



Análise do comportamento quase-estático de um trem
Epicycloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

UMINHO | 2022

Ana Margarida Silva Barroso



Universidade do Minho
Escola de Engenharia

Ana Margarida Silva Barroso

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicycloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

outubro de 2022



Universidade do Minho
Escola de Engenharia

Ana Margarida Silva Barroso

**Análise do comportamento quase-estático
de um trem epicicloidal de três satélites:
efeito do desalinhamento**

Dissertação de Mestrado
Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Trabalho efetuado sob a orientação do:
Professor Doutor Nuno Miguel Magalhães Dourado

DIREITOS DE AUTOR E CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO TRABALHO POR TERCEIROS

Este é um trabalho académico que pode ser utilizado por terceiros desde que respeitadas as regras e boas práticas internacionalmente aceites, no que concerne aos direitos de autor e direitos conexos.

Assim, o presente trabalho pode ser utilizado nos termos previstos na licença abaixo indicada.

Caso o utilizador necessite de permissão para poder fazer um uso do trabalho em condições não previstas no licenciamento indicado, deverá contactar o autor, através do RepositóriUM da Universidade do Minho.

Licença concedida aos utilizadores deste trabalho



Atribuição-NãoComercial

CC BY-NC

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

AGRADECIMENTOS

A presente dissertação só foi possível concluir com o apoio incondicional de diversas pessoas e aqui deixo o meu enorme agradecimento.

Primeiramente ao Professor Doutor Nuno Miguel Magalhães Dourado, meu orientador nesta dissertação, pelo apoio proporcionado ao longo dos últimos meses. Agradeço a ajuda na resolução dos problemas que sugeriram, bem como a disponibilidade que sempre demonstrou.

Aos meus pais, à minha irmã e restante família por me ajudarem a ultrapassar momentos difíceis e por virem sempre em meu auxílio sempre que precisei.

Por fim, aos meus amigos, em especial ao *Pepper Clear*, à Maria e à Rita pelos bons momentos que me proporcionaram, as horas de motivação para a conclusão de trabalhos e a bonita amizade que criamos.

Este trabalho teve o apoio da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia, através do Programa bilateral com a Tunísia, intitulado “Modelação híbrida para estudo e análise do comportamento dinâmico de sistemas de transmissão mecânica por rodas dentadas”.



UNIÃO EUROPEIA
Fundo Europeu
de Desenvolvimento Regional

DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho académico e confirmo que não recorri à prática de plágio nem a qualquer forma de utilização indevida ou falsificação de informações ou resultados em nenhuma das etapas conducente à sua elaboração.

Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

Universidade do Minho, 31 de outubro de 2022

RESUMO

Esta dissertação visa analisar o efeito do desalinhamento do anel exterior de um trem epicicloidal num conjunto de parâmetros de funcionamento habitualmente empregues na caracterização mecânica de engrenagens. Para o efeito, elaborou-se um modelo numérico, pelo Método dos Elementos Finitos, a partir de uma formulação matemática que permite gerar o perfil do dente. O referido modelo permitiu reproduzir corretamente uma parcela significativa do ciclo de engrenamento de um trem epicicloidal simplificado, formado por uma única roda satélite, na ausência de atrito. Os parâmetros de funcionamento foram a pressão de contacto, a área de contacto dos dentes, bem como a força normal e tangencial desenvolvida no contacto entre os dentes.

Este estudo permitiu identificar padrões de comportamento nos parâmetros de funcionamento atrás referidos, ao longo da mesma parcela do ciclo de engrenamento. Estes padrões foram posteriormente comparados com os obtidos na condição de desalinhamento do anel exterior, revelando diferenças assinaláveis.

PALAVRAS-CHAVE

TREM EPICICLOIDAL; MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS; DESALINHAMENTO; PARÂMETROS DE FUNCIONAMENTO

ABSTRACT

This dissertation aims to analyse the effect of the misalignment of a train Epicyclic's exterior ring in a set of operating parameters commonly used in the mechanical characterisation of gears. For this purpose, a numerical model was elaborated, by the Finite Element Method, from a mathematical formulation that allows the generation of the tooth profile. This model allowed to correctly reproduce a portion of the gearing cycle of a simplified epicyclic train, formed by a single satellite wheel, in the absence of friction. The operating parameters were the contact pressure, the contact area of the teeth, as well as the normal and tangential force developed in the contact between the teeth.

With this study is possible to identify patterns of behaviour in the parameters mentioned above, along the same portion of the gearing cycle. These patterns were later compared with those obtained in the misalignment condition of the exterior ring, revealing notable differences.

KEYWORDS

EPICYCLIC GEAR; FINITE ELEMENT METHOD; MISALIGNMENT; OPERATING PARAMETERS

ÍNDICE

Agradecimentos	ii
Resumo.....	4
Abstract	5
Índice	6
Índice de Figuras.....	8
Índice de Tabelas.....	11
Índice de Gráficos.....	Erro! Marcador não definido.
Lista de Abreviaturas, Siglas e Acrónimos.....	12
1. Introdução.....	14
1.1. Estrutura do documento	15
2. Introdução Teórica	16
2.1. Engrenagens	16
2.1.1. Classificação de engrenagens.....	16
2.2. Nomenclatura Fundamental.....	17
2.3. Trens de engrenagens	20
2.3.1. Trens Epicicloidais	20
2.4. Formulação Matemática do Perfil do Dente	22
2.4.1. Contacto no engrenamento de perfis conjugados da roda satélite com anel exterior	22
2.4.2. Raio de concordância exterior na evolvente do dente do satélite	24
2.4.3. Raio de concordância interno do dente na evolvente do anel exterior	27
4. Simulação do funcionamento do modelo do trem epicicloidal.....	29
4.1. Parâmetros tecnológicos	29
4.2. Descrição do modelo numérico.....	30

4.3.	Definição das Condições de Fronteira	31
4.4.	Definição das Superfícies de Contacto	34
4.4.1.	Par de Contacto A.....	34
4.4.2.	Par de contacto B	36
4.4.3.	Outros pares de contacto.....	38
5.	Movimento angular do trem epicicloidal em torno do eixo Z	41
5.1.	Pós-Processamento da rotação do trem epicicloidal em torno do eixo z.....	43
5.1.1.	Eixo do Porta -satélites / Furo da Roda Satélite.....	43
5.1.2.	1º Par de dentes do contacto B.....	46
5.1.3.	2º Par de dentes do contacto A	49
6.	Rotação em torno do eixo X.....	53
6.1.	Pós-Processamento da Rotação em torno do eixo x.....	54
6.1.1.	Eixo do Porta -satélites / Furo da Roda Satélite.....	54
6.1.2.	1º Par de dentes do contacto B e 2º par de dentes no par de contacto A	56
7.	Discussão de resultados	60
8.	Conclusões e trabalhos futuros.....	63
	Bibliografia.....	64
	Anexo A: ÂNGULOS de rotação em torno do eixo Z	65
	Anexo B: EIXO do porta Satélite/furo RODA SATÉLITE	67
	Anexo C: 1º par de dentes do contacto B	69
	Anexo D: 2ºpar de dentes do contacto A.....	71
	Anexo E: 3ºpar de dentes do contacto A	73

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1-Terminologia setor de uma roda cilíndrica exterior de dentes retos[1]	17
Figura 2.2-Nomenclatura fundamental de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos[1]	17
Figura 2.3-Relação o entre o módulo, tamanho dos dentes e número de dentes [1]	18
Figura 2.4-Representação dos ângulos de incidência e de pressão[1].....	19
Figura 2.5-Trem de engrenagens cilíndricas normal composto[1].....	20
Figura 2.6-Representação de um trem de engrenagens epicicloidal[1].....	21
Figura 2.7-Esquema de um trem epicicloidal[2]	21
Figura 2.8- Estudos realizados sobre trens de engrenagens epicicloidal ao longo dos anos[4]	22
Figura 2.9-Posição inicial e genérica da roda satélite e do anel exterior[5].....	23
Figura 2.10-Raio de concordância exterior na evolvente do dente do satélite[5]	25
Figura 2.11.-Raio de concordância do dente na evolvente do anel exterior	27
Figura 2.12-Modelo de dente do trem epicicloidal	28
Figura 4.1- Malha de EF do trem epicicloidal.	30
Figura 4.2-Elemento paralelepipedico quadrático de 20 nós[6]	31
Figura 4.3- Modelo do trem epicicloidal.....	32
Figura 4.4-Pares cinemáticos estabelecidos (situação A e B).....	33
Figura 4.5- Família de nós encastrada na superfície exterior do anel exterior	33
Figura 4.6-Comando para a criação dos pares de contacto entre o anel exterior e a roda satélite	35
Figura 4.7-Superfícies de contacto entre o anel exterior e a roda satélite	35
Figura 4.8-Nomenclatura das superfícies de contacto entre o anel exterior e a roda satélite	36
Figura 4.9- Superfícies de contacto entre a roda satélite e a roda planetária	36
Figura 4.10-Comando para a criação dos pares de contacto entre a roda planetária e a roda satélite	37
Figura 4.11-Nomenclatura das superfícies de contacto entre a roda satélite e a roda planetária.....	38

Figura 4.12- Superfície de contacto entre frente do porta satélites e a roda planetária	38
Figura 4.13-Comando para a criação dos pares de contacto entre a roda planetária e o porta-satélites.....	39
Figura 4.14-superfície de contacto entre a roda satélite e o porta-satélites.....	39
Figura 4.15-Comando para a criação dos pares de contacto entre a roda satélite e o porta-satélites.....	40
Figura 4.16-Superfícies de contacto entre o eixo do porta-satélites e o furo da roda satélite	40
Figura 4.17-Comando para a criação dos pares de contacto entre o furo da planetária e o pino-porta satélites.....	41
Figura 5.1-Evolução da posição do trem epicicloidal na rotação: A) rotação 0; B) rotação 100	42
Figura 5.2- Representação da transformação do movimento de um ponto em torno do eixo Z.....	42
Figura 5.3 - Gráfico da área de contacto em função da posição do porta-satélites na superfície de contacto pino/roda satélite.	44
Figura 5.4 - Gráfico da Força Normal em função da posição do porta-satélites na superfície de contacto eixo/roda satélite.....	44
Figura 5.5 - Gráfico da Força Tangencial em função da posição do porta-satélites na superfície de contacto eixo/roda satélite.....	45
Figura 5.6-Gráfico da Força Resultante em função da posição do porta-satélites na superfície de contacto eixo/roda satélite.....	45
Figura 5.7-Gráfico de Pressão em função da posição do porta-satélites na superfície de contacto eixo/roda satélite.....	46
Figura 5.8 - Gráfico da Área de contacto em função da posição do porta-satélites no 1º par de dentes do contacto B.....	47
Figura 5.9 - Gráfico da Força Normal em função da posição do porta-satélites no 1º par de dentes do contacto B.....	47
Figura 5.10 - Gráfico Força Tangencial em função da posição do porta-satélites no 1º par de dentes do contacto B.....	48

Figura 5.11 - Gráfico da Força Resultante em função da posição do porta-satélites no 1º par de dentes do contacto B.....	48
Figura 5.12 - Gráfico da Pressão em função da posição do porta-satélites no 1º par de dentes do contacto B.....	49
Figura 5.13 - Gráfico da Área de contacto em função da posição do porta-satélites no 2º par de dentes do contacto A.....	50
Figura 5.14 - Gráfico da Força Normal em função da posição do porta-satélites no 2º par de dentes do contacto A.....	50
Figura 5.15 - Gráfico da Força tangencial em função da posição do porta-satélites no 2º par de dentes do contacto A.....	51
Figura 5.16 - Gráfico da Força resultante em função da posição do porta-satélites no 2º par de dentes do contacto A.....	51
Figura 5.17 - Gráfico da Pressão em função da posição do porta-satélites no 2º par de dentes do contacto A.....	52
Figura 6.1-Desalinhamento do trem epicicloidal.....	53
Figura 6.2 - Gráfico comparativo da área de contacto no par de contacto	54
Figura 6.3 - Gráfico comparativo força tangencial no par de contacto.....	55
Figura 6.4 - Gráfico comparativo da força normal no par de contacto	55
Figura 6.5 - Gráfico comparativo da pressão no par de contacto	55
Figura 6.6 - Gráfico comparativo da área de contacto 1º par de dentes no par de contacto B	56
Figura 6.7 - Gráfico comparativo da força normal 1º par de dentes no par de contacto B	56
Figura 6.8 - Gráfico comparativo força tangencial 1º par de dentes no par de contacto B	57
Figura 6.9 - Gráfico comparativo da pressão 1º par de dentes no par de contacto B	57
Figura 7.1 - Gráfico da Força Normal para os ângulos 0, 0.0025 e 0.005.....	61
Figura 7.2 - Gráfico da área de contacto para os ângulos 0, 0.0025 e 0.005	61
Figura 7.3 - Gráfico da Força tangencial para os ângulos 0, 0.0025 e 0.005	62
Figura 7.4 - Gráfico da Pressão para os ângulos 0, 0.0025 e 0.005	62

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros tecnológicos do trem epicicloidal	29
Tabela 2- Número de nós e elementos.....	31
Tabela 3- Valores dos componentes para a orientação 1.537°	60
Tabela 4-Resultados obtidos para o par de contacto eixo do porta satélite e furo da roda satélite	67
Tabela 5-Resultados obtidos para a interação do 1º par de contacto B.....	69
Tabela 6-Resultados obtidos para a interação do 2º par de contacto A.....	71
Tabela 7-Resultados obtidos para a interação do 3º par de contacto A.....	73

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E ACRÓNIMOS

MEF	Método dos Elementos Finitos
RPM	Rotações por minuto
Z	Número de dentes
h_a	Saliência
h_f	Reentrância
h	Altura do dente
d	Diâmetro primitivo
D_f	Diâmetro de raiz
d_a	Diâmetro de coroa
P	Passo
m	Módulo
α	Ângulo de pressão
θ	Ângulo de incidência
I	Ponto Primitivo
r_{fill}	Raio de Concordância
P	Ponto primitivo
O	Origem
d_0	Distância de montagem
δ	Sobreposição geométrica
θ_i	Amplitude angular
ρ_i	Raio equivalente
Ψ_i	Ângulo
Cri	Raio de concordância
φ_0	Ângulo da posição inicial
φ_T	Ângulo da posição genérica
μ_i	Componente do ângulo da posição genérica
ξ_i	Componente do ângulo da posição genérica

P_N	Força Normal
P_T	Força Tangencial
P_R	Força Resultante
P	Pressão de Contacto
T_S	Momento motor
T_C	Momento motor resistente
Z_R	Número de dentes do anel exterior
Z_S	Número de dentes da roda planetária
P	Norma euclidiana do vetor das forças exteriores
I	Norma do vetor das forças internas
α_c	Ângulo do porta-satélites
α_s	Ângulo da roda planetária
α_p	Ângulo roda satélite
T_R	Matriz de transformação

1. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de ferramentas numéricas destinadas à simulação das condições de funcionamento de trens de engrenagens oferece a possibilidade a projetistas e a técnicos de manutenção de obter um conjunto de informações muito úteis. De entre as possibilidades que se oferecem com estes modelos, destaca-se a avaliação do erro de transmissão e da amplitude das pressões de contacto geradas ao longo do ciclo de engrenamento, que poderá ser realizada através de uma análise quase-estática ou dinâmica, com prescrição realista dos constrangimentos, bem como das propriedades mecânicas dos materiais. Outra informação relevante, diz respeito à estimativa dos valores máximos das pressões instaladas nos apoios/juntas (rotóides) chumaceira-moente, em resultado da observação ou consideração de desalinhamentos dos eixos das rodas, devidos a erros associados à montagem ou ao desgaste prematuro dos componentes mecânicos. Estes indicadores de desempenho integram o conjunto de parâmetros comumente utilizados no aperfeiçoamento de sistemas de transmissão. Esta informação não pode ser obtida recorrendo a métodos de dimensionamento clássicos, visto que a abordagem adotada nesses procedimentos baseia-se na análise cinemática, que não leva em linha de conta a deformação dos corpos[1].

Com esta dissertação pretende-se desenvolver um modelo de elementos finitos de um trem de engrenagens epicicloidal de dentes retos de três satélites, equipado com um porta-satélites, uma roda planetária e um anel exterior fixo, empregando pinos metálicos nas juntas rotóides. Escolher-se-á um conjunto de parâmetros tecnológicos representativo do funcionamento de um trem com aquelas características (i.e., número de dentes, entre-eixo e ângulo de pressão normalizados [2]), e parametrizar-se-ão a amplitude do desalinhamento. Deste modelo extrair-se-ão curvas de pressão de contacto em função do parâmetro de desalinhamento[3, 4]. Este estudo envolverá a realização de análises em regime de carregamento quase-estático para várias posições do ciclo de engrenamento (amplitude de 40% do total), à semelhança de J. Sanchez [5].

1.1. ESTRUTURA DO DOCUMENTO

O presente documento encontra-se estruturado em 6 capítulos:

No primeiro capítulo é feito um enquadramento teórico sobre o caso que se encontra em estudo.

No segundo capítulo tem como objetivo gerar um modelo do trem epicycloidal que permita a realização de simulações.

O terceiro capítulo e quarto abordam as transformações geométricas que o modelo necessita de realizar para se complete o objetivo definido para esta dissertação. Nestes capítulos também é feito um tratamento de dados para se retirar conclusões.

No quinto capítulo são comparados os três ângulos de rotação em torno do eixo z (0, 0.0025 e 0.005 radianos)

No sexto capítulo, são retiradas conclusões acerca das análises efetuadas.

2. INTRODUÇÃO TEÓRICA

Neste Capítulo realiza-se uma introdução aos conceitos base das engrenagens, trens de engrenagem e trens epicicloidais, focada na formulação teórica necessária para a criação do modelo do perfil de dente do trem epicicloidal.

2.1. ENGRENAGENS

As engrenagens são órgãos de máquinas que têm por função transmitir a potência e o movimento entre o órgão motor e o órgão movido[4]. Nestas, o contacto ocorre sem escorregamento, pelo que a relação de transmissão é constante. As engrenagens podem ser utilizadas para transmitir movimento entre eixos paralelos, concorrentes ou não coplanares. Estes órgãos motores permitem operar sistemas mecânicos de baixas e altas frequências angulares de rotação. Estes componentes são bastante utilizados, uma vez que apresentam um conjunto de características favoráveis, nomeadamente, elevada capacidade de resistência, boa precisão, relação de transmissão constante, fiabilidade, durabilidade e dimensões reduzidas [2].

2.1.1. CLASSIFICAÇÃO DE ENGRENAGENS

As engrenagens são divididas segundo três critérios, nomeadamente a disposição relativa dos eixos das rodas, forma dos dentes e posição relativa do centro instantâneo de rotação. No que se refere à disposição relativa dos eixos da roda, podem ser classificadas em cilíndricas, se os eixos forem paralelos; cónicas, se os eixos forem concorrentes e torsos, se os eixos forem coplanares[6].

Relativamente à forma do dente, são denominados por dentes retos, dentes helicoidais/inclinados e por dentes espirais ou curvos[6].

Por último, a classificação segundo a posição dos centros instantâneos de rotação é definida por engrenagens interiores ou exteriores[2].

2.2. NOMENCLATURA FUNDAMENTAL

Nesta secção apresenta-se a terminologia de base das engrenagens (Figs. 2.1 e 2.2), necessária à compreensão do presente documento.

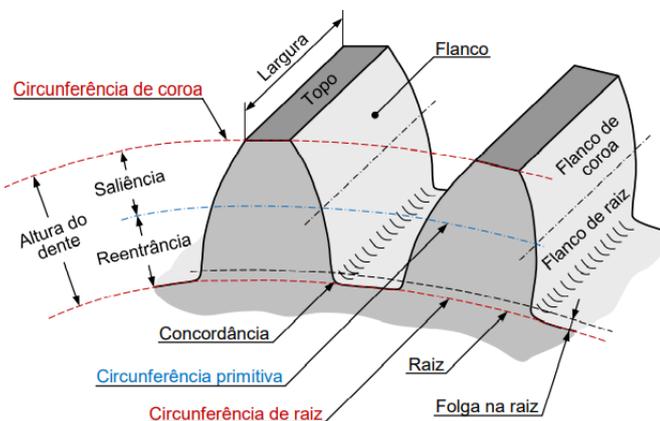


Figura 2.1-Terminologia setor de uma roda cilíndrica exterior de dentes retos[2]

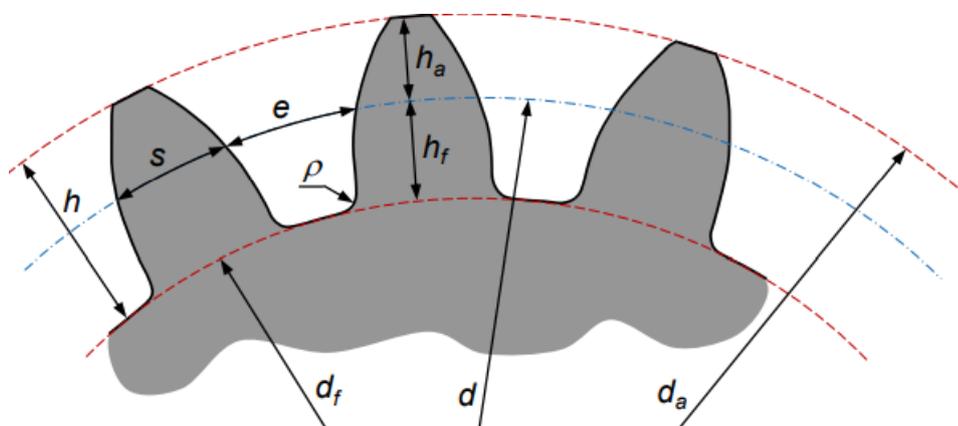


Figura 2.2-Nomenclatura fundamental de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos[2]

Na Figura 2.1 e na Figura 2.2 pode-se visualizar os importantes componentes que constituem a engrenagem:

- Número de dentes (Z);
- Saliência (h_a) - distância compreendida entre a superfície de coroa e a superfície primitiva;
- Reentrância(h_f) - distância entre a superfície primitiva e a superfície de raiz;
- Altura do dente (h)- distância entre a circunferência de coroa e a circunferência de raiz.

É obtida a partir da equação (2.1):

$$h = h_a + h_f ; \quad (2.1)$$

-Diâmetro primitivo (d)- diâmetro intermédio entre o diâmetro de coroa e o diâmetro de raiz;

-Diâmetro de raiz (d_f) – diâmetro definido pelas superfícies cilíndricas coaxiais, que contêm a raiz, com o eixo da roda ;

-Diâmetro de coroa (d_o) - diâmetro definido pelas superfícies cilíndricas coaxiais, que contêm a coroa, com o eixo da roda;

-Passo (p)- comprimento do arco da circunferência primitiva feito entre dois flancos consecutivos e homólogos;

-Módulo (m)- o módulo é a grandeza que melhor define uma roda dentada.

