante em ambos os estados limite. A Figura 4.16 apresenta os valores da rigidez efetiva à flexão,  $(EI)_{ef}$ , em estado limite último e estado limite de serviço, para curto e longo prazo, das soluções de laje estudadas, incluindo a percentagem de perda de rigidez.

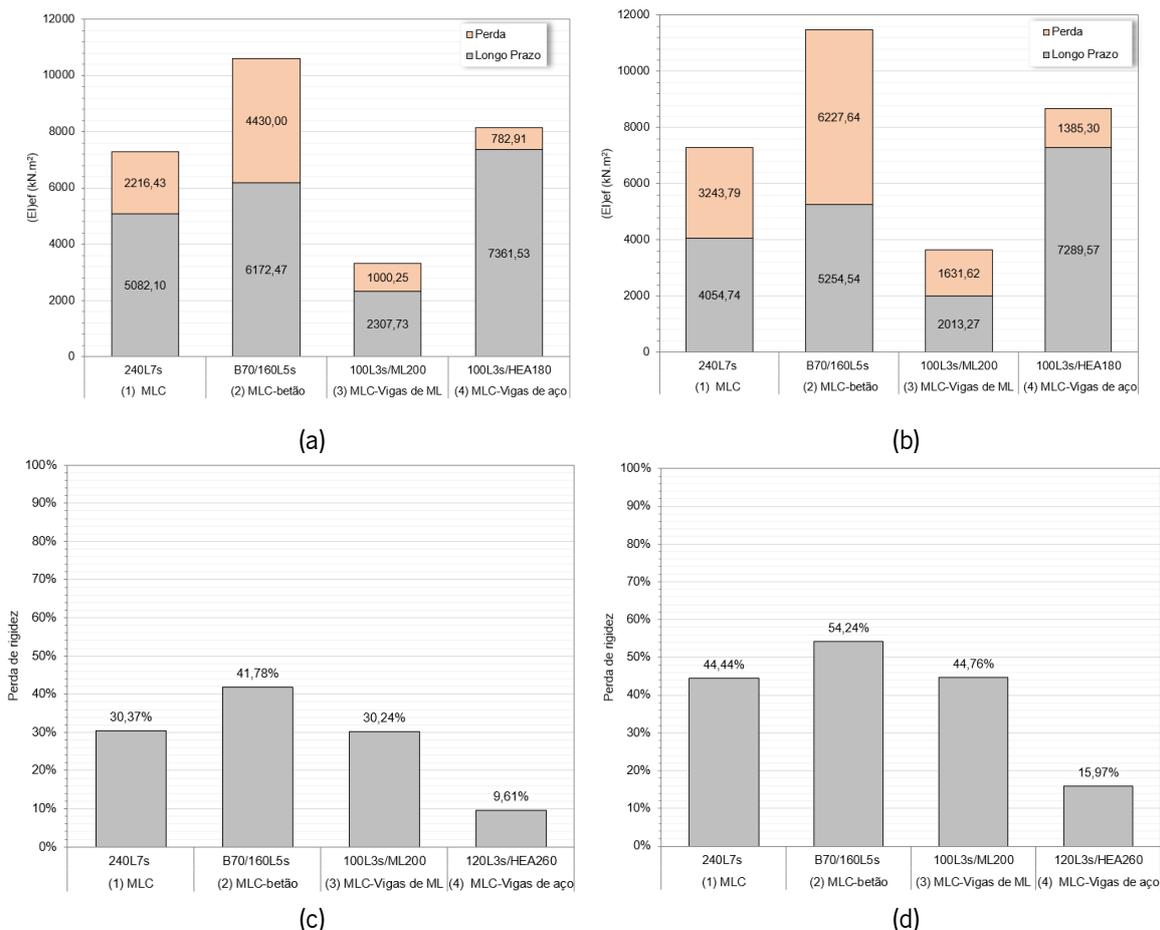


Figura 4.16 - Rigidez efetiva à flexão  $(EI)_{ef}$  das soluções de laje estudadas. (a) Rigidez em ELU. (b) Rigidez em ELS. (c) Perda de rigidez em ELU. (d) Perda de rigidez em ELS.

Com base nos dados expostos nos gráficos acima apresentados, é possível verificar que a laje mista MLC-betão é a solução que apresenta uma maior rigidez efetiva à flexão a curto prazo. Contudo, é também aquela que apresenta maior perda. Este comportamento demonstra a debilidade desta solução face à elevada fluência dos materiais, em particular do betão, que chegam a provocar uma redução de mais de metade do valor inicial (54,24%) da rigidez efetiva à flexão em estado limite de serviço. A solução MLC-vigas de aço é por sua vez a solução que apresenta uma menor variação de rigidez efetiva à flexão em função do tempo (9,61% e 15,97% em estado limite último e estado limite de serviço, respetivamente). Quando analisada a curto prazo, esta propriedade é visivelmente mais reduzida que na solução mista com betão, porém esta disparidade é reduzida a longo prazo, exibindo-se por ser a longo prazo superior. A melhor estabilidade da rigidez efetiva à flexão em função do tempo era um comportamento esperado, uma vez que a perda de rigidez da secção composta é apenas governada pela fluência da MLC e do sistema de ligação.

As soluções de laje constituídas integralmente em madeira demonstram uma menor rigidez efetiva à flexão. A laje composta MLC-vigas de ML evidencia um valor consideravelmente baixo, sendo este inferior a metade dos valores verificados para os outros sistemas de laje em ambos os instantes de tempo. A solução em MLC apresenta por sua vez valores de rigidez efetiva à flexão mais elevados e próximos da solução composta MLC-vigas de aço. Quando comparadas com os restantes sistemas de laje, era espectável que as soluções constituídas integralmente por madeira apresentassem uma menor rigidez, uma vez que o módulo de elasticidade à flexão da madeira é notavelmente inferior ao do betão e do aço. A diferença dos valores registados entre as soluções de laje integralmente em madeira, onde a solução em MLC apresenta uma maior rigidez efetiva à flexão comparativamente à solução composta MLC-vigas de ML, é justificada pela área da secção transversal (resistente), maior na laje em MLC, e na rigidez de ligação entre camadas/materiais, menor rigidez para a laje composta MLC-vigas de ML derivado da ligação mecânica adotada para conjugação da MLC com as vigas de ML. De referir que a rigidez de ligação é também um parâmetro que afeta as restantes soluções compostas, em particular a solução composta MLC-vigas de aço, porém o elevado módulo de elasticidade do betão e do aço permitem minimizar este impacto. Quanto à variação da rigidez em função do tempo, a laje MLC e laje composta MLC-vigas de ML, apresentam uma redução de rigidez significativa, sendo assim notória alguma sensibilidade por parte destas soluções face à fluência dos materiais.

### 4.3.2 Distribuição das Tensões

No seguimento da abordagem de estudo apresentada na secção 4.2.2, é exposta nesta secção uma análise mais pormenorizada da evolução das tensões atuantes nas lajes com base no seu rácio de utilização. Como já foi mencionado, este rácio é definido pelo quociente entre as tensões atuantes e as tensões resistente relativas aos materiais e sistema de ligação constituintes das soluções de laje. É importante referir que apenas são incluídas nesta análise as tensões máximas determinantes na verificação dos critérios de dimensionamento em estado limite último. Posto isto, o rácio de utilização para curto e longo prazo das tensões normais e de corte inerentes aos sistemas de laje estudados, são apresentados graficamente na Figura 4.17.

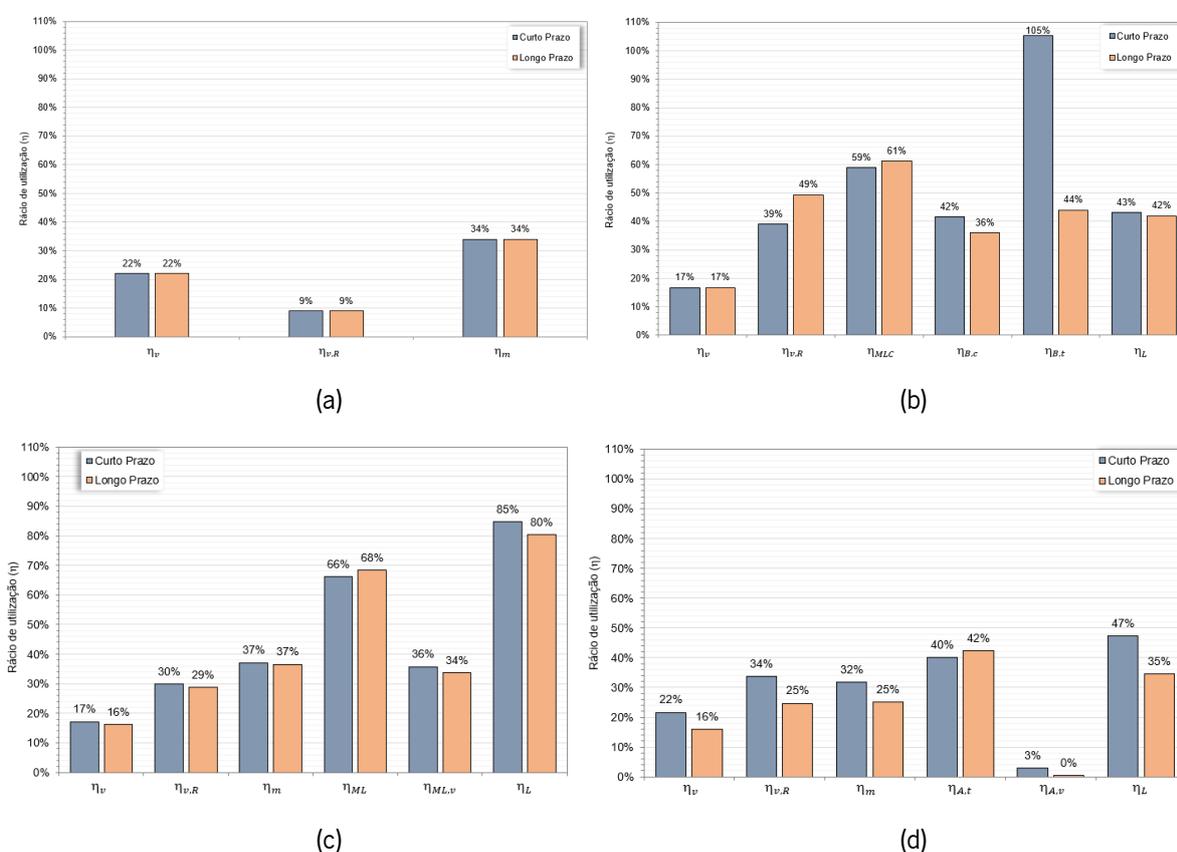


Figura 4.17 - Rácio de utilização das tensões normais e de corte presentes nas lajes em estudo. (a) Laje em MLC. (b) Laje mista MLC-betão. (c) Laje composta MLC-vigas de ML. (d) Laje composta MLC-vigas de aço.

Através da análise dos gráficos apresentados nesta figura, é possível concluir que as lajes em MLC (Figura 4.17a) e composta MLC-vigas de aço (Figura 4.17d) são as que se encontram menos solicitadas mecanicamente, uma vez que apresentam na sua globalidade rácios de utilização reduzidos, evidenciando, mais uma vez, a importância dos critérios de estados limite de serviço no seu dimensionamento. O valor máximo registado para a laje em MLC é de 34%, e é referente à tensão normal

(solicitação à flexão,  $\eta_m$ ) exercida nas camadas externas superior e inferior da secção transversal do painel. Para a laje composta MLC-vigas de aço o valor máximo registado no painel de MLC provém da tensão de *rolling shear* ( $\eta_{v,R}$ ), estando esta solicitação a 34% do seu valor resistente. Este comportamento difere do comportamento registado para as restantes lajes onde a tensão normal é o critério relativo à MLC que apresenta uma maior percentagem de utilização. Relembrando, a capacidade resistente das lajes é dependente da sua rigidez efetiva à flexão. Para a laje composta MLC-vigas de aço esta propriedade foi calculada tendo em conta a adaptação da metodologia adotada para a laje composta MLC- vigas de ML onde, devido a uma incerteza da viabilização desta metodologia, uma escolha conservativa no cálculo da largura efetiva foi considerada (secção 3.2.2). Por conseguinte, o comportamento atípico registado por estas lajes resulta como consequência desta escolha, evidenciando a necessidade de uma maior exploração e desenvolvimento de uma metodologia de cálculo apropriada a esta solução de laje. Na realidade, este comportamento não tem um grande impacto no dimensionamento destas lajes uma vez que estas são limitadas pelo critério de estado limite de serviço. Além disso, fazendo um paralelismo com as Figuras 4.12 e 4.13 previamente apresentadas, é visível que esta imponência da solicitação ao *rolling shear* ( $\eta_{v,R}$ ) é reduzida com o aumento do vão.

No que se refere às lajes mistas MLC-betão e MLC-vigas de ML, como já foi previamente verificado, estas apresentam rácios de utilização mais elevados. Na laje MLC-vigas de ML a força de corte exercida na ligação ( $\eta_m$ ) demonstra ser o critério em estado limite último mais limitativo, sendo a capacidade resistente da ligação esgotada a 85% a curto prazo. Quando analisada para um instante de tempo inicial, a laje mista MLC-betão apresenta-se fortemente limitada pela tensão de tração exercida na face inferior da camada de betão sobreposta ao painel de MLC ( $\eta_{B,t}$ ). O rácio de utilização alusivo a esta tensão é de 105%, demonstrando que a tensão resistente à tração deste elemento é ultrapassada. Como foi anteriormente referido esta forte limitação deriva de algumas considerações adotadas no processo de dimensionamento que tornam esta excedência aceitável (ver secção 4.2.2.2).

Seguindo com a análise dos gráficos acima expostos, é ainda visível a evolução das tensões face à perda de rigidez dos materiais. Esta perda de rigidez, proveniente da fluência dos materiais, leva a uma redistribuição de tensões ao longo da secção transversal das lajes. Esta redistribuição apresenta um comportamento semelhante em todos os sistemas de laje composta, resultando na diminuição das tensões normais atuantes no elemento superior, suscetível a uma maior perda de rigidez, e aumento das mesmas no elemento situado inferiormente. Este aumento e diminuição das tensões é visível nos gráficos acima apresentados através do aumento e diminuição dos rácios de utilização.

A redistribuição das tensões é evidente na laje mista MLC-betão. Nesta laje os rácios de utilização alusivos às tensões atuantes no betão são fortemente afetados com a evolução do tempo. É registada uma redução máxima de 61% para o rácio de utilização da tensão resistente à tração do betão demonstrando que a limitação a curto prazo proveniente desta propriedade é ultrapassada com a perda de rigidez dos materiais. A laje composta MLC-vigas de aço é aquela que se demonstra seguidamente mais afetada pela redistribuição das tensões, apresentando uma redução de rácio de utilização máxima de 12% relativo à capacidade resistente da ligação. A laje MLC-vigas de ML é a laje composta que apresenta uma menor redistribuição de tensões, esta evidencia uma variação máxima de rácio de utilização de 5% alusiva à solicitação ao corte da ligação. Para a laje em MLC, nenhuma redistribuição de tensões é verificada. Posto isto, é possível concluir que existe uma relação entre a redistribuição das tensões e a semelhança comportamental na perda de rigidez/fluência dos materiais, sendo esta última materializada, analiticamente, através do coeficiente de deformação. Por outras palavras, a redistribuição é maior quanto maior for a diferença entre os coeficientes de deformação dos materiais, como é verificado para laje mista MLC-betão, e menor quanto menor for essa diferença, sendo nula quando todos os elementos constituintes da secção transversal apresentam o mesmo coeficiente de deformação, como é o caso da laje em MLC (secção homogénea).

### **4.3.3 Comportamento em Serviço**

Através da análise realizada na secção 4.2.2, foi verificado que o comportamento em serviço tem um papel fundamental no dimensionamento das lajes em estudo. Desta forma, uma análise mais aprofundada acerca dos critérios de estado limite de serviço e sua influência no dimensionamento é apresentada de seguida.

A Tabela 4.16 expõe os valores dos critérios de deformação e vibração obtidos no processo de dimensionamento. A influência destes critérios foi caracterizada em função do seu rácio de utilização, sendo este definido de acordo as equações apresentadas na Tabela 4.15. Os rácios de utilização são ilustrados graficamente na Figura 4.18.

De notar que aceleração de vibração não é apresentada neste gráfico uma vez que esta deve apenas ser considerada quando a frequência fundamental de vibração da laje é inferior ao valor limite recomendado.

Tabela 4.16 - Deformações e frequência fundamental de vibração das lajes.

Laje	$w_{inst}$ (mm)	$w_{net,fin}$ (mm)	$f_1$ (Hz)	$w_{1,kN}$ (mm)
7s240	12,97	19,46	11,16	0,13
B70/ 160L5s	10,32	22,49	9,07	0,10
100L3s/ ML200	14,37	16,45	8,85	0,21
100L3s/ HEA180	12,41	13,84	9,01	0,18

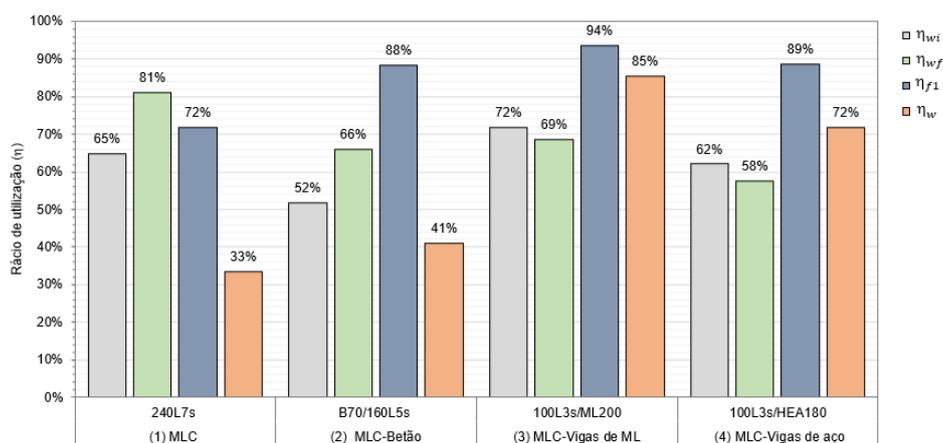


Figura 4.18 - Rácio de utilização dos critérios em ELS para as lajes em estudo.

Analisando os critérios de deformação, é visível através da Tabela 4.16 que a laje mista MLC-betão é a solução menos deformável face ao carregamento que lhe é imposta no instante inicial. Porém, é claro que a sua deformação é fortemente incrementada a longo prazo, resultando na solução com maior deformação final. Um comportamento semelhante é verificado para laje em MLC onde o incremento de deformação a longo prazo é também considerável. Para estas soluções, a influência da deformação final é realçada na Figura 4.18 onde esta se evidencia como critério de deformação limitante, com rácios de utilização de 81% e 66% para as lajes em MLC e mista MLC-betão, respetivamente. Nas lajes compostas com vigas, verifica-se um menor incremento de deformação a longo prazo, sendo para estas soluções a deformação inicial o critério de deformação mais restritivo (72% e 62% para a laje MLC-vigas de ML e laje MLC-vigas de aço, respetivamente). Posto isto, é possível concluir que a maior suscetibilidade das lajes MLC e MLC-betão face ao fenómeno de fluência, condicente com a evolução da rigidez efetiva à flexão analisada na secção 4.3.1, torna a verificação dos critérios de deformação dependente da deformação final. No caso lajes compostas com vigas, verifica-se o oposto.

Tendo agora como foco os critérios de controlo de vibração, é visível através da Tabela 4.16 que, à exceção da solução em MLC, as lajes apresentam valores de frequência fundamental de vibração relativamente próximos do valor limite de 8 Hz. Este comportamento é refletido na Figura 4.18, onde o critério de frequência fundamental de vibração ( $\eta_{f1}$ ) é o que apresenta um maior rácio de utilização (88%, 94% e 89% para as lajes mista MLC-betão, composta MLC-vigas de ML e composta MLC-vigas de aço, respetivamente). Desta forma, a frequência fundamental de vibração é, para estas soluções, o critério de dimensionamento governante em estado limite de serviço, estendendo-se, em paralelo com a análise realizada na secção 4.2.2, como critério determinante no dimensionamento global das lajes compostas com vigas. No que se refere à laje em MLC a frequência fundamental de vibração não se revela tão limitante uma vez que a sua configuração proporciona um maior efeito de distribuição bidirecional de carga que potencia um melhor comportamento dinâmico desta solução. Relativamente à deformação pontual, esta demonstra-se mais elevada nas lajes compostas com vigas.

Analisando os critérios de vibração é também possível observar um comportamento dinâmico distinto entre lajes planas (laje em MLC e mista MLC-betão) e compostas com vigas (laje MLC-vigas de ML e MLC-vigas de aço). As lajes compostas com vigas apresentam rácios de utilização de frequência fundamental de vibração ( $\eta_{f1}$ ) e deformação pontual ( $\eta_w$ ) próximos, evidenciando uma relação quase direta entre estes parâmetros, isto é, a caracterização de um dos parâmetros permite de forma praticamente direta a definição do outro<sup>23</sup>. Para as lajes em MLC e mista MLC-betão esta relação é diferente, sendo visível uma maior discrepância entre os rácios de utilização destes parâmetros.

Considerando as propriedades geométricas e mecânicas das lajes, pode concluir-se que esta diferença comportamental provém do efeito de distribuição bidirecional da carga, contabilizada no método de cálculo dinâmico considerado, e do peso próprio da laje. O efeito de distribuição bidirecional de carga é limitado pelas condições geométricas das lajes e é caracterizado pelo rácio entre a rigidez à flexão transversal,  $(EI)_b$ , e longitudinal,  $(EI)_l$ , sendo este efeito incrementado em função do aumento do rácio (ver secção 3.4.2). Por outras palavras, quanto maior a preponderância das camadas transversais constituintes das lajes, maior é o efeito de distribuição de carga e melhor será o seu comportamento dinâmico. Esta melhoria assenta no aumento da frequência fundamental de vibração e na diminuição da deformação pontual. Por outro lado, o peso dos sistemas de laje é também um parâmetro determinante no comportamento dinâmico das lajes. Este apresenta uma relação inversamente proporcional à frequência fundamental de vibração da laje, sendo que o aumento do peso provoca uma diminuição da

---

<sup>23</sup> A relação direta entre a frequência fundamental de vibração e deformação pontual é normalmente verificada em lajes que apresentam distribuição de carga unidirecional, onde a verificação de um dos parâmetros valida de forma quase imediata o outro.

frequência. Desta forma, para as lajes MLC e mista MLC-betão, o elevado rácio entre a rigidez transversal e longitudinal (derivado da presença das camadas transversais) em concordância com o maior peso da laje, levam a que os rácios de utilização da frequência de vibração e deformação pontual apresentem uma maior diferença entre si. No caso das lajes composta com vigas, o efeito de distribuição de carga é reduzido, uma vez que estas lajes apenas são constituídas por um painel de MLC com 3 camadas (1 camada transversal), levando a uma relação entre a frequência fundamental de vibração e a deformação pontual mais próxima e semelhante ao de uma laje com resistência unidirecional.

## **5 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

### **5.1 Conclusões Gerais**

A madeira lamelada cruzada (MLC) apresenta qualidades funcionais e estruturais que adequam e estimulam a sua implementação em sistemas de laje. O interesse neste material é acrescido face à situação ambiental que o mundo enfrenta, onde uso de materiais sustentáveis, com baixa pegada ecológica, é cada vez mais procurado pela indústria da construção. Contudo, o conhecimento teórico-experimental da MLC, em específico, aplicada em sistema de laje, é ainda diminuto e, por isso, nenhuma recomendação ou metodologia alusivas ao seu dimensionamento são recomendadas no atual Eurocódigo 5. Além disso, a MLC é um material versátil e facilmente combinado, o que permite a criação de uma ampla variedade de sistemas de laje e que acaba muito vezes por dificultar o seu processo de escolha. Posto isto, revela-se de todo o interesse estudar e caracterizar os diferentes sistemas de laje permitidos com a utilização de MLC, bem como aprofundar o seu conhecimento a nível de projeto.

A revisão do estado de conhecimento desenvolvida ao longo do Capítulo 2, permitiu desde logo caracterizar os conceitos fundamentais à utilização de MLC, assim como identificar as potencialidades associadas à sua utilização em sistemas de laje. Numa primeira abordagem, estudaram-se as vantagens associadas à utilização deste material enquanto elemento construtivo, entre as quais foram destacadas, o seu bom comportamento mecânico e elevada sustentabilidade. Após esta fase, foram identificadas as diferentes soluções de laje constituídas por MLC, limitando assim a análise desta dissertação aos seguintes sistemas de laje: i) laje em MLC; ii) laje mista MLC-betão; iii) laje composta MLC-vigas de madeira e, iv) laje composta MLC-vigas de aço.

A seleção destes sistemas de laje resultou da recolha de informação baseada em referências científicas, tendências do mercado e aplicações práticas. Através dessas referências foi possível avaliar o potencial dos sistemas compostos, nomeadamente quanto ao seu desempenho estrutural (comportamento mecânico, comportamento dinâmico e comportamento a longo prazo). Verificou-se ainda que, quanto ao sistema de laje composta MLC-vigas de madeira, a utilização de vigas em madeira lamelada colada (ML) é a solução mais frequente, permitindo assim limitar a posterior análise destes sistemas a este derivado de madeira. Paralelamente, foi também desenvolvido conhecimento acerca das possibilidades de ligação dos materiais nos sistemas compostos, onde foram identificadas as principais soluções adotadas na prática. Nesta análise ficou evidente que a ligação do tipo cavilha, mesmo que combinada com outros

conectores (por exemplo adesivo ou entalhe), é a solução mais comum, resultado da facilidade e rapidez de aplicação que lhe são associadas.

Ainda neste capítulo, foi realizada uma revisão acerca das diretivas e metodologias de dimensionamento dos sistemas de laje estudados. Neste contexto, foram apresentados os principais métodos de cálculo estrutural e dinâmico associados à MLC e possivelmente repercutidos para os sistemas compostos, enfatizando o problema inicialmente levantado associado à falta de padronização de recomendações e métodos de cálculo. Desta análise, o método *Gamma* ( $\gamma$ ) e o método de cálculo dinâmico proposto no anexo nacional austríaco ÖNORM B 1995-1-1:2019, foram identificados como aqueles que são mais utilizados em fase de projeto.

Após a revisão bibliográfica, a componente prática desta dissertação começou pela apresentação, no Capítulo 3, da metodologia adotada para o dimensionamento das lajes, essencial para a análise comparativa e comportamental posteriormente realizada (Capítulo 4). A metodologia apresentada contempla a verificação dos critérios em estado limite último (ELU) e de serviço (ELS), incluindo o dimensionamento dos sistemas de ligação do tipo cavilha, sendo principalmente suportada pelas recomendações disponibilizadas pelo Eurocódigo 5 (EN 1995-1-1:2004) e por outras específicas da MLC e respetivos sistemas de laje, prescritas em anexos nacionais, manuais de dimensionamento, especificações técnicas e estudos experimentais. Ao longo da descrição da metodologia, foi possível evidenciar uma maior escassez de informação alusiva às recomendações e métodos referentes aos sistemas de laje MLC-vigas de aço, em particular no cálculo da rigidez efetiva à flexão e da largura efetiva do painel de MLC, que levou a considerações de cálculo conservativas, e que merecem desenvolvimentos futuros. Por exemplo, seria interessante uma análise comparativa analítica e experimental do dimensionamento e desempenho dos sistemas de laje MLC-vigas de aço.

Em resultado do estudo das recomendações e métodos de cálculo disponíveis, no Capítulo 4 apresenta-se uma análise descritiva e comparativa das soluções de laje selecionadas. Para tal, apresenta-se numa primeira fase uma análise geral, na qual as lajes foram dimensionadas para diferentes vãos e considerando duas possíveis utilizações: habitação e escritórios. Os sistemas de laje foram limitados a uma série de configurações geométricas e mecânicas, de acordo com as tendências e práticas comuns disponíveis no estado do conhecimento. Este dimensionamento teve por base folhas de cálculo desenvolvidas pelo autor, recorrendo ao programa Excel, para cada uma das soluções de laje em estudo. Com base nos resultados obtidos neste processo de dimensionamento, desde logo foi aferida a aplicabilidade de cada uma das soluções de laje selecionadas para diferentes vãos. Com este estudo foi possível concluir que os sistemas de laje composta com vigas permitem maiores vãos livres, destacando-se a solução composta MLC-vigas de aço capaz de atingir vãos de 14 e 13 metros para zonas de

habitação e escritórios, respetivamente. As lajes em MLC e mista MLC-betão, evidenciaram, por sua vez, um vão máximo de 9 metros. Relativamente à eficiência mecânica das soluções de laje, foi verificado que esta nem sempre é conseguida, resultado do número limitado de configurações de laje adotadas no estudo. Na verdade, a consideração de uma maior variedade de geometrias para as lajes bem como distintas ligações para a seção composta, são claros desenvolvimentos a desenvolver num futuro próximo.

O desempenho estrutural das lajes foi outro parâmetro analisado. Este foi avaliado com base na evolução do rácio de utilização dos diferentes critérios de dimensionamento. Pela análise gráfica, pode-se concluir que o comportamento em serviço das lajes é decisivo no seu dimensionamento e comportamento estrutural, sendo esta importância destacada para as soluções de laje em MLC e composta MLC-vigas de aço, onde os rácios de utilização associados aos critérios de ELU apresentaram valores inferiores a 40% e 60%, respetivamente. Foi também verificado que a limitação do desempenho estrutural relativa aos critérios de vibração, em especial à frequência fundamental, é incrementada para a categoria de utilização B (escritórios), resultado da maior exigência requerida no desempenho mecânico das lajes. Ainda relativamente ao comportamento em serviço, foi notória, por parte das soluções de laje composta MLC-vigas de aço, uma constante influência atípica da deformação inicial no comportamento estrutural. Em resultado, foi possível concluir que este sistema de laje é o que apresenta uma maior estabilidade mecânica ao longo do tempo.

Para os sistemas de laje composta MLC-vigas de ML e mista MLC-betão, constatou-se que o comportamento em ELU é também limitador, em especial com a aplicação das lajes em escritórios. Para as lajes composta MLC-vigas de ML foram observadas elevadas tensões de corte na ligação, que podem ser controladas através da geometria dos materiais, nomeadamente, com a variação da espessura do painel de MLC. Por outras palavras, a diminuição da espessura da MLC na secção transversal deste sistema composto, conduz a um decréscimo de solicitação de corte na ligação. No que concerne os sistemas de laje mista MLC-betão, foi possível evidenciar um elevado grau de solicitação relativo à tensão de tração do betão, sendo este diminuído em função do vão e do aumento do espaçamento dos ligadores. Face a isto, concluiu-se que esta solicitação adveio de uma consideração de cálculo onde o efeito resistente proveniente da armadura de reforço, normalmente inserida no betão, não foi considerado, levando a resultados conservativos que são pouco influentes quando estes sistemas são dimensionados para vãos maiores.

Ainda na análise geral, foi estudada a viabilidade das lajes, atendendo a evolução da sua espessura e peso próprio com base nas soluções obtidas no processo de dimensionamento. No estudo da evolução da espessura, além da menor espessura das lajes planas (MLC e mista MLC-betão) que já era esperada,

verificou-se um grande potencial do sistema de laje composta MLC-vigas de aço. Este sistema evidenciou espessuras reduzidas em vãos maiores ( $L > 9\text{m}$ ) demonstrando-se em simultâneo bastante competitivo com os sistemas de laje plana (MLC e mista MLC-betão). Adicionalmente, importa salientar à sua mais fácil compatibilização com as redes de infraestruturas.

No que se refere à evolução do peso próprio, constatou-se que o sistema de laje mista MLC-betão é o que apresenta soluções mais pesadas ( $175,40 \text{ kg/m}^3 \leq \text{Peso próprio} \leq 375,80 \text{ kg/m}^3$ ), em resultado da maior massa volúmica do betão. As lajes compostas com vigas demonstraram, por sua vez, um menor peso próprio, destacando-se o sistema de laje composta MLC-vigas de ML ( $40,40 \text{ kg/m}^3 \leq \text{Peso próprio} \leq 83,84 \text{ kg/m}^3$ ). Desta forma, tendo em conta a evolução do peso próprio das lajes compostas com vigas e dos vãos que estas conseguem vencer, foi possível concluir que estas soluções apresentam uma excelente relação entre o desempenho mecânico (maiores vãos) e o peso próprio, sendo esta, no caso das lajes compostas MLC-vigas de ML, preferencialmente maximizada através da alteração da geometria da viga.

No capítulo 4 apresenta-se ainda uma análise detalhada do comportamento dos sistemas de laje, para um vão fixo de 6 metros e categoria de utilização B (escritórios). Nesta análise foram estudadas a rigidez efetiva à flexão dos sistemas de laje em ELU e ELS a curto e longo prazo, a evolução das tensões ao longo do tempo e o comportamento em serviço. Relativamente à análise da rigidez efetiva à flexão das soluções de laje, foi verificado uma clara diferença entre as soluções constituídas integralmente em madeira (MLC e composta MLC-vigas de ML) e as restantes. As primeiras evidenciaram valores de rigidez efetiva à flexão inferiores daqueles registados para as restantes soluções, sendo consideravelmente menor para a lajes composta MLC-vigas de ML. Ainda nesta análise, foi possível concluir que o betão, apesar de potenciar a rigidez efetiva à flexão da laje mista, é também um elemento limitador no seu desempenho a longo prazo, derivado da sua debilidade face ao fenómeno de fluência. O comportamento oposto foi verificado para a laje composta MLC-vigas de aço, onde se registou uma maior estabilidade da rigidez efetiva à flexão ao longo do tempo, concordante com o desempenho estrutural verificado na análise geral, assegurado pelos perfis de aço.

