



Universidade do Minho
Escola de Engenharia

Análise do Contacto de Engrenagens Cónicas com Dentado
Espiral: Simulação Numérica e Validação Experimental

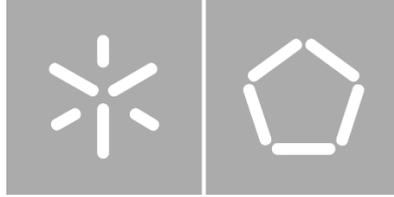
Rafaela Luís da Costa

Uminho | 2021

Rafaela Luís da Costa Silva

**Análise do Contacto de Engrenagens
Cónicas com Dentado Espiral:
Simulação Numérica e Validação
Experimental**

julho 2021



Universidade do Minho

Escola de Engenharia

Rafaela Luís da Costa Silva

**Análise do Contacto de Engrenagens
Cónicas com Dentado Espiral:
Simulação Numérica e Validação
Experimental**

Dissertação de Mestrado

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica

Trabalho efetuado sob orientação do(s)

Professor Nuno Miguel Magalhães Dourado

Professor João Paulo Flores Fernandes

julho 2021

iii

DIREITOS DE AUTOR E CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO TRABALHO POR TERCEIROS

Este é um trabalho académico que pode ser utilizado por terceiros desde que respeitadas as regras e boas práticas internacionalmente aceites, no que concerne aos direitos de autor e direitos conexos.

Assim, o presente trabalho pode ser utilizado nos termos previstos na licença abaixo indicada.

Caso o utilizador necessite de permissão para poder fazer um uso do trabalho em condições não previstas no licenciamento indicado, deverá contactar o autor, através do RepositóriUM da Universidade do Minho.



Atribuição-NãoComercial-SemDerivações
CC BY-NC-ND

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

AGRADECIMENTOS

A concretização desta dissertação de mestrado contou com muitos apoios e incentivos sem os quais não se teria tornado possível e aos quais estarei para sempre grata.

Ao professor Nuno Dourado, pela sua orientação, apoio, disponibilidade, pelo conhecimento que me transmitiu, pela colaboração ao longo da realização deste longo trabalho.

Aos docentes que, ao longo destes anos de curso, me ajudaram a ganhar conhecimentos e capacidades para alcançar o objetivo deste trabalho.

Aos meus colegas de curso, que se tornaram amigos, que estiveram ao meu lado durante esta fase, pelo companheirismo, força e apoio.

Aos meus companheiros e amigos da AAUM, por tudo que me ensinaram, por todo o apoio e incentivo que me deram nesta fase.

Aos meus amigos do Kasa, que me acompanharam na fase final deste trabalho, pela diversão, apoio e companheirismo que nunca faltou.

Por último, sozinha nada disto seria possível, agradeço aos meus pais, pelo apoio, incentivo e paciência que tiveram durante este longo percurso.

DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho académico e confirmo que não recorri à prática de plágio nem a qualquer forma de utilização indevida ou falsificação de informações ou resultados em nenhuma das etapas conducente à sua elaboração.

Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

RESUMO

O objetivo deste trabalho é, principalmente, o estudo de engrenagens cónicas com dentado espiral. No entanto, no início da análise foram utilizadas engrenagens cilíndricas de dentes retos, por serem um mecanismo mais simples de análise e compreensão do seu comportamento. Para a análise, de ambas, recorreu-se a simulações por elementos finitos, usando o software Abaqus.

Em primeiro lugar, foi feito um estudo da arte, para se conhecer melhor o mecanismo de transmissão estudado, as engrenagens. Num modo geral, foram estudados todos os tipos de engrenagens, mas foram analisadas, de um modo mais profundo, os dois tipos de engrenagens utilizados neste estudo (cilíndricas de dentes retos e cónicas de dentado espiral). Nesse mesmo estado da arte, foi feita uma pequena pesquisa sobre os processos de fabrico das engrenagens.

Para estudo das engrenagens, foram analisadas as tensões (tensão segundo critério de Von Mises e a tensão normal s_{22}). Este estudo levou em linha de conta aspetos de natureza operacional, tais como o desalinhamento involuntário dos eixos dos elementos da transmissão, bem como a correção do dentado e binário aplicado. Analisaram-se, ainda, alguns aspetos da simulação, que influenciam a análise do comportamento das engrenagens, tais como, influência do número de dentes e refinamento da malha.

Por fim, foram analisados os resultados, comparados os comportamentos das engrenagens e retiradas conclusões.

Palavras chave: Engrenagens cónicas com dentado espiral; Engrenagens cilíndricas de dentes retos; Abaqus; Tensão; Von Mises; Tensão normal; desalinhamento; binário; malha; refinamento; correção do dentado; dentes; Método elementos Finitos;

ABSTRACT

The objective of this work is, mainly, the study of bevel gears with spiral teeth. However, at the beginning of the analysis, straight teeth cylindrical gears were used, as they are a simpler mechanism to analyse and understand their behaviour. For the analysis of both, finite element simulations were used, using the Abaqus software.

Firstly, a study of the art was made, in order to better understand the studied transmission mechanism, the gears. In general, all types of gears were studied, but the two types of gears used in this study (cylindrical straight teeth and conical spiral teeth) were further analysed. In this same state of the art, a little research was done on the manufacturing processes of the gears.

To study the gears, the stresses were analysed (stress according to Von Mises criteria and the normal stress s_{22}). This study took into account aspects of an operational nature, such as the involuntary misalignment of the axles of the transmission elements, as well as the correction of the gear and applied torque. Some aspects of the simulation were also analysed, which influence the analysis of the behaviour of the gears, such as, influence of the number of teeth and mesh refinement.

Finally, the results were analysed, the gears' behaviour was compared and conclusions were drawn.

Keywords: Bevel gears with spiral teeth; Spur cylindrical gears; Abaqus; Tension; Von Mises; Normal tension; misalignment; binary; mesh; refinement; tooth correction; teeth; Finite element method;

ÍNDICE

DIREITOS DE AUTOR E CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO TRABALHO POR TERCEIROS	IV
AGRADECIMENTOS	V
DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE	VI
RESUMO	VII
ABSTRACT	VIII
ÍNDICE	IX
ÍNDICE DE FIGURAS	XI
ÍNDICE DE TABELAS	XVII
LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E ACRÓNIMOS	XVIII
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	1
1.1. ENQUADRAMENTO	1
1.2. OBJETIVOS	2
1.3. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	2
CAPÍTULO 2 – ENGRENAGENS	4
2.1. INTRODUÇÃO	4
2.1. PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS	4
2.2. TIPOS DE ENGRENAGENS	5
2.2.1. Engrenagens Cilíndricas	6
2.2.1.1. Terminologia	8
2.2.1.2. Módulo e Relações Geométricas	11
2.2.2. Engrenagens Cónicas	15
2.2.2.1. Terminologia	16
2.2.2.2. Traçado aproximado de Tredgold	17
2.2.2.3. Relações Geométricas	18
2.2.3. Engrenagens Torsas	19
2.2.4. Engrenagens Especiais	20
2.3. PROCESSOS DE FABRICO	20
2.3.1. Maquinagem	21

2.3.2.	Injeção	22
2.3.3.	Sinterização	23
2.3.4.	Fundição	23
2.3.5.	Conformação	25
CAPÍTULO 3 – MODELAÇÃO PELO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS		28
3.1.	INTRODUÇÃO	28
3.2.	SOFTWARES	30
3.2.1.	Abaqus	30
CAPÍTULO 4 – ANÁLISES DE TENSÕES		32
4.1	MODELO ENGRENAGEM CILÍNDRICA DE DENTADO RETO	35
4.1.1.	Influência número de dentes na análise	39
4.1.1.1.	Conclusão	45
4.1.2.	Correção do dentado	45
4.1.2.1.	Conclusão	48
4.1.3.	Efeito do desalinhamento	49
4.1.3.1.	Conclusão	58
4.1.4.	Influência do binário aplicado	59
4.1.4.1.	Conclusão:	62
4.2.	MODELO ENGRENAGEM CÓNICA COM DENTADO ESPIRAL	62
4.2.1.	Comparação com a Engrenagem Cilíndrica de dentes retos	63
4.2.1.1	Conclusão:	70
4.2.2.	Influência da aplicação de rotação	71
4.2.2.2.	Conclusão:	75
4.2.3.	Efeito do desalinhamento	76
4.2.3.1.	Conclusão:	78
CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES		79
CAPÍTULO 6 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		81
1.	ANEXOS	85
ANEXO A	85
ANEXO B	87
ANEXO C	88
ANEXO D	89

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Engrenagem cilíndrica de dentes retos	6
Figura 2 - Engrenagem cilíndrica com dentes helicoidais em espinha.....	7
Figura 3 - Engrenagens cilíndricas de pinhão-cremalheira	8
Figura 4 - Engrenagem cilíndrica de dentes retos e terminologia básica de engrenagens....	9
Figura 5 - Representação dos ângulos de incidência e pressão.	11
Figura 6 - Engrenagem Cilíndrica Exterior	14
Figura 7 - Engrenagem cônica de dentes retos	16
Figura 8 - Engrenagem cônica de dentes espirais	16
Figura 9 - Nomenclatura Engrenagem Cônica	17
Figura 10 - Engrenamento cônico.....	18
Figura 11 - Engrenagem de parafuso sem-fim	19
Figura 12 - Etapas do processo de fundição por cera perdida.....	25
Figura 13 - Modelo da engrenagem cilíndrica de dentado reto	35
Figura 14 - Engrenagem Cilíndrica de dentes retos, modelo de 3 dentes	37
Figura 15 - Engrenagem Cilíndrica de dentes retos, modelo de 5 dentes	37
Figura 16 - Engrenagem Cilíndrica de dentes retos, modelo com 7 dentes	37
Figura 17 - Engrenagem Cilíndrica de dentes retos, modelo com 9 dentes	37
Figura 18 - Elemento de tijolo com 20 nós.....	38
Figura 19 - Esquema de pontos de integração 2x2x2 em elementos hexaédricos	38
Figura 20 - Restrição de acoplamento cinemático. https://abaqus-docs.mit.edu/2017/English/SIMACAEKEYRefMap/simakey-r-coupling.htm#simakey-r-coupling	39

Figura 21 – Divisão do dente em sete caminhos distintos, para análise.	40
Figura 22 - Caminho Path1 , da roda.	40
Figura 23 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path. (Gráfico Modelo)	41
Figura 24 - Tensões segundo o Critério de Von Mises, ao longo da largura do dente, para o modelo de 3teeth - 5Nm	42
Figura 25 - Tensões normais s22, ao longo largura do dente, para o modelo de 3 teeth - 5Nm	42
Figura 26 – Tensões segundo o Critério de Von Mises, na raiz do dente, ao longo da largura do dente.....	43
Figura 27 - Tensões normais s22, na raiz do dente, ao longo largura do dente.	43
Figura 28 - Tensões segundo o Critério de Von Mises, no ponto de contacto, ao longo da largura do dente.	43
Figura 29 - Tensões normais s22, no ponto de contacto, ao longo largura do dente.	44
Figura 30 - Tensões segundo o Critério de Von Mises, na raiz do dente, ao longo da largura do dente.....	44
Figura 31 - Tensões normais s22, na raiz do dente, ao longo largura do dente.	44
Figura 32 - Interferência entre dentes, no modelo de 3 dentes	46
Figura 33 - Aresta da roda que interfere com a superfície do dente do pinhão.....	46
Figura 34 - Gráfico representativo do deslocamento dos pontos da aresta do dente da roda, segundo um vetor B1 e um ângulo theta.	47
Figura 35 - Nova configuração do dente da roda, após correção do dentado.	48

Figura 36 - Tensão segundo o critério de Von Mises, na raiz do dente, ao longo do dente (3 teeth - 5Nm)	48
Figura 37 - Tensões normais S22, na raiz do dente, ao longo da largura do dente (3teeth - 5Nm)	49
Figura 38 - Eixo de coordenadas do pinhão (1) e da roda (2).	51
Figura 39 - Eixo XY do pinhão (1).....	51
Figura 40 - Eixo XY original da roda e eixo XY' após transformação, para que ocorra desalinhamento.....	52
Figura 41 - Eixo do pinhão(1) e eixo da roda desalinhada(2).....	52
Figura 42 - Tensão segundo o critério de Von Mises, na raiz do dente, ao longo da largura do dente. (3 teeth – 5Nm).....	53
Figura 43 - Tensão segundo o critério de Von Mises, na raiz do dente, ao longo da largura do dente e dos desalinhamentos (3 teeth – 5Nm).....	53
Figura 44 - Tensão segundo o critério de Von Mises, no ponto de contacto, ao longo da largura do dente. (3 teeth – 5Nm)	54
Figura 45 - Tensão segundo o critério de Von Mises, no ponto de contacto, ao longo da largura do dente e dos desalinhamentos (3 teeth – 5Nm)	54
Figura 46 - Tensão segundo o critério de Von Mises, na raiz do dente, ao longo da largura do dente. (3 teeth – 5Nm).....	55
Figura 47 - Tensão segundo o critério de Von Mises, na raiz do dente, ao longo da largura do dente e dos desalinhamentos (3 teeth – 5Nm).....	55

Figura 48 - Tensões normais S22, na raiz do dente, ao longo da largura do dente (3teeth – 5Nm)	56
Figura 49 – Tensões normais s22, na raiz do dente, ao longo da largura do dente e dos desalinhamentos (3 teeth – 5Nm).....	56
Figura 50 - Tensões normais S22, no ponto de contacto, ao longo da largura do dente (3teeth - 5Nm)	57
Figura 51 - Tensões normais s22, no ponto de contacto, ao longo da largura do dente e dos desalinhamentos (3 teeth – 5Nm)	57
Figura 52 - Tensões normais S22, na raiz do dente, ao longo da largura do dente (3teeth - 5Nm)	58
Figura 53 - Tensões normais s22, na raiz do dente, ao longo da largura do dente e dos desalinhamentos (3 teeth – 5Nm).....	58
Figura 54 - Tensão segundo o critério de Von Mises, nos três pontos críticos, ao longo da largura do dente, para um binário de 5Nm.....	60
Figura 55 - Tensão segundo o critério de Von Mises, nos três pontos críticos, ao longo da largura do dente, para um binário de 500Nm.....	60
Figura 56 - Tensão normal s22, nos três pontos críticos, ao longo da largura do dente, para um binário de 5Nm.....	61
Figura 57 - Tensão normal s22, nos três pontos críticos, ao longo da largura do dente, para um binário de 500Nm.....	61
Figura 58 - Engrenagem cónica de dentado espiral	62

Figura 59 - Tensão segundo o critério de Von Mises, para a engrenagem cônica de dentado espiral.	64
Figura 60 - Tensão segundo o critério de Von Mises, para a engrenagem cônica de dentado espiral.	64
Figura 61 - Elemento tetraédrico de 10 nós.....	65
Figura 63 – Tensão segundo o critério de Von Mises, numa engrenagem cônica de dentado espiral, no software Abaqus.	66
Figura 64 - Tensão segundo o critério de Von Mises, numa engrenagem cônica de dentado espiral, no software Abaqus.	66
Figura 65 - – Divisão do dente em cinco caminhos distintos, para análise.....	67
Figura 66 - Caminho do path#1	67
Figura 67 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#1.....	68
Figura 68 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#2.....	68
Figura 69 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#3.....	69
Figura 70 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#4.....	69
Figura 71 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#5.....	70
Figura 72 - Tensão segundo o critério de Von Mises, para engrenagem cilíndrica de dentes retos.....	70
Figura 73 - Tensão segundo critério de Von Mises, rotação 0.2rad.....	71
Figura 74 - Tensão segundo critério de Von Mises, rotação 0.4rad.....	72
Figura 75 - Caminho Path#1	72

Figura 76 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#1, rotação 0.2rad	73
Figura 77 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#1, rotação 0.4rad.	73
Figura 78 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#2, rotação 0.2rad.	74
Figura 79 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#2, rotação 0.4rad.	74
Figura 80 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#3, rotação 0.2ad.....	75
Figura 81 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#3, rotação 0.4rad.	75
Figura 82 - Engrenagem cônica de dentado espiral numeradas.....	76
Figura 83 - Eixo XY original da roda e eixo XY' após transformação, para que ocorra desalinhamento.....	77
Figura 84 - Tensão segundo critério de Von Mises, para as três situações, no Path#3, zona de maior tensão.....	78

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 - Características Engrenagens Cilíndricas de dentes retos..... 36

Tabela 2 - Valores máximos de tensões, nos três pontos críticos, no modelo 3teeth - 5Nm
..... 41

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E ACRÓNIMOS

a – Entre Eixos

b – Largura do Dente

B_1 – Deslocamento Constante

CAE – Complete Abaqus Environment

CFD – Computacional Fluid Dynamics

C3D10 – Elemento Tetraédrico de 10 Nós

C3D20R – Elemento de Cubo de 20 Nós com Integração Reduzida

d – Diâmetro Primitivo

d_a – Diâmetro de Coroa

d_b – Diâmetro de Base

d_f – Diâmetro de Raiz

d_1 – Diâmetro do Pinhão

d_2 – Diâmetro da Roda

e – Intervalo entre Dentes

E – Módulo de Elasticidade ou Young

F – Força total

F_{adm} – Componente Tangencial da Força Admissível

F_r – Componente Radial da Transmissão de Potência

F_t – Componente Tangencial da Transmissão de Potência

g – Folga no Entredente

h – Altura do Dente

h_a – Saliência

h_f – Reentrância

l – Ponto Primitivo

i – Relação de Transmissão

j – Folga na Raiz

MEF – Método de Elementos Finitos

M – Binário aplicado

m – Módulo

NASA – National Aeronautic and Space Administration

N_n – Nós

p – Passo Primitivo

p_{ang} – Passo Angular

p_n – Passo Normal

P – Potência

P_{adm} – Potência Admissível

r – Raio Primitivo

r_{e1} – Raio Equivalente do Pinhão

r_{e2} – Raio Equivalente da Roda

S_{xx} – Componente Normal no Eixo do X's

S_{yy} – Componente Normal no Eixo do Y's

S_{zz} – Componente Normal no Eixo do Z's

S_{xy} – Componente de Corte no Plano XZ

S_{yz} – Componente de Corte no Plano YZ

S_{xz} – Componente de Corte no Plano XZ

S_{11} – Componente de Tensão Normal, Tensões Principais em X's

S_{22} – Componente de Tensão Normal, Tensões Principais em Y's

S_{33} – Componente de Tensão Normal, Tensões Principais em Z's

s – Espessura do Dente

v – Velocidade

w – Velocidade Angular

z – Número de Dentes

z_1 – Número de Dentes do Pinhão

z_2 – Número de Dentes da Roda

θ – Ângulo de Incidência/Ângulo de deslocamento

δ – Ângulo Geratriz

α – Ângulo de Pressão/ Ângulo Transformação

ν – Coeficiente de Poisson

ρ – Raio de Concordância da Raiz do Dente

σ – Tensão de Flexão

σ_{adm} – Tensão de Flexão Admissível

CAPÍTULO 1 – Introdução

1.1. Enquadramento

As engrenagens cónicas com dentado espiral são empregues em situações em que os eixos das rodas motora e movida são concorrentes [1], permitindo assegurar a transmissão de potência entre veios com ângulos muito reduzidos. Esta solução é muito utilizada em motores de combustão interna que equipam barcos de competição [2], veículos com sistemas de tração integral [3], assim como sistemas de apoio de radares e equipamento para a indústria aeroespacial [4]. De entre as principais vantagens que advêm da utilização deste tipo de engrenagens podem citar-se o reduzido volume da transmissão, elevada rigidez e exatidão da transmissão, facilidade de maquinagem, e custo reduzido [4]. Contudo, a alteração da posição de contacto (teórico) e as elevadas velocidades de escorregamento que ocorrem entre a roda e o pinhão podem conduzir ao desgaste prematuro deste tipo de dentado. Estas circunstâncias comprometem a capacidade de transmissão e reduzem de forma significativa a vida destes componentes.

O número crescente de publicações científicas que têm surgido nos últimos tempos, com particular incidência na geometria e na mecânica do contacto em dentes de engrenagens cónicas de dentado espiral, é bem revelador da importância deste tópico de investigação. Um dos desafios colocados prende-se com o desenvolvimento de procedimentos destinados à definição de parâmetros geométricos, com base em informação recolhida a partir da análise da Mecânica do Contacto [5, 6] e da capacidade de carga prevista para este tipo de engrenagens [7]. Outra abordagem incide sobre o desenvolvimento de modelos de engrenamento recorrendo à formulação multi-corpo, com resposta elástica, que permite contemplar a deformação dos componentes estruturais em cenários de carregamento [8, 9]. Conclui-se, igualmente, que existe interesse em analisar os efeitos decorrentes das condições de funcionamento deste tipo de engrenagens, designadamente o desalinhamento (involuntário) dos eixos [10], bem como dos métodos (Tecnologias) de fabrico [11, 12], e da existência de folgas no contacto entre os dentes, recorrendo a

simulação por elementos finitos [13]. Outros aspetos analisados prendem-se com o efeito da modificação do perfil de configuração parabólica na resposta dinâmica de engrenagens com baixa razão de contacto [14], bem como erros de transmissão e de distribuição de esforços [15], e parâmetros de contacto [16]. Nestes estudos, contudo, não se analisaram de forma aprofundada os efeitos da modificação da configuração parabólica de engrenagens de dentado espiral, de eixos concorrentes, que se prevê nesta dissertação de Mestrado.

