



**Universidade do Minho**  
Escola de Engenharia

Getúlio Paulo Peixoto Igrejas  
**Identificação Difusa e Controlo Preditivo do Processo de  
Fermentação Alcoólica**

Getúlio Paulo Peixoto Igrejas

**Identificação Difusa e Controlo Preditivo  
do Processo de Fermentação Alcoólica**

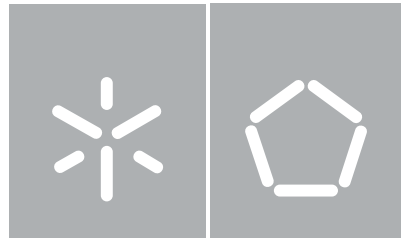
UM | 2008

Maio de 2008









**Universidade do Minho**  
Escola de Engenharia

Getúlio Paulo Peixoto Igrejas

**Identificação Difusa e Controlo Preditivo do  
Processo de Fermentação Alcoólica**

Tese de Mestrado  
Electrónica Industrial / Automação e Robótica

Trabalho efectuado sob a orientação do  
**Professor Doutor Carlos Alberto Caridade Monteiro e  
Couto**

Maio de 2008

*"O pior dos crimes é produzir vinho mau, engarrafá-lo  
e servi-lo aos amigos"*

*Aquilino Ribeiro*



## **AGRADECIMENTOS**

Ao Prof. Doutor Carlos Couto, manifesto o meu mais sincero agradecimento por ter aceite ser meu orientador e pelo apoio e compreensão com que me distinguiu. Foi para mim uma enorme honra tê-lo como orientador.

Ao Prof. Doutor Paulo Salgado agradeço a disponibilidade, o empenho, a persistência e a paciência inesgotáveis que manifestou ao longo deste trabalho. Certamente, sem a sua ajuda não teria concluído esta dissertação.

Aos meus pais e irmão, pelo apoio e incentivo incansável manifestados desde o início da execução deste trabalho.

À Joana pela leitura cuidada que fez deste documento e pelas sugestões sempre pertinentes.

A todos aqueles, cujo nome embora não expressamente mencionado, contribuíram, directa ou indirectamente, para a realização deste trabalho.





## **ABSTRACT**

Bioreactors in particular exhibit strong nonlinear characteristics and their operation is known to be difficult to reproduce and to control. Therefore, a relatively simple batch bioreactor is selected to serve as a benchmark problem for advanced nonlinear analysis and control techniques.

The analysis and control of nonlinear systems is a challenging and emerging interdisciplinary field of major practical importance. The most common way to control nonlinear process systems is to use either linear techniques on locally linearized versions of the nonlinear models or model-based predictive control.

The purpose of the present work is to investigate nonlinear bioreactor dynamics of the fermentation process for design of different nonlinear predictive control techniques based on fuzzy logic paradigm. For this purpose, linear methods are used as a reference for the nonlinear methods.

The present work made a structured approach to building fuzzy models for a fed batch bioreactor to allow the development of reactor optimal control policy. Since the ultimate interest in batch bioreactor control is on the end-of-batch product quality, accurate long range predictions are essential in developing optimal control policy. To address the long range prediction issue, an augmented recurrent fuzzy system is used to build long range prediction models which can predict the product quality over the batch trajectory.

Optimal control of batch reactors is very important due to the ever-increasing market competition, consumer demands for high quality products, and stringent environment regulations. The core of the optimal control problem is generally regarded as being an accurate model of the process and for many years mechanistic models have been used to develop optimal control strategies for batch processes. Based on the augmented fuzzy system model, constrained optimisation techniques are used to the optimal control policy. The proposed technique is applied to a simulated batch bioreactor. The results obtained are shown to be comparable to those computed using a full phenomenological model which is usually difficult to obtain, demonstrating that the proposed approach can contribute to the optimal control of some batch processes where detailed mechanistic models are difficult or infeasible to develop. Based in this new model a predictive control strategy is proposed and its results compared with classical control strategies.



## RESUMO

Os bioreactores apresentam fortes características não lineares que dificultam a compreensão do mecanismo e o projecto de controladores eficazes. Paradigmático é o exemplo em estudo neste trabalho, reactor fechado simples que serve de base ao processo biotecnológico da fermentação alcoólica e para o qual foi necessário desenvolver modelos matemáticos e técnicas de controlo não linear.

A forma mais comum de se controlarem processos não lineares baseia-se na utilização de técnicas lineares, que proporcionam grande simplicidade de análise e para as quais existem técnicas bem caracterizadas, que muito facilitam a construção de controladores com as características desejadas. Porém, destas técnicas apenas poderão resultar modelos lineares, válidos para certas zonas de funcionamento, com as inerentes limitações para os seus controladores. A alternativa a esta abordagem passa pela utilização de modelos e técnicas de controlo não lineares sobre as quais tem recaído a atenção da comunidade científica durante as últimas décadas.

O objectivo deste trabalho consistiu no estudo da dinâmica de um reactor destinado ao processo de fermentação alcoólica e o seu controlo através de técnicas de controlo preditivo baseadas no paradigma da lógica difusa.

O aspecto principal do problema do controlo óptimo e do qual depende o seu sucesso prende-se com a precisão do modelo do processo. Durante vários anos, os modelos mecanistas foram usados no desenvolvimento de estratégias de controlo óptimo para reactores, com as limitações conhecidas. Em alternativa, a estratégia proposta neste documento baseia-se num modelo de lógica difusa usada em conjunto com técnicas de optimização numérica. Com base neste novo modelo, uma estratégia de controlo preditivo é apresentada e os resultados obtidos comparados com metodologias de controlo clássico.

Uma vez que para o género de controlo deste sistema é fundamental existir um bom modelo de previsão das variáveis que definem a qualidade do produto final, muito do que foi preciso realizar passou por construir modelos exactos de previsão de longo prazo. Para responder a este desafio foram propostos e estudados vários tipos de modelos difusos, com diferentes parâmetros e estruturas.

Os resultados do controlador preditivo foram comparados com os obtidos pelo controlador PID habitual e revelaram algumas vantagens do controlo preditivo relativamente ao PID. É

ainda apresentada uma estratégia de controlo preditivo baseada em modelos de lógica difusa, o que representa uma vantagem em termos computacionais quando comparada com a estratégia baseada em modelos determinísticos. Por estes motivos a aproximação proposta neste trabalho pode ser uma agradável contribuição para a implementação da estratégia de controlo óptimo de processos biotecnológicos, onde os modelos mecanistas são difíceis de obter ou até mesmo impossíveis de definir.

## ÍNDICE

Agradecimentos .....	i
Abstract.....	iii
Resumo .....	v
Índice .....	vii
Índice de Figuras.....	xi
Índice de Tabelas .....	xv
Glossário .....	xvii
I. Considerações Gerais .....	1
II. Enquadramento Técnico e Científico.....	3
III. Objectivos .....	4
IV. Organização da Dissertação.....	4
CAPÍTULO 1 – Modelação Matemática de Processos de Fermentação .....	7
1.1 Introdução.....	7
1.2 Fermentação Alcoólica.....	9
1.3 Modelação Matemática .....	10
1.3.1 Modelação em Processos Biológicos .....	10
1.3.2 Dinâmica dos Processos Fermentativos.....	13
1.3.3 Balanços de Massa e Energia.....	16
1.4 Modelo de Fermentação Alcoólica.....	19
1.4.1 Crescimento das bactérias e utilização de substrato.....	19
1.4.2 Efeitos inibidores do substrato e produto.....	21
1.4.3 Formação de produto .....	23
1.4.4 Efeitos da transferência de calor .....	23
1.4.5 Efeitos da temperatura .....	25
1.4.6 Viabilidade das leveduras .....	26
1.5 Conclusão .....	27
CAPÍTULO 2 – Sistemas Baseados em Lógica Difusa.....	29
2.1 Introdução.....	29
2.2 Perspectivas Históricas.....	30
2.3 Lógica Difusa .....	33
2.3.1 Conjuntos Difusos.....	33
2.3.2 Variáveis Linguísticas.....	35
2.3.3 Funções Pertença.....	36

2.3.3.1	Triangular.....	37
2.3.3.2	Trapezoidal .....	37
2.3.3.3	Gaussiana .....	38
2.3.3.4	Forma de sino.....	39
2.3.3.5	Sigmoidal .....	39
2.3.3.6	Outros aspectos .....	40
2.3.4	Terminologia usada .....	41
2.3.4.1	Suporte .....	41
2.3.4.2	Crossover .....	41
2.3.4.3	Kernel.....	41
2.3.4.4	Height.....	41
2.3.4.5	$\alpha$ -cut.....	42
2.3.4.6	Conjunto difuso convexo .....	42
2.3.4.7	Cardinalidade .....	43
2.3.5	Operações com conjuntos difusos .....	43
2.3.5.1	Complemento .....	43
2.3.5.2	Operadores t-norm .....	44
2.3.5.3	Operadores co-norm.....	46
2.3.5.4	Lei da exclusão mútua e princípio da não-contradição .....	47
2.3.6	Princípio da Extensão.....	48
2.3.7	Relação e Composição Difusa.....	49
2.3.7.1	Relação e Composição no mesmo Espaço Produto .....	49
2.3.7.2	Relação e Composição em Espaços Produto Diferentes.....	51
2.3.8	Inferência difusa.....	55
2.4	Sistemas de Lógica Difusa.....	59
2.4.1	Regras.....	60
2.4.2	Mecanismo de Inferência .....	63
2.4.3	Fuzificador .....	66
2.4.4	Desfuzificador .....	67
2.4.4.1	Desfuzificador de máximo .....	68
2.4.4.2	Desfuzificador de centro médio .....	68
2.4.4.3	Desfuzificador de centro de gravidade.....	69
2.5	Sistemas de Lógica Difusa Frequentes .....	69
2.5.1	Caso 1 .....	70
2.5.2	Caso 2 .....	71
2.5.3	Caso 3 .....	71

2.6 Método da Table-Lookup .....	71
2.7 Método RLS/Table-Lookup .....	76
2.8 Conclusão .....	79
CAPÍTULO 3 – Controlo Preditivo .....	81
3.1 Introdução .....	81
3.2 Controlo Preditivo .....	83
3.2.1 Métodos MBPC .....	85
3.2.2 Modelos MBPC .....	86
3.2.2.1 Modelo da resposta impulsional ou resposta ao degrau .....	86
3.2.2.2 Modelos Função de Transferência .....	87
3.2.3 Visão Histórica do MBPC .....	87
3.2.3.1 Dynamic Matrix Controller (DMC) .....	88
3.2.3.2 Model Algorithmic Controller (MAC) .....	89
3.2.3.3 Generalized Predictive Controller (GPC) .....	89
3.2.3.4 Extended Self-Adaptive Controller (EPSAC) .....	90
3.2.3.5 Extended-Horizon Adaptive Controller (EHAC) .....	90
3.2.4 Modelo de Perturbações .....	91
3.2.5 Controlo Preditivo com Restrições .....	93
3.2.6 Obtenção da lei de Controlo .....	94
3.3 Controlo Preditivo Baseado em Modelos de Lógica Difusa .....	95
3.3.1 Modelação Difusa .....	96
3.3.2 Inversão de Modelos Fuzzy .....	96
3.3.3 Controlo Preditivo Usando a Inversão do Modelo Difuso .....	100
3.3.4 Mecanismo de Controlo Adaptativo com Modelos Difusos .....	100
3.4 Conclusão .....	101
CAPÍTULO 4 – Controlo Preditivo Difuso do Sistema de Fermentação Alcoólico .....	103
4.1 Introdução .....	103
4.2 O Sistema de Fermentação .....	103
4.3 Materiais e Métodos .....	104
4.4 O Modelo Térmico do Reactor de Fermentação .....	105
4.5 Identificação Difusa do Processo .....	107
4.5.1 Técnicas Usadas na Identificação .....	108
4.5.2 Ensaios e Simulações .....	110
4.5.3 Modelo Difuso do Processo de Fermentação Alcoólica .....	121
4.6 Controlo Proporcional, Integral e Derivativo (PID) .....	124
4.7 Modelo de Previsão Difuso .....	127



4.8 Controlo Preditivo da Fermentação .....	134
4.8.1 Algoritmo .....	135
4.8.2 Análise do Desempenho do Controlador Preditivo .....	139
4.9 Conclusão .....	140
CAPÍTULO 5 – Conclusões e Trabalho Futuro.....	141
5.1 Conclusões.....	141
5.2 Trabalho Futuro .....	142
Referências Bibliográficas .....	145

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 - Relações da “Engenharia de Processos Microbiológicos” com outras ciências. ....	11
Figura 1.2 – Curva do crescimento específico relacionada com a concentração de substrato.....	21
Figura 1.3 – Curva do crescimento específico ( $\mu$ ) atendendo à inibição pelo substrato (S).....	22
Figura 1.4 – Relação do crescimento específico ( $\mu$ ) com o aumento de etanol ( $E$ ).....	22
Figura 1.5 – Efeito da temperatura no crescimento específico para valores da temperatura que vão desde os 0°C aos 33°C.....	25
Figura 2.1 – Aspecto da função pertença indicada em (2.3).....	34
Figura 2.2 – Funções pertença para os termos $T(\text{pressão})$ .....	36
Figura 2.3 – Função de pertença triangular com centro em $x=60$ . ....	37
Figura 2.4 – Função pertença trapezoidal. ....	38
Figura 2.5 – Função pertença do tipo gaussiano para $(x,20,50)$ . ....	38
Figura 2.6 – Função pertença em forma de sino para $(x,20,4,50)$ . ....	39
Figura 2.7 – Função pertença sigmoidal para $(x,0.5,50)$ . ....	40
Figura 2.8 – Função pertença da intersecção de A com B.....	45
Figura 2.9 – Função pertença da união de A com B.....	46
Figura 2.10 – Composição Sup-star.....	54
Figura 2.11 – Composição Sup-star quando a primeira relação é um conjunto difuso. ....	54
Figura 2.12 – Componentes principais de um SLD.....	60
Figura 2.13 – Divisão do domínio de uma série temporal para $a=7$ .....	62
Figura 2.14 – Interpretação do mecanismo de inferência como um sistema. ....	64
Figura 2.15 – Representação gráfica do desfuzificador de centro médio. ....	68
Figura 2.16 – Representação gráfica da desfuzificação de centro de gravidade.....	69
Figura 2.17 – Divisão do espaço de entrada da variável $x_1$ no domínio $[x_1^-, x_1^+]$ .....	72
Figura 2.18 - Divisão do espaço de entrada da variável $x_2$ no domínio $[x_2^-, x_2^+]$ .....	72
Figura 2.19 - Divisão do espaço de saída da variável $y$ no domínio $[y^-, y^+]$ .....	72
Figura 2.20 – Representação da tabela de regras. ....	74
Figura 3.1 – Exemplificação do controlo preditivo com horizonte recuante.....	84
Figura 3.2 - Estrutura básica de implementação da filosofia de controlo preditivo. ....	84
Figura 3.3 – Inversão perfeita de um sistema. ....	97
Figura 3.4 – Modelo difuso MISO.....	97
Figura 3.5 – Inversão global. ....	98
Figura 3.6 – Inversão parcial. ....	98

Figura 3.7 – <i>Direct inverse learning</i> .....	99
Figura 3.8 – <i>Specialized inverse learning</i> .....	99
Figura 3.9 – Mecanismo de controlo adaptativo com modelos difusos proposto por Sousa <i>et al.</i> (1995).....	101
Figura 4.1 – Sistema de fermentação usado e respectiva posição dos sensores incorporados. (Cortesia de Margarida Seixas).....	105
Figura 4.2 - Erro absoluto em função da partição do espaço de entrada para modelo Mamdani obtido com taxa de amostragem de 1 amostra/hora.....	114
Figura 4.3 – Erro absoluto em função da partição do espaço de entrada para modelo obtido com taxa de amostragem de 6 amostra/hora.....	115
Figura 4.4 – Variação do erro absoluto em função da partição do espaço de entrada para modelo obtido com taxa de amostragem de 1 amostra/hora e com a temperatura $T_c$ variável.....	116
Figura 4.5 - Variação do erro absoluto em função da partição do espaço de entrada para modelo obtido com taxa de amostragem de 6 amostras/hora e com a temperatura $T_c$ variável.....	116
Figura 4.6 – Erro absoluto em função da partição do espaço de entrada para modelo TSK obtido com taxa de amostragem de 1 amostra/hora com $T_c$ constante.....	117
Figura 4.7 - Erro absoluto em função da partição do espaço de entrada para modelo TSK obtido com taxa de amostragem de 6 amostra/hora com $T_c$ constante.....	118
Figura 4.8 - Erro absoluto em função da partição do espaço de entrada para modelo TSK obtido com taxa de amostragem de 1 amostra/hora e $T_c$ variável.....	119
Figura 4.9 - Erro absoluto em função da partição do espaço de entrada para modelo TSK obtido com taxa de amostragem de 6 amostra/hora e $T_c$ variável.....	120
Figura 4.10 – Resultados obtidos pelo modelo Mamdani. A curva a azul representa a curva do modelo de Boulton e a curva a vermelho o modelo difuso.....	123
Figura 4.11 - Resultados obtidos pelo modelo TSK por aplicação da conjugação do método <i>backpropagation</i> com o método dos mínimos quadrados.....	123
Figura 4.12 - Resultados obtidos pelo modelo TSK por aplicação da decomposição em valores singulares.....	123
Figura 4.13 – Partição do espaço de entrada usada.....	124
Figura 4.14 – Comparação entre o processo controlado (a cheio) e sem controlador (a fino).....	125
Figura 4.15 – Temperatura de referência e temperatura real do processo por actuação do controlador PD.....	125
Figura 4.16 – Evolução da temperatura do processo sem controlador e comparação com a referência desejada.....	126
Figura 4.17 – Comportamento do modelo ARX de ordem 2 na previsão a um passo.....	128
Figura 4.18 – Previsão do crescimento celular a um passo sem actualização das entradas.....	130

Figura 4.19 – Resultados obtidos pelo modelo TSK na previsão a um passo com actualização das entradas a cada 20 previsões.....	131
Figura 4.20 - Previsão do crescimento celular a dois passos sem actualização das entradas. ....	132
Figura 4.21 - Previsão do crescimento celular a dois passos com actualização das entradas.....	133
Figura 4.22 – Resultados do modelo preditivo difuso com entradas previstas.....	133
Figura 4.23 – Diagrama de blocos do sistema de controlo.....	134
Figura 4.24 – Resultados obtidos utilizando a lei de controlo obtida pelo interpolador cúbico....	139
Figura 4.25 – Evolução do processo de fermentação na ausência de controlador.....	140



## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1.1 - Tipos de relações mais importantes na descrição da dinâmica de processos biológicos. .....	14
Tabela 2.1 - Funções complemento difuso. ....	44
Tabela 2.2 - Funções <i>t-norm</i> mais usadas. ....	45
Tabela 2.3 - Operações <i>s-norm</i> básicas. ....	47
Tabela 2.4 - Operadores de implicação difusa. ....	59
Tabela 4.1 – Erro absoluto médio dos modelos com $T_c$ constante e $T_c$ variável. ....	112
Tabela 4.2 – Erro absoluto médio obtido para os modelos para diversas taxas de amostragem e considerando a temperatura exterior constante e variável. ....	112



## GLOSSÁRIO

RNA <sub>m</sub>	Messenger Ribonucleic Acid
SLD	Sistemas de Lógica Difusa
PID	Proporcional, Integral e Derivativo
IFSA	International Fuzzy Systems Association
VLSI	Very Large Semiconductor Integrate
MP	Modus Ponens
MT	Modus Tollens
GMP	Generalized Modus Ponens
GMT	Generalized Modus Tollens
FBD	Função de Base Difusas
RLS	Recursive Least Square
ANFIS	Adaptive Network Based Fuzzy Inference System
MBC	Model Based Control
MBPC	Model Based Predictive Control
MPC	Model Predictive Control
IDCOM	Identification and Command
DMC	Dynamic Matrix Control
MAC	Model Algorithm Control
EHAC	Extended Horizon Adaptive Control
EPSAC	Extended Predictive Self Adaptive Control
GPC	Generalized Predictive Control
APCS	Adaptive Predictive Control System
MV	Minimum Variance
GMV	Generalized Minimum Variance
FIR	Finite Impulse Response
FSR	Finite Step Response
CARIMA	Controlled Auto-Regressive and Integrated Moving Average
QP	Quadratic Programming
TS	Takagi Sugeno



---

MIMO	Multiple Input Multiple Output
MISO	Multiple Input Single Output
TSK	Takagi Sugeno Kang
SVD	Single Value Decomposition
PCA	Principal Components Analysis
ARX	Auto Regressive Exogenous

---

## I. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Actualmente assiste-se a um crescente interesse no estudo do vinho, quer do ponto de vista químico, especialmente no que concerne à sua composição em fitoelementos, quer no âmbito do controlo de qualidade, quer ainda na melhoria de qualidade dos produtos obtidos. Para este interesse muito contribuiu o peso que este produto apresenta para a economia mundial [FAO, 2006], mas também o aumento do grau de exigência dos consumidores e ainda alguns trabalhos que sugerem que o consumo regular e moderado de vinho poderá estar associado a benefícios para a saúde [RENAUD e DE LORGERIL, 1992].

Desde os tempos mais remotos, o vinho tem vindo a desempenhar um papel de relevo em quase todas as civilizações, quer a nível simbólico, cultural, socioeconómico e também do ponto de vista alimentar. A produção de vinhos e, consequentemente a fermentação, terá surgido pela primeira vez na Península Ibérica, mais concretamente no vale do Tejo e Sado, há cerca de 4000 anos atrás, ou seja, cerca do ano 2000 a.C.. Os primeiros povos a cultivar a vinha nestas regiões terão sido os Tartessos, cuja civilização parece ter sido muito avançada e, ao que se julga, terão usado o vinho como moeda de troca nas suas actividades comerciais.

Mais tarde, no século X a.C., os Fenícios acabaram por controlar o comércio dos Tartessos, incluindo o respeitante aos vinhos, e terão trazido algumas castas novas, contribuindo para a sua diversidade.

Trezentos anos depois, os Gregos instalaram-se na região da Península Ibérica e desenvolveram uma grande aptidão para a produção de vinho, existindo algumas provas desta actividade na necrópole de Alcácer do Sal onde foi encontrada uma “cratera grega de sino”, vaso onde os Gregos diluíam o vinho com água antes de o consumirem.

Aos Gregos seguiram-se os Celtas, que no século VI a.C. terão introduzido em Portugal mais algumas variedades de videira, bem como técnicas de tanoaria.

Com a chegada dos Romanos à Península Ibérica, corria o século II a.C., seguiu-se um período de aperfeiçoamento e desenvolvimento das técnicas de cultivo. O vinho era frequentemente usado nas actividades sociais dos Romanos pelo que houve a necessidade de incrementar a produção para responder ao aumento de consumo.

A estes seguiram-se as invasões bárbaras, que acabaram por conquistar a Lusitânia e por adoptar muitos dos costumes usados pelos Romanos, nomeadamente o cultivo da vinha e a produção do vinho. Posteriormente, assiste-se a uma forte expansão do Cristianismo, o qual

viria a ser adoptado também nesta zona da Europa. Este aspecto contribuiu de forma significativa para melhorar a imagem do vinho, uma vez que nas cerimónias religiosas era obrigatório o seu uso, símbolo do sangue de Cristo.

No início do século VIII, já no período da Idade Média, ocorrem as invasões Árabes e com elas o início de um novo período na vitivinicultura Ibérica. Apesar de o Corão proibir o consumo de bebidas fermentadas, os Árabes foram tolerantes com os Cristãos não lhes tendo proibido a cultura da vinha nem a produção de vinho. Nos séculos XI e XII, com o domínio dos Almorávidas e Almoadas, os preceitos do Corão foram seguidos com maior rigor, dando-se, então, uma regressão na cultura da vinha.

A este período seguiram-se as reconquistas Cristãs, o que contribuiu para a destruição de muitas culturas, nomeadamente vinhas. No entanto, à medida que novos territórios iam sendo conquistados, também eram feitas novas doações de terrenos e incentivadas as colonizações agrícolas, alargando-se o cultivo da vinha.

Entretanto o vinho passou a fazer parte da dieta medieval e os vinhos Portugueses a serem conhecidos até no norte da Europa, ocorrendo, a partir do século XIV, um grande desenvolvimento, quer pela sua renovação quer pelo aumento de produção.

A partir deste ponto a indústria vitivinícola sofreu um grande desenvolvimento e Portugal torna-se no maior centro de consumo e distribuição de vinho. Com o Tratado de Methwen, assinado entre Portugal e Inglaterra, o qual estabelecia o regime de trocas comerciais entre os dois países, possuindo o vinho um regime especial, assiste-se a um novo incremento das exportações nacionais de vinho.

A partir do século XVIII, por acção do Marquês de Pombal é criada a Companhia Geral da Agricultura das Vinhas do Alto Douro, criando-se também a primeira região demarcada do mundo e com estas medidas foi dado um novo impulso na vitivinicultura nacional.

A este período de desenvolvimento seguiu-se um menos feliz, coincidente com o aparecimento da filoxera, um insecto que se espalhou rapidamente por todo o país devastando grande parte das regiões vinícolas. Todavia, este infortúnio acaba por contribuir quer para a renovação da vinha, quer para a introdução de novas castas, aumentando os níveis de produção e a diversidade de castas usadas na produção de vinho em Portugal [IVV, 2006].

A partir daqui, com mais ou menos percalços, a vinha em Portugal conseguiu sempre sobressair no panorama agrícola nacional, sendo o produto mais conhecido além fronteiras e talvez até o mais apreciado. A indústria vinícola nacional tem vindo a conseguir acompanhar os progressos que surgem nesta área, produzindo-se actualmente no nosso país vinhos

mundialmente reconhecidos pela sua excelência, apesar do aumento das exigências dos consumidores e da concorrência entre mercados.

## II. ENQUADRAMENTO TÉCNICO E CIENTÍFICO

A produção de vinho envolve três tarefas principais das quais depende a qualidade final do líquido produzido, nomeadamente o tratamento das frutas, a fermentação e o armazenamento. Uma poda e tratamento correcto das vinhas, uma boa escolha das castas e misturas, uma fermentação correcta e os cuidados necessários no armazenamento são fundamentais para garantir um vinho de alta qualidade. No entanto, a fase da fermentação é aquela onde, porventura, poderemos interferir de forma mais significativa.

O processo de fermentação completo envolve dois tipos de fermentação: a alcoólica e a malo-láctica. A fermentação alcoólica é aquela cujo processo conduz, pela degradação dos açúcares existentes no mosto, à formação de álcool, nomeadamente etanol, e à libertação de dióxido de carbono. Este processo tem uma duração aproximada de 5 a 7 dias e deve decorrer a temperatura controlada, dependendo o seu valor do tipo de vinho produzido. Para a produção de vinhos tintos a temperatura pode variar entre os 22 °C e os 30 °C, aproximadamente, e para os vinhos brancos entre os 18 °C e os 23 °C. Uma temperatura adequada assegura fermentações completas, o que permite realçar as melhores características das uvas. Se a temperatura subir acima dos 30 °C a fermentação deteriora-se, alterando os sabores finais. Após o processo de fermentação alcoólica, o qual é geralmente efectuado em contacto com a película para melhorar a extracção de taninos, o vinho é decantado e segue para barricas de madeira, geralmente carvalho, ou de aço inox, onde decorrerá o segundo tipo de fermentação, a malo-láctica. Esta consiste num processo orgânico que transforma o ácido málico (cujo nome deriva da palavra latina *Malum* - Maçã) em ácido láctico (*Lactis* - Leite, indicando uma textura suave e amanteigada), tornando o vinho mais suave e elegante. Este processo é levado a cabo naturalmente por bactérias lácticas distintas daquelas que interferem na fermentação alcoólica.

A fermentação envolve diversas reacções e depende de vários factores físico-químicos, tais como pH, temperatura, concentração de oxigénio, entre outros. A manutenção dos valores óptimos destes parâmetros asseguram uma boa fermentação.

Neste trabalho iremos centrar as nossas atenções no primeiro tipo de fermentação, com especial relevo para a influência da temperatura na evolução deste processo. Se a temperatura

se situar abaixo dos valores referidos, os microrganismos responsáveis pela fermentação apresentam um crescimento lento, com baixas taxas de crescimento celular e, por conseguinte, baixas taxas de degradação das moléculas de glucose, pelo que a fermentação é mais demorada. Por outro lado, se a temperatura exceder determinados valores pode ser induzido um choque térmico que conduz a uma redução da eficiência dos microrganismos. Neste sentido, sempre que possível, dever-se-á assegurar uma temperatura constante [FLEET e HEARD, 1993], sendo apenas de tolerar intervalos estreitos de variação, com limitados valores de temperatura.

### **III. OBJECTIVOS**

O objectivo deste trabalho prende-se com o estudo e compreensão do processo de fermentação alcoólica e à realização de estratégias adequadas de controlo automatizado, através de novos paradigmas do Controlo Inteligente. Considera-se que o desempenho deste processo controlável pode ser caracterizável e medido por uma função de desempenho, visando a estratégia implementada a sua maximização (ou minimização). Na persecução deste objectivo principal dois sub-objectivos, complementares, são necessários alcançar. O primeiro diz respeito à identificação difusa do processo de fermentação alcoólica, isto é, pretendeu-se obter um modelo de lógica difusa capaz de modelar de forma aceitável a evolução do processo. Para tal utilizaram-se duas metodologias de identificação difusa, nomeadamente os modelos Mamdani e os modelos TSK.

O segundo objectivo consistiu no desenvolvimento de um controlador preditivo, baseado no modelo difuso obtido, capaz de prever e controlar a evolução da temperatura do processo por forma a otimizar o produto da fermentação.

### **IV. ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO**

A dissertação encontra-se estruturada em três partes. A primeira é composta pelos 3 capítulos iniciais, onde se procede à revisão bibliográfica dos assuntos e onde se apresentam todos os conceitos teóricos, necessários a uma boa compreensão do problema e ao suporte do trabalho proposto. No capítulo 1 são expostos os aspectos relacionados com a modelação de processos de fermentação e apresentado o modelo de Boulton, que será usado como modelo de referência durante todo o trabalho. O capítulo 2 aborda os temas relacionados com os

Sistemas de Lógica Difusa e apresenta uma descrição da teoria e conceitos dos conjuntos difusos que os suportam, bem como algumas das técnicas mais comuns e mais usadas na identificação difusa. A revisão bibliográfica é encerrada com o capítulo 3, onde são referidos os conceitos relacionados com o controlo preditivo e onde se inclui o controlo preditivo difuso. A segunda parte dedica-se à implementação e teste de modelos difuso de identificação e de controlo propostos. No capítulo 4 descrevem-se os métodos e técnicas experimentais usadas, bem como a discussão dos resultados obtidos. No capítulo 5, são feitas algumas considerações ao trabalho desenvolvido e apresentadas algumas sugestões para possíveis melhoramentos e trabalhos futuros. Por forma a facilitar a consulta bibliográfica, no final apresenta-se a listagem de todas as referências bibliográficas citadas ao longo do texto.



# **CAPÍTULO 1 – MODELAÇÃO MATEMÁTICA DE PROCESSOS DE FERMENTAÇÃO**

## **1.1 Introdução**

A gestão e controlo eficientes dos reactores bioquímicos é, actualmente, de extrema importância, não só devido às crescentes exigências económicas resultantes da competição dos mercados livres, como também devido aos rigorosos padrões de qualidade a que os produtos devem obedecer para a satisfação dos consumidores, e às fortes restrições dos regulamentos ambientais relativos a consumos energéticos, resíduos e poluentes. Este conjunto de exigências faz com que a obtenção de produtos biotecnológicos seja um processo complexo e careça de uma permanente procura de novas soluções mais eficazes e fiáveis. No cerne do desenvolvimento de novas soluções de engenharia está o desenho e a obtenção de modelos exactos e legíveis desses processos. Durante vários anos os modelos mecanistas foram largamente utilizados no desenvolvimento das estratégias de controlo de processos biotecnológicos. A análise destes modelos, em malha aberta, permitia antever as propriedades dinâmicas dos processos e problemas de controlo, bem como servir de apoio ao desenho estrutural dos controladores.

Existem diversas razões para se definirem modelos matemáticos que descrevam o processo de fermentação. A capacidade de interpretar as medições com vista a uma detecção antecipada de uma fraca fermentação, a possibilidade de prever comportamentos futuros do processo fermentativo e o controlo e optimização do sistema de refrigeração constituem, resumidamente, algumas das vantagens associadas à utilização destes modelos. Além disso, um modelo capaz de prever a evolução da fermentação alcoólica seria um instrumento valioso com vista à melhoria da qualidade do vinho, permitindo definir uma estratégia de controlo adequada, com vista à optimização do processo, decorrendo deste facto importantes vantagens económicas.

Neste capítulo far-se-á referência às principais variáveis exógenas e endócrinas dos modelos da fermentação alcoólica e apresentar-se-ão os principais modelos mecanistas utilizados durante as últimas décadas.



Nas últimas décadas, em Portugal como no resto do Mundo, a produção de vinhos tem vindo a recorrer cada vez com maior frequência à utilização das novas tecnologias para a melhoria dos processos de produção. Este facto deve-se fundamentalmente ao aumento da concorrência por parte de países cuja produção vinícola não era significativa, caso da Austrália e até mesmo a China, mas que com processos de produção avançados e bem organizados têm vindo a impor-se no mercado [FAO, 2006]. Este aumento de concorrência conduziu a que determinados países produtores mais tradicionais, caso de Portugal, França e Itália, entre outros, apostassem largamente na qualidade dos vinhos produzidos. O aumento da qualidade deve-se essencialmente à selecção das frutas usadas, ao ajuste de castas a cada região, às misturas de castas utilizadas e ainda à melhoria dos processos de fabrico. Neste último, inclui-se o aperfeiçoamento do processo fermentativo, o qual passa fundamentalmente por garantir uma temperatura adequada por forma a melhorar a viabilidade dos microrganismos responsáveis pela fermentação, melhorando a concentração de álcool final e permitindo um controlo mais eficaz da velocidade da reacção.

De acordo com o modelo físico usado, interferem no processo de fermentação dois tipos de variáveis: endógenas e exógenas. Nas primeiras incluem-se as concentrações de microrganismos, a sua viabilidade e as concentrações de açúcares. A fermentação é um processo que decorre da acção metabólica dos microrganismos (leveduras) sobre o substrato (açúcar), do que resulta um aumento da concentração de etanol e uma variação da temperatura do processo. A acção dos microrganismos depende da temperatura do mosto, a qual depende de dois aspectos: da reacção em si e da troca de calor com o exterior, pelo que esta última desempenha um papel importante no processo de fermentação.

Um dos aspectos mais importantes na produção de vinhos de qualidade refere-se ao controlo da temperatura durante o processo de fermentação. Para se efectuar um controlo ajustado é fundamental conhecer as relações existentes entre a temperatura do mosto e a actividade metabólica das leveduras responsáveis pelo processo de fermentação, uma vez que é esta actividade metabólica que determina a taxa de fermentação e, consequentemente, a evolução do calor produzido. Contudo, o facto das relações entre os microrganismos e a temperatura do meio não serem completamente entendidas dificulta esta tarefa. São exemplos desta dificuldade as relações existentes entre o meio e a taxa de fermentação instantânea, geralmente mal quantificadas, e no modo como se processa a fermentação, que conduzida de “forma fechada” (*batch fermentation*) faz com que as concentrações de substrato e produto

variem continuamente, dificultando desta forma a previsão do comportamento da fermentação [BOULTON, 1980].

Nos últimos anos foram publicados diversos trabalhos que descrevem o comportamento cinético do processo de fermentação alcoólica. A maioria destes modelos tende a considerar o maior número possível de fenómenos que afectam o processo, requerendo, por este motivo, a estimação de um elevado número de parâmetros que, muitas vezes, são de difícil identificação [BOULTON, 1980] [ÖZILGEN *et al*, 1991] [NANBA *et al*, 1987]. Outros há, porém, que resultam da análise macroscópica do processo e que necessitam de menos parâmetros [BOVEÉ e STREHAIANO, 1984]. Apesar de existirem diversos modelos, resultantes de aproximações distintas do problema, todos eles apresentam um objectivo comum: a previsão do comportamento cinético do processo de fermentação baseada nas características iniciais do mosto [MARIN, 1999].

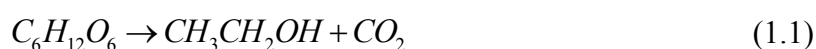
De seguida, descrevem-se os mecanismos químicos e fisiológicos essenciais à modelação de processos biológicos, com especial atenção sobre a fermentação. O modelo de fermentação alcoólica utilizado é detalhadamente descrito.

## 1.2 Fermentação Alcoólica

A produção de bebidas alcoólicas possui já uma longa história. Pensa-se que o processo de vinificação remonte há quase 10000 anos, existindo evidências arqueológicas que comprovam a produção de vinho há 5500 anos.

Desde há muito tempo que o Homem conhece a fermentação como processo de obtenção de bebidas alcoólicas, bem como de outros géneros alimentícios como sejam o queijo e o pão, contudo, sem conhecer a natureza dos fenómenos químicos que nele intervêm. Só no século XVII se associa pela primeira vez a fermentação à presença de microrganismos. No final deste século, Lavoisier descobriu o resultado da fermentação, dióxido de carbono e etanol.

Ainda no referido século, Gay-Lussac concluiu que os resultados da fermentação alcoólica derivavam da decomposição da glucose (açúcar) segundo a equação química (1.1).



Hoje em dia confirma-se esta teoria, ainda que seja esclarecida de outra forma. Assim dentro do processo de fermentação, distinguem-se dois fenómenos distintos, glicólise e fermentação, que pode ser láctica ou alcoólica.

A glicólise é o fenómeno através do qual a glicose se decompõe em ácido pirúvico, o qual pode ser utilizado para produzir ácido láctico ou lactato, referindo-se esse processo de fermentação láctica, ou pode, por acção de leveduras, ser transformado em etanol, ao que se designa de fermentação alcoólica.

De facto, sabe-se actualmente que a fermentação alcoólica consiste na transformação dos açucars em álcool através de reacções bioquímicas. Este processo é desencadeado por leveduras, sendo por vezes necessário adicioná-las ao mosto para que o processo se inicie.

## **1.3 Modelação Matemática**

### **1.3.1 Modelação em Processos Biológicos**

A modelação de processos biológicos constitui um passo importante na compreensão e no reconhecimento de problemas relacionados com os referidos processos, correspondendo ao primeiro passo no desenvolvimento de procedimentos para a sua resolução. De todos os processos biológicos, o processo de fermentação será porventura aquele que mais impacto tem na indústria agro-alimentar e farmacêutica, tendo por essa razão merecido um continuado esforço de investigação. Num processo de fermentação, podemos definir os seguintes aspectos básicos:

- a) Especificação matemática do problema para as condições fisiológicas, bioquímicas e físico-químicas em questão;
- b) Desenvolvimento de estratégias adequadas para a obtenção de modelos matemáticos que representem de forma correcta o processo dado;
- c) A utilização do modelo para uma melhor compreensão, análise e optimização do processo. Síntese de resultados e desenvolvimento da estratégia de optimização para o controlo.

Os aspectos referidos incluem-se no método de análise de sistemas, que constitui o método básico de descrição de fenómenos complexos e interações entre variáveis num determinado processo.

Os processos biológicos apresentam um conjunto de relações, nem sempre fáceis de descrever, entre substâncias e matéria viva, pelo que a engenharia de processos microbiológicos necessita de possuir ligações a outros ramos da ciência que lhe permitam estabelecer de forma correcta os três pontos anteriormente focados. A Figura 1.1 mostra as áreas científicas relacionadas com a engenharia de processos microbiológicos essenciais a uma boa modelação.

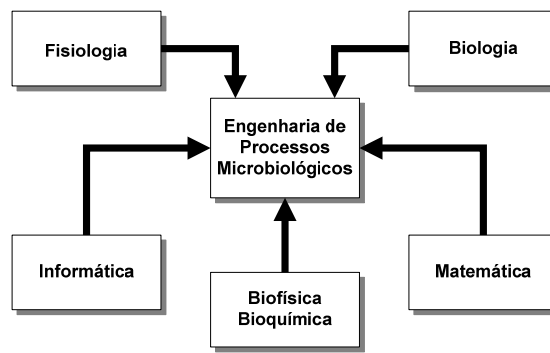


Figura 1.1 - Relações da “Engenharia de Processos Microbiológicos” com outras ciências.

Cada uma destas áreas lida com problemas específicos do processo e tenta clarificar ou solucionar aspectos importantes do modelo de fermentação, com vista a que este possa ser utilizado por diferentes estratégias de controlo ou na simulação do processo. A simulação do processo consiste no estudo do sistema, ou das suas partes constituintes, através da manipulação da sua representação matemática coadjuvada por modelos físicos.

A análise de processos implica um estudo do processo global, das alternativas tecnológicas e ainda, eventualmente, da sua viabilidade económica, tendo como objectivo final a operação óptima de equipamentos existentes e o projecto de novas tecnologias. Neste contexto, a simulação, controlo e optimização dos processos constituem áreas de grande exigência.

Resumidamente, a análise de sistemas e a simulação de processos apresentam as seguintes vantagens:

- Possibilidade de testar condições extremas de funcionamento e de estabelecer situações críticas no desempenho do sistema real (extrapolação);

- Possibilidade de estudar a introdução, remoção, ou substituição de equipamento, ou de outros factores, para posterior comparação das políticas adoptadas;
- Possibilidade de replicação de experiências;
- Possibilidade de testar a sensibilidade e a estabilidade do sistema;
- Possibilidade de obtenção de um controlo óptimo com baixos custos.
- Prever e compensar falhas do processo de gestão e controlo.

A modelação de processos consiste na obtenção de relações matemáticas em conjunto com as condições iniciais e as condições de limitação existentes entre as variáveis do processo. Frequentemente, devido à complexidade dos sistemas em questão e às limitações matemáticas dos modelos desenvolvidos, estes resultam numa fraca representação de muitas das propriedades do processo. Noutras situações, a preocupação exagerada de fazer com que o modelo incorpore toda a informação disponível, sem que esta seja adequadamente processada, conduz à obtenção de modelos complexos, computacionalmente pesados e com pouca capacidade de generalização. Tais modelos não se mostram adequados a uma compreensão dos processos modelados, bem como tornam difícil o seu uso em processos de simulação. No ponto oposto situa-se a tentativa de tornar os modelos demasiadamente simplistas o que pode conduzir a um afastamento do processo real. Por estas razões a formulação do modelo deverá resultar de um compromisso entre a complexidade e a economia da solução, pelo que um modelo matemático deve, essencialmente, conter as interacções e relações mais importantes do processo.

No caso de processos de elevada complexidade, a metodologia de análise de sistemas aconselha a uma divisão do sistema em sub-sistemas individuais interligados por relações bem definidas que, no caso de processos biológicos, são determinadas pelas leis de transferência de massa e energia. Esta divisão possui um aspecto hierarquizado, onde vários subsistemas de um determinado nível hierárquico constituem um novo subsistema do nível hierárquico imediatamente superior.

Volesky e Votruba [VOLESKY e VOTRUBA, 1992] definem quatro níveis hierárquicos em sistemas microbiológicos. O primeiro é representado por subsistemas relacionados com reacções catalisadas por enzimas, incluindo todas as reacções catabólicas e anabólicas simples, reacções de transporte de materiais através da membrana celular e reacções de síntese e decomposição de macromoléculas, entre outras. As relações entre os subsistemas individuais são determinadas pela estequiometria da reacção. Contudo os modelos

matemáticos deste nível são muito complexos e raramente usados. Por este motivo, os modelos de fermentação são derivados de subsistemas de um nível superior.

O segundo nível é caracterizado por partes individuais do metabolismo, como glicólise, proteosíntese ou transporte de substrato, sendo entendidos como subsistemas que formam um complexo que reage às perturbações exteriores alterando as taxas de crescimento, utilização de substrato e formação de produto.

O nível seguinte consiste na modelação de relações mútuas e de ligações entre populações microbianas onde exista uma actividade de natureza predatória, ou seja, quando uma espécie serve de substrato a outra, ou ainda quando ambas as espécies competem pelo mesmo substrato.

O último nível hierárquico é caracterizado pela ligação existente entre o crescimento microbiano global e as taxas de produção, com todos os atributos do ambiente microbiológico, como seja a cinética da mistura, transferência de massa e calor com condições limites que caracterizam a intensidade da troca de massa e energia com outros subsistemas, i.e., operações que compreendam globalmente o processo de fermentação, incluindo a preparação do meio e a recuperação do produto.

Todavia, a praticabilidade é um aspecto muito importante na concepção de modelos da fermentação. Deste modo, dever-se-á sempre tentar que o modelo alcançado seja o mais simples possível e, contudo, suficientemente preciso. Um modelo com estas características pode ser usado convenientemente na previsão de condições de operação óptimas com as inegáveis vantagens que daí advêm.

### **1.3.2 Dinâmica dos Processos Fermentativos**

Os processos de criação de modelos matemáticos de uma fermentação iniciam-se, regra geral, a partir de um esquema simplificado de reacções, as quais surgem de um conhecimento dos caminhos metabólicos envolvidos. Cada passo da reacção metabólica é caracterizado pela estequiometria da reacção e pelo fluxo descrito pela velocidade ou taxa de reacção, e podem ser aproximadas por relações retiradas da teoria enzimática ou das reacções químicas. Na Tabela 1.1 apresenta-se o conjunto das relações mais usadas na descrição da dinâmica de subsistemas metabólicos individuais [VOLESKY e VOTRUBA, 1992].

Tabela 1.1 - Tipos de relações mais importantes na descrição da dinâmica de processos biológicos.

Tipo de relação	
$r_1 = kS$	(1.2)
$r_2 = kS^n$	(1.3)
$r_3 = \frac{kS}{K + S}$	(1.4)
$r_4 = \frac{kS^n}{K + S^n}$	(1.5)
$r_5 = k \left[ 1 - e^{(-S/K)} \right]$	(1.6)
$r_6 = ke^{(-S/K)}$	(1.7)
$r_7 = \frac{kK}{K + S}$	(1.8)
$r_8 = \frac{kK}{K + S^n}$	(1.9)

Onde  $k$  é a constante de ganho,  $K$  é a constante de inibição e  $S$  representa a concentração de Substrato.

As reacções relacionadas com a expressão do tipo (1.2) caracterizam-se pela existência de uma relação linear entre o fenómeno e a concentração de substrato, sendo essencialmente controladas por processos de difusão. Este tipo de reacção não é habitual em processos biológicos uma vez que a taxa global de reacções catalisadas enzimaticamente é menor que a taxa de difusão que, deste modo, poderá não se tornar no efeito controlador.

A relação (1.3) é típica de processos controlados por adsorção física sobre estruturas ou superfícies sólidas. Este tipo de equações permite descrever processos que envolvam a utilização de substratos como a celulose ou o amido.

Nos processos de fermentação é habitual a utilização da relação do tipo (1.4) pois representa a alteração da taxa de um fenómeno controlado por adsorção química do substrato por parte de enzimas. Esta relação pode ser usada para a modelação de um estado caracterizado por uma diminuição do subsistema metabólico quando uma determinada substância se esgota ou *vice-versa*. Desta forma, a constante  $k$  representa a velocidade máxima com que o subsistema pode participar no processo global.

Quando o processo possui mais que um centro activo em cada molécula biocatalítica, a equação anterior sofre algumas alterações e passa a ser representada pela equação (1.5). Este tipo de equações são muito úteis na descrição da dinâmica do mecanismo de reacção em

complexos multienzimáticos, organelos especializados ou na modelação da síntese de enzimas catabólicas que são controladas pela taxa de síntese de RNAm (RNA mensageiro). Todavia, esta descrição é raramente utilizada em modelações uma vez que a equação resultante contém parâmetros de difícil identificação e também porque este tipo de comportamento não é muito habitual em processos de biossíntese.

A relação (1.6) é baseada numa interpretação puramente física e é derivada de equações de movimento de um ponto de massa num meio circundante caracterizado por forças dissipativas. Este tipo de cinética não é habitual na composição de modelos matemáticos para simulação de processos, mas pode ser usada na descrição de alguns sub-processos.

De uma hipótese física, semelhante à utilizada na equação anterior, deriva a equação (1.7). Contudo, a substância com concentração  $S$  é considerada como participante directa na dissipação de energia cinética durante a reacção. O uso deste tipo de equações é frequente na simulação de reacções de abrandamento (*slow-down*, reacções de ordem zero) e, como tal, para exprimir algum *feedback* (retropropagação) no processo.

A relação (1.8) é baseada no princípio hipotético do bloqueio reversível da região activa por adsorção química de uma substância com concentração  $S$ . Esta substância bloqueia a actividade enzimática e causa um efeito de inibição negativa. Modelos deste tipo podem ser usados como termos capazes de realizar uma realimentação negativa no esquema metabólico de um processo.

Quando existe inibição de um maior número de centros activos de reacção surge a utilização da relação (1.9), que não é mais que uma variante da equação anterior. Uma vantagem desta aproximação é a possibilidade de simular uma paragem completa do subsistema metabólico quando a concentração  $S$  excede um determinado valor final.

Quando se constrói um modelo matemático que descreva o processo de fermentação, as relações atrás descritas cobrem perfeitamente as necessidades para a maioria dos casos. No entanto, existe por vezes a necessidade de usar combinações baseadas na sobreposição de fenómenos simples. O modo como esta sobreposição é feita depende das relações existentes entre os subsistemas, sendo que as mais comuns se referem a efeitos alternativos ou sequenciais e que podem ser descritos pelas equações (1.10) e (1.11), respectivamente.

$$r = \prod_{i=1}^n r_i \quad (1.10)$$



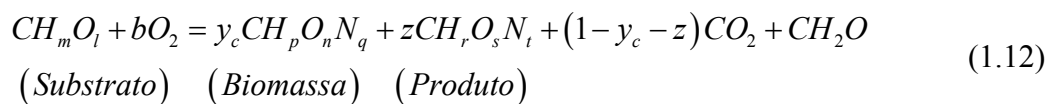
$$r = \sum_{i=1}^n r_i \quad (1.11)$$

### 1.3.3 Balanços de Massa e Energia

Enquanto que as relações dinâmicas caracterizam a evolução do processo de fermentação, a estequiometria determina relações e limitações dentro do sistema bioquímico. Num processo químico cuja composição e componentes são bem conhecidos, a estequiometria pode ser definida por uma matriz que traduz as relações do processo, sendo de grande utilidade quando o modelo matemático se destina à utilização num computador para estudo do processo.

O método convencional de resolução de problemas estequiométricos expressos por relações entre subsistemas, é muito pesado para a maioria dos sistemas biológicos complexos, pelo que não pode ser usado de forma fácil. Com modelos de nível hierárquico superior no processo de análise de sistemas as relações entre os subsistemas podem ser descritas pelos coeficientes estequiométricos com respeito às leis de conservação de massa e energia [MINKEVICH e EROSHIN, 1973] [ERICKSON *et al*, 1978] [ROELS, 1980].

O balanço de massa de subsistemas relativos à produção de biomassa e de outro produto pode ser escrita na sua forma geral por [ERICKSON *et al*, 1978] :



Os sub-índices na equação são números inteiros positivos que representam o número de átomos associado ao elemento químico pertencentes ao composto.