No que se refere à análise das tensões, é possível, mais uma vez, verificar a influência dos critérios em ELU no comportamento estrutural das lajes mista MLC-betão e composta MLC-vigas de ML. Através da análise da evolução das tensões, concluiu-se que a laje mista MLC-betão é a solução mais sensível à redistribuição de tensões (valor máximo registado de 43%), sendo seguida da laje composta MLC-vigas de aço (12%), laje composta MLC-vigas de ML (5%) e laje em MLC, onde é nula (painel homogéneo). Com base nestes resultados, além de ser mais uma vez evidenciada a forte limitação provocada pela

camada de betão no comportamento a longo prazo das lajes mistas, foi realçada a influência da relação entre o comportamento a longo prazo dos materiais (definido analiticamente pelo coeficiente de deformação) na redistribuição das tensões, sendo mais elevada em função da maior discrepância comportamental.

Por último, no estudo do comportamento em serviço dos sistemas de laje, foi possível evidenciar a forte influência da frequência fundamental, bem como o efeito da predominância das camadas transversais na distribuição de carga bidirecional e consequente melhoria do comportamento dinâmico das lajes, materializada no aumento da frequência fundamental e diminuição da deformação pontual.

Em conclusão, é possível constatar que o trabalho desenvolvido nesta dissertação foi ao encontro de todas as temáticas e objetivos pretendidos, promovendo a utilização da madeira lamelada cruzada (MLC) em sistemas de laje.

## **5.2 Sugestões para Trabalhos Futuros**

No âmbito do estudo exposto nesta dissertação e tendo em conta as abordagens consideradas, sugerem-se os seguintes desenvolvimentos futuros, que poderão complementar o trabalho desenvolvido e alargar o conhecimento acerca da utilização de MLC em sistemas de laje:

- Analisar a viabilidade da metodologia de dimensionamento adotada nesta dissertação comparando os resultados obtidos (rigidez efetiva à flexão, tensões, deformações, comportamento dinâmico, etc.) com ensaios experimentais (realização de protótipos de sistemas de lajes) e modelos numéricos recorrendo ao método dos elementos finitos;
- Complementar a análise comparativa dos sistemas de laje realizada nesta dissertação com um estudo do seu comportamento mecânico sob ação do fogo, desempenho térmico, desempenho acústico e impacto económico;
- Ampliar o conhecimento acerca da aplicabilidade e desempenho estrutural dos sistemas de laje considerando outros fins de utilização, nomeadamente em locais de reunião (Categoria C) e zonas de atividades comerciais (Categoria D), e adotando um maior número de configurações geométricas dos materiais e sistemas de ligação (no caso dos sistemas compostos);
- Avaliar a aplicabilidade e desempenho estrutural das lajes tendo em conta outros sistemas de ligação, incluindo a caracterização das respetivas metodologias de dimensionamento e, se justificável, estudo da sua viabilização através da comparação de resultados com ensaios

experimentais. Neste contexto, sugere-se o estudo das seguintes ligações: ligação entalhada combinada com ligadores do tipo cavilha para as lajes mistas MLC-betão, ligação aparafusada colada para as lajes compostas MLC-vigas de ML e ligação híbrida aparafusada com adesivo para a solução composta MLC-vigas de aço;

- Realizar um estudo pormenorizado direcionado para os sistemas de laje composta MLC-vigas de aço, aprofundando o conhecimento acerca do seu dimensionamento analítico (métodos e recomendações) e comportamento estrutural, complementando-o com um estudo experimental;
- Análise descritiva e comparativa do comportamento estrutural dos sistemas de laje face à sua solicitação no plano (análise da rigidez no plano, tensões, influência da ligação no efeito diafragma, etc.), incluindo o estudo das recomendações e metodologias de dimensionamento existentes.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abeysekera, I. K., Hamm, P., Toratti, T., e Lawrence, A. (2018). *Development of a floor vibration design method for Eurocode 5*. INTER Meeting 51, paper 51-20-2, Estonia.
- ArcelorMittal. (2023). *Sections and Merchant Bars*. Disponível em: [https://sections.arcelormittal.com/repository2/Sections/Sections\\_MB\\_ArcelorMittal\\_FR\\_EN\\_DE\\_V2023-4.pdf](https://sections.arcelormittal.com/repository2/Sections/Sections_MB_ArcelorMittal_FR_EN_DE_V2023-4.pdf). (Acedido em 29-08-2023)
- Augustin, M., e Thiel, A. (2017). *Proposal for the determination of the effective width and the verification of ribbed plates*, Research report. Disponível em: [www.holzbauforschung.at](http://www.holzbauforschung.at)
- Augusto, R. (2023). *SIMULAÇÃO NUMÉRICA E AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DE SOLUÇÕES MISTAS CLT-BETÃO*. Dissertação De Mestrado. Universidade De Coimbra.
- Baek, S.-Y., Song, Y.-J., Yu, S.-H., Kim, D.-H., e Hong, S.-I. (2021). Bending of CLT-concrete slabs. *BioResource* 16(4), 8227-8238.
- Bajzecerová, V. (2017). Bending Stiffness of CLT-Concrete Composite Members - Comparison of Simplified Calculation Methods. *Procedia Engineering*, 190, 15–20. Elsevier Ltd. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.05.301>
- Bin Mohd Snin, M. A. (2021). *Development of Empirical Model of Shear Force Capacity and Stiffness of the Screw Connections in Timber-Concrete Composite Structures*. Dissertação de Mestrado. University Of Bristol.
- Binder, E., Derkowski, W., e Bader, T. K. (2022). Development of Creep Deformations during Service Life: A Comparison of CLT and TCC Floor Constructions. *Buildings* 2022, Vol. 12, Page 239, 12(2), 239. <https://doi.org/10.3390/BUILDINGS12020239>
- Binderholz. (2023). *Binderholz CLT BBS - Ficha do Produto*. Disponível em: [https://www.binderholz.com/fileadmin/user\\_upload/pdf/products/clt\\_bbs.pdf](https://www.binderholz.com/fileadmin/user_upload/pdf/products/clt_bbs.pdf). (Acedido em 21-03-2023)
- Blomgren, H.-E., Barbosa, A. R., Powers, J., e Zimmerman, R. B. (2021). *Development Testing And Application Of Mass Timber Composite Rib Floor Panels For Office Buildings*. World Conference On Timber Engineering -Wcte2020, Chile.
- Boccardo, L., Zweidler, S., Steiger, R., e Frangi, A. (2017). Bending tests on timber-concrete composite members made of beech laminated veneer lumber with notched connection. *Engineering Structures*, 132, 14–28. <https://doi.org/10.1016/J.ENGSTRUCT.2016.11.029>

- Bogensperger, T. (2013). *Darstellung und praxistaugliche Aufbereitung für die Ermittlung mitwirkender Plattenbreiten von BSP-Elementen*.
- Bogensperger, T., Silly, G., e Schickhofer, G. (2012). *Comparison of Methods of Approximate Verification Procedures for Cross Laminated Timber*. Research Report, holz.bau forschung gmbh, Graz. Disponível em: [www.holzbauforschung.at](http://www.holzbauforschung.at)
- Branco, J. M. G. (2003). *COMPORTAMENTO DAS LIGAÇÕES TIPO CAVILHA EM ESTRUTURAS MISTAS MADEIRA-BETÃO*. Dissertação de Mestrado. Universidade do Minho.
- Brandner, R., Flatscher, G., Ringhofer, A., Schickhofer, G., e Thiel, A. (2016). *Cross laminated timber (CLT): overview and development*. *European Journal of Wood and Wood Products*, 74(3), 331–351. <https://doi.org/10.1007/S00107-015-0999-5>
- Brandner, R., Tomasi, R., Moosbrugger, T., Serrano, E., e Dietsch, P. (eds.) (2018). *Properties, Testing and Design of Cross Laminated Timber: A state-of-the-art report by COST Action FP1402/WG 2*, Shaker Verlag Aachen, 2018.
- Chiniforush, A. A., Valipour, H. R., Bradford, M. A., e Akbar Nezhad, A. (2021). *Experimental and theoretical investigation of long-term performance of steel-timber composite beams*. *Engineering Structures*, 249. <https://doi.org/10.1016/J.ENGSTRUCT.2021.113314>
- Chiniforush, A., Makki Alamdari, M., Dackermann, U., Valipour, H. R., & Akbarnezhad, A. (2019). *Vibration behaviour of steel-timber composite floors, part (1): Experimental & numerical investigation*. *Journal of Constructional Steel Research*, 161, 244–257. <https://doi.org/10.1016/J.JCSR.2019.07.007>
- Collins, L. (2020). *Timber-concrete composite: an alternative composite floor system*. Dissertação de Mestrado. Kansas State University.
- Correia, E. A. S. (2009). *ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE MADEIRA*. Dissertação de Mestrado. Faculdade De Engenharia Da Universidade do Porto (FEUP). Disponível em: <http://www.fe.up.pt>
- CTC, R. (2023). *Ficha Técnica: CONECTOR PARA LAJES MADEIRA-BETÃO*. Em *PARAFUSOS PARA MADEIRA E LIGAÇÕES PARA TERRAÇOS (2023)* (pp 262-269). Rothoblaas.
- DETAIL (2017). *Review of Sustainable Architecture and Energy-Efficient Refurbishment*. Detail Magazine. Disponível em: [https://waughthistleton.com/media/press/1701\\_DETAIL\\_2\\_\\_ob6jFBT.pdf](https://waughthistleton.com/media/press/1701_DETAIL_2__ob6jFBT.pdf). (Acedido em: 01-04-2023)
- Dias, A. M. P. G., Lopes, S. M. R., Van de Kuilen, J. W. G., e Cruz, H. M. P. (2007). *Load-Carrying Capacity of Timber–Concrete Joints with Dowel-Type Fasteners*. *Journal of Structural Engineering*, 133(5), 720–727. [https://doi.org/10.1061/\(asce\)0733-9445\(2007\)133:5\(720\)](https://doi.org/10.1061/(asce)0733-9445(2007)133:5(720))

- Dias, A., Schänzlin, J., e Dietsch, P. (eds). (2018). *Design of timber-concrete composite structures: State-of-the-art report by Cost Action FP1402/WG 4*, Shaker Verlag Aachen.
- Dias, A. M.P.G, e Jorge, L. F. C. (2011). *The effect of ductile connectors on the behaviour of timber–concrete composite beams*. *Engineering Structures*, 33(11), 3033–3042.  
<https://doi.org/10.1016/J.ENGSTRUCT.2011.05.014>
- DIN EN 1995-1-1/NA:2010 - *Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter – Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten – Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau, Dezember 2010*.
- DRJ (2023). *DRJohnson Wood Innovations CLT, Product Properties*. Disponível em:  
<https://www.drjwoodinnovations.com/clt/#>. (Acedido em: 05-07-2023)
- Ehrhart, T., e Brandner, R. (2018). *Rolling shear: Test configurations and properties of some European soft- and hardwood species*. *Engineering Structures*, 172, 554–572.  
<https://doi.org/10.1016/J.ENGSTRUCT.2018.05.118>
- Ehrhart, Thomas, Brandner, R., Schickhofer, G., Frangi, A., Ehrhart, T., Zurich, E., e Schickhofer, G. (2015). Rolling Shear Properties of some European Timber Species with Focus on Cross Laminated Timber (CLT): Test Configuration and Parameter Study. *International Network on Timber Engineering Research: Proceedings of Meeting 48, 2015*, 61–76. Timber Scientific Publishing, KIT Holzbau und Baukonstruktionen. <https://doi.org/10.3929/ETHZ-A-010548168>
- EN 338:2009 - *Structural timber - Strength classes*. European Committee for Standardization (CEN), Bruxelas.
- EN 1990:2002 - *Eurocode - Basis of structural design*. European Committee for Standardization (CEN), Bruxelas.
- EN 1991-1-1:2002 - *Eurocode 1: Actions on structures - Part 1-1: General actions - Densities, self-weight, imposed loads for buildings*. European Committee for Standardization (CEN), Bruxelas.
- EN 1992-1-1:2004 - *Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization (CEN), Bruxelas.
- EN 1993-1-1:2005 - *Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization (CEN), Bruxelas.
- EN 1993-1-5:2006 - *Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-5: General rules - Plated structural elements*. European Committee for Standardization (CEN), Bruxelas), Bruxelas
- EN 1993-1-8:2005 - *Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-8: Design of joints*. European Committee for Standardization (CEN), Bruxelas.
- EN 1994-1-1:2004 - *Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization (CEN), Bruxelas

- EN 1995-1-1:2004 - *Eurocode 5: Design of timber structures - Part 1-1: General - Common rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization (CEN), Bruxelas.
- EN 1995-2:2004 - *Eurocode 5: Design of timber structures - Part 2: Bridges*. Comité European Committee for Standardization (CEN), Bruxelas.
- EN 14080:2005 - *Timber structures - Glued laminated timber and glued solid timber – Requirements*. Comité Europeu de Normalização (CEN), Bruxelas.
- EN 16351:2015 - *Timber structures - Cross laminated timber – Requirements*. European Committee for Standardization (CEN), Bruxelas.
- ETA-14/0349:2022 - *CLT - Cross Laminated Timber, Solid wood slab elements to be used as structural elements in buildings*; Österreichisches Institut für Bautechnik (OIB), 15/12/2022.
- ETA-11/0030:2022 - *Rotho Blaas Self-tapping screws and threaded rods*, ETA-Danmark A/S, 08/12/2022.
- ETA-19/0244:2019 - *Rotho Blaas CTC Self-tapping screws for use in wood-concrete slab kits*, ETA-Danmark A/S, 20/05/2019.
- Fellmoser, P., e Blaß, H. J. (2004). *Influence Of Rolling Shear Modulus On Strength And Stiffness Of Structural Bonded Timber Elements*. International Council For Research And Innovation In Building And Construction: Working Commission W18-Timber Structures, CIB-W18/37-6-5, Germany.
- Forsberg, A., e Farbäck, F. (2020). *Timber Concrete Composite floors with Cross Laminated Timber-Structural behavior & Design*. Dissertação de Mestrado. Faculty of Engineering at Lund University., Sweden
- FprCEN/TS 19103:2021 - *Eurocode 5: Design of Timber Structures-Structural design of timber-concrete composite structures-Common rules and rules for buildings*. CEN/TC 250, Bruxelas.
- Gustafsson, A. (2019). *The CLT Handbook, CLT structures-facts and planning*. Swedish Wood. Disponível em: <https://www.swedishwood.com/siteassets/5-publikationer/pdf/clt-handbook-2019-eng-m-svensk-standard-2019-2022.pdf>
- Hamm, P., Richter, A., e Winter, S. (2010). *Floor vibrations-new results*. World Conference on Timber Engineering-WCTE, Trentino, Italy. 1–10.
- Hao, Y. (2020). *DIMENSIONAMENTO DE UM PAVILHÃO EM MADEIRA SEGUNDO O EUROCÓDIGO 5*. Dissertação de Mestrado. Faculdade De Engenharia da Universidade Do Porto (FEUP).
- Hassan, O. A. B., Öberg, F., e Gezelius, E. (2019). *Cross-laminated timber flooring and concrete slab flooring: A comparative study of structural design, economic and environmental consequences*. Journal of Building Engineering, 26. <https://doi.org/10.1016/J.JOBE.2019.100881>
- Hassanieh, A., Chiniforush, A. A., Valipour, H. R., e Bradford, M. A. (2019). *Vibration behaviour of steel-timber composite floors, part (2): Evaluation of human-induced vibrations*. Journal of Constructional Steel Research, 158, 156–170. <https://doi.org/10.1016/J.JCSR.2019.03.026>

- Hassanieh, A., Valipour, H. R., e Bradford, M. A. (2017). Experimental and numerical investigation of short-term behaviour of CLT-steel composite beams. *Engineering Structures*, 144, 43–57. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.04.052>
- Hu, L., e Gagnon, S. (2012). *Controlling cross-laminated timber floor vibrations: Fundamentals and method*. World Conference on Timber Engineering – WCTE 2012, pp. 269-275, Auckland, New Zealand.
- Jacquier, N. (2015). *Bending tests on glulam-CLT beams connected with double-sided punched metal plate fasteners and inclined screws*. Disponível em: [www.ltu.se](http://www.ltu.se)
- Jacquier, N., e Girhammar, U. A. (2015). *Evaluation of bending tests on composite glulam-CLT beams connected with double-sided punched metal plates and inclined screws*. *Construction and Building Materials*, 95, 762–773. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2015.07.137>
- Jeleč, M., Varevac, D., e Rajčić, V. (2018). *Cross-laminated timber (CLT)–a state of the art report*. *hrcak.srce.hr*, 2, 75–95. <https://doi.org/10.14256/JCE.2071.2017>
- Jiang, Y., e Crocetti, R. (2019). *CLT-concrete composite floors with notched shear connectors*. *Construction and Building Materials*, 195, 127–139. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2018.11.066>
- Jöbstl, R. A., e Schickhofer, G. (2007). *Comparative Examination Of Creep Of GLT- and CLT- Slabs in bending*. *International Council For Research And Innovation In Building And Construction:Working Commission W18-Timber Structures Comparative, Cib-W18/40-12-3, Austria*.
- Johansen, K. W. (1949). *Theory of Timber Connections*. In *International Association of Bridge and Structural Engineerin*
- Jorge, L. F. C. (2005). *Estruturas mistas madeira-betão com a utilização de betões de agregados leves*. Dissertação de Doutoramento. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.
- Karacabeyli, E., e Gagnon, S. (eds). (2019). *Canadian CLT Handbook, 2019 EDITION. Volume I*. FPIInnovations. Disponível em: <https://web.fpinnovations.ca/wp-content/uploads/clt-handbook-complete-version-en-low.pdf>
- Kleinhenz, M. (2022). *Cross-laminated timber rib panels in fire*. Tese de Doutoramento. Karlsruhe Institute of Technology. <https://doi.org/10.3929/ethz-b-000577457>
- KLH. (2019). *Rib Elements – Ficha Do Produto*. Disponível em: <https://www.klh.at/wp-content/uploads/2019/09/klh-rib-elements-en.pdf>. (Acedido em: 05-05-2023)
- KLH. (2022). *TIMBER CONCRETE COMPOSITES – Ficha Do Produto*. Disponível em: <https://www.klh.at/wp-content/uploads/2019/10/klh-timber-concrete-composites.pdf>. (Acedido em 21-04-2023)
- KLH. (2023). *Strucutral Pre-Analysis Tables*. Disponível em: <https://www.klhuk.com/wp-content/uploads/2019/09/klh-structural-pre-analysis-tables.pdf>. (Acedido em 09-05-2023)

- Kyprianou, C., Kyvelou, P., Gardner, L., e Nethercot, D. A. (2021). *Characterisation of material and connection behaviour in sheathed cold-formed steel wall systems – Part 2: Analytical modelling*. Structures, 30, 1184–1199. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.12.052>
- Kyvelou, P., Gardner, L., e Nethercot, D. A. (2017). *Design of Composite Cold-Formed Steel Flooring Systems*. Structures. 12, 242-252.
- Lane, T. (2012). *Designing a dancefloor: Ramboll's new*. Disponível em: <https://www.building.co.uk/focus/designing-a-dancefloor-rambolls-new-moves/5033378>. (Acedido: 22-06-2023)
- Loss, C., e Davison, B. (2017). *Innovative composite steel-timber floors with prefabricated modular components*. Engineering Structures, 132, 695–713. <https://doi.org/10.1016/J.ENGSTRUCT.2016.11.062>
- Loss, C., e Frangi, A. (2017). *Experimental investigation on in-plane stiffness and strength of innovative steel-timber hybrid floor diaphragms*. Engineering Structures, 138, 229–244. <https://doi.org/10.1016/J.ENGSTRUCT.2017.02.032>
- Loss, C., Piazza, M., e Zandonini, R. (2016a). *Connections for steel–timber hybrid prefabricated buildings. Part I: Experimental tests*. Construction and Building Materials, 122, 781–795. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.12.002>
- Loss, C., Piazza, M., e Zandonini, R. (2016b). *Connections for steel–timber hybrid prefabricated buildings. Part II: Innovative modular structures*. Construction and Building Materials, 122, 796–808. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.12.001>
- Lukaszewska, E. (2009). *Development of Prefabricated Timber-Concrete Composite Floors*. Dissertação de Doutoramento. Luleå University of Technology). Disponível em: [www.ltu.se/shb](http://www.ltu.se/shb)
- Mård, C. (2022). *Composite timber structures – Ribbed plate design: Evaluation of existing and development of new design methods*. Dissertação de Mestrado. Linnaeus University.
- Mergny, E., Esteban, M., Mateo, R., Descamps, T., e Latteur, P. (2016). *INFLUENCE OF CRACKS ON THE STIFFNESS OF TIMBER STRUCTURAL ELEMENTS*. World Conference on Timber Engineering-WCTE 2016, Vienna, Austria. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/318723115>
- Merryday, H., Potuzak, M., Roueche, D., e Sener, K. (2023). *EXPERIMENTAL AND NUMERICAL INVESTIGATIONS ON THE USAGE OF CLT PANELS TO FORM TIMBER-STEEL COMPOSITE FLOOR SYSTEMS*. Engineering (WCTE 2023), 3373–3381. As, Norway: World Conference on Timber Engineering (WCTE 2023). <https://doi.org/10.52202/069179-0439>
- Mikolyash, N. (2021). *Dimensionamento de um pavilhão em madeira*. Dissertação de Mestrado. Instituto Superior De Engenharia De Lisboa (ISEL).

- Mirdad, A. H., Daneshvar, H., Joyce, T., e Chui, Y. H. (2021). *Sustainability Design Considerations for Timber-Concrete Composite Floor Systems*. University of Alberta, Canada  
<https://doi.org/10.1155/2021/6688076>
- MM (2023). *MM cross lam: Cross-laminated timber – Ficha Do Produto*. Mayr Melnhof Holz. Disponível em: [www.mm-holz.com](http://www.mm-holz.com) (Acedido em 21-05-2023).
- MMK. (2022). *Handbuch Xlam-Concrete:Das Holz-Betonverbundelement – Ficha Do Produto*. Mayr Melnhof Holz. Disponível em: [https://www.mm-holz.com/fileadmin/Bilder/Service/Broschueren/MMK-Handbuch\\_DE\\_2022\\_v3c.pdf](https://www.mm-holz.com/fileadmin/Bilder/Service/Broschueren/MMK-Handbuch_DE_2022_v3c.pdf). (Acedido em 21-05-2023)
- Möhler, K. (1956). *Über das Tragverhalten von Biegeträgern und Druckstäben mit zusammengesetzten Querschnitten und nachgiebigen Verbindungsmitteln, Karlsruhe*.
- Moritani, F. Y., Martins, C. E. J., e Dias, A. M. P. G. (2021). *A Literature Review on Cold-Form Steel-Timber Composite Structures*. *Steel-timber structures*. BioResources 16(4), 8489-8508.
- Muszynski, L., Larasatie, P., Guerrero, J. E., e Albee, R. (2020). *Global CLT industry in 2020: Growth beyond the Alpine Region*. Proceedings of the 63rd International Convention of Society of Wood Science and Technology July 12-17, 2020 – Virtual Conference.
- Nakajima, S., Miyatake, A., Shibuwasa, T., Araki, Y., Yamaguch, N., Haramiishi, T., e Yasumura, M. (2014). *CREEP AND DURATION OF LOAD CHARACTERISTICS OF CROSS LAMINATED TIMBER*. World Conference on Timber Engineering - WCTE 2014, Canada.
- Nakano, K., Koike, W., Yamagishi, K., e Hattori, N. (2020). *Environmental impacts of cross-laminated timber production in Japan*. *Clean Technologies and Environmental Policy*, 22(10), 2193–2205.  
<https://doi.org/10.1007/S10098-020-01948-2/FIGURES/6>
- Navaratnam, S., Widdowfield Small, D., Gatheeshgar, P., Poologanathan, K., Thamboo, J., Higgins, C., e Mendis, P. (2021). *Development of cross laminated timber-cold-formed steel composite beam for floor system to sustainable modular building construction*. *Structures*, 32, 681–690.  
<https://doi.org/10.1016/J.ISTRUC.2021.03.051>
- Negrão, J., e Jorge, L. (2016). *CLT STRUCTURES FOR LONG SPAN FLOORS AND ROOFS – OPTIMIZING THE CROSS-SECTION PROPERTIES*. 41st IAHS WORLD CONGRESS: Sustainability and Innovation for the Future, September 2016, Portugal.
- Nie, Y. (2021). *Short-and long-term performance of timber-timber composite (TTC) floor system*. Dissertação de Doutoramento. School of Civil and Environmental Engineering. University of New South Wales.  
<https://doi.org/10.26190/unsworks/1975>
- NP EN 1990:2009 - *Eurocódigo: Bases de Projeto de Estruturas*. Instituto Português da Qualidade (IPQ).

- O’Ceallaigh, C., Sikora, K., e Harte, A. M. (2018). *The influence of panel lay-up on the characteristic bending and rolling shear strength of CLT*. Buildings, 8(9). <https://doi.org/10.3390/buildings8090114>
- Ogrin, A., & Hozjan, T. (2021). *Timber-Concrete Composite Structural Elements*. Em Meng G. (Ed), Engineered Wood Products for Construction (pp. 1-15). IntechOpen. Disponível em: [www.intechopen.com](http://www.intechopen.com)
- Okutu, K. A. (2019). *CLT-Steel Composite Floors for Sustainable Multi-Storey Construction*. Dissertação de Mestrado. The University of Sheffield.
- ÖNORM B 1995-1-1:2019 - Eurocode 5: Design of timber structures - Part 1-1: General - Common rules and rules for buildings - Consolidated version with national specifications, national comments and national supplements for the implementation of ÖNORM EN 1995-1-1. Austrian Standardization Institute, Vienna
- Owolabi, D., e Loss, C. (2022). *Experimental and numerical study on the bending response of a prefabricated composite CLT-steel floor module*. Engineering Structures, 260. <https://doi.org/10.1016/J.ENGSTRUCT.2022.114278>
- Pang, S. J., e Jeong, G. Y. (2019). *Effects of combinations of lamina grade and thickness, and span-to-depth ratios on bending properties of cross-laminated timber (CLT) floor*. Construction and Building Materials, 222, 142–151. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2019.06.012>
- Patsy, B. (2017). *Albina Yard:Noth Portland CLT Office Building*. Structure Magazine. Disponível em: <https://www.structuremag.org/?p=11281>. (Acedido em 14-04-2023)
- Pérez, F., e Wallwork, T. (2016). *Connections between CLT elements and future challenges for CLT in practice*. Smith and Wallwork Engineers, Cambridge, UK.
- Pimentel, R., Simões, R., e da Silva, L. S. (2022). *Demountable Steel-CLT Composite Floors for Net-Zero Carbon Buildings: State of the Art and Design Principles*. XIII Congresso de Construção Metálica e Mista 2021. Ce/Papers, 5(2), 184–195. <https://doi.org/10.1002/cepa.1713>
- Pirvu, C., e Karacabeyli, E. (2014). *TIME-DEPENDENT BEHAVIOUR OF CLT*. World Conference on Timber Engineering - WCTE 2014, Canada.
- prEN 1995-1-1:2021 - Eurocode 5: Design of timber structures - Part 1-1: General - Common rules and rules for buildings. CEN/TC 250/SC 5 N 1488.
- Qiu, B. (2022). *INVESTIGATION ON THE COMPOSITE ACTION OF VARIOUS CONNECTIONS IN CLT-GLULAM T-SECTIONS*. Dissertação de Mestrado. University of Toronto.
- Quang Mai, K., Park, A., Nguyen, K. T., e Lee, K. (2018). *Full-scale static and dynamic experiments of hybrid CLT-concrete composite floor*. Construction and Building Materials, 170, 55–65. <https://doi.org/10.1016/J.CONBUILDMAT.2018.03.042>
- REBAP. *Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado*. Decreto-Lei n.º349-c/83, de 30 Julho e Decreto-Lei n.º 128-99, de 21 Abril, Porto Editora, 2004.

- Santos, P. G. G. (2020). *Hybrid performance-based wood panels for a smart construction*. Dissertação de Doutoramento. Universidade de Coimbra. Disponível em: <https://estudogeral.sib.uc.pt/handle/10316/93165>
- Schelling, W. (1968). *Die Berechnung nachgiebig verbundener zusammengesetzter Biegeträger im Ingenieurholzbau*, Berenz, Karlsruhe.
- Schickhofer, G., Brandner, R., e Bauer, H. (2016). *Introduction to CLT, Product Properties, Strength Classes*. In Cross laminated Timber – a competitive wood product for visionary and fire safe buildings: Joint Conference of COST Actions FP1402 and FP1404.
- Shahnewaz, M, Jackson PEng, R., e Tannert, T. (2022a). *Cross-laminated timber concrete composite systems for long-span floors*. Structure Congress.
- Shahnewaz, Md, Dickof, C., e Tannert, T. (2021). *Bending Performance of Timber-Timber Composite Floors*. Lecture Notes in Civil Engineering, 244, 511–517. [https://doi.org/10.1007/978-981-19-0656-5\\_43/COVER](https://doi.org/10.1007/978-981-19-0656-5_43/COVER)
- Shahnewaz, Md, Dickof, C., Zhou, J., e Tannert, T. (2022b). *Vibration and flexural performance of cross-laminated timber – glulam composite floors*. Composite Structures, 292. <https://doi.org/10.1016/J.COMPSTRUCT.2022.115682>
- Shahnewaz, Md, Jackson, R., e Tannert, T. (2022c). *CLT concrete composite floors with steel kerf plate connectors*. Construction and Building Materials, 319. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2021.126092>
- Siddika, A., Mamun, M. A. Al, Aslani, F., Zhuge, Y., Alyousef, R., e Hajimohammadi, A. (2021). *Cross-laminated timber–concrete composite structural floor system: A state-of-the-art review*. Engineering Failure Analysis, 130, 105766. <https://doi.org/10.1016/J.ENGFAILANAL.2021.105766>
- Simović, N., Glišović, I., e Todorović, M. (2022). *Vibration serviceability design methods for cross laminated timber (CLT) floors*. Proceedings of The International Congress ASES 2022, 302–313. Disponível em: <https://grafar.grf.bg.ac.rs/handle/123456789/2705>
- Simović, N., Glišović, I., e Todorović, M. (2023). *Design of cross-laminated timber (CLT) floors for human-induced vibrations*. Building Materials and Structures, 66(1), 69–78. <https://doi.org/10.5937/GRMK2301069S>
- Stora Enso (2017). *CLT by Stora Enso – Ficha Técnica*. Disponível em: <https://www.storaenso.com/-/media/documents/download-center/documents/product-brochures/wood-products/clt-by-stora-enso-technical-brochure-en.ashx?mode=brochure#page=21>. (Acedido em 21-03-2023)
- Stora Enso (2018). *CLT rib panel by Stora Enso – Ficha Do Produto*. Disponível em: [www.storaenso.com/clt](http://www.storaenso.com/clt). (Acedido 21-03-2023)

- Stora Enso (2022). *CLT Rib Panels by Stora Enso - Structural design manual CLT Rib Panels Structural Design Manual V2.1*. Stora Enso.
- Takanashi, R., Ohashi, Y., Ishihara, W., e Matsumoto, K. (2021). *Long-term bending properties of cross-laminated timber made from Japanese larch under constant environment*. Journal of Wood Science, 67(1), 1–10. <https://doi.org/10.1186/S10086-021-01997-1/FIGURES/9>
- Thiel, A., e Brandner, R. (2016). (2016). *ULS Design of CLT Elements – Basics and some Special Topics*. In Joint Conference of COST Actions FP1402 and FP1404 Cross Laminated Timber – a competitive wood product for visionary and fire safe buildings.
- Thiel, A., Zimmer, S., Augustin, M., e Schickhofer, G. (2013). *CLT and floor vibrations: A comparison of design methods*. CIB - W18 Meeting 46, paper 46-20-1, Canada, 2013.
- Thilén, J. (2017). *Testing of CLT-Concrete Composite decks*. Lunds Universitet
- Torneport, M. (2021). *Industrial Requirements for Cross-Laminated Timber Manufacturing*. Bachelor of Science in Engineering. Linnaeus University.
- UN. (2022). *2022 GLOBAL STATUS REPORT FOR BUILDINGS AND CONSTRUCTION*. United Nations Environment Programme. Disponível em: <https://news.un.org/pt/story/2022/11/1805122>. (Acedido em 27-03-2023).
- Unterwieser, H., e Schickhofer, G. (2013). *Characteristic Values and Test Configurations of CLT with Focus on selected Properties*. In Focus Solid Timber Solutions - European Conference on Cross Laminated Timber (CLT) (pp. 53-73). University of Bath.
- Van Sy, P. (2022). *Shear Behavior of Different Connections for Cross-Laminated Timber-Concrete Composite Floor*. Dissertação de Mestrado. Chonnam National University. Disponível em: <https://ssrn.com/abstract=4229164>
- VGZ, R. (2023). *FICHA TÉCNICA: CONECTOR TOTALMENTE ROSCADO DE CABEÇA CILÍNDRICA*. Em PARAFUSOS PARA MADEIRA E LIGAÇÕES PARA TERRAÇOS (2023) (pp 120-143). Rothoblaas.
- Wallner-Novak, M., Augustin, M., Koppelhuber, J., e Pock, K. (2018). *Analysis and structural design of timber structures; Cross-Laminated Timber Structural Design Volume 2; Applications*. proHolz Austria.
- Wallner-Novak, M., Koppelhuber, J., e Pock, K. (2014). *Analysis and structural design of timber structures; Cross-Laminated Timber Structural Design Volue 1; Basic design and engineering principles according to Eurocode*. proHolz Austria.
- WoodWorks. (2022). *Case Study: Adidas East Village Expansion*. Disponível em: [https://www.woodworks.org/wp-content/uploads/case\\_study-adidas-east-village-expansion.pdf](https://www.woodworks.org/wp-content/uploads/case_study-adidas-east-village-expansion.pdf) (Acedido em 18-04-2023).