1.2. Objetivos

Com esta Dissertação realizou-se um estudo que conduziu ao desenvolvimento de um conjunto de procedimentos destinados ao projeto de engrenagens cónicas de dentado espiral, recorrendo a simulação por elementos finitos. Para o estudo foram utilizados dois tipos de engrenagens (cilíndrica com dentes retos e cónica com dentado espiral). O referido procedimento levou em linha de conta aspetos de natureza operacional, tais como o desalinhamento involuntário dos eixos dos elementos da transmissão, bem como a correção do dentado e binário aplicado. Analisaram-se, ainda, alguns aspetos da simulação, que influenciam a análise do comportamento das engrenagens, tais como, influência do número de dentes e refinamento da malha.

1.3. Estrutura da dissertação

A dissertação conta com a seguinte estrutura:

Capítulo 1: Enquadramento da dissertação, dos modelos estudados e o seu objetivo;

Capítulo 2: Neste capítulo é feita uma introdução, aprofundada, do tipo de mecanismo de transmissão estudado, as engrenagens. São apresentadas as características de cada tipo de engrenagem e processos de fabrico mais comuns;

Capítulo 3: É feita uma introdução ao método de elementos finitos e ao software utilizado (Abaqus);

Capítulo 4: Neste capítulo, apresenta-se as diversas análises (influência do número de dentes, correção do dentado, efeito do desalinhamento, influência do binário aplicado, etc) para os dois tipos de engrenagens estudados;

Capítulo 5: No penúltimo capítulo, pode-se encontrar as conclusões desta dissertação;

Capítulo 6: Por fim, as referências bibliográficas utilizadas na elaboração da dissertação;

CAPÍTULO 2 – Engrenagens

2.1. Introdução

A transmissão de movimento entre os órgãos motor e movido de qualquer equipamento pode ser realizada por componentes denominados de transmissões. Existem vários tipos, sendo os mais utilizados para transmitir potência (movimento, binário), as transmissões por correia, transmissões por correntes e transmissões por engrenagens. [19]

A maioria dos equipamentos e máquinas utilizam engrenagens para realizar movimentos. As engrenagens podem ser caracterizadas por rodas dentadas em tamanhos e formatos padrão, que servem para movimentar peças e máquinas através da força entre os eixos. [18]

A forma mais simples de se transmitir rotação motora, de um eixo para o outro, é através de dois cilindros e estes podem estar em contacto tanto internamente como externamente. Caso haja atrito suficiente entre os dois cilindros o mecanismo irá funcionar. A partir do momento em que a força transmitida é maior que o atrito ocorrerá deslizamento. Para haver aumento do atrito entre os cilindros, é necessária a utilização de dentes que possibilitam uma transmissão mais eficiente. [21]

O papel de uma engrenagem é, essencialmente, transmitir a potência que é aplicada em um componente para outro, ou seja, são utilizadas para transformar o movimento de um veio rotativo num movimento de rotação ou de translação. Este tipo de transmissão pode-se classificar como uma transmissão mecânica por contacto direto, visto que, é promovido o contacto entre superfícies dos órgãos motor e movido. A roda de menor dimensão, conseqüentemente, com menor número de dentes, denomina-se de pinhão ou carreto, já a roda de maior dimensão denomina-se de roda ou coroa.

2.1. Principais Características

As engrenagens permitem uma grande variedade de velocidades periféricas de funcionamento e uma elevada capacidade de transmissão de potência, comparativamente

aos outros tipos de transmissão mecânica. Estas possibilitam, ainda, a transmissão de movimento entre veios paralelos, concorrentes e não coplanares e requerem uma elevada precisão de fabrico e de montagem.

Comparativamente às correias e correntes, as engrenagens são mais compactas, mais caras, os esforços nos veios são inferiores devido à não existência de pré tensão e a sua duração é superior. Relativamente às correntes, as engrenagens apresentam um funcionamento menos ruidoso.

Quanto a condições ambientais, este tipo de transmissões, requer sistema de proteção, pois não resistem a fatores como a humidade e poeiras. Na maioria das vezes necessitam, ainda, de sistemas de lubrificação e de uma manutenção bastante cuidada.

As suas distâncias entre eixos não são de grande dimensão, pois isso implicaria a implementação de rodas intermédias e o aumento do custo, sendo uma vantagem as suas dimensões de atravancamento reduzidas. Estas não absorvem choques dada a sua rigidez e resistem bem a sobrecargas exteriores, devido às propriedades dos materiais, nomeadamente, a tenacidade. Podem ser fabricadas em diversos materiais, tais como os metais e os polímeros.

As engrenagens são bastante fiáveis, de montagem fácil e as tolerâncias de fabrico são bastante apertadas. Os diversos tipos de engrenagens diferem no seu rendimento, por exemplo, as engrenagens cilíndricas apresentam um rendimento de 96-99% e as cónicas de 98-99%. As engrenagens de parafuso sem-fim são as que apresentam um rendimento mais baixo, na ordem dos 45-70%, devido ao elevado escorregamento.

Têm como principais aplicações a indústria automóvel, máquinas-ferramenta, máquinas têxteis, caixas reductoras, etc. [17]

2.2. Tipos de Engrenagens

As engrenagens podem ser classificadas segundo a disposição relativa dos eixos das rodas. Existem, assim, as engrenagens cilíndricas, cónicas e torsas. As engrenagens denominadas

por cilíndricas têm os eixos de rotação paralelos, enquanto que nas cónicas estes são concorrentes. Por fim, as torsas têm os eixos não complanares.

Existe, ainda, um segundo critério de classificação das engrenagens que é a forma dos dentes. Estes podem ser retos, helicoidais e espirais.

Por fim, considera-se a posição relativa dos centros instantâneos de rotação, que podem ser exteriores ou interiores. [19]

2.2.1. Engrenagens Cilíndricas

Engrenagens Cilíndrica de Dentes Retos

As engrenagens cilíndricas de dentes retos (Figura 1) são um dos tipos de engrenagens mais usado e tem como finalidade transmitir movimento entre eixos paralelos. Estas fazem variações na força e na velocidade de rotação de eixos, mudando o tamanho do raio da engrenagem. Possuem dentes retos, tal como o seu nome indica, e são, geralmente, instalados em eixos paralelos, estando apenas os dentes em contacto. Como este componente é simples de projetar, produzir e montar é facilmente encontrado no mercado e tem um baixo custo, em relação a outros. Este tipo de engrenagens é, normalmente, usado para transmitir grandes quantidades de energia e é extremamente eficiente na transmissão da energia fornecida por ela, ou seja, existe pouca dissipação da energia, otimizando o processo em que esteja inserida. O seu rendimento é elevado, até 99%, apesar de que quando operam em elevadas velocidades de rotação tornam-se bastante ruidosas. [18]



Figura 1 - Engrenagem cilíndrica de dentes retos

As engrenagens cilíndricas de dentes retos têm várias aplicações, sendo, por exemplo, utilizadas em motores, relógios, máquinas de lavar a roupa, entre outras.

Engrenagens Cilíndricas de Dentes Helicoidais

Estas engrenagens são, também, conhecidas por engrenagens cilíndricas de dentes inclinados e são construídas com dentes que não são alinhados e paralelos ao eixo, ou seja, são inclinados de forma a definir um ângulo entre os eixos e o segmento dos dentes.

Este tipo de engrenagens (Figura 2) têm a vantagem de os dentes entrarem em contacto progressivamente, ao invés de toda a face ao mesmo tempo, o que faz com que haja menos impacto, que está diretamente relacionado com a quantidade de ruído produzido, durante o funcionamento. Consequentemente, estas engrenagens são mais silenciosas, por exemplo, que as de dentes retos. O funcionamento e desempenho é idêntico aos de dentes retos, mas estas desenvolvem cargas axiais, devido à sua forma. Para contrariar essa limitação usa-se o dentado em espinha ou dupla hélice, que apresenta as mesmas vantagens, mas não se desenvolvem esforços axiais. Os dentes em espinha são usados quando se pretende transmitir potências elevadas e requerem máquinas-ferramentas especiais para o seu fabrico. [18]



Figura 2 - Engrenagem cilíndrica com dentes helicoidais em espinha

Existe, ainda, mais uma vantagem, em relação às de dentes retos, engrenagens com a mesma largura, as de dentes helicoidais podem sustentar mais carga, pois os dentes são maiores ao encontrarem-se inclinados. O uso deste tipo de engrenagens traz ainda maior segurança, quando estão envolvidas forças e velocidades maiores.

As engrenagens deste tipo são utilizadas em vários segmentos da indústria, sendo que, sempre que um dos critérios de escolha seja o ruído, estas estarão em vantagem.

Engrenagens Cilíndricas de Pinhão-Cremalheira

Denomina-se engrenagem cilíndrica de pinhão-cremalheira (Figura 3) quando uma engrenagem, de dentado reto ou helicoidal, contém uma das rodas com raio infinito. Este tipo de engrenagem transforma o movimento de rotação da roda em movimento de translação da cremalheira, ou vice-versa.

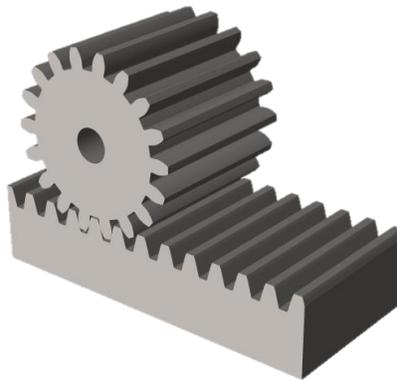
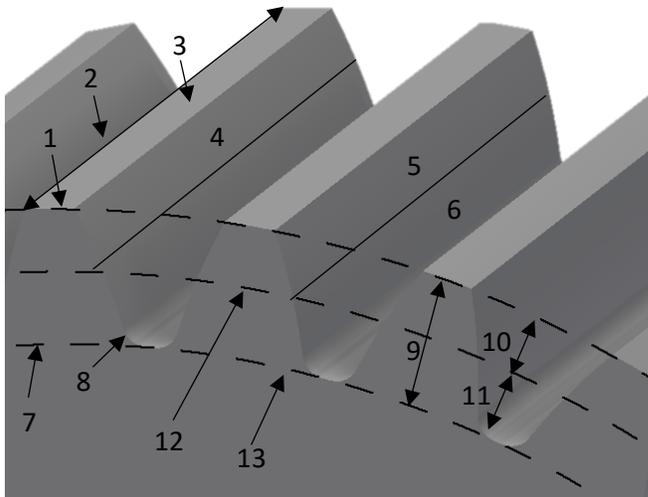


Figura 3 - Engrenagens cilíndricas de pinhão-cremalheira

É um conjunto fácil de fabricar e usado como ferramenta de corte para gerar outras rodas dentadas.

2.2.1.1. Terminologia

Considerando uma engrenagem cilíndrica de dentes retos, o tipo de engrenagem mais simplificado, são apresentadas algumas das terminologias básicas destes componentes, Figura 4, através de um perfil axial do dentado.



Legenda:

- 1- Circunferência de coroa
- 2- Largura
- 3- Topo
- 4- Flanco
- 5- Flanco de coroa
- 6- Flanco de raiz
- 7- Raiz
- 8- Concordância
- 9- Altura do dente
- 10- Saliência
- 11- Reentrância
- 12- Circunferência Primitiva
- 13- Circunferência de raiz

Figura 4 - Engrenagem cilíndrica de dentes retos e terminologia básica de engrenagens

Segundo a figura anterior, consegue-se identificar alguns elementos importantes como a coroa, a raiz e a linha de flanco. A coroa é o arco de circunferência que delimita superiormente o dente, já a raiz delimita inferiormente. A parte do perfil do dente compreendida entre a coroa e a raiz denomina-se de linha de flanco. Os seus diâmetros correspondentes são denominados por diâmetro de coroa (d_a) e diâmetro de raiz (d_f). A circunferência, que compõe a roda dentada tem um diâmetro intermédio, entre o da coroa e o da raiz, denominado de diâmetro primitivo (d). Já o diâmetro de base (d_b), que não se encontra representado na figura anterior, tem um diâmetro superior ao da circunferência de raiz. A circunferência primitiva é a circunferência teórica em que os cálculos, no dimensionamento de engrenagens, se baseiam. [19]

Quanto aos flancos, os que se sobrepõem por rotação da roda denominam-se de flancos homólogos, já os seus simétricos, que não se sobrepõem, denominam-se de flancos anti homólogos. Os flancos podem ser divididos em flanco ativo, útil e de concordância. O flanco ativo é o flanco onde ocorre o contacto com os dentes da outra roda, enquanto que, o flanco útil é a parte do flanco que pode ser usada como flanco ativo de engrenagem. O flanco de concordância é a parte não utilizada, que faz concordância com a raiz. Os flancos dos dentes podem ainda ser divididos em duas partes, flanco de coroa e de raiz, como

representado na figura anterior. O ponto de tangência de duas circunferências primitivas de engrenagens conjuntas denomina-se de ponto primitivo. [19]

A circunferência primitiva, que divide os flancos, faz também a divisão do dente em duas partes, a saliência e a reentrância. A parte do dente compreendida entre a superfície da coroa e a superfície primitiva denomina-se de saliência (ha). Já a parte do dente compreendida entre a superfície primitiva e a de raiz, denomina-se de reentrância (hf). A junção destas duas distâncias define a altura do dente (h), ou seja, é igual à soma dos valores da saliência e da reentrância. [19]

Existem, ainda, elementos como o entredente, que corresponde ao espaço compreendido entre dois dentes consecutivos e a espessura do dente (s) que é o comprimento do arco de circunferência primitiva compreendido entre os pontos primitivos dos flancos anti homólogo e homólogo do mesmo dente. O intervalo entre dentes (e), diferente do entredente, corresponde ao comprimento do arco de circunferência primitiva compreendido entre os pontos primitivos dos flancos anti homólogo e homólogo de dois dentes consecutivos. [19]

A largura do dente (b) corresponde ao comprimento do perfil axial do dente e o passo primitivo ou passo (p) corresponde ao comprimento do arco da circunferência primitiva compreendido entre dois flancos homólogos e consecutivos, ou seja, é a soma da espessura do passo e do intervalo do dente.

O passo normal (pn) de uma engrenagem diz respeito à distância que separa dois flancos homólogos consecutivos, correspondendo a um segmento de reta. [19]

Ângulo de Pressão

O ângulo formado pela tangente ao perfil do dente, num ponto qualquer, e pelo raio da roda nesse ponto chama-se ângulo de incidência (θ). Quando o ponto considerado é o ponto primitivo (I), denomina-se por ângulo de pressão (α) e esse ângulo corresponde ao ângulo que define a direção da força que a roda motora exerce sobre a movida. Estes dois ângulos encontram-se representados na Figura 5.

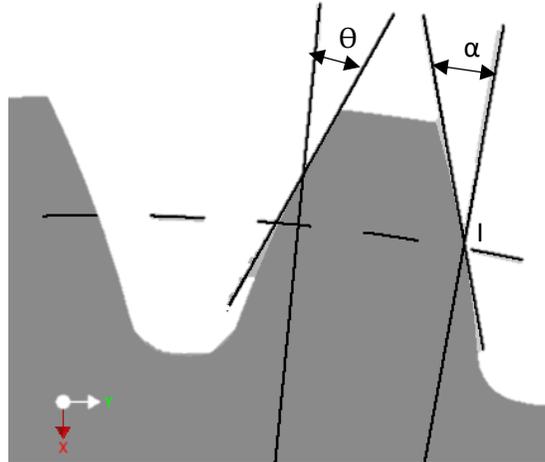


Figura 5 - Representação dos ângulos de incidência e pressão.

O ângulo de pressão é um parâmetro normalizado e assume, normalmente, o valor de 20° , e denomina-se de dentado normalizado.

2.2.1.2. Módulo e Relações Geométricas

Relacionando as dimensões características dos dentes definem-se alguns conceitos como o passo angular de uma roda dentada, pela seguinte expressão:

$$p_{ang} = \frac{p}{r} \quad (1)$$

Sendo, p o passo primitivo e r o raio primitivo da roda. Já o passo primitivo é expresso por:

$$p = \frac{2\pi r}{z} \quad (2)$$

onde z é o número de dentes da roda.

Substituindo a expressão (1) e (2), obtêm-se:

$$p_{ang} = \frac{2\pi}{z} \quad (3)$$

Como a expressão apresenta o número irracional π , este parâmetro não é conveniente na definição de engrenagens, por isso define-se outra grandeza denominada por módulo. Só é possível o engrenamento de rodas dentadas caso estas tenham o mesmo módulo, para que o espaço entre dentes seja compatível. O módulo (m), em mm, é expresso por:

$$m = \frac{p}{\pi} \quad (4)$$

Recorrendo às expressões (2) e (4), obtém-se:

$$m = \frac{2\pi r}{z\pi} = \frac{d}{z} \quad (5)$$

A equação (5), pode ser escrita da seguinte forma:

$$d = mz \quad (6)$$

O módulo, em conjunto, com o número de dentes define completamente qualquer roda dentada. Este conceito está diretamente relacionado com a dimensão dos dentes, e conseqüentemente com a sua resistência. Já o número de dentes está diretamente associado à relação de transmissão de uma engrenagem.

Este é um parâmetro normalizado que serve para uniformizar os perfis dos dentes das engrenagens. A escolha deve iniciar-se pelas séries mais baixas. (Anexo A).

Para o mesmo diâmetro primitivo, o aumento do módulo implica o aumento do tamanho do dente e, conseqüentemente, a resistência da roda. Esse aumento também implica a diminuição do número de dentes.

A saliência e a reentrância de um dente relacionam-se com o módulo da seguinte forma:

$$h_a = m \quad (7)$$

$$h_f = 1.25m \quad (8)$$

Como a altura total do dente é dada pela soma da saliência com a reentrância, obtêm-se:

$$h = h_a + h_f = 2.25m \quad (9)$$

Já a o diâmetro de coroa da roda pode ser expresso como:

$$d_a = d + 2h_a = d + 2m \quad (10)$$

Ou seja,

$$d_a = d + 2m = mz + 2m = m(z + 2) \quad (11)$$

O diâmetro de raiz da roda é definido por:

$$d_f = d - 2h_f \quad (12)$$

Ou seja,

$$d_f = d - 2.5m \quad (13)$$

E ainda,

$$d_f = mz - 2.5m = m(z - 2.5) \quad (14)$$

O diâmetro da coroa e de raiz relacionam-se da seguinte forma:

$$d_a = d_f + 2h \quad (15)$$

Caso se considere que não existe qualquer tipo de folga, o passo pode ser expresso pela soma da espessura do dente com o intervalo entre dentes:

$$p = s + e \quad (16)$$

sendo que a espessura e o intervalo do dente podem ser expressos do seguinte modo:

$$s = e = \frac{p}{2} = \frac{\pi m}{2} \quad (17)$$

A folga entre os dentes depende do grau de precisão com que os dentes das rodas são produzidos. Existem diferentes graus de precisão, tal como:

- Engrenagens de elevada precisão: $g \approx 0$;
- Engrenagem de precisão: $0 < g \leq \frac{1}{40}p$, $s = \frac{39}{80}p$;
- Engrenagens correntes: $\frac{1}{40}p < g \leq \frac{1}{20}p$, $\frac{19}{40}p < s \leq \frac{39}{80}p$;
- Engrenagem obtida por fundição: $g = \frac{1}{20}p$, $s = \frac{19}{40}p$;

A folga no entredente é expressa por:

$$g = p - 2s \quad (18)$$

As recomendações para a folga na raiz sugerem a seguinte relação:

$$j = h_f - h_a = 1.25m - m = 0.25m \quad (19)$$

O raio de concordância da raiz dos dentes deve ser proporcional ao módulo da seguinte forma:

$$\rho = \frac{1}{3}m \quad (20)$$

E a largura dos dentes deve estar compreendida entre:

$$9m < b < 14m \quad (21)$$

O entre eixos (a), Figura 6, que é a distância entre os centros das duas rodas (1 - pinhão e 2 - roda), é expresso por:

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad (22)$$

E pode ser ainda expresso por:

$$a = \frac{mz_1 + mz_2}{2} = m \frac{z_1 + z_2}{2} \quad (23)$$

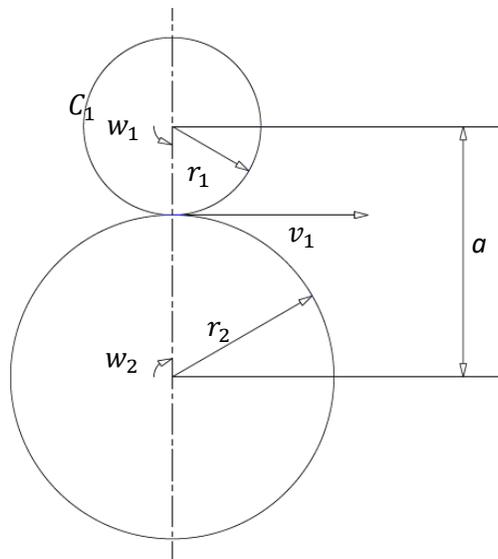


Figura 6 - Engrenagem Cilíndrica Exterior

Segundo a Figura 6, pode-se observar a velocidade do ponto primitivo, da roda e do pinhão respectivamente. Sendo esse ponto o centro instantâneo de rotação, então:

$$v_1 = v_2 \Leftrightarrow w_1 r_1 = w_2 r_2 \quad (24)$$

Em que w_1 e w_2 são as velocidades angulares do pinhão e da roda, respetivamente.