Para se escrever o balanço de massa é necessário respeitar a composição elementar da biomassa, substrato e produto e ainda o número de electrões livres por grama de átomos de carbono e que pode ser descrito pelas relações individuais:

$$Biomassa: \quad \gamma_B = 4 + p - 2n - 3q \quad (1.13)$$

$$Produto: \quad \gamma_P = 4 + r - 2s - 3t \quad (1.14)$$

$$Substrato: \quad \gamma_S = 4 + m - 2l \quad (1.15)$$

onde o número de electrões livres é 4 para um átomo de carbono, 1 para o átomo de hidrogénio, -2 para o átomo de oxigénio (- porque não é livre) e -3 para o átomo de nitrogénio. Assim o balanço de electrões livres toma a seguinte forma:

$$\gamma_S + b(-4) = y_c \gamma_B + z \gamma_P \quad (1.16)$$

a qual, dividindo todos os termos por  $\gamma_S$ , resulta numa expressão normalizada que reflecte os electrões livres do substrato orgânico.

$$\frac{4b}{\gamma_S} + \frac{y_c \gamma_B}{\gamma_S} + \frac{z \gamma_P}{\gamma_S} = 1 \quad (1.17)$$

A expressão anterior é constituída por três termos distintos. O primeiro termo representa os electrões livres absorvidos pelo oxigénio do substrato, o segundo reflecte a fracção de energia transferida do substrato para a biomassa e o terceiro termo representa a energia transferida do substrato para o produto. O primeiro termo também inclui o calor de fermentação e que pode ser expresso por [ERICKSON *et al*, 1978]:

$$Q = 4Q_0 b \quad [kJ/(1gatom C)] \quad (1.18)$$

onde  $Q_0$  é aproximadamente 113 kJ, equivalente aos electrões livres transferidos do substrato para o  $CO_2$ .

O segundo termo representa o rendimento de produção de biomassa e pode ser representado por:

$$\eta = y_c \frac{\gamma_B}{\gamma_S} \quad (1.19)$$

Este termo expressa a razão entre o calor de combustão da biomassa e o do substrato quando o  $NH_3$  está presente como fonte de nitrogénio.

O terceiro termo da equação (1.17) representa a fracção de energia de substrato encontrada no produto e pode ser expressa pelo coeficiente:

$$\xi_p = z \frac{\gamma_p}{\gamma_s} \quad (1.20)$$

Uma outra forma de caracterização consiste em usar um parâmetro introduzido por Minkevich *et al.* [MINKEVICH e EROSHIN, 1973] [ERICKSON *et al.*, 1978] e que reflecte a fracção de carbono na matéria orgânica.

$$\text{Biomassa: } \sigma_b = 12 / (12 + p + 16n + 14q) \quad (1.21)$$

$$\text{Produto: } \sigma_p = 12 / (12 + 2r + 16s + 14t) \quad (1.22)$$

$$\text{Substrato: } \sigma_s = 12 / (12 + 2m + 16l) \quad (1.23)$$

A eficiência do processo pode, desta forma, ser expressa pelos coeficientes  $Y_{X/S}$  e  $Y_{P/S}$ , determinados por medições em laboratório através de:

$$Y_{X/S} = \eta \frac{\sigma_s \gamma_s}{\sigma_x \gamma_x} \quad (1.24)$$

$$Y_{P/S} = \xi_p \frac{\sigma_s \gamma_s}{\sigma_p \gamma_p} \quad (1.25)$$

No caso do oxigénio pode-se estabelecer a seguinte expressão:

$$Y_{X/O} = \frac{3\eta}{2\sigma_b \gamma_b (1 - \eta - \xi_p)} \quad (1.26)$$

É importante, em cálculos práticos, que a eficiência termodinâmica de processos aeróbios seja dada pela soma de  $\eta$  e  $\xi_p$ , com valores que vão dos 0,55 aos 0,6. Nos casos anaeróbios este valor é aproximadamente 0,7. Estes valores são importantes para a estimação de coeficientes de rendimento de processos de fermentação ou para assinalar medições inadequadas ou mesmo erradas do processo estudado.

## 1.4 Modelo de Fermentação Alcoólica

Pensa-se que a taxa de fermentação é controlada pela taxa de transferência de açúcar (glucose e frutose) para as leveduras responsáveis pelo processo [BOULTON, 1980]. A referida taxa depende das concentrações de açúcares (substrato), de etanol (produto) e da população de leveduras existente no mosto. Além disso, é influenciada pela temperatura do mesmo, pelo que a taxa de remoção de calor e a variação da temperatura devem ser tidas em atenção. A temperatura é influenciada por factores físicos relacionados com o tamanho e forma da cuba e pelas propriedades do mosto e do líquido de refrigeração [BOULTON, 1980].

Tendo em atenção os aspectos referidos, Boulton, em 1977, desenvolveu um modelo que descreve o processo de fermentação alcoólica. Este, apesar de não ser recente, é ainda hoje reconhecido por diversos investigadores como um dos mais completos, apesar de o modelo apresentar muitos parâmetros de sintonia [MARIN, 1999] [MOREIRA, 1998].

Este modelo é descrito por um conjunto de equações que representam seis aspectos essenciais no processo fermentativo:

- Crescimento das bactérias e utilização de substrato;
- Efeitos inibidores do substrato e produto;
- Formação de produto;
- Efeitos da transferência de calor;
- Efeitos da temperatura;
- Viabilidade das leveduras

Cada um destes aspectos será abordado detalhadamente em seguida

### 1.4.1 Crescimento das bactérias e utilização de substrato

Nas fermentações alcoólicas a fonte de energia é, também ela, um factor limitador. O substrato funciona como fonte energética para as leveduras responsáveis pela fermentação e, conseqüentemente, a sua concentração pode ser um elemento limitador do processo.

Desta forma, a taxa de crescimento celular  $\left(\frac{dX}{dt}\right)$  e a utilização de substrato  $\left(\frac{dS}{dt}\right)$  podem ser descritas pelas expressões:

$$\frac{dX}{dt} = \mu X_v \quad (1.27)$$

$$\frac{dS}{dt} = - \left[ \frac{\mu X_v}{Y_m} + m X_v \right] \quad (1.28)$$

$$X_v = \alpha(t) X \quad (1.29)$$

onde  $\mu$  representa o crescimento específico das leveduras,  $S$  a concentração de substrato,  $X$  a massa total de leveduras e  $X_v$  a massa de células viáveis.  $Y_m$  é o factor de crescimento máximo,  $m$  é o índice de manutenção,  $t$  o tempo desde que a fermentação se iniciou e  $\alpha(t)$  corresponde a uma função no tempo relativa à degradação pelo envelhecimento.

A equação (1.27) mostra que o crescimento celular está dependente de dois factores. Um diz respeito à massa de células viáveis, representada pela equação (1.29) e o outro ao crescimento específico da levedura,  $\mu$ , representado pela equação (1.30). A variação do consumo de substrato (equação (1.28)) é resultado da soma de duas parcelas. A primeira representa a quantidade de açúcar gasto pelos microrganismos responsáveis pela fermentação no seu crescimento, e a segunda representa o substrato gasto nos mecanismos de manutenção da viabilidade celular.

O crescimento específico pode ser expresso pela seguinte equação [MONOD, 1942].

$$\mu = \mu_m \frac{S}{K_S + S} \quad (1.30)$$

onde  $\mu_m$  representa o crescimento específico máximo e  $K_S$  a constante de saturação para a reacção de transferência.

A equação de Monod é usada para descrever o efeito de um nutriente limitador na taxa do crescimento específico. Este efeito encontra-se representado pela Figura 1.2. A constante  $K_S$

representa o valor do nutriente limitador (substrato) para o qual o crescimento específico é metade do seu valor máximo e descreve a afinidade do microrganismo com esse mesmo nutriente.  $\mu_m$  representa o valor máximo da taxa de crescimento específico, que corresponde à situação em que a concentração de substrato não é limitante. Os valores de  $K_S$  e  $\mu_m$  dependem do microrganismo, do nutriente limitador, do meio de fermentação e de outros factores ambientais como o pH e temperatura.

De realçar que, de acordo com a equação (1.30), quanto maior o valor de  $\mu$  mais rápido será a taxa a que o microrganismo pode crescer. A sua dependência da concentração do substrato, a qual varia durante um processo de fermentação fechado, faz com que se altere a dinâmica do processo no decurso da fermentação.

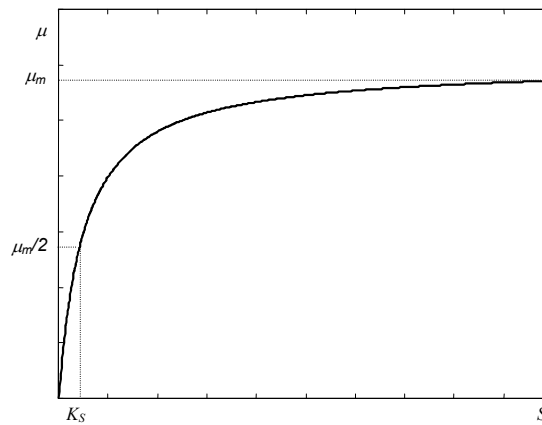


Figura 1.2 – Curva do crescimento específico relacionada com a concentração de substrato.

### 1.4.2 Efeitos inibidores do substrato e produto

No modelo de fermentação, mormente nos sub-modelos de crescimento celular e da variação de substrato, o crescimento específico tem um impacto directo na forma como as variáveis de estado evoluem. A sua adequação a outros factores de influência metabólicos ou físicos é um esforço tomado a sério pelos investigadores. Assim, na presença de inibição pelo substrato a equação (1.30) pode ser modificada para a seguinte expressão:

$$\mu = \mu_m \frac{S}{K_S + S + S^2/K_{SI}} \quad (1.31)$$

onde  $K_{SI}$  é a constante de inibição por substrato.

Neste caso, e de forma idêntica ao modelo anterior, verifica-se a existência de uma fase crescente, onde se verifica um crescimento de  $\mu$  até se atingir o valor máximo  $\mu_{mi}$ . No entanto, para este modelo, verifica-se que depois ocorre um decréscimo contínuo da taxa de crescimento específico. Este efeito encontra-se representado na Figura 1.3.

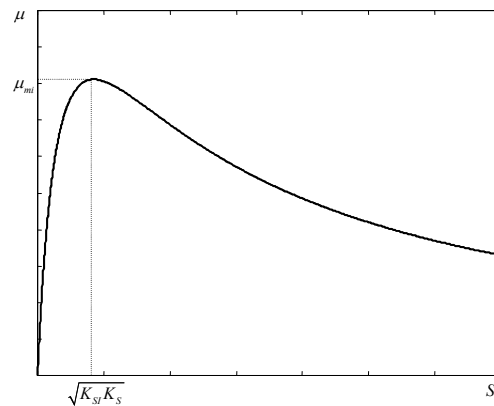


Figura 1.3 – Curva do crescimento específico ( $\mu$ ) atendendo à inibição pelo substrato ( $S$ ).

Outro factor que pode contribuir para a inibição do processo é a concentração de produto (etanol). Este factor pode ser incluído no modelo através da seguinte equação:

$$\mu_i = \mu_m e^{-K_p E} \quad (1.32)$$

que reflecte o efeito inibidor do etanol ( $E$ ) na taxa de crescimento. Nesta expressão  $K_p$  representa a constante de inibição pelo produto, que foi estabelecida por Boulton (1980), e que apresenta o valor 0.05 L/g.

A Figura 1.4 mostra o decréscimo do crescimento específico com o aumento da concentração de produto (etanol).

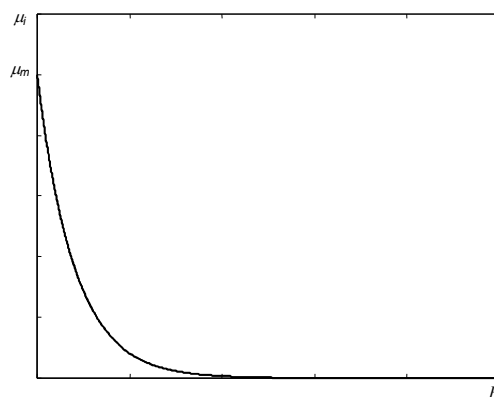


Figura 1.4 – Relação do crescimento específico ( $\mu$ ) com o aumento de etanol ( $E$ ).

Uma outra expressão, frequentemente utilizada, que considera em simultâneo os dois efeitos inibidores é a seguinte:

$$\mu = \mu_m \frac{S}{K'_S + S} e^{-K_p E} \quad (1.33)$$

onde  $E$  representa a concentração de etanol (Produto),  $K_p$  a constante de inibição pelo produto e  $K'_S$  uma constante de saturação modificada. Esta expressão resulta da conjugação das expressões (1.31) e (1.32).

### 1.4.3 Formação de produto

A formação de etanol está relacionada com o consumo de açúcar. Em condições ideais, a taxa de formação de etanol,  $dE/dt$ , pode ser dada pela equação:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{92}{180} \frac{dS}{dt} \quad (1.34)$$

A equação (1.34) exprime o caso ideal, onde por cada 180g de açúcar consumido se formariam 92g de etanol. Em casos não ideais, o rendimento de formação de produto pode atingir os 95% do valor indicado.

$$\frac{dE}{dt} = -\alpha_R \frac{92}{180} \frac{dS}{dt} \quad \text{com } \alpha_R \leq 0,95 \quad (1.35)$$

onde  $\alpha_R$  é o rendimento percentual da transformação açúcar-etanol.

### 1.4.4 Efeitos da transferência de calor

O processo fermentativo gera calor, cuja variação se encontra directamente ligada à taxa de consumo de substrato e que pode ser representada pela equação (1.36).



$$\frac{dH}{dt} = \Delta H \frac{dS}{dt} \quad (1.36)$$

onde  $\Delta H$  é a quantidade de calor libertado pela fermentação. Alguns investigadores efectuaram estimativas deste valor, que é negativo por convenção e que varia entre 22,5 e 28 kCal/mol [BOUFFARD, 1895] [GENEVOIS, 1936] [WINZLER e BAUMBERGER, 1938] [RUBNER *et al*, 1970].

A variação da temperatura  $\left(\frac{dT}{dt}\right)$  é o resultado do balanceamento entre o calor gerado pela fermentação e a taxa de transferência de calor para o meio circundante ou de refrigeração.

Num recipiente cilíndrico de raio interior  $r$  e altura  $h$ , o calor transferido para o exterior através de uma área  $A = 2\pi rh$ , é dado por.

$$Q_{transf} = -\frac{UA}{\rho C_p V} [T - T_c] \quad (1.37)$$

Na equação (1.37)  $V$  representa o volume de mosto,  $A$  a área de transferência de calor,  $T$  a temperatura do mosto e  $T_c$  a temperatura do meio envolvente.  $U$ ,  $C_p$  e  $\rho$  representam o coeficiente de transferência de calor total, a capacidade calorífica do mosto e a sua densidade, respectivamente.

A variação da temperatura é dada pela diferença entre o calor gerado pela fermentação e o dissipado para o exterior. Este balanço pode ser expresso pela equação:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\Delta H}{\rho C_p} \frac{dS}{dt} - \frac{UA}{\rho C_p V} [T - T_c] \quad (1.38)$$

O primeiro termo da equação anterior representa a variação da temperatura resultante do calor produzido pela fermentação por acção das leveduras no substrato. O segundo termo traduz a variação da temperatura gerada pela transferência de calor do meio refrigerador para o mosto através de uma área de transferência  $A$  (área lateral da cuba de fermentação). De referir que no modelo apresentado são consideradas desprezadas as perdas pela transferência de calor através da base e topo da cuba.

Segundo esta equação, se a remoção de calor (dada pelo segundo termo) for inferior à taxa de formação de calor (primeiro termo), a temperatura do mosto sobe. No caso contrário a temperatura desce.

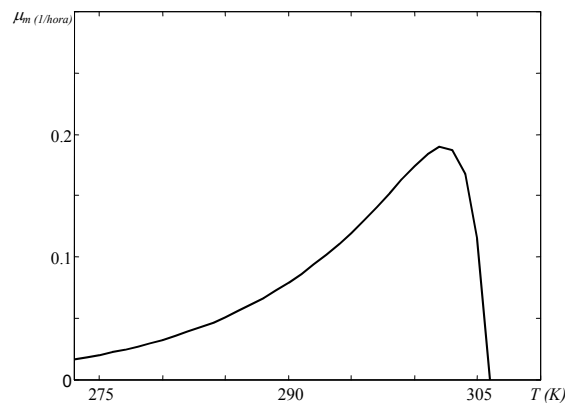
### 1.4.5 Efeitos da temperatura

Uma vez que a temperatura influencia o metabolismo das leveduras, devem-se expressar os termos de crescimento e de manutenção como funções da temperatura.

Numa primeira fase, o aumento da temperatura contribui positivamente para um aumento do ritmo da fermentação até um ponto de saturação. O aumento da temperatura é um factor catalizador das reacções químicas e metabólicas das células. Porém, após o alcance de um patamar máximo, o crescimento e a manutenção sofrem riscos de cessarem, em virtude de a temperaturas elevadas resultar uma danificação de várias estruturas celulares, com a inevitável morte das células. Em tais circunstâncias a fermentação falha. A temperatura a que esta situação ocorre não se encontra bem definida, ainda que alguns estudos com a casta Montrachet apontem para um valor da ordem dos 50°C [JACOB *et al*, 1964].

Tais fenómenos podem ser incluídos num modelo, através da variável crescimento específico máximo. Esta relação entre o crescimento (da *Saccharomyces cerevisiae*) e a temperatura é realizado por dois termos, um que estabelece o crescimento exponencial e o outro um decréscimo, também exponencial, para temperaturas elevadas.

$$\mu_m = a_1 e^{\frac{E_{a_1}(T-T_0)}{RTT_0}} - a_2 e^{\frac{E_{a_2}(T-T_0)}{RTT_0}} \quad (1.39)$$



**Figura 1.5 – Efeito da temperatura no crescimento específico para valores da temperatura que vão desde os 0°C aos 33°C.**

Os parâmetros  $a_1$  e  $a_2$  são constantes empíricas, que no modelo de Boulton, tomam os valores 0,18 e 0,0054 respectivamente,  $E_a$  representa a energia de activação, quer para o aumento exponencial do crescimento, quer para o seu decréscimo, cujos valores são de 14,2 kCal calorías e 121 kCal, respectivamente.  $T_0$  representa a temperatura inicial, 300 K,  $T$  a temperatura em cada instante e  $R$  é a constante universal dos gases, cujo valor é 1,9872 Cal/Kmol.

No que se refere ao factor de manutenção e à constante de saturação, segundo o modelo de Boulton, as expressões são:

$$m = m_0 e^{\frac{-E_{a3}(T-T_0)}{RTT_0}} \quad (1.40)$$

$$\frac{1}{K'_S} = \frac{1}{K'_{S0}} e^{\frac{-E_{a4}(T-T_0)}{RTT_0}} \quad (1.41)$$

onde  $m_0$  e  $K'_{S0}$  são valores de referência para  $m$  e  $K'_S$ .  $E_{a3}$  e  $E_{a4}$  correspondem a energias de activação com os valores 9 Kcal e 11 Kcal, respectivamente e  $T_0$  293,3 °K [TOPIWALA e SINCLAIR, 1971].

### 1.4.6 Viabilidade das leveduras

O crescimento e manutenção dependem do tamanho da população viável de leveduras. Daqui resulta ser importante estabelecer uma relação da viabilidade com o decorrer da fermentação. Portno mostrou que a viabilidade decresce quase linearmente com o tempo para uma população de leveduras de Brewer [PORTNO, 1968]. Boulton, considerou os resultados de Portno ao estabelecer para a equação (1.29), o valor de:

$$\alpha(t) = 1 - \frac{Et}{42000} \quad (1.42)$$

onde  $X_v$  representa a massa viável de leveduras,  $X$  a massa total de leveduras,  $E$  a concentração de Etanol e  $t$  o tempo em horas desde que se deu início a fermentação.

## 1.5 Conclusão

O modelo determinístico aqui apresentado mostra-se ser capaz de modelar eficazmente processos de fermentação alcoólica. De entre os estudados, apresenta-se como um dos mais completos, sendo ainda hoje aceite como o modelo de referência. Além disso, entra em linha de conta com as principais variáveis que influenciam a fermentação, incluindo aquela que é susceptível de ser controlada, a temperatura.

Por estes motivos este modelo é uma boa base de comparação para efectuarmos a avaliação do modelo difuso que iremos desenvolver e que será apresentado mais adiante.



# CAPÍTULO 2 – SISTEMAS BASEADOS EM LÓGICA DIFUSA

## 2.1 Introdução

O conceito de lógica remonta aos anos 384-322 a.C. e foi estabelecido pelo filósofo Grego Aristóteles. Este definiu um conjunto de regras que permitiam validar as conclusões. A lógica de Aristóteles conduzia a uma linha de raciocínio baseado em premissas e conclusões. Assim, por exemplo: se é observado que "todo o ser vivo é mortal" (premissa 1) e a seguir é constatado que "O Homem é um ser vivo" (premissa 2), então podemos concluir que "O Homem é mortal". Desde então, a lógica Ocidental, assim chamada, tem sido caracterizada por ser binária, isto é, uma proposição pode assumir dois valores lógicos antagónicos, verdadeira ou falsa, não podendo ser ambas simultaneamente. Esta suposição constitui a base do pensamento lógico.

No entanto, a Lógica Difusa viola estas suposições. Um *sim* ou um *não* como resposta é, na maioria das vezes, insuficiente. Na verdade, entre a certeza de ser e a certeza de não ser, existem infinitos graus de incerteza. Esta imperfeição, intrínseca à informação representada numa linguagem natural, tem sido tratada matematicamente, no passado, com o uso da teoria das probabilidades. Contudo, a Lógica Difusa assente na teoria dos conjuntos difusos tem-se mostrado mais adequada para tratar incertezas da informação do que a teoria das probabilidades.

A Lógica Difusa encontra-se entre as técnicas mais recentes da Inteligência Artificial. A sua função consiste em aproximar a decisão computacional da decisão humana, tornando as máquinas mais capacitadas no desempenho do seu trabalho. Com a ajuda da Lógica Difusa são incorporadas decisões de carácter mais abstracto como o "talvez sim" ou "um pouco mais", e outras variáveis que representem as decisões humanas. Assim as decisões da máquina não se resumem ao "sim" e ao "não" habituais. Essencialmente, existem duas formas distintas de conhecimento: uma de carácter objectivo e uma outra de carácter subjectivo. A primeira é usada para as formulações matemáticas dos problemas em questão, enquanto que a segunda representa informação linguística, importante para a resolução dos problemas, mas que devido à sua natureza é impossível de quantificar usando os mecanismos matemáticos tradicionais. Ainda que por vezes o conhecimento subjectivo do problema seja ignorado à partida, ele é frequentemente utilizado na avaliação do projecto. Assim, a conjugação dos dois

tipos de conhecimento é importante e pode ser usada para a resolução dos problemas. A Lógica Difusa apresenta-se como uma ferramenta capaz de integrar as duas formas de conhecimento sob um ponto de vista lógico [MENDEL, 1995].

Uma das principais vantagens da Lógica Difusa, quando comparada com outros métodos que lidam com dados imprecisos, tais como redes neuronais, consiste no facto de as bases de conhecimento, representadas sob a forma de regras, serem de análise simples, pelo que o processo de actualização e manutenção é significativamente facilitado.

Desde a sua origem, há cerca de quarenta anos atrás, que o corpo teórico e aplicativo da Lógica Difusa sofreu um grande desenvolvimento, visível pelo número crescente e significativo de trabalhos publicados e de aplicações industriais. A primeira aplicação prática bem sucedida refere-se ao desenvolvimento de controladores industriais, designados por controladores difusos. A vantagem da utilização da Lógica Difusa relativamente a outros métodos de carácter objectivo relaciona-se com o facto de não requerer conhecimentos matemáticos profundos para que se consiga desenvolver as aplicações, bem como o modelo do sistema a controlar.

Seguidamente, apresenta-se uma breve resenha histórica sobre a Lógica Difusa, evidenciando a sua evolução desde a sua origem até aos nossos dias. Descreve-se ainda a teoria dos conjuntos isomórfica da lógica difusa, focando os aspectos considerados como mais relevantes para a constituição de Sistemas de Lógica Difusa (SLD). Os SLD usados neste trabalho serão detalhadamente descritos, descrevendo de forma pormenorizada os diversos componentes que os constituem. Por fim, apresentam-se os dois métodos de identificação difusa que foram usados no decorrer deste trabalho.

## 2.2 Perspectivas Históricas

O conceito de conjunto difuso foi introduzido, em 1965, por Lotfi A. Zadeh (Universidade da Califórnia, Berkeley). Em meados da década de 60, Zadeh observou que os recursos tecnológicos disponíveis eram incapazes de automatizar as actividades relacionadas com problemas que compreendessem situações ambíguas, não passíveis de processamento através da lógica computacional fundamentada na lógica booleana [ZADEH, 1965]. Procurando solucionar esses problemas o Prof. Zadeh publica em 1965 um artigo onde resumia os conceitos dos Conjuntos Difusos e onde introduz o conceito de sistemas de lógica difusa.

Em 1974, o Prof. Mamdani, do Queen Mary College, Universidade de Londres, após inúmeras tentativas frustradas em controlar uma máquina a vapor com diversos tipos de controladores, incluindo o PID (Proporcional, Integral e Derivativo), decidiu desenvolver um controlador difuso. Os resultados foram, na perspectiva do autor, surpreendentes, pois foi com esta aplicação que obteve os melhores resultados, onde todos os outros métodos tinham falhado.

Este sucesso serviu de alavanca para muitas outras aplicações que surgiram posteriormente, destacando-se, por exemplo, os controladores difusos em estações nucleares, refinarias, processos biológicos e químicos, entre muitos outros.

Estimulados pelo desenvolvimento e pelas enormes possibilidades de aplicação prática, os estudos na área da lógica difusa avançaram rapidamente, ao ponto de em 1984 se criar a *International Fuzzy Systems Association* (IFSA) constituída essencialmente por investigadores dos países tecnologicamente mais desenvolvidos. Posteriormente, seguiram-se muitas outras instituições e organizações, entre as quais se destacam:

- *Japan Society for Fuzzy Theory and Systems* (SOFT)
- *Berkeley Initiative in Soft Computing* (BISC)
- *North American Fuzzy Information Processing Society* (NAFIPS)
- *Spanish Association of Fuzzy Logic and Technologies*
- *The European Society for Fuzzy Logic and Technology* (EUSFLAT)
- *Hungarian Fuzzy Society*
- *EUROFUSE Working Group on Fuzzy Sets of EURO*
- *EUNITE European Network on Intelligent Technologies for Smart Adaptive Systems*

Apesar do aparente sucesso, esta metodologia foi ignorada durante largos períodos de tempo, sobretudo nos Estados Unidos, factor que contribuiu em larga escala para a sua fraca aceitabilidade pela indústria, tradicionalmente muito conservadora. Contrariamente à tendência geral, o Japão, possuidor de uma indústria tecnologicamente desenvolvida, decidiu investir na investigação neste domínio, donde resultaram inúmeros estudos e publicações científicas. A título de curiosidade, refira-se que cerca de 30% dos artigos publicados no âmbito da lógica difusa são de origem Japonesa.



Os estudos efectuados não se ficaram apenas pelo campo teórico. As aplicações desenvolvidas tiveram efeitos práticos, uma vez que diversas empresas Japonesas não tiveram qualquer preconceito em implementar este tipo de sistemas. O seu esforço foi realmente compensado, quando em 1985, dois engenheiros da Hitachi apresentaram algumas simulações onde demonstravam a superioridade dos sistemas de controlo difusos em áreas importantes. As aplicações desenvolvidas foram usadas para o controlo da aceleração e travagem das composições da linha de caminho de ferro de Sendai, inaugurada em 1987.

Outro acontecimento que contribui de forma decisiva para o sucesso dos sistemas de lógica difusa foi a apresentação de um controlador baseado em tecnologia VLSI (*Very Large Semiconductor Integrate*), vulgarmente designados por chips difusos, para o controlo do sistema do pêndulo invertido. A demonstração impressionou ainda mais os observadores quando o seu autor, Takeshi Yamakawa, colocou no topo do pêndulo um copo de água e um rato vivo, conseguindo manter o sistema em equilíbrio mesmo nestas condições “difíceis”.

Os Japoneses constataram as virtudes dos sistemas difusos e desenvolveram diversas aplicações industriais tradicionais ou de consumo. Seguindo este desenvolvimento foi criado em 1988 o Laboratório Internacional de Engenharia *Fuzzy*, que incorporava 48 companhias para investigação na área dos sistemas difusos.

Entretanto, também na Europa e nos Estados Unidos, ainda que com menos entusiasmo que no Japão, começaram-se a desenvolver alguns trabalhos nesta área. Apesar deste facto, é ainda no Japão que presentemente se continuam a desenvolver inúmeras aplicações para as mais diversas áreas de interesse, como sejam máquinas fotográficas, máquinas de lavar loiça, entre outras.

Nos nossos dias assiste-se a uma aplicação dos sistemas difusos também nas áreas do projecto de software, em *expert systems* e ainda na integração de lógica difusa com outros métodos, como sejam as redes neuronais e os algoritmos genéticos, com o objectivo de se desenvolverem sistemas de aprendizagem.

O desenvolvimento das técnicas de Inteligência Artificial tem vindo a ocupar, nos últimos anos, uma posição de destaque em ambientes industriais. De entre as técnicas mais usadas, além do Controlo Difuso, podem-se destacar as redes neuronais, aplicadas a sistemas de reconhecimento, classificação e controlo, que estão actualmente em grande evidência ao ponto de os japoneses as considerarem como duas das mais promissoras técnicas para o século XXI.

## 2.3 Lógica Difusa

Algumas teorias mantêm a opinião de que não existem diferenças significativas entre a teoria da lógica difusa e a teoria das probabilidades [MENDEL, 1995]. Acontece que, enquanto a teoria dos conjuntos difusos utiliza funções de pertinência para definir a certeza ou incerteza dos dados, a teoria de probabilidades utiliza funções de probabilidade que apenas traduzem uma probabilidade e não uma certeza ou incerteza.

As diferenças entre estes dois conceitos ficam claramente esclarecidas através de um exemplo típico que será posteriormente melhor entendido. Considerem-se dois frascos com um determinado líquido. O primeiro possui um rótulo onde indica que aquele líquido possui um grau de pertinência ao conjunto dos líquidos bebíveis de 0.9 e o segundo possui um rótulo onde se indica que existem 90% de probabilidades de ser um líquido potável. Se tivéssemos de escolher entre os dois qual deles é que seleccionáramos para saciar a sede? A resposta parece óbvia – o primeiro, pois nada garante que o segundo seja potável uma vez que existem 10% de probabilidades de ser um líquido inquinado. Já para o primeiro caso é garantido que pelo menos 0.9 do líquido está em condições. De seguida são apresentados alguns conceitos que ajudarão a perceber melhor estas diferenças.

### 2.3.1 Conjuntos Difusos

Os conjuntos difusos foram propostos por Zadeh em 1965 como sendo uma extensão dos conjuntos clássicos. Zadeh apercebeu-se que na realidade os dados com que trabalhamos são de natureza incerta e que com a teoria dos conjuntos clássicos a resolução de problemas de natureza subjectiva era difícil, senão impossível, nomeadamente a tradução matemática e, por conseguinte, objectiva, de algo com características difusas. Na teoria dos conjuntos clássicos um elemento pertence, ou não, a um determinado conjunto, enquanto que na teoria dos conjuntos difusos pode pertencer, não pertencer ou pertencer parcialmente a um determinado conjunto. Esta facilidade de lidar com a ambiguidade, presente no pertencer parcialmente, constitui a grande vantagem dos conjuntos difusos [PAL e MITRA, 1992].

Um conjunto clássico consiste num conjunto com limites bem definidos. Por exemplo podemos definir de forma exacta o conjunto  $A$  constituído pelos elementos superiores a 6 da seguinte forma:

$$A = \{x \mid x > 6\} \quad (2.1)$$

Mas se a representação do conjunto  $A$  é simples, já a representação do conjunto  $B$  constituído pelos elementos  $x$  pertencentes ao universo  $U$  próximos de 6 é de difícil resolução pois não sabemos definir matematicamente o conceito de proximidade. Além disso, o que para mim pode ser próximo para outra pessoa pode ser afastado.

Contrastando com os conjuntos clássicos temos os conjuntos difusos que, tal como o nome indica, não possui limites bem definidos. Nestes conjuntos, a fronteira entre o pertence e o não pertence é feita de forma progressiva e gradual, sendo caracterizada por uma determinada função, designada por função pertença. Podemos então representar o conjunto  $B$  por:

$$B = \{(x, \mu_B(x)) \mid x \in U\} \quad (2.2)$$

onde  $\mu_B(x)$  representa a função pertença usada para traduzir a evolução do grau de pertença de  $x$  no conjunto  $B$ . Esta função faz um mapeamento de cada valor de  $x$  do universo  $U$  para um valor contínuo no intervalo [YAGER, 1980], sendo que este valor é designado pelo grau de pertença. Resulta evidente que o conjunto  $B$  está então dependente da função pertença usada. Um exemplo possível de uma função que defina o grau de pertença dos elementos  $x$  em  $B$  é a representada pela equação (2.3) e cujo aspecto se pode visualizar na Figura 2.1:

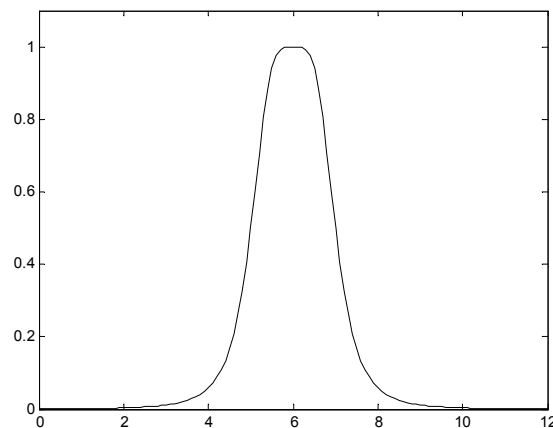


Figura 2.1 – Aspecto da função pertença indicada em (2.3).

$$\mu_B(x) = \frac{1}{1 + (x - 6)^4} \quad (2.3)$$

Esta situação de indefinição relativamente às fronteiras do conjunto acontece frequentemente na realidade. A título de exemplo, considere-se a dificuldade em definir fronteiras rígidas caso se pretenda definir grupos tais como pessoas altas, carros caros, dias solarengos, temperaturas altas, entre outros.

Assim, os conjuntos difusos introduzem o conceito de transição contínua e gradual entre membro e não membro, com o objectivo de aumentar a abrangência destes conceitos.

Claramente a definição de conjunto difuso não é mais que uma extensão do conjunto clássico. Se restringirmos o valor da função pertença a 0 e 1, então o conjunto  $A$  é reduzido a um conjunto clássico.

Outro aspecto importante tem que ver com o facto de se poderem definir inúmeras funções pertença para a definição de um mesmo conjunto difuso. A título de exemplo, duas pessoas distintas, ao classificarem por idades um grupo de pessoas, graduariam de forma ligeiramente diferente a função de pertença do conjunto de pessoas idosas. Todavia, a definição dos conjuntos difusos é não arbitrária, pois se para alguns casos uma estimação qualitativa que reflecta a ordem dos elementos de  $A$  é suficiente, para outros é necessária uma melhor aproximação que passará pela aplicação de técnicas de aprendizagem, tal como as que são usadas nas redes neuronais.

### 2.3.2 Variáveis Linguísticas

O fundador da lógica difusa, Zadeh, definiu em 1975 o conceito de variável linguística. Estas variáveis eram caracterizadas como sendo variáveis cujo valor não era um número mas sim uma palavra ou frase. A utilização de uma caracterização linguística em detrimento de uma caracterização numérica prende-se com o facto de a primeira ser menos específica que a segunda. No entanto, regra geral, a informação linguística não é usada isoladamente, sendo na maior parte dos casos combinada com os valores numéricos.

Consideremos a variável linguística  $u$  que denota a pressão e cujos valores são  $x$  pertencentes a um domínio  $U$ . A variável linguística é geralmente decomposta num conjunto de termos  $T(u)$  que cobrem o universo de discurso. Para o referido exemplo, esta pode ser decomposta num conjunto de termos  $T(u) = \{fraca, baixa, normal, forte, alta\}$ , onde cada termo pode ser caracterizado por um conjunto difuso num universo  $U = [100\text{psi}, 2300\text{psi}]$ . Assim, podemos considerar que a pressão é fraca abaixo dos 200  $\text{psi}$ , baixa à volta dos 700  $\text{psi}$ , normal na casa dos 1050  $\text{psi}$ , forte perto dos 1500  $\text{psi}$  e alta acima dos 2200  $\text{psi}$ . Estes termos

podem ser caracterizados por conjuntos difusos cujas funções pertença são as indicadas na Figura 2.2.

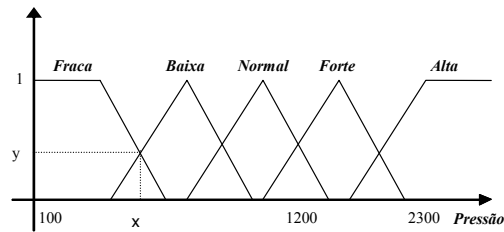


Figura 2.2 – Funções pertença para os termos  $T(\text{pressão})$ .

Repare-se que o mesmo valor de pressão pode pertencer a diferentes conjuntos difusos e que pode ter, inclusivamente, o mesmo grau de pertinência em dois conjuntos. É o caso do ponto  $x$  da figura que tem o mesmo valor de grau de pertinência  $y$  para a pressão baixa e fraca [MENDEL, 1995].

Uma variável linguística é caracterizada pelo quinteto  $(u, T(u), U, G, M)$ , onde  $u$  é o nome da variável,  $T(u)$  é o conjunto de termos da variável  $u$ , ou seja o conjunto dos termos linguísticos da variável  $u$  em que cada elemento define valor difuso no universo  $U$ ,  $G$  são as regras sintácticas para gerar o nome dos valores de  $u$  e  $M$  é a regra semântica para associar cada valor ao seu significado.

### 2.3.3 Funções Pertença

Não existindo uma forma explícita e geral para a construção de funções de pertinência, estas são construídas considerando alguns critérios de bom senso. É natural que um conjunto difuso apresente um valor máximo (unitário) para uma região do Universo do discurso tendendo o seu valor para zero à medida que nos afastamos dessa região caracterizadora do conjunto. Obedecem a esta característica as funções de pertinência com as formas triangular, trapezoidal, sigmoidal, gaussiana e forma de sino. Apesar da forma característica de cada uma destas funções, estas possuem um conjunto de parâmetros sintonizáveis, que nos permitem ajustar o seu posicionamento e factores de forma.

Até há bem pouco tempo a selecção do tipo de função a usar era feita exclusivamente pelo utilizador em função da experiência adquirida. Isto conduzia a que dois utilizadores distintos definissem funções distintas como resultado da experiência de cada um deles. Mesmo quando o tipo de função usada era a mesma, a definição do espaço ocupado podia não o ser e a partição efectuada era completamente diferente. Mais recentemente, as funções são

desenhadas utilizando procedimentos de otimização que tendem a otimizar a forma da função usada [MENDEL, 1995].

De seguida apresentam-se as definições das funções de pertinência mais usadas.

### 2.3.3.1 Triangular

Esta função encontra-se entre as mais frequentemente utilizadas devido à simplicidade da sua fórmula matemática e à sua eficiência computacional. A função triangular pode ser definida por três parâmetros distintos  $\{a,b,c\}$  da seguinte forma:

$$\mu_F(x, a, b, c) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right) \quad (2.4)$$

onde  $a$  e  $c$  representam os pontos extremos da base do triângulo,  $b$  representa o centro,  $\max$  a operação máximo e  $\min$  a operação mínimo. De referir que não é obrigatória uma simetria em relação ao centro. A Figura 2.3 mostra um exemplo de uma função triangular  $\mu_F(x, 20, 60, 80)$ .

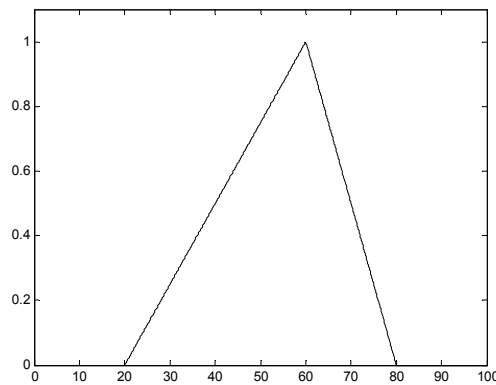


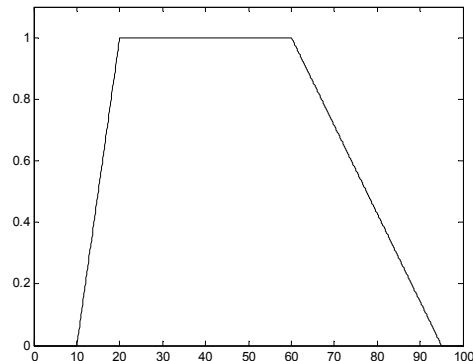
Figura 2.3 – Função de pertinência triangular com centro em  $x=60$ .

### 2.3.3.2 Trapezoidal

Pelas mesmas razões da função Triangular, a função de pertinência Trapezoidal é também uma das mais usadas. Pode ser definida por quatro parâmetros,  $\{a,b,c,d\}$  e representada por:

$$\mu_F(x, a, b, c, d) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right) \quad (2.5)$$

onde  $a$  e  $d$  representam os extremos da função e  $b$  e  $c$  o intervalo para o qual o grau de pertença é máximo. Na Figura 2.4 encontra-se representada a função  $\mu_F(x, 10, 20, 60, 95)$ .



**Figura 2.4 – Função pertinência trapezoidal.**

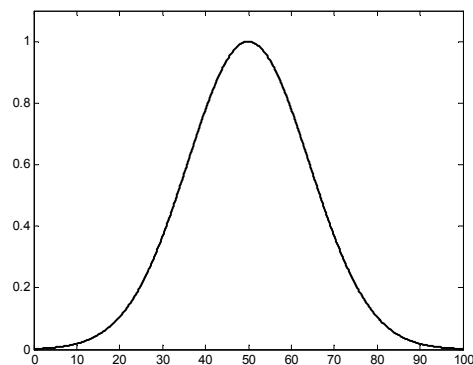
A função triangular é assim um caso particular da função trapezoidal quando os parâmetros  $b$  e  $c$  são iguais.

### 2.3.3.3 Gaussiana

Esta função apresenta a forma de um gaussiano ou distribuição normal. Pode ser especificada por dois parâmetros  $\{\sigma, c\}$  através da seguinte expressão:

$$\mu_F(x, \sigma, c) = e^{\left\{-\left[\frac{(x-c)}{\sigma}\right]^2\right\}} \quad (2.6)$$

onde  $\sigma$  é um factor largura da função e  $c$  o centro. A forma da função gaussiana é a apresentada na Figura 2.5.



**Figura 2.5 – Função pertinência do tipo gaussiano para  $(x, 20, 50)$ .**

### 2.3.3.4 Forma de sino

Pode ser especificada por três parâmetros  $\{a,b,c\}$  segundo a seguinte expressão:

$$\mu_F(x, a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}} \quad (2.7)$$

onde  $c$  representa o centro,  $a$  a largura e  $b$ , geralmente definido como sendo positivo, o parâmetro que é usado para controlar a inclinação nos pontos de *crossover*. Na Figura 2.6 está representado uma função com valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$  de 20, 4 e 50 respectivamente.

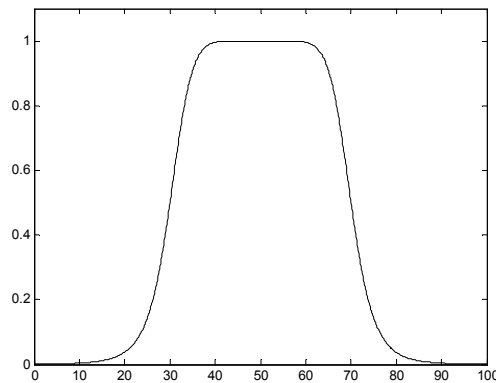


Figura 2.6 – Função pertinência em forma de sino para  $(x,20,4,50)$ .

### 2.3.3.5 Sigmoidal

A função pertinência do tipo sigmoidal é definida por:

$$\mu_F(x, a, b) = \frac{1}{1 + e^{[-a(x-b)]}} \quad (2.8)$$

onde o valor de  $a$  controla a inclinação no ponto de *crossover*  $b$ . O sinal do parâmetro  $a$  define se a função é aberta à direita ou à esquerda e como tal é apropriada para representar conceitos como “muito grande” ou “muito pequeno”. Este tipo de funções têm também grande aplicação como função de activação de redes neuronais [JANG e SUN, 1995].



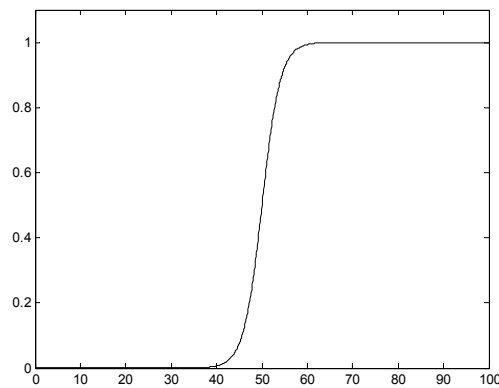


Figura 2.7 – Função pertença sigmoideal para  $(x, 0.5, 50)$ .

De referir que poderão ser definidos muitos outros tipos de funções pertença, mais adequadas ao tipo de aplicação pretendido.

### 2.3.3.6 Outros aspectos

Como referido, uma variável linguística é geralmente decomposta num conjunto de termos  $T(u)$ . A decomposição equivale à partição do seu domínio por um igual número de conjuntos difusos, caracterizados por funções de pertença.

Um aspecto importante relaciona-se com o número de funções pertença usadas para cada variável. Geralmente, o seu número fica a cargo do utilizador, sabendo-se contudo que quanto maior for o número de funções pertença usadas maior será a resolução (partição do espaço Universo do Discurso), mas com custos no aumento da complexidade e esforço computacional. Assim, o valor óptimo deverá ser um compromisso entre a resolução e o tempo de computação [MENDEL, 1995].

As funções pertença não têm obrigatoriamente que se sobreporem. No entanto, a grande virtude da lógica difusa reside precisamente na sua capacidade de descrever ambiguidades, como sejam o copo “meio cheio” ou “meio-vazio”. Neste sentido, somos capazes de distribuir as decisões envolvendo várias classes, caracterizadoras da robustez dos sistemas de lógica difusa [MENDEL, 1995].

A escala das funções pertença não tem que se encontrar normalizada no intervalo [YAGER, 1980]. A normalização poderá ser feita num outro qualquer intervalo interior, como seja a divisão de  $\mu_F(x)$  pelo seu supremo (maior valor de  $\mu_F(x)$ , designado por  $\sup \mu_F(x)$ ).

### 2.3.4 Terminologia usada

De seguida apresenta-se de forma resumida alguns conceitos importantes referentes à teoria dos conjuntos difusos. Para mais informação relativamente a estes conceitos deverá ser consultada a bibliografia indicada [MENDEL, 1995] [SALGADO, 2001].

#### 2.3.4.1 Suporte

O suporte do conjunto difuso  $A$  definido no universo de discurso  $U$  é o conjunto bivalente composto por todos os elementos de  $U$  cujo grau de pertença em  $A$  seja um valor não nulo.

$$\text{supp } A = \{x \in U \mid \mu_A(x) > 0\} \quad (2.9)$$

O suporte de um conjunto difuso vazio é um conjunto vazio. Um conjunto cujo suporte é um único ponto em  $U$  com  $\mu_A(x)=1$  é designado por conjunto singular ou *singleton*.

#### 2.3.4.2 Crossover

É a designação atribuída ao ponto  $x$  pertencente ao universo  $U$  para o qual  $\mu_A(x)=0.5$ .

#### 2.3.4.3 Kernel

Também denominado núcleo consiste no conjunto dos elementos  $x$  cujo valor pertença é 1, ou seja:

$$\text{Ker } (A) = \{x \mid \mu_A(x) = 1\} \quad (2.10)$$

#### 2.3.4.4 Height

A altura,  $H$ , de um conjunto difuso  $A$  é o maior dos valores da função pertença para todos os elementos do conjunto, isto é, corresponde ao supremo de  $\mu_A(x)$  em  $U$ :

$$H(A) = \sup_x \mu_A(x) \quad (2.11)$$

### 2.3.4.5 $\alpha$ -cut

Também designado por conjunto de nível  $\alpha$  corresponde ao conjunto bivalente  $A_\alpha$  que contém todos os elementos do universo  $U$  com grau de pertença em  $A$  maior ou igual a  $\alpha$ , ou seja:

$$A_\alpha = \{x \in U \mid \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad (2.12)$$

Para um dado conjunto  $A$ , o conjunto de todos os níveis que representam conjuntos distintos  $\alpha$ -cut, é designado por conjunto de nível de  $A$ , definido por:

$$A_\alpha = \{\alpha \mid \mu_A(x) = \alpha \text{ para alguns } x \in U\} \quad (2.13)$$

O conceito de  $\alpha$ -cut permite introduzir uma propriedade importante dos conjuntos difusos, designada por princípio da resolução. Este conceito diz que um conjunto  $A$  pode ser expresso por:

$$A = \bigcup_{\alpha \in A_\alpha} \alpha A_\alpha \quad (2.14)$$

ou seja, indica que o conjunto  $A$  pode ser decomposto em  $\alpha A_\alpha$  conjuntos, com  $\alpha \in [0,1]$ , ou se preferirmos que o conjunto  $A$  é definido pela união dos seus  $\alpha A_\alpha$  (teorema da representação).

### 2.3.4.6 Conjunto difuso convexo

Um conjunto difuso diz-se convexo se e só se todos os seus conjuntos  $\alpha$ -cut forem convexos. Ou seja, um conjunto difuso diz-se convexo sse:

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min[\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)] \quad \forall x_1, x_2 \in U \text{ e } \lambda \in [0,1] \quad (2.15)$$

### 2.3.4.7 Cardinalidade

A cardinalidade de um conjunto difuso  $A$  é definida como o somatório dos graus de pertença de todos os elementos  $x$  em  $A$ , ou seja:

$$|A| = \sum_{x \in U} \mu_A(x) \quad (2.16)$$

Para um domínio contínuo de valores, a cardinalidade será:

$$|A| = \int_{x \in U} \mu_A(x) \quad (2.17)$$

## 2.3.5 Operações com conjuntos difusos

As operações difusas básicas mais não são que uma extensão dos conceitos teóricos dos conjuntos clássicos. Neste trabalho são descritas as operações difusas mais importantes no contexto presente.

As operações sobre conjuntos difusos são definidas através das suas funções pertença. Como tal, considerem-se os conjuntos difusos  $A$  e  $B$  definidos no universo  $U$  e caracterizados pelas funções pertença  $\mu_A(x)$  e  $\mu_B(x)$ , respectivamente. Partindo destes pressupostos podem-se definir as operações descritas a seguir.

### 2.3.5.1 Complemento

Define-se complemento standard difuso como:

$$\mu_{\bar{B}}(x) = 1 - \mu_B(x) \quad (2.18)$$

Obviamente que este tipo de operação resulta de uma extensão das operações sobre conjuntos clássicos. Existem definidas várias operações complemento que podem ser aplicadas aos conjuntos difusos. Apesar desta diversidade, todas elas se regem por um conjunto de axiomas que se passam a definir:

- i)  $C(0) = 1$
- ii)  $C(C(x)) = x \quad \forall x \in [0,1]$
- iii)  $x_1 < x_2 \Rightarrow C(x_1) \geq C(x_2)$
- iv) *A operação é uma função contínua*

Na Tabela 2.1 são apresentadas algumas operações complemento (C) frequentemente utilizadas.

**Tabela 2.1 - Funções complemento difuso.**

Complemento de 1	$\bar{x} = 1 - x$
Complemento de $\lambda$ (Classe Sugeno)	$\bar{x} = \frac{1-x}{1+\lambda x}, \quad -1 < \lambda < \infty$
Complemento de $\omega$ (Classe de Yager)	$\bar{x} = (1-x^\omega)^{\frac{1}{\omega}}, \quad 0 < \omega < \infty$

### 2.3.5.2 Operadores *t-norm*

Também designados por normas triangulares, os operadores *t-norm* foram introduzidos para modelar as distâncias no espaço métrico probabilístico. Estas normas são usadas fundamentalmente para modelar a conectiva AND.