O módulo está diretamente relacionado com o tamanho dos dentes da roda dentada[7]. É um parâmetro que se encontra normalizado com o intuito de uniformizar as rodas dentadas. Pode ser descrito pela equação (2.2):

$$m = \frac{p}{\pi} \quad (2.2)$$

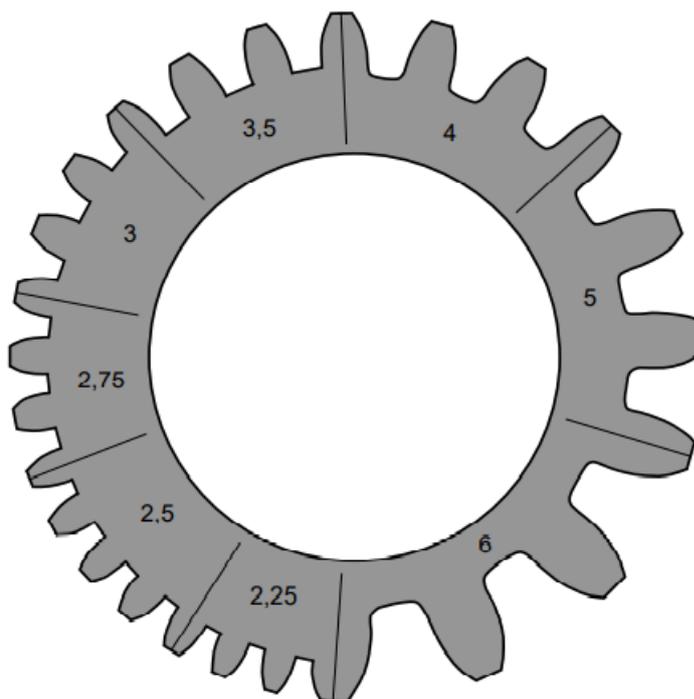


Figura 2.3-Relação o entre o módulo, tamanho dos dentes e número de dentes [2]

-Ângulo de pressão (α)- ângulo que define a direção da força que a roda motora exerce sobre a movida;

-Ângulo de incidência (θ)- ângulo agudo formado pela tangente ao perfil do dente num ponto qualquer e pelo raio da roda nesse ponto;

Na Figura 2.4 encontra-se a representação do ângulo de pressão e do ângulo de incidência, cujas definições foram apresentadas anteriormente.

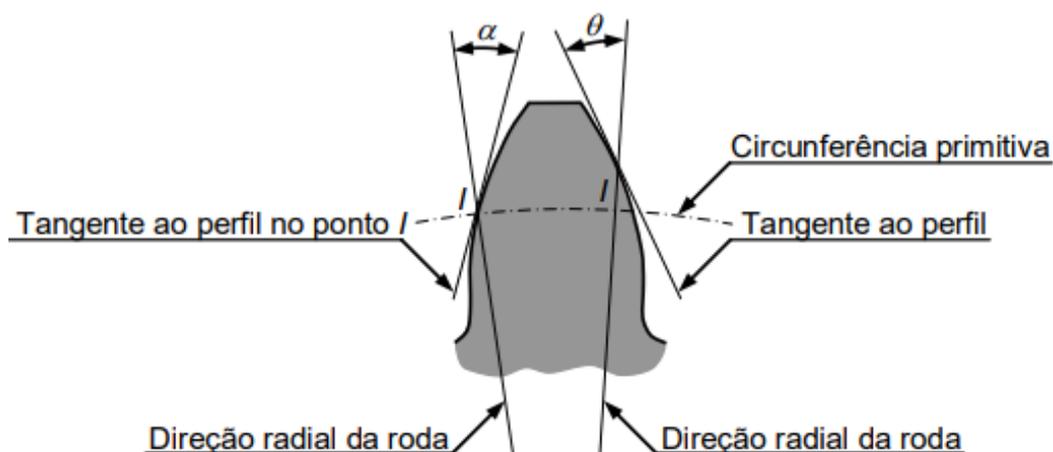


Figura 2.4-Representação dos ângulos de incidência e de pressão[2]

-Ponto Primitivo (I)- Ponto primitivo é o ponto tangente entre duas circunferências primitivas;

Raio de Concordância (r_{fil})- O raio de concordância deve ser proporcional ao módulo e é expresso segundo a equação (2.3):

$$p = \frac{1}{3}m \quad (2.3)$$

- Linha de Engrenamento - a linha de engrenamento é sempre tangente às circunferências de base das duas rodas, passa pelo ponto primitivo e faz um ângulo (ângulo de pressão) com a linha tangente às circunferências primitivas.

2.3. TRENS DE ENGRENAGENS

O trem de engrenagens é definido como um conjunto de três ou mais rodas dentadas que se associam de forma a transmitir o movimento entre um veio de entrada e um veio de saída, sendo que o veio de entrada é também denominado por veio motor e o veio de saída por veio movido.

A utilização dos trens de engrenagens tem como principal objetivo obter uma relação de transmissão elevada num mecanismo mais compacto. Na Figura 2.5-Trem de engrenagens cilíndricas normal composto ilustra-se um exemplo de um trem de engrenagens cilíndricas normal composto.

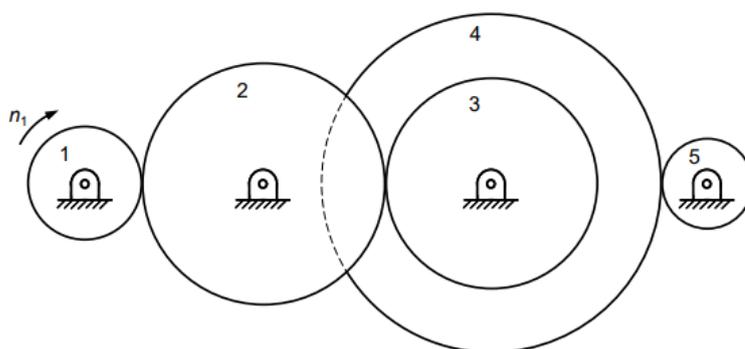


Figura 2.5-Trem de engrenagens cilíndricas normal composto[2]

2.3.1. TRENS EPICICLOIDAIS

Se um dos eixos de uma ou mais rodas dentadas tiver movimento relativamente ao fixe, o trem designa-se por epicycloidal. A roda 1 (fixe) é designada por roda planetária, a roda dois por roda satélite e o elemento 3 por porta-satélite. Na Figura 2.6 e na Figura 2.7 é possível visualizar a esquematização de um trem epicycloidal.

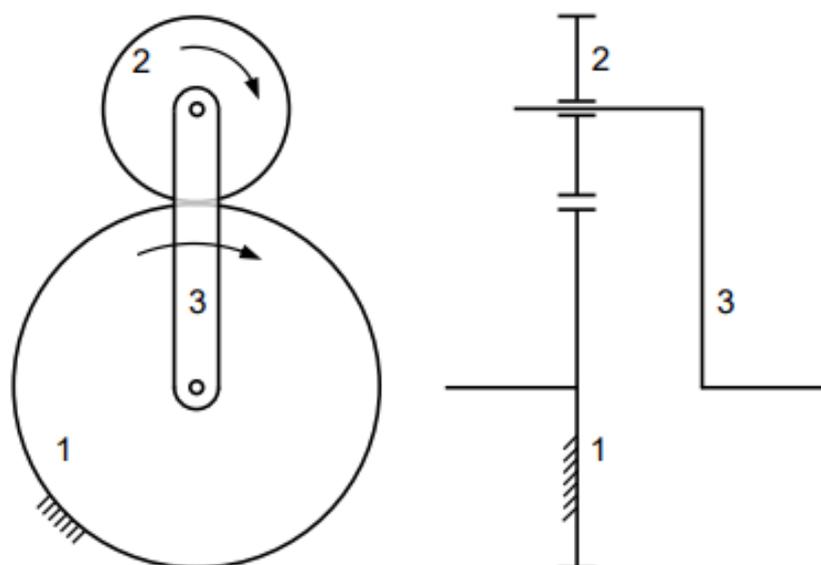


Figura 2.6-Representação de um trem de engrenagens epicicloidal[2]



Figura 2.7-Esquema de um trem epicicloidal[5]

Os estudos desenvolvidos acerca de trens epicicloidal têm vindo a aumentar (Figura 2.8) que resulta da necessidade de trens de engrenagens mais fiáveis, como requisitos de binário, velocidade e compactação superiores, devido ao aumento da sua utilização nas mais diversas áreas da engenharia. Algumas das características que tornam os trens epicicloidal apelativos são a co-axialidade dos eixos, valores de rotações por minuto (rpm) e de relação de transmissão elevados e ter uma alta eficiência.

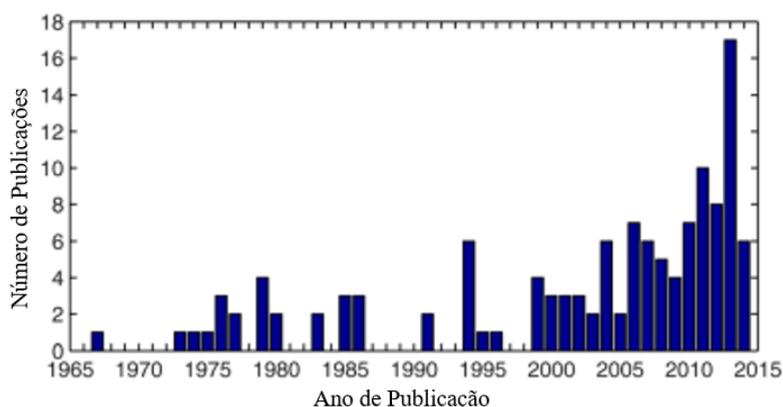


Figura 2.8- Estudos realizados sobre trens de engrenagens epicicloidal ao longo dos anos[4]

2.4. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PERFIL DO DENTE

2.4.1. CONTACTO NO ENGRENAMENTO DE PERFIS CONJUGADOS DA RODA SATÉLITE COM ANEL EXTERIOR

A formulação matemática utilizada na construção do perfil do dente do trem epicicloidal foi baseada no trabalho desenvolvido por M. Iglesias, A. Fernandez del Rincon, A. de-Juan, A. Díez-Ibarbia, P. Garcia, and F. Viadero [1].

O contacto evolvente-evolvente ocorre na linha tangente às circunferências bases também designado como linha de engrenamento ou ação. Na Figura 2.9 está representado a construção gráfica correspondente com um par interno numa posição de referência (contacto no ponto primitivo, P). Na figura a engrenagem da roda satélite encontra-se definida pelo número 1 e o anel exterior com o número 2. Existe um sistema de referência fixo com a origem O e está colocado no centro do sistema. O componente tem a posição inicial de C_{20} que coincide com a origem do referencial. A posição inicial do satélite corresponde ao C_{10} no ponto O_1 , localizado na distancia de montagem d_0 . Pondo isto, é necessário encontrar o ponto de contacto e a sobreposição geométrica δ quando ambas a as circunferências tem um deslocamento de centro (x_i, y_i) e rotação com ângulo θ_i .

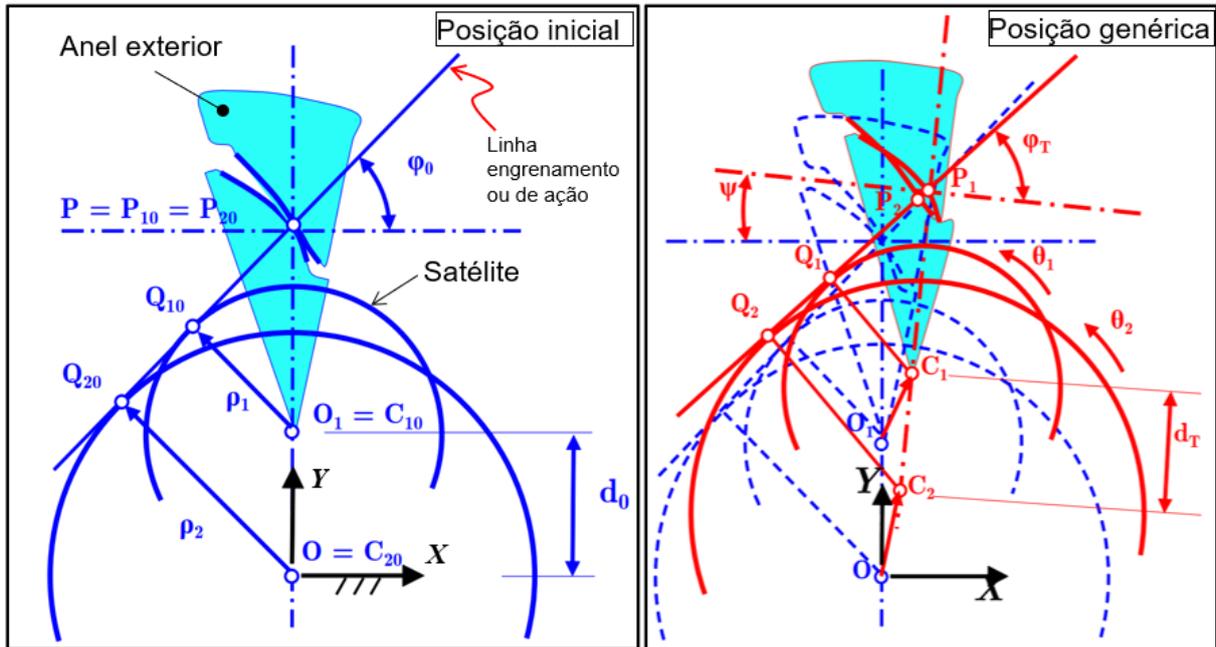


Figura 2.9-Posição inicial e genérica da roda satélite e do anel exterior[1]

Posto isto, a expressão (2.4) traduz a sobreposição geométrica:

$$\delta_{In-In} = \overline{P_1P_2} = \overline{Q_1Q_2} + \overline{Q_1P_1} - \overline{Q_2P_2} \quad (2.4)$$

De acordo com esta equação um valor positivo seria uma sobreposição, mas apenas do ponto de vista geométrico. Um valor negativo seria uma distância real entre os perfis dos dentes. Cada termo individualmente expresso na equação (2.4) pode ser obtido a partir das equações (2.5), (2.6), (2.7), (2.8), (2.9), (2.10) e (2.11):

$$\overline{Q_iP_i} = \overline{Q_{i0}P_{i0}} + \rho_i(\varphi_T - \varphi_0 + \psi - \theta_i); i = 1,2 \quad (2.5)$$

$$\overline{Q_{i0}P_{i0}} = \rho_i \tan(\varphi_0); i = 1,2 \quad (2.6)$$

$$\overline{Q_1Q_2} = d_T \sin(\varphi_T) \quad (2.7)$$

Onde:

$$\varphi_0 = \arccos\left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{d_0}\right) \quad (2.8)$$

$$\varphi_t = \arccos\left(\frac{\rho_2 - \rho_1}{d_T}\right) \quad (2.9)$$

$$d_T = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (d_0 + y_1 - y_2)^2} \quad (2.10)$$

$$\psi = -\arctan\left(\frac{x_1 - x_2}{d_0 + y_1 - y_2}\right) \quad (2.11)$$

Substituindo os termos deduzidos na equação (2.4) obtemos a equação para a sobreposição (contacto) evolvente-evolvente dos dois dentes:

$$\delta_{In-In} = d_T \sin(\varphi_T) + (\rho_2 - \rho_1)(\tan(\varphi_0) + \varphi_T - \varphi_0 + \psi) - (\rho_1\theta_1 + \rho_2\theta_2) \quad (2.12)$$

2.4.2. RAIOS DE CONCORDÂNCIA EXTERIOR NA EVOLVENTE DO DENTE DO SATÉLITE

Quando analisamos o contacto evolvente-raio de concordância exterior, a linha normal aos perfis é agora uma linha tangente à circunferência de base do perfil evolvente e que passa pelo centro da ponta do raio de concordância C_r , como se pode visualizar na Figura 2.10.

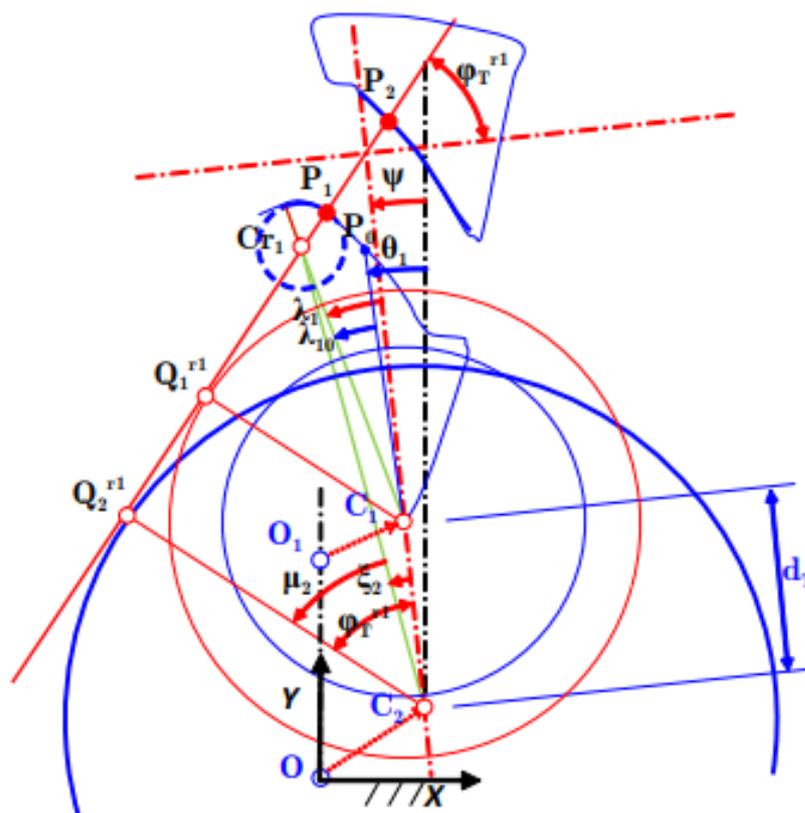


Figura 2.10-Raio de concordância exterior na evolvente do dente do satélite[1]

Tentando seguir os princípios aplicados no contacto evolvente -evolvente é criada uma circunferência de base com raio $\rho_i^{r_i}$. Devido ao engrenamento interno que ocorre na transmissão planetária não é possível aplicar a formulação de simetria, sendo necessário um procedimento diferente dependendo se o raio de concordância se encontra no satélite ou no anel exterior. Considera-se $i=1$ se o raio de concordância se encontra no satélite e $i=2$ se se encontra no anel exterior. Para o contacto estudado este subcapítulo o raio de base, $\rho_1^{r_1}$ pode ser definindo pela expressão (2.13):

$$\rho_1^{r_1} = \overline{C_1 Q_1^{r_1}} = \rho_2 - d_T \cos(\varphi_T^{r_1}) \quad (2.13)$$

Em que os termos que compõem a expressão do raio de base são definidas pelas equações (2.13),(2.14), (2.15),(2.16) e (2.17):

$$\varphi_T^{r_1} = \xi_2 + \mu_2 \quad (2.14)$$

$$\mu_2 = \arccos(\rho_2 / \overline{C_2 C_{r_1}}) \quad (2.15)$$

$$\xi_2 = \arctan2\left(\frac{\overline{C_1 C_{r1}} \sin(\lambda_1)}{d_T \overline{C_1 C_{r1}} \cos(\lambda_1)}\right) \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \lambda_1 = & \tan(\varphi_A) - \tan(\varphi_0) + \\ & + \varphi_0 - \arccos\left(\frac{\rho_1}{\overline{C_1 C_{r1}}}\right) - (\psi - \theta_1) \end{aligned} \quad (2.17)$$

A nova sobreposição geométrica pode ser então definida pela equação (2.18):

$$\delta_{Er-In} = \overline{P_1 P_2} = \overline{Q_1^{r1} Q_2^{r1}} + \overline{Q_1^{r1} P_1} - \overline{Q_2^{r1} P_2} \quad (2.18)$$

Em que os termos podem ser deduzidos pela igualdade (2.19) e (2.20) :

$$\overline{Q_1^{r1} P_1} = \overline{C_1 C_{r1}} \sin(\varphi_T^{r1} - \lambda_1) + r_{tip} \quad (2.19)$$

$$\overline{Q_2^{r1} P_2} = \overline{Q_{20} P_{20}} + \rho_2 (\varphi_T^{r1} - \varphi_0 + \psi - \theta_2) \quad (2.20)$$

Substituindo na equação (2.18) obtemos a equação para a sobreposição geométrica do raio de concordância do dente na evolvente do satélite que é dada por (2.21):

$$\begin{aligned} \delta_{Er-In} = \overline{P_1 P_2} = & d_T \sin(\varphi_T^{r1}) + \\ & (R_{Ext} - r_{tip}) \sin((\varphi_T^{r1} - \lambda_1) + r_{tip} + \rho_2 (\varphi_T^{r1} - \tan(\varphi_0) - \varphi_0 + \psi - \theta_2)) \end{aligned} \quad (2.21)$$

2.4.3. RAIOS DE CONCORDÂNCIA INTERNO DO DENTE NA EVOLVENTE DO ANEL EXTERIOR

No presente caso, evolvente-raio de concordância interno, o contacto ocorre no perfil evolvente do satélite e no raio de concordância do anel exterior (Figura 2.11).