A relação de transmissão pode-se definir por:

$$i = \frac{w_1}{w_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{d_2}{d_1} \quad (25)$$

Que pode ainda tomar a forma de:

$$i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{mz_2}{mz_1} = \frac{z_2}{z_1} \quad (26)$$

Conceito de Continuidade do Engrenamento

Diz-se que existe continuidade do engrenamento quando um par de dentes termina o seu engrenamento quando o par seguinte já iniciou o contacto.

Perfis Conjugados

Ao longo do funcionamento de uma engrenagem, no período de contacto entre as superfícies dos dentes, as rodas têm de ser permanentemente tangentes, isto garante a transmissão de movimento com relação de transmissão constante.

Os perfis conjugados correspondem às superfícies tangentes de dois dentes de duas rodas engrenadas.

2.2.2. Engrenagens Cónicas

Estas engrenagens podem, tal como as cilíndricas, ter dentes retos (Figura 7), dentes helicoidais e, ainda, dentes espirais (Figura 8) e descentradas (hipoide).

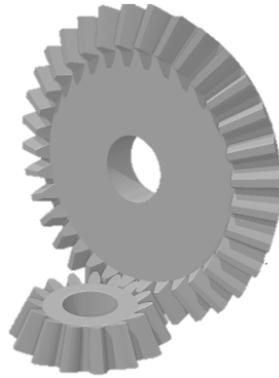


Figura 7 - Engrenagem cônica de dentes retos



Figura 8 - Engrenagem cônica de dentes espirais

Estes tipos de engrenagens são utilizados quando é necessário cruza os eixos dos órgãos motor e movido e o seu desempenho é comparável ao das engrenagens cilíndricas. As engrenagens cónicas com dentes espirais e a hipoide apresentam maior capacidade de carga, maior relação de transmissão e menos ruído que as cónicas de dentado reto e helicoidal. Apresentam, contudo, rendimento inferior, 60-95%, e maior geração de calor.

Como estas engrenagens exigem maior rigor, no fabrico e na montagem, tornam-se mais caras. As engrenagens cónicas hipoides permitem soluções compactas e requerem lubrificação de elevada viscosidade. [19]

2.2.2.1. Terminologia

Neste tipo de engrenagens as relações de transmissão são, geralmente, mais baixas do que nas engrenagens cilíndricas. Na maioria dos casos, funcionam em eixos de rotação que fazem entre si um ângulo de 90°.

As superfícies primitivas têm uma forma cónica e rolam sem escorregamento e são denominadas por cones primitivos. Para que estas funcionem corretamente os seus eixos cruzam-se num único vértice.

Nas engrenagens cónicas, os perfis dos dentes são definidos por uma envolvente esférica. A envolvente esférica exata obtém-se pelo rolamento puro de um círculo gerador sobre o cone de base, sendo estes concêntricos e tangentes.

É difícil obter rodas a partir do perfil exato, em que os perfis dos dentes obtidos apresentam um flanco curvo com um ponto de inflexão. Na prática, usa-se o perfil piramidal ou trapezoidal para a forma do dentado, em vez do perfil exato.

Quando a forma dos dentes não é gerada em envolvente esférica e existe um pequeno desvio em relação ao perfil exato, pelas superfícies dos dentes serem constituídas por faces planas, a linha de engrenamento apresenta a forma de oito, denominando o perfil de octoide. [22]

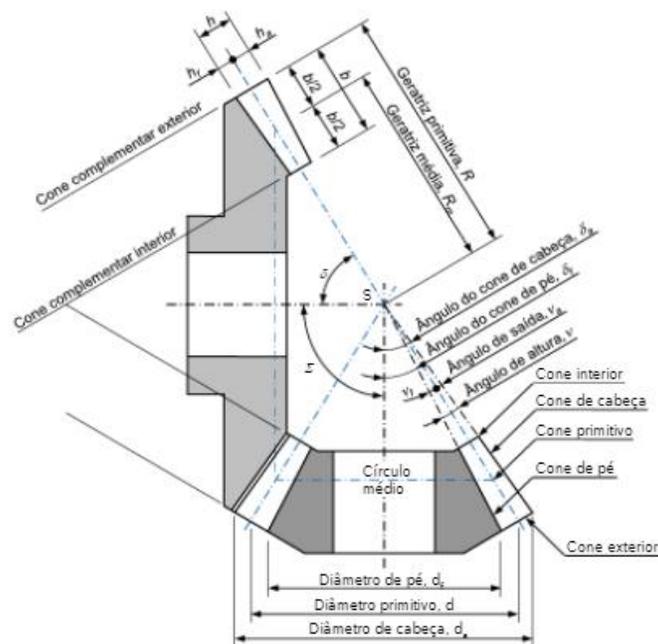


Figura 9 - Nomenclatura Engrenagem Cônica

2.2.2.2. Traçado aproximado de Tredgold

O traçado aproximado de Tredgold consiste num cone tangente a uma esfera, no ponto primitivo de uma engrenagem cônica, apresentando uma superfície muito próxima a uma esfera, quando aquela está na vizinhança do ponto primitivo, esse cone denomina-se de cone complementar. O perfil dos dentes, quando definido na parte de trás do cone ou cone complementar, é idêntico ao dentado de uma roda cilíndrica com um diâmetro primitivo equivalente.

A engrenagem cilíndrica equivalente é construída a partir dos raios equivalentes, que correspondem à geratriz dos cones complementares, sendo os raios equivalentes:

$$re_1 = \frac{r_1}{\cos \delta_1} \quad (27)$$

$$re_2 = \frac{r_2}{\cos \delta_2} \quad (28)$$

e, conseqüentemente, o número de dentes das rodas cilíndricas equivalentes:

$$ze_1 = \frac{z_1}{\cos \delta_1} \quad (29)$$

$$ze_2 = \frac{z_2}{\cos \delta_2} \quad (30)$$

A engrenagem cônica e a engrenagem equivalente cilíndrica apresentam o mesmo módulo e a primeira apresenta um funcionamento mais suave.

2.2.2.3. Relações Geométricas

O passo é definido na extremidade exterior do dentado sobre os cones primitivos. Tanto o módulo, passo e número de dentes é igual às engrenagens cilíndricas de dentes retos, tal como, as proporções do dente.

As velocidades de rotação são, respetivamente, ω_1 e ω_2 . Na figura seguinte está representado o eixo instantâneo de rotação da engrenagem, em que I corresponde ao ponto primitivo exterior.

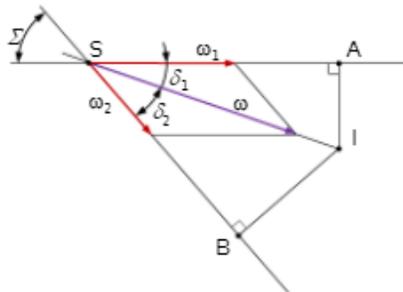


Figura 10 - Engrenamento cônico

A velocidade linear do ponto primitivo é:

$$v_1 = v_2 = \overline{IA}W_1 = \overline{IB}W_2$$

Ou seja,

$$i = \frac{W_1}{W_2} = \frac{\overline{IB}}{\overline{IA}} = \frac{z_2}{z_1}$$

através da imagem anterior, sabemos que:

$$\overline{IA} = \overline{SI} \sin \delta_1$$

$$\overline{IB} = \overline{SI} \sin \delta_2$$

Obtém-se:

$$i = \frac{W_1}{W_2} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

2.2.3. Engrenagens Torsas

As engrenagens torsas podem apresentar dentes helicoidais e espirais. As de dentes helicoidais apresentam rendimentos elevados de 95%. No caso em que o carreto é um parafuso, denominam-se engrenagens de parafuso sem-fim (Figura 11). Devido ao escorregamento, que pode ser elevado, podem surgir problemas de aquecimento e perda de rendimento. Podem, ainda, conter várias entradas (uma, duas ou três), sendo o avanço igual à distância axial percorrida pelo sem-fim quando a roda efetua uma volta completa. [19]



Figura 11 - Engrenagem de parafuso sem-fim

Para controlar o desgaste e a geração de calor, deve-se escolher materiais para o sem-fim, por exemplo aço, e para a roda, por exemplo ferro fundido ou bronze, e deve funcionar com lubrificação em banho de óleo.

2.2.4. Engrenagens Especiais

Existem alguns casos especiais de rodas dentadas, com características particulares, tais como:

- Roda coroa, roda cônica em que os dentes se desenvolvem paralelamente ao eixo da roda;
- Engrenagem não-circular, em que as relações de transmissão são variáveis e permitem oscilações no deslocamento dos eixos das rodas;
- *Harmonic drive*, bastante usado na robótica e sistemas de controlo, devido à sua compactidade, elevada relação de transmissão e inexistência de folgas;
- Engrenagem gaiola ou lanterna, em que os dentes e o pinhão são elementos cilíndricos paralelos ao eixo de rotação e estão dispostos circularmente em torno daquele eixo; [19]

2.3. Processos de fabrico

Os principais processos de fabrico das engrenagens, mais propriamente das rodas dentadas que as constituem, são a maquinagem, a injeção, a sinterização, a fundição e conformação e requerem, normalmente, acabamentos superficiais. Podem ser fabricadas em diversos materiais, tais como os materiais metálicos e os poliméricos.

Quando se trata de um material polimérico, as rodas dentadas são obtidas por injeção. As principais vantagens do uso deste tipo de material são o baixo peso e custo reduzido, que é bastante importante quando se trata de grandes séries. Contudo, este material também apresenta a desvantagem de ter menor capacidade de carga.

Os processos de conformação todos os dentes são feitos ao mesmo tempo, com ajuda de um molde e a precisão do dente depende da qualidade da matriz. As ferramentas têm elevado custo e a produção só se torna viável se for em grandes quantidades. Na

maquinagem, é usada a técnica de remoção de material para cortar ou polir a forma do dente.

2.3.1. Maquinagem

Grande parte das rodas dentadas são fabricadas a partir da maquinagem do material fundido, forjado ou de discos laminados a quente.

Existem vários tipos de maquinagem nos processos de fabrico de rodas dentadas como a maquinagem com ferramentas de forma, maquinagem por geração do dentado e maquinagem de acabamento.

Maquinagem com ferramentas de forma

Neste tipo de processo, as ferramentas de forma têm a forma, do espaço entre os dentes, desejada. O dentado é obtido através do movimento axial da ferramenta e a da profundidade adequada. Após o corte de um espaço entre dentes a ferramenta é deslocada para a roda tomar a nova posição para o corte do espaço entre dentes seguinte e assim, sucessivamente, até se obterem todos os dentes da roda.

É um processo simples, possibilita a geração de diferentes formas, apesar de ser um processo lento, e exige máquinas ferramentas adequadas. Este processo é indicado para produções baixas.

Maquinagem por geração do dentado

Neste processo são utilizadas ferramentas como o pinhão de corte, a cremalheira de corte ou a fresa de corte em espiral.

O pinhão de corte está montado num eixo paralelo ao da roda dentada a maquinar, rodando lentamente, estando ambas posicionadas como se de uma engrenagem se tratasse. O movimento de rotação é acompanhado pelo movimento axial, recíproco, do pinhão de corte. O corte de material na roda pode realizar-se tanto na subida como na descida. É um processo usado na produção de pequenas e grandes quantidades.

A cremalheira de corte é um segmento de uma cremalheira que tem um movimento paralelo alternativo ao eixo da roda dentada e, simultaneamente, avança em torno desta de modo a gerar a superfície do dente. Se a cremalheira tiver mais de seis a doze dentes não se torna prática para uso, então esta ferramenta deve ser reposicionada em determinados intervalos. O seu reposicionamento pode introduzir erros na geometria dos dentes, o que torna este processo menos preciso.

A fresa de corte em espiral é basicamente um parafuso em que a espiral é interrompida por ranhuras para formar superfícies de corte. A ferramenta roda em torno do seu eixo, que é perpendicular ao eixo da roda, que por sua vez também roda gerando o dentado. Produz peças com um excelente acabamento superficial e é amplamente usado na obtenção de rodas dentadas. [23]

A desvantagem deste processo é a necessidade de usar ferramentas diferentes para cada engrenagem porque engrenagens diferentes têm espaços entre dentes distintos. [24]

Maquinagem de acabamento

Caso seja exigida elevada qualidade dimensional e superficial, faz-se este tipo de maquinagem, para qualquer processo de fabrico. Existem vários tipos de acabamento como o polimento, retificação e lapidação.

A operação de polimento de uma roda dentada usa ferramentas precisas de polimento para remover pequenas quantidades de material, para corrigir erros de perfil e melhorar o seu acabamento superficial.

A retificação emprega o princípio de gerar e produzir dentes de engrenagens muito precisos. A lapidação é aplicada em engrenagens tratadas termicamente para corrigir pequenos erros, melhorar a superfície terminar e remover cortes e rebarbas. [24]

2.3.2. Injeção

É o processo usado para fabrico de rodas dentadas em materiais não metálicos. Normalmente, são fabricadas rodas dentadas de pequena dimensão e baixa qualidade, sendo os custos de produção muito baixos. [23]

2.3.3. Sinterização

Este processo consiste na prensagem de metais em pó em moldes metálicos aquecidos com a forma das rodas dentadas. Adicionam-se, por vezes, pós de outros materiais, em menor quantidade, para melhorar as propriedades do material base. [23]

2.3.4. Fundição

A fundição possibilita o fabrico de componentes metálicos numa única etapa, desde o estado líquido ao estado sólido, sem recurso a operações intermédias, ao contrário das tecnologias correntes. Este processo apresenta o caminho mais direto entre a matéria-prima e o produto final e é um processo de reciclagem de velhos componentes e de desperdícios gerados pelo processo.

As vantagens deste processo são as seguintes:

- Utilização de variados materiais comuns na moldação;
- Baixo custo de fabrico, comparativamente a outros processos de manufatura;
- Possibilita a obtenção de peças de diferentes formas e tamanhos;
- Possibilita a obtenção de peças complexas;
- Possibilita a fundição de praticamente qualquer liga metálica;
- Viabilidade económica, normalmente, para qualquer quantidade;

Existem diversos processos de fundição como moldação por cera perdida, moldação em areia, fundição injetada, Shell molding, moldação cerâmica, Lost Foam, Processo V e Replicast.

O que distingue cada processo é o tipo de molde utilizado, a sua natureza de moldação, os materiais constituintes da moldação, o processo de execução da moldação e o processo de vazamento.

Durante muito tempo a fundição era incapaz de proporcionar uma peça com boa precisão dimensional e/ou bom acabamento, tendo de recorrer o acabamento superficial. Com a melhoria dos processos existentes e desenvolvimento de novas tecnologias, as peças passaram a garantir essas características e, ainda, outras atualmente exigidas e importantes.

De uma forma simplificada, o processo de fundição passa pelas seguintes fases:

1ª- Um metal (ou liga metálica) sólido é fundido e aquecido a uma temperatura de 50 a 100º acima da sua temperatura de fusão, podendo sofrer, ou não, um processo de tratamento durante esta fase, dependendo do material;

2ª- É efetuada uma moldação (cavidade efetuada num material refratário), com a forma da peça obter;

3ª- O metal é vazado na cavidade, onde arrefece e solidifica ganhando a forma definida por esta;

4ª- Após solidificação, a moldação é destruída, ou aberta (no caso de moldação permanente) e separada a peça fundida;

5ª- É efetuado o corte dos canais que conduziram o metal à cavidade e a peça é limpa;

6ª- A peça sofre um conjunto de operações de acabamento, dependendo das especificações da peça;

[26]

A fundição de rodas dentadas é realizada em moldes de areia, por serem mais baratos, ou em matrizes fundidas em vários materiais, quando a quantidade de peças o justifica. A qualidade dos dentes no processo de fundição é função da qualidade do molde, sendo inferior à qualidade obtida pela maquinagem. [23]

Cera Perdida

É um processo de moldação que utiliza um molde de cera para a fabricação da moldação e é considerado um processo de precisão. A cera é um composto orgânico que contém carbono, hidrogénio e oxigênio. [26] O molde é efetuado em material refratário para suportar materiais a alta temperatura.

As rodas dentadas fabricadas neste processo têm uma qualidade razoável. [23]

Este processo inicia-se com o fabrico de um contramolde para obtenção, por vazamento, de moldes em cera, exatamente iguais à peça que se pretende obter. Em seguida, fabrico de contramoldes para obter moldes auxiliares, por exemplo, o sistema de enchimento, pelo mesmo processo. É necessário, confeccionar os moldes em cera, por injeção, de todos os

constituintes do sistema de gitagem e realizar a sua montagem, por união com cera fundida. A sua montagem forma, geralmente, um cacho em forma de árvore, com um único canal de descida com ligação a várias peças dispostas radialmente ao longo do mesmo. Após este processo, reveste-se o cacho com material cerâmico que constitui a moldação e através do aquecimento desta moldação elimina-se a cera. Depois, passa por processamento e tratamento térmico da moldação, para que em seguida se realize o vazamento do metal. Por fim, faz-se o abate da moldação, após a solidificação, com separação das peças e acabamento. [26]

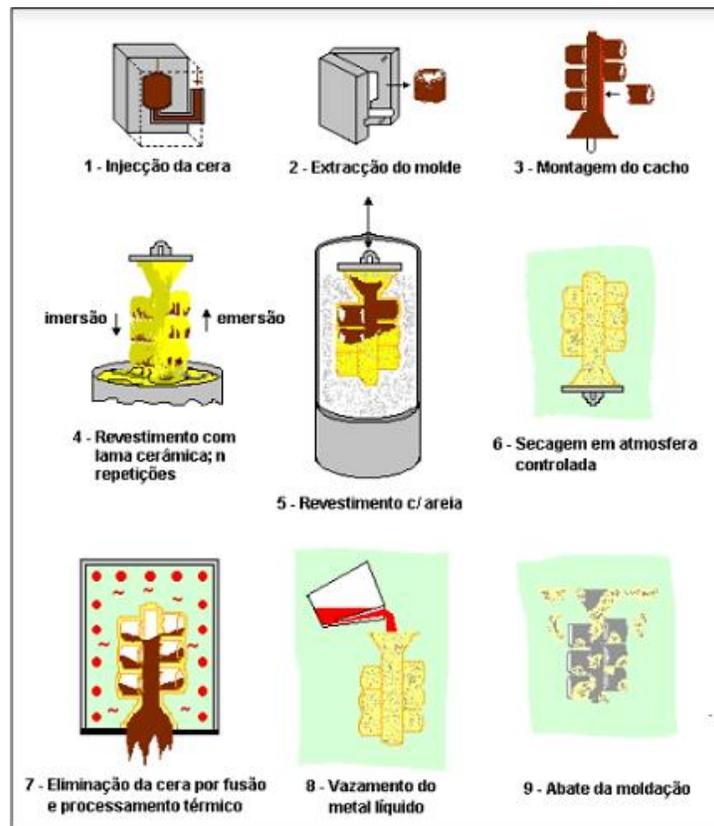


Figura 12 - Etapas do processo de fundição por cera perdida

Este processo permite que sejam fabricadas várias rodas dentadas ao mesmo tempo, devido ao cacho em forma de árvore que é formado na moldação.

2.3.5. Conformação

O processo de conformação dos corpos metálicos é um processo de modificação da forma do corpo para outra forma definida. Este processo pode ser dividido em dois grupos distintos, o processo mecânico e o processo metalúrgico.

No processo mecânico as modificações de forma são provocadas pela aplicação de tensões externas, às vezes a elevadas temperaturas, sem que haja liquefação do metal. Enquanto que, no processo metalúrgico as modificações de forma podem estar relacionadas também com as tensões externas, às vezes a elevadas temperaturas, mas com liquefação do metal (como na fundição) ou difusão de partículas metálicas (como a sinterização). [25]

As rodas dentadas que constituem as engrenagens são fabricadas através de conformação plástica, que tem como principal característica o fabrico de todos os dentes da roda dentada ao mesmo tempo, a partir de um molde ou matriz com a forma do dentado. A qualidade dos dentes depende da qualidade da matriz ou molde, sendo normalmente inferior à maquinagem. Este processo só se torna viável para grandes quantidades devido ao preço elevado das ferramentas. [23]

Extrusão

Este processo de conformação plástica consiste num bloco de metal que é reduzido de secção ao ser obrigado a fluir através de um orifício (fieira) sob a ação de elevadas forças de compressão. [25]

No caso das rodas dentadas, o processo é usado para produzir dentado em eixos longos, previamente cortado e maquinado no tamanho especificado. [23]

Trefilagem

A trefilagem é um processo que se realiza a frio e consiste na operação de condução de um fio (barra ou tubo) através de uma fieira, de formato cilíndrico. [25]

O dentado é produzido quando o material em forma de barra é repuxado através da fieira. Obtém-se, então, uma barra dentada muito longa sendo posteriormente cortada, com a largura desejada e maquinado o furo e a ranhura para a chaveta. [23]

Estampagem

As patelas de material são estampadas numa matriz, produzindo rodas dentadas de baixo acabamento, baixa qualidade e baixo custo. [23]

CAPÍTULO 3 – Modelação pelo Método de Elementos Finitos

3.1. Introdução

O método de elementos finitos (MEF) pode ser usado para aproximar qualquer tipo de tensão e deformação em peças únicas ou conjuntos. Este método permite obter soluções aproximadas de equações diferenciais parciais e integrais, que servem para resolver problemas complexos de análise elástica ou estrutural. [30]

A base deste método tem já mais de um século, no ano de 1906 foram dados os primeiros passos para a criação deste método. Até essa data, os problemas eram analisados recorrendo à matemática, usando funções contínuas que melhor se aproximam ao problema. Os pioneiros no desenvolvimento deste método foram Alexandre Hrennikoff e Richard Courant. No ano de 1947, Olgierd Zienkiewicz denominou de Análise de Elementos Finitos todos esses métodos. Já no ano de 1952, a Boeing iniciou estudos das estruturas de aviões usando este método e em 1964, a NASA desenvolveu um software, na linguagem Fortran, chamado Nastran, para analisar as estruturas de aeronaves. Na União soviética, a introdução da aplicação prática do método é associada ao Leonard Oganessian. Já na China, no final dos anos 50 e início dos anos 60, com base nos cálculos de construções de represas, K.Feng propôs um método numérico sistemático para resolver equações diferenciais parciais. Foi denominado por método das diferenças finitas tendo por base princípios dos elementos finitos. Devido ao avanço da tecnologia de computadores, em 1970, muitos softwares foram criados capazes de realizar análises de elementos finitos. [30]

No caso das engrenagens, o principal objetivo deste método é determinar a tensão nas zonas de contacto dos dentes e filetes de dente.