Uma norma triangular é um mapeamento do tipo:

$$T : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1] \quad (2.19)$$

que é obrigatoriamente simétrico, associativo, não-decrescente em cada argumento e com  $T(a,1)=a$ , para todo o  $a$  pertencente ao intervalo [YAGER, 1980]. Assim para que uma operação seja uma norma triangular tem que obedecer às seguintes leis:

- i)  $T(x, y) = T(y, x)$  Lei de simetria
- ii)  $T(x, T(y, z)) = T(T(x, y), z)$  Lei da associatividade

iii)  $T(x, y) \leq T(x', y')$  se  $x \leq x'$  e  $y \leq y'$  Lei da monotonicidade

iv)  $T(x, 1) = x \quad \forall x \in [0, 1]$  Identidade

A intersecção difusa *standard* é definida por:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \tag{2.20}$$

ou seja, a intersecção de dois conjuntos difusos apresenta como função pertença uma função cujo valor no ponto  $x$  é o mínimo dos valores para o mesmo ponto em cada um dos conjuntos. A figura mostra a função pertença da intersecção de  $A$  com  $B$ .

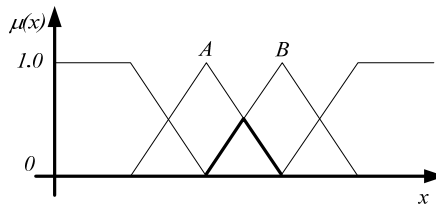


Figura 2.8 – Função pertença da intersecção de A com B.

A Tabela 2.2 apresenta algumas das operações *t-norm* mais usadas.

Tabela 2.2 - Funções *t-norm* mais usadas.

Intersecção ou Mínimo	$MIN(x, y) = x \wedge y = \min\{x, y\}$
Lukasiewicz ou Produto Limitado	$LAND(x, y) = x \odot y = \max\{0, x + y - 1\}$
Produto algébrico ou Produto Probabilístico	$PAND(x, y) = x \bullet y = xy$
Fraca	$WEAK(x, y) = \begin{cases} \min\{x, y\} & \text{se } \max\{x, y\} = 1 \\ 0 & \text{se caso contrario} \end{cases}$
Hamacher	$HAND_\gamma(x, y) = xy / (\gamma + (1 - \gamma)(x + y - xy)), \gamma \geq 0$
Dubois e Prade	$DAND_\alpha(x, y) = xy / \max\{x, y, \alpha\}, \alpha \in [0, 1]$
Yager	$YAND_p(x, y) = 1 - \min\left\{1, \left[(1-x)^p + (1-y)^p\right]^{1/p}\right\}, p > 0$

Outras funções podem ser definidas entre outras classes de funções *t-norm*, configuradas apenas por um único parâmetro real [SALGADO, 2001] [YAGER, 1980] [DUBOIS e PRADE, 1985] [KLIR e BO YUAN, 1987]

### 2.3.5.3 Operadores co-norm

Também designados por operadores *s-norm*, ou por *t-conorm*, representam um mapeamento do tipo:

$$S : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1] \quad (2.21)$$

com propriedades idênticas às normas triangulares, ou seja, um operador deste tipo obedece às seguintes leis:

$$i) S(x, y) = S(y, x) \quad (2.22)$$

$$ii) S(x, S(y, z)) = S(S(x, y), z) \quad (2.23)$$

$$iii) S(x, y) \leq S(x', y') \text{ se } x \leq x' \text{ e } y \leq y' \quad (2.24)$$

$$iv) S(x, 0) = x, \forall x \in [0,1] \quad (2.25)$$

Define-se a união difusa *standard* como:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.26)$$

ou seja, a união de dois conjuntos difusos apresenta como função pertença uma função cujo valor no ponto  $x$  é o máximo dos valores para o mesmo ponto em cada um dos conjuntos. A Figura 2.9 mostra o resultado da união de A com B.

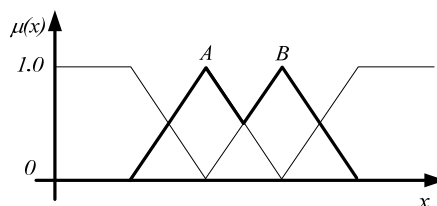


Figura 2.9 – Função pertença da união de A com B.

A Tabela 2.3 apresenta algumas das operações básicas *t-conorm* mais usadas na modelação da conectiva OR.

**Tabela 2.3 - Operações *s-norm* básicas.**

União ou Máximo	$MAX(x, y) = x \vee y = \max\{x, y\}$
Lukasiewicz ou Soma limitada	$LOR(x, y) = x \oplus y = \min\{x + y, 1\}$
Soma algébrica ou Soma probabilística	$POR(x, y) = x + y - xy$
Forte	$STRONG(x, y) = \begin{cases} \max\{x, y\} & \text{se } \min\{x, y\} = 0 \\ 1 & \text{se caso contrario} \end{cases}$
Hamacher	$HOR_{\gamma}(x, y) = (x + y - (2 - \gamma)xy) / (1 - (1 - \gamma)xy), \gamma \geq 0$
Yager	$YOR_p(x, y) = \min\left\{1, \sqrt[p]{x^p + y^p}\right\}, p > 0$

De referir que outras operações poderão ser estabelecidas desde que obedeçam aos axiomas atrás enunciados.

Apesar de existirem diversos tipos de operações estabelecidas para a modelação do complemento, do AND e do OR, na maioria das aplicações práticas utilizam-se as seguintes operações:

*T-norm* para intersecção: *min* ou produto algébrico

*S-norm* para união: *max* ou soma algébrica;

Negação difusa:  $\mu(\bar{x}) = 1 - \mu(x)$ .

#### 2.3.5.4 Lei da exclusão mútua e princípio da não-contradição

No que se refere aos conjuntos difusos existem duas leis fundamentais que podem não ser cumpridas. São elas a lei da exclusão mútua e a lei da não-contradição, as quais se traduzem por  $A \cup \bar{A} = U$  e  $A \cap \bar{A} = \phi$ , respectivamente. De facto da união de um conjunto difuso  $A$  com o seu complemento não resulta necessariamente o conjunto universo de discurso  $U$  e da intersecção com o seu complemento não resulta um conjunto vazio. O exemplo seguinte pode ajudar a entender melhor os conceitos apresentados. Considere-se o conjunto difuso  $A$



caracterizado por uma função pertença  $\mu_A(x)$  de tal forma que  $\mu_A(x)=1/2$  para todo o  $x$  pertencente ao universo  $U$  de discurso. Se calcularmos a união de  $A$  com o seu complemento vem:

$$A \cup \bar{A} = \max[\mu_A(x), 1 - \mu_A(x)] = 1/2 \neq 1$$

pelo que falha a lei da exclusão mútua. Da mesma forma e para o mesmo caso temos que:

$$A \cap \bar{A} = \min[\mu_A(x), 1 - \mu_A(x)] = 1/2 \neq 0$$

A intersecção e a união de conjuntos clássicos, também designados por conjuntos crespos, obedecem às propriedades de comutatividade, associatividade e distributividade. Isto significa que:

$$A \cup B = B \cup A,$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) = A \cup (B \cup C), \text{ e}$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C), \text{ entre outras possibilidades.}$$

Além disso as leis de De Morgan  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$  e  $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$  são válidas para os conjuntos clássicos.

Para a generalidade das operações difusas, as leis de De Morgan podem não ser universalmente válidas. Todavia, existem conjuntos de operações de negação, intersecção e reunião difusas para as quais continuam a ser válidas:  $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$  e  $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ .

### 2.3.6 Princípio da Extensão

O Princípio da Extensão foi introduzido por Zadeh e constitui uma ferramenta importante na teoria dos conjuntos difusos. Este princípio permite a generalização dos conceitos da matemática bivalente para a teoria dos conjuntos difusos. Permite ainda, alargar a aplicação de uma função  $f$  que mapeie pontos de um conjunto  $U$  num ponto de um conjunto  $V$ , num mapeamento dos subconjuntos difusos em  $U$  num subconjunto difuso em  $V$ .

Considere-se a função  $f$  e o conjunto difusos  $A$  em  $U$ , em que  $A = \mu_1/x_1 + \dots + \mu_n/x_n$ . O princípio da extensão estabelece que:

$$f(A) = f(\mu_1/x_1 + \dots + \mu_n/x_n) = \mu_1/f(x_1) + \dots + \mu_n/f(x_n) \quad (2.27)$$

Se mais que um elemento de  $U$  é mapeado por  $f$  no mesmo elemento  $y$  de  $V$ , então é tomado o valor com maior grau de pertença, ou seja:

$$\mu_{f(A)}(y) = \max_{\substack{x_i \in U \\ f(x_i)=y}} [\mu_A(x_i)] \quad (2.28)$$

em que  $x_i$  são os elementos com a mesma imagem em  $V$ . Muitas vezes a função  $f$  mapeia um ponto em  $U$  num ponto em  $V$ .

### 2.3.7 Relação e Composição Difusa

O conceito de relação difusa resulta de uma extensão das relações clássicas entre conjuntos. Trata-se de uma generalização da relação binária e reflecte o grau de associação entre os elementos relacionados. Assim, as relações difusas representam o grau de presença ou ausência de associação e a interacção ou interligação entre os elementos de dois ou mais conjuntos difusos [MENDEL, 1995]. A forma natural de caracterizar o grau de relação existente entre elementos ou conjuntos, no espaço produto, é a de um conjunto difuso.

#### 2.3.7.1 Relação e Composição no mesmo Espaço Produto

Seja, a título de exemplo, a relação difusa binária: “ $x$  é muito maior que  $y$ ,  $y$  é próximo de  $x$ ”. Esta preposição é uma relação entre duas relações independentes: “ $x$  é muito maior que  $y$ ” e “ $y$  é próximo de  $x$ ”. Dada a contradição entre as referidas relações, na perspectiva da lógica clássica essa relação composta é inexistente (ou nula). Todavia, embora contraditórias podem existir valores de  $x$  e  $y$  em que se estabeleça uma relação não nula entre as referidas proposições, passíveis de uma relação difusa. Este pequeno exemplo permite ainda antever que as relações difusas desempenham um papel importantíssimo na descrição de sistemas de lógica difusa, como será referido mais adiante.

Sejam  $U$  e  $V$  dois universos de discurso. A relação difusa  $R(U, V)$  é um conjunto difuso no espaço produto  $U \times V$ , ou seja é um subconjunto difuso de  $U \times V$ , caracterizado pela função pertença  $\mu_R(x, y)$  onde  $x \in U$  e  $y \in V$ . A relação pode ainda ser traduzida por:

$$R(U, V) = \{((x, y), \mu_R(x, y)) \mid (x, y) \in U \times V\} \quad (2.29)$$

onde  $\mu_R(x, y) \in [0, 1]$ . A generalização para o espaço produto cartesiano  $n$ -dimensional também poderá ser feita.

Pelo facto de as relações difusas serem conjuntos difusos, definidos no espaço produto cartesiano, toda a teoria dos conjuntos difusos, incluindo as operações difusas estabelecidas poderão ser-lhe aplicadas. Considerem-se duas relações difusas  $R(x, y)$  e  $S(x, y)$  definidas no mesmo espaço cartesiano  $U \times V$ . A união e a intersecção de  $R$  e  $S$ , designadas por composições são definidas por:

$$\mu_{R \cup S}(x, y) = \mu_R(x, y) \oplus \mu_S(x, y) \quad (2.30)$$

$$\mu_{R \cap S}(x, y) = \mu_R(x, y) \odot \mu_S(x, y) \quad (2.31)$$

onde  $\oplus$  e  $\odot$  representam um operador  $t$ -conorm e  $t$ -norm respectivamente. Considere-se a afirmação referida atrás como exemplo de uma relação difusa binária “ $x$  é muito maior que  $y$  e  $y$  é próximo de  $x$ ”. Esta afirmação é a composição de duas relações distintas. A primeira constituída por “ $x$  é muito maior que  $y$ ” e a segunda “ $y$  é próximo de  $x$ ”. outro aspecto em comum tem a ver com o facto de ambas as relações se encontrarem no mesmo espaço produto  $U \times V$ . Assim podem-se estabelecer as funções pertença para cada relação como  $\mu_{MM}(x, y)$ , para “ $x$  é muito maior que  $y$ ” e  $\mu_P(x, y)$  para “ $y$  é próximo de  $x$ ”. Por último e com a ajuda do operador  $t$ -norm apropriado, por exemplo o mínimo, pode-se definir a função pertença da afirmação completa como  $\mu_{MM \cap P}(x, y) = \min[\mu_{MM}(x, y), \mu_P(y, x)]$ . Para melhor visualização dos conceitos estabelecidos de relação e composição difusa vamos concretizar. Considerem-se os conjuntos  $U$  e  $V$  definidos por:

$$U = \{x_1, x_2, x_3\} \quad (2.32)$$

$$V = \{y_1, y_2, y_3, y_4\} \quad (2.33)$$

Considerem-se ainda as funções pertença de cada relação,  $\mu_{MM}(x, y)$  e  $\mu_P(y, x)$  definidas por:

$$\mu_{MM}(x, y) = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.8 & 1 & 0.1 & 0.7 \\ 0 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0.9 & 1 & 0.7 & 0.8 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2.34)$$

$$\mu_P(y, x) = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & \begin{bmatrix} 0.4 & 0.9 & 0.3 \end{bmatrix} \\ y_2 & \begin{bmatrix} 0 & 0.4 & 0 \end{bmatrix} \\ y_3 & \begin{bmatrix} 0.9 & 0.5 & 0.8 \end{bmatrix} \\ y_4 & \begin{bmatrix} 0.6 & 0.7 & 0.5 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2.35)$$

Neste caso, por exemplo, se pretendêssemos conhecer o valor de  $\mu_{MM \cap P}(x_3, y_4)$  teríamos de calcular o  $\min[\mu_{MM}(x_3, y_4), \mu_P(y_4, x_3)]$  (mínimo), o que corresponde a obter um valor de 0.5, tal como pode ser constatado através da análise das matrizes anteriores. A função completa da composição das duas relações pode ser obtida de forma similar, pelo que:

$$\mu_{MM}(x, y) = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ x_1 & \begin{bmatrix} 0.4 & 0 & 0.1 & 0.6 \end{bmatrix} \\ x_2 & \begin{bmatrix} 0 & 0.4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ x_3 & \begin{bmatrix} 0.3 & 0 & 0.7 & 0.5 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2.36)$$

Da análise da equação (2.36) resulta evidente que a maioria dos termos apresentam valores inferiores a 0.5. Isto significa que esta afirmação é tratada com alguma desconfiança, o que de facto é confirmado se prestarmos mais atenção ao conteúdo da afirmação. Assim um elemento  $x$  que seja muito maior que um outro  $y$ , naturalmente que não se encontra próximo deste.

### 2.3.7.2 Relação e Composição em Espaços Produto Diferentes

A forma como se relacionam conjuntos difusos no mesmo espaço produto e como se estabelecem as operações de composição nesse mesmo espaço foi já referida. Contudo nem sempre as composições das relações difusas ocorrem desta forma. Na maior parte dos casos interessa estabelecer relações entre espaços distintos e efectuar a sua composição. Neste ponto efectuar-se-á uma pequena descrição da forma como poderão ser obtidas as relações e composição entre espaços diferentes. A título de exemplo, considerem-se as duas relações  $R(U, V)$  e  $S(V, W)$ , que partilham um conjunto comum, neste caso  $V$ , e que traduzem a seguinte afirmação: “ $x$  é menor que  $y$  e  $y$  é próximo de  $z$ ”. Associada a cada relação difusa encontra-se uma função pertença que caracteriza quantitativamente as associações entre os elementos, pelo que os podemos representar por  $\mu_R(x, y)$  e  $\mu_S(y, z)$ , com valores no intervalo [YAGER,

1980]. A composição das duas relações, traduzida por  $R \circ S$ , pode ser representada por uma função pertença resultado da composição das funções pertença de cada uma das relações. Assim pode-se definir:

$$\mu_{R \circ S}(x, z) = \sup_{y \in V} [\mu_R(x, y) \star \mu_S(y, z)] \quad (2.37)$$

Esta composição é análoga à composição bivalente, diferindo apenas no facto de as funções pertença R e S assumirem valores no intervalo [YAGER, 1980] [SALGADO, 2001].

Esta composição é designada por composição *sup-star* e é baseada nas composições de conjuntos crespos designadas por *max-min* e *max-produto*, as quais são representadas, respectivamente, por:

$$\mu_{R \circ S}(x, z) = \max_{y \in V} \min [\mu_R(x, y), \mu_S(y, z)] \quad (2.38)$$

$$\mu_{R \circ S}(x, z) = \max_{y \in V} [\mu_R(x, y) \bullet \mu_S(y, z)] \quad (2.39)$$

Facilmente se demonstra que no caso das relações bivalentes as equações (2.38) e (2.39) são idênticas.

A designação *sup-star* deve-se ao facto de utilizar a operação *sup* (supremo) da composição “*star*” (estrela), sobre o resultado da operação efectuada entre as funções pertença das relações, através do operador *t-norm*. Em virtude de entre as operações *t-norm* as mais usadas serem as operações mínimo e produto estas composições designam-se frequentemente de *sup-min* ou *sup-produto*, respectivamente [MENDEL, 1995].

Retomando o exemplo “*x é muito maior que y e y é próximo de z*”, seja a função pertença  $\mu_{MM}(x, y)$  a da relação “*x é muito maior que y*” e a função  $\mu_p(y, z)$  a da relação “*y é próximo de z*”. Considere-se ainda que  $U = \{x_1, x_2, x_3\}$ ,  $V = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ ,  $W = \{z_1, z_2, z_3\}$  e que as funções pertença são definidas por:

$$\mu_{MM}(x, y) = \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ 0.8 & 1 & 0.1 & 0.7 \\ 0 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0.9 & 1 & 0.7 & 0.8 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

$$\mu_P(y, z) = \begin{matrix} & z_1 & z_2 & z_3 \\ y_1 & \begin{bmatrix} 0.4 & 0.9 & 0.3 \end{bmatrix} \\ y_2 & \begin{bmatrix} 0 & 0.4 & 0 \end{bmatrix} \\ y_3 & \begin{bmatrix} 0.9 & 0.5 & 0.8 \end{bmatrix} \\ y_4 & \begin{bmatrix} 0.6 & 0.7 & 0.5 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2.41)$$

Se usarmos a composição *max-min* verificamos que:

$$\mu_{MM \circ P}(x, z) = \begin{matrix} & z_1 & z_2 & z_3 \\ x_1 & \begin{bmatrix} 0.4 & 0.8 & 0.5 \end{bmatrix} \\ x_2 & \begin{bmatrix} 0 & 0.4 & 0 \end{bmatrix} \\ x_3 & \begin{bmatrix} 0.7 & 0.9 & 0.7 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2.42)$$

enquanto que se se usar a composição *max-produto* se obtém:

$$\mu_{MM \times P}(x, z) = \begin{matrix} & z_1 & z_2 & z_3 \\ x_1 & \begin{bmatrix} 0.4 & 0.7 & 0.4 \end{bmatrix} \\ x_2 & \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0 \end{bmatrix} \\ x_3 & \begin{bmatrix} 0.6 & 0.8 & 0.6 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2.43)$$

Repare-se que os resultados são diferentes daqueles que seriam obtidos no caso de conjuntos bivalentes, onde independentemente do operador *t-norm* usado o resultado é o mesmo [MENDEL, 1995].

Qualquer tipo de composição deve obedecer a três propriedades:

$$\begin{aligned} R \circ S &\neq Q \circ R \\ (R \circ S)^{-1} &= Q^{-1} \circ R^{-1} \\ (R \circ S) \circ T &= R \circ (S \circ T) \end{aligned} \quad (2.44)$$

A última propriedade sugere uma forma de composição de relações complexas através da sua associação duas a duas.

Outro aspecto importante refere-se à simplificação que poderá ser feita quando uma das relações da composição seja uma relação em que o espaço contra-domínio é o mesmo que o

espaço domínio. Esta relação reduz-se a um conjunto difuso num único espaço. Sejam  $R$  e  $S$  duas relações entre os universos  $U \times V$  e  $V \times W$ , respectivamente. Considere-se ainda que  $R$  é uma relação de  $U$  em  $U$ , ou seja, que  $U = V$ . Desta forma, a relação  $R$  reduz-se a um conjunto difuso em  $U$ , ou seja,  $\mu_R(x, y) = \mu_R(x, x)$ , ou simplificando  $\mu_A(x)$ . Uma situação deste tipo conduz a que a composição de  $R$  com  $S$ , esquematizada na Figura 2.10, seja interpretada como a ilustrada na Figura 2.11.

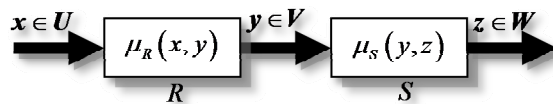


Figura 2.10 – Composição *Sup-star*.

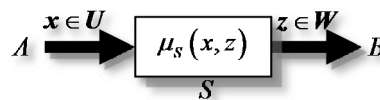


Figura 2.11 – Composição *Sup-star* quando a primeira relação é um conjunto difuso.

A composição de  $R$ , ou  $A$ , com  $S$ ,  $A \circ S$ , resulta num conjunto difuso em  $W$ :

$$B = A \circ S \tag{2.45}$$

em que a sua função pertença é dada por:

$$\mu_{A \circ S}(z) = \text{Sup}_{x \in U} [\mu_A(x) \star \mu_S(x, z)] \tag{2.46}$$

que corresponde a uma função da variável de saída  $z$ .

A equação (2.46) é designada por equação da relação difusa.  $S$  é visto como um sistema difuso, com  $A$  como entrada difusa e  $B$  como saída difusa, traduzindo a característica do sistema difuso através das suas relações entrada/saída.

### 2.3.8 Inferência difusa

A inferência difusa assume especial importância nas aplicações de lógica difusa na medida em que constitui um conceito nuclear para os sistemas de lógica difusa. Na maior parte dos casos as relações entre os conjuntos difusos são estabelecidas por regras do tipo *IF – THEN*, pelo que se torna necessário a existência de um mecanismo de interpretação dessa relação. Esse mecanismo é designado por inferência difusa.

Na lógica booleana qualquer função lógica pode ser expressa pela combinação de três operações fundamentais: conjunção, disjunção e negação. Por outro lado, as regras do tipo *IF–THEN*, que fazem parte dos sistemas de lógica difusa, são interpretáveis como operações de implicação. A implicação do conjunto  $A$  em  $B$  pode ser representada de diversas formas, sendo as mais comuns:

$$A \rightarrow B \Leftrightarrow \overline{[A \wedge \overline{B}]} \Leftrightarrow \overline{A} \vee B \quad (2.47)$$

Várias funções características podem ser obtidas para a representação da implicação a partir da equação (2.47) através da utilização de diferentes operações *t-norm*, como por exemplo a operação *min* e *produto*. Desta forma, a equação (2.47) pode ser representada pelas equações (2.48) a (2.51).

$$\begin{aligned} \mu_{A \rightarrow B}(x, y) &= 1 - \mu_{A \cap \overline{B}}(x, y) \\ &= 1 - \min[\mu_A(x), 1 - \mu_B(y)] \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned} \mu_{A \rightarrow B}(x, y) &= \mu_{\overline{A} \cup B}(x, y) \\ &= \max[1 - \mu_A(x), \mu_B(y)] \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = 1 - \mu_A(x)(1 - \mu_B(y)) \quad (2.50)$$

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \min[1, 1 - \mu_A(x) + \mu_B(y)] \quad (2.51)$$



Existem várias formas de realização do processo de inferência, sendo conhecidas por regras de inferência. As mais importantes e utilizadas na lógica proposicional são a *Modus Ponens* e a *Modus Tollens*, cujo procedimento se descreve a seguir.

*Modus Ponens* (MP)

Premissa 1:  $x$  is  $A$

Premissa 2: IF  $x$  is  $A$ , THEN  $y$  is  $B$

Consequência:  $y$  is  $B$

em que  $A$  e  $B$  são proposições.

A *Modus Ponens* pode ser representada pelas seguintes operações:

$$(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B \quad (2.52)$$

Uma outra forma de realização do processo de inferência da regra IF-THEN, é segundo processo *Modus Tollens*, que se descreve em seguida.

*Modus Tollens* (MT)

Premissa 1:  $y$  is not  $B$

Premissa 2: IF  $x$  is  $A$ , THEN  $y$  is  $B$

Consequência:  $x$  is not  $A$

em que  $A$  e  $B$  são proposições.

A *Modus Tollens* pode ser representada pelas operações:

$$(\bar{B} \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow \bar{A} \quad (2.53)$$

Partindo destes conceitos, aplicados à lógica proposicional, podemos passar para uma generalização para a lógica difusa no que respeita à implicação difusa e regras de inferência. Apresentam-se de seguida as regras de inferência generalizadas.

*Modus Ponens* Generalizada (GMP)

Premissa 1:  $x$  is  $A'$

Premissa 2: *IF*  $x$  is  $A$ , *THEN*  $y$  is  $B$

Consequência:  $y$  is  $B'$

em que  $A$ ,  $A'$ ,  $B$  e  $B'$  são conjuntos difusos e  $x$  e  $y$  variáveis linguísticas.

*Modus Tollens* Generalizada (GMT)

Premissa 1:  $y$  is  $B'$

Premissa 2: *IF*  $x$  is  $A$ , *THEN*  $y$  is  $B$

Consequência:  $x$  is  $A'$

em que  $A$ ,  $A'$ ,  $B$  e  $B'$  são conjuntos difusos e  $x$  e  $y$  variáveis linguísticas.

É importante referir que, ao contrário da lógica bivalente,  $A$  e  $A'$ , bem como  $B$  e  $B'$  não têm, obrigatoriamente, que ser iguais. Na lógica difusa as regras são activadas desde que exista um grau de similaridade não-nulo entre a primeira premissa e o antecedente da regra, resultando numa consequência com grau de similaridade não-nulo com a consequência da regra. A inferência deverá produzir um valor o mais próximo possível da função verdade de entrada, em vez de um valor igual.

De entre estes dois procedimentos de inferência difusa, o mais usado é o GMP, também designado por *fuzzy reasoning* ou *approximate reasoning* [JANG e SUN, 1995]. Dado que as regras são relações que podem ser expressas como implicações, a conclusão  $B'$  pode ser obtida através de um processo de composição de inferência, designado por regra de composição de inferência entre o conjunto  $A'$  e a relação (não esquecer que a relação é neste caso a implicação -  $R = A \rightarrow B$ ) expressa da seguinte forma:

$$A \rightarrow B : B' = A' \circ R = A' \circ (A \rightarrow B) \quad (2.54)$$

onde  $\circ$  representa o operador composição usado. Assim podemos distinguir dois tipos de composições. A primeira consiste na utilização da composição *max-min*, pelo que utiliza o operador *t-norm min*, e a outra, a composição *max-produto* por utilizar o operador produto.

Ambas as composições foram já referidas no ponto 2.3.7. As seguintes equações apresentam o resultado das funções pertença do consequente quando se utilizam os dois operadores.

$$\mu_B(y) = \max_x \min[\mu_{A'}(x), \mu_R(x, y)] \quad (2.55)$$

$$\mu_B(y) = \max_x [\mu_{A'}(x) \bullet \mu_R(x, y)] \quad (2.56)$$

onde  $\mu_R(x, y)$  representa a função pertença da relação (implicação  $A \rightarrow B$ ). De referir que tanto uma como a outra não são mais que uma especificação do operador *sup-star* e que neste caso pode ser representado por:

$$\mu_B(y) = \sup_{x \in A'} [\mu_{A'}(x) \star \mu_{A \rightarrow B}(x, y)] \quad (2.57)$$

Com base nestes resultados poder-se-á usar o procedimento de inferência para determinar os conjuntos conclusões B das regras, desde que a implicação difusa  $A \rightarrow B$  seja conhecida [JANG e SUN, 1995].

Porém, a diversidade de composições que são possíveis de realizar criam um problema, nomeadamente escolher de entre as equações (2.48) a (2.51) a equação para representar a função pertença da relação. Mendel apresenta um estudo comparativo dos diversos tipos de funções no qual reconhece que todas elas violam o conceito de senso comum [MENDEL, 1995].

Por esta razão foram apresentados vários operadores de representação da implicação [MAMDANI, 1974] [LARSEN, 1980], de entre os quais se podem destacar a *implicação mínimo*, estabelecido por Mamdani e representado na equação (2.58), e o de Larsen, denominado por *implicação produto*, representado pela equação (2.59).

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) \triangleq \min[\mu_A(x), \mu_B(y)] \quad (2.58)$$

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) \triangleq \mu_A(x) \mu_B(y) \quad (2.59)$$

Tanto num caso como no outro a escolha deveu-se a uma facilidade computacional e não a um problema relativamente ao conceito de causa efeito, contudo ambos conduzem a conjuntos difusos de saída que não violam o senso comum. A utilização destes operadores permitiu que resultados importantes fossem obtidos no que se refere à implicação e, além disso, permitiu simplificar o cálculo das conclusões uma vez que conduzem a:

$$\mu_{B'}(y) = \min_x(\mu_{A'}(x), \mu_A(x)) * \mu_B(y) \quad (2.60)$$

onde \* pode ser a operação mínimo ou produto.

Apesar de estes serem os mais usados encontram-se definidos outros operadores de implicação Os quais se apresentam na Tabela 2.4.

**Tabela 2.4 - Operadores de implicação difusa.**

Larsen	$x \rightarrow y = xy$
Mamdani	$x \rightarrow y = \min(x, y)$
Lukasiewicz	$x \rightarrow y = \min(1, 1 - x + y)$
Standard Strict	$x \rightarrow y = \begin{cases} 1 & \text{se } x \leq y \\ 0 & \text{caso contra'rio} \end{cases}$
Godel	$x \rightarrow y = \begin{cases} 1 & \text{se } x \leq y \\ y & \text{se c.c.} \end{cases}$
Gaines	$x \rightarrow y = \begin{cases} 1 & \text{se } x \leq y \\ y/x & \text{se c.c.} \end{cases}$
Kleene-Dienes	$x \rightarrow y = \max(1 - x, y)$
Kleene-Dienes-Luk	$x \rightarrow y = 1 - x + xy$

## 2.4 Sistemas de Lógica Difusa

Um sistema de lógica difusa, SLD, efectua um mapeamento de valores de entrada em valores de saída. É composto por quatro componentes principais: regras, fuzificador, um mecanismo de inferência e um desfuzificador, tal como se mostra na Figura 2.12.

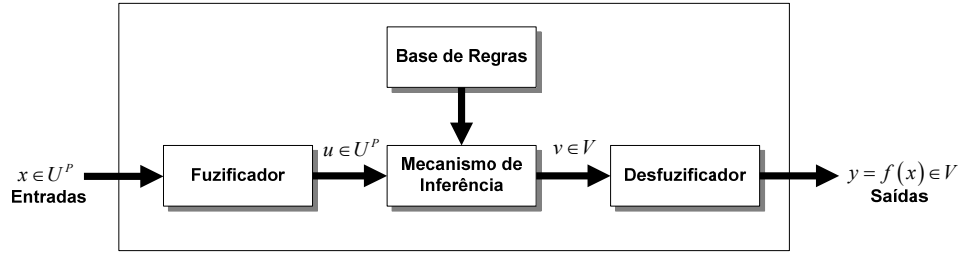


Figura 2.12 – Componentes principais de um SLD.

Seguidamente discutem-se os quatro blocos fundamentais que constituem o SLD, nomeadamente regras, mecanismo de inferência, fuzificador e desfuzificador, por forma a que no final se consiga estabelecer uma fórmula matemática que relacione as saídas com as entradas.

### 2.4.1 Regras

O bloco designado por regras consiste na realidade numa base de regras, ou seja uma colecção de regras do tipo *IF-THEN* que podem ser representadas por:

$$R^{(l)} : \text{IF } u_1 \text{ is } F_1^l \text{ AND } u_2 \text{ is } F_2^l \text{ AND } \dots u_i \text{ is } F_i^l \text{ THEN } v \text{ is } G^l \quad (2.61)$$

onde  $l = 1, 2, \dots, M$ ,  $F_i^l$  e  $G^l$  são conjuntos difusos em  $U_i \subset \mathbb{R}$  e  $V \subset \mathbb{R}$ , respectivamente,  $u = \text{col}(u_1, \dots, u_i) \in U_1 \times \dots \times U_i$  e  $v \in V$ .  $u$  é o vector variável linguística de entrada, de coordenadas respectivamente  $u_i \in U_i$ , e  $v$  a variável linguística de saída, com  $v \in V$ .  $M$  é o número total de regras.

A base de regras difusas armazena o conhecimento empírico das operações do processo, em termos do domínio de conhecimento. Cada regra  $l$ , *IF-THEN*, define um conjunto difuso  $F_1^l \times \dots \times F_i^l \rightarrow G^l$  definido no espaço produto  $U \times V$ . Uma regra deste tipo é interpretada como uma implicação difusa no espaço produto.

Um problema que se coloca nesta altura relaciona-se com a forma como se constroem as regras. Mendel (1995), refere duas formas para extrair regras a partir de dados numéricos:

- Com os dados definem-se os conjuntos difusos que constituem os antecedentes e as consequências das regras;
- Pré-especificação dos conjuntos difusos que constituem os antecedentes e os consequentes e de seguida associam-se aos dados disponíveis;

A primeira aproximação estabelece uma adaptação das funções pertença dos antecedentes e consequentes das regras ao local onde os dados são usados para criar as regras. Para melhor se entender este princípio apresenta-se um exemplo genérico.

É sabido que um valor previsto da variável  $x$  depende pelo menos de  $n$  valores passados dela própria. Assim existirão pelo menos  $n$  antecedentes em cada regra criada, que podem ser representados por  $u_1, u_2, \dots, u_i$ . Repare-se que apesar deste exemplo possuir  $n$  antecedentes, todos eles se encontram relacionados com a mesma variável  $x(k)$ .

Para a previsão vamos considerar as  $D-n$  regras que podem ser escolhidas dos  $D-n$  pares de treino  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(D-n)}$ :

$R^{(1)}$ : IF  $u_1$  is  $F_1^1$  and  $u_2$  is  $F_2^1$  and ... and  $u_i$  is  $F_i^1$  THEN  $v$  is  $G^1$ . Nesta regra  $F_1^1$  é um conjunto difuso cuja função pertença está centrada em  $x(1)$ ,  $F_2^1$  é um conjunto difuso cuja função pertença está centrada em  $x(2)$ , e assim consecutivamente, e  $G^1$  é um conjunto difuso cuja função pertença está centrada em  $x(n+1)$ .

$R^{(2)}$ : IF  $u_1$  is  $F_1^2$  and  $u_2$  is  $F_2^2$  and ... and  $u_i$  is  $F_i^2$  THEN  $v$  is  $G^2$ . Nesta regra  $F_1^2$  é um conjunto difuso cuja função pertença está centrada em  $x(2)$ ,  $F_2^2$  é um conjunto difuso cuja função pertença está centrada em  $x(3)$ , e assim consecutivamente, e  $G^2$  é um conjunto difuso cuja função pertença está centrada em  $x(n+2)$ .

...

$R^{(D-n)}$ : IF  $u_1$  is  $F_1^{D-n}$  and  $u_2$  is  $F_2^{D-n}$  and ... and  $u_i$  is  $F_i^{D-n}$  THEN  $v$  is  $G^{D-n}$ . Nesta regra  $F_1^{D-n}$  é um conjunto difuso cuja função pertença está centrada em  $x(D-n)$ ,  $F_2^{D-n}$  é um conjunto difuso cuja função pertença está centrada em  $x(D-n+1)$ , e assim consecutivamente, e  $G^{D-n}$  é um conjunto difuso cuja função pertença está centrada em  $x(D)$ .

A segunda aproximação começa por estabelecer os conjuntos difusos para todos os antecedentes e consequentes, a partir de um domínio pré-estabelecido para todas as variáveis de entrada e saída. O domínio poderá ou não ser o mesmo para todos os antecedentes e consequentes [MENDEL, 1995].

A título de exemplo, considere-se uma série temporal para a qual  $x(k) \in [X^-, X^+] = U$ . De seguida divide-se o domínio num número  $a$  de regiões que cubram o domínio de cada variável, sendo que este número não tem que ser o mesmo para todas as variáveis. A cada região estabelecida faça-se corresponder uma determinada função pertença e atribua-se-lhe um nome. A resolução da previsão será tanto melhor quantos mais conjuntos difusos se estabelecerem, contudo um aumento do número de regiões introduz inevitavelmente um aumento de regras e, conseqüentemente, um acréscimo computacional. As funções pertença estabelecidas podem ser de tipos diferentes para variáveis distintas. Além disso é permitido que o valor da variável medida se encontre fora do domínio estabelecido. Neste caso, a esses valores é atribuído um grau de pertença unitário. Este processo apresenta-se na Figura 2.13.

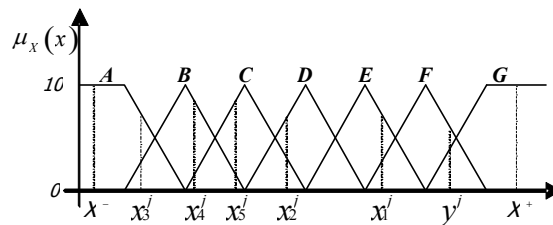


Figura 2.13 – Divisão do domínio de uma série temporal para  $a=7$ .

Depois de efectuada a divisão do espaço de entrada e saída e construídos os respectivos conjuntos difusos ( $A, B, C, D, E, F$  e  $G$ ) podemos gerar as regras a partir dos pares de dados usando o seguinte procedimento:

(i) Determinar o grau de pertinência dos elementos  $x^j$ . No exemplo representado na Figura 2.13 considera-se um caso em que  $n=5$ . A análise da figura mostra que o mesmo valor pode pertencer a conjuntos difusos distintos. O seu grau de pertinência pode ou não ser idêntico em ambos. Assim, por exemplo  $x_1^j$  pertence simultaneamente a  $E$  e  $F$ . Neste caso, deve-se assumir para cada  $x_i^j$  a região para a qual possui maior grau de pertinência. Neste exemplo, para  $x_1^j$  deve-se assumir a região  $E$ . O mesmo deve ser feito para todos os  $x_i^j$ .

(ii) Depois de efectuada a operação anterior obtêm-se as regras a partir dos pares entrada/saída desejados. Repare-se que neste caso o espaço de entrada é o mesmo que o de saída. Um exemplo de uma regra para este caso é:

*IF  $x_1^j$  is E and IF  $x_2^j$  is D and IF  $x_3^j$  is B and IF  $x_4^j$  is B and IF  $x_1^j$  is C THEN  $y^j$  is F*

(iii) Uma vez que pode existir um número elevado de dados é muito provável que existam regras com os mesmos antecedentes mas consequentes distintos, que se denominam por *regras conflituosas*. Este problema fica resolvido pela atribuição de um peso a cada regra, sendo válida a regra de maior peso. O peso de cada regra poderá ser calculado de diversas formas. A mais comum é utilizar o produto dos graus de pertença dos elementos que compõem a regra, ou seja, considerando  $D(R^{(j)})$  como o peso da regra  $j$ , sendo o seu valor será dado por:

$$D(R^{(j)}) \triangleq \mu_X(x_1^j) \mu_X(x_2^j) \cdots \mu_X(x_n^j) \mu_X(y^j) \quad (2.62)$$

Este procedimento deve ser efectuado para os  $D$ -n pares de treino, de onde resultarão, no máximo,  $D$ -n regras.

### 2.4.2 Mecanismo de Inferência

O mecanismo de inferência é o bloco fundamental num SLD, pois é aí que são interpretadas as regras e tomadas as decisões necessárias. A sua função consiste em efectuar um mapeamento dos conjuntos difusos de entrada em  $U = U_1 \times U_2 \times \cdots \times U_p$  nos conjuntos difusos de saída em  $V$ , com base no conjunto de regras estabelecido. Cada regra é interpretada como uma implicação difusa pelo que, de acordo com a equação (2.61), podemos dizer que:

$$R^{(l)} : F_1^l \times F_2^l \times \cdots \times F_p^l \rightarrow G^{(l)} \quad (2.63)$$

e que, fazendo  $F_1^l \times F_2^l \times \cdots \times F_p^l \triangleq A$  e  $G^{(l)} \triangleq B$ , pode ser simplificada por:

$$R^{(l)} : A \rightarrow B \quad (2.64)$$



Assim, o mecanismo de inferência é visto como um sistema que mapeia conjuntos difusos em conjuntos difusos por intermédio de uma função pertença  $\mu_{A \rightarrow B}(\mathbf{x}, y)$ , onde  $\mathbf{x}$  e  $y$  representam os valores numéricos das variáveis linguísticas  $u$  e  $v$ , tal como ilustrado na Figura 2.14.

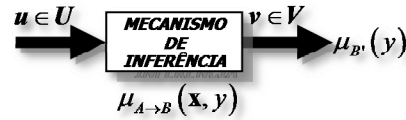


Figura 2.14 – Interpretação do mecanismo de inferência como um sistema.

Desta forma, cada regra  $R^{(l)}$  é uma relação dada por uma função pertença  $\mu_{R^{(l)}}(\mathbf{x}, y)$ , descrita como  $\mu_{R^{(l)}}(\mathbf{x}, y) = \mu_{A \rightarrow B}(\mathbf{x}, y)$ , onde  $\mathbf{x} \triangleq \text{col}[x_1, x_2, \dots, x_p]$ . Consequentemente, podemos definir que:

$$\mu_{R^{(l)}}(\mathbf{x}, y) = \mu_{R^{(l)}}[x_1, x_2, \dots, x_p, y] \quad (2.65)$$

$$\mu_{R^{(l)}}(\mathbf{x}, y) = \mu_{F_1^l}(x_1) \star \dots \star \mu_{F_p^l}(x_p) \star \mu_{G^l}(y) \quad (2.66)$$

onde  $F_i^l$  e  $G^l$  representam conjuntos difusos de entrada e saída respectivamente. A equação (2.66) mostra que os antecedentes das regras são ligados por conectivas AND, ou seja um operador  $t$ -norm do tipo *mínimo* ou *produto*.

O vector de entrada de cada regra  $R^{(l)}$  é dado pelo conjunto difuso  $A_x$  cuja função pertença é dada por:

$$\mu_{A_x}(\mathbf{x}) = \mu_{X_1}(x_1) \star \dots \star \mu_{X_p}(x_p) \quad (2.67)$$

onde  $X_k \subset U_k$  ( $k=1, \dots, p$ ) representa os conjuntos difusos que descrevem as entradas. Recorde-se que  $A_x$  é um conjunto difuso caracterizado por  $\sum \sum \dots \sum \mu_{A_x}(\mathbf{x}) / \mathbf{x}$ , onde a soma representa a união.

Para um conjunto difuso de entrada, cada regra determina um conjunto difuso  $B^l$ , que, como anteriormente referido, resulta da composição de  $A_x$  com a relação difusa da regra em questão, ou seja:

$$B^l = A_x \circ R^l \quad (2.68)$$

e cuja função pertença é definida por:

$$\mu_{B^l}(y) = \mu_{A_x \circ R^l}(y) \quad (2.69)$$

que consiste na composição *sup-star* entre  $A_x$  e a relação  $A \rightarrow B$  tal como indica a equação (2.70).

$$\mu_{B^l}(y) = \sup_{x \in A_x} [\mu_{A_x}(x) \star \mu_{A \rightarrow B}(x, y)] \quad (2.70)$$

Esta equação foi referida anteriormente para a descrição da inferência difusa, com a única novidade de que neste caso possuímos múltiplos antecedentes.

O conjunto difuso  $B$  final é determinado por todas as regras estabelecidas na base de regras, ou seja é obtido a partir da combinação de todos os  $B^l$  e as funções pertença,  $\mu_{A_x \circ R^l}(y)$ , que lhe estão associadas para todos os  $l=1,2,\dots,M$ . Ou seja:

$$B = A_x \circ [R^1, \dots, R^M] \quad (2.71)$$

Para efectuarmos esta tarefa é necessário proceder à ligação das regras. Ainda que existam diversas formas de o fazer [ZADEH, 1973] [LEE, 1990], a mais usada consiste na utilização de um operador *t-conorm*, ou seja união difusa, em que:

$$B = B^1 \oplus B^2 \oplus \dots \oplus B^M \quad (2.72)$$

Em aplicações práticas, como as que envolvem o controlo de sistemas, o resultado é um conjunto difuso de saída, o que não responde à necessidade simples de apresentar um valor para o actuador. A questão está em saber qual o valor numérico que melhor corresponde ao

resultado do sistema difuso. Para dar resposta a este tipo de situações foi criado no controlador difuso um novo bloco, designado por desfuzificador. Noutras situações práticas, devido às circunstâncias reais de funcionamento dos processos, os valores numéricos dos dados de entrada do controlador caracterizam-se por apresentarem margens de incerteza. Para uma melhor apreciação por parte do controlador difuso ter-se-á que ter em conta esta realidade, pelo que os dados são pré-processados por um processo de fuzziificação, que transforma um valor de entrada num número difuso. A forma deste conjunto deve reflectir as características de incerteza contidas nos dados. Na ausência de qualquer incerteza, o processo de fuzziificação resume-se a converter um valor num conjunto difuso do tipo *singleton*.

### 2.4.3 Fuzificador

A operação de fuzziificação tem como efeito o mapeamento de dados ordinários em conjuntos difusos.

Existem dois tipos principais de fuzificadores, o *singleton* e o *nonsingleton*. O fuzificador do tipo *singleton*, ou do tipo singular, é dos mais usados e mapeia um ponto  $x \in U$  num conjunto difuso  $A'$  em  $U$ , cujo valor pertença é unitário em  $\mathbf{x}'$  e zero nos restantes pontos de  $U$ , ou seja:

$$\mu_{A'}(\mathbf{x}') = \begin{cases} 1 & \text{se } \mathbf{x} = \mathbf{x}' \\ 0 & \text{se c.c.} \end{cases} \quad (2.73)$$

Este tipo de fuzificador é largamente utilizado em aplicações de controlo difuso pela sua simplicidade. De facto quando  $A'$  contém um único elemento  $\mathbf{x}'$  a operação *supremo* da composição *sup-star* desaparece e de acordo com a equação (2.70) ficamos com:

$$\mu_{B'}(y) = \mu_{A_x \circ R'}(y) = \mu_{A \rightarrow B}(\mathbf{x}', y) \quad (2.74)$$

Este tipo de fuzificador é adequado nas situações em que existe uma certeza absoluta nos dados. No entanto, quando estes não são seguros, por exemplo quando existem dados corrompidos por ruído, é necessário utilizar um outro, que poderá ser o *nonsingleton*, também designado por não singular.

O fuzificador deste tipo atribui  $\mu_{A'}(\mathbf{x}')=1$  quando  $\mathbf{x} = \mathbf{x}'$  e  $\mu_{A'}(\mathbf{x})$  decresce à medida que  $\mathbf{x}$  se afasta de  $\mathbf{x}'$ . Neste tipo de fuzificador é associada a  $\mathbf{x}'$  uma função pertença. Esta função pode ser qualquer uma das anteriormente referidas.

#### 2.4.4 Desfuzificador

Tal como o fuzificador mapeia dados ordinários em conjuntos difusos, o desfuzificador efectua a operação contrária, ou seja efectua a transposição do conjunto difuso de saída, resultado da inferência, num valor ordinário. Apesar de não existirem bases matemáticas que suportem a desfuzificação, encontram-se descritos diversos métodos para efectuar esta operação. Daí afirmar-se que a desfuzificação é uma arte e não uma ciência [MENDEL, 1995].

Assim a selecção de um desfuzificador pode ser uma tarefa complicada, pois não existem quaisquer critérios matemáticos definidos. Por esta razão devem-se atender aos seguintes aspectos intuitivos na sua implementação:

- Plausibilidade, ou seja, considerando os conjuntos difusos  $B'$  em  $V$  e um ponto  $y'$  em  $V$  resultado do mapeamento de  $B'$  num valor concreto, este último deve representar o conjunto  $B'$  de forma intuitiva, isto é, deve estar ligado aproximadamente ao meio do suporte de  $B'$  ou ao valor de maior grau de pertença de  $B'$ ;
- Simplicidade computacional, importante no controlo difuso dado que os controladores funcionam em tempo real;
- Continuidade, uma pequena mudança de  $B'$  não deve resultar numa grande alteração de  $y'$ .

De entre os critérios referidos, o segundo é considerado o mais importante. Por esta razão, os desfuzificadores mais utilizados são:

- Desfuzificador de máximo;
- Desfuzificador de centro médio;
- Desfuzificador de centro de gravidade;

#### 2.4.4.1 Desfuzificador de máximo

Tal como o próprio nome indica este desfuzificador selecciona  $y'$  como o valor de  $y$  em  $V$  no qual a função pertença  $\mu_{B'}(y)$  atinge o valor máximo. Definindo o conjunto:

$$h(B') = \left\{ y' \in V \mid \mu_{B'}(y') = \sup_{y \in V} \mu_{B'}(y) \right\} \quad (2.75)$$

o valor de  $y'$  poderá ser escolhido de forma arbitrária em  $h(B')$  como o menor dos máximos, o maior dos máximos ou o valor médio dos máximos, em que  $h(B')$  representa o conjunto de todos os pontos em  $V$  nos quais  $\mu_{B'}(y)$  atinge o valor máximo.

#### 2.4.4.2 Desfuzificador de centro médio

Este desfuzificador baseia-se no conceito de que o conjunto difuso  $B'$  resulta da união ou intersecção de  $M$  conjuntos. Assim o valor de  $y'$  é calculado como uma média pesada dos centros dos  $M$  conjuntos difusos, cujo peso atribuído é igual à sua altura. Ou seja, sendo  $\bar{y}^l$  o centro do conjunto difuso  $B^l$  e  $W^l$  o seu peso, com  $l=1,2,\dots,M$ ,  $y'$  é dado por:

$$y' = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l W^l}{\sum_{l=1}^M W^l} \quad (2.76)$$

A Figura 2.15 representa graficamente a operação representada pela equação (2.76), para  $M=2$ .

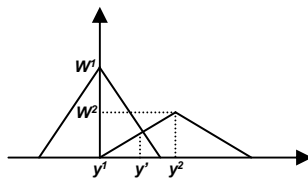


Figura 2.15 – Representação gráfica do desfuzificador de centro médio.

Este desfuzificador é dos mais usados pelo facto de atender a todos os princípios atrás referidos.

### 2.4.4.3 Desfuzificador de centro de gravidade

Tal como o seu nome indica, o resultado da aplicação deste desfuzificador é o centróide, ou centro de gravidade do conjunto difuso  $B'$ . Desta forma  $y'$  é dado pelo centro da área coberta pela função pertença de  $B'$ , ou seja:

$$y' = \frac{\int_V y \mu_{B'}(y) dy}{\int_V \mu_{B'}(y) dy} \quad (2.77)$$

A Figura 2.16 apresenta, sob o ponto de vista gráfico, o resultado do desfuzificador de centro de gravidade.

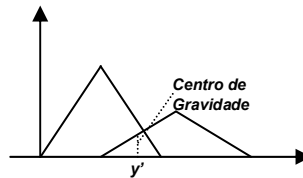


Figura 2.16 – Representação gráfica da desfuzificação de centro de gravidade.

O cálculo é simplificado se considerarmos um universo de discurso finito  $U$  e de seguida executarmos uma discretização da função pertença, ou seja:

$$y' = \frac{\sum_j y_j \mu(y_j)}{\sum_j \mu(y_j)} \quad (2.78)$$

## 2.5 Sistemas de Lógica Difusa Frequentes

Os sistemas de lógica difusa (SLD) resultam das diversas combinações efectuadas dos diversos tipos de inferência, fuzificação e desfuzificação. Para determinadas configurações é possível encontrar uma expressão analítica ou procedimento matemático que permita calcular, para cada valor de entrada  $\mathbf{x}$ , o valor crespo de saída  $y = f(\mathbf{x})$ . Esta expressão pode ser obtida considerando o modelo de fuzificador, mecanismo de inferência e do desfuzificador, tal como é representado na Figura 2.12.