Zhang, C. (2013). *Analysis of the Timber-Concrete Composite Systems with Ductile Connection*. Dissertação de Mestrado. University of Toronto.

## ANEXOS

### Anexo A - Programas de Cálculo das Lajes

#### A.1 Programa de Cálculo para Lajes em MLC

Programa de Cálculo de Lajes em MLC Versão : 1.0		Projecto : Dissertação de Mestrado	
		Data :	Autor :
		02/10/2023	Dylan Pereira
		Elemento: Laje	

**DADOS DE ENTRADA**

Secção transversal

3 camadas

Tipo:

	Base	Altura	Ksys =	Camada	h (mm)	Madeira
	1000 mm	120 mm	1	3	40	C24
				2	40	C24
				1	40	C24

5 camadas

Tipo:

	Base	Altura	Ksys =	Camada	h (mm)	Madeira
	1000 mm	240 mm	1	5	80	C24
				4	20	C24
				3	40	C24
				2	20	C24
				1	80	C24

7 camadas

Tipo:

	Base	Altura	Ksys =	Camada	h (mm)	Madeira
	1000 mm	240 mm	1	7	30	C24
				6	40	C24
				5	30	C24
				4	40	C24
				3	30	C24
				2	40	C24
				1	30	C24

Classe de Serviço:

Duração das Cargas:

Permanente: mais de 10 anos (peso próprio)

Longo-prazo: 6 meses - 10 anos (armazenamentos)

Médio-prazo: 1 semana - 6 meses (sobrecargas)

Curto-prazo: Menos de uma semana (neve e vento)

Instantâneo: (Cargas acidentais)

Carga distribuída CD

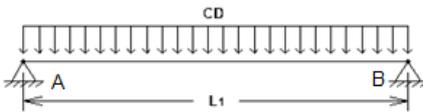
P.P(kN/m <sup>2</sup> )	1,008	G <sub>x</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	2,608
RCP (kN/m <sup>2</sup> )	1,6	Q <sub>x</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	3

Sistema Estrutural

Simplesmente apoiada

L1 (m)	Lref (m)	
6	6	
V <sub>A</sub> (kN)	V <sub>B</sub> (kN)	M <sub>AB</sub> (kN.m)
24,06	24,06	36,09



Programa de Cálculo de Lajes em MLC Versão : 1.0		Projecto : Dissertação de Mestrado	
		Data : 02/10/2023	Autor : Dylan Pereira
		Elemento: Laje	
<b>Resultados</b>			
Esforços de Cálculo			
Msd (kN.m)	36,09	Vsd(kN)	24,06
Estados Limite Últimos			
(EI) <sub>t=0</sub>	7298,53 kN.m <sup>2</sup>	(EI) <sub>t=∞</sub>	5082,1 kN.m <sup>2</sup>
σ <sub>sup</sub>	5,91 N/mm <sup>2</sup>	f <sub>m,d</sub>	15,36 N/mm <sup>2</sup> <b>OK</b> Flexão
σ <sub>inf</sub>	5,91 N/mm <sup>2</sup>	f <sub>m,d</sub>	15,36 N/mm <sup>2</sup> <b>OK</b> Flexão
τ <sub>v,d</sub>	0,15 N/mm <sup>2</sup>	f <sub>v,d</sub>	1,60 N/mm <sup>2</sup> <b>OK</b> Corte
τ <sub>v,R,d</sub>	0,15 N/mm <sup>2</sup>	f <sub>v,R,d</sub>	0,67 N/mm <sup>2</sup> <b>OK</b> "Rolling Shear"
Estados Limite Serviço - Deformada			
ψ <sub>2</sub>	0,3		
W <sub>inst,G</sub>	6,03 mm	W <sub>ins,Q</sub>	6,94 mm
W <sub>net,fin,G</sub>	10,85 mm	W <sub>net,fin,Q</sub>	8,60 mm
		W <sub>inst</sub> < L/300	300
		W <sub>net,fin</sub> < L/250	250
12,97	<	20,00	<b>OK</b> W <sub>inst</sub> 19,45 < 24,00 <b>OK</b> W <sub>net,fin</sub>
Estados Limite Serviço - Vibração			
B	4,9 m	L	6 m
f <sub>1</sub>	11,16 Hz	w <sub>1kN</sub>	0,13 mm
ξ	2,5 %	a <sub>rms</sub>	- mm/s <sup>2</sup>
f <sub>1</sub> <	8 <b>OK</b>	w <sub>1kN</sub> <	0,25 <b>OK</b>
		a <sub>rms</sub> <	0,05 <b>-</b>

## A.2 Programa de Cálculo para Lajes Mistas MLC-Betão

Programa de Cálculo de Lajes Mistas MLC-Betão Versão : 1.0		Projecto : Dissertação de Mestrado																						
		Data :	Autor :																					
		28/09/2023	Dylan Pereira																					
		Elemento:	Laje																					
<b>DADOS DE ENTRADA</b>																								
Secção transversal																								
<input type="radio"/> MLC(3camadas)-Betão																								
<b>MLC</b>																								
Tipo <input type="text" value="CLT120 L3s"/>																								
E.N. 3	$z(t = 0) =$	106 mm	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Camada</th> <th>h (mm)</th> <th>Material</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>4</td> <td>50</td> <td>C30/37</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>40</td> <td>C24</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>40</td> <td>C24</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>40</td> <td>C24</td> </tr> </tbody> </table>	Camada	h (mm)	Material	4	50	C30/37	3	40	C24	2	40	C24	1	40	C24						
Camada	h (mm)	Material																						
4	50	C30/37																						
3	40	C24																						
2	40	C24																						
1	40	C24																						
E.N. 3	$z(t = \infty) =$	99 mm																						
	Base	1000 mm																						
	Altura	170 mm																						
	Ksys	1																						
<b>Sistema de ligação</b>																								
$K_{ser} =$		44000 N/mm	$s_{eff} =$ 100 mm																					
<input checked="" type="radio"/> MLC(5camadas)-Betão																								
<b>MLC</b>																								
Tipo <input type="text" value="CLT160 L5s"/>																								
E.N. 5	$z(t = 0) =$	153 mm	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Camada</th> <th>h (mm)</th> <th>Material</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>6</td> <td>70</td> <td>C30/37</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>40</td> <td>C24</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>20</td> <td>C24</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>40</td> <td>C24</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>20</td> <td>C24</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>40</td> <td>C24</td> </tr> </tbody> </table>	Camada	h (mm)	Material	6	70	C30/37	5	40	C24	4	20	C24	3	40	C24	2	20	C24	1	40	C24
Camada	h (mm)	Material																						
6	70	C30/37																						
5	40	C24																						
4	20	C24																						
3	40	C24																						
2	20	C24																						
1	40	C24																						
E.N. 5	$z(t = \infty) =$	143 mm																						
	Base	1000 mm																						
	Altura	230 mm																						
	Ksys	1																						
<b>Sistema de ligação</b>																								
$K_{ser} =$		44000 N/mm	$s_{eff} =$ 150 mm																					
Classe de Serviço		Fluência do Betão																						
<input type="text" value="Classe 1 - coberto e aquecido"/>		<input type="text" value="Coef = 2,0"/>																						
Carga distribuída CD		Duração das Cargas:																						
$P.P(kN/m^2)$	2,422	$G_k(kN/m^2)$	4,022																					
$RCP(kN/m^2)$	1,6	$Q_k(kN/m^2)$	3																					
<input type="radio"/> Permanente: mais de 10 anos (peso próprio) <input type="radio"/> Longo-prazo: 6 meses - 10 anos (armazenamentos) <input checked="" type="radio"/> Médio-prazo: 1 semana - 6 meses (sobrecargas) <input type="radio"/> Curto-prazo: Menos de uma semana (neve e vento) <input type="radio"/> Instantâneo: (Cargas acidentais)																								
Sistema Estrutural																								
<input checked="" type="radio"/> Simplesmente apoiada																								
$L1$ (m)	$L_{ref}$ (m)																							
6	6																							
$V_A$ (kN)	$V_B$ (kN)																							
29,79	29,79	$M_{AB}$ (kN.m)	44,68																					

<b>Programa de Cálculo de Lajes Mistas MLC-Betão</b> Versão : 1.0		<b>Projecto :</b> Dissertação de Mestrado	
		<b>Data :</b> 28/09/2023	<b>Autor :</b> Dylan Pereira
		<b>Elemento:</b> Laje	

**Resultados**

Fatores de flexibilidade

Resolve as equações lineares Resolver

Esforços de Cálculo

	Msd (kN.m)	44,68	Vsd(kN)	29,79
--	------------	-------	---------	-------

Estados Limite Últimos

Instante Curto prazo

**Rigidez efetiva à flexão**

	<b>ULS</b>	(EI) <sub>z=0</sub> 10602,57 kN.m <sup>2</sup>		(EI) <sub>z=∞</sub> 6172,47 kN.m <sup>2</sup>
	<b>SLS</b>	(EI) <sub>z=0</sub> 11482,18 kN.m <sup>2</sup>		(EI) <sub>z=∞</sub> 5254,54 kN.m <sup>2</sup>

**MLC**

$\sigma_{MLC} / f_{t,l,d} + \sigma_{m,MLC} / f_{m,l,d} =$	0,59	<	1	<span style="background-color: green; color: white; padding: 2px;">OK</span>	Tração + Flexão
$\tau_{v,máx}$	0,27 N/mm <sup>2</sup>		$f_{v,l,d}$	1,60 N/mm <sup>2</sup>	<span style="background-color: green; color: white; padding: 2px;">OK</span> Corte
$\tau_{v,R,máx}$	0,26 N/mm <sup>2</sup>		$f_{v,R,d}$	0,67 N/mm <sup>2</sup>	<span style="background-color: green; color: white; padding: 2px;">OK</span> "Rolling Shear"

**Betão**

$\sigma_{c,sup}$	8,33 N/mm <sup>2</sup>		$f_{c,d}$	20 N/mm <sup>2</sup>	<span style="background-color: green; color: white; padding: 2px;">OK</span>	Compressão
$\sigma_{c,inf}$	1,40 N/mm <sup>2</sup>		$f_{ctm,d}$	1,33 N/mm <sup>2</sup>	<span style="background-color: orange; color: white; padding: 2px;">KO</span>	Tração

**Ligação**

$F_{l,ed}$	24260,82 N		$F_{r,d}$	56322,07 N	<span style="background-color: green; color: white; padding: 2px;">OK</span>	Esforço de Corte
------------	------------	--	-----------	------------	--	------------------

Estados Limite Serviço - Deformada

$\nu/2 =$  0,3

$W_{inst,G}$	5,91 mm		$W_{ins,Q}$	4,41 mm		$W_{inst} < L/$ <span style="background-color: green; color: white; padding: 2px;">300</span>
$W_{net,fin,G}$	15,81 mm		$W_{net,fin,Q}$	3,34 mm		$W_{net,fin} < L/$ <span style="background-color: green; color: white; padding: 2px;">250</span>
$w_q$	3,34 mm					

10,32 < 20,00 OK  $w_{inst}$  22,49 < 24,00 OK  $w_{net,in}$

Estados Limite Serviço - Vibração

$B$	4,9 m		$L$	6 m		$\xi$ <span style="background-color: green; color: white; padding: 2px;">2,5</span> %
$f_1$	9,07 Hz		$w_{1kN}$	0,10 mm		$a_{rms}$ - mm/s <sup>2</sup>
$f_1 <$	8 <span style="background-color: green; color: white; padding: 2px;">OK</span>		$w_{1kN} <$	0,25 <span style="background-color: green; color: white; padding: 2px;">OK</span>		$a_{rms} <$ 0,05 <span style="background-color: green; color: white; padding: 2px;">-</span>

### A.3 Programa de Cálculo para Lajes Compostas MLC-Vigas de ML

Programa de Cálculo de Lajes Compostas MLC-vigas de ML Versão : 1.0		Projecto : Dissertação de Mestrado									
		Data :	Autor :								
		13/10/2023	Dylan Pereira								
		Elemento:	Laje								
<b>DADOS DE ENTRADA</b>											
Secção transversal <input checked="" type="radio"/> Laje Composta MLC- Madeira											
<b>MLC</b>											
Tipo: CLT100 L3s Base: 1000 mm Altura: 100 mm Ksys: 1	<b>Esquema</b> 	Camada h (mm) Madeira 3 30 C24 2 40 C24 1 30 C24									
<b>Viga</b> Madeira: GL28c h_v: 200 mm b_v: 120 mm b_rj: 440 mm		<b>Sistema de ligação</b> K_ser = 7637,82 N/mm s_eff = 100 mm									
Classe de Serviço: Classe 1 - coberto e aquecido		Duração das Cargas: <input type="radio"/> Permanente: mais de 10 anos (peso próprio) <input type="radio"/> Longo-prazo: 6 meses - 10 anos (armazenamentos) <input checked="" type="radio"/> Médio-prazo: 1 semana - 6 meses (sobrecargas) <input type="radio"/> Curto-prazo: Menos de uma semana (neve e vento) <input type="radio"/> Instantâneo: (Cargas acidentais)									
Carga distribuída CD <table style="width: 100%;"> <tr> <td>P, P(kN/m)</td> <td>0,34</td> <td>G<sub>k</sub>(kN/m)</td> <td>1,3</td> </tr> <tr> <td>RCP (kN/m<sup>2</sup>)</td> <td>1,6</td> <td>Q<sub>k</sub>(kN/m<sup>2</sup>)</td> <td>3</td> </tr> </table>				P, P(kN/m)	0,34	G <sub>k</sub> (kN/m)	1,3	RCP (kN/m <sup>2</sup> )	1,6	Q <sub>k</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	3
P, P(kN/m)	0,34	G <sub>k</sub> (kN/m)	1,3								
RCP (kN/m <sup>2</sup> )	1,6	Q <sub>k</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	3								
Sistema Estrutural <input checked="" type="radio"/> Simplesmente apoiada											
L <sub>1</sub> (m) 6	L <sub>ref</sub> (m) 6										
V <sub>A</sub> (kN) 13,37	V <sub>B</sub> (kN) 13,37	M <sub>AB</sub> (kN.m) 20,07									

Programa de Cálculo de Lajes Compostas MLC-vigas de ML				Projecto :	
Versão : 1.0				Dissertação de Mestrado	
Data :		13/10/2023		Autor :	
				Dylan Pereira	
Elemento:				Laje	

**Resultados**

Esforços de Cálculo

Msd (kN.m)	20,07	Vsd(kN)	13,37
------------	-------	---------	-------

Estados Limite Últimos

Instante Curto prazo

Rigidez efetiva à flexão

<b>ULS</b>	(EI) <sub>0</sub>	3307,98 kN.m <sup>2</sup>	(EI) <sub>1200</sub>	2307,73 kN.m <sup>2</sup>
<b>SLS</b>	(EI) <sub>0</sub>	3644,89 kN.m <sup>2</sup>	(EI) <sub>1200</sub>	2013,27 kN.m <sup>2</sup>

MLC

$\sigma_{sup}$	5,69	N/mm <sup>2</sup>	$f_{m,l,d}$	15,36	N/mm <sup>2</sup>	<b>OK</b>	Flexão
$\sigma_{N,sup}$	4,70	N/mm <sup>2</sup>	$f_{c,l,d}$	13,44	N/mm <sup>2</sup>	<b>OK</b>	Compressão
$\tau_{v,m\acute{a}x}$	0,28	N/mm <sup>2</sup>	$f_{v,l,d}$	1,60	N/mm <sup>2</sup>	<b>OK</b>	Corte
$\tau_{v,R,m\acute{a}x}$	0,20	N/mm <sup>2</sup>	$f_{v,R,d}$	0,67	N/mm <sup>2</sup>	<b>OK</b>	"Rolling Shear"

ML

$\sigma_{ML} / f_{t,0,d} + \sigma_{m,ML} / f_{m,d} =$	0,66	<	1	<b>OK</b>	Tração + Flexão		
$\tau_{ML,v,m\acute{a}x}$	0,40	N/mm <sup>2</sup>	$f_{v,d}$	1,12	N/mm <sup>2</sup>	<b>OK</b>	Corte

Ligação

$F_{L,d}$	4712,52 N	$F_{r,d} =$	5559,00 N	<b>OK</b>	Esforço de corte
-----------	-----------	-------------	-----------	-----------	------------------

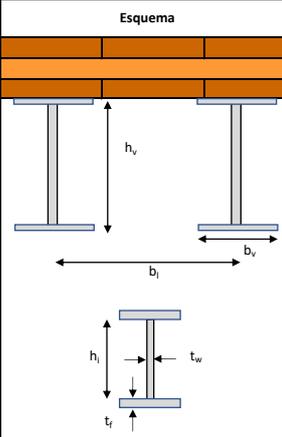
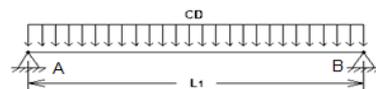
Estados Limite Serviço - Deformada

$\psi_2 =$	0,3					
$w_{inst,G}$	6,03	mm	$w_{ins,Q}$	8,34	mm	
$w_{net,fin,G}$	10,92	mm	$w_{net,fin,Q}$	2,42	mm	
$w_q$	3,11	mm				
	14,37	<	20,00	<b>OK</b>	$w_{inst}$	
				16,45	<	
				24,00	<b>OK</b>	$w_{net,fin}$

Estados Limite Serviço - Vibração

$B$	4,9	m	$L$	6	m	$\xi$	4	%
$f_1$	8,85	Hz	$w_{1kN}$	0,21	mm	$a_{rms}$	-	mm/s <sup>2</sup>
$f_1 <$	8	<b>OK</b>	$w_{1kN} <$	0,25	<b>OK</b>	$a_{rms} <$	0,05	-

## A.4 Programa de Cálculo para Lajes Compostas MLC-Vigas de Aço

Programa de Cálculo de Lajes Compostas MLC-Vigas de Aço Versão : 1.0		Projecto : Dissertação de Mestrado													
		Data :	Autor :												
		28/09/2023	Dylan Pereira												
		Elemento: Laje													
<b>DADOS DE ENTRADA</b>															
Seção transversal															
<input checked="" type="radio"/> Laje Composta MLC-vigas de Aço															
<b>MLC</b>															
Tipo: <input type="text" value="CLT100 L3s"/>	<b>Esquema</b> 	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Camada</th> <th>h (mm)</th> <th>Madeira</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>3</td> <td>30</td> <td><input type="text" value="C24"/></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>40</td> <td><input type="text" value="C24"/></td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>30</td> <td><input type="text" value="C24"/></td> </tr> </tbody> </table>		Camada	h (mm)	Madeira	3	30	<input type="text" value="C24"/>	2	40	<input type="text" value="C24"/>	1	30	<input type="text" value="C24"/>
Camada	h (mm)	Madeira													
3	30	<input type="text" value="C24"/>													
2	40	<input type="text" value="C24"/>													
1	30	<input type="text" value="C24"/>													
Base: <input type="text" value="1000"/> (mm) Altura: <input type="text" value="100"/> (mm) Ksys: <input type="text" value="1"/>		<b>Sistema de ligação</b>  $K_{ser} = 11975,5668$ (N/mm <sup>2</sup> ) $S_{eff} = 250$ mm													
<b>Viga</b>															
h = <input type="text" value="171"/> (mm) b = <input type="text" value="180"/> (mm) t <sub>w</sub> = <input type="text" value="6"/> (mm) t <sub>f</sub> = <input type="text" value="9,5"/> (mm) bl = <input type="text" value="1200"/> (mm) A = <input type="text" value="4530"/> (mm <sup>2</sup> ) I <sub>y</sub> = <input type="text" value="25100000"/> (mm <sup>4</sup> ) ρ = <input type="text" value="0,355"/> (kN/m) E = <input type="text" value="210"/> (kN/mm <sup>2</sup> ) f <sub>yd</sub> = <input type="text" value="275"/> (N/mm <sup>2</sup> )															
Classe de Serviço: <input type="text" value="Classe 1 - coberto e aquecido"/>		Duração das Cargas: <input type="radio"/> Permanente: mais de 10 anos (peso próprio) <input type="radio"/> Longo-prazo: 6 meses - 10 anos (armazenamentos) <input checked="" type="radio"/> Médio-prazo: 1 semana - 6 meses (sobrecargas) <input type="radio"/> Curto-prazo: Menos de uma semana (neve e vento) <input type="radio"/> Instantâneo: (Cargas acidentais)													
Carga distribuída CD P.P(kN/m) <input type="text" value="0,859"/> G <sub>s</sub> (kN/m) <input type="text" value="2,779"/> RCP (kN/m <sup>2</sup> ) <input type="text" value="1,6"/> Q <sub>k</sub> (kN/m <sup>2</sup> ) <input type="text" value="3"/>															
<b>Sistema Estrutural</b>															
<input checked="" type="radio"/> Simplesmente apoiada															
L <sub>1</sub> (m) <input type="text" value="6"/> V <sub>A</sub> (kN) <input type="text" value="27,45"/>	L <sub>ref</sub> (m) <input type="text" value="6"/> V <sub>B</sub> (kN) <input type="text" value="27,45"/>	M <sub>AB</sub> (kN.m) <input type="text" value="41,18"/> 													

<b>Programa de Cálculo de Lajes Compostas MLC-Vigas de Aço</b> Versão : 1.0				<b>Projecto :</b> Dissertação de Mestrado	
				<b>Data :</b> 28/09/2023	<b>Autor :</b> Dylan Pereira
				<b>Elemento:</b> Laje	

**Resultados**

Esforços de Cálculo

	Msd (kN.m)	41,18	Vsd(kN)	27,45
--	------------	-------	---------	-------

Estados Limite Últimos

Instante: Curto prazo

**Rigidez efetiva à flexão**

	<b>ULS</b>	(EI) <sub>t=0</sub>	8144,44 kN,m <sup>2</sup>	(EI) <sub>t=∞</sub>	7361,53 kN,m <sup>2</sup>
	<b>SLS</b>	(EI) <sub>t=0</sub>	8674,87 kN,m <sup>2</sup>	(EI) <sub>t=∞</sub>	7289,57 kN,m <sup>2</sup>

**MLC**

	$\sigma_{sup}$	4,87	N/mm <sup>2</sup>	$f_{m,d}$	15,36	N/mm <sup>2</sup>	<b>OK</b>	Flexão
	$\tau_{v,máx}$	0,35	N/mm <sup>2</sup>	$f_{v,d}$	1,60	N/mm <sup>2</sup>	<b>OK</b>	Corte
	$\tau_{v,R,máx}$	0,23	N/mm <sup>2</sup>	$f_{v,R,d}$	0,67	N/mm <sup>2</sup>	<b>OK</b>	"Rolling Shear"

**Aço**

	$\sigma_{Aço,inf}$	110,16	N/mm <sup>2</sup>	$f_{yd}$	275,0	N/mm <sup>2</sup>	<b>OK</b>	Tração
	$\tau_{Aço,v,máx}$	4,77	N/mm <sup>2</sup>	$\tau_{Rd}$	158,77	N/mm <sup>2</sup>	<b>OK</b>	Corte
	$\sigma_{Aço,sup}$	71,42	N/mm <sup>2</sup>	$f_{yd}$	275,00	N/mm <sup>2</sup>	<b>OK</b>	Compressão

**Ligação**

	$F_{L,ed}$	4967,95	N	$F_{r,d}$	10514,46	N	<b>OK</b>	Esforço de corte
--	------------	---------	---	-----------	----------	---	-----------	------------------

Estados Limite Serviço - Deformada

$\psi_2 =$  0,3

	$w_{inst,G}$	5,41	mm	$w_{res,Q}$	7,00	mm	$w_{res} < L/$	300
	$w_{net,fin,G}$	6,43	mm	$w_{net,fin,Q}$	2,50	mm	$w_{net,fin} < L/$	250
	$w_q$	4,90	mm					

	12,41	<	20,00	<b>OK</b>	$w_{inst}$	13,84	<	24,00	<b>OK</b>	$w_{net,fin}$
--	-------	---	-------	-----------	------------	-------	---	-------	-----------	---------------

Estados Limite Serviço - Vibração

	B	4,9	m	L	6	m	$\xi$	3	%
	$f_1$	9,01	Hz	$w_{1kN}$	0,18	mm	$a_{rms}$	-	mm/s <sup>2</sup>
	$f_1 <$	8	<b>OK</b>	$w_{1kN} <$	0,25	<b>OK</b>	$a_{rms} <$	0,05	-

2

## Anexo B - Programas de Cálculo das Ligações

### B.1 Programa de Cálculo para a Ligação MLC-betão

Painel Secundário (cálculos)			
Propriedades mecânicas dos parafusos			
Parafuso CTC	d=7	d=8	d=9
Momento resistente $M_{y,k}$ (N.mm)	20000	28000	38000
Resistência à tração $f_{tens,k}$ (N)	20000	25000	30000
Parâmetro de extração $f_{ax,k}$ (Mpa)	11,3	11,3	11,3

Capacidade resistente da ligação $F_{Rk}$	
Diâmetro	9
Valor característico da resistência ao esmagamento localizado da madeira na direção do fio, $f_{h,0,k}$ (N/mm <sup>2</sup> )	26,12
Valor característico da resistência ao esmagamento localizado da MLC, $f_{h,2,k}$ (N/mm <sup>2</sup> )	21,02
Orientação	45
Valor característico da capacidade resistente ao arranque axial do ligador na camada de betão $F_{ax,concrete,Rk}$ (N)	15000,00
Fator $k_{ax}$	1,00
Coefficiente de atrito, $\mu$	0,25
Valor característico da capacidade resistente ao arranque axial do ligador no elemento de madeira, $F_{ax,a,k}$ (N)	11187,00
<b>Capacidade resistente por plano de corte e por ligador <math>F_{v,Rk,parafuso}</math> (N)</b>	<b>9888,00</b>
<b>Capacidade ao corte resistente da ligação <math>F_{v,Rk}</math> (N)</b>	<b>79104,04</b>
*Esta tabela é válida adotando um contacto direto entre a MLC e o betão (sem camada acústica intermédia).	

Módulo de deslizamento $K_{ser}$			
Orientação da ligação	d= 7mm	d= 8mm	d= 9mm
90°	1800	2000	2200
45° paralelos	5280	6160	6600
45° cruzados	7700	9350	11000
30° paralelos	8800	8800	8800

\*Esta tabela é válida adotando um contacto direto entre a MLC e o betão (sem camada acústica intermédia).

Painel principal		
Propriedades dos parafusos		
Diâmetro	9	
Parafuso	45C	
Orientação	45	°
nº de parafusos	8	un
nº de pares de parafusos	4	un
$l_{ef}$	110	mm
$l_{ef,máx}$	190	mm
Propriedades dos materiais		
$\rho_{m(MLC)}$	350	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_{k(MLC)}$	3,5	kN/mm <sup>3</sup>
Coeficientes de dimensionamento		
$k_{mod}$	0,89	adm
$\gamma_m$	1,25	aadm
Rigidez/Capacidade Resistente		
$K_{ser}$	11000	N/mm
$K_{ser,ligação}$	44000	N/mm
$F_{Rk,parafuso}$	9888,00	N
$F_{Rk}$	79104,04	N
$F_{Rd}$	56322,07	N
Disposições Construtivas		
$a_1$	25,46	mm
$a_2$	36,00	mm
$a_{3,t}$	80,00	mm
$a_{3,c}$	36,00	mm
$a_{4,t}$	36,00	mm
$a_{4,c}$	27,00	mm

### B.2 Programa de Cálculo para a Ligação MLC-vigas de ML

Painel secundário (cálculos)			
Propriedades resistentes			
Parafuso VGZ	d=7	d=9	d=11
Valor característico do momento de cedência $M_{y,k}$ (N.mm)	14200	27200	45900
Valor característico da tensão de tração resistente $f_{tens,k}$ (N)	11000	12300	15400
Parâmetro característico da resistência à extração $f_{ax,k}$ (Mpa)	11,7	11,7	11,7

Capacidade resistente da ligação $F_{Rk}$	
Diâmetro (mm)	11
Valor característico da resistência ao esmagamento localizado da madeira para parafusos inseridos sem pré-furo na MLC, $f_{h,1,k}$ (N/mm <sup>2</sup> )	15,38
Valor característico da resistência ao esmagamento localizado da madeira para parafusos inseridos sem pré-furo na ML, $f_{h,2,k}$ (N/mm <sup>2</sup> )	15,18
Fator $\beta$	0,99
Fator $k_{ax}$	1,00
Valor médio da massa volúmica da MLC, $\rho_a$ (kg/m <sup>3</sup> )	350,00
Modo de rotura a), (N)	16914,12
Modo de rotura b), (N)	25041,69
Modo de rotura c), (N)	8977,01
Modo de rotura d), (N)	6377,96
Modo de rotura e), (N)	9103,09
Modo de rotura f), (N)	4516,69
<b>Capacidade resistente por plano de corte e por ligador <math>F_{v,Rk,parafuso}</math> (N)</b>	<b>4516,69</b>
<b>Capacidade ao corte resistente da ligação <math>F_{v,Rk}</math> (N)</b>	<b>9033,37</b>

Módulo de deslizamento $K_{ser}$ (N/mm)	
d (mm)	11
Valor médio da massa volúmica considerando os dois materiais, $\rho_m$ (kg/m <sup>3</sup> )	399,50
<b>Módulo de deslizamento de um ligador <math>K_{ser}</math> (N/mm)</b>	<b>3818,91</b>
<b>Módulo de deslizamento da ligação <math>K_{ser}</math> (N/mm)</b>	<b>7637,82</b>

Painel principal		
Propriedades dos parafusos		
Diâmetro	11	
Parafuso	90	
Orientação	90	°
nº de parafusos =	2	
$l_{ef,MLC} = t_1 =$	100	mm
$l_{ef,ML} = t_2 =$	150	mm
$l_{ef,máx} =$	590	mm
Propriedades dos materiais		
$\rho_{m(MLC)}$	420	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_{k(MLC)}$	350	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_{k(ML)}$	3,5	kN/m <sup>3</sup>
$\rho_{k(ML)}$	380	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_{k(ML)}$	3,8	kN/m <sup>3</sup>
Coeficientes de dimensionamento		
$k_{mod}$	0,8	adm
$\gamma_m$	1,3	adm
Rigidez/Capacidade Resistente		
$K_{ser,parafuso} =$	3818,91	N/mm
$K_{ser,ligação} =$	7637,82	N/mm
$F_{Rk,parafuso} =$	4516,69	N
$F_{Rk} =$	9033,37	N
$F_{Rd} =$	5559,00	N
Disposições Construtivas		
$a_1$	26,45	mm
$a_2$	37,40	mm
$a_{3,t}$	68,00	mm
$a_{3,c}$	37,40	mm
$a_{4,t}$	37,40	mm
$a_{4,c}$	28,05	mm

### B.3 Programa de Cálculo para a Ligação MLC-vigas de aço

Painel secundário (cálculos)	
Tipo de chapa	Fina
Diâmetro (mm)	16
Valor característico do momento de cedência plástica $M_{yk}$ (N.mm)	202676,42
Valor característico da resistência ao esmagamento localizado da madeira na direção do fio, $f_{b,0,k}$ (N/mm <sup>2</sup> )	24,11
Valor característico da resistência ao esmagamento localizado da MLC, $f_{b,1,k}$ (N/mm <sup>2</sup> )	15,16
Modo de rotura (a), (N)	6792,69
Modo de rotura (b), (N)	11403,98
Capacidade resistente por plano de corte e por ligador $F_{v,Rk,parafuso}$ (N)	6792,69
Capacidade resistente da ligação $F_{v,Rk}$ (N)	13585,39
Tipo de chapa	Espessa
Modo de rotura (c), (N)	16981,74
Modo de rotura (d), (N)	44792,40
Modo de rotura (e), (N)	16127,66
Capacidade resistente por plano de corte e por ligador $F_{v,Rk,parafuso}$ (N)	16127,66
Capacidade resistente da ligação $F_{v,Rk}$ (N)	32255,33
<b>Tipo de chapa</b>	<b>Interpolação</b>
<b>Capacidade resistente por plano de corte e por ligador <math>F_{v,Rk,parafuso}</math> (N)</b>	<b>8543,00</b>
<b>Capacidade ao corte resistente da ligação <math>F_{v,Rk}</math> (N)</b>	<b>17086,00</b>

Módulo de deslizamento Kser (N/mm)	
d (mm)	16
Valor médio da massa volúmica da MLC, $\rho_m$ (kg/m <sup>3</sup> )	420
<b>Módulo de deslizamento de um ligador Kser (N/mm)</b>	<b>5987,783404</b>
<b>Módulo de deslizamento da ligação Kser (N/mm)</b>	<b>11975,56681</b>

Painel principal		
Propriedades dos parafusos		
Diâmetro =	16	mm
Classe do parafuso	5.8	
$f_{uk}$ =	500	Mpa
$f_{yk}$ =	400	Mpa
Orientação	90	°
nº de parafusos =	2	un
$t_r$ =	9,5	mm
$l_{ef,MLC} = t_1$ =	70	mm
$l_{ef,máx}$ =	120	mm
Propriedades dos materiais		
$\rho_m(MLC)$ =	420	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_k(MLC)$ =	350	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_k(MLC)$ =	3,5	kN/m <sup>3</sup>
Coeficientes de dimensionamento		
$k_{mod}$	0,8	adm
$\gamma_m$	1,3	adm
Rigidez/Capacidade Resistente		
$K_{ser,parafuso}$ =	5987,78	N/mm
$K_{ser,ligação}$ =	11975,57	N/mm
$F_{Rk,parafuso}$ =	8543,00	N
$F_{Rd,parafuso}$ =	17086,00	N
$F_{Rd}$ =	10514,46	N
Disposições Construtivas		
$a_1$	45,25	mm
$a_2$	64,00	mm
$a_{3,t}$	112,00	mm
$a_{3,c}$	64,00	mm
$a_{4,t}$	64,00	mm
$a_{4,c}$	48,00	mm