Os problemas de engenharia, geralmente, incluem requisitos para a determinação de tensões distantes da zona de contacto, sendo necessário simular, adequadamente, o comportamento do contacto para encontrar tensões importantes no sistema. Um cálculo

adequado de tensões e deformações na zona de contacto é crucial para a determinação de tensões em todo o modelo. Considera-se que este seja o método mais apropriado para resolver problemas não lineares, pois possibilita o desenvolvimento de modelos de acordo com as necessidades de um problema.

No processo da resolução de qualquer problema, que deve incluir algumas formas do comportamento do contacto e várias decisões devem ser tomadas. Em muitos casos, é possível usar restrições para obter o comportamento do contacto, tratando-se de um problema linear. Porém, muitas vezes não é suficiente e este deve ser modelado como um problema não linear. Os problemas de contacto são altamente não lineares e exigem recursos informáticos significativos para resolver. É importante entender a física do problema e dedicar um tempo para configurar um modelo que execute da maneira mais eficiente possível.

A análise de elementos finitos trata um problema de contacto como uma parte do problema geral do movimento dos corpos no espaço e a sua interação.

Neste trabalho, os modelos de elementos finitos são realizados para um par de engrenagens cilíndricas de dentes retos e um par de engrenagens cónicas de dentado espiral.

O primeiro passo é desenvolver um modelo de elementos finitos plano para a geometria do perfil da engrenagem. Em seguida, determinar a posição da linha de contacto durante o período de contacto. Feito isto, desenvolve-se o modelo de elementos finitos 3D para as posições seleccionadas da linha de contacto. Finalmente, cálculo do modelo de elementos finitos e obtenção dos diagramas de monitorização numérica dos resultados. [31]

A geometria submetida aos carregamentos e restrições é subdividida em pequenas partes, denominadas de elementos, que passam a representar o domínio contínuo do problema. Esta divisão em pequenos elementos permite resolver um problema complexo, dividindo-o em problemas mais simples, que ajuda na aproximação dos resultados.

Este método propõe que o número infinito de variáveis desconhecidas, sejam substituídas por um número limitado de elementos de comportamento conhecidos e bem definidos. As

divisões realizadas podem apresentar diferentes formas, como triangular, quadrilateral, entre outras, em função do problema. O método é denominado de método de elementos finitos devido aos seus elementos serem de dimensões finitas.

Os elementos são ligados entre si, por pontos, denominados por nós. Ao conjunto de todos os nós e elementos, dá-se o nome de malha. A precisão deste método depende da quantidade de nós e elementos, do tamanho e tipo de malha. Quanto menor for o tamanho da malha e maior for o número de elementos e nós, maior a precisão da análise. [32]

3.2. Softwares

Os vários *softwares* de simulação têm evoluindo e procuram aprimorar as análises, melhorando o tipo e a geração da malha, as técnicas de modelação, os critérios, erros, entre outros, para facilitar a utilização desta ferramenta.

3.2.1. Abaqus

O Abaqus é um *software* de análise de elementos finitos e o seu nome é baseado na ferramenta de calculo ábaco. O conjunto de produtos Abaqus consiste em cinco produtos distintos:

1. Abaqus/CAE;
2. Abaqus/Standard;
3. Abaqus/Explicit;
4. Abaqus/CFD;
5. Abaqus/Electromagnetic;

Uma análise completa neste programa normalmente consiste em três etapas:

- Pré-processamento
- Simulação
- Pós-processamento

No pré-processamento, deve-se definir o modelo do problema físico e criar um arquivo de entrada. Esse arquivo pode ser criado usando o Abaqus/CAE ou outro *software* de pré-

processamento. No caso de ser uma análise simples, o arquivo de entrada, pode ser criado diretamente usando um editor de texto.

Na segunda etapa, a simulação, que é executada como um processo em segundo plano, que o Abaqus/Standard ou o Abaqus/Explicit resolvem o problema numérico definido anteriormente. Dependendo da complexidade do problema e do computador utilizado, este processo pode demorar segundos ou dias.

Por último, a análise e a visualização dos resultados como, por exemplo, deslocamentos, tensões ou outras variáveis, após a simulação completa. Esse procedimento é realizado através do módulo de visualização do Abaqus/CAE ou outro pós-processador. Podem-se ler os arquivos binários de saída que possuem a forma deformada, animações, contornos de cores e gráficos X-Y.

O Abaqus/CAE é um ambiente completo que oferece uma interface simples e consistente para criar modelos Abaqus, submeter e monitorar simulações (Abaqus Jobs) e avaliar os resultados dessas simulações. Ele é dividido em módulos e cada um define um aspecto lógico do processo de modelação. O processo de passagem de módulo para módulo é o processo de construção do modelo. Quando o modelo está completo, o Abaqus/CAE gera um arquivo de entrada, o qual é submetido para o Abaqus/Analysis, para obtenção da solução.

CAPÍTULO 4 – Análises de tensões

Os materiais apresentam uma capacidade própria de resistir a uma dada tensão, logo deve-se impor um limite superior à tensão exercida para que não haja falhas.

Nas engrenagens podem acontecer falhas no contacto, devido à tensão normal e, na raiz do dente, devido à flexão. A fadiga na raiz causa, normalmente, quebra do dente, mas o mais comum é existir fadiga no ponto de contacto dos flancos dos dentes.

Na raiz de dente, as tensões podem ser de tração ou compressão, sendo as de tração associadas ao flanco onde existe contacto com o outro dente, e as de compressão no flanco oposto.

A tensão no contacto dos dentes pode ser calculada segundo Hertz, pela distribuição de tensões em sólidos elásticos de dimensões simples. As forças de contacto dos dentes podem ser representadas da seguinte forma:

A componente tangencial responsável pela transmissão de potência, F_t , pode ser calculada através das equações seguintes:

$$P = M \times \omega = \left(F_t \times \frac{D}{2} \right) \times \frac{\pi n}{30} \quad (31)$$

Onde obtemos:

$$F_t = \frac{60P}{\pi DN} \quad (32)$$

Sendo o 1 o pinhão e 2 a roda, a componente radial é:

$$F_r = F_t \tan \alpha \quad (33)$$

E no caso das engrenagens de dentes retos, a componente axial é igual a zero (0).

A força total no contacto do dente é então:

$$F = \frac{F_t}{\cos \alpha} \quad (34)$$

E o binário aplicado é calculado através da equação seguinte:

$$M = F_t = \frac{D}{2} \quad (35)$$

A tensão de flexão, na raiz do dente, considerando uma carga aplicada estaticamente podem ser calculadas através da seguinte equação:

$$\sigma = \frac{M}{W_f} = \frac{M}{\frac{I}{v}} = \frac{M \times v}{I} = \frac{M \times s}{2 \times I} = \dots = \frac{F_t}{b \times m_r} \times \text{Fatores de forma} \quad (36)$$

A equação representa a tensão estática máxima (de flexão) na raiz do dente, originada pela força tangencial no círculo primitivo.

Deverá ser:

$$\sigma \leq \sigma_{adm}(\text{material em questão}) \quad (37)$$

E,

$$F_{tadm} = \sigma_{adm} \times b \times m_r \times \frac{1}{\text{Fatores de forma}} \quad (38)$$

Numa situação dinâmicas, as equações passam a ser:

$$F_{tadm} = \sigma_{adm} \times b \times m_r \times \frac{\text{Fatores dinâmicos}}{\text{Fatores de forma}} \quad (39)$$

E,

$$P_{adm} = F_{tadm} \times W \times \frac{D}{2} \quad (40)$$

A pressão máxima no contacto é calculada de acordo com a teoria de Hertz e é máxima quando o contacto ocorre na zona do ponto primitivo, onde a carga suportada por um par de dentes é máxima.

A força tangencial admissível pode ser simplificada para:

$$F_{tadm} = \sigma_{hadm}^2 \times b \times D_1 \times \text{Fatores} \quad (41)$$

O menor valor obtido, dos quatro (4) calculados, é o que representa o verdadeiro F_{tadm} que a engrenagem pode transmitir.

Caso F_t aplicada seja superior a F_{tadm} , é necessário alterar uma ou mais variáveis, o material, a largura ou o módulo.

Para a análise foi usado o Critério de Von Mises que é utilizado para materiais dúcteis, geralmente usado em validações estruturais e foi concebido com base em evidências experimentais. Este critério tem em consideração os conceitos de energia de distorção de um elemento, que é interpretado como a energia necessária para que ocorra mudança de forma do elemento.

O critério é dado por:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2}}$$

Nos casos tridimensionais existem seis componentes de tensão, três são componentes normais (s_{xx} , s_{yy} e s_{zz}) e três são componentes de corte (s_{xy} , s_{yz} e s_{xz}). Esses componentes de tensão estão em três planos ortogonais.

Os componentes de tensão normais nas direções dos eixos são chamados de tensões principais e são identificados, nesta dissertação, como s_{11} , s_{22} e s_{33} . Representam a magnitude máxima possível de tensão de tração e compressão no ponto específico em consideração.

4.1 Modelo Engrenagem Cilíndrica de dentado reto

Para o estudo do problema é usada uma engrenagem cilíndrica de dentes retos, como o da figura:

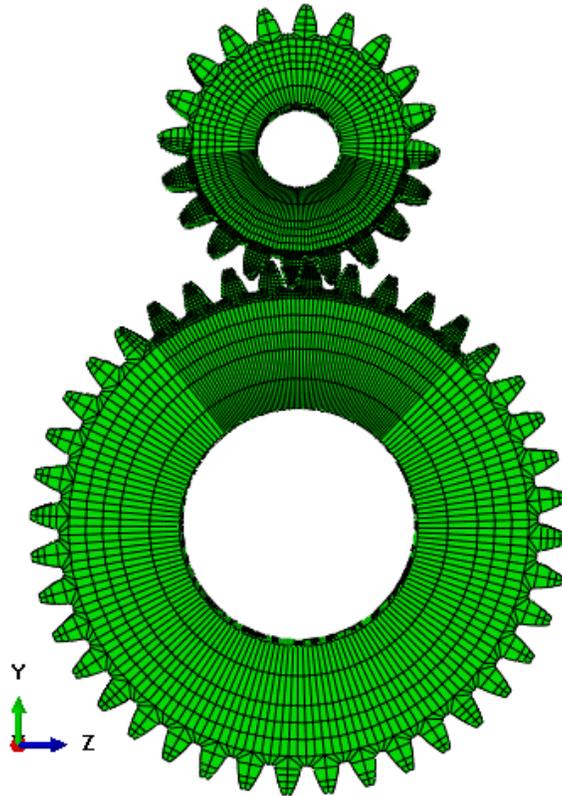


Figura 13 - Modelo da engrenagem cilíndrica de dentado reto

Na figura anterior, pode-se identificar a roda dentada mais pequena que representa o pinhão e a de maior dimensão que representa a roda. O modelo tem as seguintes características:

Tabela 1 - Características Engrenagens Cilíndricas de dentes retos.

Módulo (m)		3
Número de dentes (Z)	Pinhão (Z_1)	20 dentes
	Roda (Z_2)	40 dentes
Saliência (h_a)		3 (mm)
Reentrância (h_f)		3.75 (mm)
Diâmetro da coroa (d_a)	Pinhão (d_{a1})	66 (mm)
	Roda (d_{a2})	126 (mm)
Diâmetro primitivo	Pinhão	54 (mm)
	Roda	114 (mm)
Diâmetro da raiz (d_f)	Pinhão (d_{f1})	52.5 (mm)
	Roda (d_{f2})	112.5 (mm)
Ângulo de pressão		20°
Entre eixos (a)		90 (mm)
Largura da engrenagem		12 (mm)

Em todas as análises, foram usados quatro modelos distintos de três, cinco, sete e nove dentes, representados nas Figura 14, Figura 15, Figura 16 e Figura 17, respectivamente. Optou—se por estes vários modelos para se obter um resultado mais rápido nas análises, em relação ao modelo completo que seria mais demorado, obtendo resultados semelhantes como será demonstrado mais à frente.

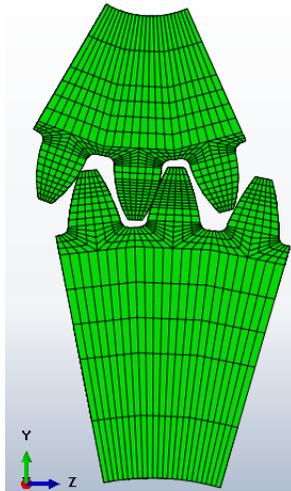


Figura 14 - Engrenagem Cilíndrica de dentes retos, modelo de 3 dentes

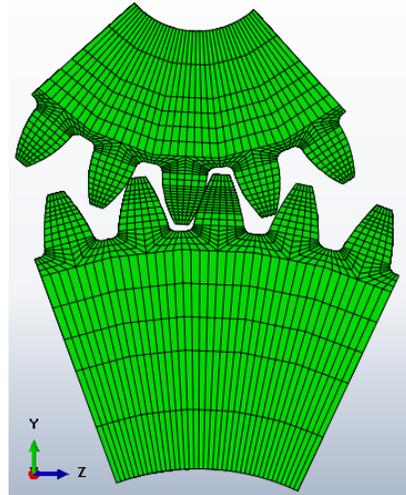


Figura 15 - Engrenagem Cilíndrica de dentes retos, modelo de 5 dentes

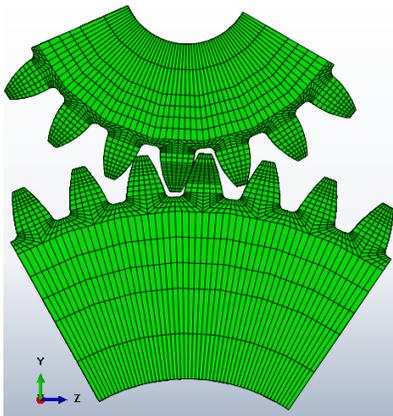


Figura 16 - Engrenagem Cilíndrica de dentes retos, modelo com 7 dentes

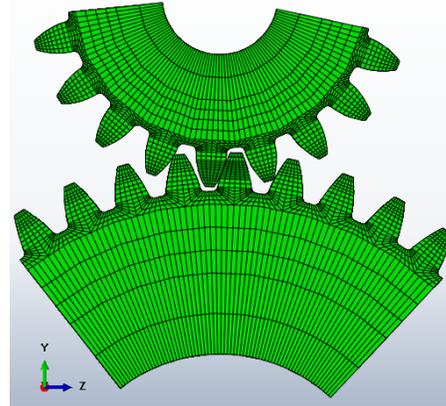


Figura 17 - Engrenagem Cilíndrica de dentes retos, modelo com 9 dentes

A definição do material serve para especificar o comportamento de um material e fornece todos os dados relevantes das suas propriedades. O material é definido como *steel*, com características elásticas e sendo um material isotrópico, ou seja, as propriedades mecânicas podem ser descritas sem referência à direção. Possui um Módulo de Elasticidade, ou de Young, (E) de 207000 Pa e um Coeficiente de Poisson (ν) de 0.3.

O tipo de elementos utilizados, nas diferentes análises, foi o *C3D20R* (Elemento de cubo de vinte nós com integração reduzida), que é um elemento de cubo quadrático de uso geral,

com integração reduzida (pontos de integração 2x2x2). A numeração dos nós segue a convenção da Figura 18 e o esquema de integração a Figura 19:

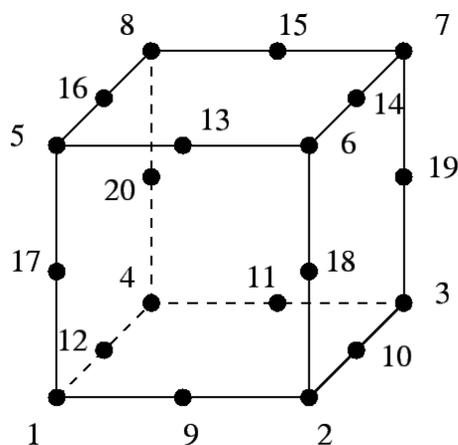


Figura 18 - Elemento de tijolo com 20 nós

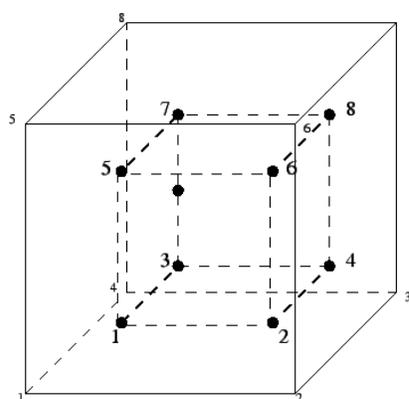


Figura 19 - Esquema de pontos de integração 2x2x2 em elementos hexaédricos

Este elemento comporta-se muito bem e é um excelente elemento de uso geral (quando se usa apenas um tipo de elemento). Apresenta, também, um bom desempenho no comportamento do material isocórico na flexão e raramente exhibe ampulheta, apesar da integração reduzida. A ampulheta, geralmente, ocorre quando os pontos de integração são insuficientes.

No que diz respeito à definição das superfícies, estas foram definidas por *element* (padrão). Este tipo define uma superfície livre automaticamente para os elementos especificados ou define uma superfície nos elementos usando identificadores de face do elemento.

Para os pares de contacto foi definida uma interação de superfícies *rough*, sem escorregamento e coeficiente de atrito atribuído foi de 0.49, coeficiente correspondente ao material da engrenagem. Os pares de contacto são do tipo *surface to surface*, de modo que a precisão da tensão seja otimizada para o emparelhamento de tipo de superfície especificado. Essa configuração de parâmetro será ignorada para pares de contatos que incluem uma superfície baseada em nó.

Para aplicação do momento é definida a restrição do acoplamento como *kinematic*. A restrição de acoplamento é útil quando um grupo de nós de acoplamento é restrito ao movimento rígido do corpo de um único nó. A restrição de acoplamento pode ser empregue

efetivamente na aplicação de cargas ou condições de fronteira de um modelo. A Figura 20, ilustra o uso de uma restrição de acoplamento cinemático para prescrever um movimento de torção, de um modelo, sem restringir o movimento radial.

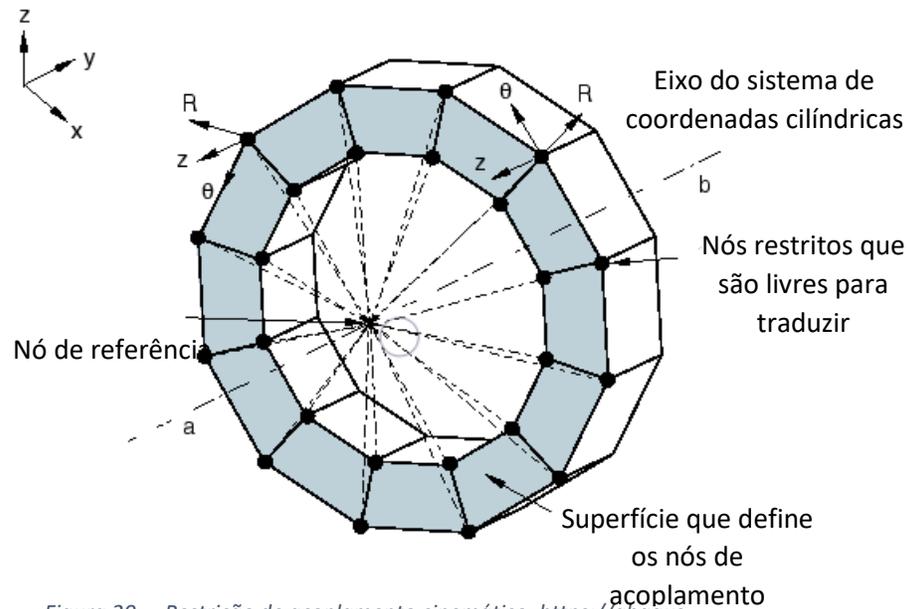


Figura 20 - Restrição de acoplamento cinemático. <https://abaqus-docs.mit.edu/2017/English/SIMACAEKEYRefMap/simakey-r-coupling.htm#simakey-r-coupling>

A definição de uma restrição de acoplamento requer a especificação do nó de referência (também chamado de ponto de controle de restrição), os nós de acoplamento e o tipo de restrição. A restrição de acoplamento associa o nó de referência aos nós de acoplamento.

O acoplamento cinemático restringe o movimento dos nós de acoplamento ao movimento rígido do corpo no nó de referência. As restrições cinemáticas são impostas pela eliminação dos graus de liberdade nos nós de acoplamento.

As condições de fronteira podem ser definidas pelos graus de liberdade. O centro da roda é totalmente restrito, encastrado, não tendo qualquer grau de liberdade (1,2,3,4,5,6=0)

4.1.1. Influência número de dentes na análise

Para obter a tensão segundo o critério de Von Mises e a tensão normal segundo o eixo de $YY's (s_{22})$, ao longo da largura do dente, este foi dividido em sete (7) partes, como representado na Figura 21.