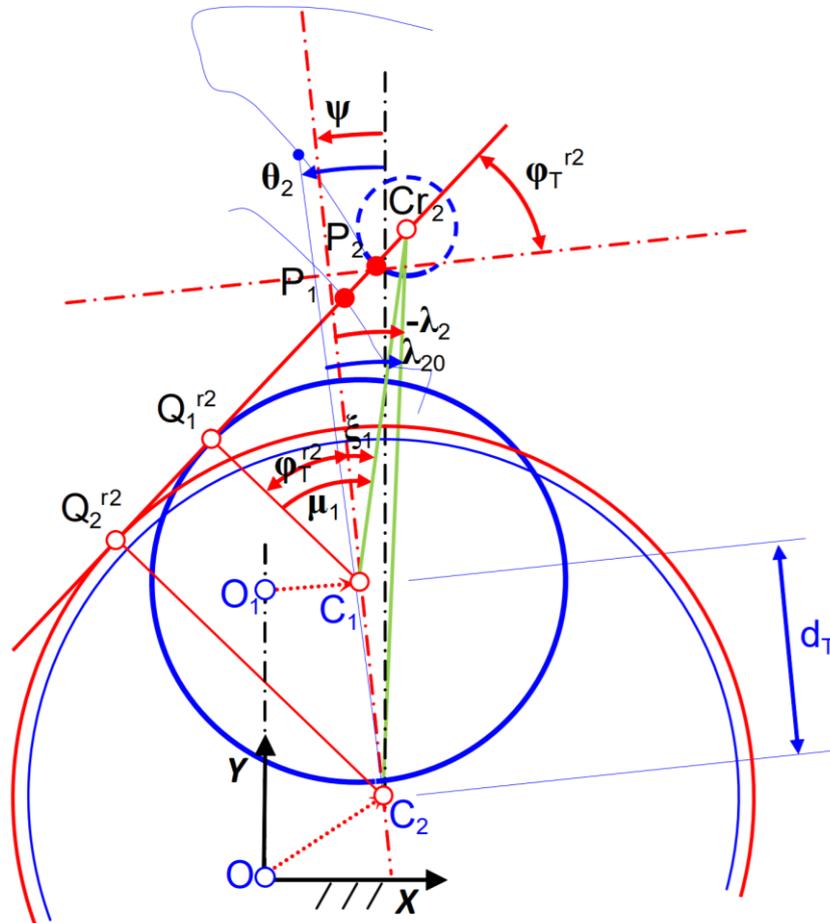


Figura 2.11.-Raio de concordância do dente na evolvente do anel exterior

Utilizando como raio de base ρ_2^{r2} (2.22):

$$\rho_2^{r2} = \overline{C_2 Q_2^{r2}} = \rho_1 + d_T \cos(\varphi_T^{r2}) \quad (2.22)$$

Sendo que as equações (2.23) e (2.24) permitem a obtenção das entidades presentes na expressão (2.22) :

$$\varphi_T^{r2} = \xi_1 + \mu_1 C \quad (2.23)$$

$$\xi_1 = \arctan 2 \left(\frac{\overline{C_2 C_{r2}} \sin(\lambda_2)}{\overline{C_2 C_{r2}} \cos(\lambda_2) - d_T} \right) \quad (2.24)$$

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

A sobreposição geométrica para evolvente-raio de concordância interno é deduzida pela equação (2.22):

$$\delta_{I_r-I_n} = d_T \sin(\varphi_T^{r2}) + \rho_1(\varphi_T^{r2} - \varphi_0 + \psi + \tan(\varphi_0) - \theta_1) - (R_{min} + r_{tip}) \sin(\varphi_T^{r2} - \lambda_2) + r_{tip} \quad (2.25)$$

Foi a partir da formulação apresentada neste subcapítulo que foi criado o modelo do perfil do dente usado no trem epicicloidal que se encontra representado na Figura 2.12

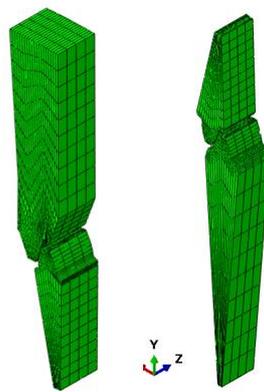


Figura 2.12-Modelo de dente do trem epicicloidal

4. SIMULAÇÃO DO FUNCIONAMENTO DO MODELO DO TREM EPICICLOIDAL

Neste Capítulo será feita uma descrição das diversas etapas que devem ser definidas para a construção do modelo do trem epicicloidal, nomeadamente a escolha dos parâmetros tecnológicos, descrição da malha, material, condições de fronteira e superfícies de contacto.

4.1. PARÂMETROS TECNOLÓGICOS

A definição dos parâmetros tecnológicos é necessária para o funcionamento correto do dente da engrenagem idealizada. O trem epicicloidal em estudo apresenta os seguintes parâmetros tecnológicos descritos na Tabela 1.

Tabela 1 - Parâmetros tecnológicos do trem epicicloidal

	Roda Planetária	Roda Satélite	Anel Exterior	Unidades	Nomenclatura
m	4.5	4.5	4.5		Módulo
Z	60	30	121		Número de dentes
ϕ_p	20	20	20	(°)	Ângulo de pressão
h_a	$1.m$	$1.m$	$1.m$	(mm)	Saliência
h_f	$1.25.m$	$1.25.m$	$1.25.m$	(mm)	Reentrância
t	12	12	12	(mm)	Largura
R_{fill}	1.0	1.0	1.0	(mm)	Raio de concordância

4.2. DESCRIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

A criação da malha é um passo importante para o funcionamento do modelo, sem esta os resultados ficam comprometidos.

Inicialmente, definiu-se o perfil do dente, e seu conjugado, utilizando a formulação apresentada no capítulo 2.4, a partir do qual se aplicaram operações/transformações de espelhamento e de padronização circular. Esta operação configurou o contorno integral (bidimensional) do dente, que também inclui o furo. Posteriormente, procedeu-se à extrusão de cada um desses domínios (dente e seu conjugado), numa extensão correspondente à largura do dente, perfazendo um modelo tridimensional. Este modelo foi posteriormente discretizado da forma que se representa na Figura 4.1.

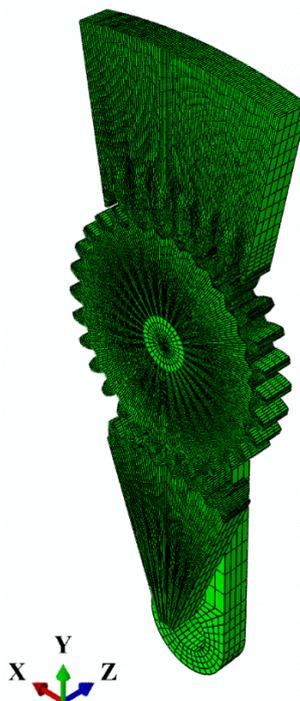


Figura 4.1- Malha de EF do trem epicicloidal.

Na Tabela 2 é possível verificar o número de elementos e nós presentes em cada um dos componentes do trem epicicloidal.

Tabela 2- Número de nós e elementos

	Elementos	Nós
Roda Satélite	29760	151860
Roda Planetária	6495	33328
Porta-Satélites	1005310	1001019
Anel Exterior	37829	95250

O elemento finito usado na discretização de cada um dos componentes do trem epicicloidal é o elemento paralelepípedo quadrático de 20 nós(C3D20), que é o elemento segundo a biblioteca do *software* utilizado (Figura 4.2), . A seleção deste elemento deve-se essencialmente à elevada complexidade geométrica e à necessidade de existir uma elevada precisão dimensional para a obtenção de resultados fidedignos.

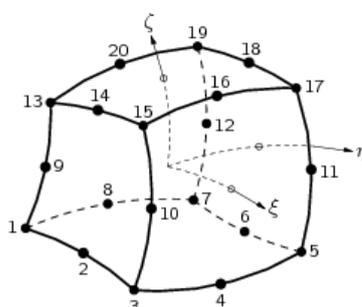


Figura 4.2-Elemento paralelepípedo quadrático de 20 nós[8]

O material escolhido para o modelo do trem epicicloidal foi o aço AISI 5115 [9], usualmente aplicado em engrenagens, casquilhos, cavilhas, rótulas de direção, excêntricos, árvores de torno, cambotas e pistões. Este aço estrutural apresenta um módulo de elasticidade de 207 GPa e coeficiente de Poisson de 0,3. Este aço possui uma tensão de cedência de 600 MPa e uma tensão de rotura de 1080 MPa [10].

4.3. DEFINIÇÃO DAS CONDIÇÕES DE FRONTEIRA

O modelo do trem epicicloidal é constituído por 4 componentes, designadamente o anel exterior, a roda satélite, a roda planetária e o porta-satélites (Figura 4.3).

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

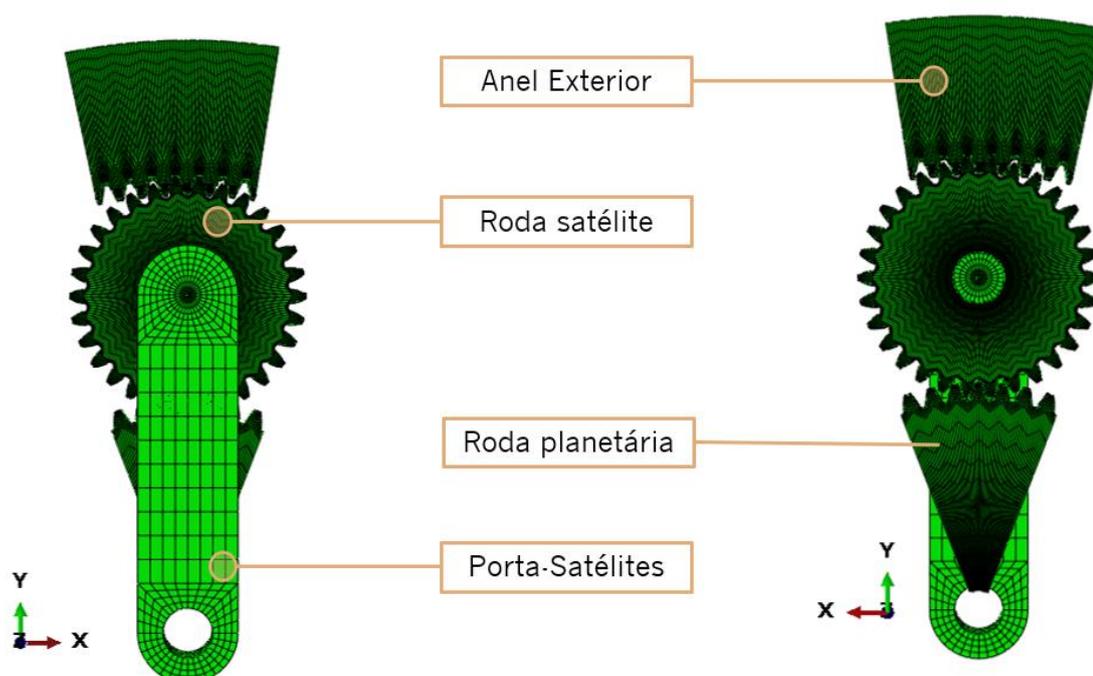


Figura 4.3- Modelo do trem epicicloidal

As condições de fronteira definidas no modelo de trem epicicloidal foram estabelecidas mediante a consideração de dois pares cinemáticos criados em dois eixos do modelo – furo do porta-satélites e furo da roda planetária. Este procedimento teve por objetivo simplificar a aplicação de dois momentos – motor e resistente -, de forma a estabelecer o equilíbrio cinemático do modelo. Assim, num e noutro caso (posições A e B na Figura 4.4), escolheu-se como posição remota o centro de cada furo.

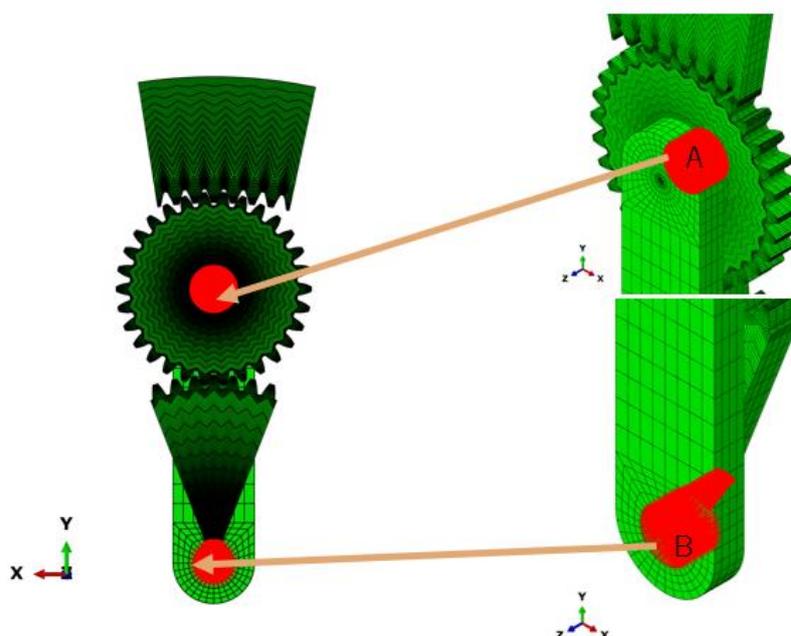


Figura 4.4-Pares cinemáticos estabelecidos (situação A e B).

Posteriormente, procedeu-se ao encastramento do conjunto de nós que define a superfície exterior do anel exterior (Figura 4.5), tendo-se restringido, igualmente, o conjunto de nós que compõe o plano médio do porta-satélites (na direção z), para impedir o deslocamento fora do plano do modelo deste componente.

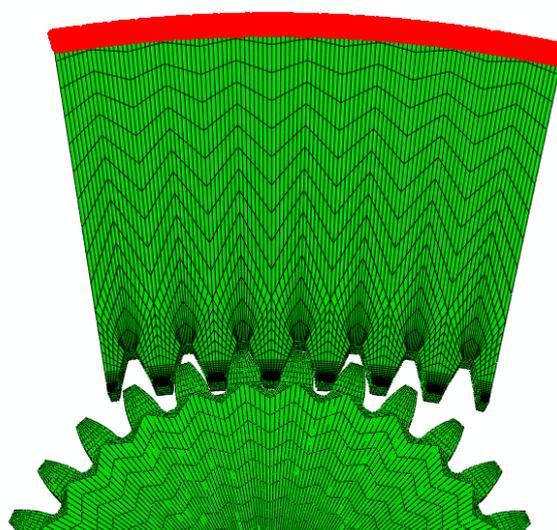


Figura 4.5- Família de nós encastrada na superfície exterior do anel exterior

Neste estudo impôs-se um momento motor T_S na roda planetária de intensidade igual 500 N.m. Tendo em vista o equilíbrio de momentos, determinou-se o momento motor resistente a aplicar ao porta-satélites, a partir da expressão,

$$T_C = -T_S \left(1 + \frac{Z_R}{Z_S} \right) \quad (4.1)$$

sendo Z_R e Z_S o número de dentes do anel exterior e da roda planetária, respetivamente. O equilíbrio pôde assim ser estabelecido por

$$P - I = 0 \quad (4.2)$$

em que P representa a norma euclidiana do vetor das forças exteriores generalizadas e I a norma do vetor das forças internas (nodais) que atuam no corpo. De modo a facilitar o processo de convergência, utilizaram-se fatores de amortecimento viscosos com o valor de 1E-3.

4.4. DEFINIÇÃO DAS SUPERFÍCIES DE CONTACTO

Para se realizar de modo mais detalhado e fidedigno a análise do modelo foram estabelecidas superfícies de contacto entre os elementos. Estas superfícies são definidas como pares de contacto, de forma a evitar interpenetração dos elementos.

4.4.1. PAR DE CONTACTO A

Primeiramente, são estabelecidas superfícies de contacto entre o anel exterior e a roda satélite, que são designadas por par de contacto A.

Destacam-se 3 superfícies de contacto, que serão alvo de análise: TOOTH-1-RAD-2-1_SURF_RING_L (Slave) vs. PLANET-1-RAD-15_SURF_PLANET_1L, TOOTH-1-RAD-1_SURF_RING_L (Slave) vs. PLANET-1-RAD-16_SURF_PLANET_1L (Master) e TOOTH-1-RAD-2_SURF_RING_L (Slave) vs. PLANET-1-RAD-17_SURF_PLANET_1L (Master). Estas superfícies são estabelecidas através de linhas de código (Figura 4.6).

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

```
*CONTACT PAIR, INTERACTION=RING_PLANET_1,TYPE=SURFACE TO SURFACE  
TOOTH-1-RAD-2-1_SURF_RING_L,PLANET-1-RAD-15_SURF_PLANET_1L  
*SURFACE INTERACTION,NAME=RING_PLANET_1  
*FRICTION  
0.001,  
**  
*CONTACT PAIR, INTERACTION=RING_PLANET_2,TYPE=SURFACE TO SURFACE  
TOOTH-1-RAD-1_SURF_RING_L,PLANET-1-RAD-16_SURF_PLANET_1L  
*SURFACE INTERACTION,NAME=RING_PLANET_2  
*FRICTION  
0.001,  
**  
*CONTACT PAIR, INTERACTION=RING_PLANET_3,TYPE=SURFACE TO SURFACE  
TOOTH-1-RAD-2_SURF_RING_L,PLANET-1-RAD-17_SURF_PLANET_1L  
*SURFACE INTERACTION,NAME=RING_PLANET_3  
*FRICTION  
0.001,  
**
```

Figura 4.6-Comando para a criação dos pares de contacto entre o anel exterior e a roda satélite

De modo a simplificar a leitura e compreensão do documento, a designação dos dentes será feita por 1º par de dentes do par de contacto A, 2º par de dentes do par de contacto A e 3º par de dentes do contacto A.

Na Figura 4.7 observa-se a localização no trem epicicloidal dos contactos estabelecidos entre as superfícies anteriormente mencionadas.

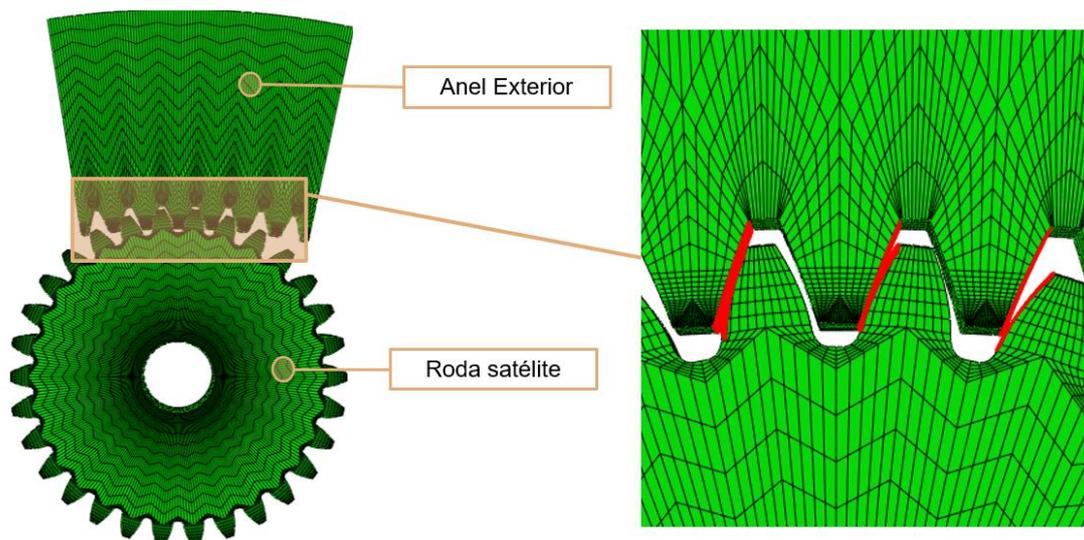


Figura 4.7-Superfícies de contacto entre o anel exterior e a roda satélite

A nomenclatura das superfícies de contacto do par A e a sua distribuição podem ser vistas na Figura 4.8 .

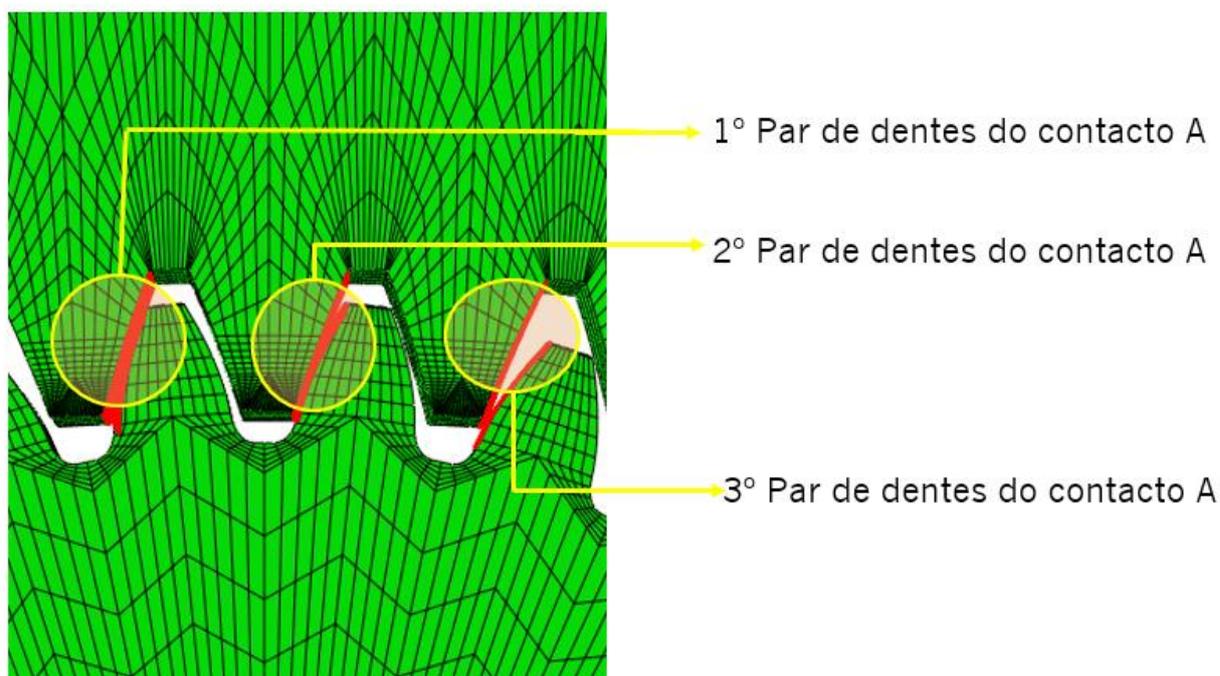


Figura 4.8-Nomeclatura das superfícies de contacto entre o anel exterior e a roda satélite

4.4.2. PAR DE CONTACTO B

De modo semelhante, existem superfícies de contacto entre a roda satélite e a roda planetária, par de contacto B (Figura 4.9).

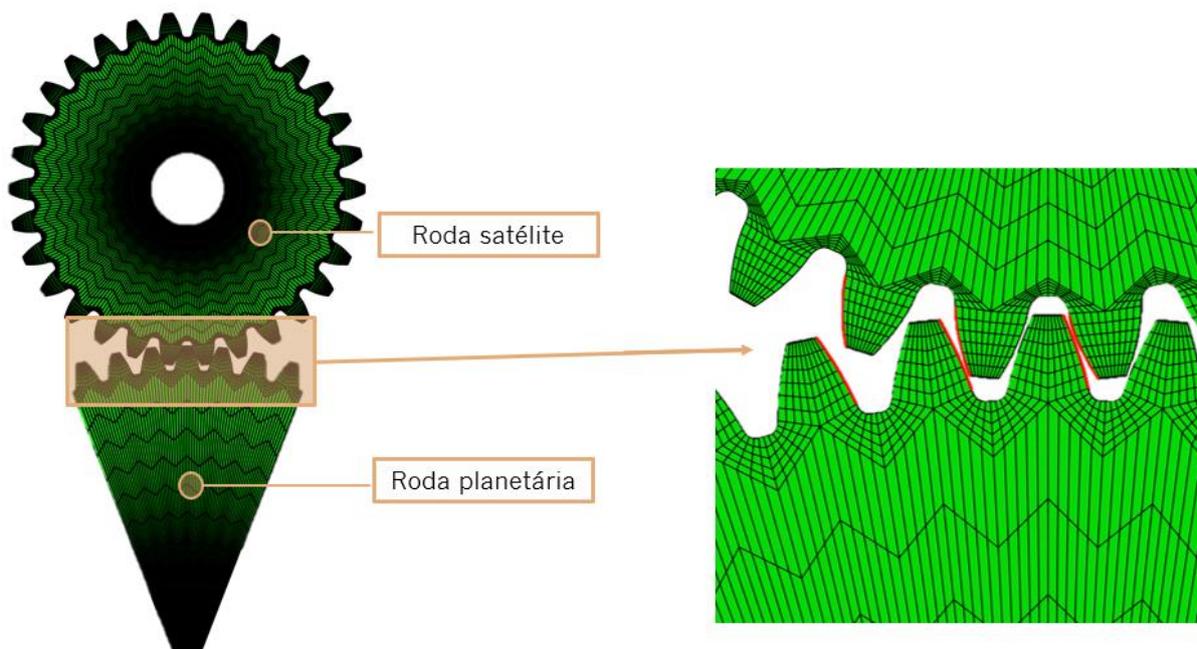


Figura 4.9- Superfícies de contacto entre a roda satélite e a roda planetária

Do par de contacto B existem 3 pares de dentes que são alvo um estudo mais detalhado designados por: PLANET-1-RAD-1_SURF_PLANET_1R (Slave) vs. SURF_SUN_5_L (Master), PLANET-1-RAD-2_SURF_PLANET_1R (Slave) vs. SURF_SUN_6_L (Master) e PLANET-1-RAD-30_SURF_PLANET_1R (Slave) vs. SURF_SUN_4_L (Master).