De seguida são apresentados os SLD mais usados em aplicações de engenharia e que diferem entre si nas combinações formadas para a execução de cada uma das operações que constituem o SLD.

### 2.5.1 Caso 1

Este exemplo utiliza um fuzificador tipo *singleton*, a regra da inferência produto e um desfuzificador de centro de médio. Esta situação conduz a um mapeamento do tipo:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l \left( \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)}{\sum_{l=1}^M \left( \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)} \quad (2.79)$$

onde  $\bar{y}^l$  é o ponto em que a função pertença  $\mu_{G^l}(y)$  atinge o seu valor máximo, que se assume unitário. Para se derivar esta expressão considere-se o tipo de fuzificador *singleton*, que, como anteriormente referido, conduz à situação:

$$\mu_{B'}(\bar{y}^l) = \mu_{A \rightarrow B}(\mathbf{x}', \bar{y}^l) \quad (2.80)$$

onde

$$\mu_{A \rightarrow B}(\mathbf{x}', \bar{y}^l) = \mu_{F_1^l}(x'_1) \times \mu_{F_2^l}(x'_2) \times \cdots \times \mu_{F_n^l}(x'_n) \times \mu_{G^l}(\bar{y}^l) \quad (2.81)$$

ou se preferirmos:

$$\mu_{B'}(\bar{y}^l) = \left[ \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x'_i) \right] \mu_{G^l}(\bar{y}^l) \quad (2.82)$$

que pelo facto de  $\mu_{G^l}(\bar{y}^l) = 1$  pode ser representada unicamente por:

$$\mu_{B'}(\bar{y}^l) = \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x'_i) \quad (2.83)$$

Esta substituição na expressão do desfuzificador de centro médio, (2.76), conduz à equação (2.79), sendo que  $\mathbf{x}=\mathbf{x}'$ .

### 2.5.2 Caso 2

Este caso refere-se à utilização de um fuzificador do tipo *singleton*, regra da inferência mínima e desfuzificador de centro médio. Utilizando o mesmo mecanismo de substituição efectuado no caso anterior deriva-se a seguinte equação:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l \left[ \min \left[ \mu_{F_1^l}(x_1), \dots, \mu_{F_n^l}(x_n) \right] \right]}{\sum_{l=1}^M \min \left[ \mu_{F_1^l}(x_1), \dots, \mu_{F_n^l}(x_n) \right]} \quad (2.84)$$

### 2.5.3 Caso 3

Vamos considerar o SLD com um fuzificador *singleton*, com função pertença do tipo Gaussiano para o espaço de entrada, regra da inferência-produto e desfuzificador de centro médio. O resultado desta combinação é:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l \left[ \prod_{i=1}^n a_i^l e^{-\left(\frac{x_i - x_i^l}{\sigma_i^l}\right)^2} \right]}{\sum_{l=1}^M \left[ \prod_{i=1}^n a_i^l e^{-\left(\frac{x_i - x_i^l}{\sigma_i^l}\right)^2} \right]} \quad (2.85)$$

com  $\bar{y}^l \in V$ ,  $a_i^l \in [0,1]$ ,  $x_i^l \in U_i$  e  $\sigma_i^l > 0$ .

## 2.6 Método da Table-Lookup

A ilustração deste método passa por detalhar o algoritmo enunciado no ponto 2.4.1 relativamente à formulação da base de regras. Para isso o método utiliza a segunda aproximação.

Para melhor compreensão do método vamos efectuar uma concretização para um caso bidimensional. A extensão do método ao caso multidimensional da entrada e/ou saída é facilmente deduzível. Considerem-se os pares de treino *entrada/saída*



$\left[ (x_1^1, x_2^1, y^1), (x_1^2, x_2^2, y^2), \dots \right]$ , em que  $x_1, x_2$  são entradas e  $y$  é a saída. O objectivo do método é gerar um conjunto de regras a partir destes dados para se determinar a função de mapeamento:

$$f : (x_1, x_2) \rightarrow y \tag{2.86}$$

O primeiro passo a efectuar consiste na divisão do espaço entrada/saída em  $2N+1$  regiões distintas e assinalar para cada uma delas uma função pertença, tal como é exemplificado nas figuras seguintes.

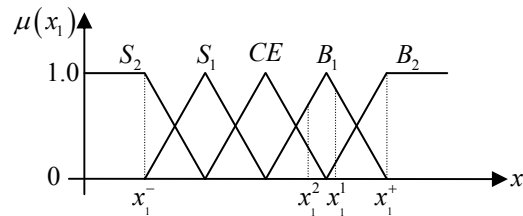


Figura 2.17 – Divisão do espaço de entrada da variável  $x_1$  no domínio  $[x_1^-, x_1^+]$ .

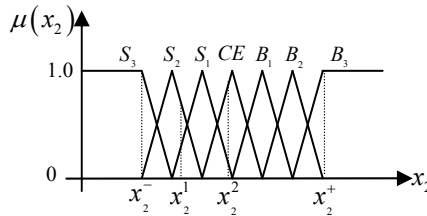


Figura 2.18 - Divisão do espaço de entrada da variável  $x_2$  no domínio  $[x_2^-, x_2^+]$ .

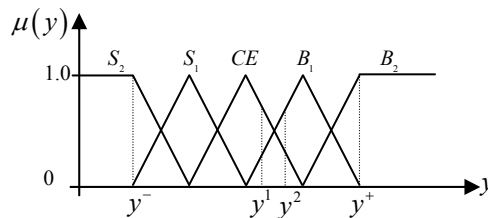


Figura 2.19 - Divisão do espaço de saída da variável  $y$  no domínio  $[y^-, y^+]$ .

Repare-se que o número de regiões em que se dividiu o domínio de cada variável não é o mesmo e que foram usadas funções pertença triangulares, em que o vértice de uma região coincide com o extremo direito da região anterior.

Em seguida geram-se as regras para os pares de treino. Para isso determina-se o grau de pertença dos dados em cada região e assinala-se na região de maior grau de pertença, ou seja,  $x_1^1$  é assinalado a  $B_1$ ,  $x_2^2$  a  $CE$  e  $y^1$  a  $CE$ . A partir daqui são obtidas as regras para os pares entrada/saída, na forma:

$$(x_1^1, x_2^1, y^1) \Rightarrow [x_1^1 (0.8 \text{ em } B_1), x_2^1 (0.7 \text{ em } S_1), y^1 (0.9 \text{ em } CE)] \Rightarrow \text{Regra1} \quad (2.87)$$

que é idêntico a afirmar que:  $R^1$ : *IF*  $x_1$  *is*  $B_1$  *AND*  $x_2$  *is*  $S_1$  *THEN*  $y$  *is*  $CE$

$$(x_1^2, x_2^2, y^2) \Rightarrow [x_1^2 (0.6 \text{ em } B_1), x_2^2 (0.9 \text{ em } CE), y^2 (0.7 \text{ em } B_1)] \Rightarrow \text{Regra2} \quad (2.88)$$

que equivale a:  $R^2$ : *IF*  $x_1$  *is*  $B_1$  *AND*  $x_2$  *is*  $CE$  *THEN*  $y$  *is*  $B_1$

De seguida deve-se assinalar o peso de cada regra utilizando um dos operadores *t-norm* referidos. A estratégia usada para a determinação do peso de cada regra é:

$$\begin{aligned} D(R^1) &= \mu_{B_1}(x_1) \cdot \mu_{S_1}(x_2) \cdot \mu_{CE}(y) \\ &= 0.6 \times 0.7 \times 0.9 = 0.504 \end{aligned} \quad (2.89)$$

O mesmo pode ser feito para a regra  $R^2$ , resultando um peso de 0.42. Na prática, dado que existe informação *a priori* sobre os dados, o especialista pode deduzir uma maior utilidade de alguns dados relativamente a outros. Neste caso, pode-se atribuir um peso a cada par de dados e, conseqüentemente, o peso da regra é afectado também por esse peso. Assim ficamos com:

$$D(R^l) = \mu_A(x_1) \cdot \mu_B(x_2) \cdot \mu_C(y) \cdot \mu^l \quad (2.90)$$

em que  $\mu^l$  representa o peso atribuído ao par.

Após a pesagem das regras, passa-se à sua combinação para a criação de uma base de regras, como se ilustra na Figura 2.20.

		$x_1$				
		$S_2$	$S_1$	$CE$	$B_1$	$B_3$
$S_3$						
$S_2$						
$S_1$				$CE$		
$x_2$ $CE$					$B_1$	
$B_1$						
$B_2$						
$B_3$						

Figura 2.20 – Representação da tabela de regras.

Pode acontecer que para os mesmos antecedentes tenhamos consequências distintas, o que equivale a afirmar que para o mesmo quadrado existe mais que uma regra. Nesta situação deve-se seleccionar aquela que possui maior peso. Outro aspecto relevante tem que ver com o operador de agregação usado para os antecedentes das regras. Se este é do tipo AND apenas um quadro da tabela é preenchido, enquanto que se o operador for do tipo OR então serão preenchidos todos os quadros correspondentes a uma linha ou coluna. Os quadros seleccionados são preenchidos com a função pertença da saída correspondente.

Depois de criada a tabela de regras (razão pela qual o método se designa *table lookup*) deve-se proceder à desfuzificação para se encontrar o valor de saída  $y$  que corresponde ao ponto de entrada representado pelo par  $(x_1, x_2)$ . Para efectuar esta operação devem-se combinar, em primeiro lugar, os antecedentes das regras através da utilização de um operador *t-norm*, que pode ser o *produto*. O resultado representa o peso da região agregação do espaço antecedente da regra  $i$ , representado por  $\mu_{O^i}$ . A equação (2.91) apresenta uma expressão para o cálculo do referido peso,

$$\mu_{O^i} = \mu_{I_1^i}(x_1) \cdot \mu_{I_2^i}(x_2) \quad (2.91)$$

onde  $O^i$  representa a região do antecedente da regra  $i$  e  $I_j^i$  representa a região da regra  $i$  para a componente  $j$ .

Caso seja usado um desfuzificador de centro médio, a saída do sistema difuso é dada por:

$$y = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l \mu_{O^l}^l}{\sum_{l=1}^M \mu_{O^l}^l} \quad (2.92)$$

Este método apresenta algumas falhas quando os dados de treino são corrompidos por ruído aleatório, ou quando a informação acerca deles é escassa. Com vista à resolução deste problema, foi proposta uma modificação deste método a qual consiste no cálculo do peso de cada regra [SALGADO, 2001].

O que acontece nestes casos é que se um ponto isolado de um determinado conjunto estiver corrompido, ele pode gerar um peso da regra consideravelmente grande face aos pesos dos restantes pontos, as quais apesar de terem peso menor constituem um conjunto verdadeiro para gerar a regra. Para resolver esta situação foi proposto um método que consiste em atribuir um peso baixo a todos os pontos de treino e assinalar o peso de cada regra gerada a partir dos pontos, não pelo valor máximo do peso mas pela soma acumulada dos pesos que correspondem à regra constituída, ou seja:

**Passo 1:** Se a regra ainda não existir é-lhe atribuído o peso:

$$D(R^l) = \mu_A(x_1) \cdot \mu_B(x_2) \cdot \mu_C(y) \cdot \mu^l / \tau \quad (2.93)$$

o qual é definido pelo produto dos pesos dos seus componentes e o peso do par de treino que gera a regra  $l$ ,  $\mu^l$ , dividido por uma constante  $\tau$  redutora da importância da regra, e com um valor superior à unidade.

**Passo 2:** Se a um novo ponto corresponde a mesma regra (mesmo antecedente, mesmo consequente) o peso da regra é acrescido, da forma:

$$D(R^l) = \frac{D(R^l) \cdot (1 - \tau)}{\tau} + \mu_A(x_1) \cdot \mu_B(x_2) \cdot \mu_C(y) / \tau \quad (2.94)$$

Caso contrário, o peso da regra existente é reduzido, de tal forma que:

$$D(R^l) = D(R^l) \cdot (1 - \tau) / \tau \quad (2.95)$$

e é de seguida comparado com o peso do ponto gerador da regra. Se for maior, a regra existente é substituída por uma outra com a consequência condizente com o ponto de treino:

$$\mu_A(x_1) \cdot \mu_B(x_2) \cdot \mu_C(y) / \tau > D(R^l) \rightarrow D(R^l) = \mu_A(x_1) \cdot \mu_B(x_2) \cdot \mu_C(y) / \tau \quad (2.96)$$

## 2.7 Método RLS/Table-Lookup

Os SLD requerem dois tipos distintos de aprendizagem: a estrutural e a paramétrica.

A aprendizagem estrutural envolve a formulação da estrutura das regras difusas tal como o número de variáveis e, para cada variável de entrada ou saída, a partição do universo do discurso; o número de regras e o tipo de conjunção que agregue as regras e/ou os seus antecedentes, e assim por diante. Assim que seja obtida uma estrutura satisfatória (por exemplo através de uma técnica de *clustering*), o SLD necessita da realização de ajustes nos seus parâmetros. Nesta fase de aprendizagem paramétrica, são passíveis de sintonização os parâmetros associados às funções de pertença, como os centros, largura e declives, os parâmetros das conexões difusas parametrizadas e os pesos das regras difusas.

Se todas as funções de pertença dos antecedentes das regras são fixadas no princípio do desenho do Sistema Difuso, então os únicos parâmetros livres são os centros  $\bar{y}_l$  dos conjuntos difusos de saída. Neste caso, a função  $f(\bar{x})$  (equação (2.92)) é linear em relação aos parâmetros livres, existindo vários estimadores lineares de parâmetros eficientes que podem ser usados no treino do modelo difuso [GOODWIN e SIN, 1984].

O sistema difuso descrito pela equação (2.92) pode ser visto como a expansão em série das funções do tipo Funções de Base Difusas, FBD, ou seja, como um caso especial de um modelo de regressões lineares:

$$d(t) = \sum_{l=1}^M p_l(t) \cdot \theta_l + e(t) \quad (2.97)$$

em que  $d(t)$  é a saída do sistema,  $\bar{y}_l$  são parâmetros reais,  $p_l(t) = p_l(\bar{x}(t))$  são as funções de regressão, que são conhecidas e fixas, e  $e(t)$  é um sinal de erro que é assumido não ser correlacionável com os regressores.

Como descrito anteriormente, nos sistemas difusos do tipo *singleton*, a função  $f(\bar{x})$  é linear nos parâmetros  $\theta^l$ . Assim, fixos os valores dos parâmetros das funções de pertinência de entrada (centros e larguras) e sendo  $q$  o número de pontos de treino  $(\bar{x}^k, d^k)$ ,  $k = 1, 2, \dots, q$ , está-se diante de um sistema linear de  $q$  equações a  $M$  incógnitas, respeitantes aos parâmetros  $\theta^l$ . Este problema pode ser representado na seguinte forma matricial:

$$d = P \cdot \theta \quad (2.98)$$

Sendo geralmente  $M > q$  o problema não têm solução, a menos que se queira resolvê-lo segundo um critério de minimização da soma dos erros quadráticos. Desta forma, a melhor solução para  $\theta$ , que minimiza  $\|P \cdot \theta - d\|^2$ , é um estimador de mínimos quadráticos  $\theta^*$ :

$$\theta^* = (P^T P)^{-1} P^T d \quad (2.99)$$

em que  $P^T$  é a matriz transposta de  $P$  e  $(P^T P)^{-1} P^T$  é a matriz pseudo-inversa de  $P$ .

Este método pode ainda ser empregue de uma forma recursiva, ao qual se dá o nome de método dos mínimos quadrados recursivos (*Recursive Least Square*, RLS). Neste caso, os parâmetros óptimos de  $\theta$  são determinados usando as seguintes expressões recursivamente [LJUNG, 1987]:

$$\theta_{i+1} = \theta_i + S_{i+1} p_{i+1}^T (d^{(i+1)} - p_{i+1} \theta_i) \quad (2.100)$$

$$S_{i+1} = S_i - \frac{S_i p_{i+1}^T p_{i+1} S_i}{1 + p_{i+1} S_i p_{i+1}^T}, \quad i = 0, 1, \dots, q-1 \quad (2.101)$$

em que  $\theta_0 = \mathbf{0}$  e  $S_0 = \gamma I$ , são os valores iniciais de  $\theta$  e  $S$ ,  $\gamma$  é um número grande positivo,  $\mathbf{0}$  a matriz nula e  $I$  a matriz identidade [JANG *et al*, 1996].

Esta estratégia de aprendizagem é ainda importante na identificação de parâmetros, em tempo real, em sistemas que mudam de características ao longo do tempo. Para o efeito, as formulas recursivas de minimização quadrática (2.100) e (2.101) deverão ter em conta as variações temporais dos dados recebidos, dando um menor contributo ao dados mais antigos

face aos mais recentes. Este problema encontra-se descrito na literatura existente no âmbito de identificação de sistemas e de controlo adaptativo, existindo numerosas soluções possíveis [GOODWIN e SIN, 1984].

O problema pode ser formulado como a minimização da seguinte função

$$E_w(\boldsymbol{\theta}) = (\mathbf{d} - \mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\theta})^T \cdot \mathbf{W} \cdot (\mathbf{d} - \mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\theta}) \quad (2.102)$$

em que a matriz  $\mathbf{W}$  terá como responsabilidade diferenciar os diferentes dados temporais.

A solução que minimiza  $E_w$  é em tudo semelhante à equação (2.99):

$$\boldsymbol{\theta}^* = (\mathbf{P}^T \mathbf{W} \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{W} \mathbf{d} \quad (2.103)$$

Um método muito usado consiste em formular a medida de erro quadrática pesada, que atribui um maior peso aos dados mais recentes e um menor aos mais antigos, pela adição de um factor de esquecimento:

Se considerarmos um *factor de esquecimento*  $\lambda$  tal que a matriz  $\mathbf{W}$  seja,

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \lambda^{m-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda^{m-2} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

as fórmulas recursivas originais darão lugar a:

$$\boldsymbol{\theta}_{i+1} = \boldsymbol{\theta}_i + \mathbf{S}_{i+1} \mathbf{p}_{i+1}^T \left( d^{(i+1)} - \mathbf{p}_{i+1} \boldsymbol{\theta}_i \right) \quad (2.104)$$

$$\mathbf{S}_{i+1} = \frac{1}{\lambda} \left[ \mathbf{S}_i - \frac{\mathbf{S}_i \mathbf{p}_{i+1}^T \mathbf{p}_{i+1} \mathbf{S}_i}{\lambda + \mathbf{p}_{i+1} \mathbf{S}_i \mathbf{p}_{i+1}^T} \right] \quad (2.105)$$

em que  $\lambda$  assume valores práticos entre 0.9 e 1. Para pequenos valores de  $\lambda$  maior será o efeito de esquecimento. Se  $\lambda=1$  ter-se-á um processo sem esquecimento, e a equação (2.105) tornar-se-á igual à equação (2.101)

Jang propôs o método “*Adaptive Network-Based Fuzzy Inference System (ANFIS)*” [JANG, 1993], o qual apresenta uma arquitectura em que os parâmetros são adaptados de acordo com o algoritmo de “*Back-Propagation*”, de forma similar ao anteriormente exposto. Todavia, o algoritmo RLS introduzido pode ser usado para encontrar os parâmetros consequência do sistema ANFIS.

## 2.8 Conclusão

Os Sistemas de Lógica Difusa apresentam-se como uma ferramenta extremamente útil para a identificação e controlo de sistemas lineares e não lineares. O facto de a dinâmica do sistema poder ser descrita sob a forma de regras, adaptáveis à região de funcionamento, na forma *IF THEN* representa um mecanismo simples e relativamente fácil para o desenvolvimento de modelos não lineares. Por outro lado, este tipo de implementação permite a inclusão de informação previamente conhecida pelo projectista resultante da sua experiência e conhecimento acerca do comportamento do sistema e que nem sempre pode ser depreendida pelo simples estudo analítico do sistema.





# CAPÍTULO 3 – CONTROLO PREDITIVO

## 3.1 Introdução

O desenho e implementação de controladores pode ser feito de duas formas distintas: com ou sem modelos. Contudo, quando tratamos de processos industriais complexos, a utilização de um modelo é essencial para melhor compreender o comportamento do sistema. Para dar resposta a este tipo de exigências surgiu uma nova estratégia de controlo designada por *Model-Based Control* (MBC).

Dentro das técnicas MBC usadas, há uma que se destaca pela forma como usa o modelo para determinar as acções de controlo a efectuar. É denominada por *Model-Based Predictive Control* (MBPC) [ROUBOS *et al*, 1999]. A estratégia MBPC utiliza o modelo do sistema para prever a evolução do processo e, com a ajuda das previsões, determinar as melhores acções de controlo a efectuar de forma a minimizar uma determinada função de custo.

Para melhor elucidar as diferenças existentes entre esta técnica e as anteriores, considere-se a analogia com a condução de um automóvel. O controlo preditivo pode ser comparado à condução normal de um automóvel. O condutor conhece o comportamento do carro que conduz e vê antecipadamente o percurso que deve seguir, bem como os possíveis obstáculos que possam surgir, um buraco, um automóvel, *etc*. Assim de acordo com esta informação o condutor já sabe de forma antecipada que no instante seguinte deve acelerar ou travar, se deve manter o volante a direito ou rodar um pouco para manter a viatura dentro da estrada. Não conseguimos imaginar a condução de outra forma. No entanto as técnicas anteriores, tais como os controladores PID, não funcionavam desta forma. Para a mesma analogia com o automóvel podemos compará-las à condução do automóvel pelo retrovisor. De certeza que todos nos apercebemos da dificuldade que teríamos em conduzir desta forma. Só conhecemos o terreno percorrido, ou seja, não sabemos antecipadamente se devemos acelerar ou travar, rodar o volante ou mantê-lo, e os obstáculos só são conhecidos depois de encontrados, tornando por isso mais lento e complicado o processo de manter o veículo na estrada. Desta forma torna-se evidente a vantagem de utilizar uma estratégia MBPC.

Da utilização deste tipo de técnicas resultam, quando utilizado um modelo adequado, importantes melhorias no desenvolvimento do processo a controlar bem como importantes reduções dos gastos no controlo do mesmo, tendo como consequência um aumento

significativo dos lucros. A título de exemplo, refira-se o caso de uma importante empresa petrolífera que declarou poupanças na ordem de um milhão de dólares por ano como resultado da implementação de controladores preditivos [PIKE *et al*, 1996].

Se no início existia algum receio em se modificarem os sistemas, rapidamente eles se desvaneceram, fruto dos excelentes resultados dos controladores preditivos, que demonstraram uma grande versatilidade e robustez.

É verdade que em algumas aplicações os controladores PID (proporcional, integral e diferencial) apresentam resultados idênticos. No entanto, quando passamos a processos mais complexos, caso de sistemas de fase não mínima, ou sistemas de malha aberta instáveis, com tempos mortos, sistemas multivariável ou não lineares, a sua eficiência é drasticamente reduzida, sendo precisamente aqui que o controlo preditivo demonstra todas as suas qualidades.

Durante a última década centenas de aplicações industriais foram desenvolvidas englobando um vasto leque de empresas, que vão desde as petroquímicas, principais impulsionadores do desenvolvimento deste tipo de aplicações, passando pelas metalúrgicas, vidreiras, aviação e robótica.

Como seria de esperar, esta metodologia também apresenta algumas desvantagens. Uma dessas desvantagens consiste no facto de, apesar de a lei de controlo ser fácil de implementar e requerer pouco tempo de computação, a sua obtenção é mais complexa que a dos controladores clássicos PID. Um outro aspecto importante refere-se à dinâmica dos processos. Se a dinâmica do processo não variar, a dedução pode ser feita de antemão, mas no caso do controlo adaptativo toda a computação tem de ser feita em cada instante de amostragem. Outra desvantagem relaciona-se com o facto de que quando existem restrições e estas são tidas em atenção a quantidade computacional aumenta substancialmente, ainda que hoje em dia este aspecto não seja muito limitante, devido aos avanços tecnológicos na área da computação que têm aumentado em muito a capacidade de processamento dos computadores. No entanto, a nível industrial, este facto poderá constituir um óbice, uma vez que nem sempre as máquinas existentes se encontram actualizadas e, por outro lado, são frequentemente usadas para outros propósitos tais como ser responsáveis pelas comunicações, quer entre máquinas quer entre operadores, recolha de dados e utilização como dispositivos de alarme.

Ainda assim, a sua maior desvantagem prende-se com a necessidade de se possuir um bom modelo do processo, pelo que quanto mais este se aproximar do modelo real melhores

resultados se poderão obter, mas se este se afasta demasiado do modelo real então os resultados poderão ser desastrosos.

Apesar de os primeiros métodos de controlo preditivo terem sido apresentados em 1978 por Richalet *et al.* foram Cutler e Ramaker, em 1980 [RICHALET *et al.*, 1978] [CUTLER e RAEMAKER, 1980], quem mais contribuíram para o desenvolvimento da tecnologia, uma vez que conseguiram convencer investigadores e empresas das potencialidades do controlo preditivo e da sua aplicação à indústria. Desde então que os controladores MBPC têm tido grande aceitação nas indústrias e meios académicos, o que contribuiu para o aparecimento de diversos métodos MBPC.

### 3.2 Controlo Preditivo

A metodologia usada por todas as variantes de controladores pertencentes à família dos MPC é caracterizada por:

1- As saídas futuras para um determinado horizonte  $N$ , denominado de horizonte de previsão, são previstas a cada instante  $k$  através do modelo do processo. Estes valores  $y(k+j|k)$  com  $j=1, \dots, N$  dependem dos valores conhecidos até ao instante  $t$ , tanto entradas como saídas, e dos sinais de controlo futuros  $u(k+j|k)$ ,  $j=0, \dots, N-1$ , que são aqueles que serão enviados ao sistema e calculados.

2- O conjunto dos sinais de controlo futuros é calculado através da optimização de determinado critério por forma a aproximar o processo o mais possível a uma trajectória de referência  $w(k)$ . Este critério consiste, geralmente, numa função quadrática dos erros entre o sinal de saída previsto e a trajectória de referência prevista.

3- O sinal de controlo  $u(k|k)$  é enviado ao processo enquanto que os novos sinais são calculados e rejeitados pois na próxima amostragem  $y(k+1)$  é conhecido e o passo 1 é então repetido com este novo valor podendo-se fazer uma actualização de valores. Assim  $u(k+1|k)$  é calculado usando o conceito de horizonte recuado. Este conceito é perfeitamente compreendido através de uma análise da Figura 3.1.

A Figura 3.2 apresenta a estrutura básica de implementação desta estratégia. Um modelo é usado para prever as saídas futuras, baseadas em valores actuais e passados, com a ajuda de

um optimizador. Este último permite a obtenção de acções de controlo óptimas a partir da minimização de uma função objectivo bem como algumas restrições que possam existir.

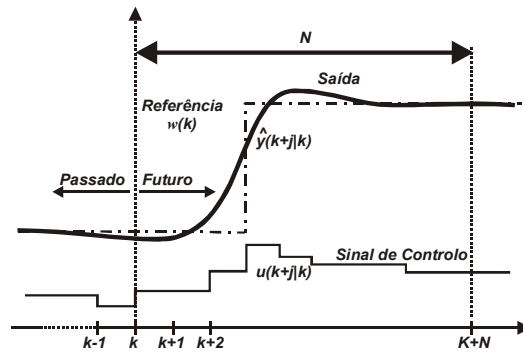


Figura 3.1 – Exemplificação do controlo preditivo com horizonte recuante.

Desta forma o modelo desempenha um papel fundamental no desenvolvimento do controlador. Ele deve ser capaz de descrever correctamente a dinâmica do processo para que consiga prever com elevada precisão a evolução das saídas futuras e além disso ser o mais simples possível de implementar e compreender. O desenvolvimento do modelo deve, por estas razões, obedecer a um compromisso entre estes dois factores.

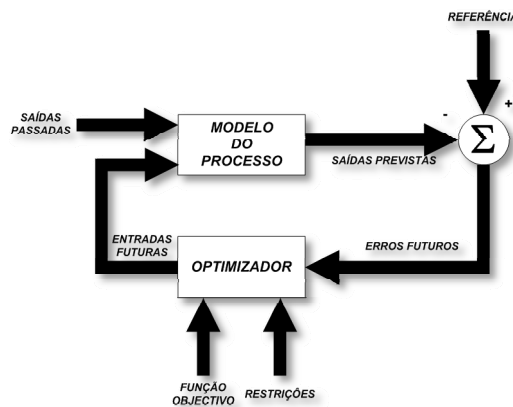


Figura 3.2 - Estrutura básica de implementação da filosofia de controlo preditivo.

O MBPC não constitui uma técnica única mas sim um conjunto de metodologias diferentes que diferem entre si essencialmente no tipo de modelo que usam.

### 3.2.1 Métodos MBPC

Já se referiu que o primeiro algoritmo MBPC foi apresentado por Richalet em 1978 sob a designação de *Identification and Command* (IDCOM). Este foi melhorado por Cutler e Ramaker (ano) com o desenvolvimento do *Dynamic Matrix Control* (DMC). A seguir a este método houve uma proliferação de outros novos métodos, dos quais se podem destacar:

- MAC – *Model Algorithmic Control*;
- EHAC – *Extended Horizon Adaptive Control*;
- EPSAC – *Extended Predictive Self Adaptive Control*;
- GPC – *Generalized Predictive Control*;
- APCS – *Adaptive Predictive Control System*;

O MBPC teve a sua origem nos algoritmos de variância mínima (MV). Este tipo de controlador toma esta designação pelo facto de minimizar a variância do sinal de saída no instante futuro  $k$ , que representa o tempo morto estimado do sistema. O algoritmo foi inicialmente desenvolvido por Åström [ÅSTRÖM, 1967] e consiste em determinar para cada instante  $t$  a acção de controlo  $u_t$  que minimize a variância da saída  $y_{t+k}$ :

$$u_t = \text{Min}\left(E\left\{y_{t+k}^2 \mid t\right\}\right) \quad (3.1)$$

onde  $E\{\cdot \mid t\}$  representa o operador expectativa.

Este algoritmo foi melhorado por Hasting-James [HASTINGS-JAMES, 1970] através da introdução de um termo que determina o custo de controlo, ficando:

$$J_t = E\left\{\left(y_{t+k}^2 + \lambda u_t^2\right)\right\} \quad (3.2)$$

Este método (GMV – *Generalized Minimum Variance*) é mais robusto que o anterior em muitas aplicações, especialmente em sistemas de fase não mínima.

Os algoritmos MBPC usaram a ideia da utilização na função de custo de um termo referente à saída e um outro referente ao custo de controlo num determinado horizonte. Assim a função de custo típica para um controlador MBPC é do tipo:

$$J_t = E \left\{ \left( \sum_{j=0}^N [y_{t+j+1}^2 + \lambda_j U_{t+j}^2] \right) \middle| t \right\} \quad (3.3)$$

onde  $t$  representa o instante actual,  $N$  o horizonte e  $\lambda$  é o peso do controlo. Dependendo do valor de  $\lambda$  o utilizador poderá dar maior ou menor peso ao custo de controlo.

De referir que os diversos métodos MBPC divergem essencialmente no formato ou tipo de modelo usado.

### 3.2.2 Modelos MBPC

A maior parte dos processos reais apresentam uma dinâmica não linear, nem sempre fácil de representar. Contudo, muitos dos controladores preditivos são desenhados com base em modelos lineares do processo a controlar, o qual para um processo não linear só terá validade local. Caso isto suceda torna-se necessário actualizar o modelo para cada ponto de funcionamento. Nesta situação diz-se que o controlo é adaptativo.

Um bom modelo consegue captar com bastante precisão a dinâmica do processo, de modo a assegurar um bom controlo. A sua função é permitir a previsão correcta das saídas futuras. Existem duas formas distintas para se obter um modelo adequado do processo:

- 1 – Identificação do modelo baseada nas entradas/saídas do processo;
- 2 – Modelação matemática baseada nas leis físicas fundamentais;

#### 3.2.2.1 Modelo da resposta impulsional ou resposta ao degrau

Se o sistema for estável pode-se obter um modelo da resposta impulsional finita (FIR) ou da resposta ao degrau finita (FSR). O modelo genérico FIR/FSR pode ser descrito por:

$$y(k) = \sum_{j=0}^{n_r-1} \phi_j u(k-j-1) \quad (3.4)$$

onde  $\phi_j$  representa os coeficientes da resposta impulsional ou da resposta ao degrau no instante  $j$ ,  $n_r$  é a ordem de truncatura do modelo,  $u(j+1)$  representa a entrada do processo no instante passado  $j+1$  e  $y(k)$  é a saída do processo no instante actual.

De notar que este tipo de modelos partem do pressuposto que para  $j > n_r$  os coeficientes  $\phi_j$  tendem para zero. Por esta razão o modelo é inadequado para processos instáveis que requeiram um número infinito de parâmetros  $\phi_j$ . A sua atracção reside no facto de ser facilmente obtido através da utilização da resposta ao degrau. Este tipo de modelo é usado pelos algoritmos DMC e MAC.

### 3.2.2.2 Modelos Função de Transferência

Uma forma mais genérica de modelos é o modelo da função de transferência, dos quais o caso anterior é um caso particular. Assim podemos representar qualquer sistema por:

$$y(k) = \frac{q^{-d}B(q^{-1})}{A(q^{-1})}u(k-1) + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}\zeta(k) \quad (3.5)$$

onde  $q^{-l}$  representa o operador atraso ( $q^{-l}x(k)=x(k-l)$ ),  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  são polinómios em função do operador atraso,  $d$  é o atraso puro dos processo e  $\zeta(k)$  representa ruído branco com média nula.

O Modelo da Função de Transferência é o mais disseminado pelas comunidades académicas e o mais usado pelos métodos de desenho de controladores. A sua representação necessita de poucos parâmetros e é válida para todos os tipos de processos.

### 3.2.3 Visão Histórica do MBPC

Já foi referida a existência de diversos métodos MBPC. Todos eles apresentam metodologias muito semelhantes, diferindo apenas nos modelos usados, quer do processo quer das perturbações, e ainda na função de custo a otimizar. Ainda que as diferenças pareçam mínimas, por vezes elas acabam por contribuir para resultados completamente diferentes, sendo por isso difícil a escolha do método mais adequado.

Nesta secção descrevem-se os principais métodos MBPC, bem como as suas principais vantagens e desvantagens.



### 3.2.3.1 Dynamic Matrix Controller (DMC)

Este algoritmo usa um modelo FSR e a função a otimizar é do tipo:

$$J_{DMC} = E \left\{ \left( \sum_{j=N_1}^{N_2} [\hat{y}(t+j|t) - r(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_2} [\lambda \Delta u(t+j-1)]^2 \right) \middle| t \right\} \quad (3.6)$$

onde  $\hat{y}(t+j|t)$  é a saída estimada  $j$  passos no futuro com base na informação disponível em cada instante  $t$ ,  $\Delta u(t) = (1-q^{-1})u(t) = u(t) - u(t-1)$ ,  $r(t+j)$  é o sinal de referência visto  $j$  passos no futuro,  $N_1$  o horizonte mínimo,  $N_2$  o horizonte máximo,  $N_u$  o horizonte de controlo e  $\lambda$  um factor de peso do esforço de controlo.

A experiência adquirida na utilização de algoritmos de controlo preditivo permitiu obter um conjunto de regras que o projectista deve seguir para obter bons resultados. Assim, por exemplo, não existe qualquer vantagem em determinar o custo de erros futuros que não sejam influenciados por acções de controlo futuras. De igual modo é sensato seleccionar para  $N_1$  um valor idêntico ao tempo morto do sistema e para  $N_2$  um valor não superior ao tempo de estabelecimento do processo, aliás para este último é recomendado o tempo de subida.

A função do parâmetro  $\lambda$  é penalizar acções de controlo incrementais excessivas. Quanto maior for o seu valor mais lento (*sluggish*) será o controlo.

Existem vantagens em colocar o horizonte de controlo  $N_u$  menor que o máximo horizonte de predição  $N_2$ . Uma regra básica para a selecção do valor  $N_u$  consiste em igualá-lo ao número de pólos do semi-plano direito. Para sistemas estáveis é habitual seleccionar  $N_u=1$ .

Saliente-se que os parâmetros escolhidos têm influência directa no tamanho das matrizes de cálculo, pelo que valores extremamente altos conduzem a tempos de computação elevados.

Este método apresenta como principais vantagens a facilidade de implementação do modelo e a simplicidade de cálculos, pelo que se torna de fácil utilização, inclusive por utilizadores com pouca experiência. Por outro lado não é necessário ter em atenção a ordem do processo. A sua principal desvantagem é o facto de não poder ser aplicado a processos instáveis, pois não podem ser modelados e por conseguinte controlados.

Existe a possibilidade de tornar o algoritmo adaptativo, através da inclusão de um método de identificação recursivo que estime os parâmetros do modelo da resposta impulsional.

Este método encontra-se perfeitamente desenvolvido existindo diversas aplicações práticas na indústria, especialmente no campo da indústria petroquímica.

### 3.2.3.2 Model Algorithmic Controller (MAC)

Esta aproximação é em tudo semelhante à anterior, com a vantagem de utilizar menos parâmetros de sintonização. Isto deve-se essencialmente ao facto de utilizar um modelo *FIR*, com  $N_u=N_2$  e  $N_1=1$ . Assim ficamos apenas com dois parâmetros para determinar,  $N_2$  e  $\lambda$ , que são introduzidos na seguinte função de custo:

$$J_{MAC} = E \left\{ \left( \sum_{i=1}^{N_2} (e^T e + \lambda \Delta u^T u) \right) \middle| t \right\} \quad (3.7)$$

onde  $T$  representa a matriz transposta e  $e = r(t+i) - \hat{y}(t+i|t) - H\Delta u(t+i-1)$ , onde  $H$  é a matriz composta pelos coeficientes do modelo (resposta impulsional), construída da seguinte forma:

$$H = \begin{bmatrix} h(1) & 0 & \dots & \dots & 0 \\ h(2) & h(1) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ h(N_2) & \dots & \dots & \dots & h(1) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Este algoritmo encontra-se aplicado com sucesso a diversas áreas, como sejam reacções químicas (reactores), automóveis, indústria do aço, robótica e barragens [COMPAS *et al*, 1994].

### 3.2.3.3 Generalized Predictive Controller (GPC)

As previsões do método GPC são baseadas no modelo CARIMA (*Controlled Auto-Regressive and Integrated Moving Average*). Este algoritmo pode ser facilmente implementado de forma adaptativa através da utilização de um algoritmo de identificação recursivo, tal como o método dos mínimos quadrados recursivo.

A função de custo usada pelo GPC é do tipo:

$$J_{GPC} = E \left\{ \left( \sum_{i=N_1}^{N_2} [\hat{y}(t+i|t) - r(t+i)]^2 + \sum_{i=1}^{N_u} \lambda \Delta u^2(t+i-1) \right) \middle| t \right\} \quad (3.9)$$

A função de custo a otimizar é composta por dois termos. O primeiro representa o erro da previsão relativamente à referência e o segundo introduz o custo do esforço de controlo.

O método é, geralmente, capaz de estabilizar e de controlar sistemas de malha aberta instáveis, através de uma sintonia dos parâmetros  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $\lambda$  e  $N_u$ , representado este aspecto a sua principal vantagem. No entanto, se  $N_u=N_2$  e  $\lambda = 0$  o algoritmo é reduzido a um controlador de variância mínima, que é instável para processos de fase não-mínima, pelo que cuidados especiais devem ser tidos em atenção aquando da sintonia destes parâmetros.

### 3.2.3.4 *Extended Self-Adaptive Controller (EPSAC)*

À semelhança do algoritmo anterior usa um modelo CARIMA para a previsão. A lei de optimização é, no entanto, um pouco diferente, como se pode observar na expressão seguinte.

$$J_{EPSAC} = E \left\{ \sum_{i=1}^{N_2} \rho(i) \left[ \hat{y}(t+i|t) - P(q^{-1})r(t+i) \right]^2 \mid t \right\} \quad (3.10)$$

$P(q^{-1})$  é um polinómio que pode ser usado como pré-filtro para afectar as propriedades de rejeição a distúrbios e  $\rho(i)$  é um factor de peso exponencial.

Através de uma selecção adequada de  $P(q^{-1})$ ,  $\rho(i)$  e  $N_2$  pode-se controlar qualquer tipo de sistemas, inclusive os instáveis. No entanto, a sintonização dos parâmetros é mais complicada.

De notar que a função de custo não possui um termo de custo do esforço de controlo, o que pode conduzir a sinais de controlo com grandes variações, originando consequências indesejáveis.

### 3.2.3.5 *Extended-Horizon Adaptive Controller (EHAC)*

Este método utiliza na predição um modelo ARMA do tipo:

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-d) \quad (3.11)$$

onde  $d$  representa o tempo de atraso do sistema. Com este modelo podemos encontrar as acções de controlo óptimas através da optimização da seguinte função objectivo:

$$J_{EHAC} = E \left\{ \left[ y(t + N_2) - r(t + N_2) \right]^2 \mid t \right\} \quad (3.12)$$

sujeita à seguinte restrição:

$$E \left\{ y(t + N_2) - r(t + N_2) \right\} = 0 \quad (3.13)$$

A finalidade do método consiste em encontrar uma sequência de entradas  $[u(t), u(t+1), \dots, u(t + N_2 - d)]$ . No entanto esta situação não é de resolução fácil, uma vez que a equação anterior não tem solução única, com excepção do caso de  $N_2=d$ , o que conduz a diversas formas de resolução. Uma possível forma de identificação consiste em assumir que dentro de um determinado intervalo a acção de controlo é constante, de tal forma que  $u(t) = u(t+1) = \dots = u(t + N_2 - d)$ , ou em alternativa considerar uma estratégia de minimização do esforço de controlo:

$$J = \sum_{i=0}^{N_2-d} u^2(t+i) \quad (3.14)$$

Este método possui apenas um parâmetro a estimar pelo que se deve assumir um compromisso entre o desempenho em malha aberta e a estabilidade. Por outro lado, a tarefa para encontrar a lei de controlo é mais avançada quando comparada com outros métodos MBPC.

### 3.2.4 Modelo de Perturbações

A escolha de um modelo de perturbações é tão importante quanto a do modelo do processo. Um modelo muito usado é o *Controlled Auto-Regressive and Integrated Moving Average* (CARIMA) no qual as perturbações, ou se preferirmos as diferenças entre a saída medida e a calculada pelo modelo, são dadas por:

$$n(t) = \frac{C(z^{-1})e(t)}{D(z^{-1})} \quad (3.15)$$

onde o denominador inclui explicitamente o operador de integração  $\Delta = 1 - z^{-1}$ ,  $e(t)$  representa ruído branco de média nula e o polinómio  $C(z^{-1})$  é normalmente igual a 1.

Este modelo é considerado apropriado para dois tipos de perturbações: alterações aleatórias ocorridas em instantes aleatórios e movimentos Brownianos. No que respeita aos algoritmos GPC, EPSAC e EHAC ele é usado directamente enquanto que noutros algoritmos é usado com algumas alterações.

Usando a equação de Diophantine temos:

$$1 = E_k(z^{-1})D(z^{-1}) + z^{-k}F_k(z^{-1}) \quad (3.16)$$

e temos

$$n(t) = E_k(z^{-1})e(t) + z^{-k} \frac{F_k(z^{-1})}{D(z^{-1})} e(t) \quad e \quad n(t+k) = E_k(z^{-1})e(t+k) + F_k(z^{-1})n(t) \quad (3.17)$$

pelo que a previsão será dada por:

$$\hat{n}(t+k|t) = F_k(z^{-1})n(t) \quad (3.18)$$

Se esta última equação for combinada com o modelo da função de transferência, então a previsão da saída pode ser obtida por:

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+k|t) &= \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(t+k|t) + F_k(z^{-1}) \left[ y(t) - \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(t) \right] \\ \hat{y}(t+k|t) &= F_k(z^{-1})y(t) + \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} [1 - z^{-k}F_k(z^{-1})] u(t+k|t) \end{aligned} \quad (3.19)$$

que, usando a equação de Diophantine, permite obter a seguinte expressão:

$$\hat{y}(t+k|t) = F_k(z^{-1})y(t) + E_k(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+k|t) \quad (3.20)$$

No caso particular CARIMA a constante de perturbação, dada por:

$$n(t) = \frac{e(t)}{1 - z^{-1}} \quad (3.21)$$

pode ser incluída e as melhores previsões dadas por  $\hat{n}(t+k|t) = n(t)$ . Este modelo de perturbações em conjunto com o modelo da resposta ao degrau é usado em algoritmos do tipo DMC.

### 3.2.5 Controlo Preditivo com Restrições

Na prática todos os processos são sujeitos a restrições que derivam de razões construtivas, de segurança ou ambientais e que determinam limites de funcionamento de materiais e equipamentos. Isto faz com que estes factores tenham de constar na função de minimização. A filosofia MBPC é extremamente popular pelo facto de ser a única que incorpora as restrições de forma natural e sistemática.

Existem dois tipos de restrições, as *hard constraints* e as *soft constraints*. As primeiras, são assim designadas por se encontrarem associadas às limitações físicas dos actuadores. As segundas referem-se a restrições com saídas reguladas. As saídas reguladas podem exceder as restrições impostas sobre elas, ou seja, uma restrição de saída é considerada *soft* porque em determinadas condições de operação, a restrição imposta à saída pode ser violada.

De uma forma geral não existe uma solução analítica previamente estipulada para o problema do controlo óptimo com restrições, ainda que em certos casos essa solução possa existir.

A forma mais comum de resolver este tipo de problemas consiste na utilização do método iterativo de Programação Quadrática (QP) [PIKE *et al*, 1996]. No entanto, outras aproximações podem ser usadas, como sejam o método elipsoidal ou do gradiente. Outro tipo de aproximação, usada por Camacho [CAMACHO, 1993], consiste na transformação do problema QP num problema de Complementaridade Linear (LCP), o que permite reduzir o esforço de computação. Bemporad e Mosca (1994), com o intuito de evitar as técnicas de programação matemática intensivas introduziram um método que permite dar forma ao sinal de referência de forma a evitar violações de restrições [BEMPORAD e MOSCA, 1994].

Todavia, é possível que não se encontrem quaisquer soluções que verifiquem as restrições associadas às especificações operacionais. Isto significa que o problema imposto à partida estará mal formulado. Assim, aquando desta situação, a reformulação dos objectivos do

controlo é crítica. Acerca deste assunto Clarke afirmou que "...problemas interessantes residem na melhor resolução das impraticabilidades e na deliberação e programação das restrições com vista à melhoria do desempenho" [CLARKE, 1994].

### 3.2.6 Obtenção da lei de Controlo

Para se obterem os valores  $u(t+k|t)$  é necessário minimizar a função de custo estabelecida. Esta tarefa é conseguida através do cálculo dos valores previstos para a saída  $\hat{y}(t+k|t)$  como função dos valores passados das entradas e saídas e dos sinais de controlo futuros com a ajuda do modelo seleccionado.

Uma solução analítica pode ser obtida para o critério quadrático se o modelo for linear e não existirem restrições. Caso contrário, deve ser usado um método iterativo para se obterem as soluções. Independentemente do método escolhido, a obtenção da solução não é fácil pois o número de variáveis independentes pode ser elevado ( $N_2-N_1+1$ ). Para reduzir o grau de liberdade é necessário impor uma estrutura à lei de controlo. Esta é, por vezes, imposta pelo uso do conceito do horizonte de controlo ( $N_u$ ) usado no DMC, GPC, EPSAC e EHAC, e que consiste em considerar que após determinado intervalo  $N_u < N_2$  não existe variação nos sinais de controlo propostos, ou seja:

$$\Delta u(t+j-1) = 0, \quad j > N_u \quad (3.22)$$

o que equivale a atribuir pesos infinitos às alterações de controlo a partir de determinado instante. O caso extremo seria considerar  $N_u$  igual a 1, o que faria com que todas as acções futuras fossem iguais a  $u(t)$ .

Outra forma de estruturar a lei de controlo consiste no uso de funções de base, tal como o procedimento usado pelo PFC, o qual consiste na representação de sinais de controlo como uma combinação linear de várias funções pré-determinadas, como se verifica na seguinte expressão:

$$u(t+k) = \sum_{i=1}^n \mu_i(t) B_i(k) \quad (3.23)$$

onde os elementos  $B_i$  são escolhidos de acordo com a natureza do processo e da referência, sendo normalmente do tipo polinomial  $B_0=1$ ,  $B_1=k$ ,  $B_2=k^2$ , etc.

### 3.3 Controlo Preditivo Baseado em Modelos de Lógica Difusa

Existem diversas formas de desenhar um controlador baseado em modelos de lógica difusa. Desde controladores baseados em modelos linguísticos, passando por modelos relacionais, até controladores *off-line* baseados em previsões de um passo do respectivo modelo *fuzzy*. No entanto, este tipo de filosofias apresentam o inconveniente de resultarem em estruturas computacionais mais complexas que as criadas com modelos linguísticos do tipo TS [ROUBOS *et al.*, 1999], implicando tempos de computação superiores e perda de significado linguístico [SOUSA, 1995].

A forma mais simples de controlar um processo usando modelos *fuzzy* consiste na inversão do modelo e usá-lo numa configuração de malha aberta. O modelo obtido é usado como controlador, que em condições especiais pode garantir-se ser estável para sistemas de fase não-miníma [SOUSA, 1995]. De referir que esta técnica só poderá ser aplicada em situações em que é possível a inversão do modelo.

Além da inversão do modelo devem-se acrescentar alguns critérios que tendem a melhorar as acções de controlo em cada instante. Uma vez que o modelo nunca é uma representação fiel do processo, esta metodologia de controlo não pode ser aplicada directamente na prática. Além disso o sistema tem de lidar com as perturbações e com as restrições impostas às variáveis do processo. Assim, se pretendemos implementar um controlador baseado na inversão do modelo *fuzzy*, este terá de ser invertível, no seu desenho têm de ser acrescentados critérios de selecção das acções de controlo, atendidos os problemas das diferenças entre modelo e processo, as influências das perturbações e restrições do problema [SOUSA, 1995].

No entanto, existem alguns casos em que a inversão não é única pelo que é necessário introduzir novos critérios no controlador de forma a seleccionar as melhores acções de controlo em cada instante. Por estas razões, o método não pode ser aplicado na prática, por si só. Todavia se introduzirmos o modelo inverso numa filosofia de controlo preditivo baseado em modelos difusos, alguns destes problemas são ultrapassados. Assim ficam por resolver os problemas da inversão dos modelos difusos que serão discutidos no ponto seguinte.



### 3.3.1 Modelação Difusa

Os modelos de Lógica Difusa constituem actualmente um dos métodos mais apelativos para a modelação de sistemas. De facto, mesmo não possuindo qualquer conhecimento inicial do processo, as regras e as funções pertença podem ser obtidas a partir de um conjunto de medidas usando as mais diversas técnicas [SOUSA, 1995]. Os modelos difusos fornecem uma descrição transparente da dinâmica do processo e reflectem a não linearidade da natureza do processo.

A teoria dos conjuntos difusos pode ser aplicada ao processo de identificação de diversas formas, sendo a constituição de sistemas difusos baseados num conjunto de regras, a mais usada. Como referido no capítulo 2, este tipo de modelos são estruturas matemáticas flexíveis capazes de identificar de forma eficiente diversos tipos de funções ou processos segundo uma forma simples do tipo:

*IF* Proposição Antecedente *THEN* Proposição Consequente

Os dois modelos de identificação, baseados em regras, mais usados são:

- 1 – Modelo Linguístico ou Modelo Mamdani;
- 2 – Modelo Takagi-Sugeno;

Estes dois métodos de identificação encontram-se definidos de forma mais detalhada no ponto 4.5 deste trabalho.