## Anexo C - Resultados do Dimensionamento das Lajes

### C.1 Laje em MLC

vão (m)	Tipo de laje	Características da laje		Esforços de cálculo		Estado limite último										
		H (mm)	G <sub>k</sub> (kg/m <sup>2</sup> )	Miscd (kN.m)	V <sub>ed</sub> (kN)	(E)I <sub>0</sub> (kNm <sup>2</sup> )	σ <sub>mid</sub> (Mpa)	τ <sub>VR,max</sub> (Mpa)	τ <sub>VR,max</sub> / f <sub>v,R</sub> (Mpa)	σ <sub>mid</sub> / f <sub>m,d</sub>	τ <sub>VR,max</sub> / f <sub>v,d</sub>	τ <sub>VR,max</sub> / f <sub>v,R</sub> / d				
Categoria A	3	120L3s	210,40	6,57	8,76	1297,55	2,98	0,10	0,10	0,19	0,06	0,15				
	4	120L5s	210,40	11,68	11,68	1285,37	5,66	0,14	0,12	0,37	0,09	0,16				
	5	140L5s	140,00	227,20	18,96	15,17	3079,52	5,15	0,14	0,13	0,30	0,17				
	6	200L5s	200,00	244,00	28,32	18,88	5253,67	5,51	0,13	0,13	0,32	0,07				
	7	220L5s-2*	220,00	252,40	39,25	22,43	8219,95	5,47	0,15	0,13	0,36	0,09				
	8	260L5s-2*	260,00	269,20	53,07	26,54	14121,28	5,09	0,15	0,14	0,33	0,10				
	9	300L5s-2**	300,00	286,00	69,47	30,87	20947,40	5,23	0,16	0,14	0,30	0,09				
	3	140L5s	140,00	218,80	8,39	11,18	1961,42	2,91	0,13	0,11	0,19	0,08				
	4	160L5s	160,00	227,20	15,13	15,13	2975,08	4,15	0,15	0,12	0,27	0,09				
Categoria B	5	180L5s	180,00	235,60	24,00	19,20	4022,34	5,47	0,16	0,15	0,36	0,18				
	6	240L7s	240,00	260,80	36,09	24,06	7298,53	5,91	0,15	0,15	0,34	0,09				
	7	260L5s-2*	260,00	269,20	49,82	28,47	13824,28	4,81	0,17	0,15	0,31	0,10				
	8	300L5s-2**	300,00	286,00	66,89	33,44	20631,22	5,05	0,17	0,16	0,29	0,10				
	9	300L5s-2**	300,00	286,00	84,66	37,62	20947,40	6,37	0,19	0,17	0,37	0,11				
	Categoria A	3	120L3s	210,40	1297,55	3,34	10,00	0,33	5,09	12,00	0,42	13,58	0,44			
		4	120L5s	210,40	1285,37	10,64	13,33	0,80	16,25	16,00	1,02	7,83	0,77			
		5	140L5s	140,00	227,20	11,29	16,67	0,68	17,36	20,00	0,87	7,75	0,77			
		6	200L5s	200,00	244,00	14,26	20,00	0,71	22,07	24,00	0,92	8,15	0,74			
7		220L5s-2*	220,00	252,40	17,21	23,33	0,74	26,71	28,00	0,95	6,86	0,87				
8		260L5s-2*	260,00	269,20	17,72	26,67	0,66	27,67	32,00	0,86	6,66	0,90				
9		300L5s-2**	300,00	286,00	19,82	30,00	0,66	31,11	36,00	0,86	7,55	0,79				
3		140L5s	140,00	218,80	1961,42	2,79	10,00	0,28	4,12	12,00	0,34	16,48	0,49			
4		160L5s	160,00	227,20	2975,08	5,91	13,33	0,44	8,75	16,00	0,55	11,46	0,70			
Categoria B	5	180L5s	180,00	235,60	4022,34	10,84	16,67	0,65	16,11	20,00	0,81	9,02	0,89			
	6	240L7s	240,00	260,80	7298,53	12,87	20,00	0,65	19,46	24,00	0,81	11,16	0,72			
	7	260L5s-2*	260,00	269,20	13824,28	12,87	23,33	0,55	19,37	28,00	0,69	8,07	0,99			
	8	300L5s-2**	300,00	286,00	20631,22	15,15	22,92	0,66	27,50	32,00	0,86	8,52	0,94			
	9	300L5s-2**	300,00	286,00	20947,40	23,90	30,00	0,80	36,17	36,00	1,00	7,55	1,06			
			Características da laje		Estado limite de serviço		Deformação			Vibração						
	vão (m)	Tipo de laje	Características da laje		(E)I <sub>0,av</sub> (kNm <sup>2</sup> )	W <sub>inst</sub> (mm)	W <sub>inst,lim</sub> (mm)	W <sub>inst</sub> / W <sub>inst,lim</sub>	W <sub>def,fin</sub> (mm)	W <sub>def,fin,lim</sub> (mm)	W <sub>def,fin</sub> / W <sub>def,fin,lim</sub>	f <sub>r</sub> (Hz)	f <sub>lim</sub> / f <sub>r</sub>	W <sub>inst</sub> / W <sub>inst,lim</sub>	W <sub>def,fin</sub> / W <sub>def,fin,lim</sub>	β <sub>lim</sub> (mm/s <sup>2</sup> )
			H (mm)	G <sub>k</sub> (kg/m <sup>2</sup> )												

### C.2 Laje Mista MLC-Betão

Vão (m)	Tipo de laje	Características da laje		Estorços de cálculo		Estado limite último														
		Estorços de cálculo		Estorços de cálculo		Curto prazo					Longo prazo									
		H (mm)	G <sub>k</sub> (kg/m <sup>2</sup> )	Med (kN.m)	Ved (kN)	(E)I <sub>calc</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	τ <sub>max</sub> (Mpa)	τ <sub>max</sub> (Mpa)	τ <sub>max</sub> (Mpa)	σ <sub>comp</sub> (Mpa)	σ <sub>tr</sub> (Mpa)	σ <sub>tr</sub> (Mpa)	σ <sub>comp</sub> (Mpa)	σ <sub>tr</sub> (Mpa)	σ <sub>comp</sub> (Mpa)	σ <sub>tr</sub> (Mpa)	F <sub>red</sub>	F <sub>red</sub>		
Categoria A	3	B50/120L3s	170,00	335,40	8,47	11,29	3286,05	0,12	0,11	0,07	0,17	0,21	3,21	1,07	1,01	0,16	0,80	7153,21	0,13	
	4	B50/120L3s	170,00	335,40	15,06	15,06	3984,20	0,13	0,13	0,08	0,19	0,35	5,21	1,01	0,26	0,76	10520,39	0,19		
	5	B50/120L3s	170,00	335,40	23,52	18,82	4605,40	0,15	0,15	0,10	0,23	0,54	7,76	0,85	0,39	0,89	13827,95	0,25		
	6	B70/160L5s	230,00	402,20	37,93	25,29	10602,47	0,23	0,22	0,14	0,32	0,48	7,07	1,19	0,35	0,89	20585,95	0,37		
	7	B80/200L5s	280,00	444,00	55,09	31,48	17299,32	0,22	0,21	0,14	0,32	0,55	7,29	1,11	0,36	0,84	21187,41	0,38		
	8	B90/220L5s-2*	310,00	477,40	75,56	37,78	43119,66	0,25	0,23	0,16	0,34	0,50	7,88	0,84	0,39	0,63	28906,19	0,46		
	9	B110/240L5s-2*	350,00	535,80	103,61	46,05	28784,24	0,25	0,24	0,16	0,35	0,65	9,39	0,48	0,47	0,36	26735,90	0,47		
	Categoria B	3	B50/120L3s	170,00	335,40	10,16	13,54	3286,05	0,14	0,13	0,09	0,20	0,25	3,85	1,28	0,19	0,96	8578,55	0,15	
		4	B50/120L3s	170,00	335,40	18,06	18,06	3984,20	0,16	0,16	0,10	0,23	0,42	6,25	1,21	0,31	0,91	12616,67	0,22	
5		B50/120L3s	170,00	335,40	28,21	22,57	4505,40	0,19	0,18	0,12	0,27	0,65	9,31	1,02	0,47	0,77	16583,30	0,29		
6		B70/160L5s	230,00	402,20	44,68	29,79	10602,48	0,27	0,26	0,17	0,39	0,59	8,33	1,40	0,43	1,05	24280,73	0,43		
7		B80/200L5s	280,00	444,00	64,28	36,73	17299,32	0,26	0,25	0,16	0,37	0,64	8,51	1,30	0,43	0,98	24721,09	0,44		
8		B90/220L5s-2*	310,00	477,40	87,56	43,78	43119,74	0,29	0,28	0,18	0,39	0,57	9,04	0,97	0,45	0,73	29588,58	0,53		
9		B110/240L5s-2*	350,00	535,80	118,80	52,80	28784,26	0,29	0,27	0,18	0,41	0,88	10,88	0,55	0,54	0,42	30981,87	0,55		
Categoria A		3	B50/120L3s	170,00	335,40	8,47	11,29	1874,19	0,13	0,12	0,08	0,18	0,22	2,68	0,68	0,13	0,51	6667,60	0,12	
		4	B50/120L3s	170,00	335,40	15,06	15,06	2292,54	0,14	0,14	0,09	0,21	0,38	4,43	0,45	0,22	0,34	9950,04	0,18	
	5	B50/120L3s	170,00	335,40	23,52	18,82	2590,61	0,16	0,16	0,10	0,24	0,57	6,67	0,07	0,33	0,05	13189,94	0,23		
	6	B70/160L5s	230,00	402,20	37,93	25,29	5887,31	0,23	0,23	0,14	0,34	0,59	6,05	0,45	0,30	0,34	19591,24	0,35		
	7	B80/200L5s	280,00	444,00	55,09	31,48	9637,71	0,22	0,22	0,14	0,33	0,62	6,20	0,30	0,31	0,23	20211,71	0,36		
	8	B90/220L5s-2*	310,00	477,40	75,56	37,78	14952,37	0,23	0,23	0,14	0,34	0,69	6,46	-0,07	0,32	-0,05	22054,87	0,39		
	9	B110/240L5s-2*	350,00	535,80	103,61	46,05	23117,75	0,25	0,24	0,16	0,36	0,83	6,77	0,05	0,34	0,03	24644,36	0,44		
	Categoria B	3	B50/120L3s	170,00	335,40	10,16	13,54	1963,37	0,15	0,14	0,09	0,21	0,27	3,25	0,84	0,16	0,63	8042,90	0,14	
		4	B50/120L3s	170,00	335,40	18,06	18,06	2401,99	0,17	0,16	0,11	0,25	0,45	5,37	0,57	0,27	0,43	11988,24	0,21	
5		B50/120L3s	170,00	335,40	28,21	22,57	2714,22	0,20	0,19	0,12	0,28	0,69	8,08	0,13	0,40	0,10	15881,26	0,28		
6		B70/160L5s	230,00	402,20	44,68	29,79	6172,47	0,27	0,26	0,17	0,49	0,81	7,20	0,58	0,36	0,44	23174,19	0,42		
7		B80/200L5s	280,00	444,00	64,28	36,73	10091,09	0,26	0,26	0,16	0,38	0,88	7,31	0,40	0,37	0,30	23675,66	0,42		
8		B90/220L5s-2*	310,00	477,40	87,56	43,78	16655,49	0,27	0,27	0,17	0,40	0,84	7,57	-0,04	0,38	-0,03	25667,39	0,46		
9		B110/240L5s-2*	350,00	535,80	118,80	52,80	24200,47	0,29	0,27	0,18	0,41	0,80	7,83	0,10	0,38	0,07	25502,36	0,50		
Categoria A		3	B50/120L3s	170,00	335,40	3585,16	1,58	10,00	0,16	0,16	12,00	0,25	18,13	0,33	0,09	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
		4	B50/120L3s	170,00	335,40	4304,67	4,15	13,33	0,31	7,90	16,00	0,49	11,51	0,52	0,13	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
	5	B50/120L3s	170,00	335,40	4775,56	9,12	16,67	0,55	17,40	20,00	0,87	8,24	0,73	0,18	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35	
	6	B70/160L5s	230,00	402,20	11482,18	8,85	20,00	0,44	19,30	24,00	0,80	9,07	0,66	0,10	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21	
	7	B80/200L5s	280,00	444,00	18447,24	10,91	23,33	0,47	23,36	28,00	0,83	11,35	0,53	0,08	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	
	8	B90/220L5s-2*	310,00	477,40	29049,92	12,44	26,67	0,47	26,84	32,00	0,84	9,92	0,60	0,07	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	
	9	B110/240L5s-2*	350,00	535,80	48105,52	13,63	30,00	0,45	29,78	36,00	0,83	8,71	0,69	0,07	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	
	Categoria B	3	B50/120L3s	170,00	335,40	3585,16	1,87	10,00	0,19	3,56	12,00	0,28	18,13	0,44	0,09	0,34	0,34	0,34	0,34	0,34
		4	B50/120L3s	170,00	335,40	4304,67	4,82	13,33	0,37	8,85	16,00	0,55	11,51	0,69	0,13	0,51	0,51	0,51	0,51	0,51
5		B50/120L3s	170,00	335,40	4775,56	10,83	16,67	0,52	19,46	20,00	0,87	8,24	0,97	0,16	0,71	0,71	0,71	0,71	0,71	
6		B70/160L5s	230,00	402,20	11482,18	10,32	20,00	0,52	22,49	24,00	0,66	9,07	0,88	0,10	0,41	0,41	0,41	0,41	0,41	
7		B80/200L5s	280,00	444,00	18447,24	12,61	23,33	0,54	26,98	28,00	0,96	11,35	0,70	0,08	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	
8		B90/220L5s-2*	310,00	477,40	29049,92	14,27	26,67	0,54	30,77	32,00	0,96	9,92	0,81	0,07	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	
9		B110/240L5s-2*	350,00	535,80	48105,57	15,49	30,00	0,52	33,77	36,00	0,94	8,71	0,92	0,07	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	

### C.3 Laje Composta MLC-Vigas de ML

Vão (m)	Tipo de laje	Características da laje		Esforços de cálculo		Estado limite último															
		H (mm)	G <sub>c</sub> (kg/m <sup>2</sup> )	Med (kN/m)	Ved (kN)	MLC					ML					Ligação					
Categoria A	3	60L3s/ML200	260,00	200,40	3,85	5,13	1630,38	1,07	0,26	1,33	0,08	0,05	0,09	0,05	0,10	2,88	0,42	0,19	148,80	0,21	
	4	60L3s/ML200	260,00	200,40	3,85	5,13	1630,38	1,07	0,26	1,33	0,08	0,05	0,09	0,05	0,10	2,88	0,42	0,19	148,80	0,21	
	5	60L3s/ML200	260,00	200,40	3,85	5,13	1630,38	1,07	0,26	1,33	0,08	0,05	0,09	0,05	0,10	2,88	0,42	0,19	148,80	0,21	
	6	60L3s/ML200	260,00	200,40	3,85	5,13	1630,38	1,07	0,26	1,33	0,08	0,05	0,09	0,05	0,10	2,88	0,42	0,19	148,80	0,21	
	7	60L3s/ML240	300,00	216,04	10,70	8,56	2162,01	3,14	0,64	3,68	0,16	0,10	0,24	0,10	0,24	6,23	1,69	0,33	256,65	0,46	
	8	60L3s/ML240	300,00	216,04	10,70	8,56	2162,01	3,14	0,64	3,68	0,16	0,10	0,24	0,10	0,24	6,23	1,69	0,33	256,65	0,46	
	9	60L3s/ML240	300,00	216,04	10,70	8,56	2162,01	3,14	0,64	3,68	0,16	0,10	0,24	0,10	0,24	6,23	1,69	0,33	256,65	0,46	
	10	60L3s/ML240	300,00	216,04	10,70	8,56	2162,01	3,14	0,64	3,68	0,16	0,10	0,24	0,10	0,24	6,23	1,69	0,33	256,65	0,46	
	11	60L3s/ML240	300,00	216,04	10,70	8,56	2162,01	3,14	0,64	3,68	0,16	0,10	0,24	0,10	0,24	6,23	1,69	0,33	256,65	0,46	
	12	60L3s/ML240	300,00	216,04	10,70	8,56	2162,01	3,14	0,64	3,68	0,16	0,10	0,24	0,10	0,24	6,23	1,69	0,33	256,65	0,46	
	Categoria B	3	60L3s/ML200	260,00	200,40	3,85	5,13	1630,38	1,07	0,26	1,33	0,08	0,05	0,09	0,05	0,10	2,88	0,42	0,19	148,80	0,21
		4	60L3s/ML200	260,00	200,40	3,85	5,13	1630,38	1,07	0,26	1,33	0,08	0,05	0,09	0,05	0,10	2,88	0,42	0,19	148,80	0,21
5		60L3s/ML200	260,00	200,40	3,85	5,13	1630,38	1,07	0,26	1,33	0,08	0,05	0,09	0,05	0,10	2,88	0,42	0,19	148,80	0,21	
6		60L3s/ML200	260,00	200,40	3,85	5,13	1630,38	1,07	0,26	1,33	0,08	0,05	0,09	0,05	0,10	2,88	0,42	0,19	148,80	0,21	
7		60L3s/ML240	300,00	216,04	10,70	8,56	2162,01	3,14	0,64	3,68	0,16	0,10	0,24	0,10	0,24	6,23	1,69	0,33	256,65	0,46	
8		60L3s/ML240	300,00	216,04	10,70	8,56	2162,01	3,14	0,64	3,68	0,16	0,10	0,24	0,10	0,24	6,23	1,69	0,33	256,65	0,46	
9		60L3s/ML240	300,00	216,04	10,70	8,56	2162,01	3,14	0,64	3,68	0,16	0,10	0,24	0,10	0,24	6,23	1,69	0,33	256,65	0,46	
10		60L3s/ML240	300,00	216,04	10,70	8,56	2162,01	3,14	0,64	3,68	0,16	0,10	0,24	0,10	0,24	6,23	1,69	0,33	256,65	0,46	
11		60L3s/ML240	300,00	216,04	10,70	8,56	2162,01	3,14	0,64	3,68	0,16	0,10	0,24	0,10	0,24	6,23	1,69	0,33	256,65	0,46	
12		60L3s/ML240	300,00	216,04	10,70	8,56	2162,01	3,14	0,64	3,68	0,16	0,10	0,24	0,10	0,24	6,23	1,69	0,33	256,65	0,46	

### C.4 Laje Composta MLC-Vigas de Aço

Vão (m)	Tipo de laje	Características da laje				Enforcos de cálculo				Estado Limite Último - Cinto plano				Estado Limite Último - Ligeiro							
		H (mm)	$\sigma_x$ (kg/cm <sup>2</sup> )	Med (kg/cm <sup>2</sup> )	Ved (kg/cm <sup>3</sup> )	Ed (N/m <sup>2</sup> )	$\sigma_{m,1}$ (Mpa)	$\sigma_{m,2}$ (Mpa)	$\sigma_{m,3}$ (Mpa)	$\sigma_{m,4}$ (Mpa)	$\sigma_{m,1}/\sigma_{m,2}$	$\sigma_{m,1}/\sigma_{m,3}$	$\sigma_{m,1}/\sigma_{m,4}$	$\sigma_{m,2}/\sigma_{m,3}$	$\sigma_{m,2}/\sigma_{m,4}$	$\sigma_{m,3}/\sigma_{m,4}$	$F_{t,ult}$	$F_{t,lim}$	$F_{t,ult}/F_{t,lim}$		
Categoria A	3	100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
	4	100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
	5	100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
	6	100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
	7	100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
	8	100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
	9	100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
	10	100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
	11	100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
	12	100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
	13	100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
	14	100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
	15	100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
	Categoria B	3	100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10
4		100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
5		100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
6		100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
7		100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
8		100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
9		100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
10		100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
11		100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
12		100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
13		100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
14		100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21
15		100L3SHEA180	271,00	231,63	32,70	11,03	5792,81	0,70	0,16	0,86	0,08	0,05	0,06	0,05	0,08	1,03	25,64	24,61	952,85	1357,10	0,21

## Anexo D - Memória de Cálculo das Soluções de Laje Dimensionadas para Escritórios com um Vão de 6 Metros

### D.1 Laje em MLC (240L7s)

Secção transversal/Propriedades geométricas		
Secção Transversal:		
Designação da laje:	240L7s	
Altura das camadas $h_i$ e $\bar{h}_{ij}$ :	$h_1 = 30 \text{ mm}$ $\bar{h}_{12} = 40 \text{ mm}$ $h_2 = 30 \text{ mm}$ $\bar{h}_{23} = 40 \text{ mm}$	$h_3 = 30 \text{ mm}$ $\bar{h}_{34} = 40 \text{ mm}$ $h_4 = 30 \text{ mm}$ $h_{tot} = 240 \text{ mm}$
Largura da laje:	$b_{MLC} = 4900 \text{ mm}$	
<u>Propriedades geométricas necessárias para o cálculo da rigidez efetiva à flexão</u>		
Largura considerada	$b = 1\,000 \text{ mm}$	
Área transversal das camadas $A_i$ e $A_{ij}$ :	$A_i = h_i b_i$ $A_{ij} = h_{ij} b_{ij}$ $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 3000 \text{ mm}^2$ $A_{12} = A_{23} = A_{34} = 4000 \text{ mm}^2$ $A_{tot} = 24000 \text{ mm}^2$ $A_{net} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 12000 \text{ mm}^2$	
Segundo momento de área $I_i$ e $I_{ij}$ :	$I_i = \frac{b_i h_i^3}{12}$ $I_{ij} = \frac{b_{ij} h_{ij}^3}{12}$ $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = 2,25 \times 10^6 \text{ mm}^4$ $I_{12} = I_{23} = I_{34} = 5,33 \times 10^6 \text{ mm}^4$ $I_{tot} = 2,50 \times 10^7 \text{ mm}^4$ $I_{net} = 9,00 \times 10^6 \text{ mm}^4$	

<b>Propriedades mecânicas das lamelas – Secção homogénea</b>		
Classe de resistência:	C24 - Abeto	[EN338] Tab.1
Valor médio (V.M.) do módulo de elasticidade das lamelas:	$E_{l,0,mean} = 11\ 000\ N/mm^2$	
V.M. do módulo de corte das lamelas:	$G_{l,0,mean} = 690\ N/mm^2$	
Resistência característica (R.C.) à flexão das lamelas:	$f_{m,l,k} = 24\ N/mm^2$	
R.C. à tração das lamelas na direção das fibras:	$f_{t,l,0,k} = 14\ N/mm^2$	
R.C. ao corte das lamelas:	$f_{v,l,k} = 2,5\ N/mm^2$	
V.M. do módulo de corte perpendicular às fibras:	$G_{R,mean} = 50\ N/mm^2$	[NF EN338] Tab.3
R.C ao "rolling shear":	$f_{v,R,k} = \min\left\{1,25; 1,45 - \frac{h_{cr}}{100}\right\} = 1,05\ N/mm^2$ $h_{cr} = 40mm \rightarrow$ <i>Maior espessura das camadas transversais</i>	[NF EN338] Tab.3 ETA-14/0349
Valor de cálculo (V.C.) da massa volúmica das lamelas:	$\rho_{l,k} = 3,5\ kN/m^3 = 350\ kg/m^3$	[EN338] Tab.1
V.M da massa volúmica das lamelas:	$\rho_{l,m} = \rho_{l,mean} = 4,2\ kN/m^3 = 420\ kg/m^3$	

<b>Pressupostos de dimensionamento</b>		
Coef. parcial de segurança	$\gamma_M = 1,25$	[Wallner-Novak <i>et al.</i> , 2014]; [Gustafsson, 2019] e [PrEN1995-1-1] [Gustafsson, 2019]
Classe de serviço:	Classe 1	
Duração da carga:	Médio prazo	
Coef. de modificação:	$k_{mod} = 0,8$	
Coef. de deformação:	$k_{def} = 0,8$	
Coef. de sistema:	$k_{sys} = 1,0$	

<b>Cargas</b>		
Fator parcial Ação Permanente (A.P.):	$\gamma_G = 1,35$	[EN1990] Tab.A1.2(B)
Fator parcial para Ação variável (A.V.):	$\gamma_Q = 1,5$	
Fator para Valor Quase Permanente (V.Q.P.) da A.V.:	$\psi_2 = 0,3$	[EN1990] Tab.A1.1
Valor característico (V.C.) do Peso próprio:	$g_{1,k} = bh_{MLC}\rho_{l,m} = 1,01 \text{ kN/m}$	
R.C.P. (V.C.):	$g_{2,k} = \rho_{rcp}b = 1,6 \times 1 = 1,6 \text{ kN/m}$	
Carga permanente (V.C.):	$G_k = g_{1,k} + g_{2,k} = 2,61 \text{ kN/m}$	
Sobrecarga (V.C.):	$Q_k = q_k b = 3,0 \times 1 = 3,00 \text{ kN/m}$ $q_k = 3 \text{ kN/m}^2$	[EN1991-1-1] Tab.6.2

<b>Esquema estático e esforços solicitantes</b>	
<p>Vão:  <math>L = 6000 \text{ mm}</math></p> <p>Condições de apoio:                      Laje de vão único simplesmente apoiada</p> <p>Carga atuante:  <math>p_{ed} = G_k\gamma_G + Q_k\gamma_Q = 2,61 \times 1,35 + 3,0 \times 1,5</math>  <math>= 8,02 \text{ kN/m}</math></p>	
Momento fletor:	$M_{ed} = \frac{p_{ed}L^2}{8} = 36,09 \text{ kN.m}$
Esforço de corte:	$V_{ed} = \frac{p_{ed}L}{2} = 24,06 \text{ kN}$

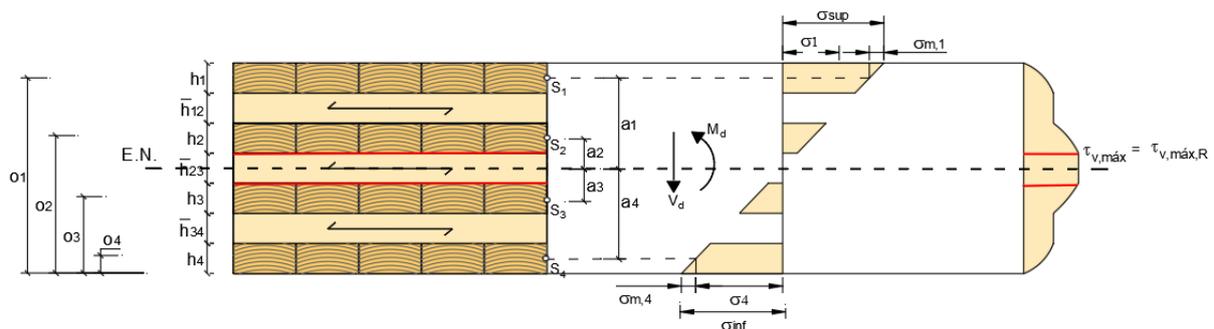
<b>Estado Limite Último (ELU) a curto prazo</b>		
Determinação do E.N.	$E.N. = \frac{\sum_{i=1}^n (E_i \cdot A_i \cdot o_i)}{\sum_{i=1}^n (E_i \cdot A_i)} = 120 \text{ mm}$ $o_i = o_{i-1} + (0,5o_{i-1} + 0,5o_i)$	
Distância entre o eixo geométrico das camadas resistentes e o E.N.:	$a_i = E.N. - o_i$ $a_1 = 105,00 \text{ mm}$ $a_2 = 35 \text{ mm}$	$a_3 = 35 \text{ mm}$ $a_4 = 105 \text{ mm}$
Rigidez das camadas longitudinais:	$D_i = \frac{\pi^2 \cdot E_i \cdot b_i \cdot h_i}{L^2}$ $D_1 = D_2 = D_3 = D_4 = 90,47 \text{ N/mm}^2$	
Rigidez ao corte das camadas transversais:	$C_{j,k,transversal} = \frac{b_i G_{R,j,k}}{\bar{h}_{j,k}}$ $C_{1,2,transversal} = C_{2,3,transversal} = C_{3,4,transversal} = 1250 \text{ N/mm}^2$	
Fatores de flexibilidade $\gamma_i$ :	$[V] = \begin{bmatrix} (C_{1,2} + D_1) \cdot a_1 & -C_{1,2} \cdot a_2 & 0 & 0 \\ -C_{1,2} \cdot a_1 & (C_{1,2} + C_{2,3} + D_2) \cdot a_2 & -C_{2,3} \cdot a_3 & 0 \\ 0 & -C_{2,3} \cdot a_2 & (C_{2,3} + C_{3,4} + D_3) \cdot a_3 & -C_{3,4} \cdot a_4 \\ 0 & 0 & -C_{3,4} \cdot a_3 & (C_{3,4} + D_4) \cdot a_4 \end{bmatrix}$ $[V] = \begin{bmatrix} 140749,49 & -43750,00 & 0,00 & 0,00 \\ -131250,00 & 90666,50 & 43750 & 0,00 \\ 0,00 & -43750,00 & -90666,50 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 43750,00 & -140749,49 \end{bmatrix} [N/mm]$ $s = \begin{bmatrix} -C_{1,2} \cdot (a_2 - a_1) \\ -C_{2,3} \cdot (a_3 - a_2) + C_{1,2} \cdot (a_2 - a_1) \\ -C_{3,4} \cdot (a_4 - a_3) + C_{2,3} \cdot (a_3 - a_2) \\ C_{3,4} \cdot (a_4 - a_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 87500,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \\ 87500,00 \end{bmatrix} [N/mm]$ $\gamma = [V]^{-1} \cdot s = \begin{bmatrix} \gamma_1 = 0,893 \\ \gamma_2 = 0,872 \\ \gamma_3 = 0,872 \\ \gamma_4 = 0,893 \end{bmatrix}$	
Momento estático:	$S_{net} = S_{R,net} = S_1 + S_2 = b_1 t_1 a_1 + b_2 t_2 a_2 = 4,20 \times 10^6 \text{ mm}^3$	
Rigidez efetiva à flexão:	$(EI)_{ef,ELU} = E_1 I_1 + \gamma_1 E_1 A_1 a_1^2 + E_2 I_2 + \gamma_2 E_2 A_2 a_2^2 + E_3 I_3 + \gamma_3 E_3 A_3 a_3^2 + E_4 I_4 + \gamma_4 E_4 A_4 a_4^2 = 7,30 \times 10^{12} \text{ N} \cdot \text{mm}^2 = 7298,53 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$	
Tensões normais:	$\sigma_1 = \frac{\gamma_1 E_1 a_1 M_{ed}}{(EI)_{ef}} = 5,10 \text{ N/mm}^2 = \sigma_{N,4}$ $\sigma_{m,1} = \frac{0,5 E_1 h_1 M_{ed}}{(EI)_{ef}} = 0,82 \text{ N/mm}^2 = \sigma_{m,4}$ $\sigma_{sup} = \sigma_{inf} = \sigma_1 + \sigma_{m,1} = 5,91 \text{ N/mm}^2$	
Tensão de corte paralelo às fibras:	$\tau_{v,máx} = \frac{V_{ed} \cdot S_{net}}{(EI)_{ef} \cdot b} = 0,15 \text{ N/mm}^2$	

[Wallner-Novak et al., 2014]

[Wallner-Novak et al., 2014] e  
[Gustafsson, 2019]

Tensão de corte perpendicular às fibras:	$\tau_{v,máx,R} = \frac{V_{ed} \cdot S_{R,net}}{(EI)_{ef} \cdot b} = 0,15 \text{ N/mm}^2$
Tensões resistentes:	$f_{m,l,d} = k_{mod} k_{sys} \frac{f_{m,l,k}}{\gamma_M} = 15,36 \text{ N/mm}^2$ $f_{v,l,d} = k_{mod} \frac{f_{v,l,k}}{\gamma_M} = 1,60 \text{ N/mm}^2$ $f_{v,R,d} = k_{mod} \frac{f_{v,R,k}}{\gamma_M} = 0,67 \text{ N/mm}^2$
Verificação das tensões:	$\sigma_{sup} = \sigma_{inf} \leq f_{m,l,d} \Leftrightarrow 5,91 \text{ N/mm}^2 \leq 15,36 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$ $\tau_{v,máx} \leq f_{v,l,d} \Leftrightarrow 0,15 \text{ N/mm}^2 \leq 1,60 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$ $\tau_{v,máx,R} \leq f_{v,R,d} \Leftrightarrow 0,15 \text{ N/mm}^2 \leq 0,67 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$

Distribuição de tensões:



### Estado Limite Último (ELU) a longo prazo

Quando analisada a longo prazo, as propriedades da MLC devem ser afetadas pelo coeficiente  $k_{def}$  que simula no processo de dimensionamento a fluência do material. Uma vez que o fenómeno de fluência é comum em toda a secção transversal, este não afetará a verificação dos critérios de dimensionamento em ELU. Este comportamento é fundamentado pela cláusula 2.2.2(1) da EN 199-5-1-1 que aconselha a adoção dos valores médios das propriedades do material quando os elementos constituintes da secção apresentam o mesmo comportamento ao longo do tempo. Esta assunção resultou de as forças internas não serem afetadas pela distribuição da rigidez. Deste modo, os valores dos fatores de flexibilidade, rigidez efetiva à flexão, tensões normais e tensões de corte são idênticos aos obtidos para curto prazo ( $t=0$ ), sendo assim verificada a viabilidade desta solução de laje.