A simplificação da nomenclatura foi feita da seguinte forma :1ºpar de dentes do par de contacto B, 2º par de dentes par de contacto B e 3º par de dentes do contacto B. De modo análogo, são geradas linhas de código para introduzir estas superfícies de contacto no modelo do trem epicicloidal (Figura 4.10).

```
** (i) PLANET-SUN:
**
*CONTACT PAIR, INTERACTION=PLANET_SUN_1,TYPE=SURFACE TO SURFACE
**Slave, Master
PLANET-1-RAD-1_SURF_PLANET_1R,SURF_SUN_5_L
**SURF_SUN_5_L,PLANET-1-RAD-1_SURF_PLANET_1R
*SURFACE INTERACTION,NAME=PLANET_SUN_1
*FRICTION
0.001,
**
*CONTACT PAIR, INTERACTION=PLANET_SUN_5,TYPE=SURFACE TO SURFACE
PLANET-1-RAD-30_SURF_PLANET_1R,SURF_SUN_4_L
**SURF_SUN_4_L,PLANET-1-RAD-30_SURF_PLANET_1R
*SURFACE INTERACTION,NAME=PLANET_SUN_5
*FRICTION
0.001,
**
*CONTACT PAIR, INTERACTION=PLANET_SUN_6,TYPE=SURFACE TO SURFACE
PLANET-1-RAD-2_SURF_PLANET_1R,SURF_SUN_6_L
**SURF_SUN_6_L,PLANET-1-RAD-2_SURF_PLANET_1R
*SURFACE INTERACTION,NAME=PLANET_SUN_6
*FRICTION
0.001,
```

Figura 4.10-Comando para a criação dos pares de contacto entre a roda planetária e a roda satélite

A nomenclatura de cada um dos pares de dentes que sofreram uma análise mais detalhada encontra-se na Figura 4.11.

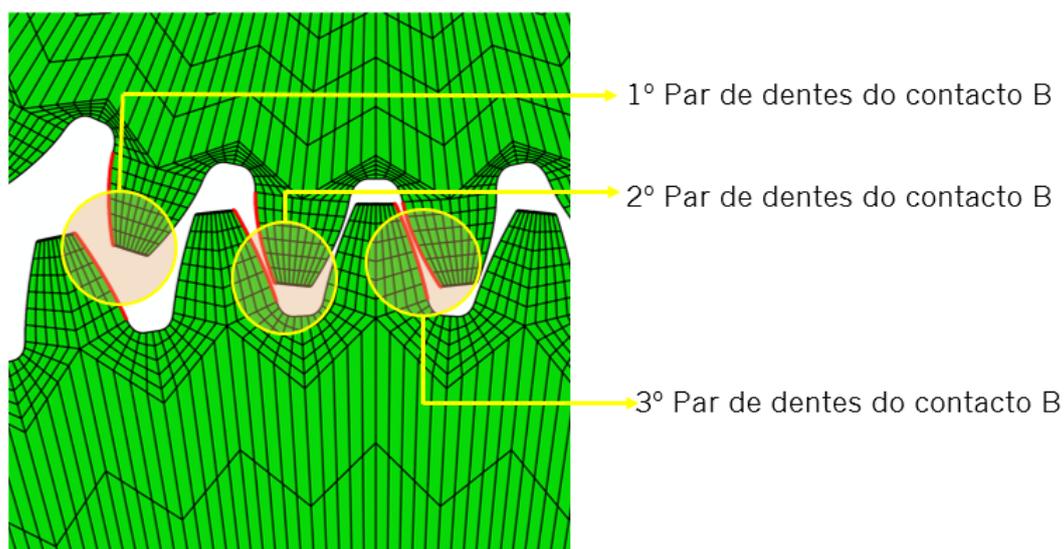


Figura 4.11- Nomeclatura das superfícies de contacto entre a roda satélite e a roda planetária

4.4.3. OUTROS PARES DE CONTACTO

Para além do contacto entre pares de dentes, também existem outros contactos interessantes que se estabelecem entre os elementos do trem epicycloidal.

Existe uma superfície de contacto entre a parte anterior da roda satélite e a parte posterior do porta-satélites, como ilustrado na Figura 4.12. Esta superfície existe com o intuito de impedir a penetração destas duas superfícies e consequentemente invalidar a simulação e os seus resultados.

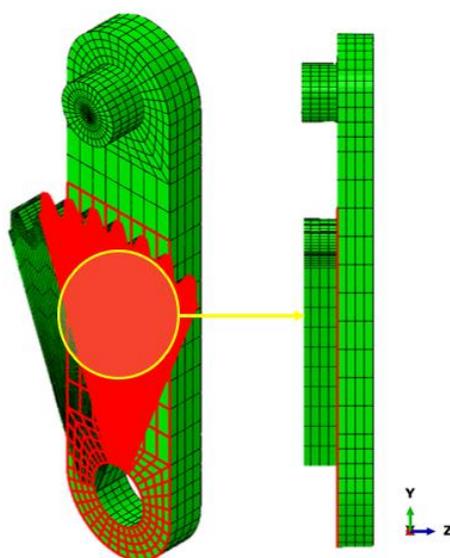


Figura 4.12- Superfície de contacto entre frente do porta satélites e a roda planetária

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

Tal como acontece nas outras superfícies de contacto, é necessário adicionar estas restrições em linhas de código, como apresentado na Figura 4.13. A interação entre as duas superfícies é designada por: BEAM_BOT_INT (Slave) vs. SURF_SUN_FRONT (Master).

```
*CONTACT PAIR, INTERACTION=BEAM_SUN,TYPE=SURFACE TO SURFACE  
BEAM_BOT_INT,SURF_SUN_FRONT  
**SURF_SUN_FRONT,BEAM_BOT_INT  
*SURFACE INTERACTION,NAME=BEAM_SUN  
*FRICTION  
0.001,
```

Figura 4.13-Comando para a criação dos pares de contacto entre a roda planetária e o porta-satélites

Pelos mesmos motivos apresentados para o par de contacto entre a roda satélite e o porta-satélites, também existe uma superfície de contacto entre a roda planetária e porta-satélites (Figura 4.14).

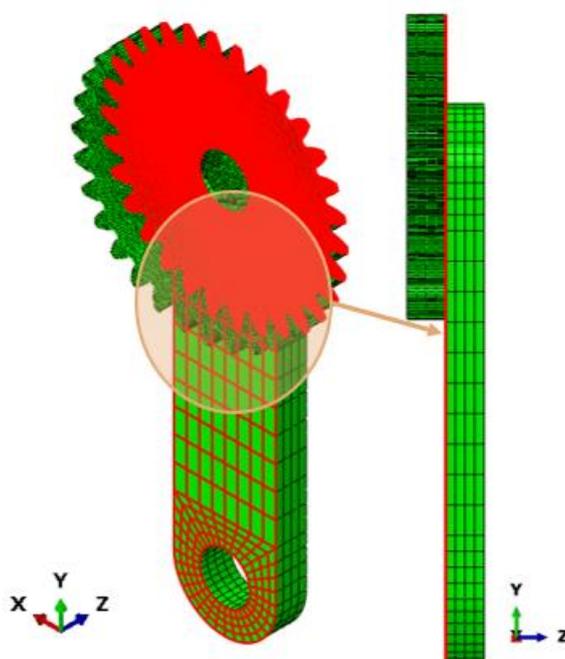


Figura 4.14-superfície de contacto entre a roda satélite e o porta-satélites

A designação destas superfícies é: BEAM_BOT_INT (Slave) vs SURF_PLANET_FRONT (Master). O par de contacto é introduzido em linhas de comando (Figura 4.15).

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

```
*CONTACT PAIR, INTERACTION=BEAM_PLANET,TYPE=SURFACE TO SURFACE  
BEAM_TOP_INT,SURF_PLANET_FRONT  
**SURF_PLANET_FRONT,BEAM_TOP_INT  
*SURFACE INTERACTION,NAME=BEAM_PLANET  
*FRICTION  
0.001,
```

Figura 4.15-Comando para a criação dos pares de contacto entre a roda satélite e o porta-satélites.

A última superfície de contacto relevante é a superfície estabelecida entre o eixo do porta-satélites e o furo da roda satélite (Figura 4.16). Este par é de extrema importância porque impede que o eixo se interpenetre à superfície da roda satélite, é designado por:PIN_SURF_IN (Slave) vs. SURF_HOLE_PLANET (Master).

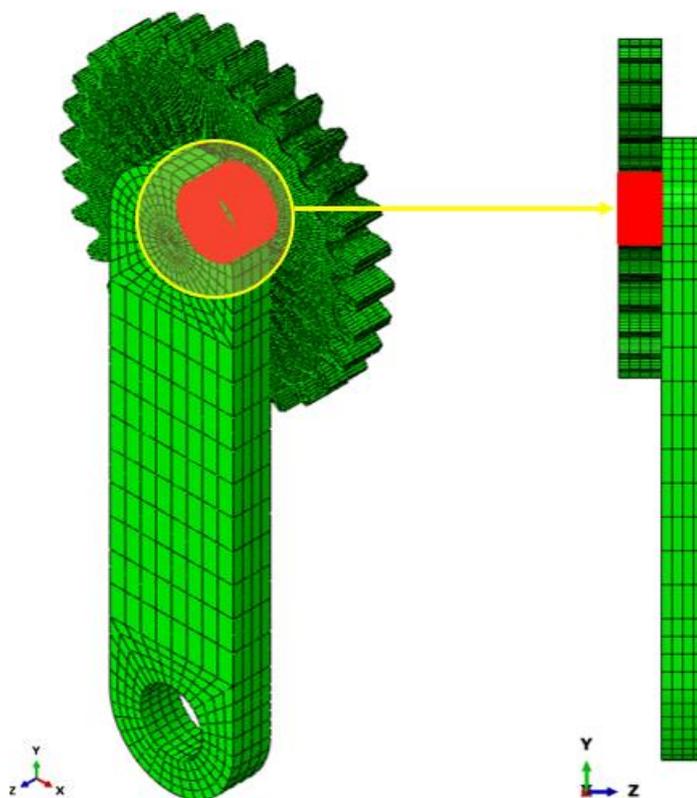


Figura 4.16-Superfícies de contacto entre o eixo do porta-satélites e o furo da roda satélite

A introdução deste par de contato é realizada em linhas de código, como representado na Figura 4.17.

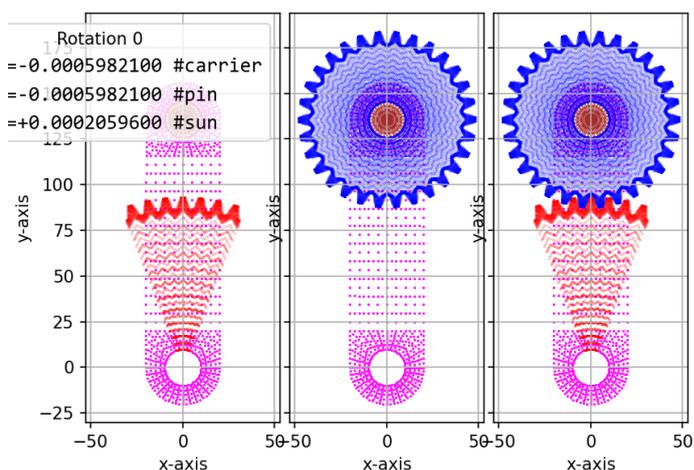
```
** (iii) PLANET-PIN:  
**  
*CONTACT PAIR, INTERACTION=PLANET_PIN,TYPE=SURFACE TO SURFACE  
PIN_SURF_IN,SURF_HOLE_PLANET  
*SURFACE INTERACTION,NAME=PLANET_PIN  
*FRICTION  
0.001,  
**Slave, Master
```

Figura 4.17-Comando para a criação dos pares de contacto entre o furo da planetária e o pino-porta satélites

Ao longo deste capítulo, as superfícies dos pares de contacto têm sido designadas por Master ou Slave. O Master corresponde à peça que deforma (mais rígida) e o Slave corresponde à peça que é deformada (menos rígida).

5. MOVIMENTO ANGULAR DO TREM EPICICLOIDAL EM TORNO DO EIXO Z

Com o objetivo de estudar o ciclo de engrenamento do trem de engrenagens, é necessário realizar um conjunto de transformações geométricas. Cada uma destas transformações necessita de um ângulo para o porta-satélites (α_c), a roda planetária (α_s) e a roda satélite (α_p). A lista de ângulos utilizada para as simulações encontra-se presente no Anexo A: ÂNGULOS de rotação em torno do eixo Z. Denote-se que os ângulos analisados nesta dissertação, correspondem a 80% de um ciclo de engrenamento. As alterações da posição dos elementos do trem epicicloidal é bastante evidente na Figura 5.1.



A)

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

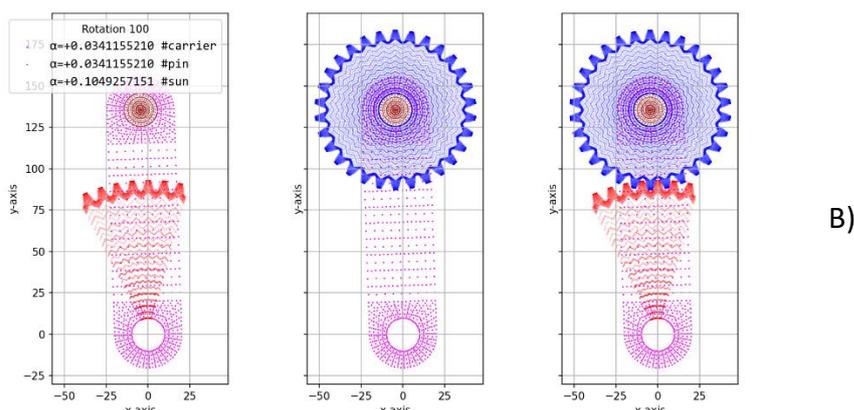


Figura 5.1-Evolução da posição do trem epicicloidal na rotação: A) rotação 0; B) rotação 100

Para que ocorra esta transformação geométrica, é necessário inicialmente transladar o trem epicicloidal para a origem do referencial que é feito através da expressão (5.1).

$$\{\vec{r}\} = \{\overline{OP} - \overline{OC}\} \quad (5.1)$$

Após esta translação é agora possível a rotação em torno no eixo z (Figura 5.2). Para isso cria-se a matriz de transformação T_{rz} (5.2)

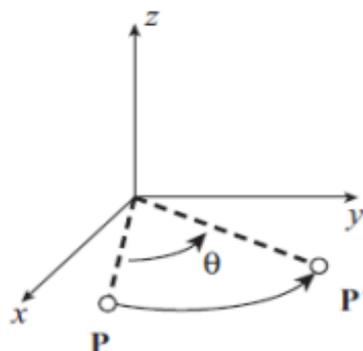


Figura 5.2- Representação da transformação do movimento de um ponto em torno do eixo Z

$$[T_{rz}] = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Finalizado este passo, é necessário trazer o mecanismo de volta ao ponto inicial através da adição do vetor \overline{OC} .

Dada a complexidade deste processo e o elevado número de ângulos para os quais foram realizadas as transformações geométricas, tornou-se necessário eliminar o erro humano neste processo. Por isso, foi criado um código em *Python*. Neste código introduziram-se os ângulos α_c , α_s e α_p e retiraram-se os elementos já com a rotação realizada.

5.1. PÓS-PROCESSAMENTO DA ROTAÇÃO DO TREM EPICICLOIDAL EM TORNO DO EIXO Z

A realização das simulações implica um pós-processamento, de forma que exista uma análise e compreensão detalhadas dos resultados obtidos. Com intuito de simplificar o processo de tratamento de dados, foi criado um código em *Python* que permite para cada uma das simulações, que convergiram, retirar as superfícies de contacto e os seus resultados.

Apenas foram analisados pares de contacto que obtiveram valores de área de contacto (A_c , mm²), força normal (P_N ,N), e força tangencial (P_T ,N) diferentes de zero, em um pelo menos um destes componentes.

Após o tratamento dos valores da força normal e tangencial, é calculada a força resultante (P_R ,N)

$$P_R = \sqrt{P_N^2 + P_T^2} \quad (5.3)$$

A pressão (P ,MPa) é calculada, como observado na equação 5.4, usando a resultante da pressão normal e da pressão tangencial.

$$P = \sqrt{(P_N/A_c)^2 + (P_T/A_c)^2} \quad (5.4)$$

Ao longo deste capítulo é importante destacar, que é analisado apenas o incremento em que ocorre a convergência do modelo nas superfícies de contacto que são alvo de estudo.

Denote-se que este comportamento não deve ser analisado de forma isolada relativamente ao que ocorre na cinemática do contacto das demais superfícies de contacto.

5.1.1. EIXO DO PORTA -SATÉLITES / FURO DA RODA SATÉLITE

No que respeita à interação eixo-roda satélite, constatou-se, para a posição **1.298°**, que diminuição da área de contacto (de **1%** relativamente ao valor médio registado até àquela posição) entre os dois componentes, que teve como consequência uma redução da força resultante (i.e., contribuição das componentes normal e tangencial) (Figura 5.3, Figura 5.4 e Figura 5.5).

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

Em contrapartida, para a posição 1.378° , um aumento da área de contacto de 1% relativamente ao valor médio, que não teve como consequência uma alteração significativa da força resultante.

Os gráficos foram traçados partir dos valores que podem ser verificados no Anexo B: EIXO do porta Satélite/furo RODA SATÉLITE.

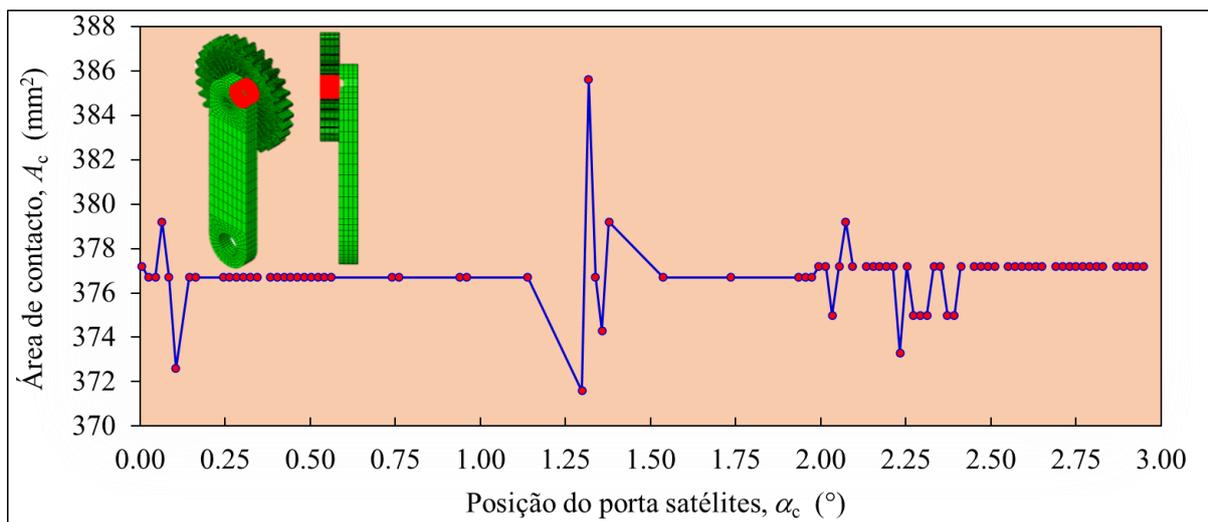


Figura 5.3 - Gráfico da área de contacto em função da posição do porta-satélites na superfície de contacto pino/roda satélite.