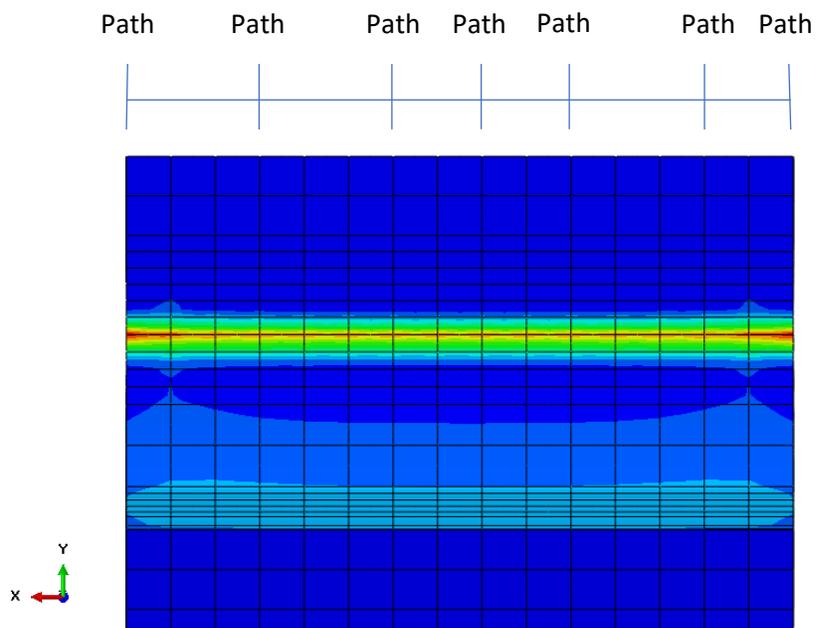


Figura 21 – Divisão do dente em sete caminhos distintos, para análise.

Em cada uma dessas divisões foi criado um caminho como o representado na figura seguinte:

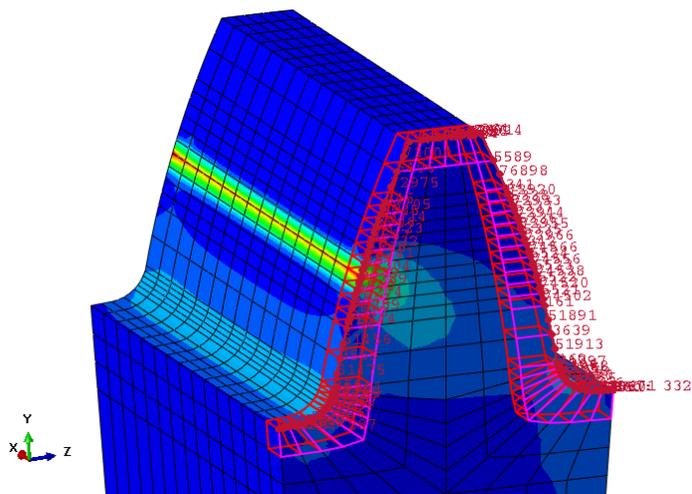


Figura 22 - Caminho Path1 , da roda.

Para todos os Path, este é gráfico modelo, que representa e tensão segundo o critério de Von Mises e tensão normal, ao longo do Path, variando apenas os valores máximos.

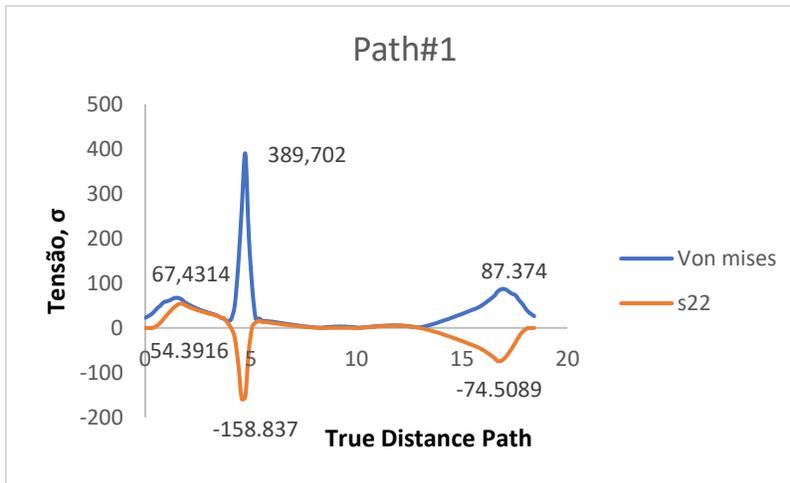


Figura 23 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path. (Gráfico Modelo)

Para os modelos distintos (três, cinco, sete e nove dentes), podemos observar três picos de valores. Esses valores foram retirados e analisados. Os picos correspondem:

1. na raiz do dente (concordância 1), onde sofre tração;
2. no ponto de contacto entre os dois dentes;
3. na raiz do dente, flanco onde não existe contacto (concordância 2), onde sofre compressão;

Retirando de cada Path os valores desses picos:

Tabela 2 - Valores máximos de tensões, nos três pontos críticos, no modelo 3teeth - 5Nm

Concordância 1				Ponto de contacto				Concordância 2			
Path	Espessura	Von Mises	s22	Path	Espessura	Von Mises	s22	Path	Espessura	Von Mises	s22
Path#1	0	67.4314	54.3916	Path#1	0	389.702	-158.837	Path#1	0	87.374	-74.5089
Path#2	1.5	83.025	73.4676	Path#2	1.5	339.853	-236.917	Path#2	1.5	100.561	-93.8293
Path#3	3.75	80.6915	73.6879	Path#3	3.75	331.807	-229.153	Path#3	3.75	99.0374	-95.1823
Path#4	5.25	80.056	73.5051	Path#4	5.25	330.177	-227.151	Path#4	5.25	98.6591	-95.2898
Path#5	6.75	80.2715	73.5749	Path#5	6.75	330.669	-227.75	Path#5	6.75	98.7912	-95.2669
Path#6	9	82.3411	74.0378	Path#6	9	337.113	-233.968	Path#6	9	99.9844	-94.71
Path#7	12	67.4718	54.4245	Path#7	12	389.807	-158.416	Path#7	12	87.4193	-74.5518

Obtendo, para cada modelo, os seguintes gráficos:

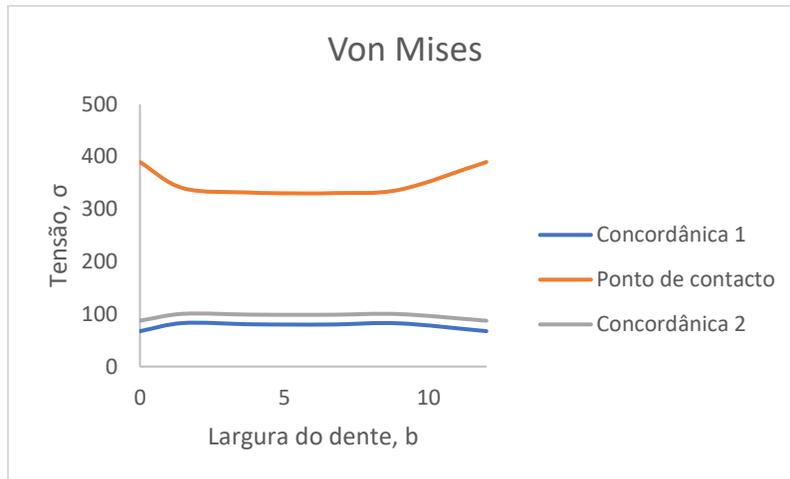


Figura 24 - Tensões segundo o Critério de Von Mises, ao longo da largura do dente, para o modelo de 3teeth - 5Nm

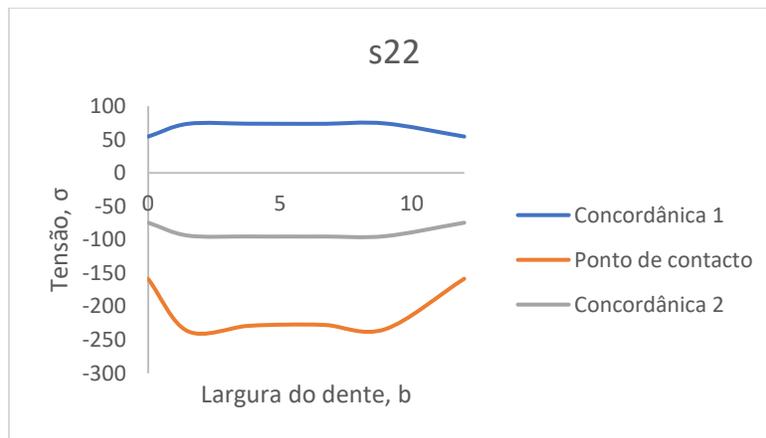


Figura 25 - Tensões normais s22, ao longo largura do dente, para o modelo de 3 teeth - 5Nm

Analisando os gráficos resultantes de cada modelo, podemos verificar:

1º Caso – Concordância 1

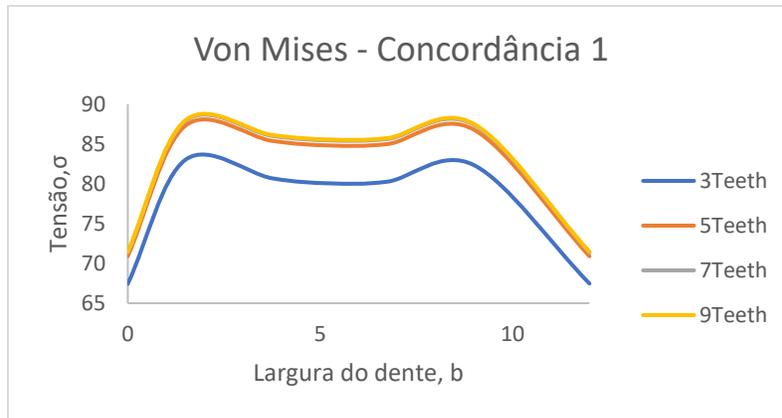


Figura 26 – Tensões segundo o Critério de Von Mises, na raiz do dente, ao longo da largura do dente.

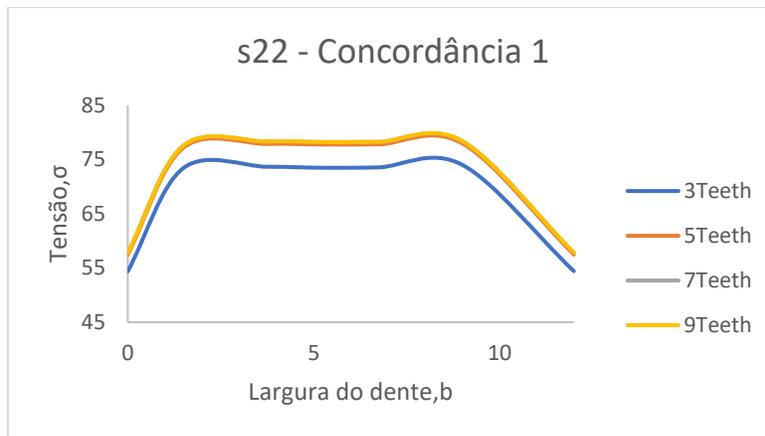


Figura 27 - Tensões normais s22, na raiz do dente, ao longo largura do dente.

2º Caso – Ponto de contacto

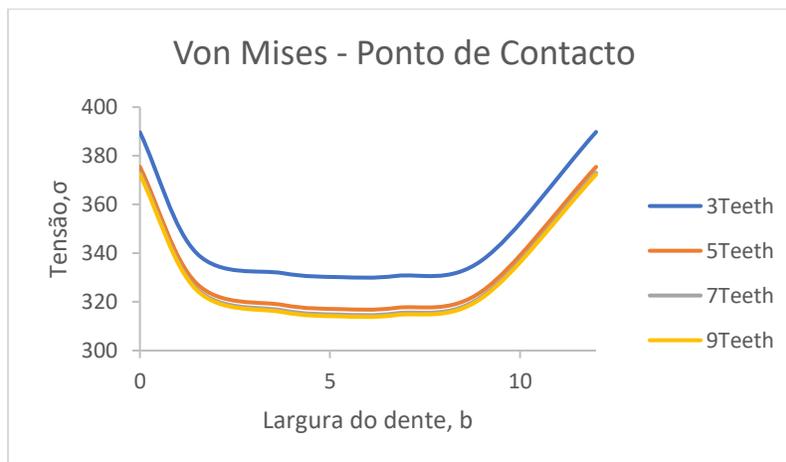


Figura 28 - Tensões segundo o Critério de Von Mises, no ponto de contacto, ao longo da largura do dente.

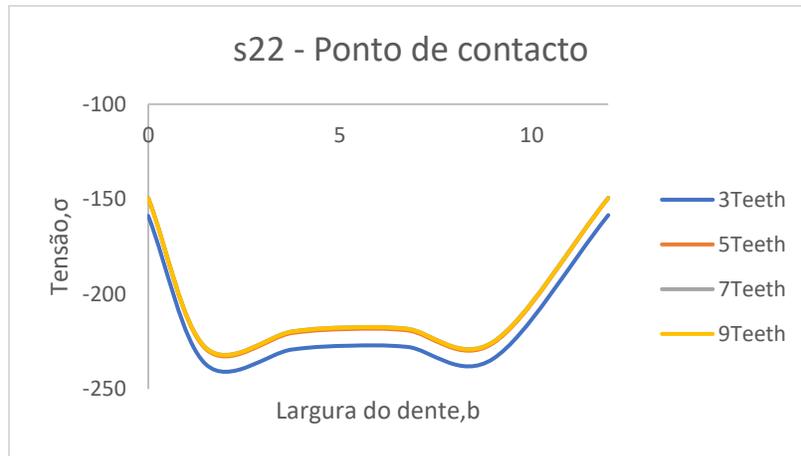


Figura 29 - Tensões normais s22, no ponto de contacto, ao longo largura do dente.

3º Caso – Concordância 2

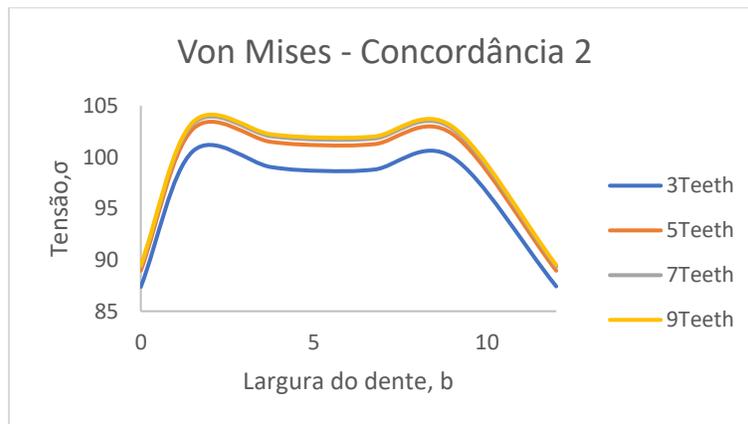


Figura 30 - Tensões segundo o Critério de Von Mises, na raiz do dente, ao longo da largura do dente.

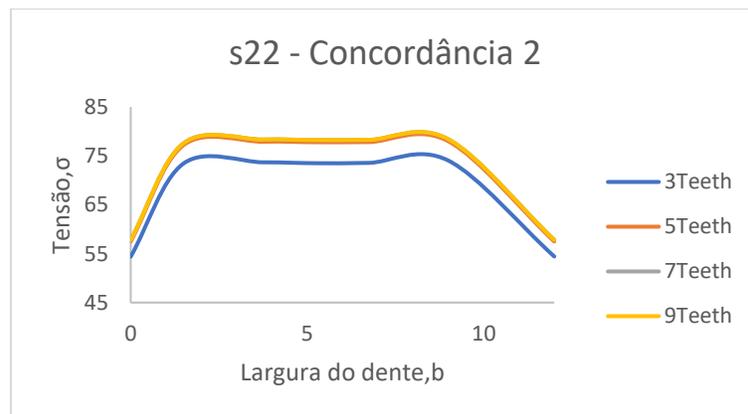


Figura 31 - Tensões normais s22, na raiz do dente, ao longo largura do dente.

Os valores e gráficos, para todos os modelos, encontram-se no Anexo C.

4.1.1.1. Conclusão

Nos três pontos de tensão podemos verificar que, quanto mais dentes contêm a análise mais se aproximam os valores da tensão, ou seja, quanto mais dentes forem utilizados na análise, mais se aproximam os valores obtidos do valor real (valor se fosse realizada a análise com a engrenagem completa). No entanto, apesar dos valores serem diferentes, seguem a mesma tendência (tem o mesmo comportamento), podendo ser usado um modelo mais simplificado para a análise. Era de esperar que as retas fossem uniformes, não acontece, pois, os caminhos não foram definidos de uma forma simétrica, ao longo da espessura do dente.

4.1.2. Correção do dentado

É expectável que os perfis conjugados dos pares de dentes em contacto sejam tangentes, mas por vezes deixam de ser conjugados porque os perfis em contacto não são tangentes ou os flancos em contacto tendem a interpenetrar-se.

Quando a saliência dos dentes das rodas dentadas que constituem a engrenagem ultrapassa os pontos de tangência, diz-se que existe uma interferência de funcionamento. No caso em estudo, acontece interferência de funcionamento, onde a ponta do dente da roda contacta com o flanco do dente do pinhão. Esta interferência pode ser eliminada através de uma correção do dentado, que serve para evitar a interferência e equilibrar os escorregamentos específicos máximos. Uma das consequências da interferência é o bloqueio ou encravamento das engrenagens. [27]

Normalmente, efetua-se uma correção de dentado devido à interferência entre os perfis durante o engrenamento ou na própria geração do dentado, ao desgaste excessivo no pinhão relativamente à roda e utilização de um entre eixos específico, diferente do entre eixos normal. Inicialmente, todos os modelos continham a mesma interferência que se encontra representada na figura seguinte:

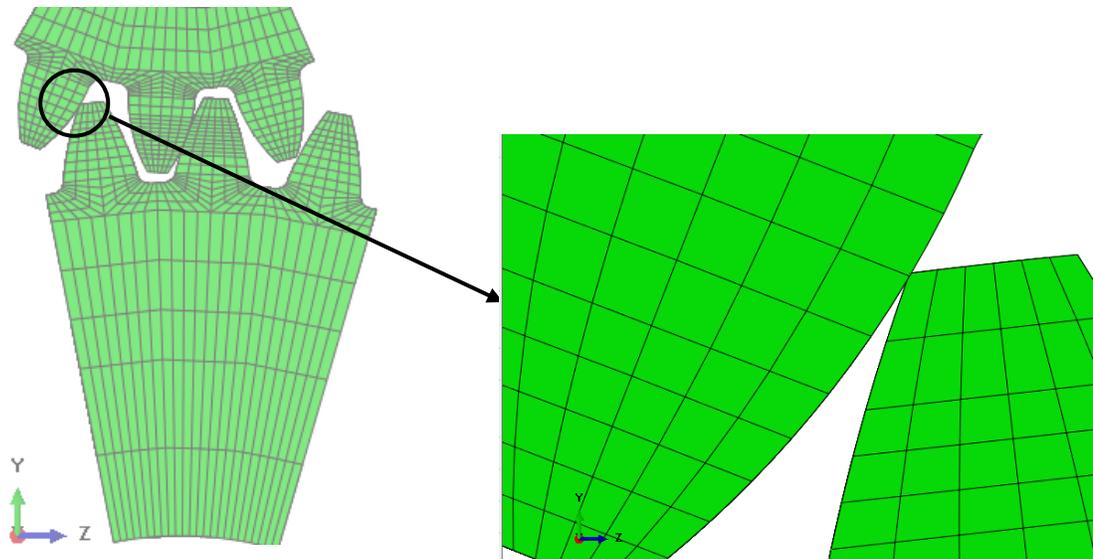


Figura 32 - Interferência entre dentes, no modelo de 3 dentes

Foi, então, realizada a correção do dentado para os quatro modelos e, para isso, foram encontrados todos os Nós da aresta correspondente à largura da roda, do dente que entra em interferência com o flanco do pinhão, como se pode ver na figura seguinte:

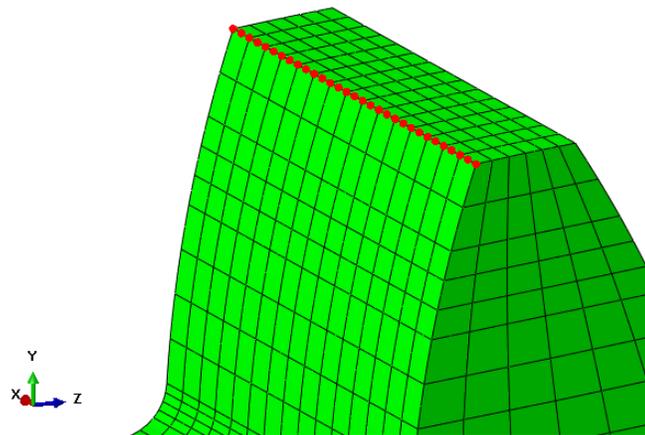


Figura 33 - Aresta da roda que interfere com a superfície do dente do pinhão.