### Estado Limite Serviço (ELS) a curto prazo

Determinação do E.N.	$E.N. = \frac{\sum_{i=1}^n (E_i \cdot A_i \cdot o_i)}{\sum_{i=1}^n (E_i \cdot A_i)} = 120 \text{ mm}$ $o_i = o_{i-1} + (0,5o_{i-1} + 0,5o_i)$	ELU (curto prazo)
----------------------	---	-------------------

Distância entre o eixo geométrico das camadas resistentes e o E.N.:	$a_i = E.N. - o_i$ $a_1 = 105,00 \text{ mm}$ $a_2 = 35 \text{ mm}$	$a_3 = 35 \text{ mm}$ $a_4 = 105 \text{ mm}$	ELU (curto prazo)
Rigidez das camadas longitudinais:	$D_1 = D_2 = D_3 = D_4 = 90,47 \text{ N/mm}^2$		
Rigidez ao corte das camadas transversais:	$C_{1,2,transversal} = C_{2,3,transversal} = C_{3,4,transversal} = 1250 \text{ N/mm}^2$		
Fatores de flexibilidade $\gamma_i$ :	$\gamma = [V]^{-1} \cdot s = \begin{bmatrix} \gamma_1 = 0,893 \\ \gamma_2 = 0,872 \\ \gamma_3 = 0,872 \\ \gamma_4 = 0,893 \end{bmatrix}$		
Rigidez efetiva à flexão:	$(EI)_{ef,ELS} = (EI)_{ef,ULSC} = 7,30 \times 10^{12} \text{ N/mm}^2 =$ $= 7298,53 \text{ kN.m}^2$		
<u>Verificação da Flecha Instantânea</u>			
Flecha:			[EN 1995-1-1] Cláus. 2.2.3
Combinação:	Característica		
Cargas permanentes:	$w_{inst,G} = \frac{5G_k L^4}{384(EI)_{ef,ELS}} = 6,03 \text{ mm}$		
Cargas variáveis:	$w_{inst,Q} = \frac{5Q_k L^4}{384(EI)_{ef,ELS}} = 6,94 \text{ mm}$		
Flecha total:	$w_{inst,G} + w_{inst,Q} = 12,97 \text{ mm}$		
Flecha limite:	$w_{inst,lim} = \frac{L}{300} = 20,00 \text{ mm}$		[EN 1995-1-1]
Verificação:	$w_{inst} \leq \frac{L}{300} \Leftrightarrow 12,97 \text{ mm} \leq 20,00 \text{ mm} \rightarrow OK$		Tab.7.2
<u>Comportamento dinâmico</u>			
Rigidez à flexão das camadas longitudinais:	$(EI)_l = (EI)_{ef,ELS} = 4,49 \times 10^6 \text{ N.m}^2/\text{m}$		[Wallner-Novak <i>et al.</i> , 2018]
Rigidez à flexão das camadas transversais:	$(EI)_b = E_{12}I_{12} + E_{12}A_{12}a_{12}^2 + E_{23}I_{23} + E_{23}A_{23}a_{23}^2 + E_{34}I_{34} +$ $E_{34}A_{34}a_{34}^2 = 4,49 \times 10^6 \text{ N/mm}^2$ $a_{12} =  a_1  - 0,5(h_1 + h_{12}) = 70 \text{ mm}$ $a_{23} = 0$ $a_{34} =  a_4  - 0,5(h_4 + h_{34}) = 70 \text{ mm}$		
Rácio $(EI)_b/(EI)_l$	$(EI)_b/(EI)_l = 0,61 \geq 0,05$		
Massa:	$m = 260,80 \text{ kg/m}^2$		
			[ÖNORM B 1995-1-1] Cláus. 7.3.3

Frequência fundamental:	$(EI)_b / (EI)_l \geq 0,05 \Rightarrow f_1 = \frac{2\pi}{L^2} \sqrt{\frac{(EI)_L}{m}} \sqrt{\left(\frac{L}{b_{MLC}}\right)^4 \frac{(EI)_b}{(EI)_l}} =$ $= 11,16 \text{ Hz}$ $f_1 > f_{lim} \Leftrightarrow 11,16 \text{ Hz} > 8 \text{ Hz} \rightarrow OK$ <p>Não é necessário verificar o critério de aceleração de vibração</p>	
Critério de rigidez		ÖNORM B 1995-1-1]
Largura efetiva:	$b_f = \min \left\{ \frac{L}{1,1} \sqrt[4]{\frac{(EI)_b}{(EI)_l}}; b_{MLC} \right\} = 4000,83 \text{ mm}$	Cláus. 7.3.3
Deflexão:	$w_{1kN} = \frac{1L^3}{48(EI)_L b_f} = 0,13 \text{ mm}$	
Valor limite da deflexão:	$w_{limit} = 0,25 \text{ mm} \rightarrow \text{Laje de classe 1 (classe de desempenho)}$	
Verificação:	$w_{1kN} = 0,13 \text{ mm} < w_{limit} = 0,25 \text{ mm} \rightarrow OK$	
<b>Estado Limite Serviço (ELS) a longo prazo</b>		
<i>Verificação da Flecha Final</i>		
Flecha		
Combinação:	Quase permanente	
Cargas permanentes:	$w_{net,fin,G} = w_{inst,G}(1 + K_{def}) = 10,85 \text{ mm}$	[EN1995-1-1]
Cargas variáveis:	$w_{net,fin,Q} = w_{inst,Q}(1 + \psi_2 K_{def}) = 8,60 \text{ mm}$	Cláus. 2.2.3
Flecha total:	$w_{net,fin,G} + w_{net,fin,Q} = 19,46 \text{ mm}$	
Valor limite da deflexão:	$w_{net,fin,lim} = \frac{L}{250} = 24,00 \text{ mm}$	[EN1995-1-1]
Verificação:	$w_{net,fin} \leq \frac{L}{250} \Leftrightarrow 19,46 \text{ mm} \leq 24,00 \text{ mm} \rightarrow OK$	Tab.7.2
<i>Comportamento dinâmico</i>		
<p>Para a análise do comportamento das lajes em MLC face a vibrações, é recomendado pela cláusula 2.2.3(6) da EN1995-1-1:2004 que sejam adotados os valores médios dos módulos de elasticidade e de corte. Deste modo, os critérios de vibração apenas são analisados a curto prazo.</p>		

## D.2 Laje em Mista MLC-Betão (B70/160L5s)

<b>Propriedades gerais</b>		
<p>The drawings show the slab's geometry and internal structure. The top view (Planta) is a rectangle with width <math>B</math> and length <math>L</math>. The cross-section (Secção transversal) shows a total width of 1000 mm, divided into three 200 mm sections with 50 mm overlaps. It includes a concrete layer (Betão) of thickness <math>h_{\text{Betão}}</math> and a cross-laminated timber (MLC) layer of thickness <math>h_{\text{MLC}}</math>. The total height is <math>H</math>. The longitudinal section (Secção Longitudinal) shows a 45-degree angle between the timber layers, with a spacing of 150 mm between them. It includes a concrete layer (Betão) and an MLC layer. A detail of the CTCØ9 connection shows a diameter <math>\phi</math> and an effective length <math>l_{\text{ef}}</math>. All dimensions are in mm.</p>		
Designação da laje:	$B70/160L5s$	
Espessura da MLC:	$h_{\text{MLC}} = 160 \text{ mm}$	
Espessura do betão:	$h_{\text{Betão}} = 80 \text{ mm}$	
Largura da laje:	$B = b_{\text{laje}} = 4900 \text{ mm}$	
Comprimento da laje:	$L = 6000 \text{ mm}$	
Sistema de ligação:	$CTC\phi 9$ Cruzados	
<b>Secção transversal/Propriedades consideradas no cálculo da rigidez efetiva à flexão</b>		
<p>This diagram shows a cross-section of the slab with various layers and dimensions. From top to bottom, the layers are: concrete (thickness <math>h_1</math>), a thin layer (thickness <math>h_2</math>), a timber layer (thickness <math>h_{23}</math>), another thin layer (thickness <math>h_3</math>), another timber layer (thickness <math>h_{34}</math>), and a final thin layer (thickness <math>h_4</math>). The total width is <math>b</math>. On the right side, the effective depths are labeled as <math>a_1</math>, <math>a_2</math>, <math>a_3</math>, and <math>a_4</math>. The diagram is labeled 'E.N.' on the left.</p>		
<i>Secção transversal</i>		

Altura:	$h_{tot} = h_1 + h_{MLC} = 70 + 160 = 230 \text{ mm}$		
Largura para o cálculo da rigidez efetiva à flexão:	$b = 1\,000 \text{ mm}$		
Área:	$A_{tot} = A_1 + A_{MLC,tot} = 230\,000 \text{ mm}^2$ $A_{net} = A_1 + A_{MLC,net} = 70\,000 + 120\,000 = 190\,000 \text{ mm}^2$		
<u>Betão</u>			
Espessura:	$h_1 = 70 \text{ mm}$		
Largura:	$b_1 = 1\,000 \text{ mm}$		
Área:	$A_i = h_i b$ $A_1 = 70\,000 \text{ mm}^2$		
Segundo momento de área (inércia):	$I_i = \frac{b_{ef} h_i^3}{12}$ $I_1 = 2,66 \times 10^7 \text{ mm}^4$		
<u>MLC – Painel homogéneo</u>			
Espessura das camadas da MLC:	$h_2 = 40 \text{ mm}$ $\bar{h}_{23} = 20 \text{ mm}$ $h_3 = 40 \text{ mm}$	$\bar{h}_{34} = 20 \text{ mm}$ $h_4 = 40 \text{ mm}$ $h_{MLC} = 160 \text{ mm}$	[Stora Enso, 2017]
Largura para o cálculo da rigidez efetiva à flexão:	$b = 1\,000 \text{ mm}$		
Área:	$A_i = h_i b_{ef}$ $A_2 = A_3 = A_4 = 40\,000 \text{ mm}^2$ $A_{23} = A_{34} = 20\,000 \text{ mm}^2$ $A_{MLC,tot} = 160\,000 \text{ mm}^2$ $A_{MLC,net} = 120\,000 \text{ mm}^2$		
Segundo momento de área (inércia):	$I_i = \frac{b_{ef} h_i^3}{12}$ $I_2 = I_3 = I_4 = 5,33 \times 10^6 \text{ mm}^4$ $I_{23} = I_{34} = 6,67 \times 10^5 \text{ mm}^4$		
<u>Sistema de ligação</u>			
Tipo de ligador:	CTCØ9 Cruzados		ETA-19/0244
Nº de pares parafusos:	$n_{par} = 4$ por metro de largura de laje		
Orientação:	$\alpha = 45^\circ$		
Diâmetro:	$d = 9 \text{ mm}$		
Comprimento:	$l = 160 \text{ mm}$		
Comprimento de penetração na MLC:	$l_{ef} = 110 \text{ mm}$		

Espaçamento longitudinal	$a_1 = 150 \text{ mm}$	
Espaçamento transversal	$a_2 = 50 \text{ mm}$	

<b>Propriedades mecânicas</b>		
<u>Betão</u>		
Classe de resistência:	C30/37	
Módulo de elasticidade secante:	$E_{cm} = E_1 = 33\,000 \text{ N/mm}^2$	[EN1992-1-1] Tab.3.1
Resistência Característica (RC) à compressão de uma amostra cilíndrica de betão aos 28 dias:	$f_{c,k} = 30 \text{ N/mm}^2$	
R.C. à tração:	$f_{ctk,0,05} = 2,0 \text{ N/mm}^2$	
Massa volúmica:	$\rho_1 = 25 \text{ kN/m}^3 = 2500 \text{ kg/m}^3$	[EN1991-1-1] Tab.A.1
<u>MLC</u>		
Classe de resistência:	C24 - Abeto	[EN338] Tab.1
Valor médio (V.M.) do módulo de elasticidade das lamelas:	$E_{l,0,mean} = 11\,000 \text{ N/mm}^2$	
V.M. do módulo de corte das lamelas:	$G_{l,0,mean} = 690 \text{ N/mm}^2$	
Resistência característica (R.C.) à flexão das lamelas:	$f_{m,l,k} = 24 \text{ N/mm}^2$	
R.C. à tração das lamelas na direção das fibras:	$f_{t,l,0,k} = 14 \text{ N/mm}^2$	
R.C. ao corte das lamelas:	$f_{v,l,k} = 2,5 \text{ N/mm}^2$	
V.M. do módulo de corte perpendicular às fibras:	$G_{R,mean} = 50 \text{ N/mm}^2$	ETA-14/0349
R.C ao "rolling shear":	$f_{v,R,k} = \min \left\{ 1,25; 1,45 - \frac{h_{cr}}{100} \right\} = 1,25 \text{ N/mm}^2$ $h_{cr} = 20\text{mm} \rightarrow \text{Maior espessura das camadas transversais}$	

Valor de cálculo (V.C.) da massa volúmica das lamelas:	$\rho_{l,k} = 3,5 \text{ kN/m}^3 = 350 \text{ kg/m}^3$	[EN338] Tab.1
V.M da massa volúmica das lamelas:	$\rho_{l,m} = \rho_{l,mean} = 4,2 \text{ kN/m}^3 = 420 \text{ kg/m}^3$	
<u>Sistema de ligação</u>		
Módulo de deslizamento: Um par de parafusos:	$K_{par} = 100 \cdot l_{ef} = 11000 \text{ N/mm}$	ETA-19/0244
Sistema de ligação:	$K_{ser,ligação} = n_{par} K_{par} = 4 \times 11000 = 44000 \text{ N/mm}$	
Estado limite de serviço:	$K_{ser} = 2 \cdot K_{ser,ligação} = 88000 \text{ N/mm} \rightarrow [EN1995-1-1] \text{ Cláus.7.1}$	
Estado limite último:	$K_u = \frac{2K_{ser}}{3} = 5866,67 \text{ N/mm} \rightarrow [EN1995-1-1] \text{ Cláus.2.2.2}$	
R.C. à tração do parafuso:	$f_{tens,k} = 30000 \text{ kN}$	
Parâmetros de extração:	$f_{ax,k} = 11,3 \text{ N/mm}^2$	
Capacidade resistente à extração do betão:	$F_{ax,betão,Rk} = 15000 \text{ N}$	
Capacidade resistente à extração da MLC:	$F_{ax,a,Rk} = \frac{f_{ax,k} d l_{ef}}{1,2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} \left( \frac{\rho_{MLC,k}}{350} \right)^{0,8} = 11187 \text{ N}$ $\rho_{MLC,k} = \rho_{l,k}$	
Capacidade resistente ao corte de um parafuso:	$F_{R,k,parafuso} = (\cos \alpha + \mu \cdot \sin \alpha) \cdot \min\{F_{ax,a,Rk}; f_{tens}; F_{ax,betão,Rk}\}$ $= 9888,00 \text{ N}$ $\mu = 0,25 \rightarrow \text{contacto direto com o betão}$	
Valor característico da resistência ao corte p/fila:	$F_{R,k} = n_{parafusos} \cdot F_{R,k,unit} = 8 \times 9888,00 = 79104,04 \text{ N}$	

<b>Pressupostos de dimensionamento</b>		
<u>MLC</u>		
Coef. parcial de segurança	$\gamma_M = 1,25$	[Wallner-Novak <i>et al.</i> , 2014]; [Gustafsson, 2019] e [PrEN1995-1-1]
Classe de serviço:	Classe 1	
Duração da carga:	Médio prazo	
Coef. de modificação:	$k_{mod} = 0,8$	
Coef. de deformação:	$k_{def} = 0,8$	
Coef. de sistema:	$k_{sys} = 1,00$	

<u>Betão</u>		
Coef. parcial de segurança	$\gamma_c = 1,50$	[EN1992-1-1] Tab.2.1N
Coef. de fluência:	$\varphi = 2,0$	
<u>Sistema de ligação</u>		
Coef. parcial de segurança	$\gamma_{lig} = 1,25$	[EN 1995-2:] Tab.2.1
Coef. de modificação:	$k_{mod}' = \sqrt{k_{tc}k_{mod}} = 0,89$ $k_{tc} = 1,0$	[FrpCEN/TS 19103]
Coef. de deformação:	$k_{def}' = 2k_{def} = 1,60$	Cláus.4.3.2

<b>Cargas</b>		
Fator parcial Ação Permanente (A.P.):	$\gamma_G = 1,35$	[EN1990] Tab.A1.2(B)
Fator parcial para Ação variável (A.V.):	$\gamma_Q = 1,5$	
Fator para Valor Quase Permanente (V.Q.P.) da A.V.:	$\psi_2 = 0,3$	[EN1990] Tab.A1.1
Valor característico (V.C.) do Peso próprio:	$g_{1,k} = bh_1\rho_1 + bh_{MLC}\rho_{l,m} = 2,42 \text{ kN/m}$	
R.C.P. (V.C.):	$g_{2,k} = \rho_{rcp}b = 1,6 \times 1 = 1,60 \text{ kN/m}$	
Carga permanente (V.C.):	$G_k = g_{pp,k} + g_{rcp,k} = 4,02 \text{ kN/m}$	
Sobrecarga (V.C.):	$Q_k = q_k b = 3,00 \times 1 = 3,00 \text{ kN/m}$ $q_k = 3,00 \text{ kN/m}^2$	[EN1991-1-1] Tab.6.2

<b>Esquema estático e esforços solicitantes</b>	
<p>Vão: <math>L = 6000 \text{ mm}</math></p> <p>Condições de apoio: Laje de vão único simplesmente apoiada</p> <p>Carga atuante: <math>p_{ed} = G_k \gamma_G + Q_k \gamma_Q = 4,02 \times 1,35 + 3,00 \times 1,50 = 9,93 \text{ kN/m}</math></p>	
Momento fletor:	$M_{ed} = \frac{p_{ed} L^2}{8} = 44,68 \text{ kN.m}$
Esforço de corte:	$V_{ed} = \frac{p_{ed} L}{2} = 29,79 \text{ kN}$

<b>Estado Limite Último (ELU) a curto prazo</b>		
Determinação do E.N.	$E.N. = \frac{\sum_{i=1}^n (E_i \cdot A_i \cdot o_i)}{\sum_{i=1}^n (E_i \cdot A_i)} = 153,18 \text{ mm}$ $o_i = o_{i-1} + (0,5o_{i-1} + 0,5o_i)$	[Forsberg e Farbäck, 2020]
Distância entre o eixo geométrico das camadas resistentes e o E.N.:	$a_i = E.N. - o_i$ $a_1 = 41,82 \text{ mm}$ $a_2 = 13,18 \text{ mm}$	$a_3 = 73,18 \text{ mm}$ $a_4 = 133,18 \text{ mm}$
Rigidez das camadas longitudinais:	$D_i = \frac{\pi^2 \cdot E_i \cdot b_i \cdot h_i}{L^2}$ $D_1 = 633,30 \text{ N/mm}^2$ $D_2 = D_3 = D_4 = 120,63 \text{ N/mm}^2$	[Forsberg e Farbäck, 2020]
Rigidez ao corte das camadas transversais:	$C_{j,k,transversal} = \frac{b_i G_{R,j,k}}{h_{j,k}}$ $C_{2,3,transversal} = C_{3,4,transversal} = 2500 \text{ N/mm}^2$	[Forsberg e Farbäck, 2020]
Rigidez ao corte do sistema de ligação:	$C_{j,k,ligação} = \frac{K_u}{S_{eff}}$ $C_{1,2,ligação} = 391,11 \text{ N/mm}^2$	[Forsberg e Farbäck, 2020]
Fatores de flexibilidade $\gamma_i$ :	$[V] = \begin{bmatrix} (C_{1,2} + D_1) \cdot a_1 & -C_{1,2} \cdot a_2 & 0 & 0 \\ -C_{1,2} \cdot a_1 & (C_{1,2} + C_{2,3} + D_2) \cdot a_2 & -C_{2,3} \cdot a_3 & 0 \\ 0 & -C_{2,3} \cdot a_2 & (C_{2,3} + C_{3,4} + D_3) \cdot a_3 & -C_{3,4} \cdot a_4 \\ 0 & 0 & -C_{3,4} \cdot a_3 & (C_{3,4} + D_4) \cdot a_4 \end{bmatrix}$	[Forsberg e Farbäck, 2020]

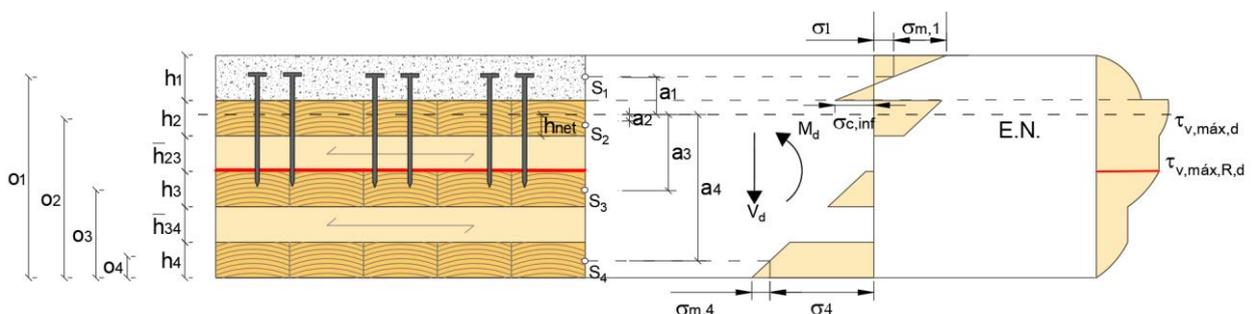
	$[V] = \begin{bmatrix} -42838,99 & -5155,55 & 0,00 & 0,00 \\ 16355,56 & 39700,20 & -182954,55 & 0,00 \\ 0,00 & -32954,55 & 374736,90 & -332954,55 \\ 0,00 & 0,00 & -182954,55 & 349020,07 \end{bmatrix} [N/mm]$ $s = \begin{bmatrix} -C_{1,2} \cdot (a_2 - a_1) \\ -C_{2,3} \cdot (a_3 - a_2) + C_{1,2} \cdot (a_2 - a_1) \\ -C_{3,4} \cdot (a_4 - a_3) + C_{2,3} \cdot (a_3 - a_2) \\ C_{3,4} \cdot (a_4 - a_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -21511,11 \\ -12,4880,89 \\ 0,00 \\ 150000,00 \end{bmatrix} [N/mm]$ $\gamma = [V]^{-1} \cdot s = \begin{bmatrix} \gamma_1 = 0,596 \\ \gamma_2 = -0,779 \\ \gamma_3 = 0,586 \\ \gamma_4 = 0,737 \end{bmatrix}$	[Forsberg e Farbäck, 2020]
Momento estático:	$S_{net} = S_4 + S_3 + S_2 = b_4 t_4 a_4 + b_3 t_3 a_3 + b_2 \frac{h_{net}^2}{2}$ $h_{net} = \frac{h_2}{2} - a_2$ $S_{R,net} = S_4 + S_3 = b_4 t_4 a_4 + b_3 t_3 a_3$ $S_{net} = 8691942,1 \text{ mm}^3$ $S_{R,net} = 825,4545,46 \text{ mm}^3$	[Forsberg e Farbäck, 2020]
Rigidez efetiva à flexão:	$(EI)_{ef,ELU} = E_1 I_1 + \gamma_1 E_1 A_1 a_1^2 + E_2 I_2 + \gamma_2 E_2 A_2 a_2^2 + E_3 I_3 + \gamma_3 E_3 A_3 a_3^2 + E_4 I_4 + \gamma_4 E_4 A_4 a_4^2 = 1,06 \times 10^{13} \text{ N} \cdot \text{mm}^2 = 10602,47 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$	[EN1995-1-1] Anexo B
<u>Betão</u>		
Tensões normais:	$\sigma_1 = \frac{\gamma_1 E_1 a_1 M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 3,47 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_{m,1} = \frac{0,5 E_1 h_1 M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 4,87 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_{c,sup} = \sigma_1 + \sigma_{m,1} = 8,33 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{Compressão}$ $\sigma_{c,inf} = \sigma_1 - \sigma_{m,1} = 1,40 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{Tração}$	[EN1995-1-1] Anexo B
Tensões resistentes:	$f_{c,d} = \frac{f_{c,k}}{\gamma_c} = 20 \text{ N/mm}^2$ $f_{ctm,d} = \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c} = 1,33 \text{ N/mm}^2$	[EN1992-1-1] Eq.3.15
Verificação das tensões:	$\sigma_{c,sup} \leq f_{c,d} \Leftrightarrow 8,33 \text{ N/mm}^2 \leq 20 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$ $ \sigma_{inf}  \leq f_{ctm,d} \Leftrightarrow 1,40 \text{ N/mm}^2 \leq 1,33 \text{ N/mm}^2 \rightarrow KO$ <p>(valor aceitável uma vez que não é considerada no cálculo o acréscimo de resistência da armadura habitualmente inserida no betão)</p>	
<u>MLC</u>		
Tensões normais:	$\sigma_4 = \frac{\gamma_4 E_4 a_4 M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 4,55 \text{ N/mm}^2$	[EN1995-1-1] Anexo B

(continuação)	$\sigma_{m,4} = \frac{0,5E_4h_4M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 0,93 \text{ N/mm}^2$	
Tensões de corte máximas Paralelo às fibras:	$\tau_{v,m\acute{a}x} = \frac{V_{ed} \cdot S_{net}}{(EI)_{ef,ELU} \cdot b} = 0,27 \text{ N/mm}^2$	[Gustafsson, 2019] e [Forsberg e Farbäck, 2020]
Perpendicular às fibras:	$\tau_{v,m\acute{a}x,R} = \frac{V_{ed} \cdot S_{R,net}}{(EI)_{ef,ELU} \cdot b} = 0,26 \text{ N/mm}^2$	
Tensões resistentes	$f_{m,l,d} = k_{mod}k_{sys} \frac{f_{m,l,k}}{\gamma_M} = 15,36 \text{ N/mm}^2$ $f_{t,l,0,d} = k_{mod}k_{sys} \frac{f_{t,l,0,k}}{\gamma_M} = 8,96 \text{ N/mm}^2$ $f_{v,l,d} = k_{mod} \frac{f_{v,l,k}}{\gamma_M} = 1,60 \text{ N/mm}^2$ $f_{v,R,d} = k_{mod} \frac{f_{v,R,k}}{\gamma_M} = 0,80 \text{ N/mm}^2$	[Wallner-Novak <i>et al.</i> , 2014] e [Gustafsson, 2019]
Verificação das tensões:	$\frac{\sigma_4}{f_{t,l,0,d}} + \frac{\sigma_{m,4}}{f_{m,l,d}} \leq 1 \Leftrightarrow 0,59 \leq 1,00 \rightarrow OK$ $\tau_{v,m\acute{a}x} \leq f_{v,l,d} \Leftrightarrow 0,27 \text{ N/mm}^2 \leq 1,60 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$ $\tau_{v,m\acute{a}x,R} \leq f_{v,R,d} \Leftrightarrow 0,26 \text{ N/mm}^2 \leq 0,67 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$	

Sistema de ligação

Força de corte atuante na ligação por plano de corte:	$F_{L,ed} = \frac{\gamma_1 E_1 a_1 M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 24260,82 \text{ N}$	[EN1995-1-1] Anexo B
Capacidade de carga da ligação por plano de corte:	$F_{R,d} = k_{mod} \frac{F_{r,k}}{\gamma_{lig}} = 56322,07 \text{ N}$	
Verificação da capacidade resistente:	$F_{R,d} \geq F_{L,ed} \Leftrightarrow 56322,07 \text{ N} > 24260,82 \text{ N} \rightarrow OK$	

Distribuição de tensões:



<b>Estado Limite Último (ELU) a longo prazo</b>		
<p>Propriedades do material:</p> <p>Betão:</p> $E_{cm,fin} = E_{1,fin,ELU} = \frac{E_{1,g}g_k\gamma_G + E_{1,q}q_k\gamma_Q}{g_k\gamma_G + q_k\gamma_Q} = 15361,91 \text{ N/mm}^2$ $E_{1,g} = E_{cm}/(1 + \varphi) = 11000 \text{ N/mm}^2$ $E_{1,q} = E_{cm}/(1 + \psi_2\varphi) = 20625 \text{ N/mm}^2$ <p>MLC:</p> $E_{l,fin,ELU} = \frac{E_{l,o,mean,g}g_k\gamma_G + E_{l,o,mean,q}q_k\gamma_Q}{g_k\gamma_G + q_k\gamma_Q} = 7361,84 \text{ N/mm}^2$ $E_{l,o,mean,g} = E_{l,o,mean}/(1 + k_{def}) = 6111,11 \text{ N/mm}^2$ $E_{l,o,mean,q} = E_{l,o,mean}/(1 + \psi_2k_{def}) = 8870,97 \text{ N/mm}^2$ $G_{R,fin,ELU} = \frac{G_{R,mean,g}g_k\gamma_G + G_{R,mean,q}q_k\gamma_Q}{g_k\gamma_G + q_k\gamma_Q} = 33,46 \text{ N/mm}^2$ $G_{R,mean,g} = G_{R,mean}/(1 + k_{def}) = 27,78 \text{ N/mm}^2$ $G_{R,mean,q} = G_{R,mean}/(1 + \psi_2k_{def}) = 40,32 \text{ N/mm}^2$ <p>Sistema de ligação:</p> $K_{fin,ELU} = \left( \frac{K_{ser,g}g_k\gamma_G + K_{ser,q}q_k\gamma_Q}{g_k\gamma_G + q_k\gamma_Q} \right) \frac{2}{3} = 30302,50 \text{ N/mm}$ $K_{ser,g} = K_{ser}/(1 + k_{def}) = 16923,08 \text{ N/mm}$ $K_{ser,q} = K_{ser}/(1 + \psi_2k_{def}) = 29729,73 \text{ N/mm}$		[EN1995-1-1] Cláus.2.3.2.2
Determinação do E.N.	$E.N. = \frac{\sum_{i=1}^n (E_{i,fin,ELU} \cdot A_i \cdot o_i)}{\sum_{i=1}^n (E_{i,fin,ELU} \cdot A_i)} = 143,14 \text{ mm}$ $o_i = o_{i-1} + (0,5o_{i-1} + 0,5o_i)$	
Distância entre o eixo geométrico das camadas resistentes e o E.N.:	$a_i = E.N. - o_i$ $a_1 = 51,87 \text{ mm}$ $a_2 = 13,30 \text{ mm}$	$a_3 = 63,13 \text{ mm}$ $a_4 = 123,13 \text{ mm}$
Rigidez das camadas longitudinais:	$D_i = \frac{\pi^2 \cdot E_{i,fin,ELU} \cdot b_i \cdot h_i}{L^2}$ $D_1 = 294,81 \text{ N/mm}^2$ $D_2 = D_3 = D_4 = 80,73 \text{ N/mm}^2$	
Rigidez ao corte das camadas transversais:	$C_{j,k,transversal} = \frac{b_i G_{R,j,k,fin,ELU}}{h_{j,k}}$ $C_{2,3,transversal} = C_{3,4,transversal} = 1673,15 \text{ N/mm}^2$	
Rigidez ao corte do sistema de ligação:	$C_{j,k} = \frac{K_{fin,ELU}}{S_{eff}}$ $C_{1,2,ligação} = 202,017 \text{ N/mm}^2$	

Fatores de flexibilidade $\gamma_i$ :	$[V] = \begin{bmatrix} -25769,51 & -633,06 & 0,00 & 0,00 \\ 10477,86 & 6129,16 & -105631,83 & 0,00 \\ 0,00 & -5243,12 & 216360,55 & -206020,55 \\ 0,00 & 0,00 & -105631,83 & 215961,33 \end{bmatrix} [N/mm]$ $s = \begin{bmatrix} -11110,91 \\ -89277,80 \\ 0,00 \\ 100388,72 \end{bmatrix} [N/mm]$ $\gamma = [V]^{-1} \cdot s = \begin{bmatrix} \gamma_1 = 0,574 \\ \gamma_2 = -5,812 \\ \gamma_3 = 0,565 \\ \gamma_4 = 0,741 \end{bmatrix}$	[Forsberg e Farbäck, 2020]
Momento estático:	$S_{net} = 7554676,59 \text{ mm}^3$ $S_{R,net} = 7450695,10 \text{ mm}^3$	[Gustafsson, 2019] e [Forsberg e Farbäck, 2020]
Rigidez efetiva à flexão:	$(EI)_{ef,inst,ELS} = 6,17 \times 10^{12} \text{ N} \cdot \text{mm}^2 = 6172,48 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$	[EN1995-1-1] Anexo B
<u>Betão</u>		
Tensões normais:	$\sigma_1 = 3,31 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_{m,1} = 3,89 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_{c,sup} = \sigma_1 + \sigma_{m,1} = 7,20 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{Compressão}$ $\sigma_{c,inf} = \sigma_1 - \sigma_{m,1} = 0,58 \text{ N/mm}^2 \rightarrow \text{Tração}$	[EN1995-1-1] Anexo B
Verificação das tensões:	$\sigma_{c,sup} \leq f_{c,d} \Leftrightarrow 7,20 \text{ N/mm}^2 \leq 20 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$ $ \sigma_{c,inf}  \leq f_{ctm,d} \Leftrightarrow 0,58 \text{ N/mm}^2 \leq 1,33 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$	
<u>MLC</u>		
Tensões normais:	$\sigma_3 = 4,86 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_{m,3} = 1,07 \text{ N/mm}^2$	[EN1995-1-1] Anexo B
Tensões de corte máximas		
Paralelo às fibras:	$\tau_{v,máx} = 0,27 \text{ N/mm}^2$	[Gustafsson, 2019] e [Forsberg e Farbäck, 2020]
Perpendicular às fibras:	$\tau_{v,máx,R} = 0,26 \text{ N/mm}^2$	
Verificação das tensões:	$\frac{\sigma_3}{f_{t,l,d}} + \frac{\sigma_{m,3}}{f_{m,l,d}} \leq 1 \Leftrightarrow 0,612 \leq 1 \rightarrow OK$ $\tau_{v,máx} \leq f_{v,l,d} \Leftrightarrow 0,27 \text{ N/mm}^2 \leq 1,60 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$ $\tau_{v,máx,R} \leq f_{v,l,d} \Leftrightarrow 0,26 \text{ N/mm}^2 \leq 0,67 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$	
<u>Sistema de ligação</u>		
Força de corte atuante na ligação por plano de corte:	$F_{L,ed} = 23614,07 \text{ N}$	[EN1995-1-1] Anexo B