### 3.3.2 Inversão de Modelos Fuzzy

Não é difícil verificar que a forma mais simples de controlar um processo é através da ajuda de um modelo inverso do processo. Senão vejamos:

se for conhecido o modelo  $M$  de um determinado processo, que efectue um mapeamento entre as acções de controlo  $u$  e as saídas  $y$ , podemos determinar as acções de controlo através de um mapeamento da referência a seguir e as acções de controlo, sendo que este mapeamento nos é dado pelo modelo inverso  $M^{-1}$ . A Figura 3.3 mostra talvez de forma mais clara os aspectos referidos.

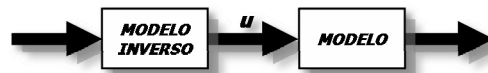


Figura 3.3 – Inversão perfeita de um sistema.

O controlo é perfeito na situação em que é possível uma inversão perfeita, ou seja nos casos em que o modelo descreve de forma exacta a dinâmica do processo. No entanto, isto raramente acontece, além de que existem ainda os aspectos relacionados com as restrições e com as perturbações do sistema e que também não são tidas em atenção pela técnica.

Outro aspecto relevante prende-se com os tempos de atraso do sistema. Caso o sistema possua um tempo de atraso  $d$  então as acções de controlo devem ser determinadas  $d$  instantes antes. Por estas razões este método apresenta algumas dificuldades de implementação prática.

Fundamentalmente, existem duas estruturas de modelos difusos para as quais se podem efectuar as respectivas inversões:

- Modelos *Singleton*;
- Modelos Takagi-Sugeno;

Tanto num caso como no outro, os tempos de computação requeridos para a inversão são baixos. Os métodos usados para inverter os modelos difusos são, respectivamente:

- Inversão global do modelo;
- Inversão parcial do modelo;

Para facilitar a visualização dos dois métodos, vamos considerar um sistema MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) decomposto em diversos sistemas MISO (*Multiple Input Single Output*). Esta acção pode ser feita sem que exista perda de generalidade. Assim, podemos representar o sistema MIMO em diversas componentes MISO, tal como se mostra na Figura 3.4.



Figura 3.4 – Modelo difuso MISO.

A inversão global consiste numa transformação completa onde as variáveis de estado são substituídas pelas saídas e *vice-versa*, tal como se observa na Figura 3.5.



Figura 3.5 – Inversão global.

Este tipo de inversão determina as variáveis de estado quando se conhece a saída e conduz normalmente a mais que uma solução.

A inversão parcial (Figura 3.6) considera que apenas uma das variáveis de estado passa a ser saída do modelo inverso e tenta determinar essa em função de todas as outras, bem como das saídas originais.



Figura 3.6 – Inversão parcial.

Este tipo de inversão conduz, geralmente a uma única solução.

Vista a filosofia de inversão, coloca-se agora o problema – Como obter o modelo inverso?

Existem diversos métodos para efectuar esta tarefa [BOULLART *et al*, 1992], mas os dois seguintes são os mais usados:

- Identificação do modelo inverso pelos dados de entrada/saída;
- Inversão do modelo original;

O primeiro método é talvez aquele que se apresenta como o mais intuitivo para a modelação inversa. Fischer e Isermann [FISCHER e ISERMANN, 1996] apresentam duas formas distintas para a determinação do modelo inverso seguindo um processo de identificação:

- *Direct inverse learning*;

- *Specialized inverse learning*;

No primeiro caso o processo sofre a actuação de um sinal de treino e o sistema difuso reconstrói o sinal de entrada pelo sinal de saída, tal como mostra a Figura 3.7.

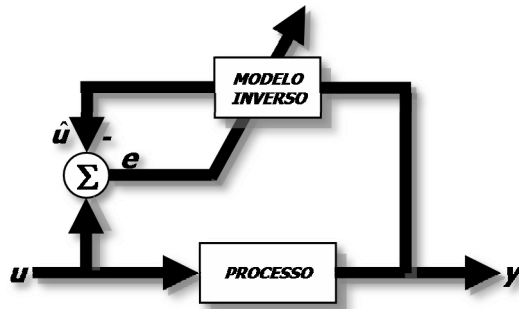


Figura 3.7 – *Direct inverse learning*.

No segundo caso (Figura 3.8), o problema da excitação é ultrapassado, tal como o da possível não invertibilidade, mas apresenta-se como de difícil aplicação pelo facto de existirem diferenças entre o processo e o modelo.

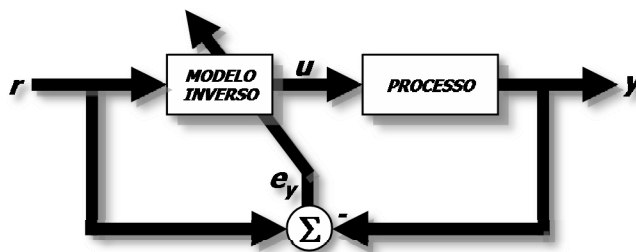


Figura 3.8 – *Specialized inverse learning*.

Informação mais detalhada acerca dos dois métodos pode ser obtida nos trabalhos publicados por Nelles e Fischer, Hunt *et al.* e Fischer e Isermann [NELLES e FISCHER, 1996] [HUNT *et al.*, 1992] [FISCHER e ISERMANN, 1996].

Os métodos são usados para efectuar a inversão quer dos modelos *Singleton* quer dos modelos *Takagi-Sugeno*.

### 3.3.3 Controlo Preditivo Usando a Inversão do Modelo Difuso

O controlo preditivo apresenta-se, como já referido, como um método capaz de lidar com restrições impostas às variáveis e perturbações e permite encontrar para um determinado horizonte as melhores acções de controlo, pela minimização de uma função de custo.

O problema da optimização nem sempre é fácil, mesmo quando a função de custo representa apenas o erro entre a referência e a saída prevista. Neste caso os algoritmos de inversão apresentam-se como um método eficaz, pois são computacionalmente rápidos e de solução fácil.

A combinação do controlo preditivo com o controlo inverso foi introduzida, em 1995, por Babûska *et al.* e por Sousa *et al.*.

O algoritmo desenvolvido consiste em três passos distintos que se descrevem de seguida.

**Passo 1:** Determinar as acções de controlo  $u(k), \dots, u(k + H_p - 1)$ , com  $H_p$  como horizonte de previsão e com a ajuda do modelo directo prever as saídas.

**Passo 2:** Verificar as restrições e caso alguma seja violada em alguma das previsões passar ao passo 3. Caso contrário aplicar a acção de controlo  $u(k)$  determinada em 1.

**Passo 3:** Usar o controlo preditivo, para encontrar as soluções óptimas para as acções de controlo através da minimização da função de custo estabelecida. Aplicar  $u(k)$  ao processo.

O terceiro passo apresenta um problema, o qual está relacionado com o método a usar na optimização. Verifica-se que os métodos iterativos de optimização, tal como os de programação sequencial quadrática, exigem esforços computacionais extremamente elevados e conduzem, geralmente, a mínimos locais. Ou ainda melhor: Verifica-se que os métodos iterativos de optimização, à semelhança dos de programação sequencial quadrática, exigem esforços computacionais extremamente elevados e conduzem, regra geral, a mínimos locais.

Neste caso devem ser usados outros métodos de optimização que sejam computacionalmente mais rápidos, tais como os algoritmos genéticos ou o método *branch-and-bound* [SOUSA, 1995].

### 3.3.4 Mecanismo de Controlo Adaptativo com Modelos Difusos

A maior parte dos processos é caracterizada por uma variação das condições de operação o que faz com que, para manter a qualidade do produto e garantir a estabilidade do sistema, o controlador tenha de lidar com as alterações dos parâmetros.

Ao longo dos últimos anos foram apresentadas diversas metodologias de controlo adaptativo [PROCYK e MAMDANI, 1979] [JANG, 1992] [BERENJI e KHEDAR, 1992]. Estas metodologias apresentam como ponto comum o facto de introduzirem o controlador directamente sem identificação do modelo do processo.

Mais recentemente, SOUSA, *et al.*, em 1995 apresentou um esquema baseado em modelos difusos tipo *Singleton*, o qual se encontra representado na Figura 3.9 [SOUSA *et al.*, 1995].

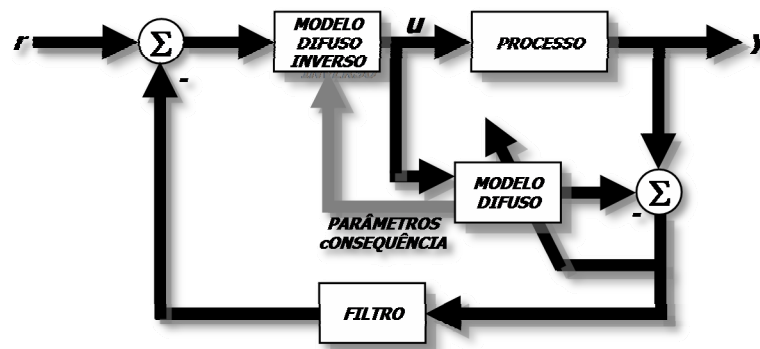


Figura 3.9 – Mecanismo de controlo adaptativo com modelos difusos proposto por Sousa *et al.* (1995).

O algoritmo de estimação de parâmetros é linear, o modelo, a lei de adaptação e o controlador podem ser facilmente implementados e não necessitam de grandes recursos de memória. Além disso são de computação simples, pois são baseados em operações matriciais simples e são de convergência rápida. Uma outra vantagem prende-se com o facto de, uma vez construído o modelo, este poder ser usado para monitorização, previsão e detecção de falhas [SOUSA, 1995].

### 3.4 Conclusão

Este capítulo resume os principais métodos utilizados no Controlo Preditivo. A generalidade destes métodos são aplicáveis a modelos lineares. Nestes casos e para um grande número de aplicações não faz sentido o uso da filosofia MBPC, essencialmente se os controladores convencionais PID apresentam resultados aceitáveis. No entanto, para processos multivariáveis, não lineares e com restrições onde a optimização conduz a melhorias significativas, o MBPC apresenta-se potencialmente como o único método capaz de resolver estes problemas.

A facilidade de sintonização, a forma como lida com as restrições, sejam elas de carácter físico ou de limitações dos valores das saídas, a facilidade de aplicação a sistemas não lineares, o facto de ser uma metodologia aberta, aplicável a uma diversidade de processos, incluindo aqueles com tempos de atraso desconhecidos ou de fase não mínima, tornam-no num método com grande aceitação quer no meio académico quer no meio industrial.

Claro que, à semelhança dos outros métodos, também o MBPC possui desvantagens. Estas estão intimamente ligadas à sua filosofia de implementação. Assim, torna-se necessária a utilização de um modelo preciso, sob pena de obtermos resultados desastrosos no caso de o modelo usado se afastar demasiado do modelo real do processo. Desta forma torna-se evidente que, quanto mais completo for o modelo, melhores previsões poderão ser feitas e melhor desempenho terá o controlador desenvolvido.

Outra desvantagem prende-se com o facto de ser necessário conhecer *set points* futuros, o que muitas vezes não é possível.

No entanto as vantagens do método sobrepõem-se muito às suas desvantagens tornando-o, em muitos casos, no único método capaz de resolver determinados problemas.

Porém, a generalidade dos sistemas de controlo, nomeadamente aqueles que funcionam entre os limites extremos, apresentam geralmente comportamentos não lineares e por vezes de histerese. Para estes as soluções anteriores são geralmente uma pobre solução, apesar das tentativas adaptativas sugeridas por vários autores. Nesta sequência, a lógica difusa, mormente na forma de controladores, surgem como uma alternativa possível e desejada. Nesta linha, tal como revisto, vários autores têm-se dedicado, nos últimos tempos, à adequação do controlo difuso para a realização de controlo predictivo não linear. No próximo capítulo será apresentado uma solução possível desta estratégia, aplicada ao problema do controlo da fermentação alcoólica.

# **CAPÍTULO 4 – CONTROLO PREDITIVO DIFUSO DO SISTEMA DE FERMENTAÇÃO ALCOÓLICO**

## **4.1 Introdução**

A estratégia de controlo preditivo depende, fundamentalmente, da qualidade do modelo utilizado na previsão da evolução do processo. De uma forma geral, a obtenção de modelos determinísticos capazes de descrever convenientemente a dinâmica do processo apresenta dois tipos de problemas. O primeiro, refere-se ao facto de que quanto mais completo é o modelo maior é a quantidade de parâmetros a determinar, resultando, na maioria dos casos, em modelos extremamente complexos e computacionalmente pesados. O outro diz respeito à natureza não linear de alguns sistemas, dificultando de forma substancial a tarefa de encontrar um modelo capaz de reproduzir com precisão a dinâmica do sistema. Frequentemente, estes aspectos são um factor de entrave à implementação de uma estratégia de controlo preditivo. Atendendo às vantagens que os SLD apresentam relativamente à modelação de processos não-lineares, bem como à sua simplicidade, uma estratégia de controlo preditivo baseada em modelos de lógica difusa pode representar um factor importante na melhoria da qualidade do controlo efectuado.

Neste capítulo pretende-se descrever a associação destes dois tipos de tecnologias, identificação baseada em SLD e controlo preditivo, dando especial ênfase aos aspectos práticos relativos às técnicas de identificação difusa usadas na obtenção do modelo de fermentação, bem como aos aspectos ligados ao desenvolvimento do controlador. Serão ainda apresentados e discutidos os resultados obtidos.

## **4.2 O Sistema de Fermentação**

O sistema de fermentação consiste numa cuba metálica em forma de cilindro, construída em aço inoxidável, com capacidade para cerca de 45 litros de mosto, com uma base de cerca de 50 cm de diâmetro e uma altura de cerca de 90 cm. Por não existir um fluxo contínuo de mosto o sistema diz-se fechado, pelo que o fermentador, ou reactor, toma a designação de *batch fermenter* ou *batch reactor*. As únicas trocas efectuadas com o meio exterior são as



trocas gasosas feitas através de um orifício colocado no topo do reactor e as trocas de calor feitas directamente com o meio ambiente e com o meio de refrigeração.

O sistema de refrigeração consiste numa camisa externa em espiral colocada na superfície lateral do reactor com cerca de 1,5 cm de espessura, através do qual circula água refrigerada, podendo contudo utilizar-se água aquecida de acordo com as necessidades do processo fermentativo.

### 4.3 Materiais e Métodos

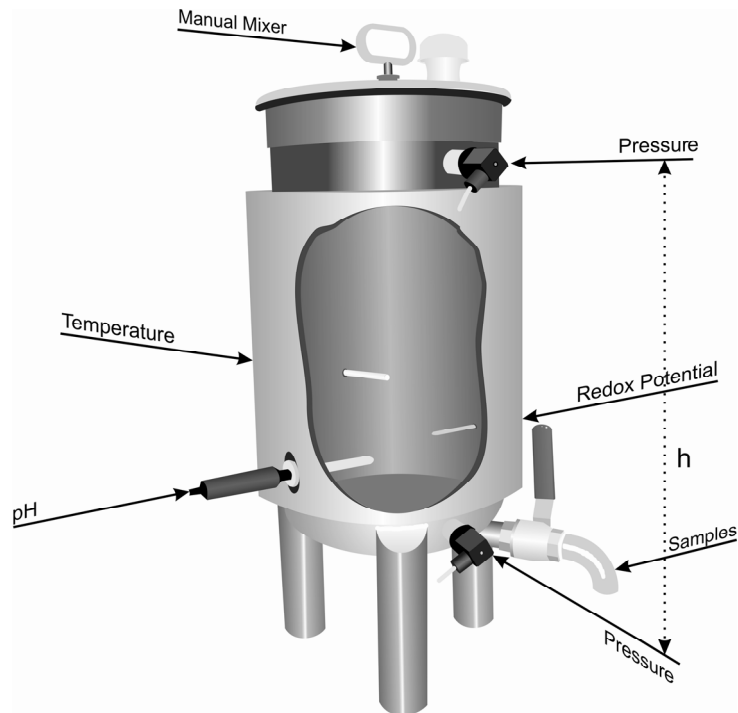
Para a realização deste trabalho foi implementado um sistema de fermentação, constituído por uma cuba de fermentação, um sistema de aquecimento e um sistema de aquisição de dados.

O sistema de aquisição de dados consiste numa placa de aquisição de dados com uma resolução de 12 *bits*. Possui 16 canais analógicos de entrada, ou se se preferir 8 canais diferenciais. Tem ainda a capacidade para ajuste do ganho, melhorando desta forma a precisão na obtenção dos dados.

A este sistema de aquisição de dados encontram-se ligados diversos sensores de temperatura colocados em pontos cruciais do sistema. Foram usados quatro sensores de temperatura colocados respectivamente no interior do recipiente de armazenamento do líquido de aquecimento, à entrada e à saída da camisa de refrigeração/aquecimento da cuba de fermentação e no interior da cuba. Os valores da temperatura obtidos pelos sensores são fundamentais para a obtenção do modelo térmico da cuba de fermentação, o qual descreve as trocas caloríficas do mosto com o meio de arrefecimento e deste com o ambiente.

Dois sensores de pressão foram colocados, respectivamente, no topo e fundo da cuba de fermentação para a determinação da densidade do mosto. Além destes foram ainda incorporados no sistema uma sonda para determinação do *ph* e um sensor de oxigénio dissolvido. Uma descrição mais detalhada do sistema implementado pode ser consultada em [SEIXAS *et al*, 2005].

Os dados obtidos fornecem informação importante acerca da evolução do processo fermentativo. No entanto, no que concerne ao processo de fermentação alcoólica será utilizado como modelo de referência e de comparação o modelo de Boulton, descrito anteriormente. Através deste, foi possível realizar um conjunto variado de simulações computacionais de validação dos métodos de identificação e controlo proposto.



**Figura 4.1 – Sistema de fermentação usado e respectiva posição dos sensores incorporados. (Cortesia de Margarida Seixas)**

O desenvolvimento do controlador preditivo foi dividido em duas partes distintas, mas complementares. A primeira teve por objectivo a identificação do modelo difuso do processo de fermentação, o qual foi alcançado mediante a utilização de dados de treino obtidos a partir do modelo físico proposto por Boulton, como anteriormente referido. Foram construídos dois modelos difusos distintos: do crescimento celular das leveduras e da evolução da concentração de substrato ou açúcares e, destes, seleccionado aquele que apresentou menor erro de identificação. Encontrado o modelo e confirmada a sua validade, através da comparação com o modelo físico, foi aplicada uma estratégia de controlo preditivo, o que constitui a segunda parte do problema.

#### **4.4 O Modelo Térmico do Reactor de Fermentação**

Existe na literatura uma grande quantidade de modelos que representam o comportamento dinâmico de reactores. Dependendo do projecto, tamanho e condições de operação, podem ser adoptadas diversas aproximações. Assumindo o tipo de reactor usado, onde não existe nem fluxo de entrada nem fluxo de saída (reactor fechado), tem-se que o volume de mosto existente no reactor é praticamente constante, podendo ser representado por:

$$V = F_1 \quad (4.1)$$

onde  $F_1$  representa o mosto existente no início da fermentação e  $V$  o volume do fermentador dado por  $V = \pi r^2 h$ , com  $[V] = m^3$ ,  $r$  o raio do fermentador e  $h$  a altura,  $[h] = m$ .

Assumindo como desprezável o calor gerado pelo agitador, a dinâmica da variação da temperatura no reactor, já descrita no capítulo 1, pode ser representada por:

$$\frac{dT_r}{dT} = \frac{1}{\beta_r} (-Q_R + Q_G) \quad (4.2)$$

onde  $\beta_r$  representa a capacidade calorífica,  $Q_R$  a taxa de remoção de calor e  $Q_G$  a taxa de calor gerado pela reacção. A taxa de calor removido, por sua vez, depende fundamentalmente das trocas de calor entre o interior do reactor e o meio de refrigeração e pode ser representada por:

$$Q_R = UA(T_r - T_j) \quad (4.3)$$

onde  $T_r$  representa a temperatura no interior do reactor e  $T_j$  a temperatura do líquido de refrigeração.  $U$  é o coeficiente de transferência total de calor e  $A$  é a área de transferência de calor, relacionada com o nível de líquido e o raio do reactor por  $A \approx \pi r(r + 2h)$ .

A taxa de calor gerado,  $Q_G$ , depende da reacção de degradação do substrato que, para além de conduzir à formação de etanol, contribui também para a libertação de calor, sendo essencialmente uma reacção exotérmica, em condições de evolução normais. O valor do calor libertado pela reacção encontra-se tabelado por alguns autores e já foi referido aquando da descrição da equação (1.36). Desta forma podemos aproximar  $Q_G$  através da expressão:

$$Q_G = K \frac{dS}{dt} \quad (4.4)$$

onde  $K$  representa o calor libertado pela reacção e  $\frac{dS}{dt}$  a variação de açúcar.

A camisa de refrigeração é formada por uma espiral em aço em torno do reactor. A temperatura da camisa pode ser descrita por:

$$\frac{dT_i}{dT} = \frac{1}{\beta_j} (\rho_j C_{pj} F_j (T_{j0} - T_j) + UA(T_r - T_j)) \quad (4.5)$$

onde  $C_{pj}$  é a capacidade calorífica específica do líquido de refrigeração,  $\rho_j$  a densidade do líquido,  $\beta_j$  o seu calor específico e  $F_j$  a taxa de fluxo. A cada instante de amostragem a temperatura  $T_j$  pode ser aproximada à média das temperaturas na entrada e saída da camisa de refrigeração,  $T_j = (T_{j0} + T_{j2})/2$ . Por último, os coeficientes  $\beta_r$  e  $\beta_j$  são dados por:

$$\beta_r = \rho C_p V + \alpha_r, \beta_j = \rho_j C_{pj} V_j + \alpha_j \quad (4.6)$$

onde  $\alpha_r$  e  $\alpha_j$  representam a contribuição das capacidades térmicas da parede do reactor e da camisa de refrigeração, respectivamente.

A aproximação apresentada tem em linha de conta a influência do metal das paredes do reactor e da serpentina de refrigeração na dinâmica da temperatura do líquido de refrigeração e consequentemente na temperatura do mosto. No entanto, note-se que as equações (4.2) e (4.5) foram obtidas supondo desprezáveis as perdas de calor.

Os parâmetros usados na simulação encontram-se referenciados na descrição do modelo de fermentação proposto por Boulton e abordado no capítulo 1.

## 4.5 Identificação Difusa do Processo

A identificação difusa do processo consiste em estabelecer um modelo capaz de representar com a melhor aproximação possível o processo de fermentação alcoólica. Do modelo identificado depende toda a estratégia de controlo preditivo definida, pois caso o modelo de previsão esteja mal estabelecido também as acções de controlo obtidas pelo controlador serão incorrectamente determinadas e o resultado será um controlador incapaz de otimizar a evolução do processo.

Um outro aspecto importante prende-se com a não linearidade do processo a controlar. A fermentação, como os processos biológicos em geral, apresenta características fortemente não

lineares pelo que se torna necessária a utilização de métodos de identificação não linear. Naturalmente que técnicas de identificação linear poderiam ser aqui aplicadas, contudo o modelo obtido seria um modelo local, pelo que não poderia ser generalizado para todos os pontos de funcionamento e novos parâmetros do controlador deveriam ser obtidos para cada região de operação.

Por esta razão optou-se por uma estratégia de identificação difusa, que tem como principais vantagens a simplicidade de implementação e o facto de poder ser aplicada à identificação de processos não lineares, onde cada região de funcionamento será aproximada por um novo conjunto de regras. Fundamentalmente, a grande vantagem desta técnica é a legibilidade e interpretabilidade linguística do modelo obtido. As técnicas usadas para a identificação difusa do processo fermentativo serão descritas no ponto seguinte.

#### 4.5.1 Técnicas Usadas na Identificação

A identificação do processo de fermentação é complexa, podendo ser realizada por modelos matemáticos, considerando os mecanismos biológicos, químicos e físicos participantes. Porém, tal tarefa não é simples, podendo mesmo conduzir a modelos incompletos, e é bastante morosa. Mais, exige que o operador tenha domínios nas áreas científicas abrangidas. Por esta razão optou-se por um mecanismo de identificação difuso, baseando-se a sua formulação em resultados empíricos e experimentais.

Como já referido, foram identificados dois modelos distintos: um para o crescimento celular e outro que descreve a evolução do substrato. Em ambos os casos foram utilizadas duas técnicas de identificação. A primeira consistiu na identificação de um modelo difuso linguístico, no qual tanto o antecedente como o conseqüente são proposições difusas, designado por Modelo Mamdani. Este modelo linguístico difuso consiste num conjunto de regras descrito de forma genérica por:

$$R_i: \text{IF } x \text{ is } A_i \text{ THEN } y \text{ is } B_i, \text{ com } i=1, 2, \dots, M$$

onde  $R_i$  representa a regra  $i$  e  $M$  o número de regras. A variável antecedente da regra é representada por  $x$  e a saída difusa do sistema por  $y$ .

A partir do conjunto de regras, obtido a partir dos dados de treino, a resposta do modelo para uma entrada  $x$  pode ser obtida efectuando os seguintes passos:

1- Para cada regra  $i$  determinar o peso do antecedente, através de:

$$\beta_i = \mu_{A_{i1}}(x_1) \wedge \mu_{A_{i2}}(x_2) \wedge \cdots \wedge \mu_{A_{in}}(x_n), \text{ com } i = 1, 2, \dots, M \quad (4.7)$$

2- Para cada regra derivar o conjunto difuso de saída,  $B'_i$ , usando um operador  $t$ -norm:

$$\mu_{B'_i}(\mathbf{y}) = \beta_i \wedge \mu_{B_i}(\mathbf{y}) \quad (4.8)$$

3- Agregar os conjuntos difusos de saída resultantes das regras disparadas pelos dados de entrada, através da utilização de um operador união.

$$\mu_B(\mathbf{y}) = \max_{i=1,2,\dots,K} (\mu_{B'_i}(\mathbf{y})) \quad (4.9)$$

4- Por último, transformar o conjunto difuso resultante num valor numérico usando um dos processos de desfuzificação, por exemplo, o centro de gravidade:

$$\text{cog}_{y_j}(B') = \frac{\sum_{l=1}^M \mu_{B'_l}(\mathbf{y}_l) y_{jl}}{\sum_{l=1}^M \mu_{B'_l}(\mathbf{y}_l)} \quad (4.10)$$

A segunda estrutura de identificação difusa usada, designa-se é designada por Takagi-Sugeno, em homenagem aos seus criadores, e consiste apenas em alterar a forma dos termos consequentes de cada regra. Neste caso, o termo consequência da regra é agora uma função combinação linear das variáveis antecedentes, sendo que uma regra apresenta a seguinte forma:

$$R_i : \text{IF } \mathbf{x} \text{ is } A_i \text{ THEN } y_i = f_i(\mathbf{x}), \text{ com } i = 1, 2, \dots, M \quad (4.11)$$

onde  $M$  representa o número de regras,  $\mathbf{x}$  a variável antecedente,  $y$  é a saída e  $A_i$  é o conjunto difuso antecedente da regra  $i$ . Note-se, que cada regra possui uma função associada  $f$  distinta.

As funções consequência  $f_i$  podem ser escolhidas como sendo funções paramétricas, cuja estrutura é mantida para todas as regras. A forma mais simples e mais usada é do tipo:

$$R_i : IF \mathbf{x} \text{ is } A_i \text{ THEN } y_i = a_i^T \mathbf{x} + b_i \quad (4.12)$$

onde  $a_i$  é um vector de parâmetros e  $b_i$  é um *offset*.

Identificados os parâmetros  $a_i$  e  $b_i$ , pelo método dos mínimos quadrados, o passo seguinte passa pelo cálculo do valor correspondente da saída. Este processo passa por uma desfuzificação pelo método apresentado anteriormente, centro de gravidade, que pode ser representada por:

$$y = \sum_{i=1}^K \beta_i(\mathbf{x}) y_i = \sum_{i=1}^K \beta_i(\mathbf{x}) (a_i^T \mathbf{x} + b_i) \quad (4.13)$$

com  $\beta_i$  dado por:

$$\beta_i = \frac{\mu_i(\mathbf{x})}{\sum_{j=1}^K \mu_j(\mathbf{x})} \quad (4.14)$$

Os resultados obtidos por cada um dos processos de identificação referidos serão apresentados posteriormente, assim como a correspondente análise de resultados.

### 4.5.2 Ensaio e Simulações

Para a validação dos modelos difusos do processo de fermentação alcoólica recorreu-se à comparação com o modelo térmico do reactor (anteriormente descrito) e o modelo de fermentação obtido por Boulton. Estes modelos, tal como apresentados, são contínuos e descritos por um conjunto de equações diferenciais, de difícil resolução analítica. Sendo os modelos computacionais em estudo discretos, os dados de teste foram obtidos através da resolução numérica do sistema de equações diferenciais pelo método Runge-Kutta de 2ª ordem.

Os modelos utilizados nestes ensaios têm a seguinte forma discreta:

$$X(k+1) = f(x(k), u(k)) \quad (4.15)$$

sendo que os modelos serão validados em modo aberto, onde as saídas dos modelos serão realimentadas para a entrada.

Apresentadas de forma geral as duas técnicas de identificação usadas para a obtenção do modelo difuso de fermentação alcoólica, a escolha da melhor estrutura dos modelos irá ser determinada através de ensaios e simulações computacionais. Factores importantes nesta avaliação serão:

- A partição do espaço de entrada dos sistemas difusos, pelos conjuntos difusos antecedentes das regras;
- N° de regras;
- Taxa de amostragem do modelo de equações às diferenças (tempo entre amostras).

Numa fase inicial procedeu-se à simulação do processo de fermentação com base no modelo físico. Para este modelo foram efectuadas diversas experiências tendo por base dois aspectos. O primeiro consistiu em manter constante a temperatura  $T_c$  (temperatura exterior) e variar apenas as condições iniciais do processo. O segundo consistiu em variar a temperatura exterior e ainda as condições iniciais. Com estas experiências pretendia-se avaliar a importância da estabilidade da temperatura exterior ou, dito de outra forma, avaliar a forma como o sistema lidaria com perturbações externas. Os resultados obtidos estão representados na Tabela 4.1. O erro absoluto médio foi calculado como sendo a média dos valores absolutos da diferença entre o valor real (obtido a partir do modelo físico) e o valor estimado pelo modelo difuso.

Da análise da Tabela 4.1 ressalta que, por um lado, o erro na identificação do crescimento celular aumenta de forma significativa quando são usados dados de treino obtidos com temperatura exterior variável, e, por outro, que o erro na identificação do crescimento celular é menor do que o obtido na identificação da concentração de substrato. Outro aspecto importante tem que ver com o facto de a identificação baseada em modelos Takagi-Sugeno (TSK) apresentar um erro inferior à baseada em modelos Mamdani, sendo este aspecto mais significativo no modelo do crescimento celular e quando a temperatura exterior é variável. Mediante estes resultados parece que o modelo mais indicado será o modelo TSK do crescimento celular.



Tabela 4.1 – Erro absoluto médio dos modelos com  $T_c$  constante e  $T_c$  variável.

	MODELO	ERRO ABSOLUTO MÉDIO	
		$T_c$ Constante	$T_c$ Variável
Mamdani	Crescimento Celular	0,07529	1,01539
	Concentração de Substrato	0,79679	0,76582
TSK	Crescimento Celular	0,05183	0,49597
	Concentração de Substrato	0,79724	0,78808

Para se inferir acerca da influência da taxa de amostragem no erro do modelo foram obtidas amostras, a partir do modelo físico, com diversos períodos de amostragem, nomeadamente 1 amostra/hora, 2 amostras/hora, 4 amostras/hora e 10 amostras/hora. Os dados obtidos com base nestas taxas de amostragem foram usados para o treino do modelo difuso. A Tabela 4.2 apresenta os resultados obtidos para cada um dos modelos construídos, tendo por base, além da temperatura exterior, a taxa de amostragem.

Tabela 4.2 – Erro absoluto médio obtido para os modelos para diversas taxas de amostragem e considerando a temperatura exterior constante e variável.

MODELO		ERRO ABSOLUTO MÉDIO							
		$T_c$ Constante				$T_c$ Variável			
		TAXA DE AMOSTRAGEM (Nº DE AMOSTRAS/HORA)							
		1/HORA	2/HORA	4/HORA	6/HORA	1/HORA	2/HORA	4/HORA	6/HORA
Mamdani	Crescimento Celular	0,19272	0,08225	0,05547	0,01876	0,29531	1,79582	0,17228	0,17462
	Concentração de Substrato	1,89028	0,87486	0,33949	0,09991	0,98287	F	0,59214	F
TSK	Crescimento Celular	0,10472	0,06683	0,02368	0,00796	0,30166	1,34635	0,17585	0,19461
	Concentração de Substrato	1,89838	0,87868	0,34038	0,09890	1,03763	F	0,56650	F

Legenda: F – Falhou.

A Tabela 4.2 apresenta alguns aspectos curiosos. Quando considerados os resultados obtidos com  $T_c$  constante, verifica-se que existe uma tendência generalizada para uma diminuição do erro com o aumento da taxa de amostragem. No entanto, o mesmo não se verifica quando considerada a evolução do erro para  $T_c$  variável. Neste último caso ( $T_c$  variável), ao contrário do que seria esperado, não se verificou uma diminuição do erro com o aumento da taxa de amostragem, tendo-se mesmo verificado um aumento substancial para a

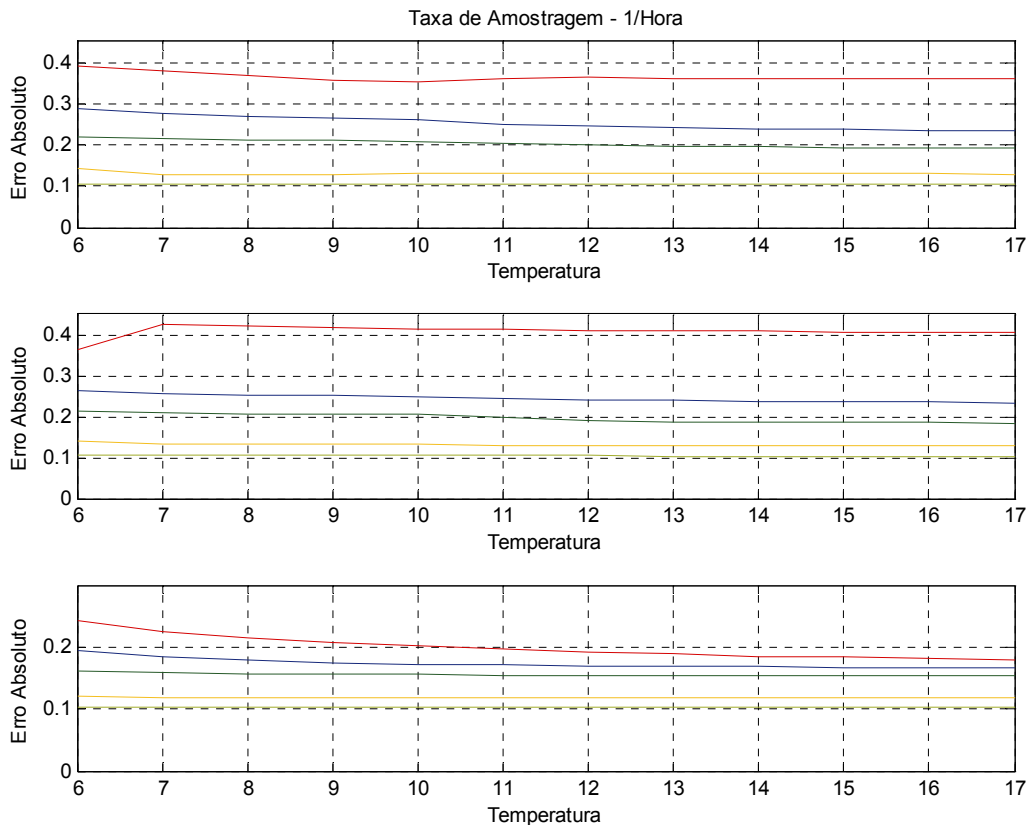
taxa de 2 amostras/hora, demonstrando que o período de amostragem é um aspecto importante para a construção do modelo. Este facto poderá ser explicado com uma eventual influência da taxa de amostragem nos dados de treino. Ora, são os dados de treino que determinam a base de regras e elas, por sua vez, o valor da saída. A base de regras obtida com os dados recolhidos com taxa de 2 amostras/hora não traduz de forma correcta a dinâmica do processo, podendo mesmo conduzir à ausência de regras que descrevam o funcionamento do sistema quando aplicadas as entradas de teste. Pela análise dos valores da Tabela 4.2 pode ainda constatar-se a ausência de resultados na identificação da concentração de substrato para  $T_c$  variável, em ambos os modelos (Mamdani e TSK). Este facto relaciona-se não somente com o motivo acima referido, mas também com problemas de acondicionamento de matrizes que implicam problemas no cálculo da matriz inversa para a determinação dos parâmetros consequência. Estes problemas serão referidos mais à frente (ver Capítulo 4, ponto 4.5.3), bem como os métodos utilizados na sua resolução.

Um aspecto importante para a qualidade do modelo prende-se com o número de partições do espaço de entrada, ou seja, o número de conjuntos difusos a usar para as partições de entrada. Com base nos dados de treino obtidos a partir do modelo físico realizaram-se diversas simulações de modo a avaliar o efeito da variação da partição no erro do modelo. Fazendo variar o número de conjuntos difusos das variáveis de entrada, nomeadamente da concentração de substrato, de etanol e da temperatura foram feitas diversas simulações e avaliado o erro do modelo para cada combinação das partições de entrada.

O impacto das diferentes partições das variáveis de entrada estudadas não corresponde a um valor constante de erro para distintos valores das grandezas envolvidas. Assim, para melhor se compreender a relação da variação da partição do espaço de entrada com a variação do erro serão apresentados, em figuras separadas, vários gráficos para cada uma das situações estudadas

A Figura 4.2 e Figura 4.3 apresentam os resultados obtidos para o modelo de crescimento celular Mamdani para uma taxa de amostragem de 1 amostra/hora e de 6 amostras/hora, respectivamente, considerando a temperatura exterior constante. Os valores apresentados referem-se a 6 simulações distintas. Em cada uma das figuras encontram-se representados três gráficos, correspondendo cada um deles a uma situação específica da partição do espaço de entrada composto pelas variáveis Substrato, Etanol e Temperatura. O primeiro gráfico de ambas as figuras corresponde a uma partição do Substrato de dois conjuntos difusos, o segundo a três conjuntos e o terceiro a quatro conjuntos difusos. Por outro lado, em cada

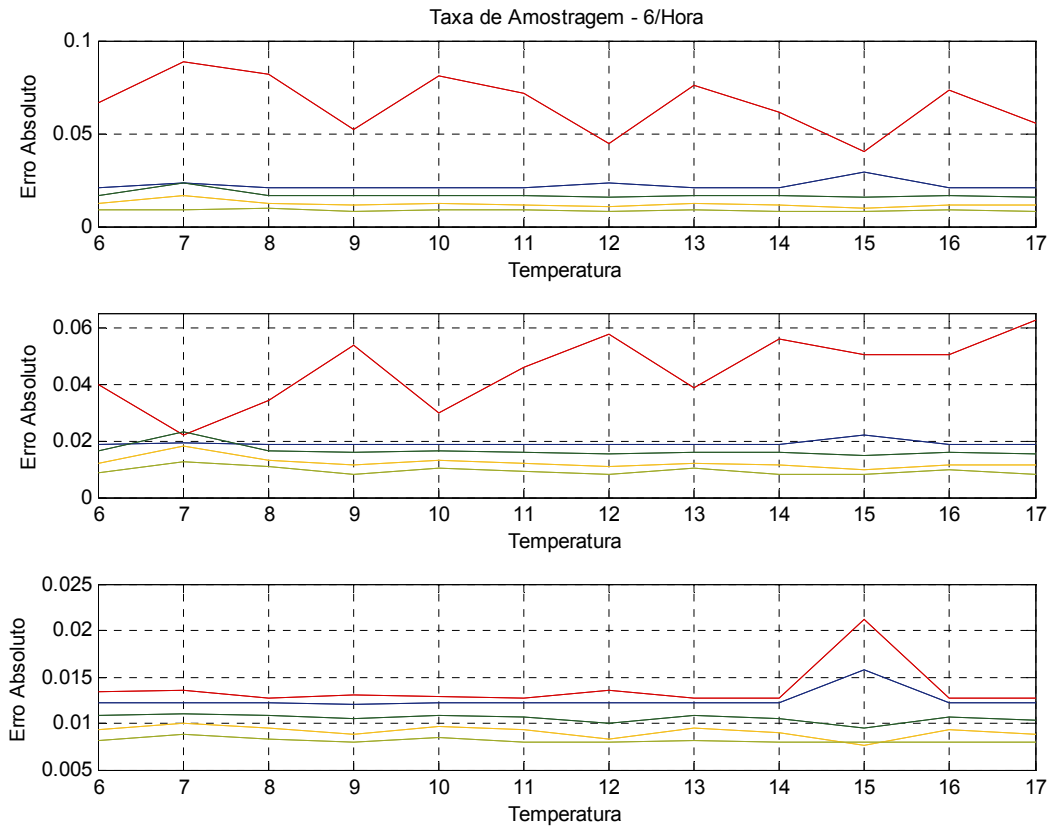
gráfico são apresentadas cinco curvas distintas. A curva a vermelho representa uma partição da variável Etanol de dois conjuntos, a azul três, verde quatro, amarelo cinco e a azeitona seis conjuntos difusos. A variação da partição da variável de entrada Temperatura está representada no eixo das abcissas e varia de seis a dezassete conjuntos.



**Figura 4.2 - Erro absoluto em função da partição do espaço de entrada para modelo Mamdani obtido com taxa de amostragem de 1 amostra/hora.**

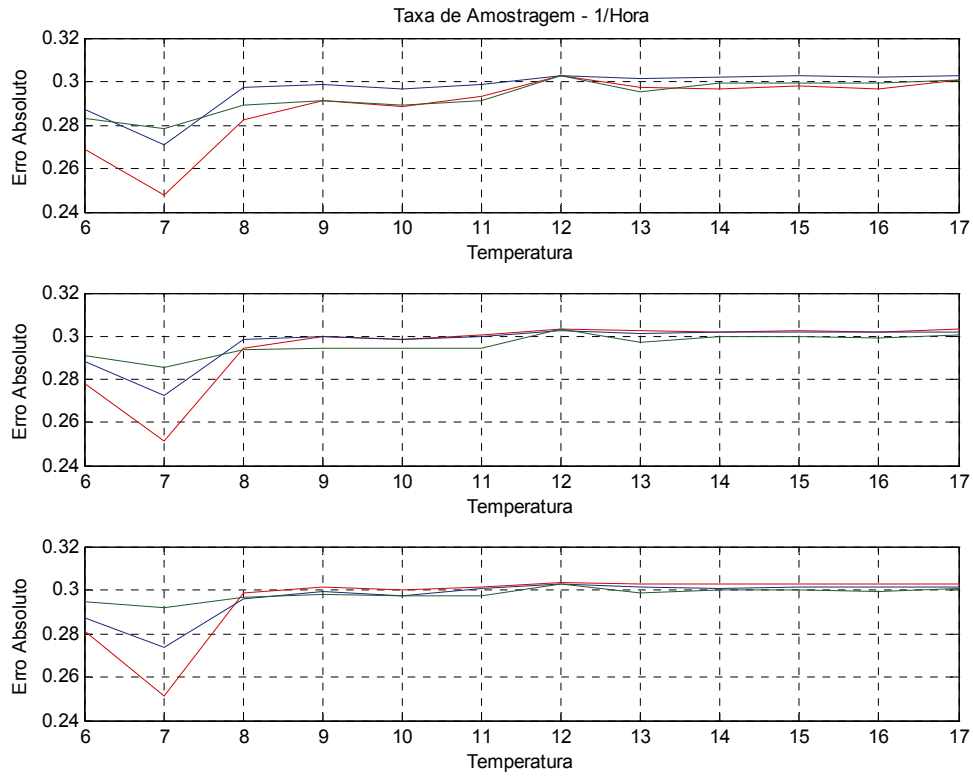
Da Figura 4.2 e Figura 4.3 podem retirar-se algumas conclusões importantes. A primeira diz respeito à influência que a taxa de amostragem tem no erro do modelo. A análise comparativa entre o primeiro gráfico de cada uma das figuras (ou o segundo, ou até mesmo o terceiro) mostra que, para as mesmas partições do espaço de entrada, o aumento do número de dados de treino contribui de forma muito significativa para a diminuição do erro absoluto. Por outro lado, o aumento do número de conjuntos difusos para o espaço de entrada Temperatura não contribui de forma relevante para a diminuição do erro. No que se refere ao aumento do número de conjuntos difusos da partição do espaço Substrato e do espaço Etanol a situação já não é a mesma, ou seja, o aumento destas partições contribui para a diminuição do erro. No

entanto, a variação da variável Etanol afecta de forma mais expressiva a qualidade do modelo, como se pode constatar pela análise comparativa dos três gráficos incluídos em cada figura.

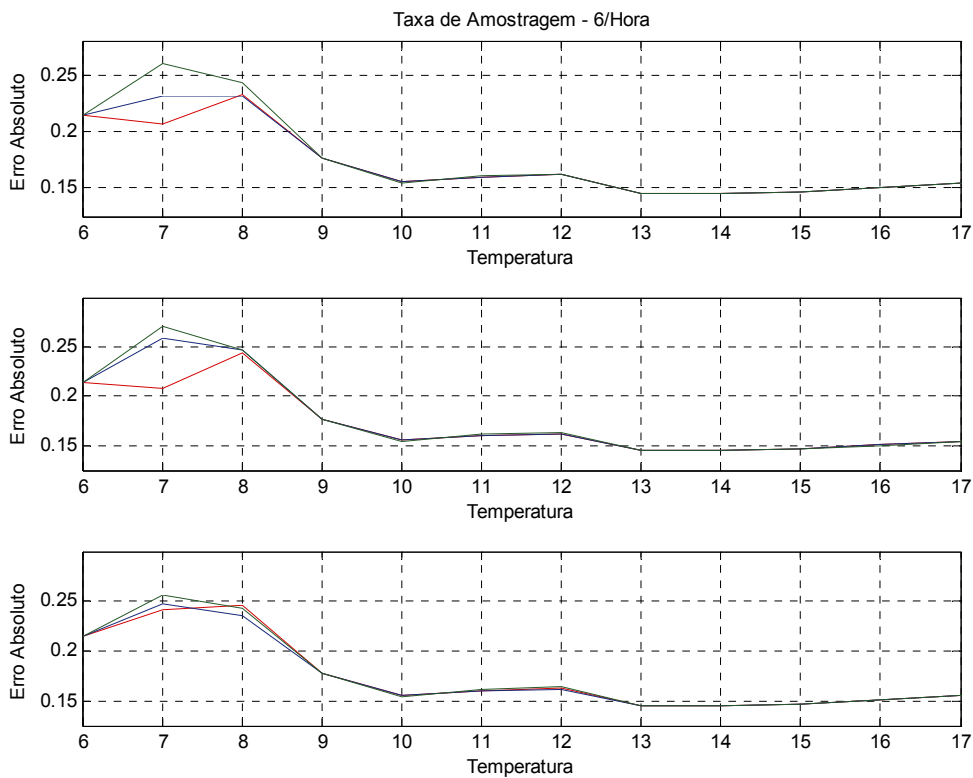


**Figura 4.3 – Erro absoluto em função da partição do espaço de entrada para modelo obtido com taxa de amostragem de 6 amostra/hora.**

O procedimento descrito foi aplicado para o caso de a temperatura exterior ser variável. Os resultados obtidos encontram-se representados na Figura 4.4 e Figura 4.5. Nesta experiência utilizaram-se apenas três partições distintas para a variável Etanol, nomeadamente, quatro, cinco e seis conjuntos difusos, aqui representados, respectivamente, a vermelho, azul e verde.



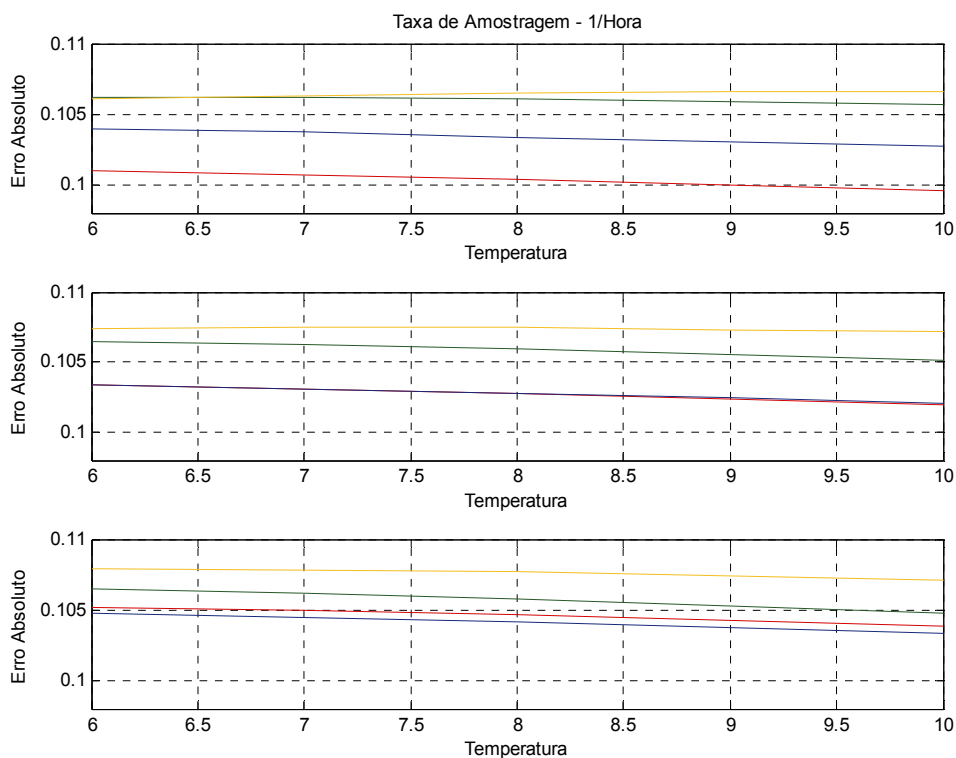
**Figura 4.4 – Variação do erro absoluto em função da partição do espaço de entrada para modelo obtido com taxa de amostragem de 1 amostra/hora e com a temperatura  $T_c$  variável.**



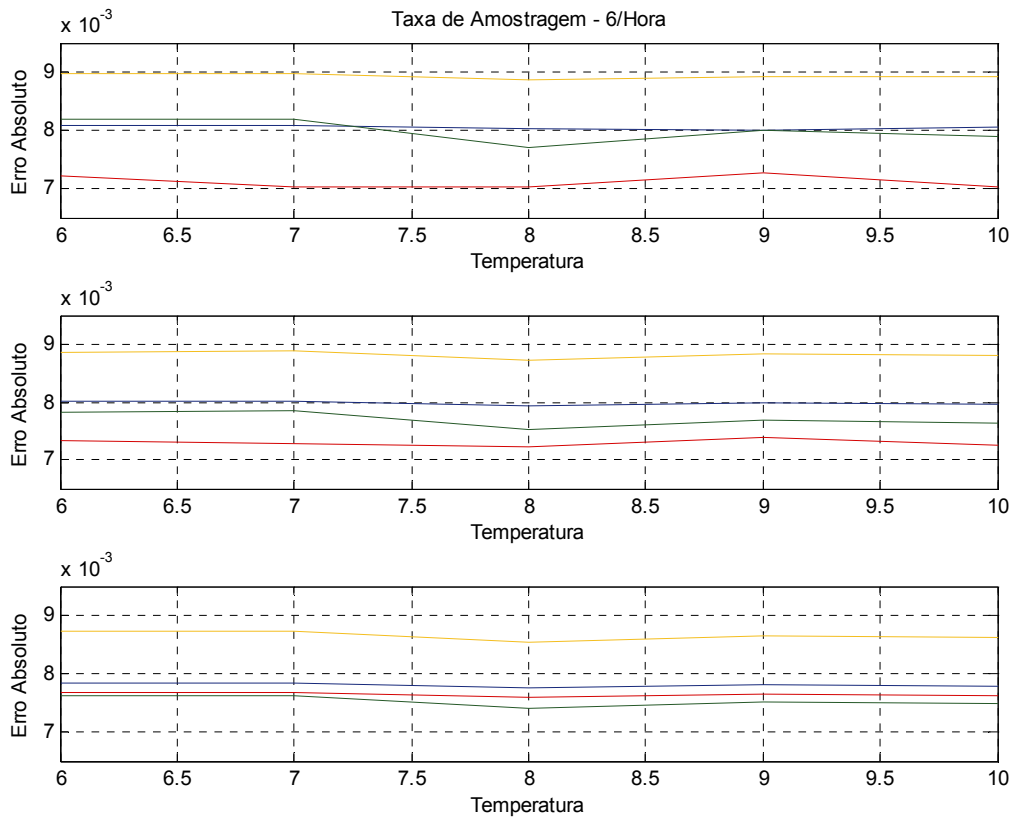
**Figura 4.5 - Variação do erro absoluto em função da partição do espaço de entrada para modelo obtido com taxa de amostragem de 6 amostras/hora e com a temperatura  $T_c$  variável.**

Os dados obtidos conduzem a duas conclusões. A primeira diz respeito ao facto de o erro absoluto para a taxa de amostragem de 1 amostra/hora não ser alterado significativamente pela variação do número de conjuntos difusos usados na representação do espaço de entrada. Esta situação já não é tão evidente quando analisamos a Figura 4.5. Neste caso, verifica-se que a variação da partição Temperatura contribui para uma ligeira alteração do valor do erro. A segunda conclusão tem a ver com um comportamento já verificado na experiência anterior e que mostra que a diminuição do período de amostragem contribui para a redução do erro, ainda que neste caso não de forma tão visível.