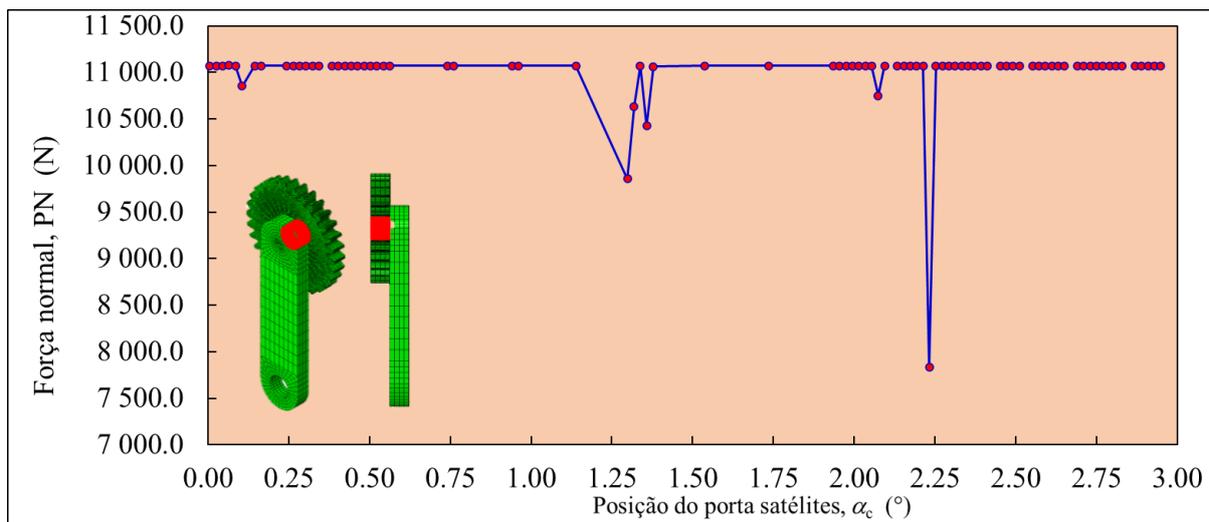


Figura 5.4 - Gráfico da Força Normal em função da posição do porta-satélites na superfície de contacto eixo/roda satélite

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

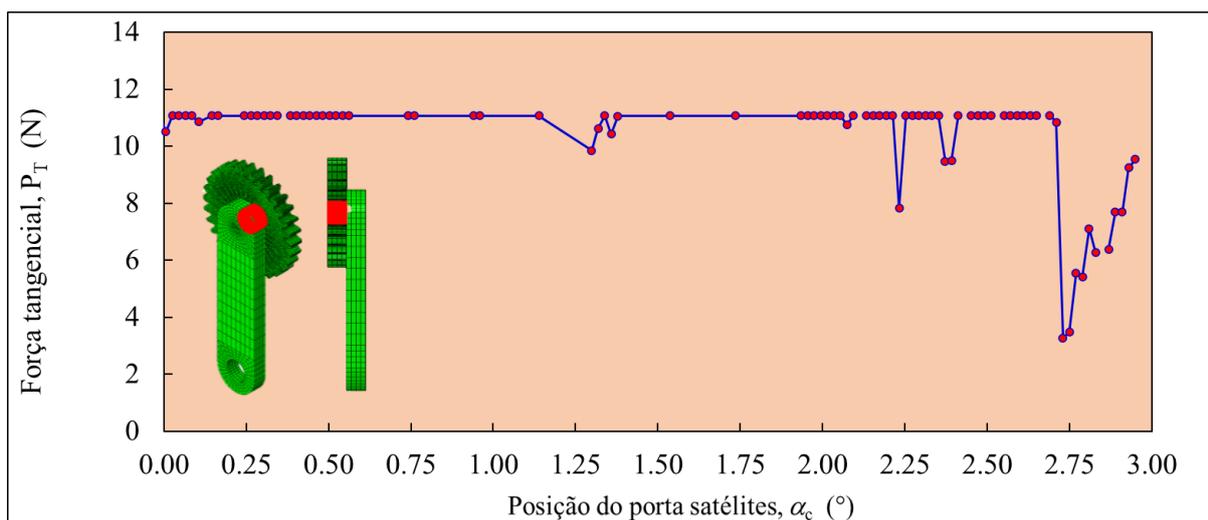


Figura 5.5 - Gráfico da Força Tangencial em função da posição do porta-satélites na superfície de contacto eixo/roda satélite

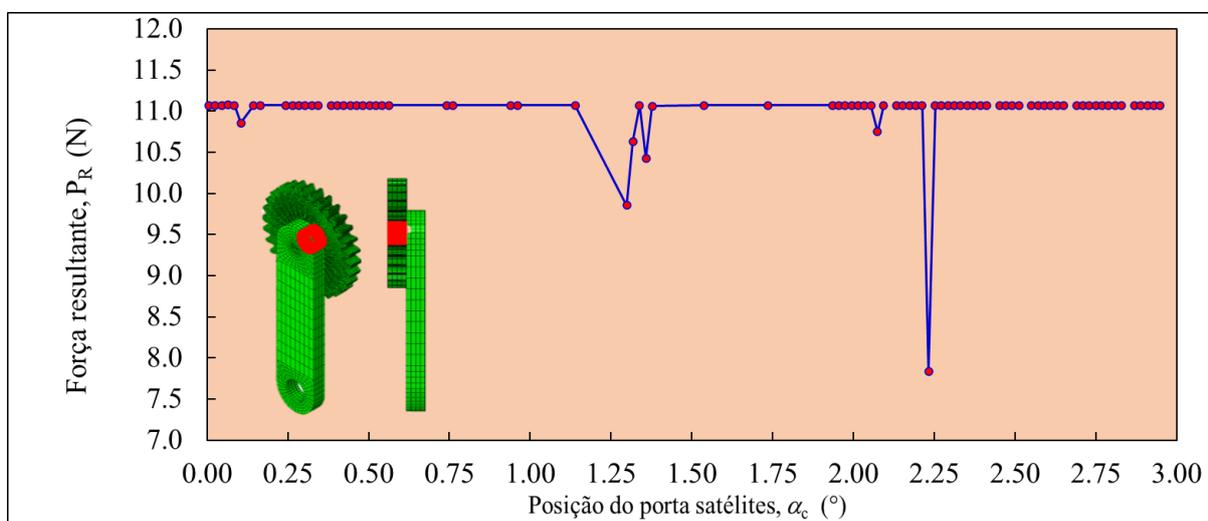


Figura 5.6-Gráfico da Força Resultante em função da posição do porta-satélites na superfície de contacto eixo/roda satélite

Adicionalmente foi traçado um gráfico de pressão (Figura 5.7) para o mesmo par de contacto. No ponto 1.298° verificou-se que existe uma diminuição de 10% em relação à mediana do conjunto de dados.

Contrastando com o ponto 1.378° em que a pressão possuiu uma diminuição de 10% em relação à mediana.

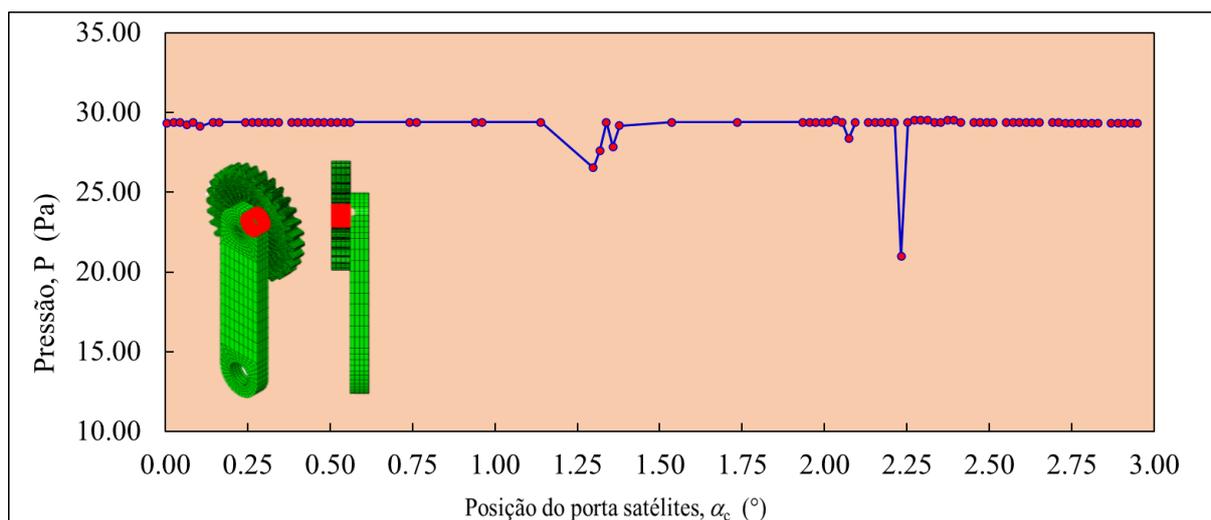


Figura 5.7-Gráfico de Pressão em função da posição do porta-satélites na superfície de contacto eixo/roda satélite

5.1.2. 1º PAR DE DENTES DO CONTACTO B

Na interação do segundo par do anel exterior com a roda satélite, identificaram-se dois eventos no padrão de comportamento da área de contacto e das duas componentes da força (normal e tangencial), designadamente para as orientações **0.0055°** e **1.139°** (presentes nas Figura 5.8, Figura 5.9 e Figura 5.10).

No ponto **0.0055°** existe uma diminuição de aproximadamente 97% na área de contacto em relação à mediana, acompanhada com uma diminuição de 62.3% das forças normal e tangencial. No entanto, existe um contraste muito grande com a pressão desta orientação, uma vez que esta acusa um aumento de 1113% em relação à mediana dos dados. Estes valores são justificados, pelo facto do ângulo em estudo corresponder a uma fase inicial do ciclo de engrenamento e as forças que atuam nos dois dentes são localizadas a uma área muito reduzida, naturalmente irá existir uma pressão extremamente elevada nesse local.

O ponto **1.139°** apesar de contrastante com os pontos adjacentes, apresenta um valor de área de contacto, força normal e pressão igual à mediana do conjunto de dados.

Os valores a partir dos quais foram gerados os gráficos encontram-se expostos no Anexo C: 1º par de dentes do contacto B.

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

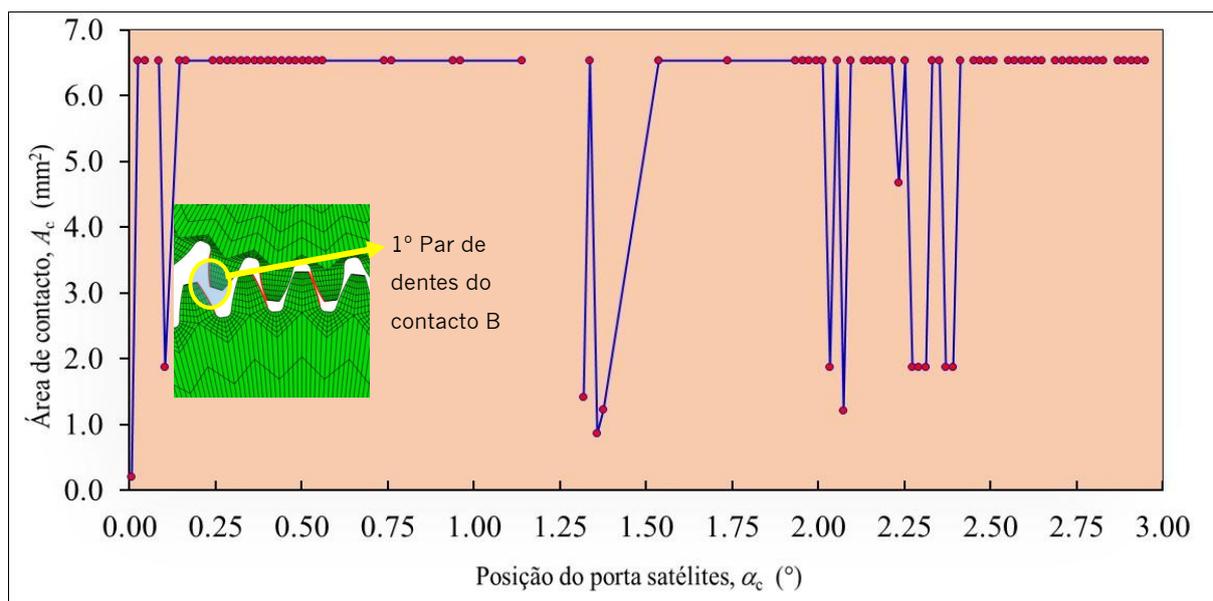


Figura 5.8 - Gráfico da Área de contacto em função da posição do porta-satélites no 1º par de dentes do contacto B

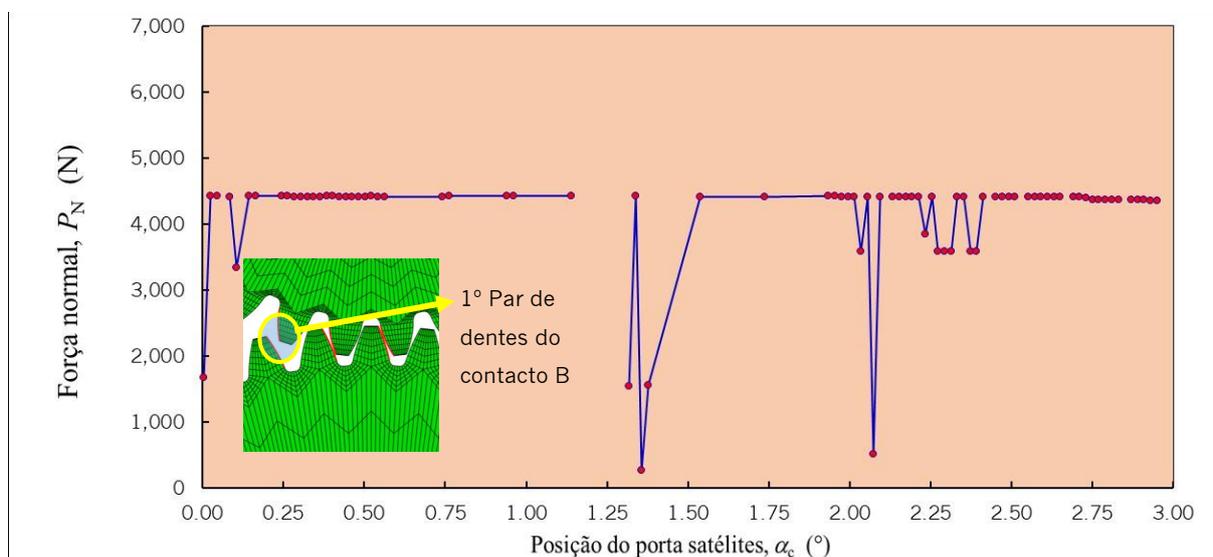


Figura 5.9 - Gráfico da Força Normal em função da posição do porta-satélites no 1º par de dentes do contacto B

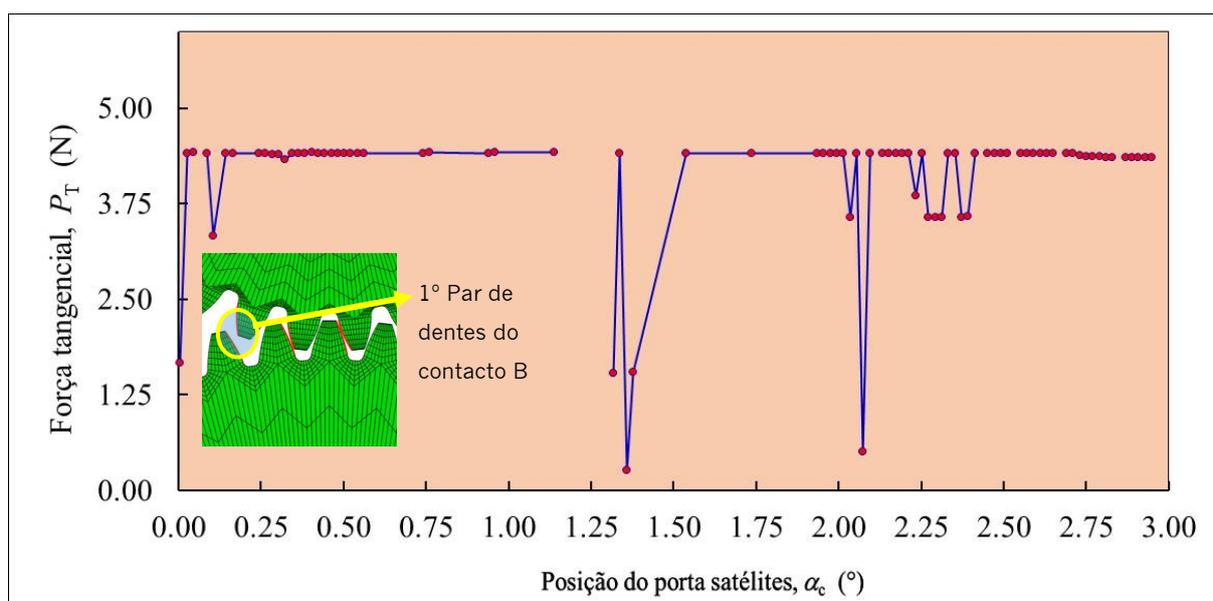


Figura 5.10 - Gráfico Força Tangencial em função da posição do porta-satélites no 1º par de dentes do contacto B

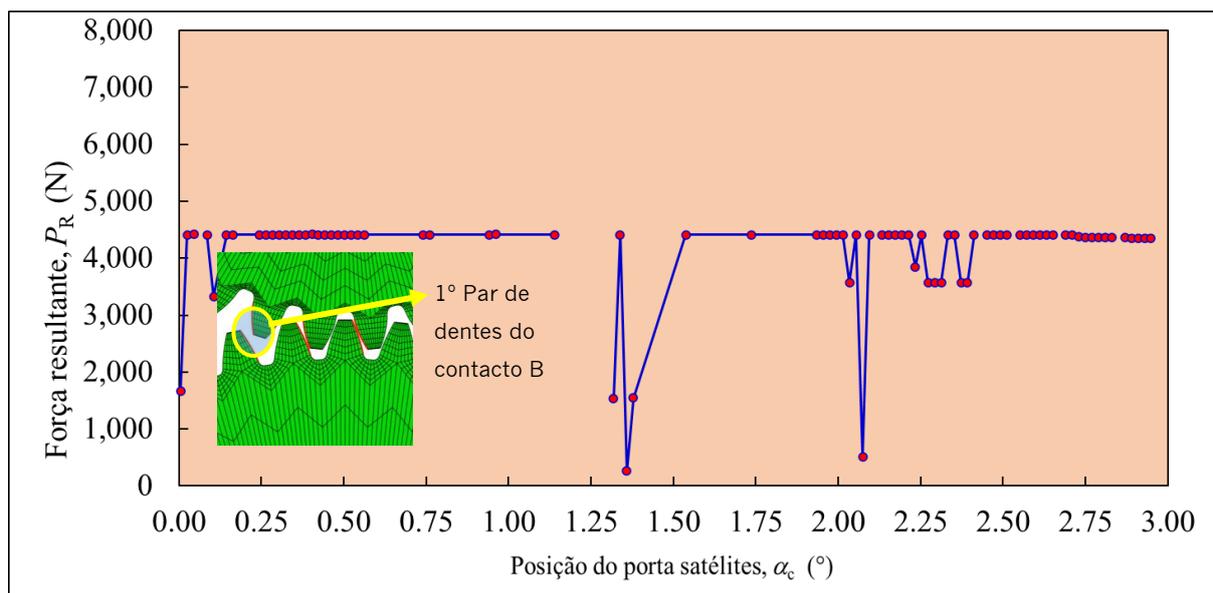


Figura 5.11 - Gráfico da Força Resultante em função da posição do porta-satélites no 1º par de dentes do contacto B

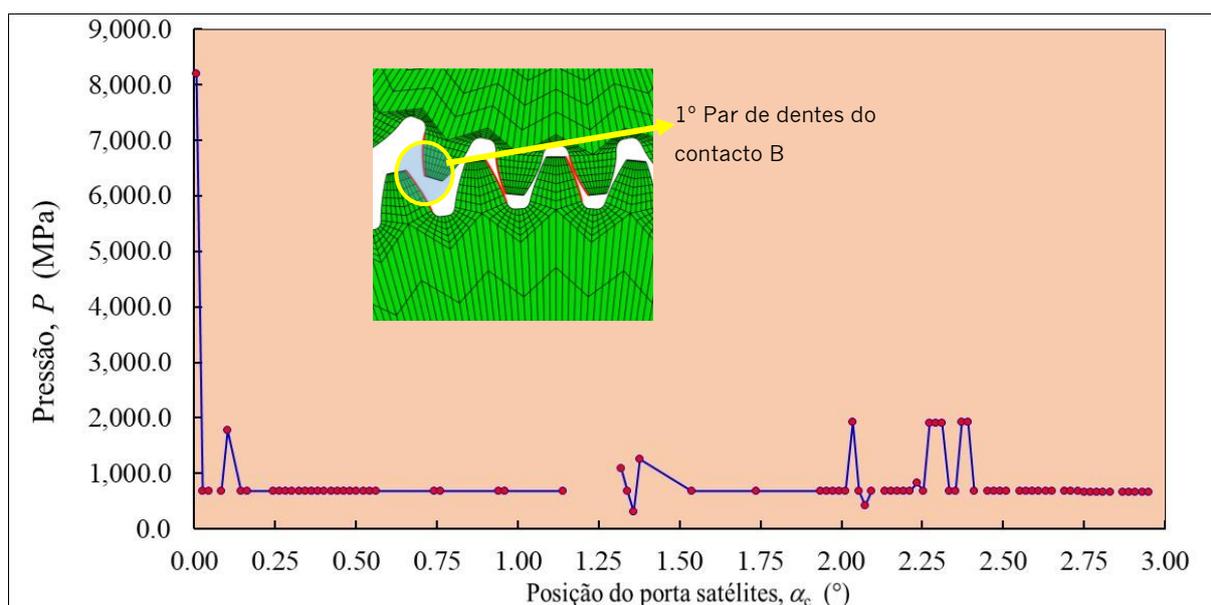


Figura 5.12 - Gráfico da Pressão em função da posição do porta-satélites no 1º par de dentes do contacto B

5.1.3. 2º PAR DE DENTES DO CONTACTO A

Existem dois pontos interessantes de serem alvo de estudo na interação do 2º par de dentes do contacto A que tem o valor **0.105° e 2.074°**. Observando as figuras Figura 5.13, Figura 5.16 e Figura 5.17, pode-se ver que o ponto **0.105°** sofre uma redução da área de contacto (cerca de 44% em relação à mediana), a força normal apresenta uma diminuição na ordem dos 10%, no entanto a pressão aumenta cerca de 61% em relação ao valor mediano.

Contrastando com o ponto **2.074°** em que ocorre uma redução da área de contacto (58.7%), força normal (86%) e da pressão (66%). Estes valores podem significar que o tipo de contacto entre os dois dentes se tenha alterado para esta configuração.