Verificação da capacidade resistente:	$F_{R,d} \geq F_{L,ed} \Leftrightarrow 56322,07 N > 23614,07 N \rightarrow OK$	
---------------------------------------	--	--

<b>Estado Limite Serviço (ELS) a curto prazo</b>		
Determinação do E.N.	$E.N. = 153,18 mm$ $o_i = o_{i-1} + (0,5o_{i-1} + 0,5o_i)$	
Distância entre o eixo geométrico das camadas resistentes e o E.N.:	$a_i = E.N. - o_i$ $a_1 = 41,82 mm$ $a_2 = 13,18 mm$	$a_i = E.N. - o_i$ $a_3 = 73,13 mm$ $a_2 = 133,18 mm$
Rigidez das camadas longitudinais:	$D_1 = 633,30 N/mm^2$ $D_2 = D_3 = D_4 = 120,63 N/mm^2$	
Rigidez ao corte das camadas transversais:	$C_{2,3,transversal} = C_{3,4,transversal} = 2500 N/mm^2$	
Rigidez ao corte do sistema de ligação:	$C_{j,k} = \frac{K_{ser}}{S_{eff}}$ $C_{1,2,ligação} = 586,67 N/mm^2$	
Fatores de flexibilidade $\gamma_i$ :	$[V] = \begin{bmatrix} -51016,77 & -7733,33 & 0,00 & 0,00 \\ 24533,33 & 42277,98 & -182954,55 & 0,00 \\ 0,00 & -32954,55 & 374736,90 & -332954,55 \\ 0,00 & 0,00 & -182954,55 & 34020,07 \end{bmatrix} [N/mm]$ $s = \begin{bmatrix} -32266,67 \\ -117733,33 \\ 0,00 \\ 150000,00 \end{bmatrix} [N/mm]$ $\gamma = [V]^{-1} \cdot s = \begin{bmatrix} \gamma_1 = 0,677 \\ \gamma_2 = -0,294 \\ \gamma_3 = 0,666 \\ \gamma_4 = 0,779 \end{bmatrix}$	
Rigidez efetiva à flexão:	$(EI)_{ef,ELS} = 1,15 \times 10^{13} N \cdot mm^2 = 11482,18 kN \cdot m^2$	[EN1995-1-1] Anexo B
<u>Verificação da Flecha Instantânea</u>		
Flecha:	Característica	
Combinação:		
Cargas permanentes:	$w_{inst,G} = \frac{5G_k L^4}{384(EI)_{ef,ELS}} = 5,91 mm$	[EN 1995-1-1] Cláus. 2.2.3
Cargas variáveis:	$w_{inst,Q} = \frac{5Q_k L^4}{384(EI)_{ef,ELS}} = 4,41 mm$	
Flecha total:	$w_{inst,G} + w_{inst,Q} = 10,32 mm$	

Flecha limite:	$w_{inst,lim} = \frac{L}{300} = 20,00$	[EN1995-1-1]
Verificação:	$w_{inst} \leq \frac{L}{300} \Leftrightarrow 10,32 \text{ mm} \leq 20,00 \text{ mm} \rightarrow OK$	Tab.7.2
<u>Comportamento dinâmico</u>		
Rigidez à flexão das camadas longitudinais:	$(EI)_l = (EI)_{ef,ELS} = 1,15 \times 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{m}$	ÖNORM EN 1995-1-1/NA)
Rigidez à flexão das camadas transversais:	$(EI)_b = E_{23}I_{23} + E_{23}A_{23}a_{23}^2 + E_{34}I_{34} + E_{34}A_{34}a_{34}^2 =$ $2,77 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{m}$ $a_{23} = \left( \frac{h_2}{2} + \frac{h_{23}}{2} \right) + a_2 = 28,90 \text{ mm}$ $a_{34} = \left( \frac{h_3}{2} + \frac{h_{34}}{2} \right) + a_4 = 88,90 \text{ mm}$	
Rácio $(EI)_b/(EI)_l$	$(EI)_b/(EI)_l = 0,24 \geq 0,05$	
Massa:	$m = 402,20 \text{ kg/m}^2$	
Frequência fundamental:	$(EI)_b/(EI)_l \geq 0,05 \Rightarrow f_1 = \frac{2\pi}{L^2} \sqrt{\frac{(EI)_L}{m}} \sqrt{\left( \frac{L}{b_{laje}} \right)^4 \frac{(EI)_b}{(EI)_l}} =$ $= 9,07 \text{ Hz}$ $f_1 > f_{lim} \Leftrightarrow 9,07 \text{ Hz} > 8 \text{ Hz} \rightarrow OK$ Não é necessário verificar o critério de aceleração de vibração	
Critério de rigidez	Largura efetiva: $b_f = \min \left\{ \frac{L}{1,1} \sqrt[4]{\frac{(EI)_b}{(EI)_l}}; b_{laje} \right\} = 3000,82 \text{ mm}$ $b_{laje} \rightarrow \text{Largura da laje}$	
Deflexão:	$w_{1kN} = \frac{1L^3}{48(EI)_L b_f} = 0,10 \text{ mm}$	
Valor limite da deflexão:	$w_{limit} = 0,25 \text{ mm} \rightarrow \text{Laje classe 1 (classe de desempenho)}$	
Verificação:	$w_{1kN} = 0,10 \text{ mm} < w_{limit} = 0,25 \text{ mm} \rightarrow OK$	

### Estado Limite Serviço (ELS) a Longo prazo

Propriedades do material:		
Betão:	$E_{cm,fin,ELS} = E_{1,fin,ELS} = E_{cm}/(1 + \varphi) = 11000 \text{ N/mm}^2$	[EN1995-1-1]
MLC:	$E_{l,fin,ELS} = E_{l,0,mean}/(1 + k_{def}) = 6111,11 \text{ N/mm}^2$ $G_{fin,ELS} = G_{R,mean}/(1 + k_{def}) = 27,78 \text{ N/mm}^2$	Cláus.2.3.2.2

Sistema de ligação:	$K_{fin,ELS} = K_{ser}/(1 + k_{def}) = 33846,15 \text{ N/mm}$		
Determinação do E.N.	$E.N. = \frac{\sum_{t=1}^n (E_{i,fin,ELS} \cdot A_i \cdot o_i)}{\sum_{t=1}^n (E_{i,fin,ELS} \cdot A_i)} = 138,90 \text{ mm}$ $o_i = o_{i-1} + (0,5o_{i-1} + 0,5o_i)$		
Distância entre o eixo geométrico das camadas resistentes e o E.N.:	$a_i = E.N. - o_i$ $a_1 = 56,10 \text{ mm}$ $a_2 = 1,10 \text{ mm}$	$a_3 = 58,90 \text{ mm}$ $a_4 = 188,90 \text{ mm}$	
Rigidez das camadas longitudinais:	$D_i = \frac{\pi^2 \cdot E_{i,fin,ELS} \cdot b_i \cdot h_i}{L^2}$ $D_1 = 211,10 \text{ N/mm}^2$ $D_2 = D_3 = D_4 = 67,06 \text{ N/mm}^2$		[Forsberg e Farbäck, 2020]
Rigidez ao corte das camadas transversais:	$C_{j,k,transversal} = \frac{b_i G_{R,j,k,fin,ELS}}{\bar{h}_{j,k}}$ $C_{2,3,transversal} = C_{3,4,transversal} = 138,89 \text{ N/mm}^2$		
Rigidez ao corte do sistema de ligação:	$C_{j,k} = \frac{K_{fin,ELS}}{S_{eff}}$ $C_{1,2,ligação} = 225,64 \text{ N/mm}$		
Fatores de flexibilidade $\gamma_i$ :	$[V] = \begin{bmatrix} 24500,10 & 247,65 & 0,00 & 0,00 \\ 12657,91 & -1845,60 & -81808,94 & 0,00 \\ 0,00 & 1524,39 & 167565,28 & -165142,28 \\ 0,00 & 0,00 & -81808,94 & 173110,62 \end{bmatrix} [N/mm]$ $s = \begin{bmatrix} -12410,26 \\ -70923,08 \\ 0,00 \\ 83333,33 \end{bmatrix} [N/mm]$ $\gamma = [V]^{-1} \cdot s = \begin{bmatrix} \gamma_1 = 0,652 \\ \gamma_2 = 4,436 \\ \gamma_3 = 0,642 \\ \gamma_4 = 0,785 \end{bmatrix}$		[Forsberg e Farbäck, 2020]
Rigidez efetiva à flexão:	$(EI)_{ef,fin,ELS} = 5,25 \times 10^{12} \text{ N} \cdot \text{mm}^2 = 5254,54 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$		[EN1995-1-1] Anexo B
<u>Verificação da Flecha final</u>			
Flecha:			
Combinação:	Quase permanente		[EN1995-1-1]
Cargas permanentes:	$w_{net,fin,G} = \frac{5G_k L^4}{384(EI)_{ef,fin,ELS}} = 15,81 \text{ mm}$		Cláus. 2.2.3

<p>Cargas variáveis:</p> <p>Carga variável restante sem consideração da fluência (instante inicial):</p> <p>Fecha total:</p>	$w_{net,fin,Q} = \frac{5 \psi_2 Q_k L^4}{384(EI)_{ef,fin,ELS}} = 2,89 \text{ mm}$ $w_{inst,q} = \frac{5(1 - \psi_2) q_k L^4}{384(EI)_{ef,ints,ELS}} = 3,34 \text{ mm}$ $w_{net,fin,G} + w_{net,fin,Q} + w_{inst,q} = 22,49 \text{ mm}$	
<p>Flecha limite:</p>	$w_{net,fin,lim} = \frac{L}{250} = 24,00 \text{ mm}$	<p>[EN1995-1-1]</p>
<p>Verificação:</p>	$w_{net,fin} \leq \frac{L}{250} \Leftrightarrow 22,49 \text{ mm} \leq 24,00 \text{ mm} \rightarrow OK$	<p>Tab.7.2</p>
<p><u>Comportamento dinâmico</u></p>		
<p>Para a análise do comportamento dinâmico das lajes em madeira, é recomendado pela cláusula 2.2.3(6) da EN1995-1-1:2004 que sejam adotados os valores médios dos módulos de elasticidade e de corte. Deste modo, os critérios de vibração apenas são analisados a curto prazo.</p>		
<p><b>Disposições construtivas</b></p>		
<p>Verificação do espaçamento mínimo entre parafusos da mesma fiada:</p>	$a_1 = 50 \text{ mm} \geq (4 +  \cos \alpha ) \cdot d = 25,46 \text{ mm} \rightarrow OK$	<p>[EN 1995-1-1]                  Tab.8.4</p>
<p>Verificação do espaçamento mínimo entre fiadas de parafusos:</p>	$a_2 = 150 \text{ mm} \geq 4 \cdot d = 36,00 \text{ mm} \rightarrow OK$	

### D.3 Laje Composta MLC-Vigas de ML (100L3s/ML200)

<b>Propriedades gerais</b>		
Designação da laje:	100L3s/ML200	
Espessura da laje:	$h_{tot} = h_{ML} + h_{MLC} = 300 \text{ mm}$	
Comprimento da laje:	$L = 6000 \text{ mm}$	
Largura da laje:	$B = b_{laje} = 4900 \text{ mm}$	
<u>MLC</u>		
Espessura da MLC:	$h_{MLC} = 100 \text{ mm}$	
Espessura das lamelas:	$h_1 = 30 \text{ mm}$ $\bar{h}_{12} = 40 \text{ mm}$ $h_2 = 30 \text{ mm}$	
Largura da MLC:	$b_{MLC} = 4900 \text{ mm}$	
<u>Vigas de ML</u>		
Altura da viga de ML:	$h_{ML} = 200 \text{ mm}$	
Largura da viga de ML:	$b_{ML} = 120 \text{ mm}$	
Espaçamento entre eixo de vigas:	$b = 600 \text{ mm}$	

<u>Sistema de ligação</u>		
Tipo de ligador:	VGZØ11	ETA-11/0033
Nº de parafusos	$n = 2 \rightarrow$ por plano de corte	
Orientação:	$\alpha = 90^\circ$	
Diâmetro:	$d = 11 \text{ mm}$	
Comprimento:	$l = 250 \text{ mm}$	
Comprimento de penetração na viga de ML:	$l_{ef} = 150 \text{ mm}$	
Espaçamento entre parafusos da mesma fiada:	$a_1 = 50 \text{ mm}$	
Espaçamento entre fiadas:	$a_2 = 100 \text{ mm}$	
Distância entre o parafuso e o bordo não solicitado.	$a_{4,c} = 35 \text{ mm}$	

<b>Propriedades mecânicas</b>		
<u>MLC</u>		
Classe de resistência:	C24 - Abeto	[EN338] Tab.1
Valor médio (V.M.) do módulo de elasticidade das lamelas:	$E_{l,0,mean} = 11\,000 \text{ N/mm}^2$	
V.M. do módulo de corte das lamelas	$G_{l,0,mean} = 690 \text{ N/mm}^2$	
Resistência característica (R.C.) à flexão das lamelas:	$f_{m,l,k} = 24 \text{ N/mm}^2$	
R.C. à tração das lamelas na direção das fibras:	$f_{t,l,0,k} = 14 \text{ N/mm}^2$	
R.C. ao corte das lamelas:	$f_{v,l,k} = 2,5 \text{ N/mm}^2$	
V.M. do módulo de corte perpendicular às fibras:	$G_{R,mean} = 50 \text{ N/mm}^2$	[ETA-14/0349]
R.C ao "rolling shear":	$f_{v,R,k} = \min\left\{1,25; 1,45 - \frac{h_{cr}}{100}\right\} = 1,05 \text{ N/mm}^2$ $h_{cr} = 40\text{mm} \rightarrow$ <i>Maior espessura das camadas transversais</i>	

Rigidez efetiva ao corte no plano:	$S^*_{xy} = \frac{G_{0,mean}t}{1 + 6p_s \left(\frac{t_{m\acute{a}x}}{a}\right)^{q_s}} = 69000,00 \text{ kN/m}$ $t = h_{MLC} = 100 \text{ mm}$ $t_{m\acute{a}x} = h_{m\acute{a}x} = 40 \text{ mm} \rightarrow \text{Maior espessura das lamelas}$ $a = 80 \text{ mm} \rightarrow \text{Largura média de lamela}$ $q_s = 0,43 \rightarrow \text{Tab. NA. K. 3}$ $q_s = 1,21 \rightarrow \text{Tab. NA. K. 3}$	[ONÖRM EN 1995-1-1/NA] Eq.NA.K.1
Rigidez no plano:	$EA_x = 6,60 \times 10^5 \text{ kN/m}$ $E = E_{0,mean}$ $A_x = (h_1 + h_2) \cdot b_{unit} = 0,06 \text{ m}^2$ $b_{unit} = 1,0 \text{ m}$	
Valor Característico (V.C.) da massa volúmica das lamelas:	$\rho_{l,k} = 3,5 \text{ kN/m}^3 = 350 \text{ kg/m}^3$	[EN338] Tab.1
V.M da massa volúmica das lamelas:	$\rho_{l,m} = \rho_{l,mean} = 4,2 \text{ kN/m}^3 = 420 \text{ kg/m}^3$	
<u>Viga de ML</u>		
Classe de resistência:	GL28c	EN 14080
V.M. do módulo de elasticidade:	$E_{ML,0,mean} = E_3 = 12\,600 \text{ N/mm}^2$	
V.M. do módulo de corte:	$G_{ML,mean} = G_3 = 720 \text{ N/mm}^2$	
R.C. à flexão:	$f_{ML,m,k} = 28 \text{ N/mm}^2$	
R.C. à compressão:	$f_{ML,c,0,k} = 21 \text{ N/mm}^2$	
R.C. ao corte:	$f_{ML,v,k} = 2,7 \text{ N/mm}^2$	
V.C. da massa volúmica:	$\rho_{ML,k} = 3,8 \text{ kN/m}^3 = 380 \text{ kg/m}^3$	
V.M da massa volúmica:	$\rho_{ML,mean} = 3,8 \text{ kN/m}^3 = 380 \text{ kg/m}^3$	
<u>Sistema de ligação</u>		
Módulo de deslizamento V.M. da massa volúmica:  Um parafuso:	$\rho_m = \sqrt{\rho_{m,1} \cdot \rho_{m,2}} = \sqrt{420 \cdot 380} = 399,50 \text{ kg/m}^3$ $K_{ser,parafuso} = \rho_m^{1,5} \cdot d/23 = 399,5^{1,5} \cdot 11/23 = 3818,9 \text{ N/mm}$	[EN1995-1-1] Cláus.7.1, Cláus.2.2.2 e [ETA-11/0033]

<p>(continuação)</p> <p>Sistema de ligação:</p> <p>Estado limite de serviço:</p> <p>Estado limite último:</p>	$K_{ser,ligação} = n \times K_{ser,parafuso} = 2 \times 3818,9 = 7637,8 \text{ N/mm}$ $K_{ser} = K_{ser,ligação} = 7637,8 \text{ N/mm}$ $K_u = \frac{2K_{ser}}{3} = 5125,2 \text{ N/mm}$	
<p>Resistência ao corte da ligação</p> <p>V. C. da resistência ao esmagamento localizado da MLC:</p> <p>V. C. da resistência ao esmagamento localizado da ML:</p> <p>Rácio <math>\beta</math>:</p> <p>Valor característico do momento de cedência plástica:</p> <p>Profundidade de penetração na MLC:</p> <p>Profundidade de penetração na ML:</p> <p>V.C da resistência ao arranque axial do liador:</p>	$f_{h,1,k} = \frac{0,082 \cdot 1,1 \cdot \rho_{l,k} \cdot d^{-0,3}}{2,5 \cdot \cos^2 \alpha + \text{sem}^2 \alpha} = 15,38 \text{ N/mm}^2$ $f_{h,2,k} = \frac{0,082 \cdot \rho_{k,ML} \cdot d^{-0,3}}{2,5 \cdot \cos^2 \alpha + \text{sem}^2 \alpha} = 15,18 \text{ N/mm}^2$ $\beta = f_{h,2,k} / f_{h,1,k} = 0,98$ $M_{y,Rk} = 45900 \text{ N} - \text{mm}$ $t_1 = l_{ef} = 70 \text{ mm}$ $t_2 = l_{ef} = 150 \text{ mm}$ $F_{ax,Rk} = 0 \rightarrow \text{Não é considerado o efeito de cabo}$	<p>[ETA-11/0033]</p>
<p>V.C da resistência ao corte de um parafuso:</p>	$F_{v,Rk,parafuso} = \min \left\{ \begin{array}{l} \frac{f_{h,1,k} t_1 d}{1 + \beta} \cdot \left[ \sqrt{\beta + 2\beta^2 \left[ 1 + \frac{t_2}{t_1} + \left( \frac{t_2}{t_1} \right)^2 \right] + \beta^3 \left( \frac{t_2}{t_1} \right)^2} - \beta \left( 1 + \frac{t_2}{t_1} \right) \right] = 8977,01 \text{ N} \\ 1,05 \frac{f_{h,1,k} t_1 d}{2 + \beta} \cdot \left[ \sqrt{2\beta(1 + \beta) + \frac{4\beta(2 + \beta) M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} d t_1^2}} - \beta \right] = 6377,96 \text{ N} \\ 1,05 \frac{f_{h,1,k} t_2 d}{1 + 2\beta} \cdot \left[ \sqrt{2\beta^2(1 + \beta) + \frac{4\beta(1 + 2\beta) M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} d t_2^2}} - \beta \right] = 9103,09 \text{ N} \\ 1,15 \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1 + \beta}} \cdot \sqrt{2 M_{y,Rk} f_{h,1,k} d} = 4516,69 \text{ N} \end{array} \right.$ $F_{v,Rk,parafuso} = 4516,69 \text{ N}$	<p>[EN 1995-1-1] Cláus.8.2.2</p>

V.C da resistência ao corte da ligação:	$F_{v,Rk} = n \cdot F_{v,Rk,parafuso} = 2 \cdot 4516,99 = 9033,37 \text{ N}$	
---	--	--

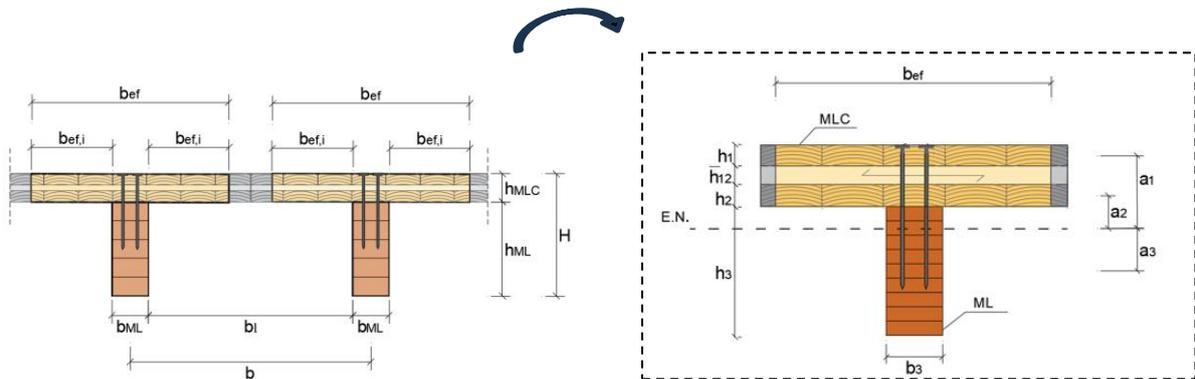
<b>Pressupostos de dimensionamento</b>		
<u>MLC</u>		
Coef. parcial de segurança	$\gamma_M = 1,25$	[PrEN1995-1-1] e [Stora Enso, 2022]
Classe de serviço:	Classe 1	
Duração da carga:	Médio prazo	
Coef. de modificação:	$k_{mod} = 0,8$	
Coef. de deformação:	$k_{def} = 0,8$	
Coef. de sistema:	$k_{sys} = 1,0$	[Gustafsson, 2019]
<u>Viga de ML</u>		
Coef. parcial de segurança	$\gamma_{M,ML} = 1,25$	[EN 1995-1-1] Tab.2.3
Classe de serviço:	Classe 1	
Duração da carga:	Médio prazo	
Coef. de modificação:	$k_{mod,ML} = 0,8$	[EN 1995-1-1] Tab.3.1
Coef. de deformação	$k_{def,ML} = 0,6$	[EN 1995-1-1] Tab.3.2
Parâmetro do efeito de tamanho:	$k_h = \begin{cases} \min \{ (600/h)^{0,1}; 1,1 \} & , se h < 600 \\ 1 & , se h \geq 600 \end{cases}$ $k = 1,10 \rightarrow h = h_{ML}$	[EN1995-1-1] Cláus.3.3(2)
Coef. de fendilhação:	$k_{cr} = 0,67$	[EN1995-1-1] Cláus.6.1.7(2)
<u>Sistema de ligação</u>		
Coef. parcial de segurança	$\gamma_{lig} = 1,30$	[EN1995-1-1] Tab.2.3
Coef. de modificação:	$k_{mod} = \sqrt{k_{mod,1} k_{mod,2}} = 0,8$	[EN1995-1-1] Cláus.2.3.2.1(2)
Coef. de deformação:	$k_{def}' = 2\sqrt{k_{def,1} k_{def,2}} = 1,39$	[EN1995-1-1] Cláus.2.3.2.2(4)

<b>Cargas</b>		
Coef. parcial Ação Permanente (A.P.):	$\gamma_G = 1,35$	[EN1990] Tab.A1.2(B)
Coef. parcial para Ação Variável (A.V.):	$\gamma_Q = 1,5$	
Coef. Para Valor Quase Permanente (V.Q.P). da A.V.	$\psi_2 = 0,3$	[EN1990] Tab.A1.1
Peso próprio (V.C.):	$g_{1,k} = (h_{MLC} \rho_{l,m}) l_{inf} + b_3 h_3 \rho_3 = 0,34 \text{ kN/m}$ $l_{inf} = b = 0,6 \text{ m}$	
R.C.P. (V.C.)	$g_{rcp,k} = \rho_{rcp} b = 1,60 \times 0,6 = 0,96 \text{ kN/m}$	
Carga permanente (V.C.):	$G_k = g_{pp,k} + g_{rcp,k} = 1,30 \text{ kN/m}$	
Sobrecarga (V.C.)	$Q_k = q_k b = 3,0 \times 0,6 = 1,80 \text{ kN/m}$ $q_k = 3,00 \text{ kN/m}^2$	[EN1991-1-1] Tab.6.2

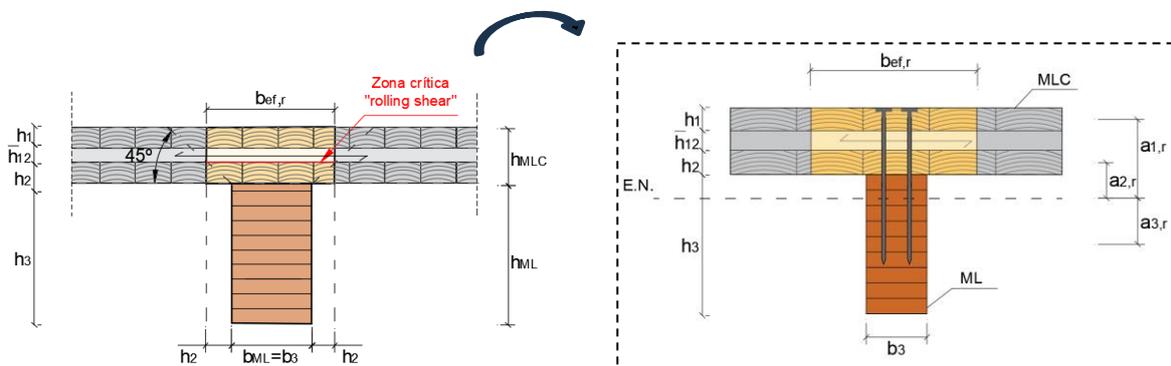
<b>Esquema estático e esforços solicitantes</b>	
<p>Vão: <math>L = 6000 \text{ mm}</math></p> <p>Condições de apoio: Laje de vão único simplesmente apoiada</p> <p>Carga atuante: <math>p_{ed} = G_k \gamma_G + Q_k \gamma_Q = 4,46 \text{ kN/m}</math></p>	
Momento fletor:	$M_{ed} = \frac{p_{ed} L^2}{8} = 20,07 \text{ kN.m}$
Esforço de corte:	$V_{ed} = \frac{p_{ed} L}{2} = 13,37 \text{ kN}$

**Largura efetiva e propriedades geométricas essenciais para o cálculo da rigidez efetiva à flexão**

Zona - Meio vão



Zona – Apoios (“rolling shear”)



Verificação da aplicabilidade das equações

Espaçamento entre o eixo das vigas:	$b = 600 \text{ mm}$	[Stora Enso, 2022] e [prEN1995-1-1] Cláus.G.6(5)
Espaçamento livre entre vigas:	$b_l = 480 \text{ mm}$	
Rácio entre $b_f$ e $L$ :	$0,02 \leq \frac{b_l}{L} \leq 0,25 \Leftrightarrow 0,02 \leq 0,08 \leq 0,25 \rightarrow OK$	
Rácio entre $S^*_{xy}$ e $EA_x$ :	$5 \leq \frac{EA_x}{S^*_{xy}} \leq 22 \Leftrightarrow 5 \leq 9,57 \leq 22 \rightarrow OK$	
Rácio entre $L$ e $h_{tot}$ :	$14 \leq \frac{L}{h_{tot}} \leq 25 \Leftrightarrow 14 \leq 20 \leq 25 \rightarrow OK$	

<i>Propriedades geométricas a meio vão:</i>		
Largura efetiva a meio vão:	$b_{ef} = b_{ML} + \sum b_{ef,i} = b_{ML} + 2b_{ef,i} = 504,41 \text{ mm}$ $b_{ef,i} = b_{f,j} \times \left( 0,5 - 0,35 \times \left( \frac{b_{f,j}}{l} \right)^{0,9} \times \left( \frac{(EA)_x}{S^*_{xy}} \right)^{0,45} \right)$ $= 192,20 \text{ mm}$	[Stora Enso, 2022] e [prEN1995-1-1] Cláus.G.6(5)
Área MLC (secção transversal):	$A_i = h_i b_{ef}$ $A_1 = A_2 = 15132,16 \text{ mm}^2$ $A_{12} = 20176,22 \text{ mm}^2$ $A_{MLC,tot} = A_1 + A_{12} + A_3 = 50440,55 \text{ mm}^2$ $A_{MLC,net} = A_1 + A_3 = 30264,33 \text{ mm}^2$	
Segundo momento de área (inércia):	$I_i = \frac{b_{ef} h_i^3}{12}$ $I_1 = I_2 = 1,13 \times 10^6 \text{ mm}^4$ $I_{12} = 2,69 \times 10^6 \text{ mm}^4$	
<i>Propriedades geométricas na zona do apoio:</i>		
Largura efetiva no apoio ("rolling shear"):	$b_{ef,r} = b_{ML} + 2h_2 = 120 + 2 \times 30 = 180 \text{ mm}$	[Stora Enso, 2022]
Área MLC (secção transversal):	$A_{i,r} = h_i b_{ef,r}$ $A_{1,r} = A_{2,r} = 5400 \text{ mm}^2$ $A_{12,r} = 7200 \text{ mm}^2$ $A_{MLC,r,tot} = 18000 \text{ mm}^2$ $A_{MLC,r,net} = 10800 \text{ mm}^2$	
Segundo momento de área (inércia):	$I_{i,r} = \frac{b_{ef} h_i^3}{12}$ $I_{1,r} = I_{2,r} = 4,05 \times 10^5 \text{ mm}^4$ $I_{12,r} = 9,60 \times 10^6 \text{ mm}^4$	
<b>Estado Limite Último (ELU) a curto prazo</b>		
<i>Zona - Meio vão</i>		
Fatores de flexibilidade $\gamma_i$ :  (continuação)	$\gamma_1 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_{1,0,mean} A_1 \bar{h}_{12}}{L_{ref}^2 G_{R,mean} b_{ef}} \right]^{-1} = 0,933$ $\gamma_2 = 1,000$ $\gamma_3 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_3 A_3 s}{K_u L_{ref}^2} \right]^{-1} = 0,382$ $L_{ref} = L$ $s = a_2$	[EN 1995-1-1] Anexo B
Distância entre o eixo geométrico das camadas resistentes e o E.N.:	$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - \gamma_3 E_3 A_3 \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right)}{\gamma_1 E_1 A_1 + \gamma_2 E_2 A_2 + \gamma_3 E_3 A_3} = -5,54 \text{ mm}$ $a_1 = \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - a_2 = 75,54 \text{ mm}$	[EN 1995-1-1] Anexo B

(continuação)	$a_3 = \left(\frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2}\right) + a_2 = 109,46 \text{ mm}$	
Rigidez efetiva à flexão:	$(EI)_{ef,ELU} = E_1 I_1 + \gamma_1 E_1 A_1 a_1^2 + E_2 I_2 + \gamma_2 E_2 A_2 a_2^2 + E_3 I_3 + \gamma_3 E_3 A_3 a_3^2 = 3,31 \times 10^{12} \text{ N}\cdot\text{mm}^2 = 3307,98 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$	
Tensões normais	<p>MLC:</p> $\sigma_1 = \frac{\gamma_1 E_1 a_1 M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 4,70 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_{m,1} = \frac{0,5 E_1 h_1 M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 1,00 \text{ N/mm}^2$ <p>ML:</p> $\sigma_3 = \frac{\gamma_3 E_3 a_3 M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 3,20 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_{m,3} = \frac{0,5 E_3 h_3 M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 7,64 \text{ N/mm}^2$	
Tensões resistentes	<p>MLC:</p> $f_{m,l,d} = k_{mod} k_{sys} \frac{f_{m,l,k}}{\gamma_M} = 15,36 \text{ N/mm}^2$ <p>ML:</p> $f_{ML,m,d} = k_h k_{mod} \frac{f_{ML,m,k}}{\gamma_{M,ML}} = 19,71 \text{ N/mm}^2$ $f_{ML,t,o,d} = k_h k_{mod} \frac{f_{ML,t,o,k}}{\gamma_{M,ML}} = 11,62 \text{ N/mm}^2$	[EN 1995-1-1] Anexo B
Verificação das tensões:	<p>MLC:</p> $\sigma_{sup} = \sigma_1 + \sigma_{m,1} \leq f_{m,l,d} \Leftrightarrow$ <p>ML:</p> $\Leftrightarrow 5,70 \text{ N/mm}^2 \leq 15,36 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$ $\frac{\sigma_3}{f_{ML,t,o,d}} + \frac{\sigma_{m,3}}{f_{ML,m,d}} \leq 1 \Leftrightarrow 0,66 \leq 1 \rightarrow OK$	
<u>Sistema de ligação</u>		
Força de corte atuante na ligação por plano de corte:	$F_{L,ed} = \frac{\gamma_3 E_3 a_3 M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 4712,52 \text{ N}$	[EN1995-1-1] Anexo B
Capacidade de carga da ligação por plano de corte:	$F_{Rd} = k_{mod} \frac{F_{r,k}}{\gamma_{lig}} = 5559,00 \text{ N}$	
Verificação da capacidade resistente:	$F_{R,d} \geq F_{L,ed} \Leftrightarrow 4712,52 \text{ N} > 5559,00 \text{ N} \rightarrow OK$	