Na análise dos modelos TSK foi aplicado o mesmo procedimento. Os resultados obtidos para o modelo do crescimento celular representam a variação do erro absoluto em função da partição do espaço de entrada, da variação da taxa de amostragem e da variação da temperatura exterior. Realizaram-se experiências com partição do Substrato variável de 2 a 4 conjuntos, do Etanol de 2 a 5 conjuntos e da Temperatura entre 6 e 10. Cada gráfico da Figura 4.6 e Figura 4.7 corresponde à evolução do erro para uma partição do Substrato de 2, 3 e 4 conjuntos difusos, respectivamente. Em cada gráfico estão representadas 4 curvas, correspondendo a cada partição da variável Etanol. A curva a vermelho corresponde a 2, a azul a 3, a verde a 4 e a amarelo a 5 conjuntos difusos, respectivamente.



**Figura 4.6 – Erro absoluto em função da partição do espaço de entrada para modelo TSK obtido com taxa de amostragem de 1 amostra/hora com  $T_c$  constante.**

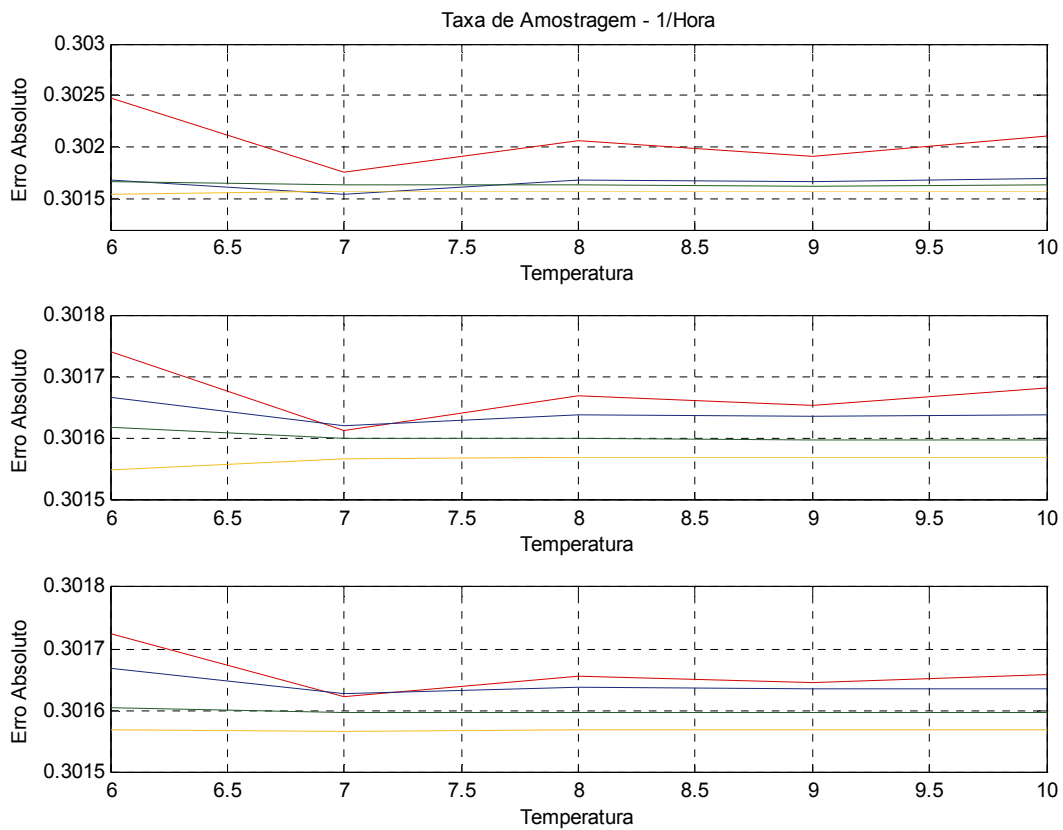


**Figura 4.7 - Erro absoluto em função da partição do espaço de entrada para modelo TSK obtido com taxa de amostragem de 6 amostra/hora com  $T_c$  constante.**

Os resultados observados na Figura 4.6 e Figura 4.7 mostram que, contrariamente ao observado na identificação baseada em modelos Mamdani, para o modelo TSK a variação da partição não influenciou de forma significativa o erro absoluto, sendo praticamente o mesmo o erro observado para cada combinação da partição do espaço de entrada.

Da análise destas duas mesmas figuras podemos retirar uma outra conclusão, sendo que esta vai de encontro ao já observado na identificação pelo modelo Mamdani e que tem a ver com a influência da taxa de amostragem na variação do erro. Neste aspecto podemos verificar uma diminuição significativa do valor do erro com o aumento da taxa de amostragem.

Fazendo uma análise semelhante para o caso em que a temperatura circundante ao meio da fermentação é variável e tendo ainda em atenção a variação das partições do espaço de entrada e da taxa de amostragem, obteve-se a Figura 4.8 e Figura 4.9. Refira-se que a notação usada é a mesma descrita para os casos anteriores (Figura 4.6 e Figura 4.7).

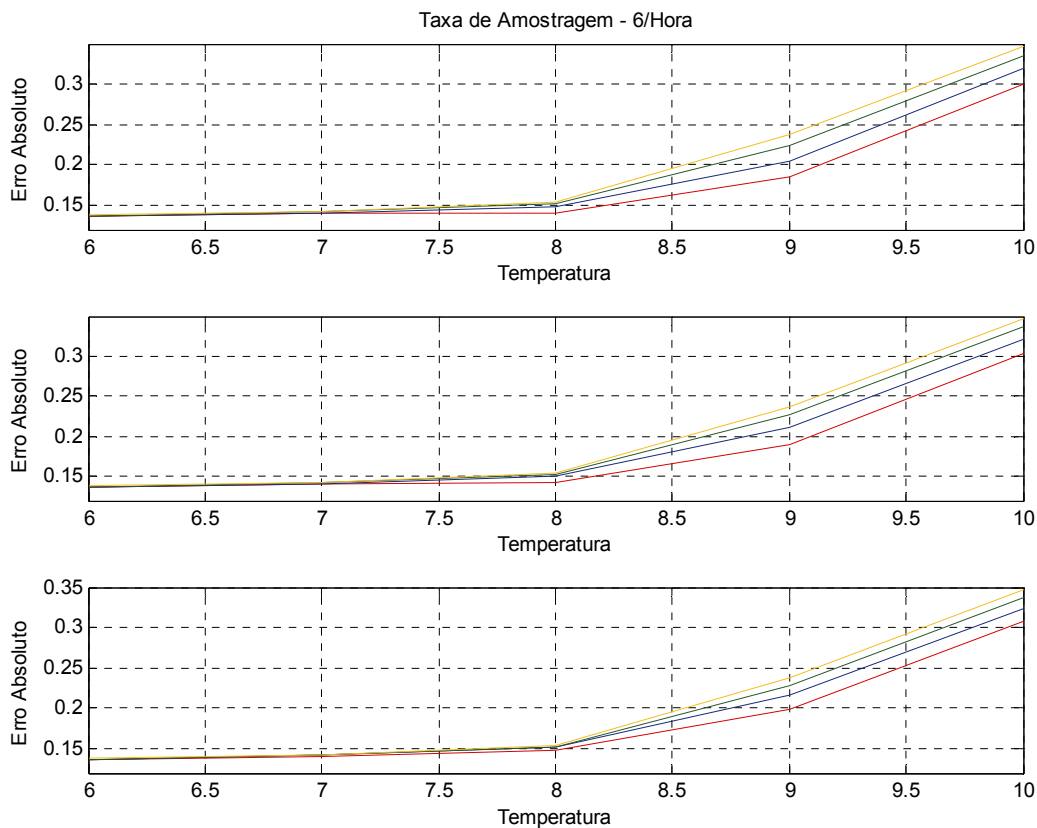


**Figura 4.8 - Erro absoluto em função da partição do espaço de entrada para modelo TSK obtido com taxa de amostragem de 1 amostra/hora e  $T_c$  variável.**

A análise destas duas figuras permitem-nos concluir dois aspectos importantes. O primeiro refere-se ao facto de, mais uma vez, se verificar que a variação da partição não interfere na variação do erro. O segundo, diz respeito ao facto de ser notória a influência da variação da temperatura exterior na qualidade do modelo, pois é bem visível o aumento do valor do erro absoluto com a utilização de uma temperatura exterior variável.

Fazendo a análise da influência da taxa de amostragem na qualidade do modelo também podemos verificar que o aumento da taxa contribui para a diminuição do erro. No entanto, a observação da Figura 4.9 mostra um efeito interessante, nomeadamente o facto de o valor do erro ser menor para partições mais baixas do espaço de entrada Temperatura, contrariamente ao que seria previsível.





**Figura 4.9 - Erro absoluto em função da partição do espaço de entrada para modelo TSK obtido com taxa de amostragem de 6 amostras/hora e  $T_c$  variável.**

Face ao anteriormente exposto conclui-se que, quer para o modelo Mamdani, quer para o TSK, o principal factor que afecta o erro é a taxa de amostragem com que os dados de treino foram obtidos. Quantas mais amostras existirem do processo, maior será a informação disponível acerca da dinâmica do mesmo, o que por um lado contribui para um aumento do número de regras e do esforço computacional, mas por outro conduz a uma diminuição do erro do modelo e, por conseguinte, a melhorias significativas na identificação do processo.

Por último, refira-se que nesta secção se optou por apresentar apenas os gráficos referentes ao modelo do crescimento celular em virtude do erro deste modelo ser menor que o da concentração de substrato.

Além da informação apresentada nas tabelas e gráficos anteriores, dados mais pormenorizados, relativos à evolução do erro em função da taxa de amostragem e da partição do espaço de entrada, com respectiva indicação do número de regras geradas para os diversos modelos de lógica difusa estudados podem ser consultados nas tabelas do Anexo A.

### 4.5.3 Modelo Difuso do Processo de Fermentação Alcoólica

Foram realizadas 200 simulações com o modelo de Boulton, considerando as condições iniciais do processo e a temperatura do meio envolvente variável. A partir deste modelo foram colhidas amostras das diversas variáveis intervenientes com um período de amostragem de 0,05 horas. Com estas amostras foram treinados os dois modelos difusos, nomeadamente o Mamdani e TSK, para os quais se usaram as partições apresentadas na Figura 4.13. Os modelos obtidos resultaram da utilização das técnicas já descritas. A determinação dos consequentes das regras passou pela utilização do método dos mínimos quadrados recursivo.

A aplicação desta metodologia ao modelo Mamdani não apresentou dificuldades computacionais e a obtenção dos parâmetros consequência decorreu de forma satisfatória. No entanto, o processo de determinação dos parâmetros consequência para o modelo TSK não se revelou tão simples uma vez que a aplicação do método dos mínimos quadrados conduzia à necessidade de cálculo de uma matriz inversa. O facto de uma das matrizes envolvidas se apresentar próxima de singular, ou seja, com um número elevado de elementos nulos, o cálculo da inversa era dificultado e os parâmetros obtidos numericamente incorrectos, conduzindo a um modelo ineficaz. Para a resolução deste problema foram usados dois métodos distintos:

- i) Determinação dos antecedentes por aplicação do método *backpropagation* e cálculo dos consequentes novamente por aplicação do método dos mínimos quadrados;
- ii) Decomposição em valores singulares (*Single Values Decomposition* - SVD);

O primeiro método recorre ao método *backpropagation* para ajustar os parâmetros associados aos antecedentes das regras tentando obter de seguida, através do método dos mínimos quadrados, os melhores parâmetros consequentes. Através deste método de aprendizagem o desempenho dos modelos melhoraram significativamente, o que permite concluir que a não fixação dos parâmetros antecedentes contribui para a melhoria da determinação dos parâmetros consequência.

O segundo método consistiu em utilizar um método da álgebra linear conhecido por SVD, o qual é habitualmente usado na redução da dimensionalidade de matrizes sem perda

significativa de informação ou para facilitar determinados cálculos matriciais, nomeadamente cálculo de matrizes inversas.

Considere-se uma matriz  $A$ , de dimensão  $m \times n$ . O método SVD permite a decomposição da matriz  $A$  num produto de três matrizes:

$$A = USV^T \quad (4.16)$$

$U$  é uma matriz ortogonal de dimensão  $m \times m$  ( $U^T U = I$ ), constituída pelos vectores próprios de  $AA^T$ , também denominada de vectores singulares à esquerda,  $V$  é uma matriz ortogonal de dimensão  $n \times n$ , constituída pelos vectores próprios de  $A^T A$ , denominada por vectores singulares à direita e  $S$  é uma matriz  $m \times n$  constituída pelos valores próprios de cada uma das matrizes anteriores. De referir que a matriz  $S$  é uma matriz diagonal, cujos únicos elementos não nulos são os elementos da diagonal principal e é construída dispondo por ordem decrescente os valores próprios calculados para  $U$  e  $V$ . No fundo, estes valores indicam a significância dos dados em cada dimensão, podendo ser anulados os termos de menor valor e desta forma obter uma redução da dimensão da matriz de dados original. Este método é aplicado, por exemplo, na análise de componentes principais (*Principal Component Analysis* – PCA) [SUBHASH SHARMA, 1996].

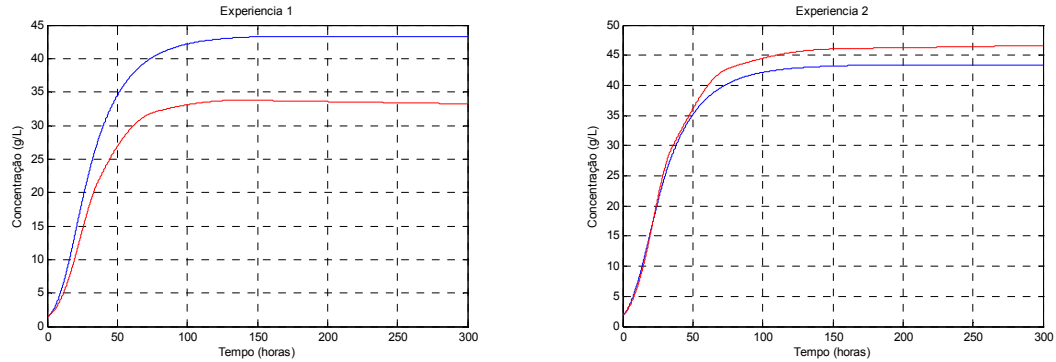
No nosso caso, permite eliminar os valores próprios nulos diminuindo a dimensão da matriz original sem perda significativa de informação e, por outro, lado facilita o cálculo da matriz inversa pois este é simplificado. Assim, após a decomposição em valores singulares a matriz inversa é dada por:

$$A^{-1} = (USV^T)^{-1} = US^{-1}V^T \quad (4.17)$$

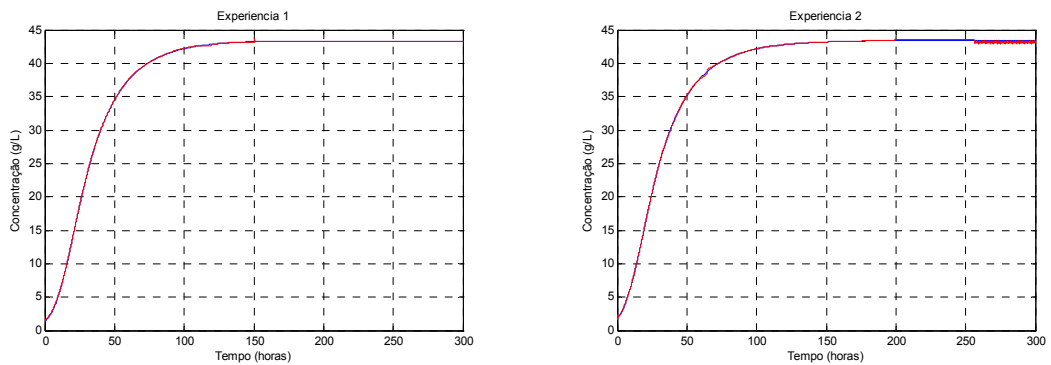
Depois de aplicadas cada uma das técnicas descritas foram obtidos e testados os modelos difusos do crescimento celular em duas experiências. Estas, apresentaram condições iniciais e valores da temperatura ambiente distintas daquelas que foram usadas para o treino dos modelos.

Os resultados obtidos estão representados na Figura 4.10, Figura 4.11, Figura 4.12 e Figura 4.13. Nelas podem observar-se dois aspectos importantes. O primeiro refere-se ao facto de o modelo TSK, quer seja implementado segundo a filosofia ANFIS quer seja

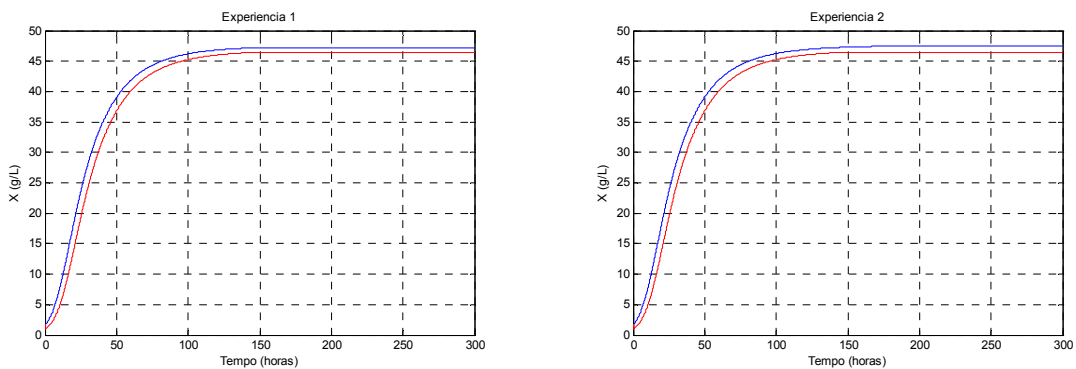
recorrendo ao método SVD, apresentar melhores resultados que o modelo Mamdani. O outro tem a ver com o facto de as duas soluções implementados se terem revelado eficazes e solucionarem o problema anteriormente referido.



**Figura 4.10 – Resultados obtidos pelo modelo Mamdani. A curva a azul representa a curva do modelo de Boulton e a curva a vermelho o modelo difuso.**



**Figura 4.11 - Resultados obtidos pelo modelo TSK por aplicação da conjugação do método *backpropagation* com o método dos mínimos quadrados.**



**Figura 4.12 - Resultados obtidos pelo modelo TSK por aplicação da decomposição em valores singulares.**

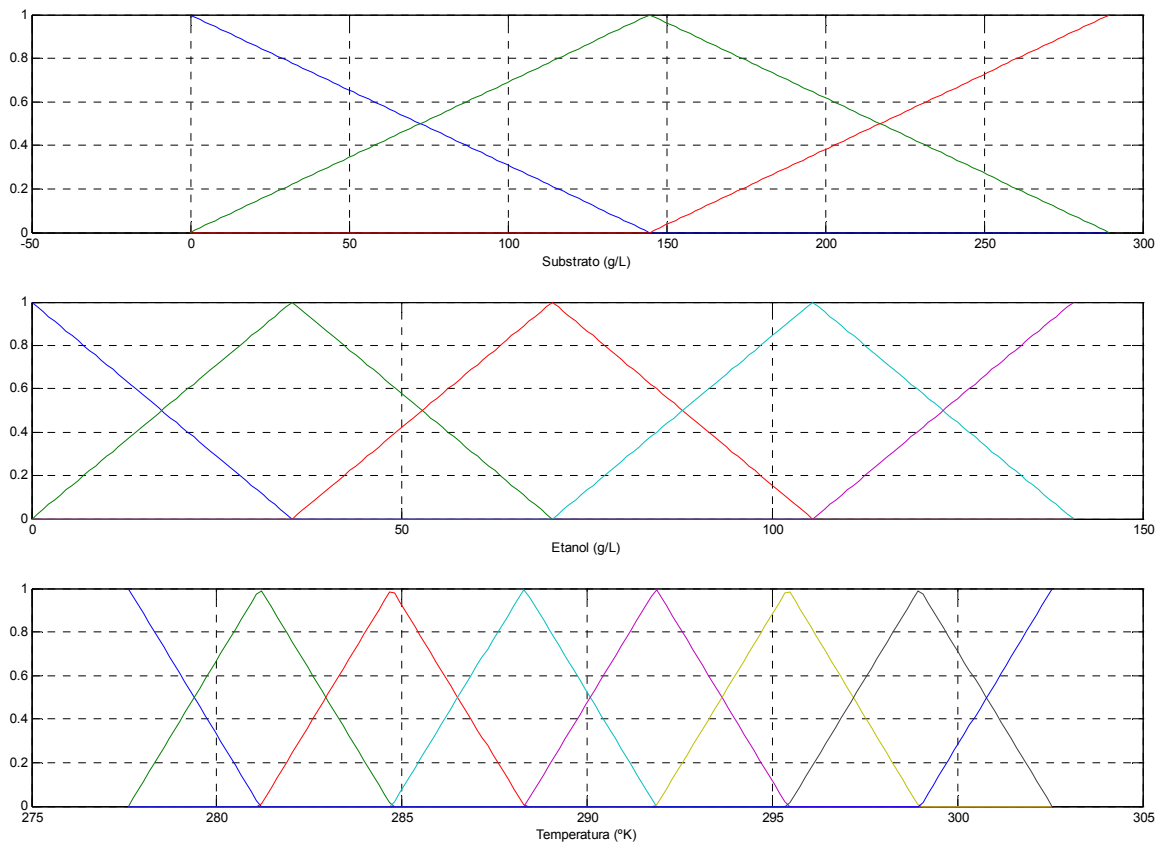


Figura 4.13 – Partição do espaço de entrada usada.

### 4.6 Controlo Proporcional, Integral e Derivativo (PID)

Com o objectivo de se avaliar a qualidade do controlador preditivo implementado, desenvolveu-se um controlador PID para controlar a temperatura do processo de fermentação alcoólica. Tendo em atenção o modelo do processo com as componentes PD introduzidas na sua função de transferência e considerando a temperatura de referência de 300,5°K foram ajustados, por um processo de optimização numérico não linear, os valores dos parâmetros do controlador, com recurso à Toolbox de optimização do MATLAB®. O critério usado pela função de optimização recorre ao método Simplex de Lagarias, não fazendo uso do gradiente na procura [LAGARIAS *et al*, 1998].

A implementação do controlador PD conduziu aos resultados apresentados na Figura 4.14, onde se encontram representadas as três curvas principais do modelo de fermentação: crescimento celular, concentração de substrato e concentração de etanol. Na Figura 4.15 estão representadas as curvas da temperatura do mosto, da temperatura de referência e da actuação.

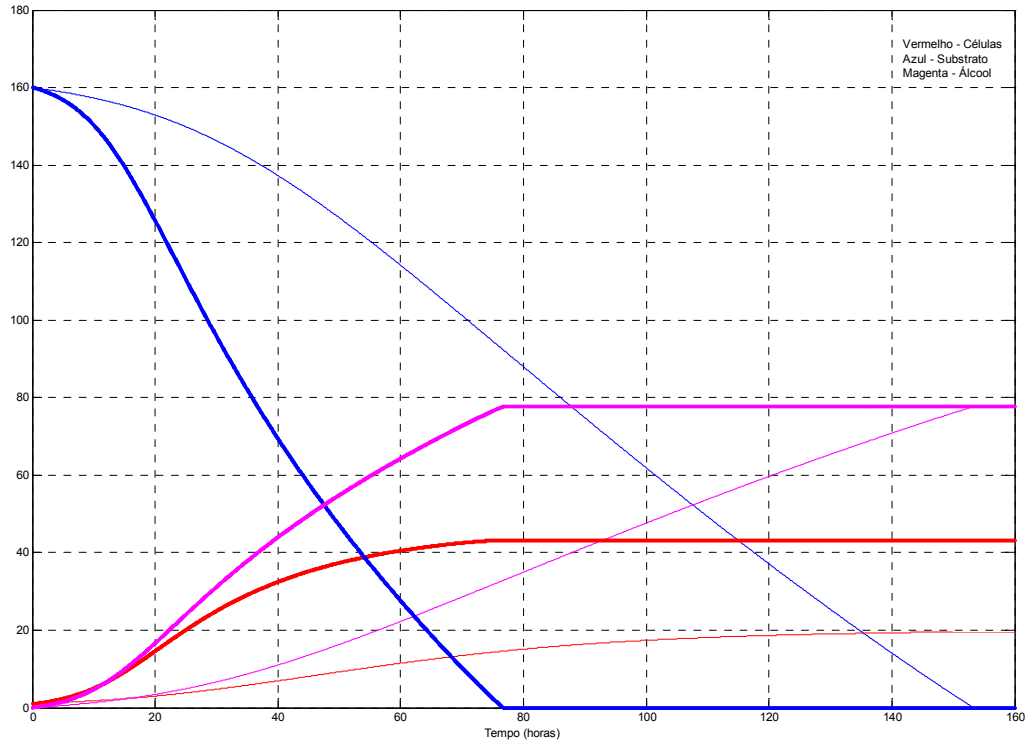


Figura 4.14 – Comparação entre o processo controlado (a cheio) e sem controlador (a fino).

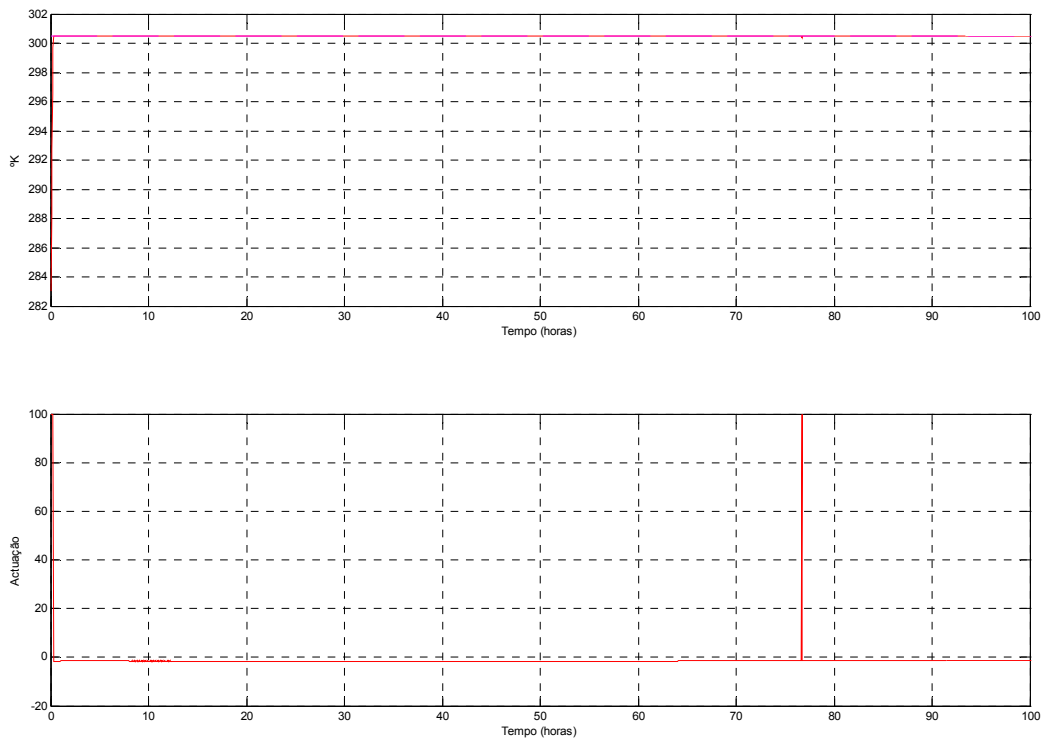
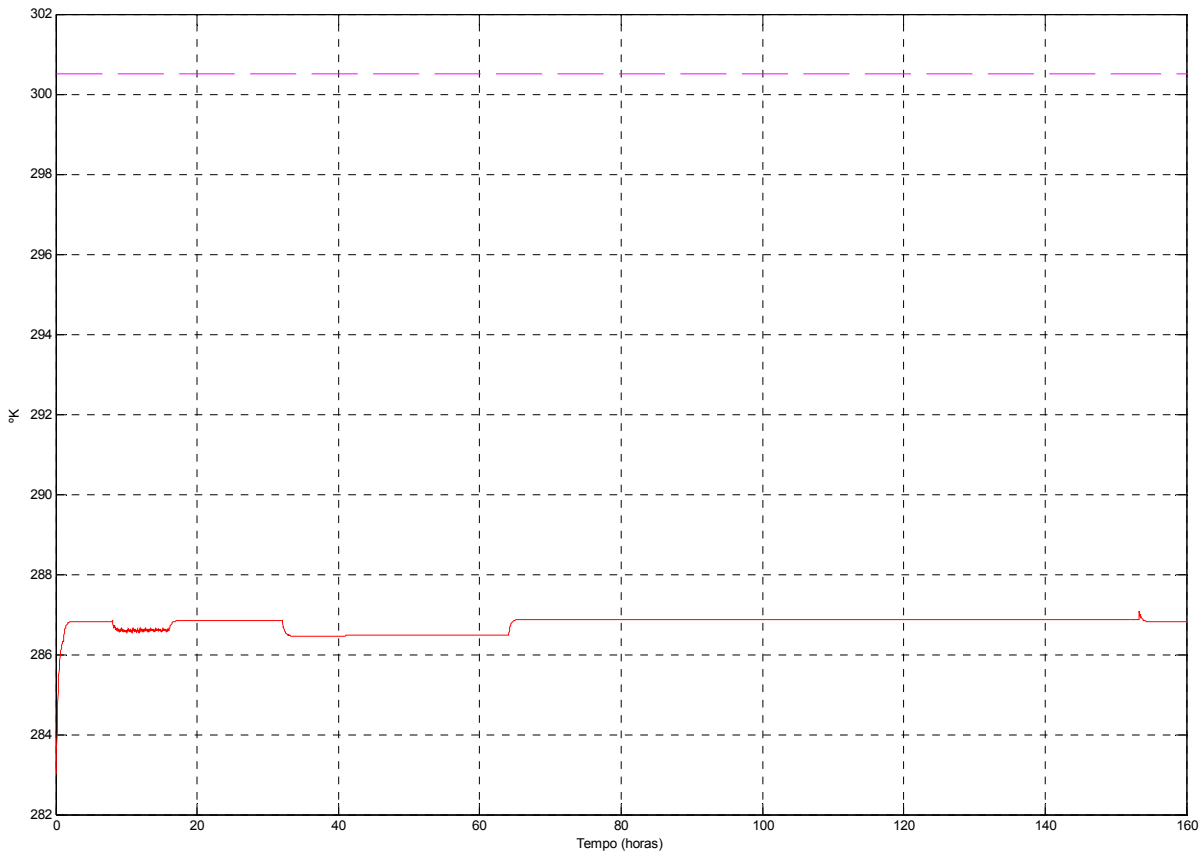


Figura 4.15 – Temperatura de referência e temperatura real do processo por actuação do controlador PD.

A análise das figuras anteriores revela que a evolução do processo apresenta um desempenho muito mais satisfatório na presença do controlador PD. Este aspecto torna-se ainda mais evidente se se atender à Figura 4.16, onde se encontram representadas a curva da temperatura de referência (magenta) e ainda a da evolução da temperatura do mosto (vermelho).



**Figura 4.16 – Evolução da temperatura do processo sem controlador e comparação com a referência desejada.**

Repare-se que a temperatura do processo, na ausência de controlador, a rondar os 287°K, não consegue sequer aproximar-se do valor de temperatura óptimo, 300,05°K. Este facto reflecte-se num crescimento celular mais lento e, conseqüentemente, a uma menor taxa de degradação de açúcar, necessitando-se de mais tempo para se atingir a concentração máxima possível de etanol.

Os resultados obtidos demonstram que o controlador PID apresenta um desempenho muito satisfatório, contribuindo de forma significativa para a melhoria da evolução do processo de fermentação alcoólica. Porém, o esforço realizado no controlo por esta técnica não leva em conta a relação custo/benefício da estratégia de controlo. Tal problema leva-nos a encarar outra metodologia de controlo, a que nos dedicaremos numa secção posterior.

## 4.7 Modelo de Previsão Difuso

Na estratégia de controlo preditivo o aspecto mais determinante prende-se com o modelo do sistema a controlar. O sucesso do controlador depende fundamentalmente da capacidade do modelo obtido em determinar a evolução do processo dentro de um determinado horizonte, designado de horizonte de previsão.

Tendo em atenção os modelos de identificação referidos anteriormente, verifica-se que nenhum deles representa um modelo de previsão. Dito de outra forma, nenhum deles consegue, com base em entradas e saídas passadas ou actuais, prever as condições futuras do processo. Os modelos obtidos limitam-se apenas a inferir uma saída num determinado instante para uma determinada combinação de entrada nesse mesmo instante.

Desta forma impõe-se a construção de um novo modelo difuso que, ao contrário dos anteriores, consiga efectuar uma previsão do crescimento celular.

O modelo de previsão difuso obtido recorreu a uma filosofia TSK por dois motivos. Em primeiro lugar porque de acordo com os resultados obtidos no ponto anterior este método apresenta-se como sendo aquele que melhor consegue modelar o crescimento celular e, em segundo, porque a saída do modelo é determinada através da combinação linear das entradas, o que simplifica o processo de construção do modelo de previsão.

Este último aspecto torna-se mais evidente quando analisamos as estratégias de obtenção de modelos preditivos. Geralmente, este tipo de modelos é obtido recorrendo a estruturas do tipo ARX ou afins e que calculam as saídas futuras com base nas saídas e entradas passadas que constituem o vector dos regressores. A saída prevista resulta da combinação das entradas e saídas passadas, o que está intimamente relacionado com a estrutura dos modelos TSK, onde a consequência é determinada a partir da combinação das entradas.

O modelo de previsão mais não é do que um modelo TSK onde as consequências são modelos do tipo ARX e que pode ser expressa por um conjunto de regras do tipo:

$$R_i : \text{ IF } Y \text{ is } A_i \text{ THEN } y(k+1) = \theta_i^T Y \quad (4.18)$$

onde  $Y = [y(k), y(k-1), \dots, u(k), u(k-1), \dots]$  representa o conjunto dos valores entrada/saída,  $A_i = \{A_{1i}, A_{2i}, \dots, B_{1i}, B_{2i}, \dots\}$  é o conjunto das funções pertença associadas ao antecedente da regra  $i$  e  $\theta_i^T = [a_{i1} \dots a_{in} \ b_{i1} \dots b_{im}]$  é o vector dos parâmetros associados ao sub-



modelo associado à regra  $i$ . Da equação (4.18) constata-se que uma regra representa uma aproximação (linear) local do sistema a modelar. Assim, o modelo global, que resulta da conjugação das várias regras e igual número de sub-modelos associados, tem a capacidade de realizar a aproximação de sistemas não lineares. Diversos autores apresentam soluções relativamente à obtenção de modelos difusos de previsão baseados neste tipo de implementação [HADJILI *et al*, 1998] [KIM e HUH, 1998] [ROUBOS *et al*, 1999] [BABUSKA *et al*, 1998].

Para a obtenção do modelo preditivo foi necessário averiguar em primeiro lugar a ordem do modelo. Para tal, foram usados os dados obtidos a partir do modelo físico, já anteriormente referidos e a partir deles foram obtidos diversos modelos ARX com a ajuda da *toolbox* de identificação de sistemas do MATLAB<sup>®</sup>. Os resultados demonstraram que uma aproximação de segunda ordem apresenta resultados muito satisfatórios. Na Figura 4.17 podem ver-se os resultados obtidos na previsão da evolução do crescimento celular por este modelo.

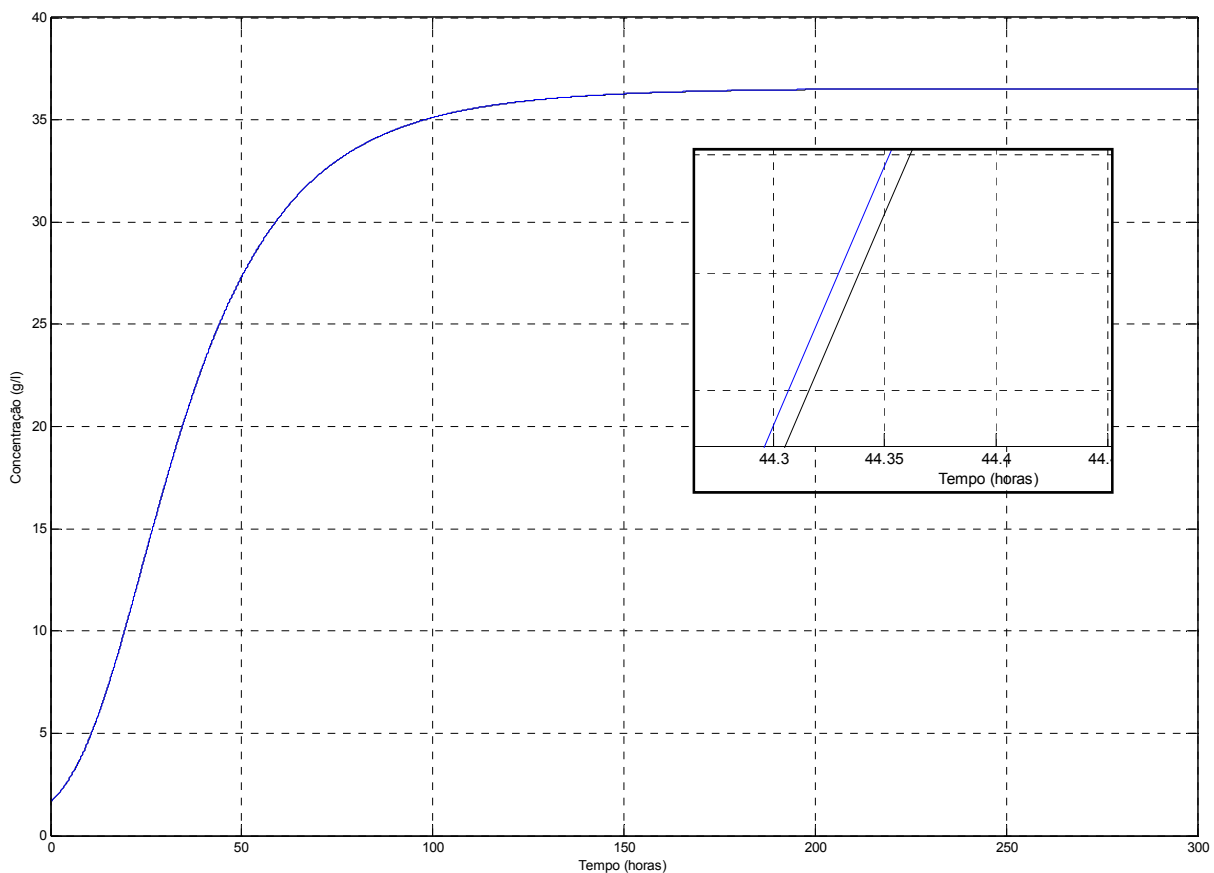


Figura 4.17 – Comportamento do modelo ARX de ordem 2 na previsão a um passo.

Note-se que o modelo ARX obtido prevê com rigor a evolução do crescimento celular. Na Figura 4.17 estão representadas duas curvas, a verde a curva real e a azul a prevista pelo modelo.

Para a identificação difusa e validação dos modelos obtidos foram realizadas um total de 200 experiências das quais foram registadas os diferentes valores entrada-saída. Com base neste resultado foi construída a matriz de dados de treino para o modelo TSK, com a seguinte estrutura:

$$\left[ X(k)X(k-1)X(k-2)S(k-1)S(k-2)E(k-1)E(k-2)T(k-1)T(k-2)X(k+1) \right] \quad (4.19)$$

onde  $X$  representa o Crescimento Celular,  $S$  o Substrato,  $E$  o Etanol,  $T$  a Temperatura e  $k$  o instante actual. Esta matriz é constituída por nove entradas (nove primeiras colunas), e uma saída (última coluna).

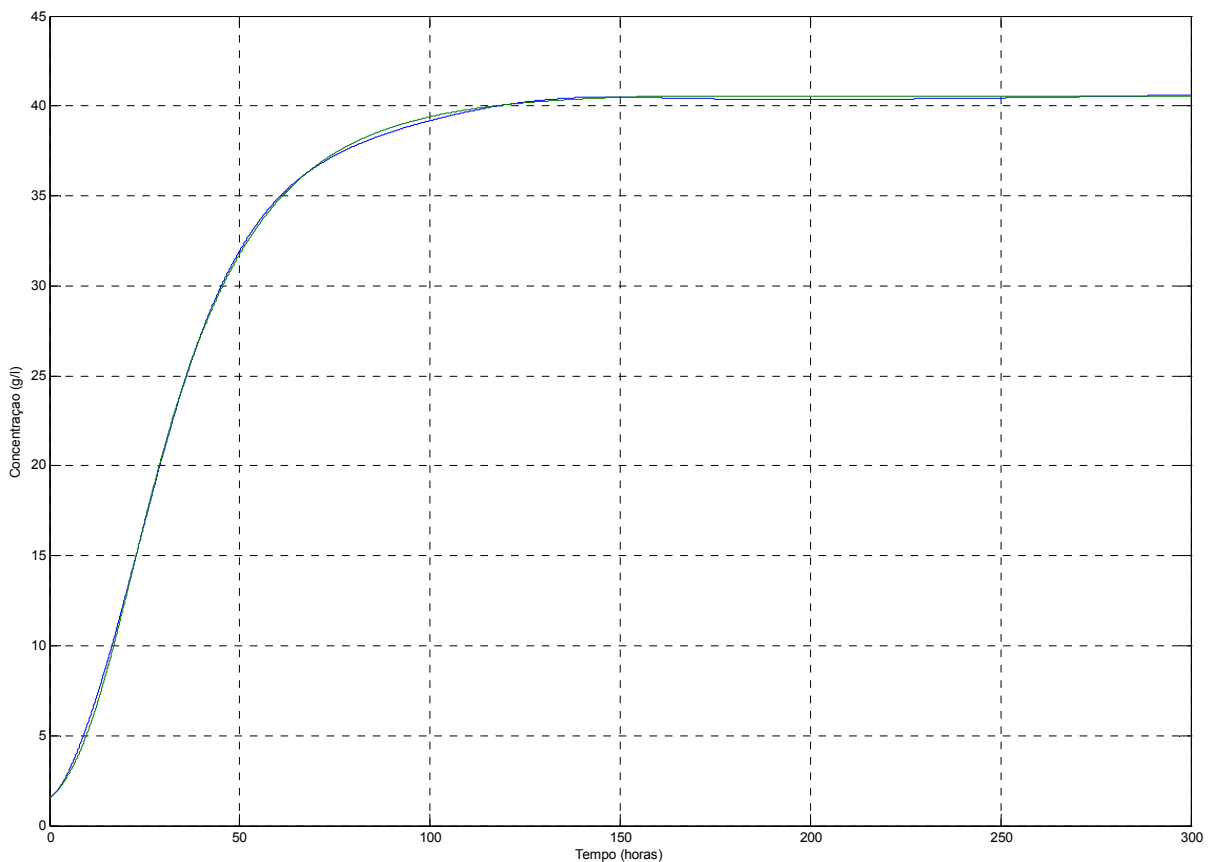
Deste conjunto de dados, foi seleccionado um subconjunto referente a 20 experiências, escolhidas aleatoriamente de entre as 200 realizadas, e este utilizado para a identificação dos modelos. As restantes serviram para a sua validação.

O modelo TSK obtido terá a forma:

$$X(k+1) = \sum_{l=1}^3 a_l X(k-l+1) + \sum_{l=1}^2 b_l S(k-l) + \sum_{l=1}^2 c_l E(k-l) + \sum_{l=1}^2 d_l T(k-l) \quad (4.20)$$

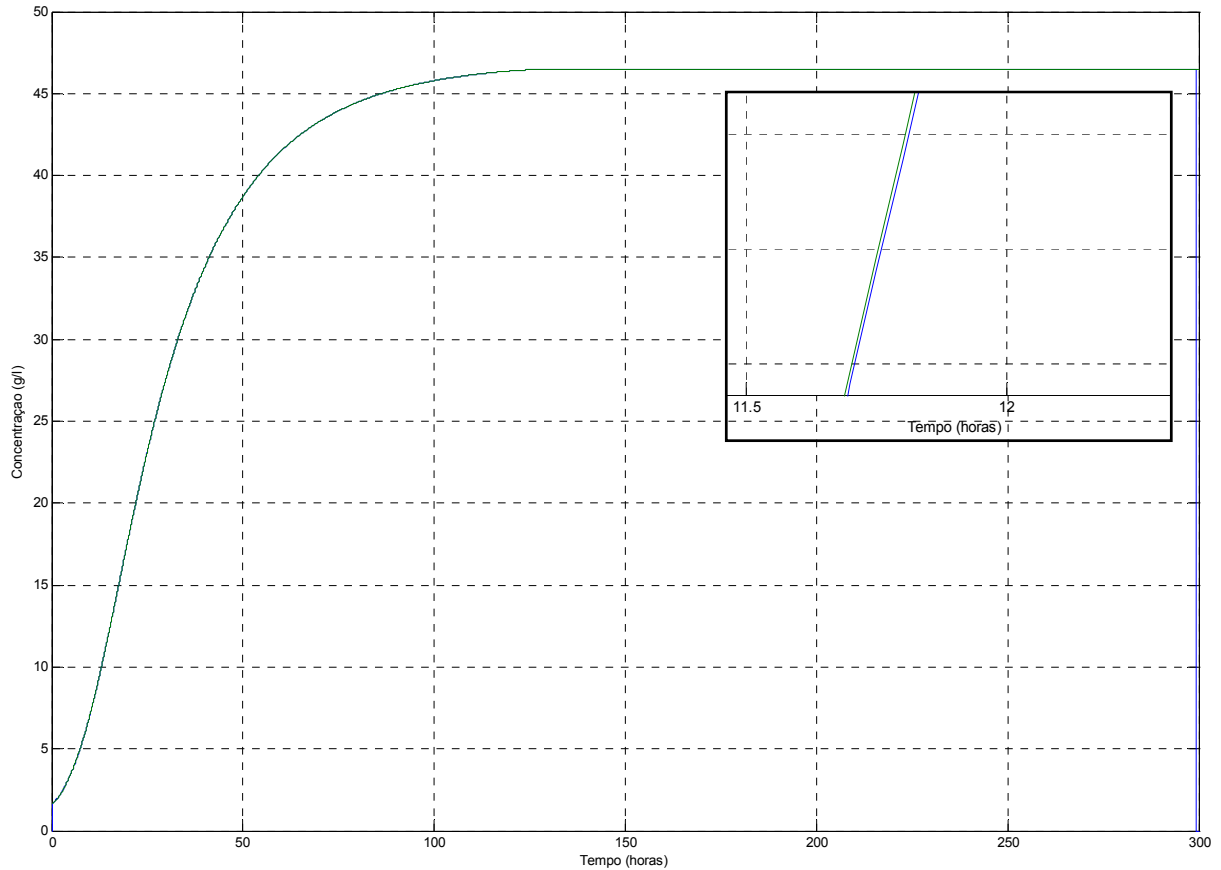
No entanto, o elevado número de dados de treino, por um lado, e o número de entradas do modelo, por outro, representaram um esforço computacional demasiadamente elevado para que o modelo pudesse ser obtido pelo processo normal já referido em pontos anteriores. Para se evitar este esforço, a obtenção do modelo difuso recorreu a uma combinação de duas técnicas. Em primeiro lugar aplicou-se uma técnica de *subtractive clustering* [YAGER e FILEV, 1994] que permitiu a determinação de agrupamentos de dados, com elevada similaridade. A cada agrupamento associaram-se conjuntos difusos associados ao domínio e especificaram-se as suas respectivas funções pertença associadas. De seguida utilizou-se o método dos mínimos quadrados para se estimarem os parâmetros consequência de cada modelo. Este método revelou-se eficaz, do que resultou um modelo difuso mais reduzido, e contribuiu de forma significativa para a diminuição do esforço computacional necessário à obtenção do modelo de previsão.

Dois processos de identificação foram considerados, tendo em conta dois tipos de previsão distintos. O primeiro consistiu em utilizar as saídas dos modelos como variáveis de entrada em substituição das reais e supostamente desconhecidas. Desta forma, o modelo funciona em modo autónomo, sem que as suas entradas sejam actualizadas com valores reais. Este modelo serve como modelo de previsão. Os resultados do seu desempenho, para uma dada experiência, encontram-se representados na Figura 4.18 (a curva a azul é a previsão do modelo), para uma duração completa do processo.



**Figura 4.18 – Previsão do crescimento celular a um passo sem actualização das entradas.**

O segundo tipo de implementação consistiu em utilizar o modelo de previsão a um passo e efectuar com ele previsões a 20 passos à frente, utilizando as previsões anteriores para a determinação das seguintes. Após os 20 passos de previsão, considerou-se que os valores passados eram conhecidos e, portanto, as entradas eram actualizadas com os valores reais do processo. A aplicação desta estratégia conduziu aos resultados apresentados na Figura 4.19 (a curva a azul é a previsão do modelo e a verde a real). De referir que o sistema de lógica difusa é composto por um conjunto de 4 regras.