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

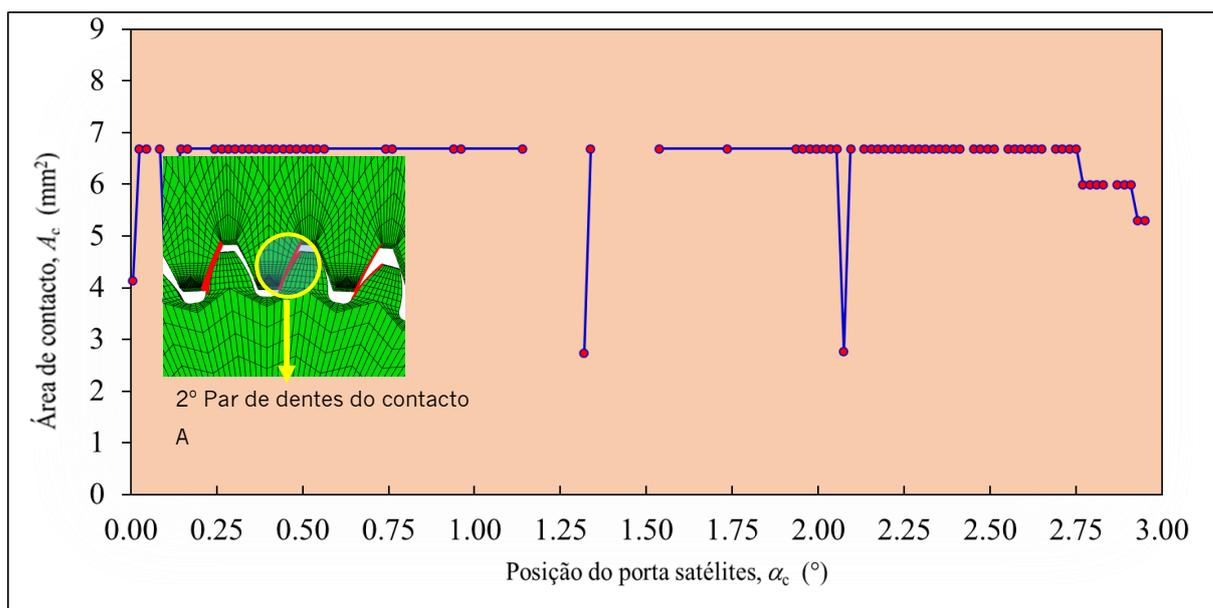


Figura 5.13 - Gráfico da Área de contacto em função da posição do porta-satélites no 2º par de dentes do contacto A

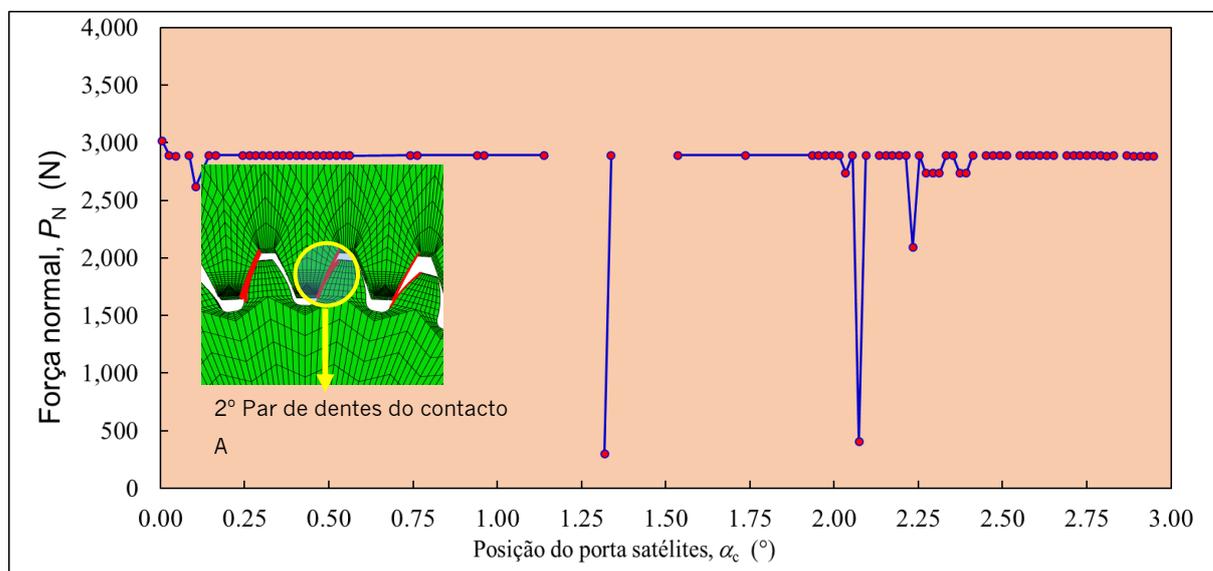


Figura 5.14 - Gráfico da Força Normal em função da posição do porta-satélites no 2º par de dentes do contacto A

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

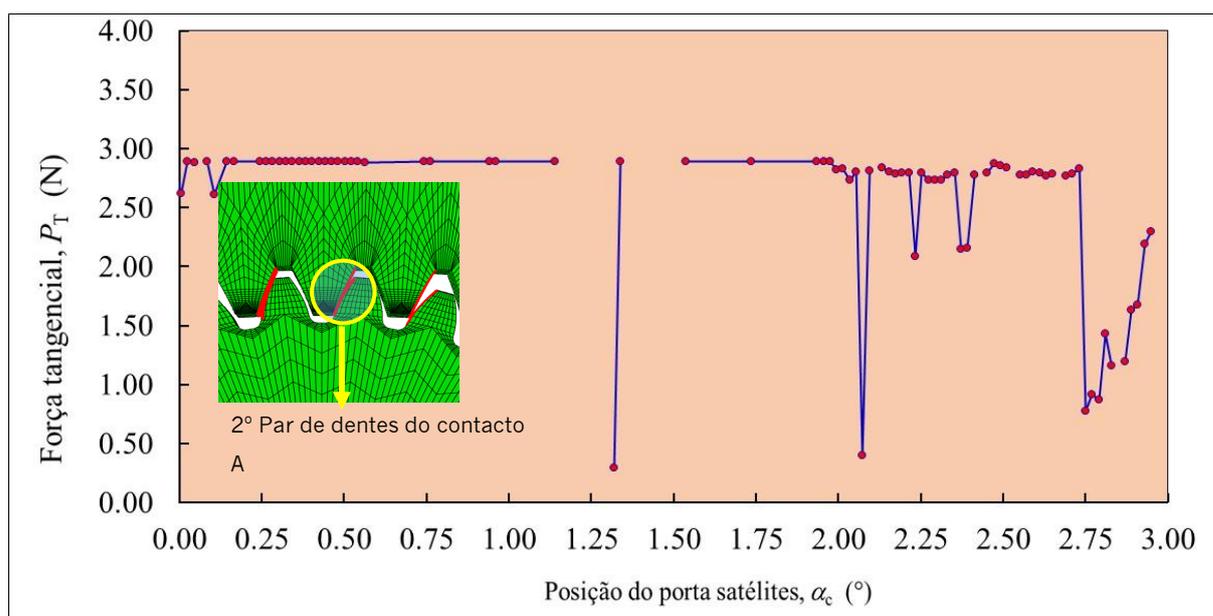


Figura 5.15 - Gráfico da Força tangencial em função da posição do porta-satélites no 2º par de dentes do contacto A

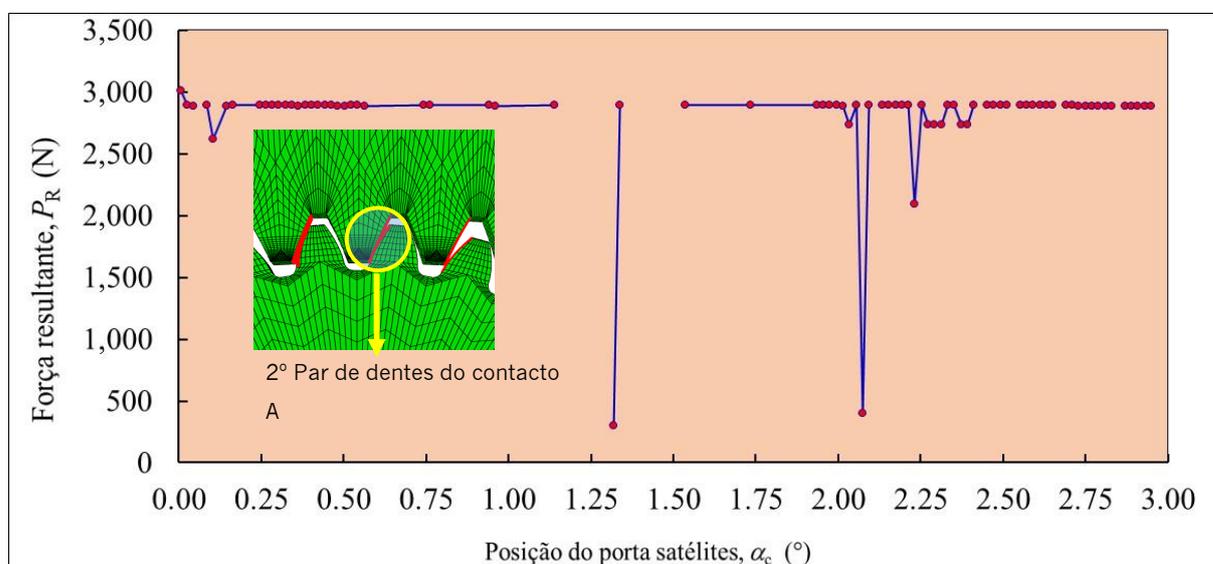


Figura 5.16 - Gráfico da Força resultante em função da posição do porta-satélites no 2º par de dentes do contacto A

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

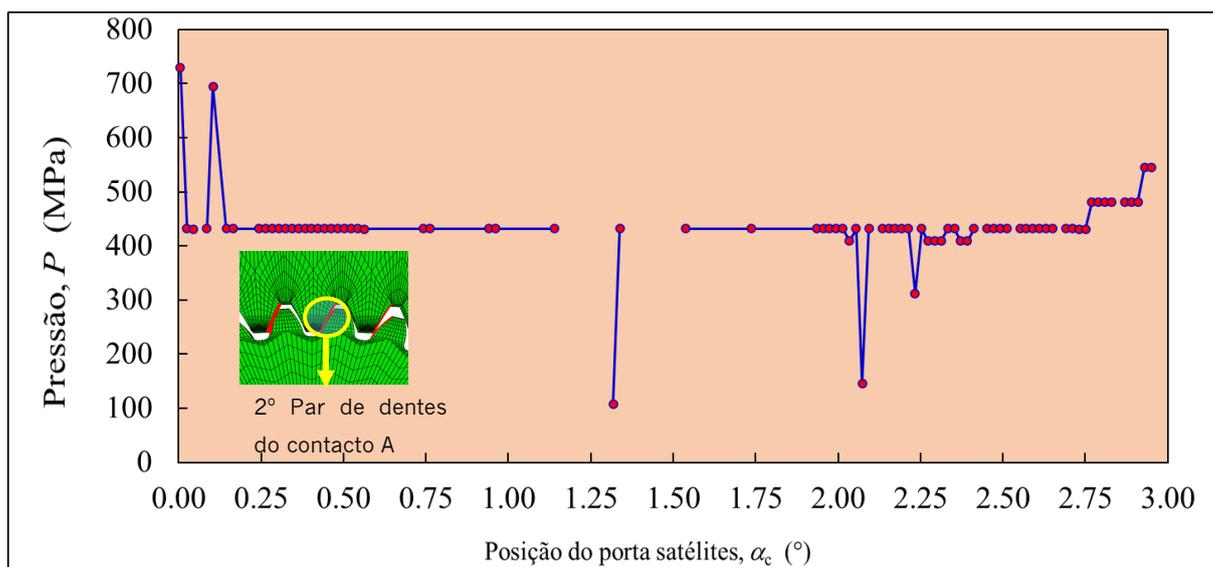


Figura 5.17 - Gráfico da Pressão em função da posição do porta-satélites no 2º par de dentes do contacto A

6. ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO X

O desalinhamento é conseguido através de um conjunto de transformações geométricas semelhantes às apresentadas no capítulo 4. As transformações podem ser resumidas pela equação (6.1)

$$T_{rx} \times \{\overline{OP} - \overline{OC}\} + \{\overline{OC}\} \quad (6.1)$$

Para o estudo do efeito do desalinhamento, foi realizada a seleção dos ângulos 0.0025 e 0.005 radianos para se desalinharem os elementos porta-satélites, roda planetária e a roda satélite em relação ao anel exterior que se encontra fixo. Na Figura 6.1 visualiza-se que o anel exterior se encontra ligeiramente desalinhado em relação aos restantes elementos.

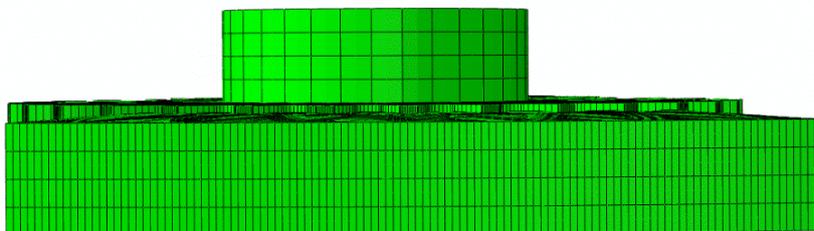


Figura 6.1-Desalinhamento do trem epicicloidal

Seguindo a equação (6.1) torna-se necessária a criação de uma matriz de transformação ((6.2) que permite a rotação em torno do eixo x.

$$[T_{rx}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

O procedimento utilizado para a identificação da posição do referencial que servirá de referência para as operações de transformação (rotação em torno de Z seguida de X) é falível, na medida em que depende a exatidão do resultado alcançado na precisão das componentes cartesianas dos pontos A, B e C, escolhidos do arco de circunferência.

6.1. PÓS-PROCESSAMENTO DA ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO X

O pós-processamento da transformação geométrica em torno do eixo x segue os mesmos princípios aplicados no subcapítulo 5.1, no entanto a abordagem será simplesmente uma comparação dos efeitos provocados pelo desalinhamento entre o 0.0025 e 0.005 radianos.

6.1.1. EIXO DO PORTA -SATÉLITES / FURO DA RODA SATÉLITE

No par de contacto existente entre o eixo do porta-satélites e o furo da roda satélite existe um valor que se destaca dos restantes: **1.537°**.

No ponto **1.537°** visualiza-se que a rotação 0.0025 rad apresenta uma diminuição da área de contacto em relação à posição 0.005 radiano, esta diminuição tem um valor de 44% (Figura 6.2). De igual modo a resultante das componentes normal e tangencial sofre uma redução de cerca de 30% (Figura 6.3, Figura 6.4, Figura 6.5). Esta diminuição dos valores destas componentes é contrastada com um aumento da pressão. O ângulo 0.0025 radianos apresenta um aumento de 22,5% na pressão em relação ao desalinhamento do ângulo de 0.005 rad.

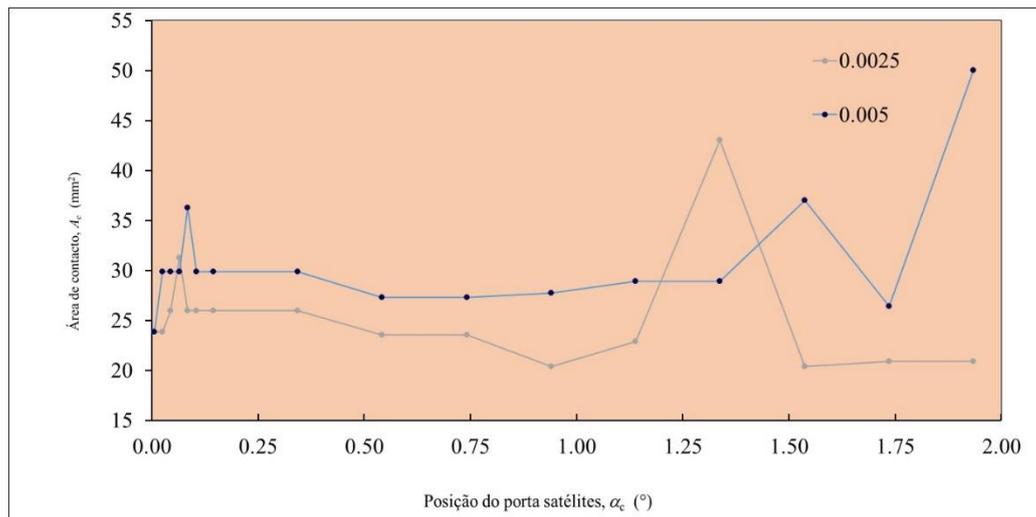


Figura 6.2 - Gráfico comparativo da área de contacto no par de contacto

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

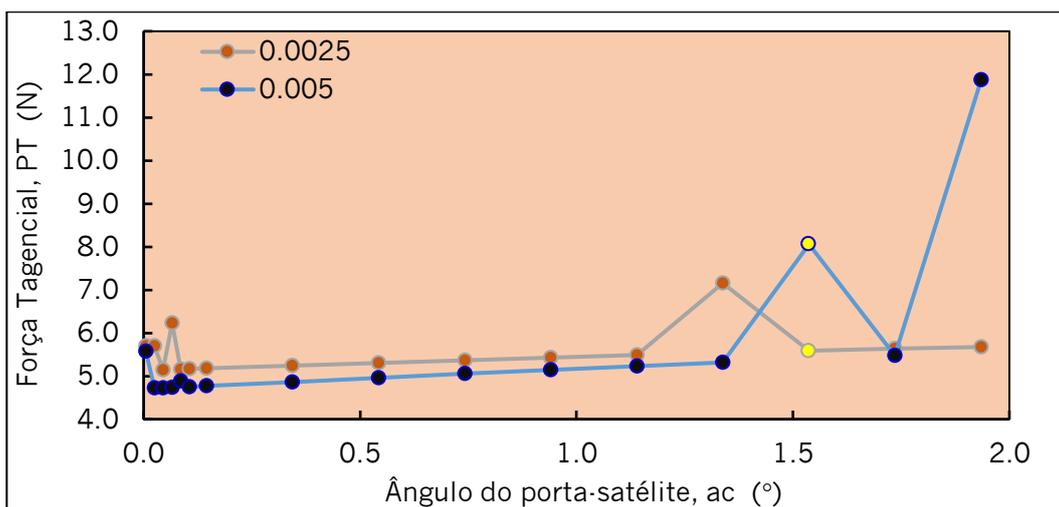


Figura 6.3 - Gráfico comparativo força tangencial no par de contacto

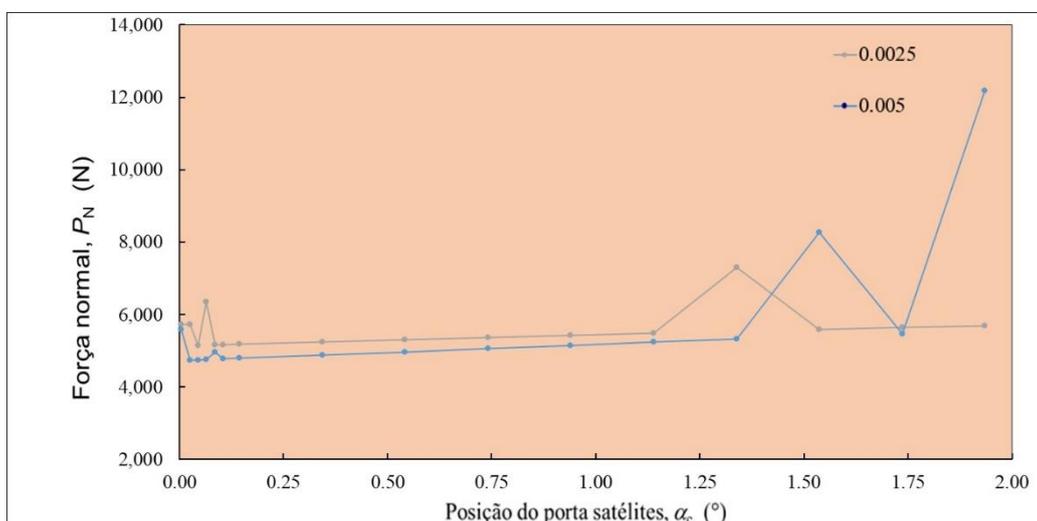


Figura 6.4 - Gráfico comparativo da força normal no par de contacto

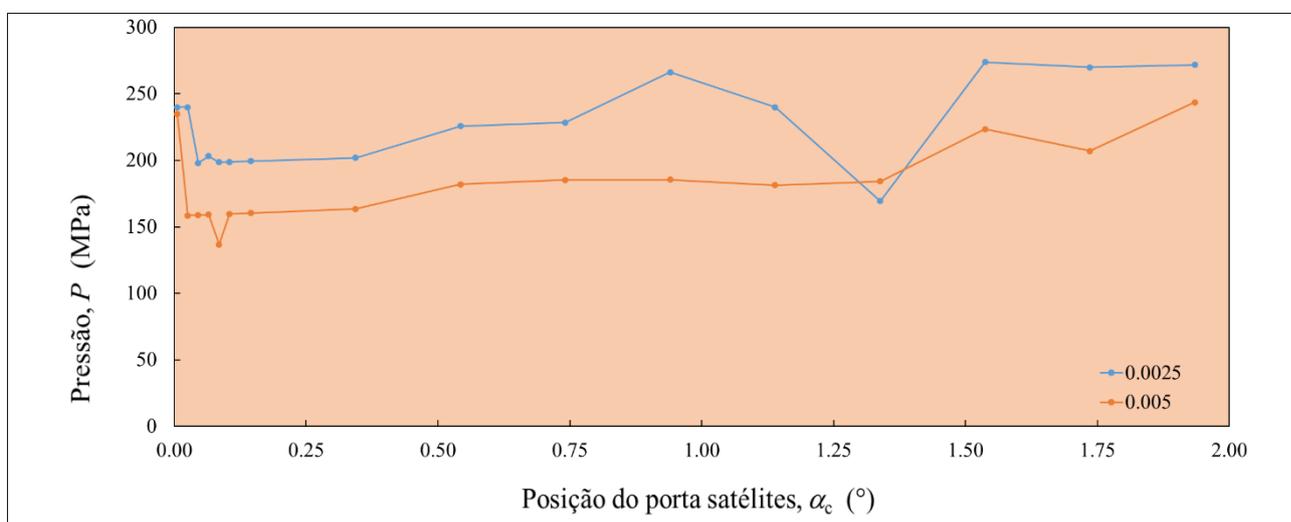


Figura 6.5 - Gráfico comparativo da pressão no par de contacto

6.1.2. 1º PAR DE DENTES DO CONTACTO B E 2º PAR DE DENTES NO PAR DE CONTACTO A

Nos casos do 1º par de dentes do contacto B e 2º par de dentes no par de contacto A, o ponto **1.338°** destaca-se por apresentar visualmente valores muito distintos, quer de área de contacto, quer da resultante das componentes normal e tangencial. No entanto, a pressão registada é bastante semelhante.