<i>Zona – Apoios (“rolling shear”)</i>	
Fatores de flexibilidade $\gamma_i$ :	$\gamma_1 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_{1,0,mean} A_{1,r} \bar{h}_{12}}{L_{ref}^2 G_{R,mean} b_{ef,r}} \right]^{-1} = 0,933$ $\gamma_2 = 1,000$ $\gamma_3 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_3 A_3 s}{K_u L_{ref}^2} \right]^{-1} = 0,382$ $L_{ref} = L$ $s = a_2$
Distância entre o eixo geométrico das camadas resistentes e o E.N.:	$a_{2,r} = \frac{\gamma_1 E_1 A_{1,r} \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - \gamma_3 E_3 A_3 \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right)}{\gamma_1 E_1 A_{1,r} + \gamma_2 E_2 A_{2,r} + \gamma_3 E_3 A_3}$ $= -40,85 \text{ mm}$ $a_{1,r} = \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - a_{2,r} = 110,85 \text{ mm}$ $a_{3,r} = \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right) + a_{2,r} = 74,15 \text{ mm}$
Momento estático:	$S_{net,ML} = S_3 = b_3 h_{net} \frac{h_{net}}{2} \rightarrow \text{Viga de ML}$ $S_{net} = S_1 + S_2 = b_{ef,r} t_1 a_{1,r} + b_{ef,r} t_2 a_{2,r} \rightarrow \text{MLC}$ $S_{R,net} = S_1 = b_{ef,r} t_1 a_{1,r} \rightarrow \text{MLC}$ $h_{net} = (h_3/2) + a_{3,r} = 174,15 \text{ mm}$ $S_{net,ML} = 1,82 \times 10^6 \text{ mm}^3$ $S_{net} = 8,19 \times 10^5 \text{ mm}^3$ $S_{R,net} = 5,99 \times 10^5 \text{ mm}^3$
Rigidez efetiva à flexão:	$(EI)_{ef,r,ELU} = E_1 I_{1,r} + \gamma_1 E_1 A_{1,r} a_{1,r}^2 + E_2 I_{2,r} + \gamma_2 E_2 A_{2,r} a_{2,r}^2 + E_3 I_3 + \gamma_3 E_3 A_3 a_3^2 = 2,43 \times 10^{12} \text{ N} \cdot \text{mm}^2 = 2431,85 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$
Tensões de corte	<p style="text-align: right;">MLC:</p> $\tau_{v,máx} = \frac{V_{ed} \cdot S_{net}}{(EI)_{ef,r,ELU} \cdot b_{ef,r}} = 0,28 \text{ N/mm}^2$ $\tau_{v,máx,R} = \frac{V_{ed} \cdot S_{R,net}}{(EI)_{ef,r,ELU} \cdot b_{ef,r}} = 0,20 \text{ N/mm}^2$ <p style="text-align: right;">ML:</p> $\tau_{ML,v,máx} = \frac{V_{ed} \cdot S_{net,ML}}{(EI)_{ef,r,ELU} \cdot b_{ML}} = 0,40 \text{ N/mm}^2$
Tensões resistentes	<p style="text-align: right;">MLC:</p> $f_{v,l,d} = k_{mod} \frac{f_{v,l,k}}{\gamma_M} = 1,60 \text{ N/mm}^2$ $f_{v,R,d} = k_{mod} \frac{f_{v,R,k}}{\gamma_M} = 0,67 \text{ N/mm}^2$

[EN 1995-1-1]  
Anexo B e  
[Kleinhenz, 2022]

(continuação)	ML: $f_{ML,v,d} = k_{mod} k_{cr} \frac{f_{ML,v,k}}{\gamma_{M,ML}} = 1,12 \text{ N/mm}^2$	[EN 1995-1-1] Anexo B e [Kleinhenz, 2022]
Verificação das tensões:	MLC: $\tau_{v,m\acute{a}x} \leq f_{v,l,d} \Leftrightarrow 0,28 \text{ N/mm}^2 \leq 1,60 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$ $\tau_{v,m\acute{a}x,R} \leq f_{v,r,d} \Leftrightarrow 0,20 \text{ N/mm}^2 \leq 0,67 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$	
	ML: $\tau_{ML,v,m\acute{a}x} \leq f_{ML,v,d} \Leftrightarrow 0,40 \text{ N/mm}^2 \leq 1,12 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$	
Distribuição de tensões:		

<b>Estado Limite Último (ELU) a longo prazo</b>		
Propriedades do material:		
MLC:	$E_{l,fin,ELU} = \frac{E_{l,0,mean,g} g k \gamma_G + E_{l,0,mean,q} q q \gamma_Q}{g k \gamma_G + q q \gamma_Q} = 7782,13 \text{ N/mm}^2$ $E_{l,0,mean,g} = E_{l,0,mean} / (1 + k_{def}) = 6111,11 \text{ N/mm}^2$ $E_{l,0,mean,q} = E_{l,0,mean} / (1 + \psi_2 k_{def}) = 8870,97 \text{ N/mm}^2$ $G_{R,fin,ELU} = \frac{G_{R,mean,g} g k \gamma_G + G_{R,mean,q} q q \gamma_Q}{g k \gamma_G + q q \gamma_Q} = 35,37 \text{ N/mm}^2$ $G_{R,mean,g} = G_{R,mean} / (1 + k_{def}) = 27,78 \text{ N/mm}^2$ $G_{R,mean,q} = G_{R,mean} / (1 + \psi_2 k_{def}) = 40,32 \text{ N/mm}^2$	[EN1995-1-1] Cláus.2.3.2.2
ML:	$E_{ML,fin,ELU} = \frac{E_{ML,0,mean,g} g k \gamma_G + E_{ML,0,mean,q} q q \gamma_Q}{g k \gamma_G + q q \gamma_Q} =$ $= 9572,12 \text{ N/mm}^2$ $E_{ML,0,mean,g} = E_{ML,0,mean} / (1 + k_{def}) = 7875,00 \text{ N/mm}^2$ $E_{ML,0,mean,q} = E_{ML,0,mean} / (1 + \psi_2 k_{def}) = 10677,97 \text{ N/mm}^2$	

Sistema de ligação:	$K_{fin,ELU} = \left( \frac{K_{ser,g} g_k \gamma_G + K_{ser,q} q_k \gamma_Q}{g_k \gamma_G + q_k \gamma_Q} \right) \frac{2}{3} = 3039,573 \text{ N/mm}$ $K_{ser,g} = K_{ser} / (1 + k_{def}) = 3222,54 \text{ N/mm}$ $K_{ser,q} = K_{ser} / (1 + \psi_2 k_{def}) = 5430,43 \text{ N/mm}$	
<u>Zona - Meio vão</u>		
Fatores de flexibilidade $\gamma_i$ :	$\gamma_1 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_{1,fin,ELU} A_1 \bar{h}_{23}}{L_{ref}^2 G_{R,fin,ELU} b_{ef}} \right]^{-1} = 0,933$ $\gamma_2 = 1,000$ $\gamma_3 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_{ML,fin,ELU} A_1 s}{K_{fin,ELU} L_{ref}^2} \right]^{-1} = 0,326$ $L_{ref} = L$ $s = a_2$	[EN 1995-1-1] Anexo B
Distância entre o eixo geométrico das camadas resistentes e o E.N.:	$a_2 = \frac{\gamma_1 E_{1,fin,ELU} A_1 \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - \gamma_3 E_{3,fin,ELU} A_3 \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right)}{\gamma_1 E_{1,fin,ELU} A_1 + \gamma_2 E_{2,fin,ELU} A_2 + \gamma_3 E_{3,fin,ELU} A_3}$ $= -3,02 \text{ mm}$ $a_1 = \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - a_2 = 73,02 \text{ mm}$ $a_3 = \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right) + a_2 = 111,98 \text{ mm}$	[EN 1995-1-1] Anexo B
Rigidez efetiva à flexão:	$(EI)_{ef,fin,ELU} = 2,30 \times 10^{12} \text{ N/mm}^2$	
Tensões normais	<p>MLC:</p> $\sigma_1 = \frac{\gamma_1 E_1 a_1 M_{ed}}{(EI)_{ef,fin,ELU}} = 4,61 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_{m,1} = \frac{0,5 E_1 h_1 M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 1,02 \text{ N/mm}^2$ <p>ML:</p> $\sigma_3 = \frac{\gamma_3 E_3 a_3 M_{ed}}{(EI)_{ef,fin,ELU}} = 3,03 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_{m,3} = \frac{0,5 E_3 h_3 M_{ed}}{(EI)_{ef,fin,ELU}} = 8,32 \text{ N/mm}^2$	[EN 1995-1-1] Anexo B
Verificação das tensões:	<p>MLC:</p> $\sigma_{sup} = \sigma_1 + \sigma_{m,1} \leq f_{m,l,d} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 5,62 \text{ N/mm}^2 \leq 15,36 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$ <p>ML:</p> $\frac{\sigma_3}{f_{ML,t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,3}}{f_{ML,m,d}} \leq 1 \Leftrightarrow 0,68 \leq 1 \rightarrow OK$	

<i>Sistema de ligação</i>		
Força de corte atuante na ligação por plano de corte:	$F_{L,ed} = \frac{\gamma_3 E_3 a_3 M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 4470,81 \text{ N}$	[EN1995-1-1] Anexo B
Verificação da capacidade resistente:	$F_{R,d} \geq F_{L,ed} \Leftrightarrow 4470,81 \text{ N} > 5559,00 \text{ N} \rightarrow OK$	
<i>Zona – Apoios (“rolling shear”)</i>		
Fatores de flexibilidade $\gamma_i$ : (continuação)	$\gamma_1 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_{1,fin,ELU} A_{1,r} \bar{h}_{12}}{L_{ref}^2 G_{R,fin,ELU} b_{ef,r}} \right]^{-1} = 0,933$ $\gamma_2 = 1,000$ $\gamma_3 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_{ML,fin,ELU} A_3 S}{K_{fin,ELU} L_{ref}^2} \right]^{-1} = 0,326$ $L_{ref} = L$ $s = a_2$	[Stora Enso, 2022]
Distância entre o eixo geométrico das camadas resistentes e o E.N.:  (continuação)	$a_{2,r} = \frac{\gamma_1 E_{1,fin,ELU} A_{1,r} \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - \gamma_3 E_{3,fin,ELU} A_3 \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right)}{\gamma_1 E_{1,fin,ELU} A_{1,r} + \gamma_2 E_{2,fin,ELU} A_{2,r} + \gamma_3 E_{3,fin,ELU} A_3} =$ $= -37,54 \text{ mm}$ $a_{1,r} = \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - a_{2,r} = 107,54 \text{ mm}$ $a_{3,r} = \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right) + a_{2,r} = 77,46 \text{ mm}$	
Momento estático:	$S_{net,ML} = S_3 = b_3 h_{net} \frac{h_{net}}{2} \rightarrow \text{Viga de ML}$ $S_{net} = S_1 + S_2 = b_{ef,r} t_1 a_{1,r} + b_{ef,r} t_2 a_{2,r} \rightarrow \text{MLC}$ $S_{R,net} = S_1 = b_{ef,r} t_1 a_{1,r} \rightarrow \text{MLC}$ $h_{net} = (h_3/2) + a_{3,r} = 174,15 \text{ mm}$ $S_{net,ML} = 1,89 \times 10^6 \text{ mm}^3$ $S_{net} = 7,83 \times 10^5 \text{ mm}^3$ $S_{R,net} = 5,81 \times 10^5 \text{ mm}^3$	
Rigidez efetiva à flexão:	$(EI)_{ef,r,fin,ELU} = 1,73 \times 10^{12} \text{ N} \cdot \text{mm}^2 = 1733,18 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$	
Tensões de corte	<p>MLC:</p> $\tau_{v,máx} = \frac{V_{ed} \cdot S_{net}}{(EI)_{ef,r,ELU} \cdot b_{ef,r}} = 0,26 \text{ N/mm}^2$ $\tau_{v,máx,R} = \frac{V_{ed} \cdot S_{R,net}}{(EI)_{ef,r,fin,ELU} \cdot b_{ef}} = 0,19 \text{ N/mm}^2$ <p>ML:</p> $\tau_{ML,v,máx} = \frac{V_{ed} \cdot S_{net,ML}}{(EI)_{ef,r,fin,ELU} \cdot b_{ML}} = 0,38 \text{ N/mm}^2$	[Stora Enso, 2022]

Verificação das tensões:		
MLC:	$\tau_{v,máx} \leq f_{v,ld} \Leftrightarrow 0,26 \text{ N/mm}^2 \leq 1,60 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$ $\tau_{v,máx,R} \leq f_{r,v,d} \Leftrightarrow 0,19 \text{ N/mm}^2 \leq 0,67 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$	
ML:	$\tau_{M,v,máx} \leq f_{ML,v,d} \Leftrightarrow 0,38 \text{ N/mm}^2 \leq 1,12 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$	

<b>Estado Limite Serviço (ELS) a curto prazo</b>		
<u>Zona - Meio vão</u>		
Fatores de flexibilidade $\gamma_i$ :	$\gamma_1 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_{1,0,mean} A_1 \bar{h}_{12}}{L_{ref}^2 G_{R,mean} b_{ef}} \right]^{-1} = 0,933$ $\gamma_2 = 1,000$ $\gamma_3 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_3 A_3 s}{K_{ser} L_{ref}^2} \right]^{-1} = 0,481$ $L_{ref} = L$ $s = a_2$	[EN 1995-1-1] Anexo B
Distância entre o eixo geométrico das camadas resistentes e o E.N.:	$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - \gamma_3 E_3 A_3 \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right)}{\gamma_1 E_1 A_1 + \gamma_2 E_2 A_2 + \gamma_3 E_3 A_3}$ $= -11,23 \text{ mm}$ $a_1 = \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - a_2 = 81,23 \text{ mm}$ $a_3 = \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right) + a_2 = 103,77 \text{ mm}$	[EN 1995-1-1] Anexo B
Rigidez efetiva à flexão:	$(EI)_{ef,ELS} = E_1 I_1 + \gamma_1 E_1 A_1 a_1^2 + E_2 I_2 + \gamma_2 E_2 A_2 a_2^2 + E_3 I_3 + \gamma_3 E_3 A_3 a_3^2 = 3,64 \times 10^{12} \text{ N} \cdot \text{mm}^2 = 3644,90 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$	[EN 1995-1-1] Anexo B
<u>Verificação da Flecha Instantânea</u>		
Flecha:		
Combinação:	Característica	[EN 1995-1-1] Cláus. 2.2.3
Cargas permanentes:	$w_{inst,G} = \frac{5Q_k L^4}{384(EI)_{ef,ELS}} = 6,03 \text{ mm}$	
Cargas variáveis:	$w_{inst,Q} = \frac{5Q_k L^4}{384(EI)_{ef,ELS}} = 8,33 \text{ mm}$	[EN 1995-1-1] Cláus. 2.2.3
Fecha total:	$w_{inst,G} + w_{inst,Q} = 14,37 \text{ mm}$	

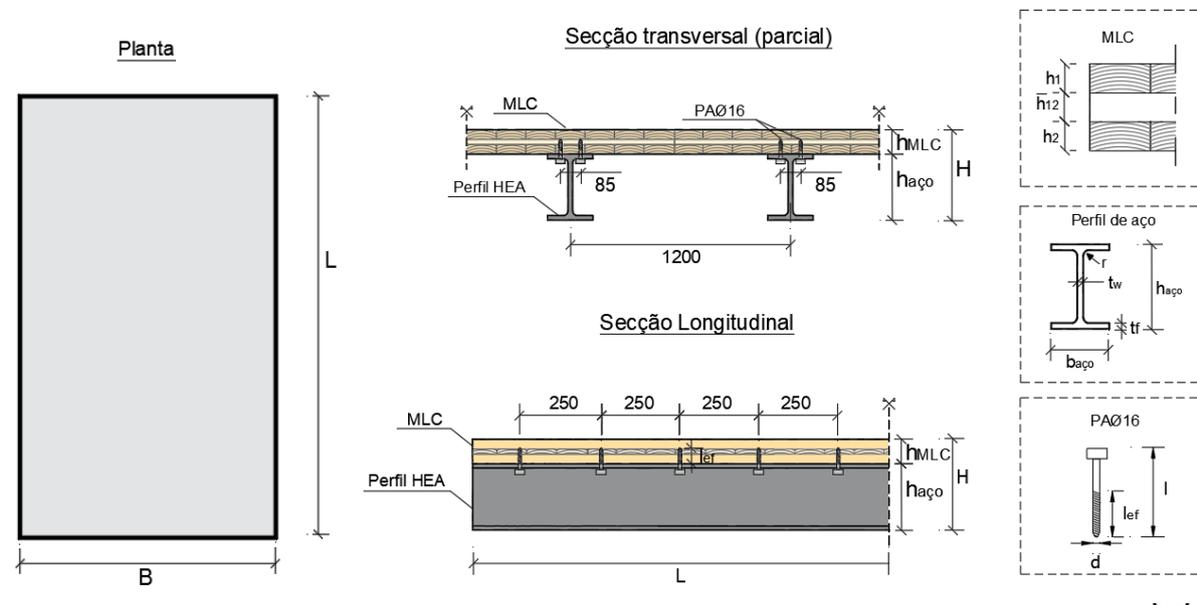
Flecha limite:	$w_{inst,lim} = \frac{L}{300} = 20,00 \text{ mm}$	[EN1995-1-1] Tab.7.2
Verificação:	$w_{inst} \leq \frac{L}{300} \Leftrightarrow 14,37 \text{ mm} \leq 20,00 \text{ mm} \rightarrow OK$	
<u>Comportamento dinâmico</u>		
Rigidez à flexão das camadas long.(1m):	$(EI)_l = (EI)_{ef,ELS}/l_{inf} = 6,07 \times 10^6 \text{ N.m}^2/\text{m}$ $l_{inf} = b = 0,6 \text{ m}$	[ÖNORM EN 1995-1-1/NA]
Rigidez à flexão das camadas transv.(1m): (continuação)	$(EI)_b = (E_{12}I_{12} + E_{12}A_{12}a_{12}^2)/l_{inf} = 9,99 \text{ N.m}^2/\text{m}$ $a_{12} = \left(\frac{h_2}{2} + \frac{h_{12}}{2}\right) - a_2 = 46,23 \text{ mm}$	
Rácio $(EI)_b/(EI)_l$	$(EI)_b/(EI)_l = 0,16 \geq 0,05$	
Massa:	$m = 217,20 \text{ kg/m}^2$	
Frequência fundamental:	$(EI)_b/(EI)_l \geq 0,05 \Rightarrow f_1 = \frac{2\pi}{L^2} \sqrt{\frac{(EI)_L}{m}} \sqrt{\left(\frac{L}{b_{laje}}\right)^4 \frac{(EI)_b}{(EI)_l}} = 8,85 \text{ Hz}$ $f_1 > f_{lim} \Leftrightarrow 8,85 \text{ Hz} > 8 \text{ Hz} \rightarrow OK$ Não é necessário verificar o critério de aceleração de vibração	
Critério de rigidez	Largura efetiva: $b_f = \min \left\{ \frac{L}{1,1} \sqrt{\frac{(EI)_b}{(EI)_l}}; b_{laje} \right\} = 3473,35 \text{ mm}$ $b_{laje} \rightarrow \text{Largura da laje}$  Deflexão: $w_{1kN} = \frac{1L^3}{48(EI)_{L,1m}b_f} = 0,21 \text{ mm}$  Valor limite da deflexão: $w_{limit} = 0,25 \text{ mm} \rightarrow \text{Laje classe 1 (classe de desempenho)}$  Verificação: $w_{1kN} = 0,21 \text{ mm} < w_{limit} = 0,25 \rightarrow OK$	

<b>Estado Limite Serviço (ELS) a Longo prazo</b>		
Propriedades do material:		[EN1995-1-1] Cláus.2.3.2.2
MLC:	$E_{fin,ELS} = E_{l,0,mean}/(1 + k_{def}) = 6111,11 \text{ N/mm}^2$ $G_{R,fin,ELS} = G_{R,mean}/(1 + k_{def}) = 27,78 \text{ N/mm}^2$	
ML:	$E_{ML,fin,ELS} = E_{ML,0,mean}/(1 + k_{def}) = 7875,00 \text{ N/mm}^2$	[EN1995-1-1] Cláus.2.3.2.2
Sistema de ligação:	$K_{ser,fin,ELS} = K_{ser}/(1 + k_{def}) = 3222,54 \text{ N/mm}$	

<u>Zona - Meio vão</u>		
<p>Fatores de flexibilidade <math>\gamma_i</math>:</p> <p>(continuação)</p>	$\gamma_1 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_{1,fin,ELS} A_1 \bar{h}_{12}}{L_{ref}^2 G_{R,fin,ELS} b_{ef}} \right]^{-1} = 0,949$ $\gamma_2 = 1,000$ $\gamma_3 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_{ML,fin,ELS} A_3 S}{K_{ser,fin,ELS} L_{ref}^2} \right]^{-1} = 0,383$ $L_{ref} = L$ $s = a_2$	<p>[EN 1995-1-1] Anexo B</p>
<p>Distância entre o eixo geométrico das camadas resistentes e o E.N.:</p>	$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - \gamma_3 E_3 A_3 \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right)}{\gamma_1 E_1 A_1 + \gamma_2 E_2 A_2 + \gamma_3 E_3 A_3}$ $= -7,74 \text{ mm}$ $a_1 = \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - a_2 = 77,74 \text{ mm}$ $a_3 = \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right) + a_2 = 107,26 \text{ mm}$	
<p>Rigidez efetiva à flexão:</p>	$(EI)_{ef,fin,ELS} = 2,01 \times 10^{12} \text{ N} \cdot \text{mm}^2 = 2013,27 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$	
<u>Verificação da Flecha a longo prazo</u>		
<p>Flecha:</p> <p>Combinação:</p> <p>Cargas permanentes:</p> <p>Cargas variáveis:</p> <p>Carga variável restante sem consideração da fluência (instante inicial):</p> <p>Flecha total:</p>	<p>Quase permanente</p> $w_{net,fin,G} = \frac{5G_k L^4}{384(EI)_{ef,fin,ELS}} = 10,92 \text{ mm}$ $w_{net,fin,Q} = \frac{\psi_2 5Q_k L^4}{384(EI)_{ef,fin,ELS}} = 2,41 \text{ mm}$ $w_{inst,q} = \frac{5(1 - \psi_2)q_k L^4}{384(EI)_{ef,ints,ELS}} = 3,11 \text{ mm}$ $w_{net,fin,G} + w_{net,fin,Q} + w_{inst,q} = 16,45 \text{ mm}$	<p>[EN1995-1-1] Cláus. 2.2.3</p>
<p>Flecha limite:</p>	$w_{net,fin,lim} = \frac{L}{250} = 24,00 \text{ mm}$	<p>[EN1995-1-1] Tab.7.2</p>
<p>Verificação:</p>	$w_{fin} \leq \frac{L}{250} \Leftrightarrow 16,45 \text{ mm} \leq 24,00 \text{ mm} \rightarrow OK$	

<u>Comportamento dinâmico</u>		
<p>Para a análise do comportamento das lajes em madeira face a vibrações, é recomendado pela cláusula 2.2.3(6) da EN1995-1-1:2004 que sejam adotados os valores médios dos módulos de elasticidade e de corte. Deste modo, os critérios de vibração apenas são analisados a curto prazo.</p>		
<b>Disposições construtivas</b>		
Verificação do espaçamento mínimo entre parafusos da mesma fiada:	$a_1 = 50 \text{ mm} \geq (4 +  \cos \alpha ) \cdot d \cdot 0,85 = 26,45 \text{ mm} \rightarrow \text{OK}$	ETA-11/0033
Verificação do espaçamento mínimo entre fiadas de parafusos:	$a_2 = 100 \text{ mm} \geq 4 \cdot d \cdot 0,85 = 37,4 \text{ mm} \rightarrow \text{OK}$	
Verificação da distância mínima entre o parafuso e o bordo não solicitado.	$A_{4,c} = 35,0 \text{ mm} > 3 \cdot d \cdot 0,85 = 28,05 \text{ mm} \rightarrow \text{OK}$	

### D.4 Laje Composta MLC-Vigas de Aço (100L3s/HEA180)

<b>Propriedades gerais</b>	
	
Designação da laje:	100L3s/HEA180
Espessura da laje:	$H = h_{aço} + h_{MLC} = 171 + 100 = 271 \text{ mm}$
Largura da laje:	$b_{laje} = 4900 \text{ mm}$
Comprimento da laje:	$L = 6000 \text{ mm}$
<u>MLC</u>	
Espessura da MLC:	$h_{MLC} = 100 \text{ mm}$
Espessura das lamelas:	$h_1 = 30 \text{ mm}$ $\bar{h}_{12} = 40 \text{ mm}$ $h_2 = 30 \text{ mm}$
Largura da MLC:	$b_{MLC} = 4900 \text{ mm}$
<u>Viga de aço</u>	
Altura da viga de Aço:	$h_{aço} = 171 \text{ mm}$
Largura da alma da viga de Aço:	$b_{aço} = 180 \text{ mm}$
Espessura do banzo:	$t_f = 9,5 \text{ mm}$

Espessura da alma:	$t_w = 6,0 \text{ mm}$	
Raio de concordância:	$r = 15 \text{ mm}$ <i>O raio de concordância não foi considerado para o cálculo da tensão de corte da viga.</i>	
Espaçamento entre eixo de vigas:	$b = 1200 \text{ mm}$	
<u>Sistema de ligação</u>		
Tipo de ligador:	$PA\emptyset 16$ <i>PA - Parafusos autoperfurantes</i>	[Hassanieh et al., 2017]
Nº de parafusos	$n = 2 \rightarrow$ por plano de corte	
Orientação:	$\alpha = 90^\circ$	
Diâmetro:	$d = 16 \text{ mm}$	
Comprimento:	$l = 100 \text{ mm}$	
Comprimento de penetração na viga de ML:	$l_{ef} = 70 \text{ mm}$	
Espaçamento entre parafusos da mesma fiada:	$a_1 = 75 \text{ mm}$	
Espaçamento entre fiadas:	$a_2 = 250 \text{ mm}$	
Distância entre o parafuso e o bordo não solicitado.	$A_{4,c} = 48 \text{ mm}$	

<b>Propriedades mecânicas</b>		
<u>MLC</u>		
Classe de resistência:	C24 - Abeto	[EN338] Tab.1
Valor médio (V.M.) do módulo de elasticidade das lamelas:	$E_{l,0,mean} = 11\,000 \text{ N/mm}^2$	
V.M. do módulo de corte das lamelas:	$G_{l,0,mean} = 690 \text{ N/mm}^2$	
Resistência característica (R.C.) à flexão das lamelas:	$f_{m,l,k} = 24 \text{ N/mm}^2$	

R.C. à tração das lamelas na direção das fibras:	$f_{t,l,0,k} = 14 \text{ N/mm}^2$	[EN338] Tab.1
R.C. ao corte das lamelas:	$f_{v,l,k} = 2,5 \text{ N/mm}^2$	
V.M. do módulo de corte perpendicular às fibras:	$G_{R,mean} = 50 \text{ N/mm}^2$	ETA-14/0349
R.C ao "rolling shear":	$f_{v,R,k} = \min \left\{ 1,25; 1,45 - \frac{h_{cr}}{100} \right\} = 1,05 \text{ N/mm}^2$ $h_{cr} = 40\text{mm} \rightarrow \text{Maior espessura das camadas transversais}$	
Rigidez efetiva ao corte no plano:	$S^*_{xy} = \frac{G_{0,mean} t}{1 + 6p_s \left( \frac{t_{m\acute{a}x}}{a} \right)^{q_s}} = 69000,00 \text{ kN/m}$ $t = h_{MLC} = 100 \text{ mm}$ $t_{m\acute{a}x} = h_{m\acute{a}x} = 40 \text{ mm} \rightarrow \text{Maior espessura das lamelas}$ $a = 80\text{mm} \rightarrow \text{Largura média de lamela}$ $q_s = 0,43 \rightarrow \text{Tab. NA.K. 3}$ $q_s = 1,21 \rightarrow \text{Tab. NA.K. 3}$	[ONÖRM EN 1995-1-1/NA] Eq.NA.K.1
Rigidez no plano:	$EA_x = 660000 \text{ kN/m}$ $E = E_{0,mean}$ $A_x = (h_1 + h_2) \cdot b_{unit} = 0,06 \text{ m}^2$ $b_{unit} = 1,0 \text{ m}$	
Valor Característico (V.C.) da massa volúmica:	$\rho_k = 3,5 \text{ kN/m}^3 = 350 \text{ kg/m}^3$	[EN338] Tab.1
V.M da massa volúmica:	$\rho_{l,mean} = 4,2 \text{ kN/m}^3 = 420 \text{ kg/m}^3$	
<u>Viga de Aço</u>		
Classe de resistência:	S275	[EN 1993-1-1:2005] e [ArcelorMittal,2023]
V.M. do módulo de elasticidade:	$E_{aço} = E_3 = 210000 \text{ N/mm}^2$	
Valor Nominal (V.N.) da tensão de rotura à tração do aço:	$f_y = f_{y,d} = 275 \text{ N/mm}^2$	
V.N. da tensão de rotura ao corte do aço:	$\tau_{r,d} = f_y / \sqrt{3} = 158,77 \text{ N/mm}^2$	
Massa volúmica:	$\rho_{aço} = 78,50 \text{ kN/m}^3 = 7850 \text{ kg/m}^3$	
Massa do perfil (linear):	$g_{perfil} = 0,355 \text{ kN/m}$	

<u>Sistema de ligação</u>		
Classe de resistência:	5.8	[EN 1993-1-8:2005]
V.N. da tensão de rotura à tração do aço:	$f_{u,b} = 500 \text{ N/mm}^2$	
Módulo de deslizamento		[EN1995-1-1] Cláus.7.1 e Cláus.2.2.2
V.M. da massa volúmica:	$\rho_m = 420 \text{ kg/m}^3 \rightarrow \text{MLC}$	
Um parafuso:	$K_{ser,parafuso} = \rho_m^{1,5} \cdot d/23 = 399,5^{1,5} \cdot 11/23 = 5987,78 \text{ N/mm}$	
Sistema de ligação:	$K_{ser,ligação} = n \times K_{ser,parafuso} = 2 \times 5987,78 = 11975,57 \text{ N/mm}$	
Estado limite de serviço:	$K_{ser} = 2 \times K_{ser,ligação} = 23951,13 \text{ N/mm}$	
Estado limite último:	$K_u = \frac{2K_{ser}}{3} = 15967,42 \text{ N/mm}$	
Resistência ao corte da ligação		[EN 1995-1-1] Cláus.8.7.1(4)
V.C. da resistência ao esmagamento localizado da MLC na direção longitudinal:	$f_{h,0,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01d) \cdot \rho_{l,k} = 24,11 \text{ N/mm}^2$ $\rho_{MLC,k} = \rho_{l,k}$	
V.C. da resistência ao esmagamento localizado da MLC:	$f_{h,\alpha,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \cdot \text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha} = 15,16 \text{ N/mm}^2$ $k_{90} = 1,35 + 0,015d \rightarrow \text{Folhosas}$	

<p>(continuação)</p> <p>Valor característico do momento de cedência plástica:</p>	$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot d^{2,6} = 202676,42 \text{ N} \cdot \text{mm}$	<p>[EN 1995-1-1] Cláus.8.5.5.1</p>
<p>Profundidade de penetração na MLC:</p> <p>V.C da resistência ao arranque axial do liador:</p>	$t_1 = l_{ef} = 70 \text{ mm}$ $F_{ax,Rk} = 0 \rightarrow \text{Não é considerado o efeito de cabo}$	
<p>Tipo de chapa:</p> <p>V.C da resistência ao corte de um parafuso (chapa fina):</p>	$t_f \leq 0,5d \rightarrow \text{Chapa fina}$ $t_f \geq d \rightarrow \text{Chapa espessa}$ $0,5d = 8\text{mm} < t_f = 9,5\text{mm} < d = 16\text{mm} \rightarrow \text{Chapa intermédia}$ <p>É necessário calcular a resistência ao corte do ligador considerando uma chapa fina e uma chapa espessa e interpolar o valor obtido para ambos os casos extremos.</p> $F_{v,Rk} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,4 f_{h,k} t_1 d = 6792,69 \text{ N} \\ 1,15 \sqrt{2 M_{y,Rk} f_{h,k} d} + \frac{F_{ax,Rk}}{4} = 11404 \text{ N} \end{array} \right.$ $F_{v,Rk, \text{chapa fina}} = 6792,69 \text{ N}$	<p>[EN 1995-1-1] Cláus.8.2.3(3)</p>
<p>V.C da resistência ao corte de um parafuso (chapa espessa):</p>	$F_{v,Rk} = \left\{ \begin{array}{l} f_{h,k} \cdot t_1 \cdot d = 16981,74 \text{ N} \\ f_{h,k} t_1 d \left[ \sqrt{2 + \frac{4 M_{y,Rk}}{f_{h,k} d t_1^2}} - 1 \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4} = 44792,40 \\ 2,3 \sqrt{M_{y,Rk} f_{h,k} d} + \frac{F_{ax,Rk}}{4} = 16127,66 \text{ N} \end{array} \right.$ $F_{v,Rk, \text{chapa espessa}} = 16127,66 \text{ N}$	

V.C da resistência ao corte de um parafuso:	$0,5d = 8 \text{ mm}$ ----- $6792,69 \text{ N}$ $t_f = 9,5 \text{ mm}$ ----- $F_{v,Rk,parafuso}$ $d = 16 \text{ mm}$ ----- $16127,66 \text{ N}$ <i>Interpolação</i> $\rightarrow F_{v,Rk,parafuso} = 8543,00 \text{ N}$	[EN 1995-1-1] Cláus.8.2.3(3)
V.C da resistência ao corte da ligação:	$F_{v,Rk} = n \cdot F_{v,Rk,parafuso} = 2 \cdot 8543,00 = 17086,00 \text{ N}$	