Depois de encontrados todos esses Nós (N_n), foi imposto um deslocamento constante $\vec{B1}$ a todos, segundo um ângulo Theta (θ), tal como representado no seguinte gráfico:

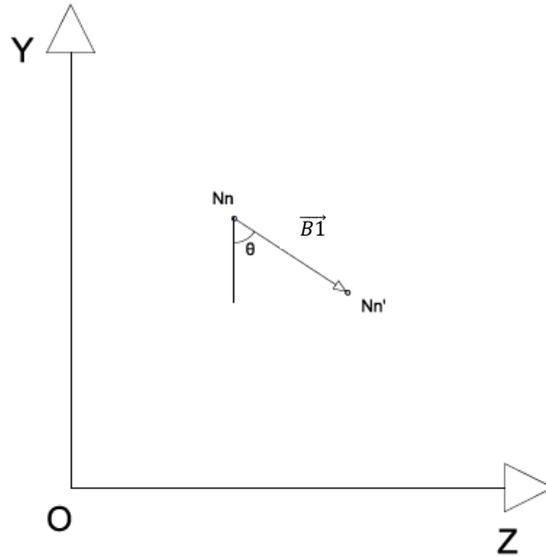


Figura 34 - Gráfico representativo do deslocamento dos pontos da aresta do dente da roda, segundo um vetor B1 e um ângulo theta.

Atribui-se, então, o valor de 0.05 ao vetor $\overline{B1}$ e de 45° ao ângulo θ . Segundo a trigonometria, conseguiu-se obter a matriz do deslocamento:

$$\{\hat{n}_{B1}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\cos(45) \\ \sin(45) \end{Bmatrix} \quad (42)$$

Em seguida, através da equação 44, obteve-se a nova posição dos Nós (Nn') onde não existe interferência dos dentes.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{ONn'} &= \overrightarrow{ONn} + \overline{B1} \leftrightarrow \\ \leftrightarrow ONn' &= \overrightarrow{ONn} + \overline{B1} \cdot \{\hat{n}_{B1}\} \end{aligned} \quad (43)$$

As coordenadas dos novos Nós encontram-se no Anexo B. Após inseridas essas novas coordenadas dos Nós, no Abaqus, obtém-se a nova configuração do dente da roda, Figura 35, sem qualquer interferência entre os dentes.

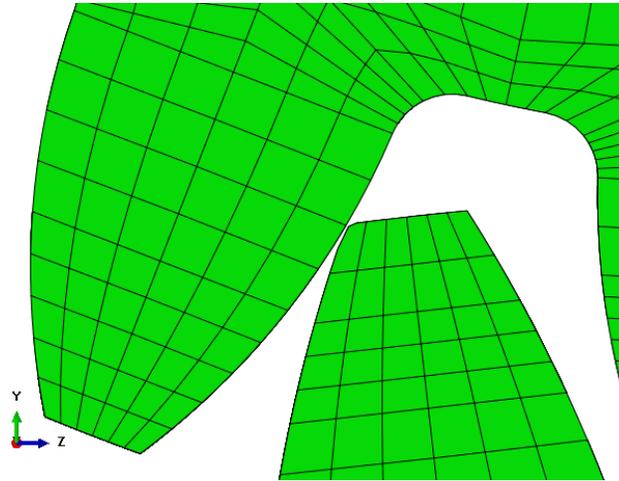


Figura 35 - Nova configuração do dente da roda, após correção do dentado.

4.1.2.1. Conclusão

Após a correção do dentado, podemos verificar que já não existe interferência entre os dentes, o que leva a menor tensão no contacto entre eles. No entanto, comparando os valores da tensão em ambos os casos, verifica-se que não existe uma diferença significativa nos valores da tensão, tanto segundo o critério de Von Mises como as tensões normais S22. (As curvas com valores muito aproximados e com o mesmo comportamento.)

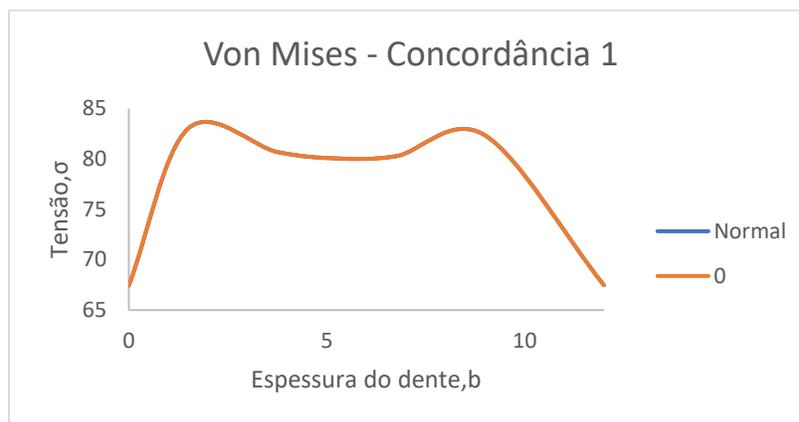


Figura 36 - Tensão segundo o critério de Von Mises, na raiz do dente, ao longo do dente (3 teeth - 5Nm)

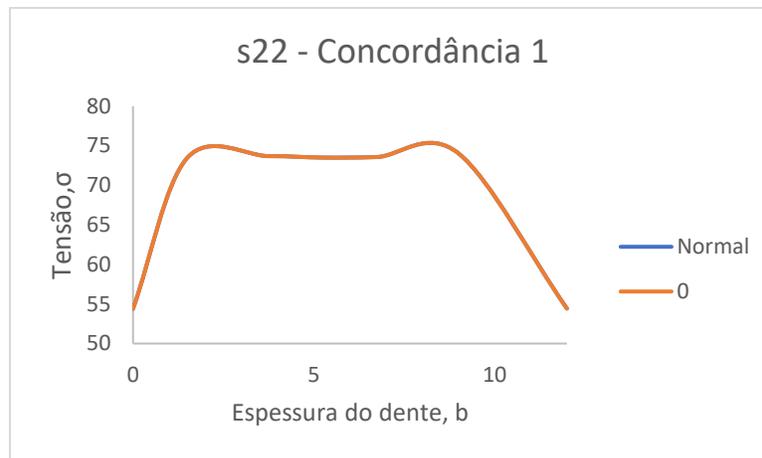


Figura 37 - Tensões normais S22, na raiz do dente, ao longo da largura do dente (3teeth - 5Nm)

Nota: Mesmo não havendo diferenças significativas, em todas as análises foi utilizado o modelo com correção do dentado.

4.1.3. Efeito do desalinhamento

O alinhamento mecânico garante o bom funcionamento das engrenagens, eliminando, por vezes, vibrações, danos nos eixos e parafusos, e contribuindo para a sua durabilidade. O objetivo é que as faces do acoplamento se mantenham sempre à mesma distância, em qualquer ponto e no mesmo plano. Quando se mantém o alinhamento mecânico, em qualquer engrenagem ou equipamento, em dia, este representa uma grande redução de custos, pois o desalinhamento é um dos principais causadores de falhas e avarias. Contribui, ainda, para um menor consumo de energia, menor desgaste dos rolamentos, redução das temperaturas elevadas nos rolamentos e em todo o sistema.

As engrenagens podem apresentar desalinhamento nos eixos devido ao seu uso. O seu desgaste acontece devido ao tempo de uso e, normalmente, pela falta de manutenção corretiva.[28] Esta manutenção minimiza as paragens na produção, possibilitando o aumento da eficiência e produtividade operacionais. Um programa de monitorização e/ou um cronograma de manutenção, é fundamental quando se quer otimizar a produção. [29]

O desalinhamento acarreta um desgaste excessivo do conjunto, em que as forças de reação aumentam, sendo estas transferidas aos eixos e aos restantes componentes dos equipamentos. Uma máquina ou equipamento, em funcionamento, com um

desalinhamento, pode provocar o aumento de energia elétrica, uma vez que a ação dos componentes rotativos está desregulada. Este problema, contribui ainda para o aumento da temperatura de todo o sistema, que influencia a lubrificação e, conseqüentemente, causa desgaste.

O desalinhamento pode ser definido como a condição quando as linhas centrais geométricas de dois eixos acoplados não coincidem ao longo do eixo de rotação. Existem três tipos de desalinhamentos:

- Desalinhamento paralelo ou radial;
- Desalinhamento angular ou axial;
- Desalinhamento combinado;

O desalinhamento paralelo ou radial, acontece quando as linhas de centro dos eixos estão paralelamente afastadas. No caso de desalinhamentos angulares ou axiais esse desvio corresponde ao ângulo formado entre as linhas de centro. O desalinhamento combinado é o mais comum e ocorre quando existem, em simultâneo, desalinhamento paralelo e angular.

Nesta análise, foram usados os seguintes ângulos de desalinhamento:

- 0.05;
- 0.025,
- 0.0125,
- 0.0375

Foi aplicado um desalinhamento angular ou axial, ou seja, as linhas de centro, da roda e do pinhão, formaram um ângulo, não se mantendo paralelas.

Inicialmente, os eixos da roda (2) e do pinhão (1) encontravam-se paralelos, tal como representado na figura seguinte:

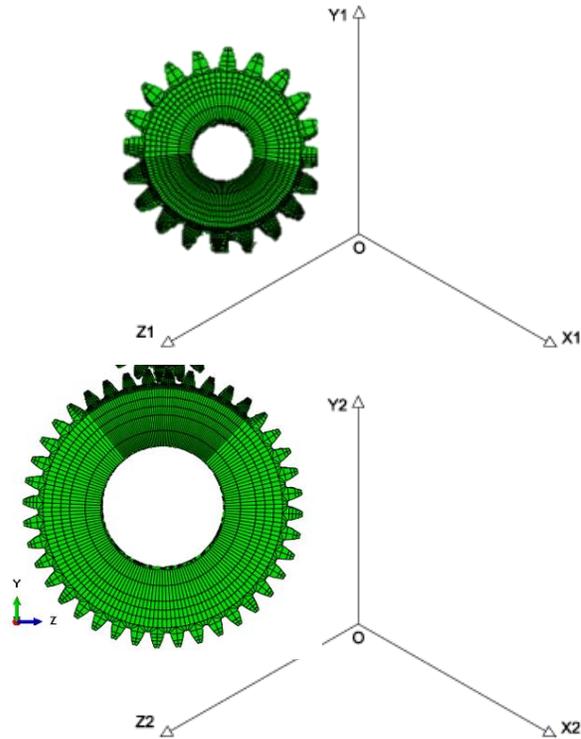


Figura 38 - Eixo de coordenadas do pinhão (1) e da roda (2).

Segundo a configuração da engrenagem, para ocorrer um desalinhamento angular ou axial, o eixo dos ZZ's mantêm-se constante ao longo da transformação, apenas se alterando as coordenadas dos Nós nos eixos de XX's e YY's.

O pinhão (1) mantêm a sua posição inicial, mantendo assim a orientação da linha de centro, segundo o seguinte eixo:

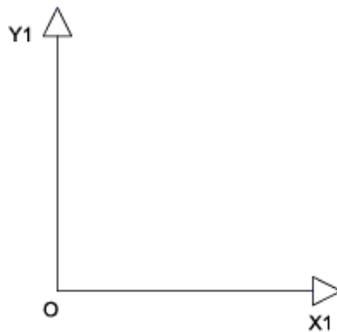


Figura 39 - Eixo XY do pinhão (1)

Já a roda (2) sofreu uma transformação segundo um ângulo alfa (α), para que a linha de centro desta formasse um ângulo com a linha de centro do pinhão. Na Figura 40, encontra-se representado o eixo original e o eixo após a transformada (tracejado).

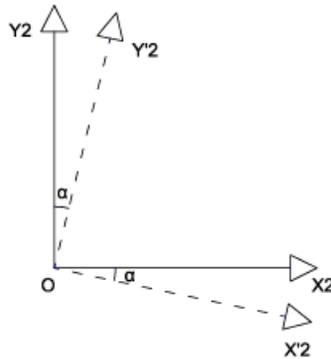


Figura 40 - Eixo XY original da roda e eixo XY' após transformação, para que ocorra desalinhamento.

Obtêm-se, então, os eixos do pinhão e da roda desalinhada, representados na figura seguinte:

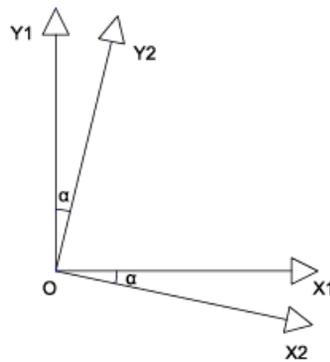


Figura 41 - Eixo do pinhão(1) e eixo da roda desalinhada(2)

A transformada anterior pode ser descrita pelas seguinte matriz:

$$[\overline{OP}]' = [T_2/1]^2 \cdot [\overline{OP}] \quad (44)$$

$$[T_2/1] = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (45)$$

Em todos os casos analisados, existe um ponto em que o valor da tensão coincide, independentemente do desalinhamento. Nos seguintes gráficos, a tensão segundo o critério de Von Mises e tensão normal s_{22} :

Concordância 1:

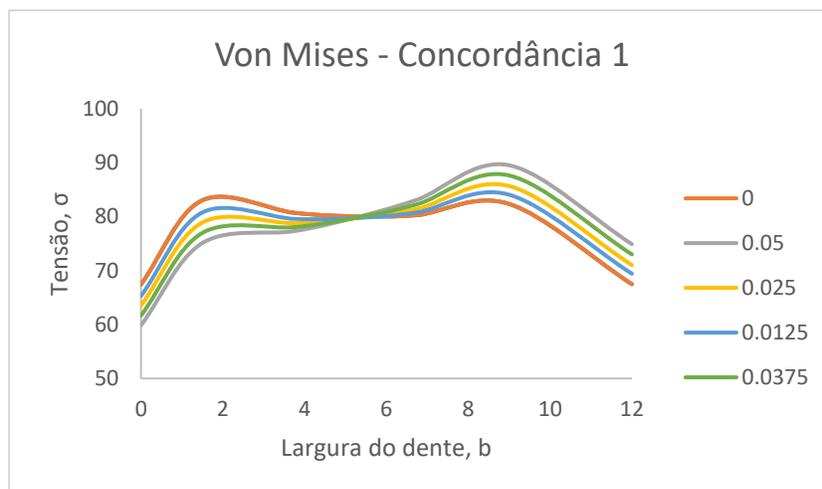


Figura 42 - Tensão segundo o critério de Von Mises, na raiz do dente, ao longo da largura do dente. (3 teeth – 5Nm)

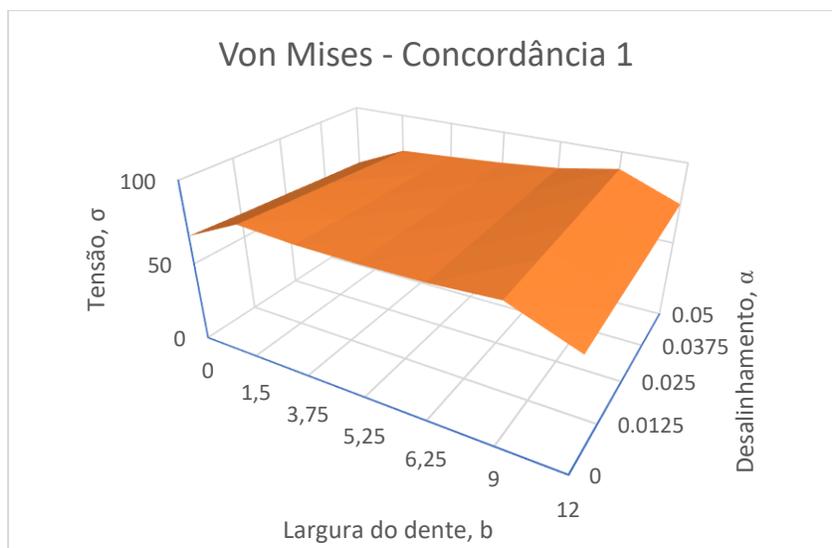


Figura 43 - Tensão segundo o critério de Von Mises, na raiz do dente, ao longo da largura do dente e dos desalinhamentos (3 teeth – 5Nm)

Ponto de Contacto:

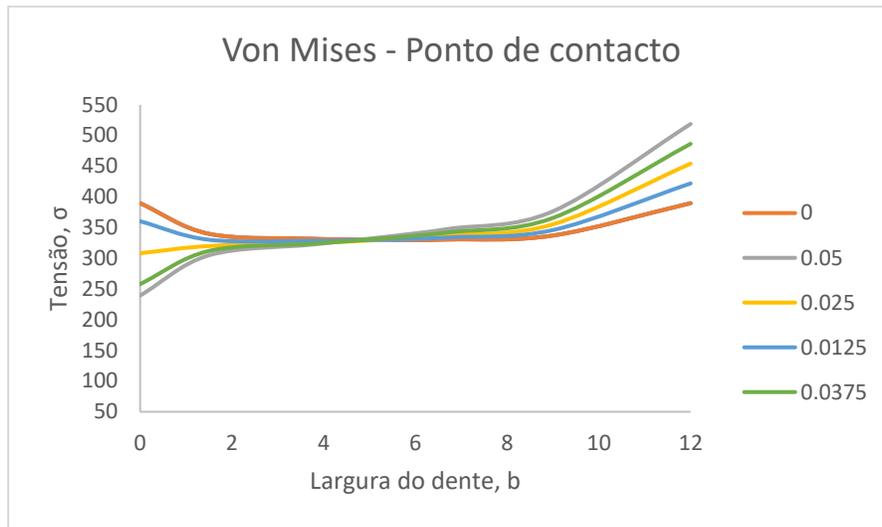


Figura 44 - Tensão segundo o critério de Von Mises, no ponto de contacto, ao longo da largura do dente. (3 teeth – 5Nm)

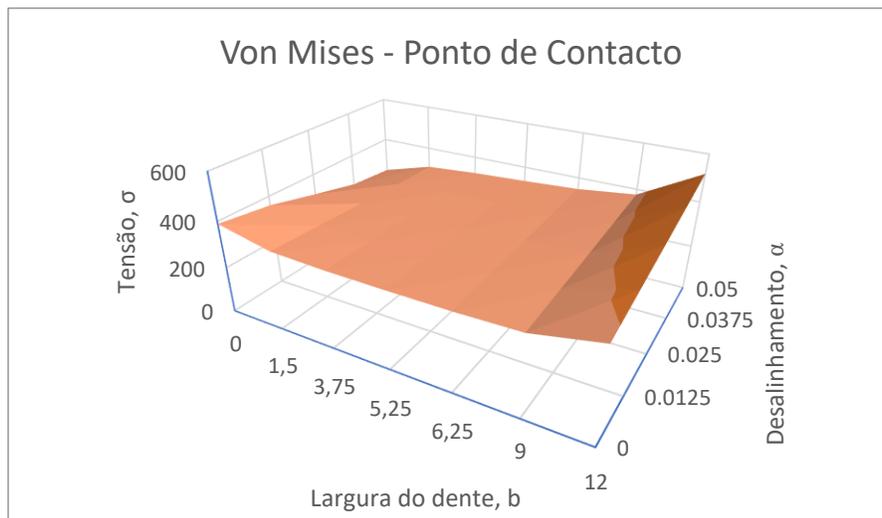


Figura 45 - Tensão segundo o critério de Von Mises, no ponto de contacto, ao longo da largura do dente e dos desalinhamentos (3 teeth – 5Nm)

Concordância 2:

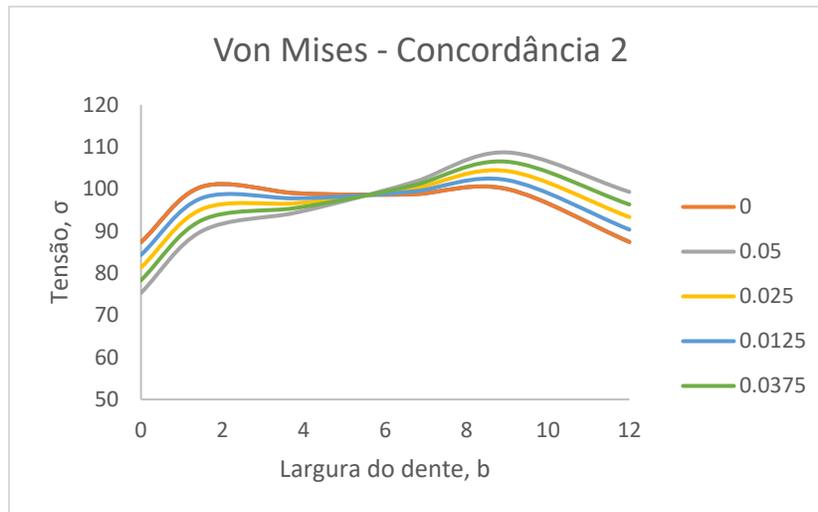


Figura 46 - Tensão segundo o critério de Von Mises, na raiz do dente, ao longo da largura do dente. (3 teeth – 5Nm)

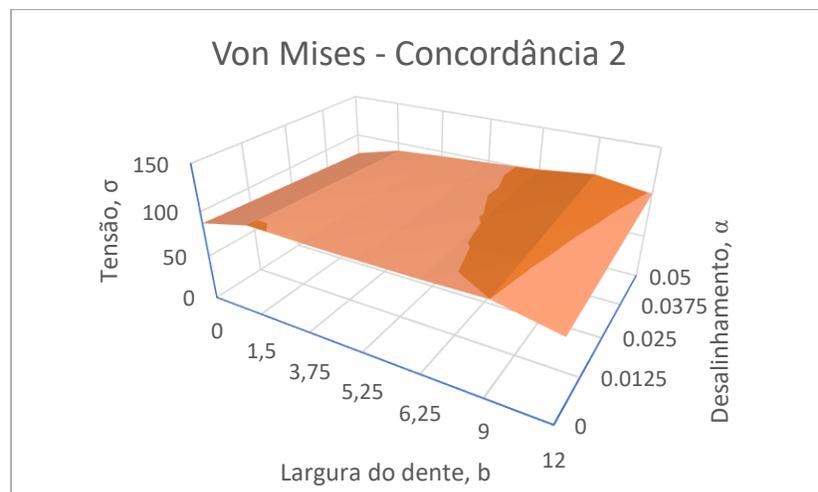


Figura 47 - Tensão segundo o critério de Von Mises, na raiz do dente, ao longo da largura do dente e dos desalinhamentos (3 teeth – 5Nm)