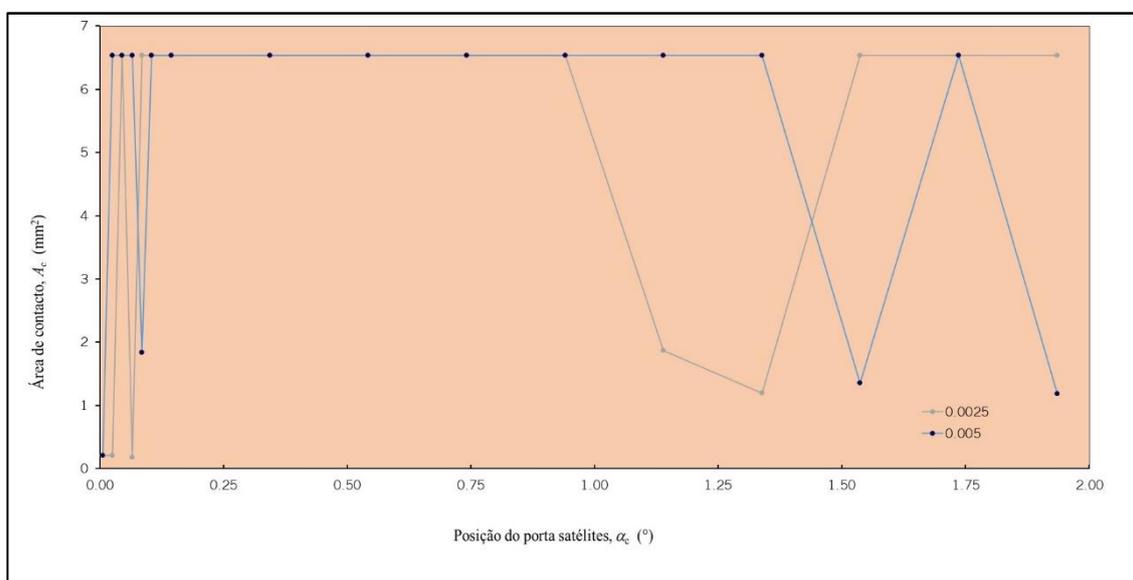


Figura 6.6 - Gráfico comparativo da área de contacto 1º par de dentes no par de contacto B

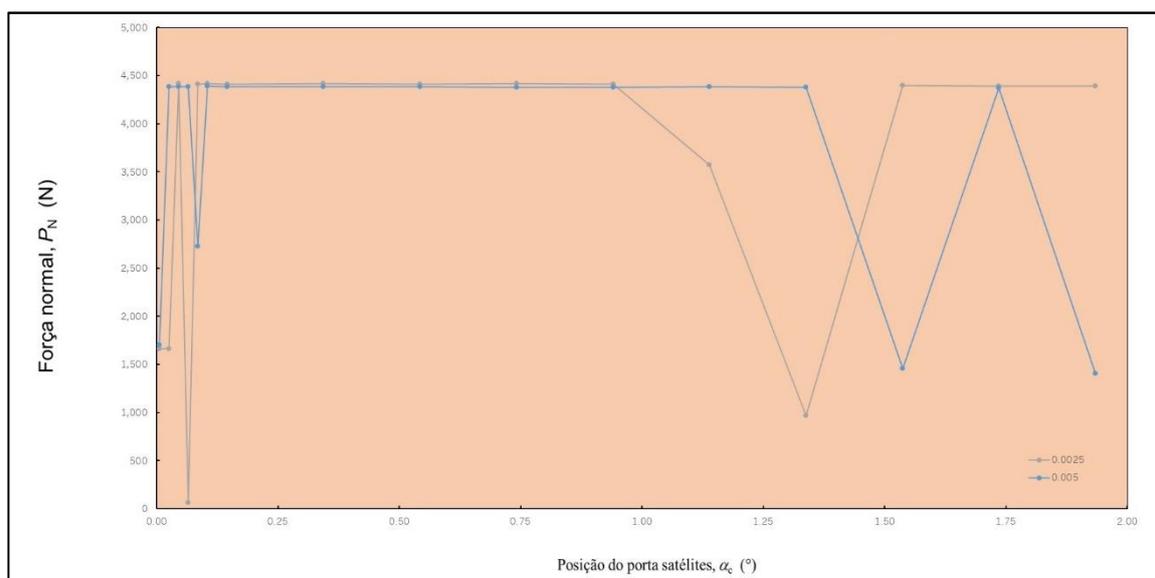


Figura 6.7 - Gráfico comparativo da força normal 1º par de dentes no par de contacto B

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

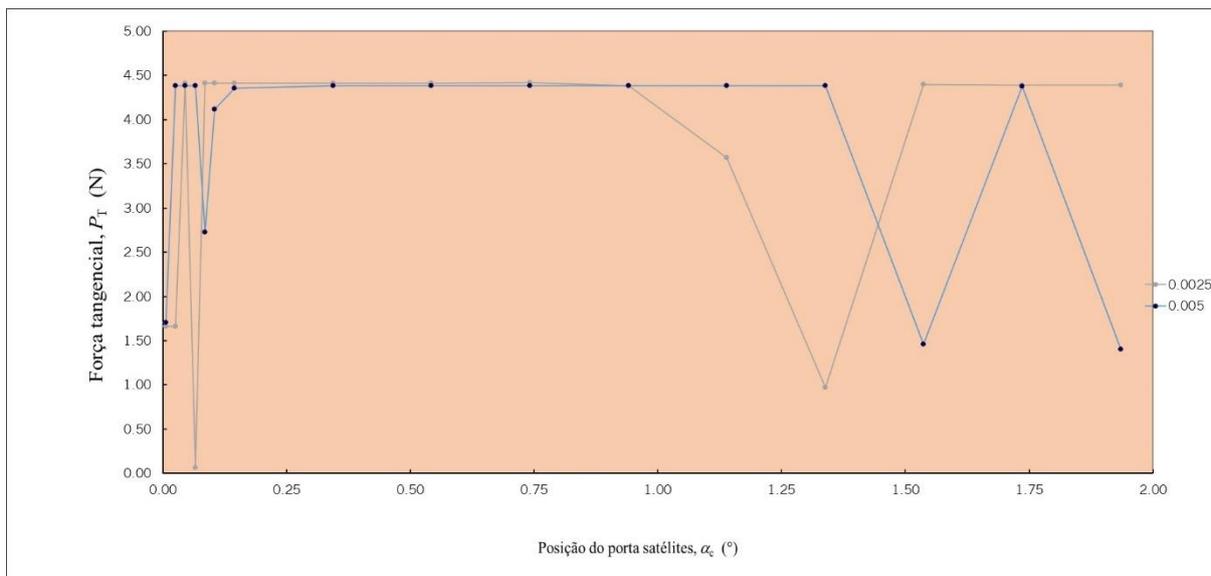


Figura 6.8 - Gráfico comparativo força tangencial 1ª par de dentes no par de contacto B

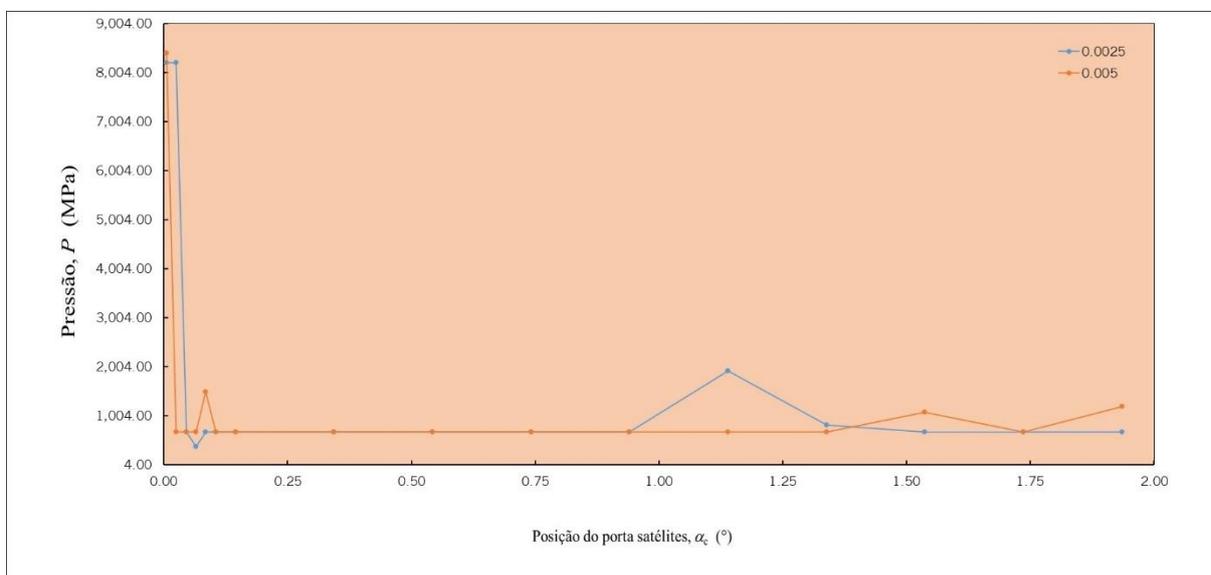


Figura 6.9 - Gráfico comparativo da pressão 1ª par de dentes no par de contacto B

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

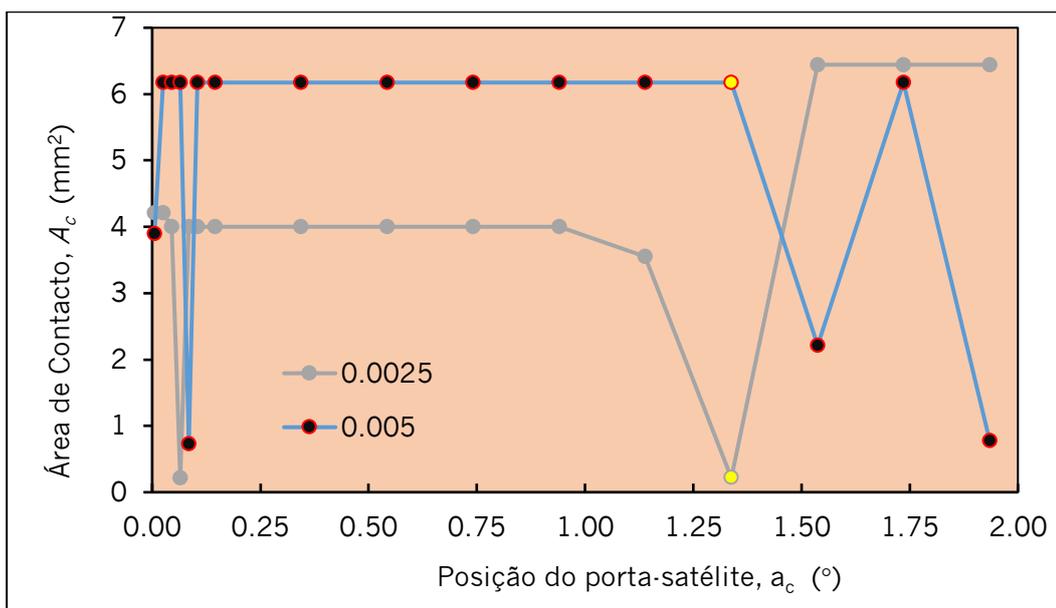


Gráfico 6.1-Gráfico comparativo da área de contacto 2º par de dentes no par de contacto A

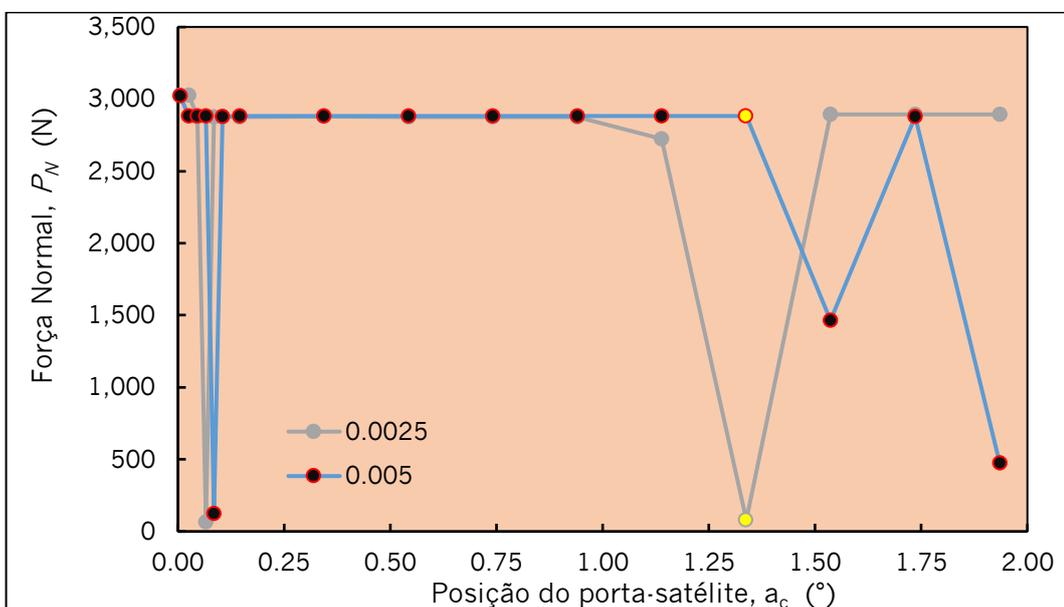


Gráfico 6.2-Gráfico comparativo da força normal 2º par de dentes no par de contacto A

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

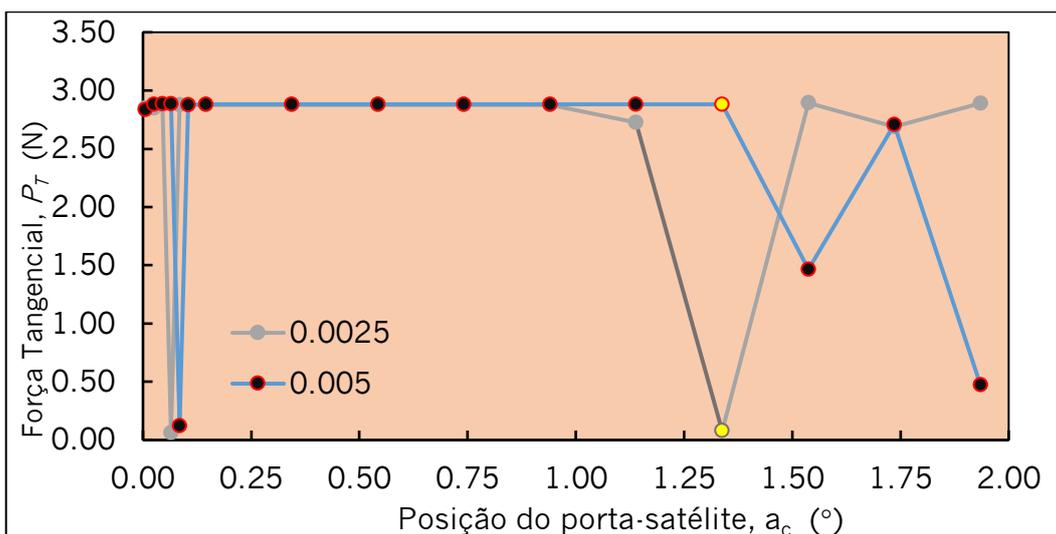


Gráfico 6.3-Gráfico comparativo da força tangencial 2º par de dentes no par de contacto A

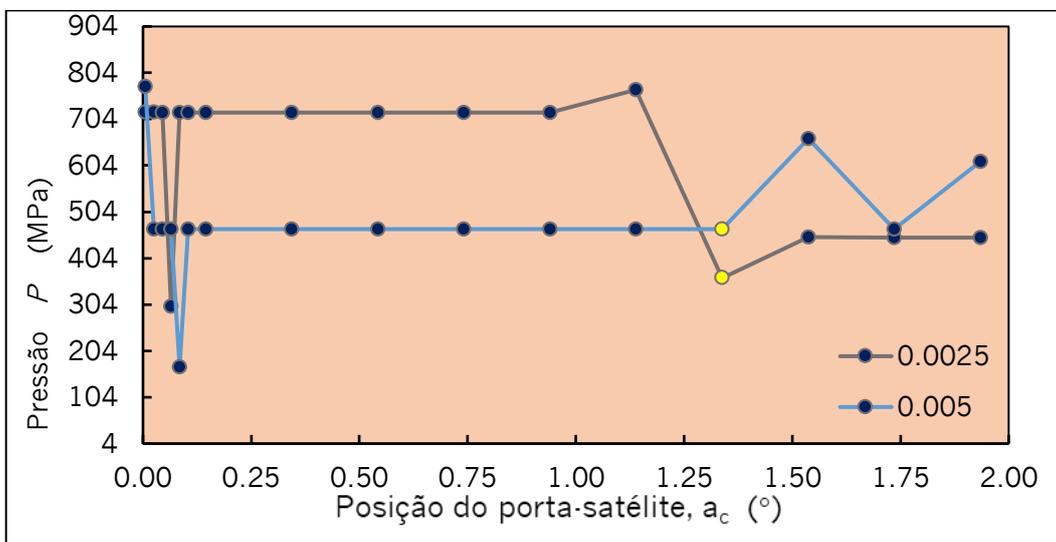


Gráfico 6.4-Gráfico comparativo pressão 2º par de dentes no par de contacto A

7. DISCUSSÃO DE RESULTADOS

A discussão de resultados será feita para os três ângulos analisados: 0° ; 0.0025° e 0.005° radiano. A análise será realizada apenas para um dos pares de contacto de contacto entre a roda satélite e anel exterior, em específico o 2º par de dentes do contacto B.

Nas figuras Figura 7.1Figura 7.2Figura 7.3Figura 7.4 observa-se que a orientação 1.537° se destaca-se das demais. Na Tabela 3 encontram-se expostos os valores de área de contacto, força normal, tangencial, resultante e de pressão para os ângulos de desalinhamento. Os valores exibidos pelo ângulo 0.005° são muito distintos em relação aos restantes, pelo que a variação percentual foi estudada para este. Verificamos que existe uma redução de: 66% da área de contacto, 49% de força normal, 49% de força tangencial e conseqüentemente um aumento de 49% da força resultante. Contrastando apenas a pressão que apresentou um aumento na ordem dos 48%.

Tabela 3- Valores dos componentes para a orientação 1.537° .

	α_c	Incremento	Área de contacto	P_N	P_T	P_R	P
	($^\circ$)		(mm^2)	(N)	(N)	(N)	(MPa)
0°	1.537	38	6.691	2891	2.891	2891	432.1
0.0025°	1.537	33	6.443	2893	2.893	2893	449
0.005°	1.537	34	2.21	1464	1.464	1464	662.4
Mediana	1.537	-	6.443	2891	2.891	2891	449
Variação	-	-	-66%	-49%	-49%	-49%	48%

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

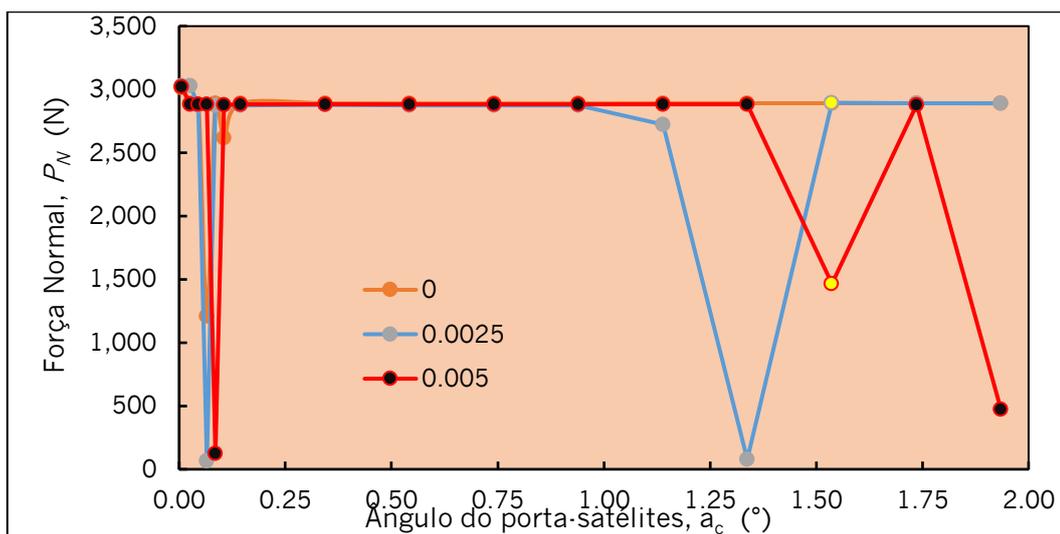


Figura 7.1 - Gráfico da Força Normal para os ângulos 0, 0,0025 e 0,005

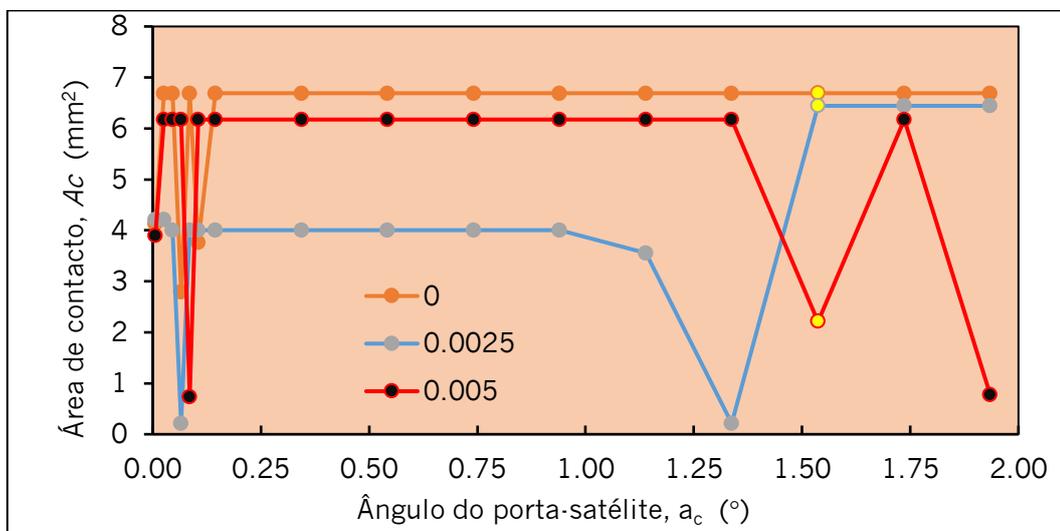


Figura 7.2 - Gráfico da área de contacto para os ângulos 0, 0,0025 e 0,005

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

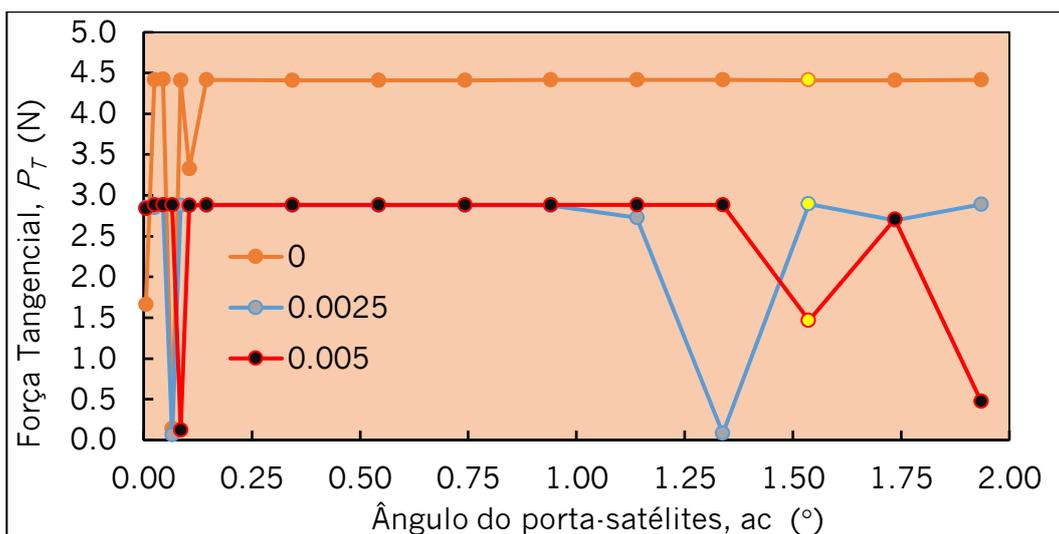


Figura 7.3 - Gráfico da Força tangencial para os ângulos 0, 0.0025 e 0.005

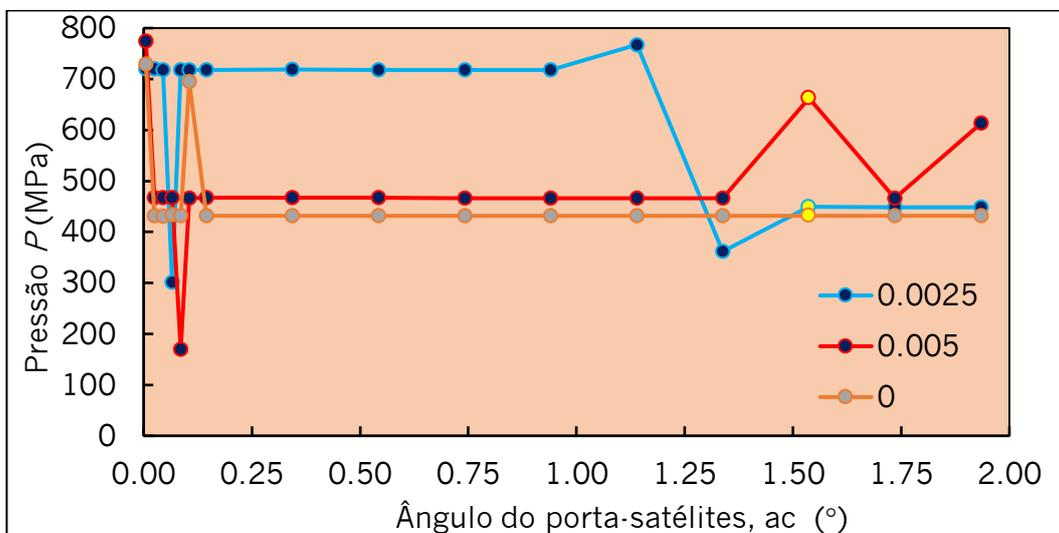


Figura 7.4 - Gráfico da Pressão para os ângulos 0, 0.0025 e 0.005

8. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

A presente dissertação teve por base o estudo de um trem epicicloidal e os efeitos dos desalinhamentos que podem advir de erros de montagem ou de desgaste dos componentes, comprometendo as condições de funcionamento do trem. Neste sentido, desenvolveu-se um modelo numérico de um trem epicicloidal a partir de uma formulação matemática que permite definir o perfil do dente de forma rigorosa. Procedeu-se a seguir à simulação das condições de carregamento do trem, visando alcançar o equilíbrio estático do mesmo, mediante a aplicação de um momento motor no eixo da roda planetária, e de um momento resistente aplicado no eixo do porta-satélites. Esta condição foi estabelecida para uma série alargada de posições iniciais, visando abranger uma gama de amplitudes angulares representativas do ciclo de engrenamento, nas condições de: (a) alinhamento perfeito; e de (b) desalinhamento do anel exterior. Desta análise resultaram padrões de comportamento dos parâmetros de funcionamento do trem, designadamente: (1) da pressão de contacto; (2) da área de contacto, (3) bem como da força normal e tangencial. Desta análise registaram-se diferenças assinaláveis nos padrões referidos entre os modelos em que o alinhamento dos componentes do trem foi considerado perfeito, e naquele em que se consideraram os componentes desalinhados.