<b>Pressupostos de dimensionamento</b>		
<u>MLC</u>		
Coef. parcial de segurança	$\gamma_M = 1,25$	[Wallner-Novak <i>et al.</i> , 2014]; [Gustafsson, 2019] e [PrEN1995-1-1]
Classe de serviço:	Classe 1	
Duração da carga:	Médio prazo	
Coef. de modificação:	$k_{mod} = 0,8$	
Coef. de deformação:	$k_{def} = 0,8$	
Coef. de sistema:	$k_{sys} = 1,0$	
<u>Viga de aço</u>		
Coef. de deformação	$k_{def} = 0 \rightarrow 0 \text{ aço não sofre fluência}$	
<u>Sistema de ligação</u>		
Coef. parcial de segurança	$\gamma_{lig} = 1,30$	[EN1995-1-1] Tab.2.3
Coef. de modificação:	$k_{mod} = 0,8 \rightarrow \text{Igual ao do elemento em madeira: MLC}$	
Coef. de deformação:	$k_{mod} = 0,8 \rightarrow \text{Igual ao do elemento em madeira: MLC}$	

<b>Cargas</b>		
Coef. Parcial Ação Permanente (A.P.):	$\gamma_G = 1,35$	[EN1990] Tab.A1.2(B)
Coef. parcial para Ação Variável (A.V.):	$\gamma_Q = 1,5$	
Coef. para Valor Quase Permanente (V.Q.P.) da A.V.	$\psi_2 = 0,3$	[EN1990] Tab.A1.1
Peso próprio (V.C.):	$g_{1,k} = (h_{MLC} \rho_{l,mean}) l_{inf} + g_{perfil} = 0,86 \text{ kN/m}$ $l_{inf} = b = 1,2 \text{ m}$	

R.C.P. (V.C.)	$g_{rcp,k} = \rho_{rcp} b = 1,60 \times 1,2 = 1,92 \text{ kN/m}$	
Carga permanente (V.C.):	$G_k = g_{pp,k} + g_{rcp,k} = 2,78 \text{ kN/m}$	
Sobrecarga (V.C.)	$Q_k = q_k b = 3,0 \times 1,2 = 2,60 \text{ kN/m}$ $q_k = 3,00 \text{ kN/m}^2$	[EN1991-1-1] Tab.6.2

### Esquema estático e esforços solicitantes

Vão:

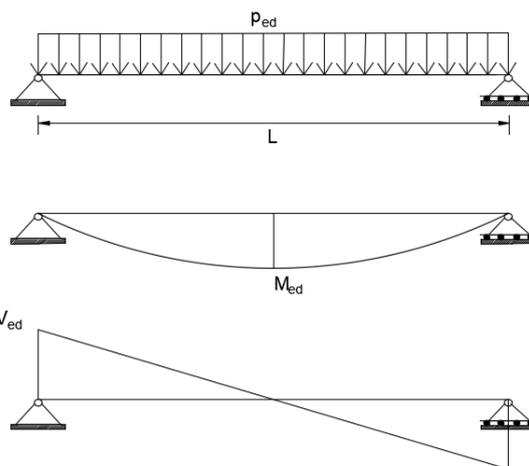
$$L = 6000 \text{ mm}$$

Condições de apoio:

Laje de vão único simplesmente apoiada

Carga atuante:

$$p_{ed} = G_k \gamma_G + Q_k \gamma_Q = 9,15 \text{ kN/m}$$



Momento fletor:

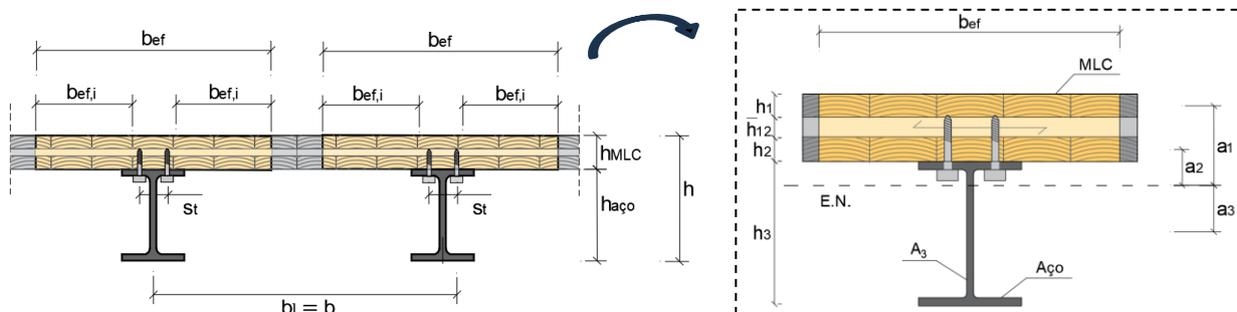
$$M_{ed} = \frac{p_{ed} L^2}{8} = 41,18 \text{ kN.m}$$

Esforço de corte:

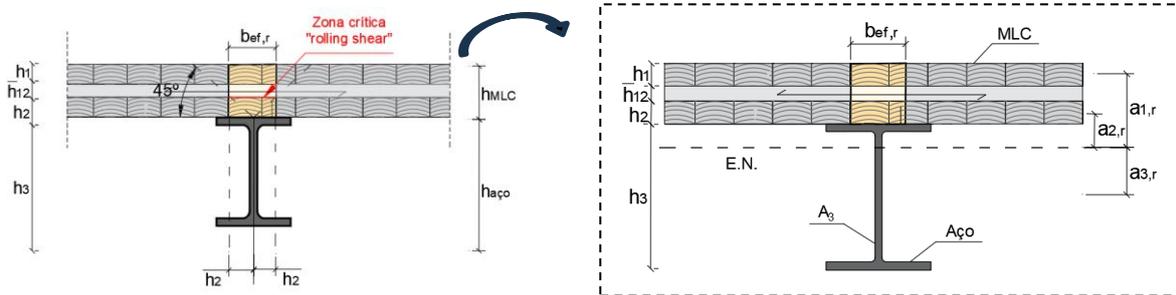
$$V_{ed} = \frac{p_{ed} L}{2} = 27,45 \text{ kN}$$

### Largura efetiva e propriedades geométricas essenciais para o cálculo da rigidez efetiva à flexão

Zona - Meio vão



Zona – Apoios (“rolling shear”)



*Verificação da aplicabilidade das equações*

Espaçamento entre o eixo das vigas:	$b = 1200 \text{ mm}$	[Pimentel <i>et al.</i> , 2022] e [prEN1995-1-1] Cláus.G.6(5)
Espaçamento livre entre vigas:	$b_l = 1200 \text{ mm}$	
Rácio entre $b_f$ e $L$ :	$0,02 \leq \frac{b_l}{L} \leq 0,25 \Leftrightarrow 0,02 \leq 0,2 \leq 0,25 \rightarrow OK$	
Rácio entre $S^*_{xy}$ e $EA_x$ :	$5 \leq \frac{EA_x}{S^*_{xy}} \leq 22 \Leftrightarrow 5 \leq 9,57 \leq 22 \rightarrow OK$	
Rácio entre $L$ e $h_{tot}$ :	$14 \leq \frac{L}{h_{tot}} \leq 25 \Leftrightarrow 14 \leq 22,14 \leq 25 \rightarrow OK$	

*Propriedades geométricas a meio vão:*

Largura efetiva a meio vão:	$b_{ef} = b_{aço} + \sum b_{ef,i} = 2b_{ef,i} = 654,85 \text{ mm}$ $b_{ef,i} = b_{f,j} \times \left( 0,5 - 0,35 \times \left( \frac{b_{f,j}}{l} \right)^{0,9} \times \left( \frac{(EA)_x}{S^*_{xy}} \right)^{0,45} \right)$ $= 327,42 \text{ mm}$ <p><i>Nota: A largura da viga foi considerada nula</i></p>	[Pimentel <i>et al.</i> , 2022] e [prEN1995-1-1] Cláus.G.6(5)
Área MLC (secção transversal):	$A_i = h_i b_{ef}$ $A_1 = A_2 = 19645,39 \text{ mm}^2$ $A_{12} = 26193,85 \text{ mm}^2$ $A_{MLC,tot} = A_1 + A_{12} + A_3 = 65484,63 \text{ mm}^2$ $A_{MLC,net} = A_1 + A_3 = 39290,78 \text{ mm}^2$	
Segundo momento de área (inércia):	$I_i = \frac{b_{ef} h_i^3}{12}$ $I_1 = I_2 = 1,47 \times 10^6 \text{ mm}^4$ $I_{12} = 3,49 \times 10^6 \text{ mm}^4$	

<i>Propriedades geométricas na zona do apoio:</i>		
Largura efetiva no apoio ("rolling shear"):	$b_{ef,r} = b_{aço} + 2h_2 = 120 + 2 \times 30 = 60 \text{ mm}$ <i>Nota: A largura da viga foi considerada nula</i>	[Stora Enso, 2022]  (Adaptação)
Área MLC (secção transversal):	$A_{i,r} = h_i b_{ef,r}$ $A_{1,r} = A_{2,r} = 1800 \text{ mm}^2$ $A_{12,r} = 2400 \text{ mm}^2$ $A_{MLC,r,tot} = 6000 \text{ mm}^2$ $A_{MLC,r,net} = 3600 \text{ mm}^2$	
Segundo momento de área (inércia):	$I_{i,r} = \frac{b_{ef} h_i^3}{12}$ $I_{1,r} = I_{2,r} = 1,35 \times 10^5 \text{ mm}^4$ $I_{12,r} = 3,20 \times 10^6 \text{ mm}^4$	

<b>Estado Limite Último (ELU) a curto prazo</b>		
<i>Zona - Meio vão</i>		
Fatores de flexibilidade $\gamma_i$ :	$\gamma_1 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_{1,0,mean} A_1 \bar{h}_{12}}{L_{ref}^2 G_{R,mean} b_{ef}} \right]^{-1} = 0,933$ $\gamma_2 = 1,000$ $\gamma_3 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_3 A_3 s}{K_u L_{ref}^2} \right]^{-1} = 0,197$ $L_{ref} = L$ $s = a_1$	[EN 1995-1-1]
Distância entre o eixo geométrico das camadas resistentes e o E.N.:	$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - \gamma_3 E_3 A_3 \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right)}{\gamma_1 E_1 A_1 + \gamma_2 E_2 A_2 + \gamma_3 E_3 A_3} = -7,77 \text{ mm}$ $a_1 = \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - a_2 = 77,77 \text{ mm}$ $a_3 = \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right) + a_2 = 92,73 \text{ mm}$	Anexo B
Rigidez efetiva à flexão:	$(EI)_{ef,ELU} = E_1 I_1 + \gamma_1 E_1 A_1 a_1^2 + E_2 I_2 + \gamma_2 E_2 A_2 a_2^2 + E_3 I_3 + \gamma_3 E_3 A_3 a_3^2 = 8,14 \times 10^{12} \text{ N} \cdot \text{mm}^2 = 8144,44 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$	
Tensões normais	MLC: $\sigma_1 = \frac{\gamma_1 E_1 a_1 M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 4,03 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_{m,1} = \frac{0,5 E_1 h_1 M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 0,83 \text{ N/mm}^2$  Aço: $\sigma_3 = \frac{\gamma_3 E_3 a_3 M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 19,37 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_{m,3} = \frac{0,5 E_3 h_3 M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 90,79 \text{ N/mm}^2$	[EN 1995-1-1]  Anexo B

Tensões resistentes	<p>MLC: <math>f_{m,l,d} = k_{mod} k_{sys} \frac{f_{m,l,k}}{\gamma_M} = 15,36 \text{ N/mm}^2</math></p> <p>ML: <math>f_{y,d} = 275 \text{ N/mm}^2</math></p>	
Verificação das tensões:	<p>MLC: <math>\sigma_{sup} = \sigma_1 + \sigma_{m,1} \leq f_{m,d} \Leftrightarrow</math>  <math>\Leftrightarrow 4,87 \text{ N/mm}^2 \leq 15,36 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK</math></p> <p>ML: <math>\sigma_{aço,inf} = \sigma_3 + \sigma_{m,3} \leq f_{y,d} \Leftrightarrow</math>  <math>\Leftrightarrow 110,16 \text{ N/mm}^2 \leq 275 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK</math></p>	[EN 1995-1-1] Anexo B
<u>Sistema de ligação</u>		
Força de corte atuante na ligação por plano de corte:	$F_{L,ed} = \frac{\gamma_3 E_3 a_3 M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 4967,95 \text{ N}$	[EN1995-1-1] Anexo B
Capacidade de carga da ligação por plano de corte:	$F_{Rd} = k_{mod} \frac{F_{r,k}}{\gamma_{lig}} = 10514,46 \text{ N}$	
Verificação da capacidade resistente:	$F_{R,d} \geq F_{L,ed} \Leftrightarrow 4967,95 \text{ N} < 10514,46 \text{ N} \rightarrow OK$	
<u>Zona – Apoios (“rolling shear”)</u>		
Fatores de flexibilidade $\gamma_i$ :  (continuação)	$\gamma_1 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_{1,0,mean} A_{1,r} \bar{h}_{12}}{L_{ref}^2 G_{R,mean} b_{ef,r}} \right]^{-1} = 0,933$ $\gamma_2 = 1,000$ $\gamma_3 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_3 A_3 s}{K_u L_{ref}^2} \right]^{-1} = 0,197$ $L_{ref} = L$ $s = a_2$	
Distância entre o eixo geométrico das camadas resistentes e o E.N.:	$a_{2,r} = \frac{\gamma_1 E_1 A_{1,r} \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - \gamma_3 E_3 A_3 \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right)}{\gamma_1 E_1 A_{1,r} + \gamma_2 E_2 A_{2,r} + \gamma_3 E_3 A_3}$ $= -77,71 \text{ mm}$ $a_{1,r} = \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - a_2 = 147,70 \text{ mm}$ $a_{3,r} = \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right) + a_2 = 22,79 \text{ mm}$	[EN 1995-1-1] Anexo B e [Kleinhenz, 2022]
Momento estático:	$S_{net,aço} = S_3 = t_w h_{net} \frac{h_{net}}{2} \rightarrow \text{Viga de aço}$ $S_{net} = S_1 + S_2 = b_{ef,r} t_1 a_{1,r} + b_{ef,r} t_2 a_{2,r} \rightarrow MLC$ $S_{R,net} = S_1 = b_{ef,r} t_1 a_{1,r} \rightarrow MLC$	

	$h_{net} = \left( (h_3/2) + a_{3,r} \right) - t_f = 98,79 \text{ mm}$ $S_{net,aço} = 2,93 \times 10^4 \text{ mm}^3$ $S_{net} = 4,06 \times 10^5 \text{ mm}^3$ $S_{R,net} = 2,66 \times 10^5 \text{ mm}^3$	
Rigidez efetiva à flexão:	$(EI)_{ef,r,ELU} = E_1 I_{1,r} + \gamma_1 E_1 A_{1,r} a_{1,r}^2 + E_2 I_{2,r} + \gamma_2 E_2 A_{2,r} a_{2,r}^2 + E_3 I_3 + \gamma_3 E_3 A_3 a_3^2 = 5,89 \times 10^{12} \text{ N} \cdot \text{mm}^2 = 5893,58 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$	
Tensões de corte	<p>MLC:</p> $\tau_{v,máx} = \frac{V_{ed} \cdot S_{net}}{(EI)_{ef,r,ELU} \cdot b_{ef,r}} = 0,35 \text{ N/mm}^2$ $\tau_{v,máx,R} = \frac{V_{ed} \cdot S_{R,net}}{(EI)_{ef,r,ELU} \cdot b_{ef,r}} = 0,23 \text{ N/mm}^2$ <p>Aço:</p> $\tau_{aço,v,máx} = \frac{V_{ed} \cdot S_{net,aço}}{(EI)_{ef,r,ELU} \cdot t_w} = 4,77 \text{ N/mm}^2$	[EN 1995-1-1] Anexo B e [Kleinhenz, 2022]
Tensões resistentes	<p>MLC:</p> $f_{v,l,d} = k_{mod} \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 1,60 \text{ N/mm}^2$ $f_{v,R,d} = k_{mod} \frac{f_{v,R,k}}{\gamma_M} = 0,67 \text{ N/mm}^2$ <p>Aço:</p> $\tau_{r,d} = f_{y,d}/\sqrt{3} = 158,77 \text{ N/mm}^2$	
Verificação das tensões:	<p>MLC:</p> $\tau_{v,máx} \leq f_{v,l,d} \Leftrightarrow 0,35 \text{ N/mm}^2 \leq 1,60 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$ $\tau_{v,máx,R} \leq f_{v,R,d} \Leftrightarrow 0,23 \text{ N/mm}^2 \leq 0,67 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$ <p>Aço:</p> $\tau_{aço,v,máx} \leq \tau_{r,d} \Leftrightarrow 4,77 \text{ N/mm}^2 \leq 158,77 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$	
Distribuição de tensões:		

<b>Estado Limite Último (ELU) a longo prazo</b>		
Propriedades do material:	<p>Aço: <math>E_{aço} = E_3 = 210000 \text{ N/mm}^2</math></p> <p>MLC:  <math display="block">E_{l,fin,ELU} = \frac{E_{l,0,mean,g}g_k\gamma_G + E_{l,0,mean,q}q_k\gamma_Q}{g_k\gamma_G + q_k\gamma_Q} =</math> <math display="block">= 7739,59 \text{ N/mm}^2</math> <math display="block">E_{l,0,mean,g} = E_{l,0,mean}/(1 + k_{def}) = 6111,11 \text{ N/mm}^2</math> <math display="block">E_{l,0,mean,q} = E_{l,0,mean}/(1 + \psi_2 k_{def}) = 8870,97 \text{ N/mm}^2</math> </p>	<p>[EN 1993-1-1:2005]</p> <p>[EN1995-1-1] Cláus.2.3.2.2</p>
Sistema de ligação:	$K_{fin,ELU} = \left( \frac{K_{ser,g}g_k\gamma_G + K_{ser,q}q_k\gamma_Q}{g_k\gamma_G + q_k\gamma_Q} \right) \frac{2}{3} = 11234,66 \text{ N/mm}$ $K_{ser,g} = K_{ser}/(1 + k_{def}) = 9657,72 \text{ N/mm}$ $K_{ser,q} = K_{ser}/(1 + \psi_2 k_{def}) = 16851,99 \text{ N/mm}$	
<i>Zona - Meio vão</i>		
Fatores de flexibilidade $\gamma_i$ :	$\gamma_1 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_{1,fin,ELU} A_1 \bar{h}_{23}}{L_{ref}^2 G_{R,fin,ELU} b_{ef}} \right]^{-1} = 0,933$ $\gamma_2 = 1,000$ $\gamma_3 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_{ML,fin,ELU} A_1 s}{K_{fin,ELU} L_{ref}^2} \right]^{-1} = 0,147$ $L_{ref} = L$ $s = a_2$	<p>[EN 1995-1-1]</p>
Distância entre o eixo geométrico das camadas resistentes e o E.N.:	$a_2 = \frac{\gamma_1 E_{1,fin,ELU} A_1 \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - \gamma_3 E_{3,fin,ELU} A_3 \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right)}{\gamma_1 E_{1,fin,ELU} A_1 + \gamma_2 E_{2,fin,ELU} A_2 + \gamma_3 E_{3,fin,ELU} A_3}$ $= -9,52 \text{ mm}$ $a_1 = \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - a_2 = 79,52 \text{ mm}$ $a_3 = \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right) + a_2 = 90,98 \text{ mm}$	<p>Anexo B</p>
Rigidez efetiva à flexão:	$(EI)_{ef,fin,ELU} = 7,36 \times 10^{12} \text{ N/mm}^2$	

<p>Tensões normais</p> <p>MLC:</p> $\sigma_1 = \frac{\gamma_1 E_1 a_1 M_{ed}}{(EI)_{ef,fin,ELU}} = 3,21 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_{m,1} = \frac{0,5 E_1 h_1 M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 0,65 \text{ N/mm}^2$ <p>Aço:</p> $\sigma_3 = \frac{\gamma_3 E_3 a_3 M_{ed}}{(EI)_{ef,fin,ELU}} = 15,71 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_{m,3} = \frac{0,5 E_3 h_3 M_{ed}}{(EI)_{ef,fin,ELU}} = 100,45 \text{ N/mm}^2$		<p>[EN 1995-1-1] Anexo B</p>
<p>Verificação das tensões:</p> <p>MLC:</p> <p>Aço:</p>	$\sigma_{sup} = \sigma_1 + \sigma_{m,1} \leq f_{m,d} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 3,86 \text{ N/mm}^2 \leq 15,36 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$ $\sigma_{aço,inf} = \sigma_3 + \sigma_{m,3} \leq f_{y,d} \Leftrightarrow$ $116,16 \text{ N/mm}^2 \leq 275 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$	
<u>Sistema de ligação</u>		
<p>Força de corte atuante na ligação por plano de corte:</p>	$F_{L,ed} = \frac{\gamma_3 E_3 a_3 M_{ed}}{(EI)_{ef,ELU}} = 3641,93 \text{ N}$	<p>[EN1995-1-1] Anexo B</p>
<p>Verificação da capacidade resistente:</p>	$F_{R,d} \geq F_{L,ed} \Leftrightarrow 3641,93 \text{ N} < 10514,46 \text{ N} \rightarrow OK$	
<u>Zona – Apoios (“rolling shear”)</u>		
<p>Fatores de flexibilidade <math>\gamma_i</math>:</p>	$\gamma_1 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_{1,fin,ELU} A_{1,r} \bar{h}_{12}}{L_{ref}^2 G_{R,fin,ELU} b_r} \right]^{-1} = 0,933$ $\gamma_2 = 1,000$ $\gamma_3 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_{ML,fin,ELU} A_3 s}{K_{fin,ELU} L_{ref}^2} \right]^{-1} = 0,147$ $L_{ref} = L$ $s = a_2$	<p>[Stora Enso, 2022]</p>
<p>Distância entre o eixo geométrico das camadas resistentes e o E.N.:</p>	$a_{2,r} = \frac{\gamma_1 E_{1,fin,ELU} A_{1,r} \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - \gamma_3 E_{3,fin,ELU} A_3 \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right)}{\gamma_1 E_{1,fin,ELU} A_{1,r} + \gamma_2 E_{2,fin,ELU} A_{2,r} + \gamma_3 E_{3,fin,ELU} A_3} =$ $= -78,82 \text{ mm}$ $a_{1,r} = \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - a_2 = 148,82 \text{ mm}$ $a_{3,r} = \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right) + a_2 = 21,68 \text{ mm}$	
<p>Momento estático:</p>	$S_{net,aço} = S_3 = t_w h_{net} \frac{h_{net}}{2} \rightarrow \text{Viga de aço}$	

	$S_{net} = S_1 + S_2 = b_{ef,r} t_1 a_{1,r} + b_{ef,r} t_2 a_{2,r} \rightarrow MLC$ $S_{R,net} = S_1 = b_{ef,r} t_1 a_{1,r} \rightarrow MLC$ $h_{net} = \left( (h_3/2) + a_{3,r} \right) - t_f = 107,18 \text{ mm}$ $S_{net,aço} = 2,86 \times 10^4 \text{ mm}^3$ $S_{net} = 4,10 \times 10^5 \text{ mm}^3$ $S_{R,net} = 2,68 \times 10^5 \text{ mm}^3$	
Rigidez efetiva à flexão:	$(EI)_{ef,r,fin,ELU} = 5,71 \times 10^{12} \text{ N} \cdot \text{mm}^2 = 5713,08 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$	
Tensões de corte	<p>MLC:</p> $\tau_{v,máx} = \frac{V_{ed} \cdot S_{net}}{(EI)_{ef,r,ELU} \cdot b_{ef,r}} = 0,25 \text{ N/mm}^2$ $\tau_{v,máx,R} = \frac{V_{ed} \cdot S_{R,net}}{(EI)_{ef,r,fin,ELU} \cdot b_{ef,r}} = 0,17 \text{ N/mm}^2$ <p>Aço:</p> $\tau_{aço,v,máx} = \frac{V_{ed} \cdot S_{net,aço}}{(EI)_{ef,r,fin,ELU} \cdot t_w} = 0,71 \text{ N/mm}^2$	
Verificação das tensões:	<p>MLC:</p> $\tau_{v,máx} \leq f_{v,l,d} \Leftrightarrow 0,25 \text{ N/mm}^2 \leq 1,60 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$ $\tau_{v,máx,R} \leq f_{v,r,d} \Leftrightarrow 0,17 \text{ N/mm}^2 \leq 0,67 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$ <p>Aço:</p> $\tau_{aço,v,máx} \leq \tau_{r,d} \Leftrightarrow 0,71 \text{ N/mm}^2 \leq 158,77 \text{ N/mm}^2 \rightarrow OK$	

<b>Estado Limite Serviço (ELS) a curto prazo</b>		
<i>Zona - Meio vão</i>		
Fatores de flexibilidade $\gamma_i$ :	$\gamma_1 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_{1,0,mean} A_1 \bar{h}_{12}}{L_{ref}^2 G_{R,mean} b_{ef}} \right]^{-1} = 0,933$ $\gamma_2 = 1,000$ $\gamma_3 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_3 A_3 s}{K_{ser} L_{ref}^2} \right]^{-1} = 0,269$ $L_{ref} = L$ $s = a_2$	[EN 1995-1-1] Anexo B
Distância entre o eixo geométrico das camadas resistentes e o E.N.:	$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - \gamma_3 E_3 A_3 \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right)}{\gamma_1 E_1 A_1 + \gamma_2 E_2 A_2 + \gamma_3 E_3 A_3}$ $= -15,54 \text{ mm}$	

	$a_1 = \left(\frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2}\right) - a_2 = 85,54 \text{ mm}$ $a_3 = \left(\frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2}\right) + a_2 = 84,96 \text{ mm}$	[EN 1995-1-1] Anexo B
Rigidez efetiva à flexão:	$(EI)_{ef,ELS} = E_1 I_1 + \gamma_1 E_1 A_1 a_1^2 + E_2 I_2 + \gamma_2 E_2 A_2 a_2^2 + E_3 I_3 + \gamma_3 E_3 A_3 a_3^2 = 8,67 \times 10^{12} \text{ N} \cdot \text{mm}^2 = 8674,87 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$	
<u>Verificação da Flecha Instantânea</u>		
<p>Flecha:</p> <p>Combinação:</p> <p>Cargas permanentes:</p> <p>Cargas variáveis:</p> <p>Flecha total:</p>	<p>Característica</p> $w_{inst,G} = \frac{5G_k L^4}{384(EI)_{ef,ELS}} = 5,41 \text{ mm}$ $w_{inst,Q} = \frac{5Q_k L^4}{384(EI)_{ef,ELS}} = 7,00 \text{ mm}$ $w_{inst,G} + w_{inst,Q} = 12,41 \text{ mm}$	[EN 1995-1-1] Cláus. 2.2.3
Flecha limite:	$w_{inst,lim} = \frac{L}{300} = 20,00 \text{ mm}$	[EN1995-1-1] Tab.7.2
Verificação:	$w_{inst} \leq \frac{L}{300} \Leftrightarrow 12,41 \text{ mm} \leq 20,00 \text{ mm} \rightarrow OK$	
<u>Comportamento dinâmico</u>		
Rigidez à flexão das camadas long.(1m):	$(EI)_l = (EI)_{ef,ELS}/l_{inf} = 7,23 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ $l_{inf} = b = 1,2 \text{ m}$	[ÖNORM EN 1995-1-1/NA]
Rigidez à flexão das camadas transv.(1m):	$(EI)_b = (E_{12} I_{12} + E_{12} A_{12} a_{12}^2)/l_{inf} = 1,18 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{m}$ $a_{12} = \left(\frac{h_2}{2} + \frac{h_{12}}{2}\right) - a_2 = 50,54 \text{ mm}$	
Rácio $(EI)_b/(EI)_l$	$(EI)_b/(EI)_l = 0,16 \geq 0,05$	
Massa:	$m = 231,63 \text{ kg/m}^2$	
Frequência fundamental:	$(EI)_b/(EI)_l \geq 0,05 \Rightarrow f_1 = \frac{2\pi}{L^2} \sqrt{\frac{(EI)_L}{m}} \sqrt{\left(\frac{L}{b_{laje}}\right)^4 \frac{(EI)_b}{(EI)_l}} = 9,01 \text{ Hz}$ $f_1 > f_{lim} \Leftrightarrow 9,01 \text{ Hz} > 8 \text{ Hz} \rightarrow OK$ <p>Não é necessário verificar o critério de aceleração de vibração</p>	
Critério de rigidez	<p>Largura efetiva:</p> $b_f = \min \left\{ \frac{L}{1,1} \sqrt[4]{\frac{(EI)_b}{(EI)_l}}; b_{laje} \right\} = 3468,84 \text{ mm}$ <p><math>b_{laje} \rightarrow</math> Largura da laje</p>	

Deflexão:	$w_{1kN} = \frac{1L^3}{48(EI)_{L,1m}b_f} = 0,18 \text{ mm}$	
Valor limite da deflexão:	$w_{limit} = 0,25 \text{ mm} \rightarrow$ Laje classe 1 (classe de desempenho)	
Verificação:	$w_{1kN} = 0,18 \text{ mm} < w_{limit} = 0,25 \rightarrow OK$	

<b>Estado Limite Serviço (ELS) a Longo prazo</b>		
Propriedades do material:		
MLC:	$E_{fin,ELS} = E_{0,mean}/(1 + k_{def}) = 6111,11 \text{ N/mm}^2$ $G_{R,fin,ELS} = G_{R,mean}/(1 + k_{def}) = 27,78 \text{ N/mm}^2$	[EN1995-1-1] Cláus.2.3.2.2
Sistema de ligação:	$K_{ser,fin,ELS} = K_{ser}/(1 + k_{def}) = 3222,54 \text{ N/mm}$	
Aço:	$E_{aço} = E_3 = 210000 \text{ N/mm}^2$	[EN 1993-1-1:2005]
<u>Zona - Meio vão</u>		
Fatores de flexibilidade $\gamma_i$ :	$\gamma_1 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_{1,fun,ELS} A_1 \bar{h}_{12}}{L_{ref}^2 G_{R,fin,ELS} b_{ef}} \right]^{-1} = 0,933$ $\gamma_2 = 1,000$ $\gamma_3 = \left[ 1 + \frac{\pi^2 E_{ML,fin,ELS} A_3 s}{K_{ser,fin,ELS} L_{ref}^2} \right]^{-1} = 0,169$ $L_{ref} = L$ $s = a_2$	
Distância entre o eixo geométrico das camadas resistentes e o E.N.:	$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - \gamma_3 E_3 A_3 \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right)}{\gamma_1 E_1 A_1 + \gamma_2 E_2 A_2 + \gamma_3 E_3 A_3} = -19,31 \text{ mm}$ $a_1 = \left( \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) - a_2 = 89,31 \text{ mm}$ $a_3 = \left( \frac{h_2}{2} + \bar{h}_{23} + \frac{h_3}{2} \right) + a_2 = 81,19 \text{ mm}$	[EN 1995-1-1] Anexo B
Rigidez efetiva à flexão:	$(EI)_{ef,fin,ELS} = 7,29 \times 10^{12} \text{ N} \cdot \text{mm}^2 = 7289,50 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$	

<u>Verificação da Flecha a longo prazo</u>		
<p>Flecha:</p> <p style="padding-left: 40px;">Combinação:</p> <p style="padding-left: 40px;">Cargas permanentes:</p> <p style="padding-left: 40px;">Cargas variáveis:</p> <p style="padding-left: 40px;">Carga variável restante sem consideração da fluência (instante inicial):</p> <p style="padding-left: 40px;">Fecha total:</p>	<p style="padding-left: 40px;">Quase permanente</p> $w_{net,fin,G} = \frac{5G_k L^4}{384(EI)_{ef,fin,ELS}} = 6,43 \text{ mm}$ $w_{net,fin,Q} = \frac{\psi_2 5Q_k L^4}{384(EI)_{ef,fin,ELS}} = 2,50 \text{ mm}$ $w_{inst,q} = \frac{5(1 - \psi_2)q_k L^4}{384(EI)_{ef,ints,ELS}} = 4,90 \text{ mm}$ $w_{net,fin,G} + w_{net,fin,Q} + w_{inst,q} = 13,84 \text{ mm}$	<p>[EN1995-1-1] Cláus. 2.2.3</p>
Flecha limite:	$w_{net,fin,lim} = \frac{L}{250} = 24,00 \text{ mm}$	<p>[EN1995-1-1] Tab.7.2</p>
Verificação:	$w_{fin} \leq \frac{L}{250} \Leftrightarrow 13,84 \text{ mm} \leq 24,00 \text{ mm} \rightarrow OK$	
<u>Comportamento dinâmico</u>		
<p>Para a análise do comportamento das lajes em madeira face a vibrações, é recomendado pela cláusula 2.2.3(6) da EN1995-1-1:2004 que sejam adotados os valores médios dos módulos de elasticidade e de corte. Deste modo, os critérios de vibração apenas são analisados a curto prazo.</p>		
<b>Disposições construtivas</b>		
Verificação do espaçamento mínimo entre parafusos da mesma fiada:	$a_1 = 75 \text{ mm} \geq (4 +  \cos \alpha ) \cdot d = 45,25 \text{ mm} \rightarrow OK$	<p>[EN 1995-1-1] Tab. 8.4</p>
Verificação do espaçamento mínimo entre fiadas de parafusos:	$a_2 = 250 \text{ mm} \geq 4 \cdot d = 64 \text{ mm} \rightarrow OK$	
Verificação da distância mínima entre o parafuso e o bordo não solicitado.	$a_{4,c} = 48 \text{ mm} \geq 3 \cdot d = 48 \text{ mm} \rightarrow OK$	