Concordância 1:

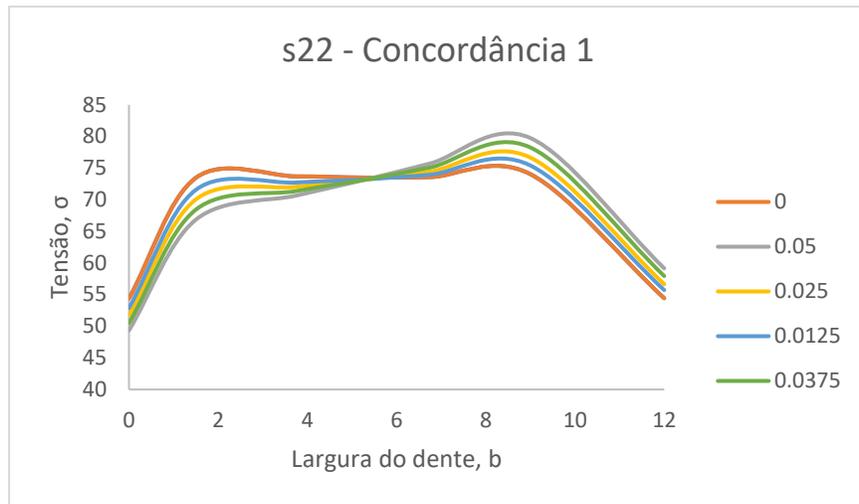


Figura 48 - Tensões normais s_{22} , na raiz do dente, ao longo da largura do dente (3teeth – 5Nm)

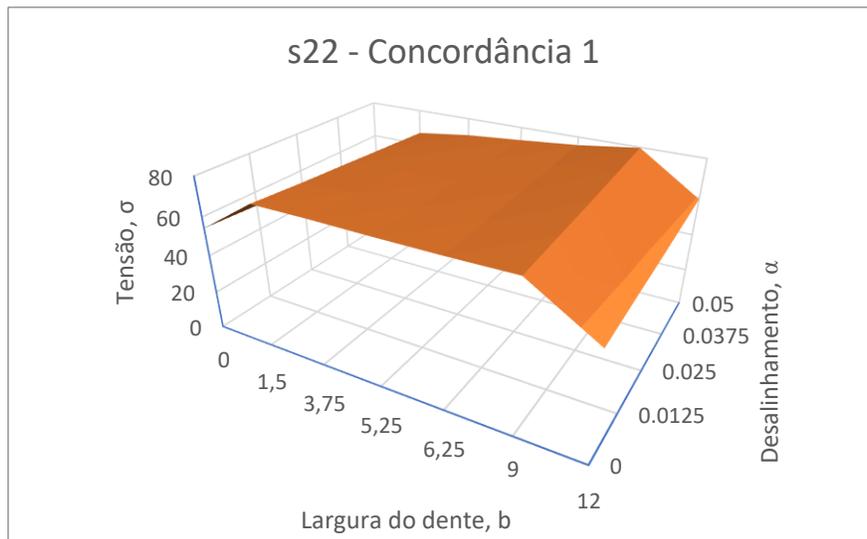


Figura 49 – Tensões normais s_{22} , na raiz do dente, ao longo da largura do dente e dos desalinhamentos (3 teeth – 5Nm)

Ponto de Contacto:

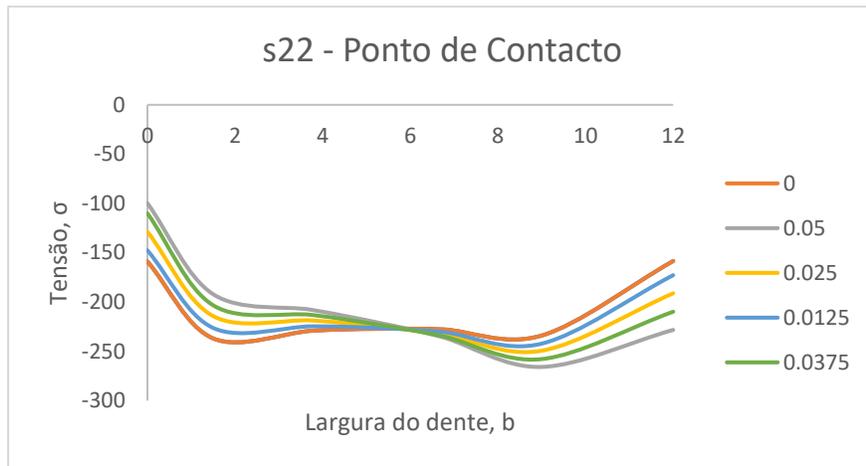


Figura 50 - Tensões normais S22, no ponto de contacto, ao longo da largura do dente (3teeth - 5Nm)

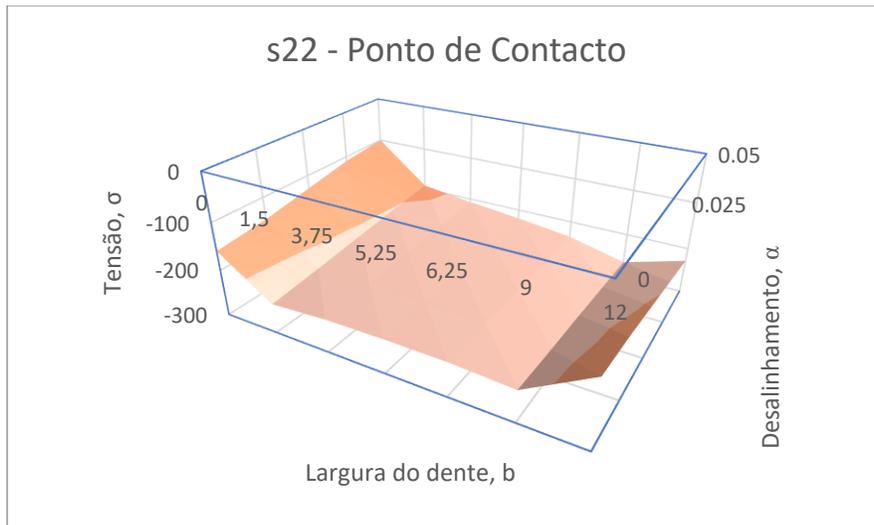


Figura 51 - Tensões normais s22, no ponto de contacto, ao longo da largura do dente e dos desalinhamentos (3 teeth – 5Nm)

Concordância 2:

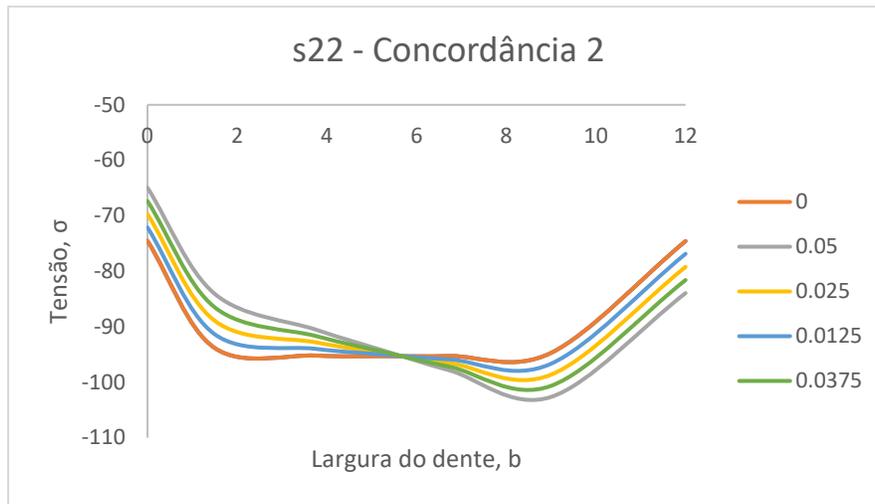


Figura 52 - Tensões normais S22, na raiz do dente, ao longo da largura do dente (3teeth - 5Nm)

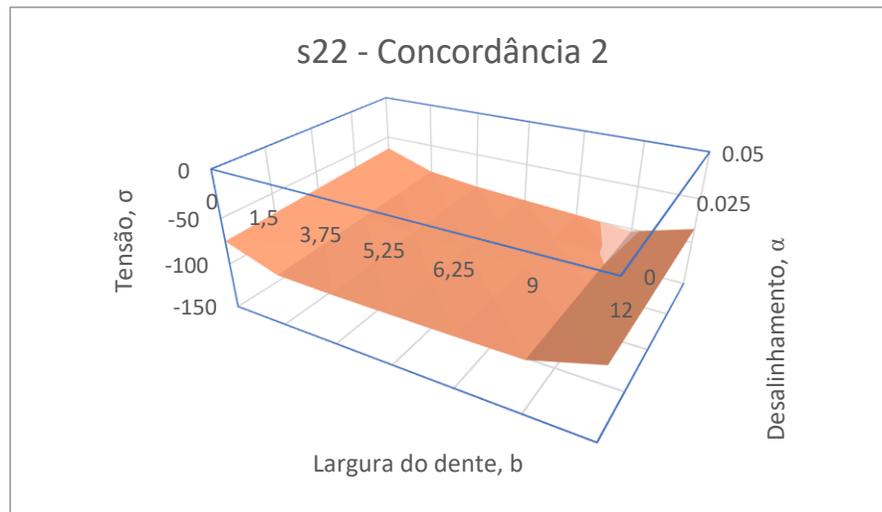


Figura 53 - Tensões normais s22, na raiz do dente, ao longo da largura do dente e dos desalinhamentos (3 teeth – 5Nm)

4.1.3.1. Conclusão

Para todas as análises, em todos os pontos estudados, verificou-se que o maior desalinhamento (0.05) apresenta os valores mais elevados e mais baixos de tensão (tanto pelo critério de Von Mises como S22).

Com isto, podemos concluir que ao existir qualquer valor de desalinhamento no engrenamento das rodas dentadas, será provocada uma maior tensão num certo local da roda e, por consequência, menor tensão no lado oposto. Ou seja, a distribuição da carga

que é normalmente linear (numa engrenagem alinhada) altera-se, criando instabilidade na engrenagem.

Conclui-se, ainda que, quanto maior for o desalinhamento maior a diferença (em módulo) dos valores normais, caso não existisse desalinhamento, e os valores obtidos após o desalinhamento.

Deve-se, então, determinar a pressão de contacto de uma transmissão, tendo em conta o desalinhamento, pois este causa falhas e é preferível evitá-lo, para que não cause problemas difíceis de resolver.

4.1.4. Influência do binário aplicado

O binário é uma medida de força que tem como objetivo causar um movimento circular, sobre um eixo, a um qualquer objeto. Tal como uma força faz com que um objeto acelere, o binário faz com que um objeto adquira aceleração angular. É uma grandeza vetorial e o seu sentido depende do sentido da força no eixo. A unidade SI para o binário é o Newton-metro.

Medir o binário em um sistema rotativo é consideravelmente mais difícil do que num sistema não rotativo. O mecanismo de engrenagens dentadas pode ser visto como equivalente à interação de um par de alavancas.

Foram analisados os modelos para dois binários diferentes 5Nm e 500Nm. (Valores Anexo D)

Von Mises:

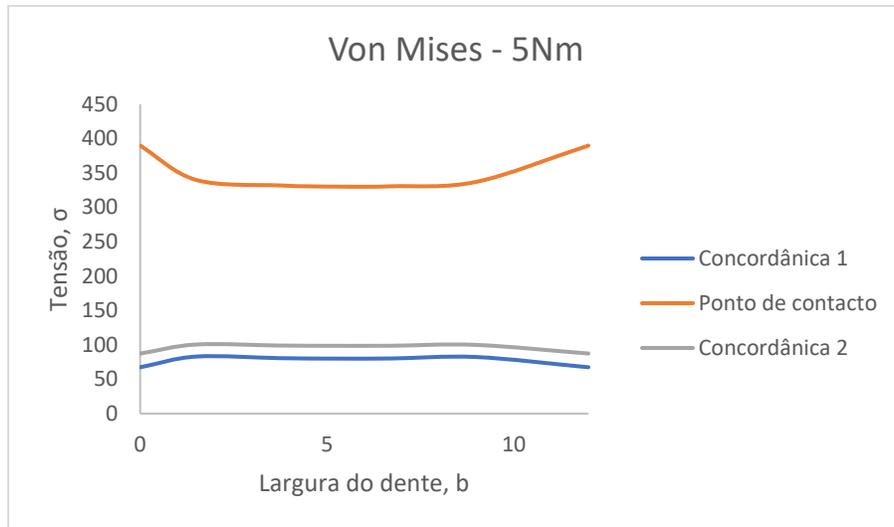


Figura 54 - Tensão segundo o critério de Von Mises, nos três pontos críticos, ao longo da largura do dente, para um binário de 5Nm.

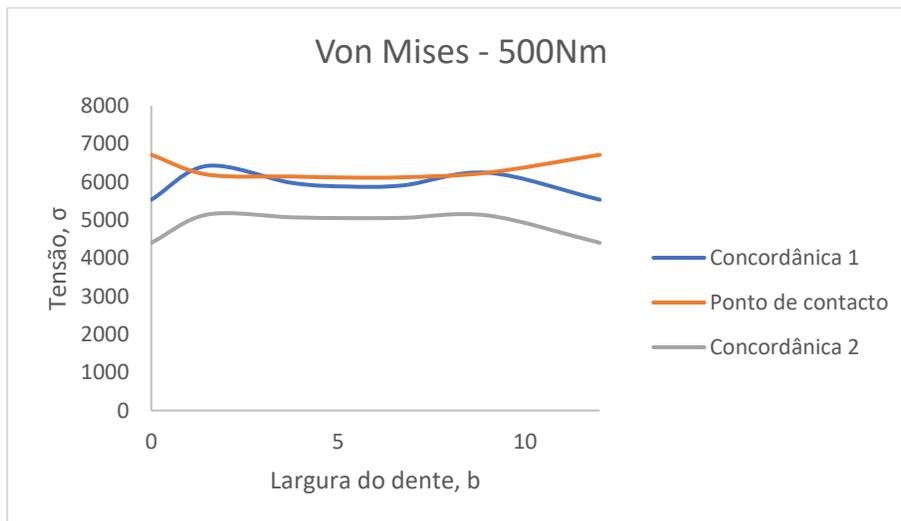


Figura 55 - Tensão segundo o critério de Von Mises, nos três pontos críticos, ao longo da largura do dente, para um binário de 500Nm.

Apesar das curvas se manterem com a mesma forma, os valores alteram-se bastante. Na concordância 1, raiz do dente mais próxima do ponto de contacto, foi a curva que sofreu maior alteração. Os valores passam de menor de 100 para aproximadamente 6000.

O ponto de contacto continua a ser o local do dente com maiores tensões, segundo o critério de Von Mises, passando de uma variação de entre 350 e 400 para 6000 e 7000, e os valores dos três pontos aproximam-se.

Por último, a curva da concordância 2 é a que sofre menor alteração, no entanto os valores aumentam igualmente como nas outras curvas.

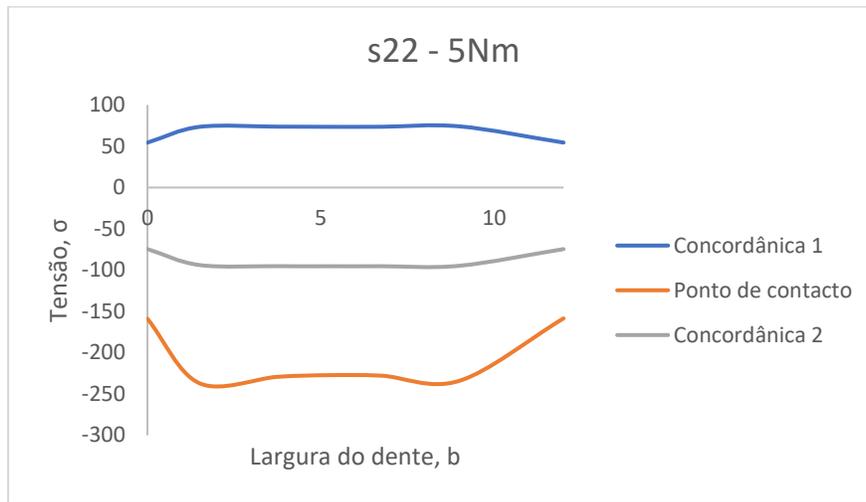


Figura 56 - Tensão normal s_{22} , nos três pontos críticos, ao longo da largura do dente, para um binário de 5Nm.

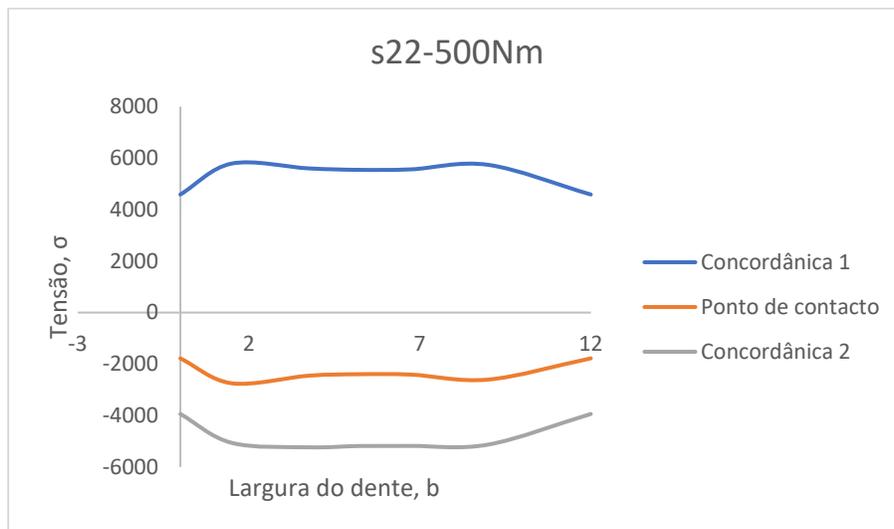


Figura 57 - Tensão normal s_{22} , nos três pontos críticos, ao longo da largura do dente, para um binário de 500Nm.

A curva da concordância 1 e da concordância 2 continuam simétricas (concordância 1 valores positivos, concordância 2 valores negativos). Esta curva é a que sofre maior alteração, os valores aumentam bastante. As curvas mantêm o mesmo comportamento, aumentam apenas os seus valores.

A curva do ponto de contacto é a que tem menor alteração, os valores aumentam (em módulo) mas em menor proporção que as restantes curvas. Já a curva da concordância 2

também se altera bastante aumentando, em módulo, mas não tanto como a curva da concordância 1.

4.1.4.1. Conclusão:

A alteração do binário influencia a tensão que sofre o dente da engrenagem. Neste caso, o binário foi aumentado numa grande proporção (100x) e foram analisadas as tensões segundo o critério de Von Mises e a tensão normal s_{22} .

Na tensão segundo o critério de Von Mises, a maior influência observou-se na concordância 1 e no ponto de contacto do dente. Já na tensão normal s_{22} , o efeito mais sentido deu-se nos dois pontos críticos da raiz do dente. (tração e compressão)

4.2. Modelo Engrenagem Cónica com dentado espiral

Para o seguinte estudo do problema foi usada uma engrenagem cónica de dentado espiral, como o da figura:

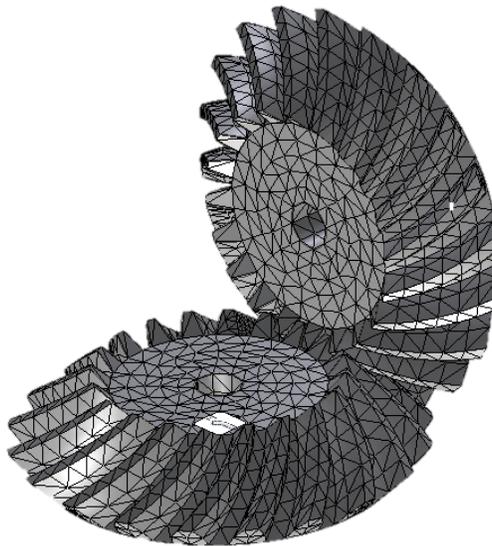


Figura 58 - Engrenagem cónica de dentado espiral

Na figura anterior, pode-se identificar duas rodas dentadas iguais, com 20 dentes cada.

Ao contrário do outro modelo, este foi estudado no seu todo, não se usando modelos com apenas alguns dentes. O refinamento da malha, também, foi menor por causa do equipamento computacional utilizado (menos capacidade).

A definição do material serve para especificar o comportamento de um material e fornece todos os dados relevantes das suas propriedades. O material é definido como *steel*, com características elásticas e sendo um material isotrópico, ou seja, as propriedades mecânicas podem ser descritas sem referência à direção. Possui um Módulo de Elasticidade, ou de Young, (E) de 207000 Pa e um Coeficiente de Poisson (ν) de 0.3.