No que respeita ao desalinhamento do trem consideraram-se dois valores, designadamente 0.0025 e 0.005 radianos. A análise destas amplitudes angulares revelou a existência de ângulos de engrenamento que apresentam comportamentos semelhantes para as diferentes amplitudes analisadas. Aqui, identificou-se um conjunto de posições angulares em que é possível observar uma perturbação assinalável no padrão dos parâmetros de funcionamento. Isto poderá significar que nessas condições a geometria do contacto entre os dentes assume uma posição crítica.

No seguimento desta dissertação seria importante o estudo de um ciclo total de engrenamento, já que neste estudo apenas foi estudado 40% daquele domínio. Para além disso, será interessante analisar o efeito das folgas entre os dentes, assim como a influência da alteração do raio de concordância do dente.

BIBLIOGRAFIA

- [1] M. Iglesias, A. Fernandez del Rincon, A. de-Juan, A. Diez-Ibarbia, P. Garcia, and F. Viadero, “Advanced model for the calculation of meshing forces in spur gear planetary transmissions,” *Meccanica*, vol. 50, no. 7, pp. 1869–1894, 2015, doi: 10.1007/s11012-015-0130-3.
- [2] P. Flores and P. Flores, “Órgãos de Máquinas II,” no. January, 2020.
- [3] R. G. Parker and J. Lin, “Mesh Phasing Relationships in Planetary and Epicyclic Gears,” *Mech. Eng.*, pp. 1–10, 2003.
- [4] C. G. Cooley and R. G. Parker, “A review of planetary and epicyclic gear dynamics and vibrations research,” *Appl. Mech. Rev.*, vol. 66, no. 4, 2014, doi: 10.1115/1.4027812.
- [5] J. Sanchez-Espiga, “DYNAMICAL BEHAVIOUR OF MULTISTAGE GEAR TRANSMISSIONS : ANALYSIS OF THE MESH PHASING.” 2021.
- [6] P. Flores and J. Gomes, “Cinemática e Dinâmica de Engrenagens 2. Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos,” 2014.
- [7] J. K. N. Richard G. Budynas, *Shigley’s Mechanical Engineering Design*, vol. 4, no. 1. 2557.
- [8] R. Gomes, “LIGAÇÃO PARAFUSADA VIGA-PILAR DO TIPO CHAPA DE EXTREMIDADE AJUSTADA VIA ELEMENTOS FINITOS 3D Nathalia Alves Dornellas Fonseca Gray Farias Moita,” no. January, 2017, doi: 10.20906/CPS/CILAMCE2017-0155.
- [9] “RMC 16.” <https://www.ramada.pt/pt/produtos/acos/aa-os-de-cementaa-ao/rmc-16.html> (accessed Oct. 21, 2022).
- [10] “AISI 5115/SAE 5115 Low Alloy Steel, Case Hardened.” <https://www.matweb.com/search/datasheet.aspx?matguid=8979f7b4e06d49d691afef1abb837846&ckck=1> (accessed Jan. 04, 2023).

ANEXO A: ÂNGULOS DE ROTAÇÃO EM TORNO DO EIXO Z

Tabela A-Ângulos de rotação em torno do eixo z

	$\alpha_s(\text{rad})$	$\alpha_c(\text{rad})$	$\alpha_p(\text{rad})$		$\alpha_s(\text{rad})$	$\alpha_c(\text{rad})$	$\alpha_p(\text{rad})$		$\alpha_s(\text{rad})$	$\alpha_c(\text{rad})$	$\alpha_p(\text{rad})$
O01	0.000206	-0.0006	0.001993	O24	0.023244	0.007039	-0.02117	O46	0.046283	0.014676	-0.04434
O3	0.001253	-0.00025	0.00094	O25	0.024292	0.007386	-0.02223	O47	0.04733	0.015023	-0.04539
O4	0.0023	0.000961	-0.00011	O26	0.025339	0.007733	-0.02328	O48	0.048377	0.01537	-0.04644
O5	0.003348	0.000443	-0.00117	O27	0.026386	0.00808	-0.02433	O49	0.049424	0.015717	-0.0475
O6	0.004395	0.00079	-0.00222	O28	0.027433	0.008427	-0.02538	O50	0.050471	0.016064	-0.04855
O7	0.005442	0.001137	-0.00327	O29	0.02848	0.008774	-0.02644	O51	0.051519	0.016412	-0.0496
O8	0.006489	0.001485	-0.00432	O30	0.029527	0.009122	-0.02749	O52	0.052566	0.016759	-0.05066
O9	0.007536	0.001832	-0.00538	O31	0.030575	0.009469	-0.02854	O53	0.053613	0.017106	-0.05171
O10	0.008584	0.002179	-0.00643	O32	0.031622	0.009816	-0.0296	O54	0.05466	0.017453	-0.05276
O11	0.009631	0.002526	-0.00748	O33	0.032669	0.010163	-0.03065	O55	0.055707	0.0178	-0.05382
O12	0.010678	0.002873	-0.00854	O34	0.033716	0.01051	-0.0317	O56	0.056755	0.018147	-0.05487
O13	0.011725	0.00322	-0.00959	O35	0.034763	0.010857	-0.03276	O57	0.057802	0.018494	-0.05592
O14	0.012772	0.003567	-0.01064	O36	0.035811	0.011204	-0.03381	O58	0.058849	0.018841	-0.05697
O15	0.01382	0.003915	-0.0117	O37	0.036858	0.011552	-0.03486	O59	0.059896	0.019189	-0.05803
O16	0.014867	0.004262	-0.01275	O38	0.037905	0.011899	-0.03591	O60	0.060943	0.019536	-0.05908
O17	0.015914	0.004609	-0.0138	O39	0.038952	0.012246	-0.03697	O61	0.061991	0.019883	-0.06013
O18	0.016961	0.004956	-0.01485	O40	0.039999	0.012593	-0.03802	O62	0.063038	0.02023	-0.06119
O19	0.018008	0.005303	-0.01591	O41	0.041047	0.01294	-0.03907	O63	0.064085	0.020577	-0.06224
O20	0.019056	0.00565	-0.01696	O42	0.042094	0.013287	-0.04013	O64	0.065132	0.020924	-0.06329
O21	0.020103	0.005997	-0.01801	O43	0.043141	0.013634	-0.04118	O65	0.066179	0.021271	-0.06434
O22	0.02115	0.006345	-0.01907	O44	0.044188	0.013982	-0.04223	O66	0.067227	0.021619	-0.0654
O23	0.022197	0.006692	-0.02012	O45	0.045235	0.014329	-0.04329	O67	0.068274	0.021966	-0.06645

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

	$\alpha_s(\text{rad})$	$\alpha_c(\text{rad})$	$\alpha_p(\text{rad})$		$\alpha_s(\text{rad})$	$\alpha_c(\text{rad})$	$\alpha_p(\text{rad})$
O68	0.069321	0.022313	-0.0675	O85	0.087123	0.028214	-0.0854
O69	0.070368	0.02266	-0.06856	O86	0.088171	0.028561	-0.08646
O70	0.071415	0.023007	-0.06961	O87	0.089218	0.028908	-0.08751
O71	0.072463	0.023354	-0.07066	O88	0.090265	0.029256	-0.08856
O72	0.07351	0.023701	-0.07172	O89	0.091312	0.029603	-0.08962
O73	0.074557	0.024049	-0.07277	O90	0.092359	0.02995	-0.09067
O74	0.075604	0.024396	-0.07382	O91	0.093407	0.030297	-0.09172
O75	0.076651	0.024743	-0.07487	O92	0.094454	0.030644	-0.09278
O76	0.077699	0.02509	-0.07593	O93	0.095501	0.030991	-0.09383
O77	0.078746	0.025437	-0.07698	O94	0.096548	0.031338	-0.09488
O78	0.079793	0.025784	-0.07803	O95	0.097595	0.031686	-0.09593
O79	0.08084	0.026131	-0.07909	O96	0.098643	0.032033	-0.09699
O80	0.081887	0.026479	-0.08014	O97	0.09969	0.03238	-0.09804
O81	0.082935	0.026826	-0.08119	O98	0.100737	0.032727	-0.09909
O82	0.083982	0.027173	-0.08225	O99	0.101784	0.033074	-0.10015
O83	0.085029	0.02752	-0.0833	O100	0.102831	0.033421	-0.1012
O84	0.086076	0.027867	-0.08435	O101	0.103879	0.033768	-0.10225
				O102	0.104926	0.034116	-0.10331

ANEXO B: EIXO DO PORTA SATÉLITE/FURO RODA SATÉLITE

Tabela 4-Resultados obtidos para o par de contacto eixo do porta satélite e furo da roda satélite

	α_c	Incre- mento	Área de contacto	P_N	P_T	P_R	P
	(°)		(mm ²)	(N)	(N)	(N)	(Mpa)
001	-0.0343	22	23.85	5855	5.845	5855.003	245.4928
003	-0.0144	19	23.85	5856	5.842	5856.003	245.5347
004	0.0055	22	23.86	5856	5.845	5856.003	245.4318
005	0.0254	62	20.91	5851	5.844	5851.003	279.8184
006	0.0453	33	22.18	5842	5.834	5842.003	263.3906
007	0.0652	134	21.33	5234	5.136	5234.003	245.3822
008	0.0851	40	20.91	5849	5.843	5849.003	279.7228
009	0.105	47	23.83	5757	5.748	5757.003	241.5864
011	0.1447	38	20.91	5850	5.844	5850.003	279.7706
012	0.1646	41	20.91	5851	5.845	5851.003	279.8184
016	0.2442	60	20.91	5852	5.845	5852.003	279.8662
017	0.2641	65	20.91	5851	5.845	5851.003	279.8184
018	0.284	64	20.91	5850	5.844	5850.003	279.7706
019	0.3038	64	20.91	5850	5.844	5850.003	279.7706
020	0.3237	56	20.91	5852	5.846	5852.003	279.8662
021	0.3436	67	20.91	5850	5.844	5850.003	279.7706
022	0.3635	42	22.17	5847	5.841	5847.003	263.7349
023	0.3834	39	20.91	5850	5.844	5850.003	279.7706
024	0.4033	29	22.17	5848	5.842	5848.003	263.78
025	0.4232	46	20.91	5851	5.846	5851.003	279.8184
026	0.4431	46	20.91	5851	5.846	5851.003	279.8184
027	0.463	43	20.91	5851	5.845	5851.003	279.8184
028	0.4829	37	22.17	5848	5.843	5848.003	263.78
029	0.5027	37	22.17	5848	5.843	5848.003	263.78
030	0.5226	49	22.17	5850	5.842	5848.003	263.78
031	0.5425	60	20.91	5850	5.845	5850.003	279.7706
032	0.5624	41	22.17	5847	5.842	5847.003	263.7349
041	0.7414	41	20.91	5852	5.846	5852.003	279.8662
042	0.7613	41	20.91	5852	5.846	5852.003	279.8662
051	0.9403	32	22.17	5851	5.846	5851.003	263.9153
052	0.9602	25	22.17	5846	5.838	5846.003	263.6898
061	1.1392	58	22.17	5852	5.847	5852.003	263.9604
069	1.2983	144	31.08	5816	5.728	5816.003	187.1301
070	1.3182	80	23.01	5769	5.762	5769.003	250.7172
071	1.3381	31	22.17	5852	5.847	5852.003	263.9604

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

072	1.358	113	29.1	5749	5.736	5749.003	197.5602
073	1.3779	157	15.56	7831	7.827	7831.004	503.2779
081	1.537	38	20.91	5854	5.849	5854.003	279.9619
091	1.7359	37	22.17	5855	5.85	5855.003	264.0958
0101	1.9348	20	22.17	5848	5.842	5848.003	263.78

ANEXO C: 1º PAR DE DENTES DO CONTACTO B

Tabela 5-Resultados obtidos para a interação do 1º par de contacto B

	α_c	Incre- mento	Área de contacto	P_N	P_T	P_R	P
	(°)		(mm ²)	(N)	(N)	(N)	(MPa)
001	-0.0343	22	0.203	1665	1.665	1665	8202
003	-0.0144	19	0.203	1666	1.666	1666	8206.9
004	0.0055	22	0.203	1664	1.664	1664	8197
005	0.0254	62	6.533	4414	4.414	4414	675.65
006	0.0453	33	6.533	4420	4.42	4420	676.57
007	0.0652	31	0.8622	144.5	0.145	144.5	167.59
008	0.0851	40	6.533	4413	4.413	4413	675.49
009	0.105	47	1.867	3327	3.327	3327	1782
011	0.1447	38	6.533	4414	4.414	4414	675.65
012	0.1646	41	6.533	4414	4.414	4414	675.65
016	0.2442	60	6.533	4414	4.414	4414	675.65
017	0.2641	65	6.533	4414	4.414	4414	675.65
018	0.284	64	6.533	4413	4.394	4413	675.49
019	0.3038	64	6.533	4413	4.394	4413	675.49
020	0.3237	56	6.533	4413	4.323	4413	675.49
021	0.3436	67	6.533	4413	4.413	4413	675.49
022	0.3635	42	6.533	4413	4.413	4413	675.49
023	0.3834	39	6.533	4414	4.414	4414	675.65
024	0.4033	29	6.533	4418	4.418	4418	676.26
025	0.4232	46	6.533	4413	4.413	4413	675.49
026	0.4431	46	6.533	4413	4.413	4413	675.49
027	0.463	43	6.533	4413	4.413	4413	675.49
028	0.4829	37	6.533	4413	4.413	4413	675.49
029	0.5027	37	6.533	4413	4.413	4413	675.49
030	0.5226	49	6.533	4413	4.414	4414	675.65
031	0.5425	60	6.533	4413	4.413	4413	675.49
032	0.5624	41	6.533	4413	4.413	4413	675.49
041	0.7414	41	6.533	4413	4.413	4413	675.49
042	0.7613	41	6.533	4415	4.415	4415	675.8
051	0.9403	32	6.533	4414	4.414	4414	675.65
052	0.9602	25	6.533	4417	4.416	4417	676.11

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

061	1.1392	58	6.533	4415	4.415	4415	675.8
069	1.2983	65	1.203	639.2	0.639	639.2	531.34
070	1.3182	50	1.414	1536	1.536	1536	1086.3
071	1.3381	31	6.533	4414	4.414	4414	675.65
072	1.358	60	0.8589	261.7	0.262	261.7	304.69
073	1.3779	41	1.223	1544	1.544	1544	1262.5
081	1.537	38	6.533	4412	4.412	4412	675.34
091	1.7359	37	6.533	4411	4.41	4411	675.19
0101	1.9348	20	6.533	4414	4.414	4414	675.65

ANEXO D: 2º PAR DE DENTES DO CONTACTO A

Tabela 6-Resultados obtidos para a interação do 2º par de contacto A

	α_c	Incre- mento	Área de contacto	P_N	P_T	P_R	P
	(°)		(mm ²)	(N)	(N)	(N)	(MPa)
001	-0.0343	22	4.129	3013	2.731	3013	729.72
003	-0.0144	19	4.129	3013	2.814	3013	729.72
004	0.0055	22	4.129	3013	2.618	3013	729.72
005	0.0254	62	6.691	2890	2.89	2890	431.92
006	0.0453	33	6.691	2884	2.884	2884	431.03
007	0.0652	29	2.788	1209	1.209	1209	433.64
008	0.0851	40	6.691	2890	2.89	2890	431.92
009	0.105	47	3.763	2616	2.61	2616	695.19
011	0.1447	38	6.691	2889	2.889	2889	431.77
012	0.1646	41	6.691	2890	2.89	2890	431.92
016	0.2442	60	6.691	2890	2.89	2890	431.92
017	0.2641	65	6.691	2890	2.89	2890	431.92
018	0.284	64	6.691	2890	2.89	2890	431.92
019	0.3038	64	6.691	2890	2.89	2890	431.92
020	0.3237	56	6.691	2891	2.891	2891	432.07
021	0.3436	67	6.691	2891	2.891	2891	432.07
022	0.3635	42	6.691	2888	2.888	2888	431.62
023	0.3834	39	6.691	2890	2.89	2890	431.92
024	0.4033	39	6.691	2890	2.89	2890	431.92
025	0.4232	29	6.691	2890	2.89	2890	431.92
026	0.4431	46	6.691	2890	2.89	2890	431.92
027	0.463	46	6.691	2890	2.89	2890	431.92
028	0.4829	43	6.691	2890	2.89	2890	431.92
029	0.5027	37	6.691	2889	2.889	2889	431.77
030	0.5226	49	6.691	2.89E+03	2.89	2890	431.92
031	0.5425	60	6.691	2890	2.89	2890	431.92
032	0.5624	41	6.691	2887	2.887	2887	431.48
041	0.7414	41	6.691	2890	2.89	2890	431.92
042	0.7613	41	6.691	2890	2.89	2890	431.92
051	0.9403	32	6.691	2890	2.89	2890	431.92
052	0.9602	25	6.691	2889	2.889	2889	431.77
061	1.1392	62	2.757	516	0.516	516	187.16
069	1.2983	48	2.741	296.1	0.296	296.1	108.03

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

070	1.3182	50	2.779	640.5	0.641	640.5	230.48
071	1.3381	31	6.691	2891	2.891	2891	432.07
072	1.358	50	2.779	640.5	0.641	640.5	230.48
073	1.3779	39	2.788	1238	1.238	1238	444.05
081	1.537	38	6.691	2891	2.891	2891	432.07
091	1.7359	37	6.691	2891	2.891	2891	432.07
0101	1.9348	20	6.691	2890	2.89	2890	431.92

ANEXO E: 3º PAR DE DENTES DO CONTACTO A

Tabela 7-Resultados obtidos para a interação do 3º par de contacto A

	α_c	Incre- mento	Área de contacto	P_N	P_T	P_R	P
	(°)		(mm ²)	(N)	(N)	(N)	(MPa)
001	0.0343	-	-	-	-	-	-
003	0.0144	-	-	-	-	-	-
004	0.0055	-	-	-	-	-	-
005	0.0254	62	4.17	2975	2.951	2975	713.43
006	0.0453	33	4.519	2982	2.982	2982	659.88
007	0.0652	134	3.677	6247	6.247	6247	1698.9
008	0.0851	40	4.17	2975	2.957	2975	713.43
009	0.105	47	4.113	3154	3.154	3154	766.84
011	0.1447	38	4.17	2976	2.955	2976	713.67
012	0.1646	41	4.17	2975	2.958	2975	713.43
016	0.2442	60	4.17	2975	2.956	2975	713.43
017	0.2641	65	4.17	2975	2.957	2975	713.43
018	0.284	64	4.17	2976	2.944	2976	713.67
019	0.3038	64	4.17	2976	2.944	2976	713.67
020	0.3237	56	4.17	2975	2.939	2975	713.43
021	0.3436	67	4.17	2975	2.95	2975	713.43
022	0.3635	42	4.17	2977	2.95	2977	713.91
023	0.3834	39	4.17	2975	2.947	2975	713.43
024	0.4033	29	4.519	2975	2.954	2975	658.33
025	0.4232	46	4.17	2975	2.942	2975	713.43
026	0.4431	46	4.17	2975	2.941	2975	713.43
027	0.463	43	4.17	2975	2.943	2975	713.43
028	0.4829	37	4.17	2976	2.948	2976	713.67
029	0.5027	37	4.17	2976	2.948	2976	713.67
030	0.5226	49	4.344	2.98E+03	2.954	2976	685.08
031	0.5425	60	4.17	2975	2.952	2975	713.43
032	0.5624	41	4.17	2978	2.929	2978	714.15
041	0.7414	41	4.17	2975	2.948	2975	713.43
042	0.7613	41	4.17	2975	2.942	2975	713.43
051	0.9403	32	4.17	2975	2.95	2975	713.43
052	0.9602	25	4.519	2976	2.976	2976	658.55

Análise do comportamento quase-estático de um trem epicicloidal de três satélites: efeito do desalinhamento

061	1.1392	58	4.17	2974	2.95	2974	713.19
069	1.2983	144	2.368	5749	5.749	5749	2427.8
070	1.3182	80	2.192	5811	5.811	5811	2651
071	1.3381	31	4.17	2975	2.948	2975	713.43
072	1.358	113	1.725	5794	5.794	5794	3358.8
073	1.3779	157	3.672	6222	6.222	6222	1694.4
081	1.537	38	4.17	2975	2.932	2975	713.43
091	1.7359	37	4.17	2975	2.904	2975	713.43
0101	1.9348	20	4.345	2976	2.976	2976	684.93