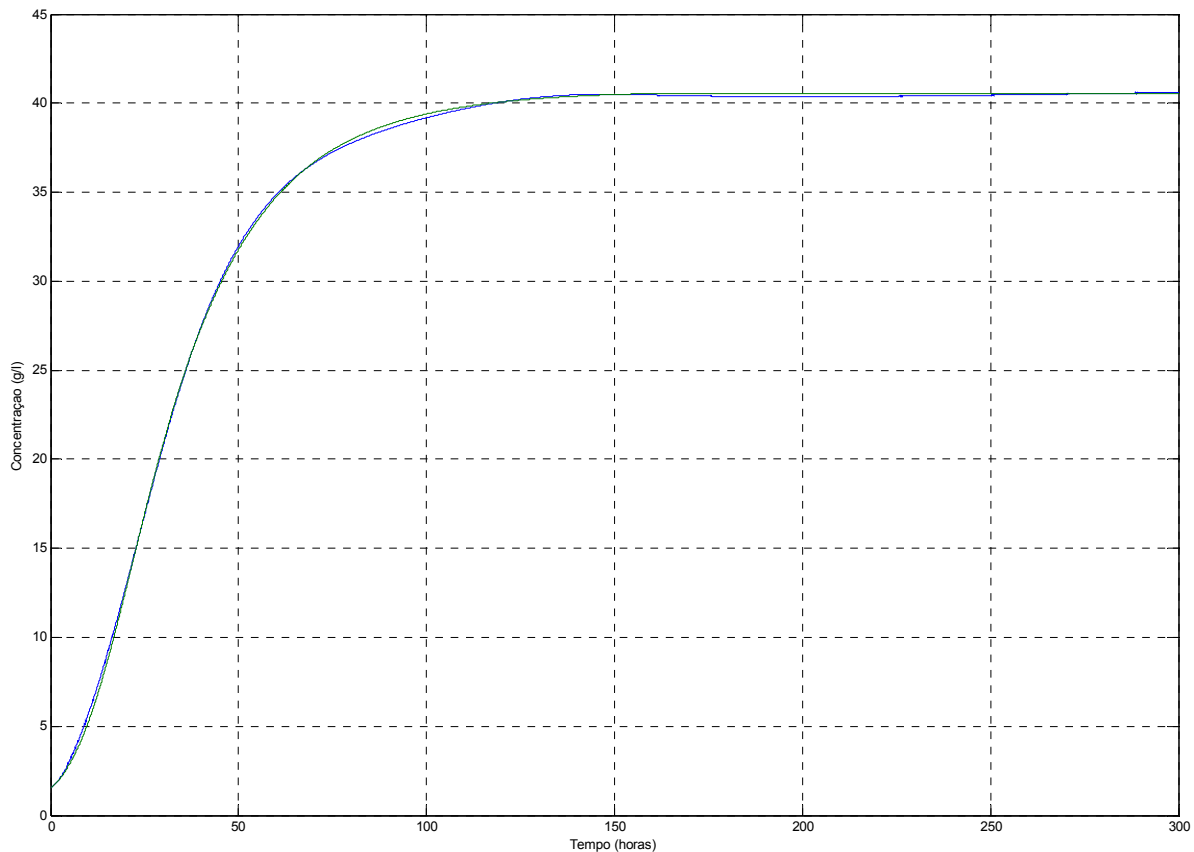


**Figura 4.19 – Resultados obtidos pelo modelo TSK na previsão a um passo com actualização das entradas a cada 20 previsões.**

Esta última implementação revelou-se mais eficaz, o que à partida era esperado, pois permite uma reaproximação do modelo à trajectória real, em virtude de as suas entradas serem reajustadas aos valores reais a cada 20 previsões. Refira-se ainda que este tipo de implementação, continuou a mostrar-se eficaz, mesmo quando o horizonte de actualização era superior.

Em conclusão, podemos considerar que o modelo preditivo difuso obtido revelou-se capaz de prever com um erro reduzido o crescimento celular associado ao processo de fermentação.

Para se avaliar da capacidade do modelo TSK no controlo preditivo a um horizonte de dois passos construiu-se um novo modelo difuso. Para o seu treino a estrutura da equação (4.20) foi mantida, excepto para os dados de saída que passaram a ser o  $X(k+2)$ . Um exemplo do seu desempenho está representado na Figura 4.20. A azul representa-se a curva do modelo e a verde a curva real.



**Figura 4.20 - Previsão do crescimento celular a dois passos sem actualização das entradas.**

A simulação anterior não tomou em consideração a actualização das entradas passadas a cada dois passos. No entanto, este aspecto foi tido em linha de conta numa outra simulação. Repetindo o procedimento da experiência anterior, realizou-se uma outra para avaliação do desempenho do modelo de previsão a dois passos, agora com actualização das entradas a cada previsão de mais duas amostras. O resultado desta experiência está representado pela Figura 4.21, tendo-se revelado muito satisfatório.

Foi ainda usada uma outra estrutura de “identificação”. Esta consistiu na utilização dos valores de saída previstos em cada instante (do crescimento celular) para calcular os valores das restantes entradas do modelo, nomeadamente Substrato, Etanol e Temperatura. Desta forma os valores das entradas do modelo difuso de previsão são valores resultantes dos valores previstos e não dos valores reais do modelo. Mais uma vez, e mesmo com uma situação em teoria mais adversa para a previsão, o modelo obtido foi capaz de prever de forma muito satisfatória a evolução do processo. Os resultados estão representados na Figura 4.22, onde a curva a verde representa a curva real e a curva azul a prevista.

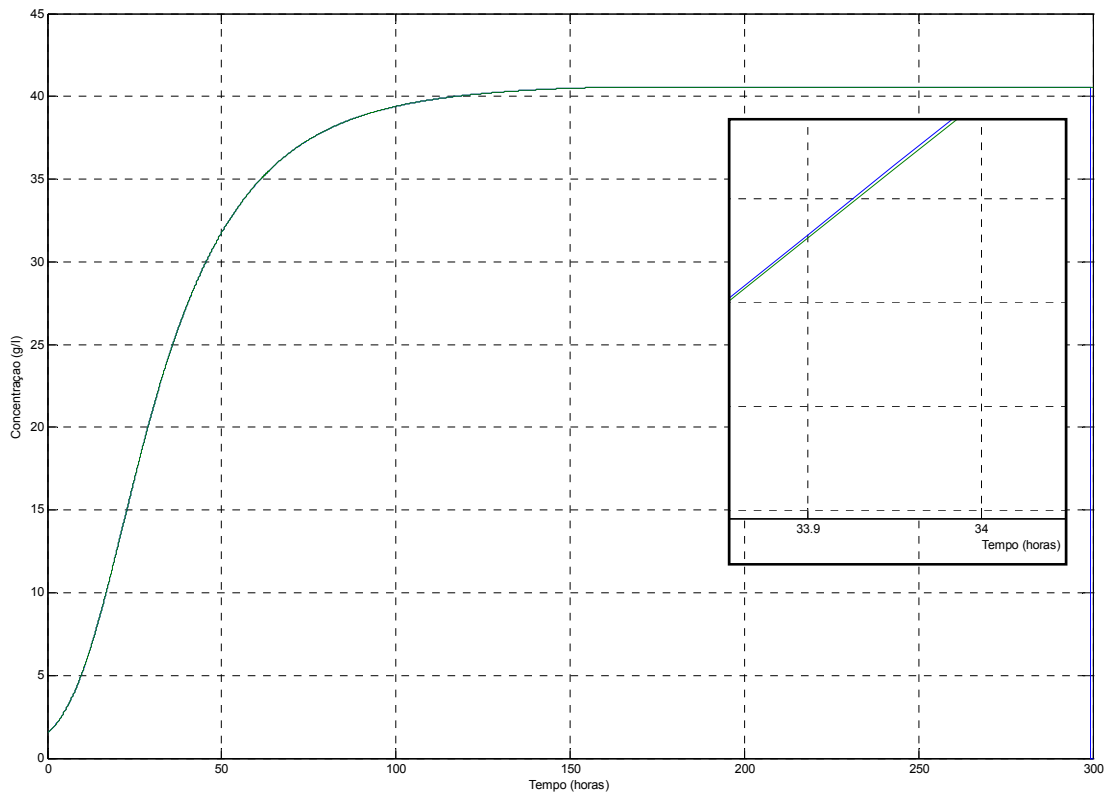


Figura 4.21 - Previsão do crescimento celular a dois passos com actualização das entradas.

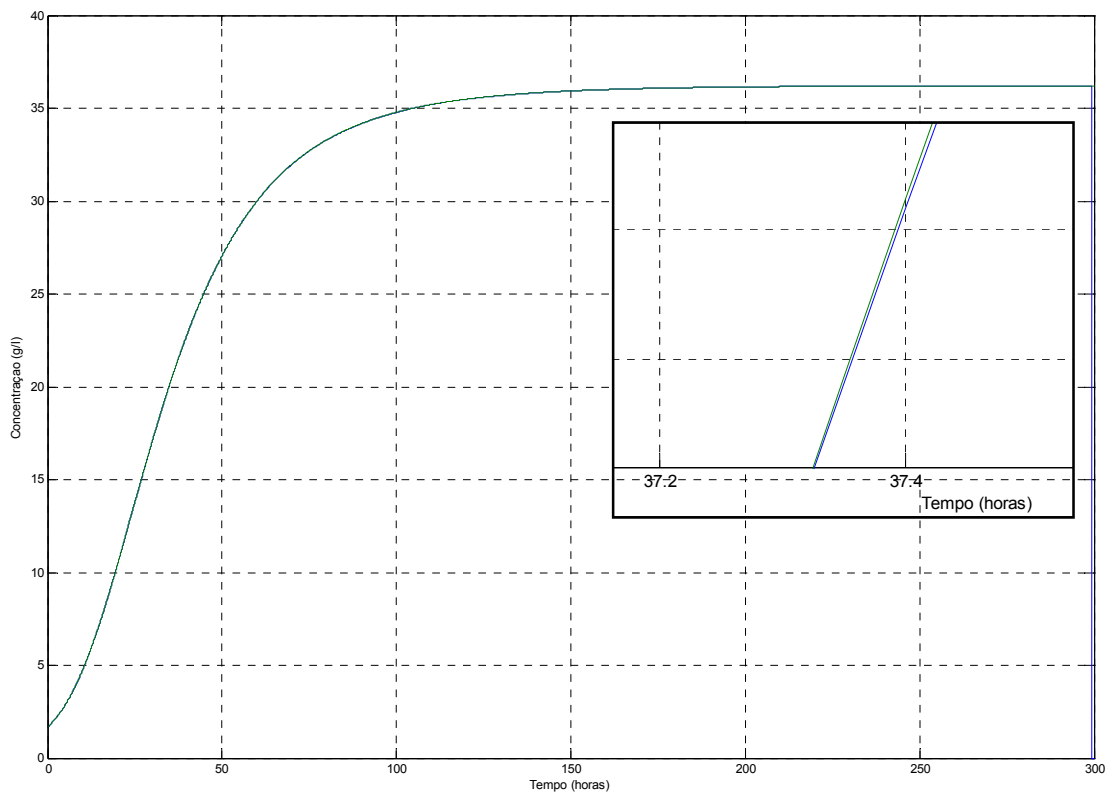


Figura 4.22 – Resultados do modelo preditivo difuso com entradas previstas.

Concluindo, os modelos de previsão obtidos revelaram, nas diversas situações, serem capazes de prever a dinâmica da evolução do crescimento celular e com erros de aproximação irrelevantes para um modelo biológico com superiores erros de incerteza, genericamente conhecidos.

### 4.8 Controlo Preditivo da Fermentação

No que se refere ao controlo do processo de fermentação alcoólica apresenta-se de seguida um método de controlo óptimo que tem por objectivo a maximização da taxa de degradação de Substrato com o conseqüente aumento da taxa de Etanol, visando a conclusão do processo de fermentação no menor espaço de tempo. Uma vez que estes aspectos dependem da acção das leveduras, e a viabilidade destas essencialmente dependentes da Temperatura, o esforço do controlo do processo visará o controlo da grandeza temperatura. Assim, a melhor estratégia de controlo passará por determinar as melhores acções de controlo que melhorem o crescimento das leveduras. É com este objectivo que consideraremos neste trabalho a utilização do controlo óptimo, cuja descrição do algoritmo utilizado será apresentado na secção seguinte. Por fim a validação desta estratégia é realizada por ensaios computacionais, considerada como experiência padrão, do controlo de fermentação alcoólica.

A Figura 4.23 apresenta a topologia de implementação do sistema de controlo.

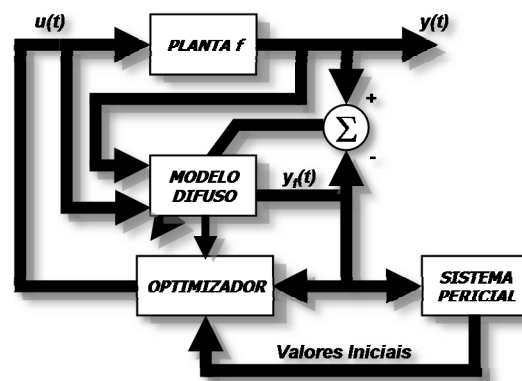


Figura 4.23 – Diagrama de blocos do sistema de controlo.

O sistema a controlar é representado pela planta  $f$ . As saídas do sistema, as entradas de controlo e um sinal de erro resultante da comparação entre a saída real e a saída do sistema difuso são usadas pelo modelo difuso para efectuar a previsão da evolução do processo num determinado horizonte.

Com base na informação fornecida pelo modelo difuso e na informação fornecida pelo sistema pericial difuso o otimizador determina as melhores acções de controlo a aplicar ao sistema. Em cada iteração apenas a primeira acção de controlo é aplicada ao sistema, servindo todas as outras de base ao modelo difuso para as previsões seguintes. A cada iteração o processo é repetido, sendo que este procedimento afecta de forma significativa a eficiência computacional e o desempenho do controlador.

De entre os diversos algoritmos de optimização possíveis de serem utilizados na optimização do problema, optou-se pelo método do gradiente descendente dada a sua simplicidade e facilidade de implementação, o qual será descrito no ponto seguinte.

### 4.8.1 Algoritmo

Já foi referido anteriormente a forma como foi desenvolvido o controlador. Este não é mais que um otimizador incluído numa estratégia de controlo preditivo que com base nas previsões do modelo difuso determina o conjunto das acções de controlo óptimas a aplicar ao sistema para melhorar o seu desempenho.

Vamos analisar mais em pormenor o algoritmo de controlo implementado.

Assume-se que o sistema não linear do processo  $f$  desconhecido pode ser representado por uma função não linear da forma:

$$y(t+1) = f(y(t), y(t-1), \dots, y(t-n), u(t), u(t-1), \dots, u(t-m)) \quad (4.21)$$

onde  $y(t)$  e  $u(t)$  representam as saídas e as entradas do sistema, respectivamente, e  $f$  é a função não linear modelada pelo sistema difuso. As variáveis  $n$  e  $m$  são os valores conhecidos da ordem do sistema.

Assim, o algoritmo de identificação deve garantir que o erro de identificação é mínimo de forma a garantir que o modelo difuso constitui uma boa aproximação de  $f$ . Desta forma foi escolhido o seguinte sistema de lógica difusa:

$$f(\vec{x}) = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l \left( \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)}{\sum_{l=1}^M \left( \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right)} \quad (4.22)$$



Esta estrutura representa um sistema de lógica difusa que usa um desfuzificador de centro médio, a regra da inferência-produto ( $\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(y)$ ), com  $\mu_A(\vec{x}) = \mu_{F'_1}(x_1) \times \dots \times \mu_{F'_n}(x_n)$ , e um fuzificador do tipo singular.  $\bar{y}^l$  é o ponto em que a função de pertença  $\mu_{G^l}$  atinge o seu valor máximo, que se assume como  $\mu_{G^l}(\bar{y}^l) = 1$ .

Este sistema de lógica difusa pode ser representado na forma:

$$y_f(t+1) = \frac{\sum_{l=1}^M \theta^l \left( \prod_{i=0}^n \mu_{F'_i}(y(t-i)) \times \prod_{j=0}^m \mu_{F'_i}(u_j(t-j)) \right)}{\sum_{l=1}^M \left( \prod_{i=0}^n \mu_{F'_i}(y(t-i)) \times \prod_{j=0}^m \mu_{F'_i}(u_j(t-j)) \right)} \quad (4.23)$$

A função do algoritmo de controlo é determinar os sinais de controlo mais adequadas de forma a minimizar uma determinada função de custo, a qual exprime um erro de previsão e o custo de controlo. A função a minimizar é do tipo:

$$J = -\alpha_1 \Delta y(k+H) + \alpha_2 \sum_{i=1}^T |u(k+i)| \quad (4.24)$$

Na equação anterior as constantes  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  representam os coeficientes dos benefícios e custos associados aos incrementos de  $y$  e das actuações  $u$ .

Para minimizar  $J$ , as actuações  $u$  são calculadas recursivamente usando o método simples do gradiente descendente.

$$u^{k+1}(j) = u^k(j) - \eta \frac{\partial J}{\partial u(j)} \quad (4.25)$$

em que  $\eta > 0$  é o coeficiente da taxa de aprendizagem.

Como o modelo  $f$  é desconhecido, o controlador usará o modelo, aproximado, do sistema de identificação difuso. Consequentemente, é necessário que  $y_f(t+1)$  se aproxime assintoticamente da saída  $y(t+1)$ . Isto pode ser conseguido pela realização da identificação em tempo real.

O modelo de identificação difuso da equação (4.23) representa a planta a ser controlada assintoticamente, e pode ser usado para prever o futuro dos seus valores de saída. Para este propósito sejam os vectores:

$$Y_{t,T}^f = [y_f(t+1), y_f(t+2), \dots, y_f(t+T)]' \quad (4.26)$$

dos valores das saídas previstas pelo modelo difuso,  $U_{t,T}$  o vector das actuações a determinar:

$$U_{t,T} = [u(t), u(t+1), \dots, u(t+T-1)]' \quad (4.27)$$

Assim, o nosso propósito é encontrar  $U_{t,T}$  de tal forma que  $J$  seja minimizado. Usando o método do gradiente descendente,  $U_{t,T}$  pode ser obtido de tal forma que:

$$U_{t,T}^{k+1} = U_{t,T}^k - \eta \frac{\partial J}{\partial U_{t,T}^k} \quad (4.28)$$

em que

$$\frac{\partial J}{\partial U_{t,T}^k} = \beta_1 \frac{\partial Y_{t,T}^f}{\partial U_{t,T}^k} + \beta_2 \quad (4.29)$$

$$e \quad \frac{\partial Y_{t,T}^f}{\partial U_{t,T}^k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y^f(t+1)}{\partial u(t)} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{\partial y^f(t+2)}{\partial u(t)} & \frac{\partial y^f(t+2)}{\partial u(t+1)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y^f(t+T)}{\partial u(t)} & \frac{\partial y^f(t+T)}{\partial u(t+1)} & \dots & \frac{\partial y^f(t+T)}{\partial u(t+T-1)} \end{bmatrix}' \quad (4.30)$$

Pode ver-se que cada elemento da matriz é obtido pela diferenciação da equação (4.23) em relação a cada elemento do vector  $U_{t,T}$  (equação (4.27)). Como resultado, temos que:

$$\frac{\partial y^f(t+n)}{\partial u(t+m-1)} = \frac{\partial \hat{f}(\dots)}{\partial u(t+m-1)} + \sum_{i=m}^{n-1} \frac{\partial \hat{f}(\dots)}{\partial y^f(t+i)} \left[ \frac{\partial y^f(t+i)}{\partial u(t+m-1)} \right] \quad (4.31)$$

para  $n=1,2, \dots, T$  e  $m=1,2, \dots, T$ .

Da equação (4.31) deduzimos que para se encontrarem todos os elementos da matriz Jacobiana é unicamente necessário calcular os elementos da diagonal principal e as derivadas parciais de  $\hat{f}(\dots)$ , em relação às saídas anteriores previstas. Se escolhermos a função gaussiana como a função de pertença do sistema difuso  $\hat{f}(\dots)$  as suas derivadas parciais são dada por:

$$\frac{\partial y_f(t+n-1)}{\partial u(t+m-1)} = \frac{\sum_{l=1}^M (\theta^l - \hat{f}(\bar{x})) \frac{u(t+m-1) - \bar{x}_{n+1+m}^l}{\sigma_m^l} \left( \prod_{i=0}^n e^{-\left(\frac{y(t-i) - x_i^l}{\sigma_m^l}\right)^2} \times \prod_{j=0}^m e^{-\left(\frac{u(t-j) - x_{n+1+j}^l}{\sigma_m^l}\right)^2} \right)}{\sum_{l=1}^M \left( \prod_{i=0}^n e^{-\left(\frac{y(t-i) - x_i^l}{\sigma_m^l}\right)^2} \times \prod_{j=0}^m e^{-\left(\frac{u(t-j) - x_{n+1+j}^l}{\sigma_m^l}\right)^2} \right)} \quad (4.32)$$

As equações (4.31) e (4.32) podem agora ser usadas para o calculo da matriz Jacobiana e o algoritmo preditivo pode ser sumariado como se segue:

1. Seleccionar  $T$ ;
2. Predizer as saídas  $y_f(t+i)$ ,  $i=1, \dots, T$ ;
3. Calcular  $\partial y^f(t+n)/\partial u(t+m-1)$  e  $\partial \hat{f}(\dots)/\partial y^f(t+n-1)$ ;
4. Actualizar o vector dos regressores usando o novo valor de  $y_f(t+1)$  calculado no passo 2 e  $u(t+n-1)$  do vector das actuações futuras;
5. Usar (4.31) e o resultado obtido no passo 3 para calcular os elementos da matriz Jacobiana;
6. Usar a equação (4.28) para determinar o vector das futuras actuações;
7. Aplicar os valores de  $u(t)$  encontrados na passo 6 para fechar a malha de controlo;
8. Retomar o passo 2.

### 4.8.2 Análise do Desempenho do Controlador Preditivo

Neste sentido efectuou-se o controlo do sistema de fermentação baseado na optimização de uma função de custo que maximiza a produção de Etanol. O algoritmo seguido foi o seguinte:

1. Introduzir o controlador no modelo do processo de fermentação;
2. Optimizar as acções do controlador ( $U(t)$ ) durante o processo que maximizam a produção de Etanol ( $E(t)$ ) para 25 passos;
3. Obtidas as acções de controlo discretas foi usado um interpolador cúbico para encontrar a lei de controlo óptima ( $Uc(t)$ );
4. Testar a lei de controlo obtida numa simulação;

O resultado obtido é apresentado na Figura 4.24.

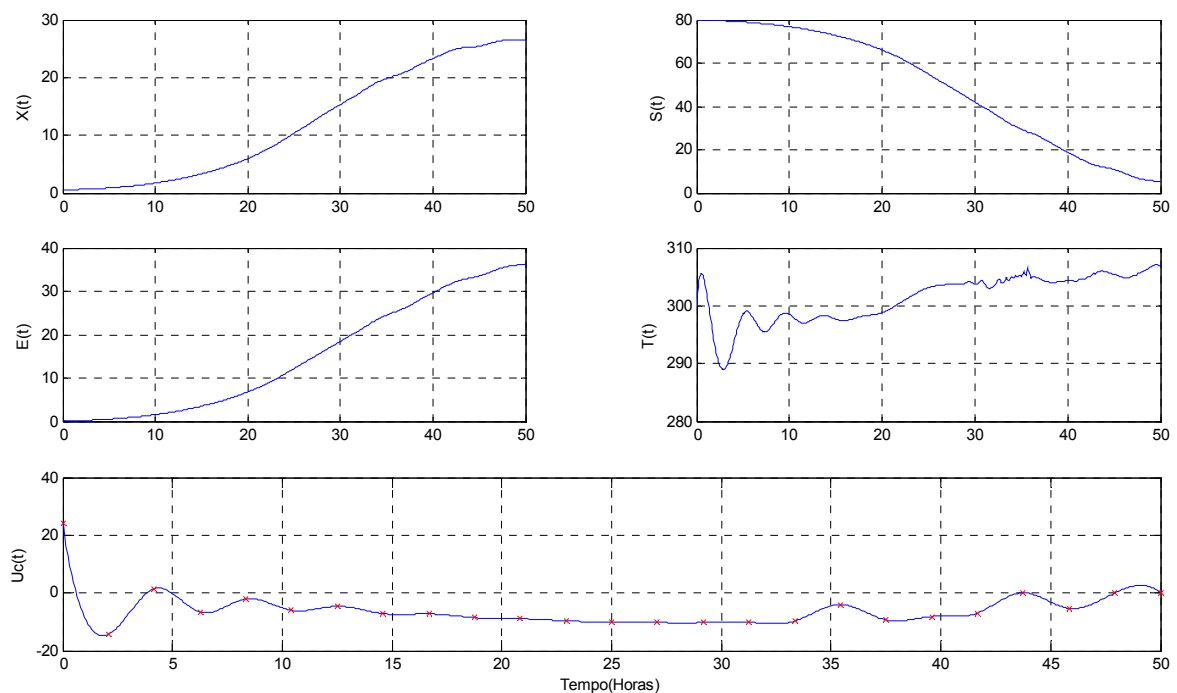


Figura 4.24 – Resultados obtidos utilizando a lei de controlo obtida pelo interpolador cúbico.

Note-se que a fermentação atingiu o valor desejado de Etanol em cerca de aproximadamente 50 horas de fermentação. Este facto torna-se mais relevante se se considerar a evolução do processo na ausência de controlador, tal como se mostra na figura seguinte.

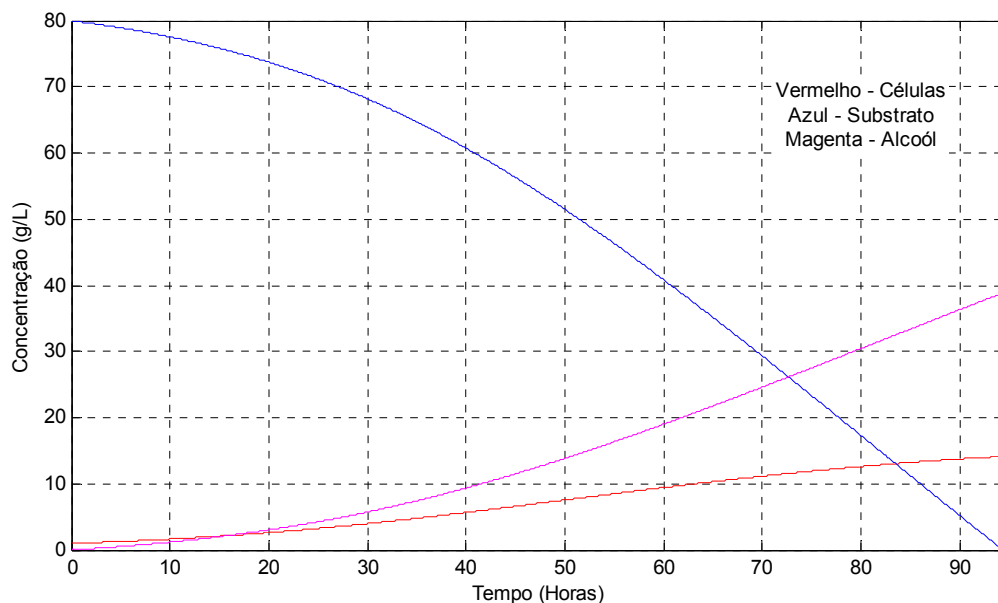


Figura 4.25 – Evolução do processo de fermentação na ausência de controlador.

Refira-se que nesta situação o processo de fermentação apresenta uma duração significativamente superior para obter no final a mesma concentração de Etanol.

## 4.9 Conclusão

A actividade experimental visava a verificação da utilização dos SLD na modelação do processo de fermentação alcoólica e a utilização de uma metodologia de controlo preditivo para controlar a temperatura do mosto durante o processo, tentando maximizar o teor alcoólico final no menor intervalo de tempo possível. Os resultados obtidos demonstram que os modelos de lógica difusa estabelecidos, e, principalmente, o modelo TSK do crescimento celular, apresentam-se como modelos válidos de aproximação da dinâmica do processo. Mais, os modelos difusos de previsão revelaram-se também eles como capazes de prever, para diversos horizontes e com erro muito aceitável, o comportamento do sistema em causa.

No que respeita à aplicação do controlo preditivo ao processo fermentativo, os resultados demonstram a eficácia desta metodologia no desempenho desta tarefa. A sua utilização traz algumas melhorias relativamente aos controladores clássicos PID, ainda que não se possam considerar como extremamente significativas. No entanto, tendo em atenção que o objectivo inicial era a aplicação da metodologia ao processo de fermentação pode-se afirmar que o controlo preditivo se pode aplicar sem quaisquer reservas a este tipo de processos, trazendo inclusive algumas melhorias relativamente aos controladores PID.

# CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES E TRABALHO FUTURO

## 5.1 Conclusões

A simplicidade, facilidade de implementação e eficiência contribuem de forma relevante para a utilização dos SLD na identificação de sistemas lineares e não lineares. A descrição da dinâmica do processo através de uma base de regras da forma *IF THEN* permite a aproximação de sistemas não lineares pela modificação das regras para cada zona de funcionamento, contribuindo de forma decisiva para a utilização desta metodologia na modelação de processos não lineares.

As virtudes dos SLD são bem conhecidas e estão bem patententes nos resultados obtidos. Interessa pois referir outros aspectos que, apesar de ultrapassáveis, se podem considerar como negativos. Entre estes, podem incluir-se a dependência dos dados de treino e o esforço computacional exigido na fase de aprendizagem. De facto, se os dados de treino usados para a geração da base de regras não conseguirem descrever da melhor forma a dinâmica do processo, o SLD gerado poderá não conseguir modelar o sistema em causa, bastando para isso que os dados de entrada difiram de forma substancial daqueles que foram usados na fase de treino. Este facto obriga a uma escolha adequada das taxas de amostragem usadas na obtenção dos dados, bem como a uma escolha adequada dos intervalos de variação das variáveis de entrada e saída do sistema. No entanto, o aumento do número de dados de treino, ou das partições do espaço de entrada, trazem consigo outros aspectos negativos, nomeada e especialmente o aumento do esforço computacional na aprendizagem e do número de regras que constituem a base de regras.

Apesar destes aspectos negativos, os SLD são, talvez, de entre os métodos de identificação não lineares, aqueles que menor esforço computacional exigem, excluindo a fase de treino. Prova disto é a sua utilização nas mais diversas áreas da engenharia, sendo usados por engenheiros electrotécnicos, civis, de minas, mecânicos, entre outros, com sucesso. Os resultados obtidos da aplicação da Lógica Difusa ao processo de fermentação alcoólica revelam que, também neste campo, esta metodologia pode ser usada com êxito.

O outro objectivo proposto inicialmente prendia-se com a aplicação de uma lei de controlo preditiva ao processo de fermentação. O controlo preditivo é muito comum em processos relacionados com a indústria petroquímica, mas relativamente pouco usada fora destas

aplicações. Nos restantes campos de aplicação os controladores PID continuam a ser os mais aplicados, fundamentalmente devido ao bom desempenho destes controladores e à inércia que alguma indústria apresenta à mudança. Para quê mudar se funciona?

A capacidade de prever a evolução do processo e determinar por antecipação as acções de controlo contribuem para a melhoria da qualidade do processo e para a redução substancial dos custos associados ao seu controlo ou à falta dele. É claro que nem sempre se conseguem redução de custos ou melhorias significativas na evolução do processo, estando estes aspectos muito relacionados com o tipo e características do processo a controlar.

No que respeita à sua utilização no processo de fermentação, os resultados apresentados revelam que a lei de controlo implementada contribui para a diminuição do período de fermentação, permitindo atingir o teor alcoólico máximo num menor espaço de tempo e sem que isso exija um custo acrescido.

Pode-se assim concluir que, quer a utilização dos modelos de lógica difusa, quer a utilização da estratégia de controlo preditivo, aplicadas ao processo de fermentação, se revelaram eficazes e, portanto, possíveis de serem aplicadas a este tipo de processos.

## 5.2 Trabalho Futuro

O trabalho desenvolvido assenta essencialmente em simulações computacionais, pelo que a sua transposição para um processo real constituiria um aspecto importante a desenvolver no futuro. Por outro lado, a obtenção de dados reais relativos à evolução das grandezas associadas à fermentação seria um contributo relevante para a obtenção de um modelo mais próximo da realidade e mais eficaz na modelação do processo fermentativo. Ainda no que respeita à identificação difusa, a utilização de conhecimento adquirido por especialistas da área, nomeadamente enólogos, conhecedores das condições ideais de fermentação para cada tipo de vinho, traria também um valor acrescentado ao modelo. É importante ter presente que nem sempre se pretendem fermentações rápidas. Todos estes aspectos estão directamente ligados ao tipo de vinho que se pretende produzir, trazendo implicações ao nível do controlador.

Outro aspecto a desenvolver seria a integração do modelo difuso na estratégia de controlo preditivo. Este tema foi abordado neste trabalho e o algoritmo de implementação apresentado. No entanto, o controlador preditivo implementado não foi baseado no modelo difuso, mas sim no modelo determinístico apresentado no início do trabalho. Refira-se no entanto que, pelo

facto de o modelo difuso obtido se aproximar bastante do modelo de Boulton, não são esperadas diferenças significativas nos resultados. Este aspecto deve-se fundamentalmente ao facto de a estratégia de controlo preditivo assentar essencialmente no modelo do processo.

A utilização das metodologias de identificação difusas mais recentes, nomeadamente os sistemas difusos tipo II, constituiria um trabalho interessante e importante a desenvolver neste campo.





## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÅSTRÖM, K. J., "Computer control of a paper machine - an application of linear stochastic control theory", *IBM J.Res.Dev.*, vol. 11, 1967

BABUSKA, R. *et al*, "Identification of MIMO systems by input-output ts fuzzy models", *Fuzzy Systems Proceedings*, vol. 1, 1998 , pp. 657-662

BEMPORAD, A. e MOSCA, E., "Constraint fulfilment in feedback control via predictive reference management", *Proc.3rd IEEE CCA*, Glasgow, 1994 , pp. 1909-1914

BERENJI, H. e KHEDAR, P., "Learning and tuning fuzzy logic controllers through reinforcements", *Ieee Transactions on Neural Networks*, vol. 3, 1992 , pp. 724-740

BOUFFARD, A., "Determination de la chaleur degagée dans la fermentation alcoolique", *Prog.Agric.Vitic.*, vol. 24, 1895 , pp. 345-347

BOULLART, L. *et al*, "Application of artificial intelligence in process control", Oxford, Pergamon Press, 1992

BOULTON, R., "The prediction of fermentation behavior by a kinetic model", *J.Enol.Vitic.*, vol. 31, 1980 , pp. 40-45

BOVEÉ, J. P. e STREHAIANO, P., "Alcoholic fermentation: modelling based on sole substrate and product measurement", *Biotechnol.Bioeng.*, John Wiley and Sons, vol. 26, 1984 , pp. 328-334

CAMACHO, E. F., "Constrained generalised predictive control", *IEEE Trans.Auto.Control*, vol. 38, 1993 , pp. 327

CLARKE, D. W., "Advances in model-based predictive control", Oxford University Press, 1994

COMPAS, J. M. *et al*, "Industrial applications of predictive functional control to rolling mill, fast robot, river dam", *Proc.3rd IEEE conf.Control Appl.*, Glasgow, 1994

CUTLER, C. R. e RAEMAKER, B. L., "Dynamic matrix control - A computer control algorithm", *Proc.JACC*, San Francisco, 1980

DUBOIS, D. e PRADE, H., "A review of fuzzy set aggregation connectives", *Inf.Sci.*, vol. 36, 1985 , pp. 85-121

ERICKSON, L. E. *et al*, *Biotechnol.Bioeng.*, vol. 20, 1978 , pp. 1595

FAO, "Food and Agriculture Organization of the United Nations", <http://www.fao.org>, 2006

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- FISCHER, M. e ISERMANN, M., "Robust hybrid control based on inverse fuzzy process models", *FUZZ-IEEE'96, 5th International Conference on Fuzzy Systems*, New Orleans, vol. 2, 1996 , pp. 1210-1216
- FLEET, G. H. e HEARD, G. M., "Yeasts: Growth during fermentation", *Wine Microbiology and Biotechnology*, Suíça, Harwood Academic Publishers, 1993 , pp. 27-54
- GENEVOIS, L., "L'Energétique des fermentations", *Ann.Ferment*, vol. 2, 1936 , pp. 65-78
- GOODWIN, G. C. e SIN, K. S., "Adaptive filtering prediction and control", Prentice-Hall, 1984
- HADJILI, M. L. et al, "Fuzzy model-based predictive control", *Proceedings of the IEEE Conference on Decision & Control*, Tampa,Florida, 1998 , pp. 2927-2929
- HASTINGS-JAMES, R., "A linear stochastic controller for regulation of systems with pure delay time", *Report No.CN/70/3*, University of Cambridge Department of Engineering, 1970
- HUNT, K. et al, "Neural networks for control systems - a survey", *Ieee Transactions on Neural Networks*, vol. 28, 1992 , pp. 1083-1112
- IVV, "Instituto da Vinha e do Vinho - Apontamento histórico", <http://www.ivv.min-agricultura.pt/cultura/index.html>, 2006
- JACOB, F. C. et al, "Thermal death time of yeast", *J.Enol.Vitic.*, vol. 15, 1964 , pp. 69-74
- JANG, J., "Self-learning fuzzy controllers based on temporal back propagation", *IEEE Transations on Neural Networks*, vol. 3, 1992 , pp. 714-723
- JANG, J.-S. R., "ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference systems", *IEEE Transactions on Systems, Man.and Cybern.*, vol. 23, 1993 , pp. 665-685
- JANG, J.-S. R. e SUN, C.-T., "Neuro-fuzzy modeling and control", *Proceedings of the IEEE*, vol. 83, 1995 , pp. 378-406
- JANG, J.-S. R. et al, "Neuro-fuzzy and soft computing. A computational approach to learning and machine intelligence", Prentice-Hall, 1996
- KIM, J.-H. e HUH, U.-Y., "Fuzzy model based predictive control", *Fuzzy Systems Proceedings*, vol. 1, 1998 , pp. 405-409
- KLIR, G. J. e BO YUAN, "Fuzzy sets and fuzzy logic, Theory and applications", Prentice Hall, 1987
- LAGARIAS, J. C. et al, "Convergence properties of the Nelder-Mead simplex method in low dimensions", *Siam Journal on Optimization*, vol. 9, 1998 , pp. 112-147
- LARSEN, P. M., "Industrial applications of fuzzy logic control", *Int.J.Man, Mach.Studies*, vol. 12, 1980 , pp. 3-10

LEE, C. C., "Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller", *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybern.*, vol. SMC-20, **1990**, pp. 419-435

LJUNG, L., "System identification: Theory for the user", Prentice-Hall, **1987**

MAMDANI, E. H., "Applications of fuzzy algorithms for simple dynamic plant", *Proc.IEEE*, vol. 121, **1974**, pp. 1585-1588

MARIN, M. R., "Alcoholic fermentation modelling: current state and perspectives", *Am.J.Enol.Vitic.*, vol. 50, **1999**, pp. 166-178

MENDEL, J. M., "Fuzzy logic systems for engineering: A tutorial", *Proceedings of the IEEE*, vol. 83, **1995**, pp. 345-377

MINKEVICH, I. A. e EROSHIN, V. K., *Folia Microbiologica*, vol. 18, **1973**, pp. 376

MONOD, J., "Recherches sur la croissance des cultures bactériennes", *Herdman De*, Paris, **1942**

MOREIRA, A. P., "Aplicação do controlo preditivo à fermentação de vinhos", *Tese de Doutorado*, **1998**

NANBA, A. et al, "Kinetic analysis for batch ethanol fermentation of *Saccharomyces cerevisiae*", *J.Ferment.Technol.*, vol. 65, **1987**, pp. 277-283

NELLES, O. e FISCHER, M., "Local linear model trees (lolimot) for nonlinear system identification of a cooling blast", *4th European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing, EUFIT'96*, Aachen, Alemanha, **1996**

ÖZILGEN, M. et al, "Kinetics of spontaneous wine production", *Enzyme Microbiol.Technol.*, **1991**

PAL, S. K. e MITRA, S., "Multilayer Perceptron, Fuzzy-Sets, and Classification", *Ieee Transactions on Neural Networks*, vol. 3, **1992 a**, pp. 683-697

PIKE, A. W. et al, "The control handbook", CRC Press, **1996**, pp. 805-814

PORTNO, A. D., "Continuous fermentation in relation to yeast metabolism", *J.Inst.Brew.*, vol. 74, **1968**, pp. 448-456

PROCYK, T. e MAMDANI, E., "A linguistic self-organising process controller", *Automatica*, vol. 15, **1979**, pp. 15-30

RENAUD, S. e DE LORGERIL, M., "Wine, alcohol, platelets, and the french paradox for coronary heart disease", *Lancet*, vol. 339, **1992**, pp. 1523-1526

RICHALET, J. et al, "Model predictive heuristic control: Applications to industrial processes", *Automatica*, vol. 14, **1978**, pp. 413

ROELS, J. A., *Biotechnol.Bioeng.*, vol. 22, **1980** , pp. 2457

ROUBOS, J. A. *et al*, "Fuzzy model-based predictive control using Takagi-Sugeno models", *International Journal of Approximate Reasoning*, vol. 22, **1999** , pp. 3-30

RUBNER, M. *et al*, "Table wines", *Univ.Calif.Press.*, Berkeley, **1970** , pp. 375

SALGADO, P., "Sistemas Inteligentes e de robótica", *Série Didática - Ciências Aplicadas*, UTAD, **2001**

SEIXAS, M. *et al*, "Continuous Monitoring System for Wine Fermentation", *2005 EFITA/WCCA Joint Congress on IT in Agriculture*, **2005**

SOUSA, J. M., "Fuzzy model-based control", **1995 c**

SOUSA, J. M. *et al*, "Adaptive fuzzy model-based control", *Proc.3rd European Congress on Fuzzy and Intelligent Technologies, EUFIT'95*, Aachen, Alemanha, **1995 b**, pp. 865-869

SUBHASH SHARMA, "Applied multivariate techniques", Wiley, **1996**

TOPIWALA, H. e SINCLAIR, C. G., "Temperature Relationship in Continuous Culture", *Biotechnology and Bioengineering*, vol. 13, **1971** , pp. 795-&

VOLESKY, B. e VOTRUBA, J., "Modeling and optimization of fermentation processes", *Elsevier*, **1992**

WINZLER, R. J. e BAUMBERGER, J. P., "The degradation of the metabolism of yeast cells", *J.Cell.Comp.Physiol.*, vol. 12, **1938** , pp. 183-211

YAGER, R. e FILEV, D., "Generation of Fuzzy Rules by Mountain Clustering", *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, vol. 2, **1994** , pp. 209-219

YAGER, R. R., "On A General-Class of Fuzzy-Connectives", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 4, **1980** , pp. 235-242

ZADEH, L. A., "Fuzzy Sets", *Information and Control*, vol. 8, **1965** , pp. 338-353

ZADEH, L. A., "Outline of A New Approach to Analysis of Complex Systems and Decision Processes", *Ieee Transactions on Systems Man and Cybernetics*, vol. SMC3, **1973** , pp. 28-44

# ANEXO A

TABELAS DE RESULTADOS DOS MODELOS DIFUSOS MAMDANI E TSK DO CRESCIMENTO CELULAR PARA A VARIAÇÃO DA TAXA DE AMOSTRAGEM E DA PARTIÇÃO DO ESPAÇO DE ENTRADA.



Tabela C – Variação do erro do modelo Mamdani do crescimento celular com temperatura exterior constante para dados obtidos com taxa de amostragem de 1 amostra/hora em função da partição das variáveis de entrada.

Período de Amostragem			1 Hora				
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
2	2	6	24	15	8,43E-02	5,81E-02	3,91E-01
2	2	7	28	16	8,19E-02	5,61E-02	3,78E-01
2	2	8	32	17	8,08E-02	5,57E-02	3,66E-01
2	2	9	36	18	8,02E-02	5,57E-02	3,58E-01
2	2	10	40	20	7,98E-02	5,58E-02	3,52E-01
2	2	11	44	20	7,92E-02	5,58E-02	3,62E-01
2	2	12	48	20	7,90E-02	5,59E-02	3,63E-01
2	2	13	52	20	7,89E-02	5,61E-02	3,62E-01
2	2	14	56	22	7,88E-02	5,62E-02	3,61E-01
2	2	15	60	22	7,88E-02	5,63E-02	3,60E-01
2	2	16	64	22	7,87E-02	5,64E-02	3,59E-01
2	2	17	68	22	7,87E-02	5,64E-02	3,58E-01
2	3	6	36	19	7,95E-02	5,74E-02	2,87E-01
2	3	7	42	20	7,90E-02	5,69E-02	2,77E-01
2	3	8	48	21	7,86E-02	5,65E-02	2,70E-01
2	3	9	54	22	7,83E-02	5,62E-02	2,66E-01
2	3	10	60	24	7,80E-02	5,60E-02	2,62E-01
2	3	11	66	24	7,73E-02	5,55E-02	2,51E-01
2	3	12	72	24	7,70E-02	5,53E-02	2,44E-01
2	3	13	78	24	7,68E-02	5,52E-02	2,41E-01
2	3	14	84	26	7,66E-02	5,51E-02	2,39E-01
2	3	15	90	26	7,65E-02	5,50E-02	2,37E-01
2	3	16	96	26	7,63E-02	5,49E-02	2,36E-01
2	3	17	102	26	7,62E-02	5,49E-02	2,34E-01
2	4	6	48	23	7,43E-02	5,39E-02	2,21E-01
2	4	7	56	24	7,35E-02	5,30E-02	2,16E-01
2	4	8	64	25	7,31E-02	5,24E-02	2,13E-01
2	4	9	72	26	7,29E-02	5,21E-02	2,11E-01
2	4	10	80	28	7,27E-02	5,19E-02	2,09E-01
2	4	11	88	28	7,24E-02	5,14E-02	2,03E-01
2	4	12	96	28	7,22E-02	5,11E-02	1,99E-01
2	4	13	104	28	7,21E-02	5,10E-02	1,97E-01
2	4	14	112	30	7,20E-02	5,09E-02	1,95E-01
2	4	15	120	30	7,19E-02	5,08E-02	1,94E-01
2	4	16	128	30	7,19E-02	5,07E-02	1,92E-01
2	4	17	136	30	7,18E-02	5,06E-02	1,92E-01
2	5	6	60	27	7,17E-02	5,23E-02	1,43E-01
2	5	7	70	28	7,12E-02	5,15E-02	1,28E-01
2	5	8	80	29	7,09E-02	5,10E-02	1,29E-01
2	5	9	90	30	7,07E-02	5,06E-02	1,29E-01
2	5	10	100	32	7,05E-02	5,02E-02	1,30E-01
2	5	11	110	32	7,04E-02	4,98E-02	1,31E-01
2	5	12	120	32	7,03E-02	4,96E-02	1,31E-01
2	5	13	130	32	7,01E-02	4,93E-02	1,31E-01
2	5	14	140	34	7,00E-02	4,91E-02	1,30E-01



Período de Amostragem			1 Hora				
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
2	5	15	150	34	6,99E-02	4,88E-02	1,30E-01
2	5	16	160	34	6,99E-02	4,87E-02	1,30E-01
2	5	17	170	34	6,98E-02	4,85E-02	1,30E-01
2	6	6	72	31	6,98E-02	5,00E-02	1,04E-01
2	6	7	84	32	6,96E-02	4,97E-02	1,04E-01
2	6	8	96	33	6,95E-02	4,95E-02	1,04E-01
2	6	9	108	34	6,94E-02	4,93E-02	1,04E-01
2	6	10	120	36	6,93E-02	4,91E-02	1,04E-01
2	6	11	132	36	6,93E-02	4,90E-02	1,04E-01
2	6	12	144	36	6,92E-02	4,88E-02	1,04E-01
2	6	13	156	36	6,91E-02	4,86E-02	1,04E-01
2	6	14	168	38	6,91E-02	4,85E-02	1,04E-01
2	6	15	180	38	6,90E-02	4,83E-02	1,04E-01
2	6	16	192	38	6,90E-02	4,82E-02	1,04E-01
2	6	17	204	38	6,89E-02	4,80E-02	1,04E-01
3	2	6	36	19	8,25E-02	5,80E-02	3,62E-01
3	2	7	42	20	8,12E-02	5,67E-02	4,23E-01
3	2	8	48	21	8,06E-02	5,64E-02	4,21E-01
3	2	9	54	22	8,01E-02	5,62E-02	4,16E-01
3	2	10	60	24	7,97E-02	5,61E-02	4,12E-01
3	2	11	66	24	7,94E-02	5,58E-02	4,13E-01
3	2	12	72	24	7,92E-02	5,57E-02	4,11E-01
3	2	13	78	24	7,91E-02	5,57E-02	4,10E-01
3	2	14	84	26	7,89E-02	5,56E-02	4,08E-01
3	2	15	90	26	7,87E-02	5,56E-02	4,07E-01
3	2	16	96	26	7,86E-02	5,55E-02	4,07E-01
3	2	17	102	26	7,85E-02	5,54E-02	4,06E-01
3	3	6	54	23	7,59E-02	5,37E-02	2,62E-01
3	3	7	63	24	7,55E-02	5,36E-02	2,56E-01
3	3	8	72	25	7,53E-02	5,35E-02	2,53E-01
3	3	9	81	26	7,51E-02	5,34E-02	2,51E-01
3	3	10	90	28	7,50E-02	5,33E-02	2,50E-01
3	3	11	99	28	7,47E-02	5,32E-02	2,44E-01
3	3	12	108	28	7,46E-02	5,32E-02	2,41E-01
3	3	13	117	28	7,45E-02	5,32E-02	2,39E-01
3	3	14	126	30	7,45E-02	5,33E-02	2,37E-01
3	3	15	135	30	7,44E-02	5,33E-02	2,36E-01
3	3	16	144	30	7,44E-02	5,33E-02	2,35E-01
3	3	17	153	30	7,44E-02	5,34E-02	2,34E-01
3	4	6	72	29	7,29E-02	5,17E-02	2,15E-01
3	4	7	84	30	7,23E-02	5,12E-02	2,09E-01
3	4	8	96	31	7,22E-02	5,10E-02	2,07E-01
3	4	9	108	32	7,21E-02	5,09E-02	2,06E-01
3	4	10	120	34	7,20E-02	5,08E-02	2,05E-01
3	4	11	132	34	7,14E-02	5,00E-02	1,97E-01
3	4	12	144	34	7,11E-02	4,95E-02	1,91E-01
3	4	13	156	34	7,10E-02	4,93E-02	1,88E-01
3	4	14	168	36	7,09E-02	4,91E-02	1,87E-01

Período de Amostragem			1 Hora				
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
3	4	15	180	36	7,09E-02	4,90E-02	1,86E-01
3	4	16	192	36	7,08E-02	4,89E-02	1,85E-01
3	4	17	204	36	7,07E-02	4,89E-02	1,84E-01
3	5	6	90	31	7,05E-02	4,98E-02	1,40E-01
3	5	7	105	32	7,01E-02	4,91E-02	1,32E-01
3	5	8	120	33	6,99E-02	4,88E-02	1,32E-01
3	5	9	135	34	6,99E-02	4,86E-02	1,32E-01
3	5	10	150	36	6,98E-02	4,85E-02	1,32E-01
3	5	11	165	36	6,96E-02	4,81E-02	1,30E-01
3	5	12	180	36	6,95E-02	4,78E-02	1,29E-01
3	5	13	195	36	6,94E-02	4,77E-02	1,28E-01
3	5	14	210	38	6,94E-02	4,76E-02	1,28E-01
3	5	15	225	38	6,94E-02	4,75E-02	1,27E-01
3	5	16	240	38	6,93E-02	4,74E-02	1,27E-01
3	5	17	255	38	6,93E-02	4,74E-02	1,27E-01
3	6	6	108	37	6,94E-02	4,92E-02	1,04E-01
3	6	7	126	38	6,91E-02	4,86E-02	1,04E-01
3	6	8	144	39	6,90E-02	4,84E-02	1,04E-01
3	6	9	162	40	6,90E-02	4,82E-02	1,04E-01
3	6	10	180	42	6,89E-02	4,80E-02	1,04E-01
3	6	11	198	42	6,88E-02	4,79E-02	1,04E-01
3	6	12	216	42	6,87E-02	4,77E-02	1,04E-01
3	6	13	234	42	6,87E-02	4,75E-02	1,04E-01
3	6	14	252	44	6,86E-02	4,74E-02	1,04E-01
3	6	15	270	44	6,86E-02	4,72E-02	1,04E-01
3	6	16	288	44	6,85E-02	4,71E-02	1,04E-01
3	6	17	306	44	6,85E-02	4,70E-02	1,04E-01
4	2	6	48	23	7,59E-02	5,42E-02	2,43E-01
4	2	7	56	24	7,49E-02	5,35E-02	2,25E-01
4	2	8	64	25	7,42E-02	5,29E-02	2,16E-01
4	2	9	72	26	7,38E-02	5,26E-02	2,08E-01
4	2	10	80	28	7,35E-02	5,23E-02	2,02E-01
4	2	11	88	28	7,33E-02	5,21E-02	1,96E-01
4	2	12	96	28	7,31E-02	5,19E-02	1,92E-01
4	2	13	104	28	7,30E-02	5,18E-02	1,88E-01
4	2	14	112	30	7,29E-02	5,18E-02	1,86E-01
4	2	15	120	30	7,29E-02	5,17E-02	1,83E-01
4	2	16	128	30	7,29E-02	5,17E-02	1,81E-01
4	2	17	136	30	7,28E-02	5,16E-02	1,80E-01
4	3	6	72	29	7,28E-02	5,11E-02	1,95E-01
4	3	7	84	30	7,24E-02	5,09E-02	1,85E-01
4	3	8	96	31	7,22E-02	5,08E-02	1,79E-01
4	3	9	108	32	7,20E-02	5,08E-02	1,75E-01
4	3	10	120	34	7,20E-02	5,07E-02	1,73E-01
4	3	11	132	34	7,19E-02	5,07E-02	1,71E-01
4	3	12	144	34	7,19E-02	5,07E-02	1,70E-01
4	3	13	156	34	7,18E-02	5,07E-02	1,69E-01
4	3	14	168	36	7,18E-02	5,07E-02	1,68E-01

Período de Amostragem			1 Hora				
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
4	3	15	180	36	7,18E-02	5,07E-02	1,68E-01
4	3	16	192	36	7,18E-02	5,08E-02	1,67E-01
4	3	17	204	36	7,17E-02	5,08E-02	1,67E-01
4	4	6	96	31	7,10E-02	4,95E-02	1,61E-01
4	4	7	112	32	7,06E-02	4,90E-02	1,58E-01
4	4	8	128	33	7,04E-02	4,88E-02	1,57E-01
4	4	9	144	34	7,03E-02	4,86E-02	1,56E-01
4	4	10	160	36	7,02E-02	4,84E-02	1,56E-01
4	4	11	176	36	7,01E-02	4,82E-02	1,55E-01
4	4	12	192	36	7,01E-02	4,81E-02	1,54E-01
4	4	13	208	36	7,00E-02	4,80E-02	1,54E-01
4	4	14	224	38	6,99E-02	4,79E-02	1,54E-01
4	4	15	240	38	6,99E-02	4,79E-02	1,54E-01
4	4	16	256	38	6,99E-02	4,78E-02	1,53E-01
4	4	17	272	38	6,98E-02	4,78E-02	1,53E-01
4	5	6	120	39	6,99E-02	4,88E-02	1,19E-01
4	5	7	140	40	6,95E-02	4,81E-02	1,18E-01
4	5	8	160	41	6,94E-02	4,79E-02	1,18E-01
4	5	9	180	42	6,93E-02	4,77E-02	1,18E-01
4	5	10	200	44	6,93E-02	4,75E-02	1,18E-01
4	5	11	220	44	6,92E-02	4,74E-02	1,18E-01
4	5	12	240	44	6,91E-02	4,72E-02	1,18E-01
4	5	13	260	44	6,91E-02	4,71E-02	1,18E-01
4	5	14	280	46	6,90E-02	4,70E-02	1,17E-01
4	5	15	300	46	6,90E-02	4,69E-02	1,17E-01
4	5	16	320	46	6,89E-02	4,69E-02	1,17E-01
4	5	17	340	46	6,89E-02	4,68E-02	1,17E-01
4	6	6	144	43	6,90E-02	4,84E-02	1,04E-01
4	6	7	168	44	6,87E-02	4,77E-02	1,04E-01
4	6	8	192	45	6,87E-02	4,75E-02	1,04E-01
4	6	9	216	46	6,86E-02	4,73E-02	1,04E-01
4	6	10	240	48	6,85E-02	4,72E-02	1,04E-01
4	6	11	264	48	6,85E-02	4,71E-02	1,04E-01
4	6	12	288	48	6,84E-02	4,70E-02	1,04E-01
4	6	13	312	48	6,84E-02	4,69E-02	1,04E-01
4	6	14	336	50	6,83E-02	4,68E-02	1,04E-01
4	6	15	360	50	6,83E-02	4,68E-02	1,04E-01
4	6	16	384	50	6,83E-02	4,67E-02	1,04E-01
4	6	17	408	50	6,82E-02	4,67E-02	1,04E-01

Tabela D – Variação do erro do modelo Mamdani do crescimento celular com temperatura exterior constante para dados obtidos com taxa de amostragem de 6 amostras/hora em função da partição das variáveis de entrada.

Período de Amostragem			1/10 Hora				
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
2	2	6	24	20	5,34E-03	3,65E-03	6,69E-02
2	2	7	28	18	6,27E-03	4,41E-03	8,83E-02
2	2	8	32	22	5,67E-03	3,87E-03	8,20E-02
2	2	9	36	26	4,87E-03	3,39E-03	5,19E-02
2	2	10	40	26	5,79E-03	3,98E-03	8,06E-02
2	2	11	44	30	5,24E-03	3,55E-03	7,14E-02
2	2	12	48	32	4,63E-03	3,23E-03	4,46E-02
2	2	13	52	32	5,44E-03	3,68E-03	7,58E-02
2	2	14	56	36	4,96E-03	3,40E-03	6,19E-02
2	2	15	60	40	4,43E-03	3,07E-03	3,99E-02
2	2	16	64	40	5,16E-03	3,50E-03	7,35E-02
2	2	17	68	40	4,78E-03	3,32E-03	5,54E-02
2	3	6	36	24	3,95E-03	2,53E-03	2,11E-02
2	3	7	42	22	3,99E-03	2,54E-03	2,34E-02
2	3	8	48	26	3,92E-03	2,50E-03	2,09E-02
2	3	9	54	30	3,92E-03	2,51E-03	2,09E-02
2	3	10	60	30	3,93E-03	2,50E-03	2,10E-02
2	3	11	66	34	3,91E-03	2,49E-03	2,07E-02
2	3	12	72	36	3,89E-03	2,47E-03	2,29E-02
2	3	13	78	36	3,92E-03	2,49E-03	2,08E-02
2	3	14	84	40	3,90E-03	2,49E-03	2,07E-02
2	3	15	90	44	3,82E-03	2,40E-03	2,91E-02
2	3	16	96	44	3,91E-03	2,49E-03	2,07E-02
2	3	17	102	44	3,89E-03	2,48E-03	2,09E-02
2	4	6	48	28	2,81E-03	1,83E-03	1,67E-02
2	4	7	56	26	2,89E-03	1,86E-03	2,32E-02
2	4	8	64	30	2,77E-03	1,76E-03	1,67E-02
2	4	9	72	34	2,76E-03	1,79E-03	1,62E-02
2	4	10	80	34	2,80E-03	1,79E-03	1,68E-02
2	4	11	88	38	2,74E-03	1,73E-03	1,64E-02
2	4	12	96	40	2,73E-03	1,77E-03	1,58E-02
2	4	13	104	40	2,75E-03	1,75E-03	1,66E-02
2	4	14	112	44	2,72E-03	1,72E-03	1,62E-02
2	4	15	120	48	2,73E-03	1,76E-03	1,54E-02
2	4	16	128	48	2,73E-03	1,72E-03	1,64E-02
2	4	17	136	48	2,71E-03	1,71E-03	1,60E-02
2	5	6	60	32	2,22E-03	1,47E-03	1,21E-02
2	5	7	70	30	2,30E-03	1,50E-03	1,67E-02
2	5	8	80	34	2,21E-03	1,45E-03	1,27E-02
2	5	9	90	38	2,17E-03	1,44E-03	1,14E-02
2	5	10	100	38	2,23E-03	1,46E-03	1,25E-02
2	5	11	110	42	2,18E-03	1,43E-03	1,18E-02
2	5	12	120	44	2,14E-03	1,42E-03	1,08E-02

Período de Amostragem			1/10 Hora				
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
2	5	13	130	44	2,20E-03	1,44E-03	1,20E-02
2	5	14	140	48	2,16E-03	1,42E-03	1,15E-02
2	5	15	150	52	2,12E-03	1,41E-03	1,01E-02
2	5	16	160	52	2,17E-03	1,42E-03	1,18E-02
2	5	17	170	52	2,14E-03	1,41E-03	1,12E-02
2	6	6	72	36	1,87E-03	1,27E-03	9,06E-03
2	6	7	84	34	1,92E-03	1,30E-03	9,30E-03
2	6	8	96	38	1,83E-03	1,22E-03	9,89E-03
2	6	9	108	42	1,80E-03	1,22E-03	8,09E-03
2	6	10	120	42	1,85E-03	1,24E-03	8,92E-03
2	6	11	132	46	1,80E-03	1,20E-03	8,63E-03
2	6	12	144	48	1,77E-03	1,20E-03	8,05E-03
2	6	13	156	48	1,81E-03	1,21E-03	9,22E-03
2	6	14	168	52	1,78E-03	1,19E-03	8,06E-03
2	6	15	180	56	1,75E-03	1,18E-03	8,02E-03
2	6	16	192	56	1,80E-03	1,20E-03	9,08E-03
2	6	17	204	56	1,77E-03	1,19E-03	7,92E-03
3	2	6	36	24	4,95E-03	3,52E-03	3,99E-02
3	2	7	42	22	5,12E-03	3,74E-03	2,19E-02
3	2	8	48	26	5,04E-03	3,64E-03	3,41E-02
3	2	9	54	30	4,58E-03	3,09E-03	5,39E-02
3	2	10	60	30	5,06E-03	3,67E-03	2,96E-02
3	2	11	66	34	4,90E-03	3,46E-03	4,59E-02
3	2	12	72	36	4,09E-03	2,63E-03	5,74E-02
3	2	13	78	36	4,98E-03	3,56E-03	3,85E-02
3	2	14	84	40	4,70E-03	3,21E-03	5,61E-02
3	2	15	90	44	3,58E-03	2,27E-03	5,01E-02
3	2	16	96	44	4,86E-03	3,41E-03	5,04E-02
3	2	17	102	44	4,46E-03	2,94E-03	6,25E-02
3	3	6	54	28	3,16E-03	2,08E-03	1,89E-02
3	3	7	63	26	3,18E-03	2,10E-03	1,90E-02
3	3	8	72	30	3,15E-03	2,06E-03	1,87E-02
3	3	9	81	34	3,15E-03	2,08E-03	1,87E-02
3	3	10	90	34	3,16E-03	2,07E-03	1,88E-02
3	3	11	99	38	3,14E-03	2,05E-03	1,86E-02
3	3	12	108	40	3,15E-03	2,07E-03	1,87E-02
3	3	13	117	40	3,15E-03	2,06E-03	1,87E-02
3	3	14	126	44	3,13E-03	2,05E-03	1,86E-02
3	3	15	135	48	3,12E-03	2,04E-03	2,21E-02
3	3	16	144	48	3,13E-03	2,05E-03	1,86E-02
3	3	17	153	48	3,13E-03	2,04E-03	1,85E-02
3	4	6	72	34	2,66E-03	1,69E-03	1,62E-02
3	4	7	84	32	2,74E-03	1,72E-03	2,29E-02
3	4	8	96	36	2,66E-03	1,64E-03	1,62E-02
3	4	9	108	40	2,62E-03	1,65E-03	1,57E-02
3	4	10	120	40	2,67E-03	1,66E-03	1,64E-02

Período de Amostragem			1/10 Hora				
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
3	4	11	132	44	2,63E-03	1,63E-03	1,59E-02
3	4	12	144	46	2,61E-03	1,63E-03	1,53E-02
3	4	13	156	46	2,64E-03	1,64E-03	1,61E-02
3	4	14	168	50	2,61E-03	1,62E-03	1,57E-02
3	4	15	180	54	2,61E-03	1,63E-03	1,50E-02
3	4	16	192	54	2,63E-03	1,63E-03	1,59E-02
3	4	17	204	54	2,60E-03	1,62E-03	1,55E-02
3	5	6	90	36	2,18E-03	1,42E-03	1,18E-02
3	5	7	105	34	2,25E-03	1,45E-03	1,79E-02
3	5	8	120	38	2,18E-03	1,40E-03	1,29E-02
3	5	9	135	42	2,14E-03	1,39E-03	1,12E-02
3	5	10	150	42	2,19E-03	1,42E-03	1,30E-02
3	5	11	165	46	2,15E-03	1,38E-03	1,17E-02
3	5	12	180	48	2,11E-03	1,37E-03	1,07E-02
3	5	13	195	48	2,16E-03	1,39E-03	1,18E-02
3	5	14	210	52	2,13E-03	1,37E-03	1,14E-02
3	5	15	225	56	2,09E-03	1,36E-03	1,00E-02
3	5	16	240	56	2,14E-03	1,38E-03	1,17E-02
3	5	17	255	56	2,11E-03	1,36E-03	1,12E-02
3	6	6	108	42	1,82E-03	1,23E-03	8,39E-03
3	6	7	126	40	1,88E-03	1,26E-03	1,27E-02
3	6	8	144	44	1,82E-03	1,21E-03	1,09E-02
3	6	9	162	48	1,78E-03	1,19E-03	7,96E-03
3	6	10	180	48	1,83E-03	1,22E-03	1,05E-02
3	6	11	198	52	1,79E-03	1,19E-03	9,43E-03
3	6	12	216	54	1,75E-03	1,17E-03	7,93E-03
3	6	13	234	54	1,81E-03	1,20E-03	1,03E-02
3	6	14	252	58	1,77E-03	1,17E-03	8,23E-03
3	6	15	270	62	1,73E-03	1,16E-03	7,92E-03
3	6	16	288	62	1,79E-03	1,18E-03	9,92E-03
3	6	17	306	62	1,76E-03	1,16E-03	7,91E-03
4	2	6	48	28	2,95E-03	2,05E-03	1,34E-02
4	2	7	56	26	2,96E-03	2,06E-03	1,35E-02
4	2	8	64	30	2,92E-03	1,99E-03	1,27E-02
4	2	9	72	34	2,93E-03	2,02E-03	1,30E-02
4	2	10	80	34	2,93E-03	2,01E-03	1,29E-02
4	2	11	88	38	2,91E-03	1,98E-03	1,27E-02
4	2	12	96	40	2,91E-03	1,99E-03	1,36E-02
4	2	13	104	40	2,91E-03	1,99E-03	1,27E-02
4	2	14	112	44	2,90E-03	1,97E-03	1,27E-02
4	2	15	120	48	2,87E-03	1,94E-03	2,12E-02
4	2	16	128	48	2,90E-03	1,98E-03	1,27E-02
4	2	17	136	48	2,89E-03	1,97E-03	1,28E-02
4	3	6	72	34	2,66E-03	1,75E-03	1,22E-02
4	3	7	84	32	2,67E-03	1,77E-03	1,22E-02
4	3	8	96	36	2,65E-03	1,73E-03	1,22E-02

Período de Amostragem			1/10 Hora				
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
4	3	9	108	40	2,64E-03	1,73E-03	1,21E-02
4	3	10	120	40	2,65E-03	1,74E-03	1,22E-02
4	3	11	132	44	2,63E-03	1,72E-03	1,22E-02
4	3	12	144	46	2,63E-03	1,72E-03	1,22E-02
4	3	13	156	46	2,64E-03	1,72E-03	1,22E-02
4	3	14	168	50	2,63E-03	1,71E-03	1,21E-02
4	3	15	180	54	2,62E-03	1,71E-03	1,57E-02
4	3	16	192	54	2,63E-03	1,72E-03	1,22E-02
4	3	17	204	54	2,62E-03	1,71E-03	1,21E-02
4	4	6	96	36	2,10E-03	1,42E-03	1,09E-02
4	4	7	112	34	2,13E-03	1,44E-03	1,11E-02
4	4	8	128	38	2,09E-03	1,39E-03	1,08E-02
4	4	9	144	42	2,07E-03	1,39E-03	1,05E-02
4	4	10	160	42	2,10E-03	1,40E-03	1,09E-02
4	4	11	176	46	2,08E-03	1,38E-03	1,07E-02
4	4	12	192	48	2,05E-03	1,37E-03	1,00E-02
4	4	13	208	48	2,08E-03	1,39E-03	1,08E-02
4	4	14	224	52	2,07E-03	1,38E-03	1,05E-02
4	4	15	240	56	2,04E-03	1,36E-03	9,42E-03
4	4	16	256	56	2,08E-03	1,38E-03	1,07E-02
4	4	17	272	56	2,06E-03	1,37E-03	1,03E-02
4	5	6	120	44	1,85E-03	1,20E-03	9,41E-03
4	5	7	140	42	1,88E-03	1,22E-03	9,97E-03
4	5	8	160	46	1,84E-03	1,19E-03	9,57E-03
4	5	9	180	50	1,81E-03	1,18E-03	8,85E-03
4	5	10	200	50	1,85E-03	1,20E-03	9,65E-03
4	5	11	220	54	1,82E-03	1,17E-03	9,29E-03
4	5	12	240	56	1,79E-03	1,16E-03	8,31E-03
4	5	13	260	56	1,83E-03	1,18E-03	9,44E-03
4	5	14	280	60	1,81E-03	1,17E-03	9,02E-03
4	5	15	300	64	1,77E-03	1,15E-03	7,59E-03
4	5	16	320	64	1,82E-03	1,17E-03	9,26E-03
4	5	17	340	64	1,80E-03	1,16E-03	8,76E-03
4	6	6	144	48	1,75E-03	1,17E-03	8,07E-03
4	6	7	168	46	1,79E-03	1,19E-03	8,89E-03
4	6	8	192	50	1,73E-03	1,15E-03	8,26E-03
4	6	9	216	54	1,71E-03	1,14E-03	8,03E-03
4	6	10	240	54	1,74E-03	1,16E-03	8,42E-03
4	6	11	264	58	1,71E-03	1,13E-03	8,03E-03
4	6	12	288	60	1,68E-03	1,12E-03	8,04E-03
4	6	13	312	60	1,72E-03	1,14E-03	8,10E-03
4	6	14	336	64	1,69E-03	1,13E-03	8,03E-03
4	6	15	360	68	1,66E-03	1,11E-03	8,04E-03
4	6	16	384	68	1,71E-03	1,13E-03	8,03E-03
4	6	17	408	68	1,68E-03	1,12E-03	8,02E-03

Tabela E - Variação do erro do modelo Mamdani do crescimento celular com temperatura exterior variável para dados obtidos com taxa de amostragem de 1 amostra/hora em função da partição das variáveis de entrada.

Período de Amostragem			1 Hora		Tc Variável		
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
2	4	6	48	48	0,02743	0,01080	0,26885
2	4	7	56	54	0,02810	0,01085	0,24765
2	4	8	64	60	0,02358	0,00909	0,28208
2	4	9	72	66	0,02189	0,00770	0,29126
2	4	10	80	68	0,02122	0,00703	0,28847
2	4	11	88	78	0,02136	0,00695	0,29289
2	4	12	96	84	0,01905	0,00556	0,30240
2	4	13	104	78	0,02055	0,00649	0,29699
2	4	14	112	88	0,02022	0,00619	0,29650
2	4	15	120	88	0,02027	0,00628	0,29785
2	4	16	128	87	0,02038	0,00622	0,29693
2	4	17	136	89	0,01990	0,00603	0,30048
2	5	6	60	60	0,02445	0,00896	0,28713
2	5	7	70	68	0,02424	0,00875	0,27104
2	5	8	80	74	0,02142	0,00751	0,29697
2	5	9	90	82	0,02071	0,00660	0,29887
2	5	10	100	82	0,01990	0,00571	0,29656
2	5	11	110	95	0,02033	0,00577	0,29896
2	5	12	120	98	0,01872	0,00499	0,30263
2	5	13	130	94	0,01970	0,00527	0,30122
2	5	14	140	102	0,01907	0,00500	0,30174
2	5	15	150	104	0,01912	0,00504	0,30268
2	5	16	160	103	0,01932	0,00503	0,30237
2	5	17	170	105	0,01896	0,00498	0,30283
2	6	6	72	68	0,02372	0,00854	0,28294
2	6	7	84	76	0,02280	0,00814	0,27837
2	6	8	96	82	0,02152	0,00775	0,28938
2	6	9	108	90	0,02095	0,00689	0,29129
2	6	10	120	90	0,02024	0,00623	0,28925
2	6	11	132	103	0,02074	0,00615	0,29103
2	6	12	144	108	0,01896	0,00487	0,30284
2	6	13	156	102	0,02000	0,00567	0,29511
2	6	14	168	112	0,01900	0,00483	0,29949
2	6	15	180	112	0,01910	0,00491	0,29932
2	6	16	192	111	0,01921	0,00488	0,29940
2	6	17	204	113	0,01878	0,00470	0,30050
3	4	6	72	58	0,02640	0,01014	0,27776
3	4	7	84	65	0,02751	0,01058	0,25152
3	4	8	96	71	0,02184	0,00781	0,29462
3	4	9	108	78	0,02089	0,00664	0,30011
3	4	10	120	79	0,02018	0,00614	0,29830
3	4	11	132	90	0,02034	0,00607	0,30080
3	4	12	144	96	0,01809	0,00494	0,30306



**ANEXO A**

Período de Amostragem			1 Hora		Tc Variável		
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
3	4	13	156	90	0,01949	0,00564	0,30246
3	4	14	168	100	0,01973	0,00564	0,30161
3	4	15	180	100	0,01938	0,00560	0,30248
3	4	16	192	99	0,01982	0,00562	0,30201
3	4	17	204	101	0,01849	0,00522	0,30329
3	5	6	90	68	0,02418	0,00852	0,28824
3	5	7	105	78	0,02399	0,00857	0,27264
3	5	8	120	84	0,02041	0,00650	0,29833
3	5	9	135	94	0,01979	0,00576	0,29970
3	5	10	150	92	0,01925	0,00532	0,29817
3	5	11	165	107	0,01954	0,00534	0,29996
3	5	12	180	110	0,01781	0,00449	0,30289
3	5	13	195	106	0,01870	0,00488	0,30140
3	5	14	210	114	0,01859	0,00479	0,30177
3	5	15	225	116	0,01782	0,00459	0,30209
3	5	16	240	115	0,01855	0,00468	0,30200
3	5	17	255	117	0,01744	0,00443	0,30211
3	6	6	108	77	0,02241	0,00769	0,29072
3	6	7	126	86	0,02148	0,00750	0,28561
3	6	8	144	92	0,01945	0,00635	0,29396
3	6	9	162	102	0,01920	0,00559	0,29459
3	6	10	180	100	0,01873	0,00528	0,29415
3	6	11	198	115	0,01938	0,00542	0,29420
3	6	12	216	120	0,01786	0,00436	0,30292
3	6	13	234	114	0,01868	0,00493	0,29727
3	6	14	252	124	0,01828	0,00457	0,29963
3	6	15	270	124	0,01807	0,00451	0,29965
3	6	16	288	123	0,01837	0,00452	0,29909
3	6	17	306	125	0,01769	0,00434	0,30048
4	4	6	96	63	0,02574	0,00916	0,28078
4	4	7	112	72	0,02736	0,00997	0,25095
4	4	8	128	78	0,02138	0,00689	0,29853
4	4	9	144	88	0,02049	0,00597	0,30109
4	4	10	160	86	0,01991	0,00560	0,29986
4	4	11	176	100	0,02010	0,00557	0,30142
4	4	12	192	106	0,01759	0,00437	0,30350
4	4	13	208	100	0,01917	0,00515	0,30240
4	4	14	224	110	0,01909	0,00497	0,30300
4	4	15	240	110	0,01898	0,00506	0,30246
4	4	16	256	109	0,01936	0,00503	0,30252
4	4	17	272	111	0,01780	0,00460	0,30267
4	5	6	120	77	0,02393	0,00845	0,28727
4	5	7	140	87	0,02370	0,00858	0,27333
4	5	8	160	93	0,02022	0,00656	0,29615
4	5	9	180	104	0,01923	0,00562	0,29934
4	5	10	200	101	0,01896	0,00522	0,29756

Período de Amostragem			1 Hora		Tc Variável		
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
4	5	11	220	117	0,01864	0,00510	0,30043
4	5	12	240	120	0,01744	0,00441	0,30282
4	5	13	260	116	0,01776	0,00462	0,30132
4	5	14	280	124	0,01847	0,00476	0,30084
4	5	15	300	126	0,01725	0,00441	0,30158
4	5	16	320	125	0,01845	0,00467	0,30102
4	5	17	340	127	0,01696	0,00423	0,30160
4	6	6	144	86	0,02204	0,00738	0,29433
4	6	7	168	96	0,02028	0,00680	0,29191
4	6	8	192	102	0,01864	0,00563	0,29681
4	6	9	216	114	0,01814	0,00491	0,29785
4	6	10	240	110	0,01816	0,00496	0,29703
4	6	11	264	127	0,01830	0,00485	0,29743
4	6	12	288	132	0,01713	0,00402	0,30286
4	6	13	312	126	0,01793	0,00463	0,29895
4	6	14	336	136	0,01781	0,00442	0,30029
4	6	15	360	136	0,01757	0,00440	0,29981
4	6	16	384	135	0,01791	0,00438	0,29927
4	6	17	408	137	0,01723	0,00422	0,30037

Tabela F - Variação do erro do modelo Mamdani do crescimento celular com temperatura exterior variável para dados obtidos com taxa de amostragem de 6 amostras/hora em função da partição das variáveis de entrada.

Período de Amostragem			1/10 Hora		Tc Variável		
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
2	4	6	48	48	0,05688	0,01498	0,21453
2	4	7	56	56	0,05442	0,01347	0,20752
2	4	8	64	64	0,05209	0,00984	0,23328
2	4	9	72	72	0,05151	0,00914	0,17737
2	4	10	80	80	0,05105	0,00949	0,15601
2	4	11	88	88	0,05067	0,00900	0,15946
2	4	12	96	96	0,05068	0,00887	0,16210
2	4	13	104	104	0,05085	0,00863	0,14472
2	4	14	112	112	0,05093	0,00852	0,14549
2	4	15	120	118	0,05096	0,00813	0,14727
2	4	16	128	126	0,05093	0,00802	0,15086
2	4	17	136	134	0,05073	0,00801	0,15504
2	5	6	60	60	0,05596	0,01414	0,21444
2	5	7	70	70	0,05325	0,01161	0,23182
2	5	8	80	80	0,05208	0,00919	0,23212
2	5	9	90	90	0,05149	0,00890	0,17709
2	5	10	100	100	0,05098	0,00918	0,15583
2	5	11	110	110	0,05061	0,00868	0,15945
2	5	12	120	120	0,05062	0,00838	0,16197
2	5	13	130	129	0,05079	0,00815	0,14471
2	5	14	140	137	0,05086	0,00799	0,14526
2	5	15	150	145	0,05093	0,00773	0,14697
2	5	16	160	155	0,05091	0,00773	0,15053
2	5	17	170	165	0,05070	0,00763	0,15473
2	6	6	72	72	0,05513	0,01304	0,21458
2	6	7	84	84	0,05276	0,00996	0,26085
2	6	8	96	96	0,05194	0,00870	0,24403
2	6	9	108	108	0,05145	0,00853	0,17659
2	6	10	120	120	0,05090	0,00873	0,15456
2	6	11	132	132	0,05053	0,00836	0,16066
2	6	12	144	144	0,05056	0,00816	0,16292
2	6	13	156	155	0,05073	0,00783	0,14522
2	6	14	168	165	0,05079	0,00751	0,14495
2	6	15	180	173	0,05085	0,00735	0,14677
2	6	16	192	185	0,05085	0,00739	0,15042
2	6	17	204	197	0,05064	0,00739	0,15475
3	4	6	72	63	0,05637	0,01468	0,21452
3	4	7	84	72	0,05355	0,01204	0,20754
3	4	8	96	81	0,05200	0,00938	0,24396
3	4	9	108	92	0,05149	0,00901	0,17735
3	4	10	120	102	0,05100	0,00930	0,15599
3	4	11	132	112	0,05062	0,00876	0,15949
3	4	12	144	122	0,05063	0,00855	0,16208

Período de Amostragem			1/10 Hora		Tc Variável		
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
3	4	13	156	131	0,05079	0,00827	0,14472
3	4	14	168	141	0,05084	0,00802	0,14540
3	4	15	180	148	0,05089	0,00773	0,14713
3	4	16	192	158	0,05089	0,00775	0,15069
3	4	17	204	168	0,05070	0,00782	0,15486
3	5	6	90	72	0,05551	0,01304	0,21443
3	5	7	105	84	0,05286	0,01028	0,25826
3	5	8	120	95	0,05195	0,00884	0,24645
3	5	9	135	107	0,05145	0,00871	0,17705
3	5	10	150	119	0,05096	0,00904	0,15580
3	5	11	165	130	0,05059	0,00860	0,15948
3	5	12	180	142	0,05061	0,00831	0,16196
3	5	13	195	153	0,05077	0,00801	0,14470
3	5	14	210	163	0,05082	0,00774	0,14525
3	5	15	225	172	0,05088	0,00754	0,14696
3	5	16	240	184	0,05088	0,00758	0,15053
3	5	17	255	196	0,05068	0,00755	0,15475
3	6	6	108	86	0,05494	0,01250	0,21465
3	6	7	126	100	0,05272	0,00984	0,27031
3	6	8	144	113	0,05192	0,00861	0,24733
3	6	9	162	127	0,05142	0,00842	0,17666
3	6	10	180	141	0,05089	0,00871	0,15441
3	6	11	198	155	0,05052	0,00832	0,16099
3	6	12	216	169	0,05055	0,00810	0,16327
3	6	13	234	182	0,05072	0,00780	0,14548
3	6	14	252	193	0,05079	0,00750	0,14485
3	6	15	270	202	0,05085	0,00733	0,14669
3	6	16	288	216	0,05084	0,00736	0,15037
3	6	17	306	230	0,05063	0,00737	0,15474
4	4	6	96	72	0,05551	0,01358	0,21447
4	4	7	112	84	0,05306	0,01085	0,24132
4	4	8	128	94	0,05197	0,00904	0,24582
4	4	9	144	106	0,05146	0,00877	0,17730
4	4	10	160	116	0,05096	0,00893	0,15596
4	4	11	176	129	0,05059	0,00851	0,15972
4	4	12	192	140	0,05060	0,00836	0,16216
4	4	13	208	152	0,05077	0,00812	0,14481
4	4	14	224	162	0,05085	0,00800	0,14530
4	4	15	240	170	0,05091	0,00775	0,14701
4	4	16	256	182	0,05089	0,00771	0,15056
4	4	17	272	194	0,05069	0,00767	0,15472
4	5	6	120	85	0,05505	0,01298	0,21443
4	5	7	140	99	0,05294	0,01074	0,24750
4	5	8	160	112	0,05204	0,00909	0,23481
4	5	9	180	126	0,05145	0,00863	0,17704
4	5	10	200	138	0,05094	0,00885	0,15578

Período de Amostragem			1/10 Hora		Tc Variável		
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
4	5	11	220	151	0,05057	0,00834	0,15952
4	5	12	240	165	0,05059	0,00813	0,16196
4	5	13	260	178	0,05076	0,00798	0,14470
4	5	14	280	190	0,05084	0,00776	0,14525
4	5	15	300	200	0,05092	0,00766	0,14696
4	5	16	320	213	0,05090	0,00761	0,15053
4	5	17	340	226	0,05069	0,00751	0,15476
4	6	6	144	101	0,05403	0,01187	0,21527
4	6	7	168	117	0,05260	0,00966	0,25607
4	6	8	192	131	0,05191	0,00862	0,24255
4	6	9	216	147	0,05141	0,00835	0,17709
4	6	10	240	161	0,05086	0,00847	0,15436
4	6	11	264	176	0,05050	0,00807	0,16151
4	6	12	288	192	0,05051	0,00788	0,16366
4	6	13	312	207	0,05069	0,00763	0,14574
4	6	14	336	221	0,05077	0,00740	0,14482
4	6	15	360	232	0,05085	0,00727	0,14668
4	6	16	384	247	0,05084	0,00729	0,15035
4	6	17	408	262	0,05062	0,00729	0,15472

Tabela G - Variação do erro do modelo TSK do crescimento celular com temperatura exterior constante para dados obtidos com taxa de amostragem de 1 amostra/hora em função da partição das variáveis de entrada.

Período de Amostragem			1/ Hora		TSK		
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
2	2	6	24	14	1,92E-02	1,46E-02	4,21E-02
2	2	7	28	20	1,92E-02	1,46E-02	4,20E-02
2	2	8	32	18	1,91E-02	1,46E-02	4,20E-02
2	2	9	36	20	1,91E-02	1,45E-02	4,19E-02
2	2	10	40	20	1,89E-02	1,43E-02	4,24E-02
2	3	6	36	18	1,78E-02	1,33E-02	5,69E-02
2	3	7	42	24	1,77E-02	1,33E-02	5,71E-02
2	3	8	48	22	1,77E-02	1,32E-02	5,71E-02
2	3	9	54	24	1,76E-02	1,32E-02	5,71E-02
2	3	10	60	24	1,75E-02	1,30E-02	5,70E-02
2	4	6	48	22	1,63E-02	1,13E-02	7,66E-02
2	4	7	56	28	1,62E-02	1,13E-02	7,66E-02
2	4	8	64	26	1,62E-02	1,12E-02	7,66E-02
2	4	9	72	28	1,61E-02	1,12E-02	7,66E-02
2	4	10	80	28	1,61E-02	1,11E-02	7,65E-02
2	5	6	60	26	1,58E-02	1,09E-02	8,77E-02
2	5	7	70	32	1,57E-02	1,08E-02	8,68E-02
2	5	8	80	30	1,55E-02	1,06E-02	8,59E-02
2	5	9	90	32	1,54E-02	1,05E-02	8,51E-02
2	5	10	100	32	1,53E-02	1,04E-02	8,43E-02
3	2	6	36	18	1,86E-02	1,38E-02	4,66E-02
3	2	7	42	24	1,85E-02	1,37E-02	4,66E-02
3	2	8	48	22	1,85E-02	1,37E-02	4,66E-02
3	2	9	54	24	1,84E-02	1,36E-02	4,66E-02
3	2	10	60	24	1,82E-02	1,35E-02	4,70E-02
3	3	6	54	22	1,75E-02	1,27E-02	6,07E-02
3	3	7	63	28	1,75E-02	1,27E-02	6,09E-02
3	3	8	72	26	1,75E-02	1,27E-02	6,09E-02
3	3	9	81	28	1,74E-02	1,26E-02	6,08E-02
3	3	10	90	28	1,74E-02	1,26E-02	6,06E-02
3	4	6	72	28	1,61E-02	1,11E-02	7,53E-02
3	4	7	84	34	1,61E-02	1,11E-02	7,53E-02
3	4	8	96	32	1,60E-02	1,10E-02	7,52E-02
3	4	9	108	34	1,60E-02	1,10E-02	7,51E-02
3	4	10	120	34	1,59E-02	1,09E-02	7,49E-02
3	5	6	90	32	1,54E-02	1,05E-02	8,51E-02
3	5	7	105	38	1,53E-02	1,03E-02	8,41E-02
3	5	8	120	36	1,52E-02	1,02E-02	8,33E-02
3	5	9	135	38	1,52E-02	1,02E-02	8,26E-02
3	5	10	150	38	1,51E-02	1,01E-02	8,20E-02
4	2	6	48	22	1,77E-02	1,30E-02	5,65E-02
4	2	7	56	28	1,77E-02	1,29E-02	5,63E-02
4	2	8	64	26	1,76E-02	1,29E-02	5,62E-02

Período de Amostragem			l/ Hora		TSK		
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
4	2	9	72	28	1,76E-02	1,29E-02	5,60E-02
4	2	10	80	28	1,75E-02	1,28E-02	5,57E-02
4	3	6	72	28	1,74E-02	1,25E-02	6,23E-02
4	3	7	84	34	1,74E-02	1,25E-02	6,24E-02
4	3	8	96	32	1,74E-02	1,25E-02	6,24E-02
4	3	9	108	34	1,73E-02	1,24E-02	6,23E-02
4	3	10	120	34	1,72E-02	1,24E-02	6,21E-02
4	4	6	96	30	1,60E-02	1,10E-02	7,48E-02
4	4	7	112	36	1,60E-02	1,09E-02	7,47E-02
4	4	8	128	34	1,59E-02	1,08E-02	7,46E-02
4	4	9	144	36	1,58E-02	1,08E-02	7,44E-02
4	4	10	160	36	1,57E-02	1,07E-02	7,45E-02
4	5	6	120	36	1,52E-02	1,01E-02	8,26E-02
4	5	7	140	42	1,51E-02	1,00E-02	8,18E-02
4	5	8	160	40	1,51E-02	9,98E-03	8,11E-02
4	5	9	180	42	1,50E-02	9,94E-03	8,06E-02
4	5	10	200	42	1,50E-02	9,90E-03	8,02E-02

Tabela H - Variação do erro do modelo TSK do crescimento celular com temperatura exterior constante para dados obtidos com taxa de amostragem de 6 amostras/hora em função da partição das variáveis de entrada.

Período de Amostragem			1/10 Hora		TSK		
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
2	2	6	24	20	1,74E-03	1,26E-03	7,20E-03
2	2	7	28	18	1,75E-03	1,27E-03	7,04E-03
2	2	8	32	22	1,72E-03	1,24E-03	7,01E-03
2	2	9	36	26	1,72E-03	1,25E-03	7,27E-03
2	2	10	40	26	1,73E-03	1,25E-03	7,04E-03
2	3	6	36	24	1,21E-03	7,92E-04	8,07E-03
2	3	7	42	22	1,21E-03	7,96E-04	8,08E-03
2	3	8	48	26	1,20E-03	7,84E-04	8,03E-03
2	3	9	54	30	1,20E-03	7,78E-04	8,01E-03
2	3	10	60	30	1,20E-03	7,88E-04	8,05E-03
2	4	6	48	28	1,01E-03	5,85E-04	8,18E-03
2	4	7	56	26	1,01E-03	5,94E-04	8,20E-03
2	4	8	64	30	9,76E-04	5,62E-04	7,71E-03
2	4	9	72	34	9,91E-04	5,71E-04	7,99E-03
2	4	10	80	34	9,87E-04	5,72E-04	7,89E-03
2	5	6	60	32	9,33E-04	4,97E-04	8,98E-03
2	5	7	70	30	9,35E-04	5,00E-04	8,99E-03
2	5	8	80	34	9,27E-04	4,99E-04	8,87E-03
2	5	9	90	38	9,30E-04	4,96E-04	8,93E-03
2	5	10	100	38	9,30E-04	4,99E-04	8,91E-03
3	2	6	36	24	1,40E-03	9,61E-04	7,34E-03
3	2	7	42	22	1,41E-03	9,68E-04	7,29E-03
3	2	8	48	26	1,39E-03	9,48E-04	7,22E-03
3	2	9	54	30	1,38E-03	9,43E-04	7,40E-03
3	2	10	60	30	1,40E-03	9,55E-04	7,25E-03
3	3	6	54	28	1,18E-03	7,46E-04	8,01E-03
3	3	7	63	26	1,18E-03	7,48E-04	8,00E-03
3	3	8	72	30	1,17E-03	7,40E-04	7,94E-03
3	3	9	81	34	1,17E-03	7,42E-04	7,99E-03
3	3	10	90	34	1,17E-03	7,43E-04	7,97E-03
3	4	6	72	34	9,78E-04	5,56E-04	7,83E-03
3	4	7	84	32	9,80E-04	5,59E-04	7,85E-03
3	4	8	96	36	9,62E-04	5,42E-04	7,53E-03
3	4	9	108	40	9,69E-04	5,49E-04	7,68E-03
3	4	10	120	40	9,67E-04	5,47E-04	7,63E-03
3	5	6	90	36	9,28E-04	4,97E-04	8,87E-03
3	5	7	105	34	9,28E-04	4,98E-04	8,87E-03
3	5	8	120	38	9,18E-04	4,94E-04	8,73E-03
3	5	9	135	42	9,24E-04	4,95E-04	8,82E-03
3	5	10	150	42	9,23E-04	4,96E-04	8,80E-03
4	2	6	48	28	1,23E-03	7,85E-04	7,67E-03
4	2	7	56	26	1,23E-03	7,85E-04	7,66E-03
4	2	8	64	30	1,22E-03	7,75E-04	7,59E-03



Período de Amostragem			1/10 Hora		TSK		
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
4	2	9	72	34	1,22E-03	7,81E-04	7,64E-03
4	2	10	80	34	1,22E-03	7,79E-04	7,62E-03
4	3	6	72	34	1,11E-03	6,69E-04	7,85E-03
4	3	7	84	32	1,11E-03	6,68E-04	7,84E-03
4	3	8	96	36	1,09E-03	6,60E-04	7,76E-03
4	3	9	108	40	1,10E-03	6,66E-04	7,82E-03
4	3	10	120	40	1,10E-03	6,63E-04	7,79E-03
4	4	6	96	36	9,58E-04	5,37E-04	7,62E-03
4	4	7	112	34	9,58E-04	5,37E-04	7,63E-03
4	4	8	128	38	9,47E-04	5,30E-04	7,42E-03
4	4	9	144	42	9,53E-04	5,33E-04	7,52E-03
4	4	10	160	42	9,51E-04	5,32E-04	7,48E-03
4	5	6	120	44	9,20E-04	4,95E-04	8,73E-03
4	5	7	140	42	9,21E-04	4,96E-04	8,73E-03
4	5	8	160	46	9,07E-04	4,91E-04	8,54E-03
4	5	9	180	50	9,15E-04	4,94E-04	8,66E-03
4	5	10	200	50	9,13E-04	4,93E-04	8,62E-03

Tabela I - Variação do erro do modelo TSK do crescimento celular com temperatura exterior variável para dados obtidos com taxa de amostragem de 1 amostra/hora em função da partição das variáveis de entrada.

Período de Amostragem			1/Hora		TSK Tc Variável		
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
2	2	6	24	24	1,67E-02	4,83E-03	3,02E-01
2	2	7	28	28	1,66E-02	4,58E-03	3,02E-01
2	2	8	32	32	1,65E-02	4,41E-03	3,02E-01
2	2	9	36	36	1,64E-02	4,26E-03	3,02E-01
2	2	10	40	40	1,64E-02	4,41E-03	3,02E-01
2	3	6	36	36	1,61E-02	3,87E-03	3,02E-01
2	3	7	42	42	1,61E-02	3,68E-03	3,02E-01
2	3	8	48	47	1,61E-02	3,61E-03	3,02E-01
2	3	9	54	53	1,60E-02	3,51E-03	3,02E-01
2	3	10	60	55	1,60E-02	3,59E-03	3,02E-01
2	4	6	48	48	1,61E-02	3,68E-03	3,02E-01
2	4	7	56	54	1,61E-02	3,65E-03	3,02E-01
2	4	8	64	60	1,61E-02	3,59E-03	3,02E-01
2	4	9	72	66	1,60E-02	3,55E-03	3,02E-01
2	4	10	80	68	1,60E-02	3,54E-03	3,02E-01
2	5	6	60	60	1,60E-02	3,44E-03	3,02E-01
2	5	7	70	68	1,60E-02	3,40E-03	3,02E-01
2	5	8	80	74	1,60E-02	3,39E-03	3,02E-01
2	5	9	90	82	1,59E-02	3,34E-03	3,02E-01
2	5	10	100	82	1,59E-02	3,35E-03	3,02E-01
3	2	6	36	36	1,63E-02	3,94E-03	3,02E-01
3	2	7	42	42	1,62E-02	3,87E-03	3,02E-01
3	2	8	48	48	1,62E-02	3,76E-03	3,02E-01
3	2	9	54	54	1,61E-02	3,75E-03	3,02E-01
3	2	10	60	56	1,61E-02	3,74E-03	3,02E-01
3	3	6	54	46	1,61E-02	3,65E-03	3,02E-01
3	3	7	63	54	1,61E-02	3,60E-03	3,02E-01
3	3	8	72	60	1,61E-02	3,52E-03	3,02E-01
3	3	9	81	68	1,60E-02	3,51E-03	3,02E-01
3	3	10	90	68	1,60E-02	3,50E-03	3,02E-01
3	4	6	72	58	1,61E-02	3,60E-03	3,02E-01
3	4	7	84	65	1,61E-02	3,58E-03	3,02E-01
3	4	8	96	71	1,61E-02	3,54E-03	3,02E-01
3	4	9	108	78	1,60E-02	3,50E-03	3,02E-01
3	4	10	120	79	1,60E-02	3,51E-03	3,02E-01
3	5	6	90	68	1,60E-02	3,40E-03	3,02E-01
3	5	7	105	78	1,60E-02	3,38E-03	3,02E-01
3	5	8	120	84	1,60E-02	3,34E-03	3,02E-01
3	5	9	135	94	1,59E-02	3,31E-03	3,02E-01
3	5	10	150	92	1,59E-02	3,31E-03	3,02E-01
4	2	6	48	48	1,61E-02	3,67E-03	3,02E-01
4	2	7	56	56	1,61E-02	3,60E-03	3,02E-01
4	2	8	64	62	1,61E-02	3,54E-03	3,02E-01

Período de Amostragem			1/ Hora		TSK Te Variável		
Partição			Regras		Erro		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
4	2	9	72	70	1,60E-02	3,51E-03	3,02E-01
4	2	10	80	70	1,60E-02	3,53E-03	3,02E-01
4	3	6	72	56	1,61E-02	3,56E-03	3,02E-01
4	3	7	84	65	1,61E-02	3,53E-03	3,02E-01
4	3	8	96	71	1,61E-02	3,47E-03	3,02E-01
4	3	9	108	80	1,60E-02	3,44E-03	3,02E-01
4	3	10	120	79	1,60E-02	3,43E-03	3,02E-01
4	4	6	96	63	1,60E-02	3,42E-03	3,02E-01
4	4	7	112	72	1,60E-02	3,37E-03	3,02E-01
4	4	8	128	78	1,60E-02	3,34E-03	3,02E-01
4	4	9	144	88	1,59E-02	3,31E-03	3,02E-01
4	4	10	160	86	1,59E-02	3,31E-03	3,02E-01
4	5	6	120	77	1,60E-02	3,33E-03	3,02E-01
4	5	7	140	87	1,60E-02	3,34E-03	3,02E-01
4	5	8	160	93	1,60E-02	3,30E-03	3,02E-01
4	5	9	180	104	1,59E-02	3,27E-03	3,02E-01
4	5	10	200	101	1,59E-02	3,26E-03	3,02E-01

**Tabela J - Variação do erro do modelo TSK do crescimento celular com temperatura exterior variável para dados obtidos com taxa de amostragem de 6 amostras/hora em função da partição das variáveis de entrada.**

Período de Amostragem			1/10 Hora		TSK	Tc Variável	
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
2	2	6	24	24	5,18E-02	1,10E-02	1,36E-01
2	2	7	28	28	5,08E-02	8,97E-03	1,40E-01
2	2	8	32	32	5,06E-02	8,33E-03	1,41E-01
2	2	9	36	36	5,03E-02	8,21E-03	1,85E-01
2	2	10	40	40	4,93E-02	7,72E-03	3,01E-01
2	3	6	36	36	5,13E-02	9,94E-03	1,37E-01
2	3	7	42	42	5,06E-02	7,81E-03	1,41E-01
2	3	8	48	48	5,06E-02	8,00E-03	1,47E-01
2	3	9	54	54	5,02E-02	7,87E-03	2,05E-01
2	3	10	60	60	4,92E-02	7,31E-03	3,20E-01
2	4	6	48	48	5,10E-02	8,74E-03	1,37E-01
2	4	7	56	56	5,06E-02	7,73E-03	1,42E-01
2	4	8	64	64	5,05E-02	7,81E-03	1,52E-01
2	4	9	72	72	5,01E-02	7,57E-03	2,24E-01
2	4	10	80	80	4,91E-02	7,24E-03	3,36E-01
2	5	6	60	60	5,09E-02	8,55E-03	1,38E-01
2	5	7	70	70	5,06E-02	7,48E-03	1,42E-01
2	5	8	80	80	5,05E-02	7,59E-03	1,54E-01
2	5	9	90	90	5,01E-02	7,33E-03	2,38E-01
2	5	10	100	100	4,90E-02	7,04E-03	3,47E-01
3	2	6	36	36	5,10E-02	9,27E-03	1,36E-01
3	2	7	42	42	5,07E-02	7,94E-03	1,40E-01
3	2	8	48	48	5,06E-02	7,95E-03	1,43E-01
3	2	9	54	54	5,03E-02	7,82E-03	1,90E-01
3	2	10	60	60	4,92E-02	7,42E-03	3,05E-01
3	3	6	54	48	5,09E-02	8,73E-03	1,37E-01
3	3	7	63	56	5,06E-02	7,72E-03	1,42E-01
3	3	8	72	64	5,05E-02	7,82E-03	1,50E-01
3	3	9	81	72	5,02E-02	7,63E-03	2,12E-01
3	3	10	90	80	4,91E-02	7,10E-03	3,22E-01
3	4	6	72	63	5,09E-02	8,34E-03	1,37E-01
3	4	7	84	72	5,06E-02	7,60E-03	1,42E-01
3	4	8	96	81	5,05E-02	7,66E-03	1,53E-01
3	4	9	108	92	5,01E-02	7,45E-03	2,27E-01
3	4	10	120	102	4,90E-02	7,14E-03	3,37E-01
3	5	6	90	72	5,08E-02	8,24E-03	1,38E-01
3	5	7	105	84	5,06E-02	7,38E-03	1,42E-01
3	5	8	120	95	5,05E-02	7,54E-03	1,54E-01
3	5	9	135	107	5,01E-02	7,31E-03	2,38E-01
3	5	10	150	119	4,90E-02	7,01E-03	3,48E-01
4	2	6	48	48	5,09E-02	8,78E-03	1,37E-01
4	2	7	56	56	5,06E-02	7,79E-03	1,41E-01
4	2	8	64	62	5,05E-02	7,69E-03	1,48E-01

**ANEXO A**

Período de Amostragem			1/10 Hora		TSK Tc Variável		
Substrato	Etanol	Temperatura	Regras Iniciais	Regras Finais	Erro Quadrático	Erro Máximo	Erro Absoluto
4	2	9	72	70	5,02E-02	7,55E-03	1,98E-01
4	2	10	80	78	4,92E-02	7,14E-03	3,09E-01
4	3	6	72	61	5,09E-02	8,39E-03	1,37E-01
4	3	7	84	71	5,06E-02	7,61E-03	1,42E-01
4	3	8	96	80	5,05E-02	7,64E-03	1,52E-01
4	3	9	108	90	5,02E-02	7,44E-03	2,16E-01
4	3	10	120	99	4,91E-02	7,13E-03	3,23E-01
4	4	6	96	72	5,08E-02	8,30E-03	1,37E-01
4	4	7	112	84	5,06E-02	7,59E-03	1,42E-01
4	4	8	128	94	5,05E-02	7,60E-03	1,53E-01
4	4	9	144	106	5,01E-02	7,31E-03	2,29E-01
4	4	10	160	116	4,90E-02	7,08E-03	3,38E-01
4	5	6	120	85	5,08E-02	8,08E-03	1,38E-01
4	5	7	140	99	5,06E-02	7,38E-03	1,43E-01
4	5	8	160	112	5,05E-02	7,48E-03	1,54E-01
4	5	9	180	126	5,01E-02	7,25E-03	2,38E-01
4	5	10	200	138	4,90E-02	7,02E-03	3,48E-01