4.2.1. Comparação com a Engrenagem Cilíndrica de dentes retos

Feita uma análise rápida no *software Inventor*, é possível observar algumas características deste tipo de engrenagem, que diferem das engrenagens cilíndricas de dentes retos.

Foi gerada uma malha com as seguintes características:

- Tamanho médio de elementos (fração do diâmetro modelo): 0.05;
- Tamanho mínimo dos elementos (fração do tamanho médio): 0.2;
- Fator de nivelamento: 1.5;
- Ângulo máximo de giro: 60°;

Aplicou-se um binário de 5Nm, tal como no modelo anterior, e as rodas dentadas foram restritas como pinos. Na figura seguinte, pode-se observar a análise da tensão segundo o critério de Von Mises.

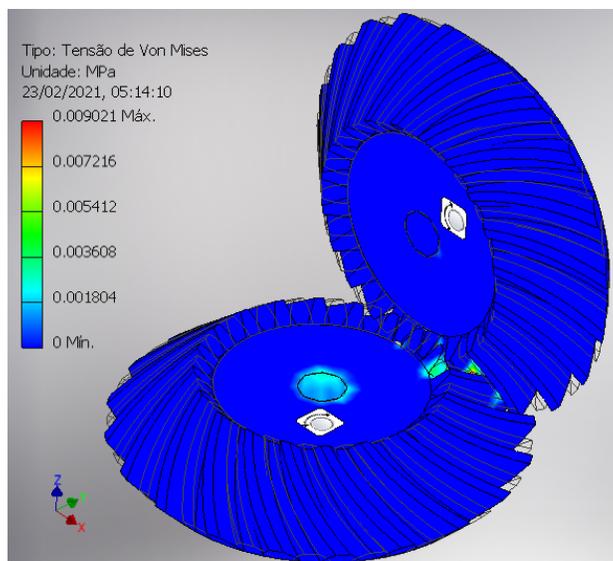


Figura 59 - Tensão segundo o critério de Von Mises, para a engrenagem cônica de dentado espiral.

A tensão mínima observada foi de 0.228093 Pa e a máxima foi de 9020.57 Pa. Os valores não são comparáveis ao modelo anterior pois as dimensões são bastante diferentes. No entanto, é possível observar como se comporta o dente, no momento do contacto:

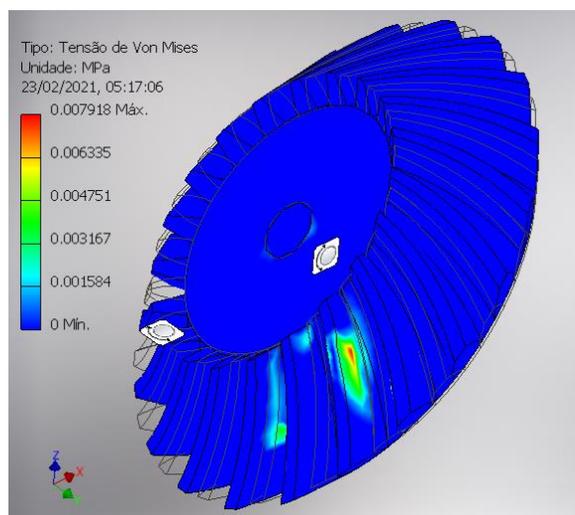


Figura 60 - Tensão segundo o critério de Von Mises, para a engrenagem cônica de dentado espiral.

Em seguida, usando novamente o *software Abaqus*, foi necessário criar uma malha e todas as condições para a análise, pegando no mesmo modelo usado anteriormente.

O tipo de elementos utilizados, na análise, foi o *C3D10* (Elemento tetraédrico de dez nós), Figura 61, que é um elemento de cubo tetraédrico de uso geral, com 4 pontos de integração. Este elemento comporta-se muito bem e é um bom elemento de uso geral, embora o elemento *C3D20R* produza resultados ainda melhores para os mesmos graus de liberdade.

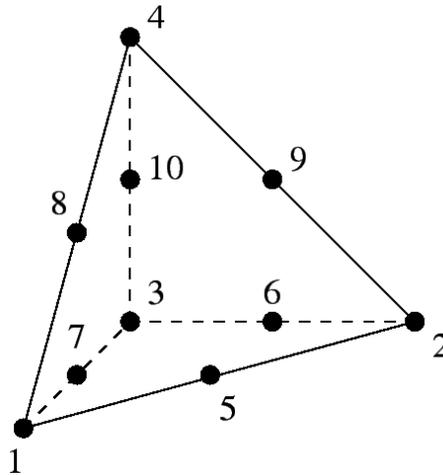


Figura 61 - Elemento tetraédrico de 10 nós

O refinamento de uma malha consiste em subdividir e/ou aumentar o número de elementos de uma certa malha. Nas análises efetuadas pelo método de elementos finitos, é aconselhável realizar um refinamento da malha nas zonas críticas. Por exemplo, no caso das análises realizadas neste trabalho, é benéfico refinar a malha nas zonas de contacto entre os dentes, para melhores resultados. As outras zonas, que não entram diretamente na análise mantêm-se com uma malha mais grosseira, para facilitar o processamento computacional.

A malha criada não se encontra refinada nas zonas mais críticas, onde há contacto entre os flancos dos dentes e foi aplicado um ângulo de rotação de 0.2 radianos, obtendo-se o seguinte resultado:

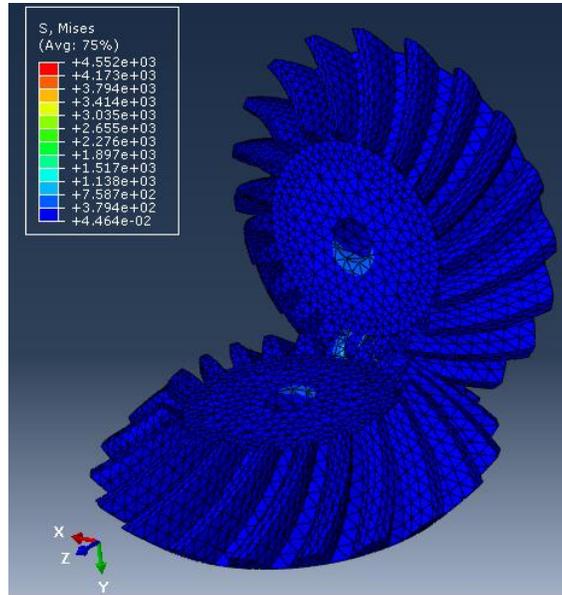


Figura 62 – Tensão segundo o critério de Von Mises, numa engrenagem cónica de dentado espiral, no software Abaqus.

Observando-se novamente o mesmo comportamento do contacto dos flancos dos dentes:

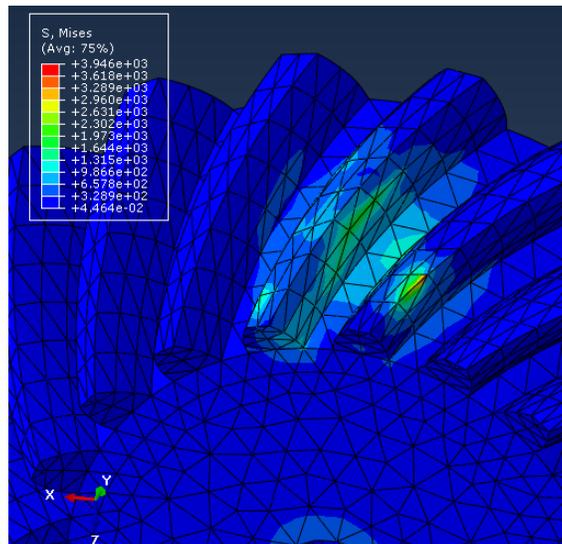


Figura 63 - Tensão segundo o critério de Von Mises, numa engrenagem cónica de dentado espiral, no software Abaqus.

Para obter a tensão segundo o critério de Von Mises e a tensão normal segundo o eixo de $YY's$ (s_{22}), ao longo da largura do dente, as zonas de contacto entre os dentes foram divididas em cinco (5) partes, como representado na Figura 64.

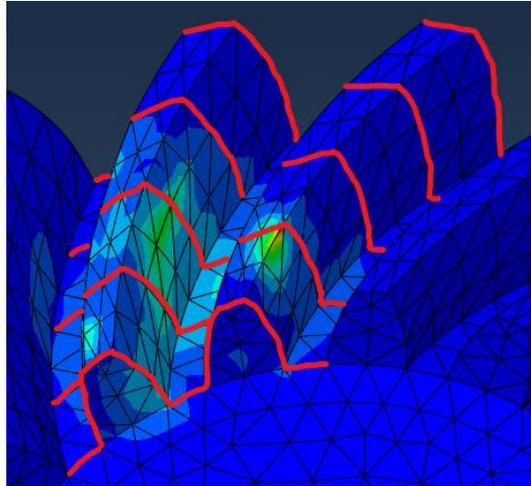


Figura 64 -- Divisão do dente em cinco caminhos distintos, para análise.

Em cada uma dessas divisões foi criado um caminho como o representado na figura seguinte:

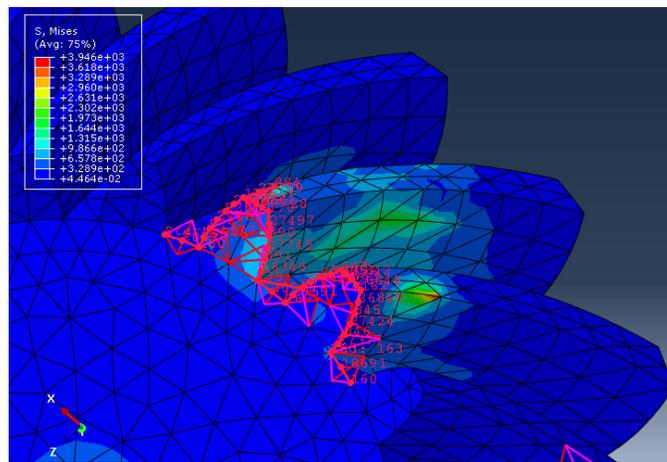


Figura 65 - Caminho do path#1

Para todos os Path's foi criado um gráfico que representa e tensão segundo o critério de Von Mises e tensão normal, que estão em seguida:



Figura 66 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#1.



Figura 67 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#2



Figura 68 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#3



Figura 69 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#4



Figura 70 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#5

4.2.1.1 Conclusão:

Pode-se concluir que, no flanco do dente, existe uma zona mais crítica de contacto ao contrário do que acontecia no modelo anterior, em que, em condições normais, a tensão se distribuía de forma simétrica, como se pode ser na figura seguinte:

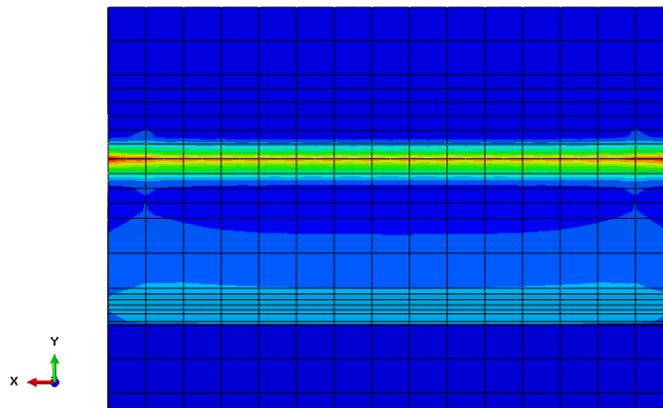


Figura 71 - Tensão segundo o critério de Von Mises, para engrenagem cilíndrica de dentes retos

Isto dá-se, pois, os seus dentes são fixos em um determinado ângulo, o que permite a distribuição da pressão e suavidade na interação das peças. Não existe contacto completo dos dentes, quando há engrenamento, os dentes vão entrando em contacto à medida que a peça vai rodando. Esta forma de engrenamento explica que, a cada momento, haja apenas contacto (e consequentemente tensão) num certo local do flanco e não no seu todo.

Observando os gráficos correspondentes a cada Path, pode-se concluir que as curvas das tensões são bastante semelhantes e, em alguns casos, até simétricas, tal como se observou na análise às engrenagens cilíndricas de dentes retos. De notar, que a única diferença é que os gráficos diferem de path para path, o que não acontecia nas primeiras engrenagens analisadas, não sendo possível analisar os 3 pontos críticos que eram observados.

4.2.2. Influência da aplicação de rotação

O binário é uma medida de força que tem como objetivo causar um movimento circular, sobre um eixo, a um qualquer objeto. Tal como uma força faz com que um objeto acelere, o binário faz com que um objeto adquira aceleração angular. É uma grandeza vetorial e o seu sentido depende do sentido da força no eixo. A unidade si para o binário é o Newton-metro. Ao contrário do que aconteceu no modelo das engrenagens cilíndricas, para este foi aplicada uma rotação de 0.2 radianos. Pode-se observar a seguinte figura, que demonstra a tensão sofrida nas zonas de contacto dos dentes, segundo o critério de Von Mises.

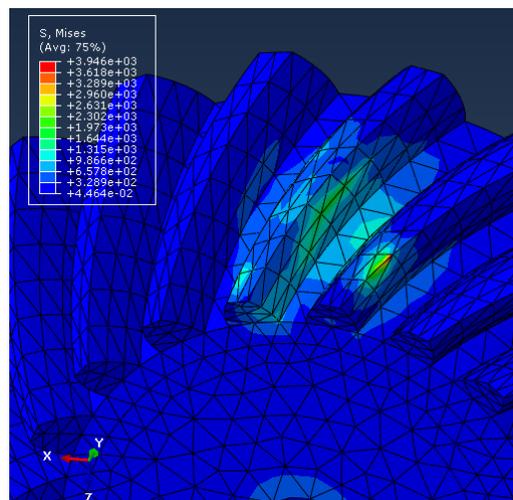


Figura 72 - Tensão segundo critério de Von Mises, rotação 0.2rad

Em seguida, foi feito o mesmo procedimento, mas para uma rotação de 0.4rad e observou-se a seguinte tensão:

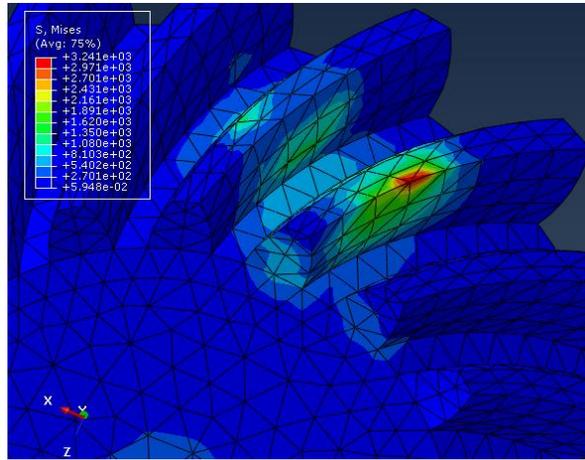


Figura 73 - Tensão segundo critério de Von Mises, rotação 0.4rad.

Apenas observando as figuras anteriores, pode-se concluir que a rotação tem influência no valor da tensão, quando maior a rotação, maior a tensão sofrida.

Para analisar o flanco onde ocorre a maior tensão (que se encontra a vermelho), este foi dividido em três partes e formados caminhos, como o da figura seguinte:

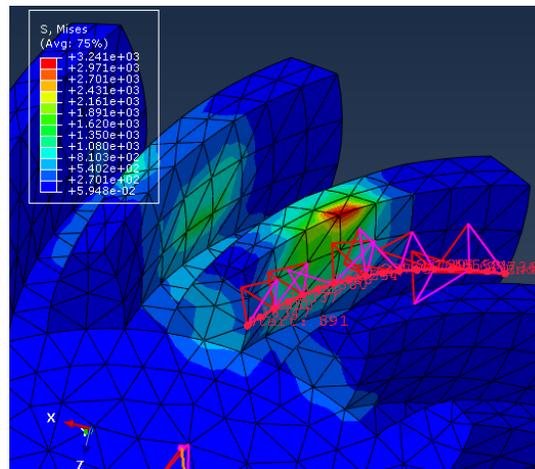


Figura 74 - Caminho Path#1

Observam-se os seguintes paths, das duas situações:

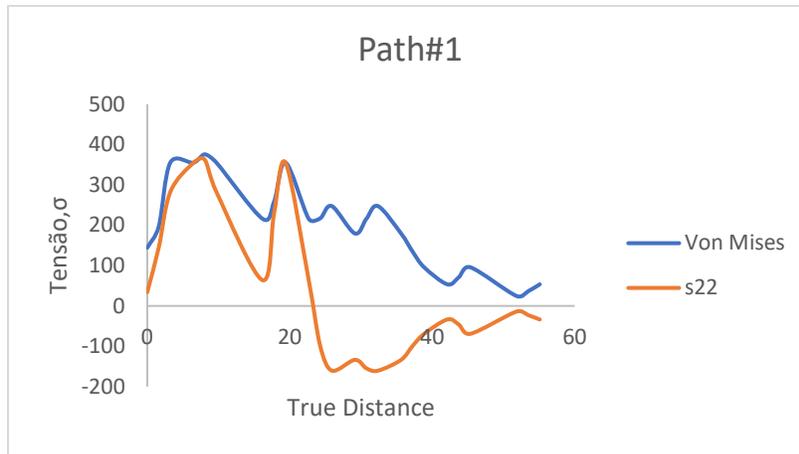


Figura 75 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#1, rotação 0.2rad

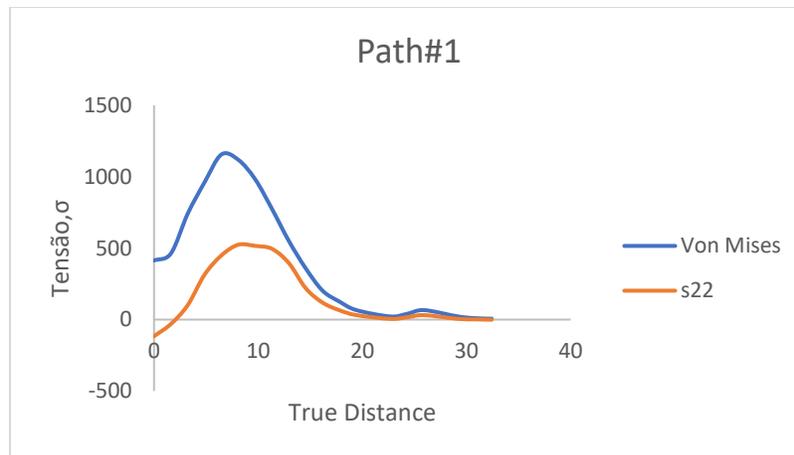


Figura 76 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#1, rotação 0.4rad.

No primeiro, o caminho mais próximo da raiz do dente, as curvas de Von Mises são bastante diferentes e os valores máximos aumentam, com o aumento da rotação. Já as curvas da tensão normal, apesar de muito diferentes, os valores máximos não sofrem muita alteração.

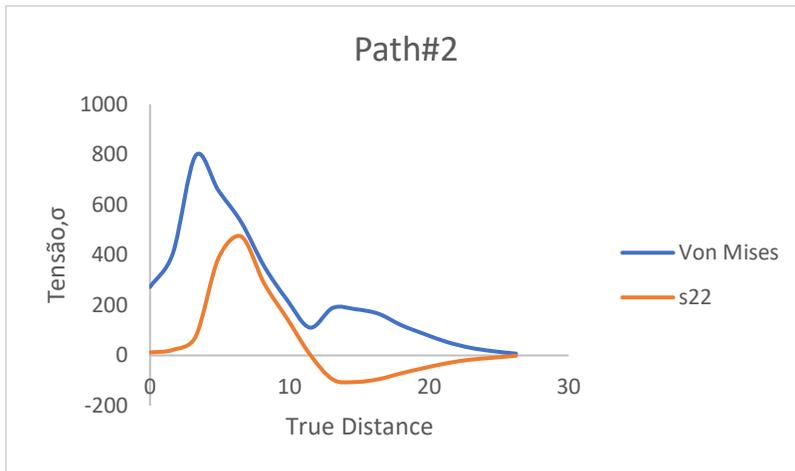


Figura 77 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#2, rotação 0.2rad.

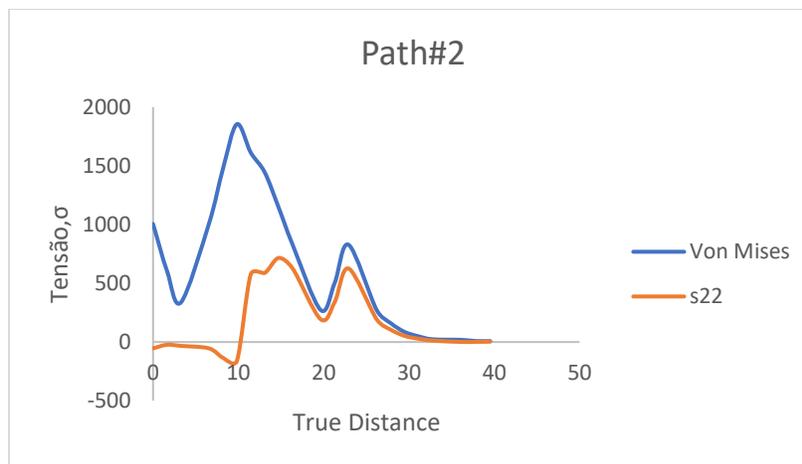


Figura 78 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#2, rotação 0.4rad.

Para o segundo, que se encontra a meio do flanco, as curvas Von Mises são desta vez idênticas, mas os valores máximos aumentam bastante, com o aumento da rotação. No caso das curvas da tensão normal, as curvas diferem, mas os valores mantêm-se.

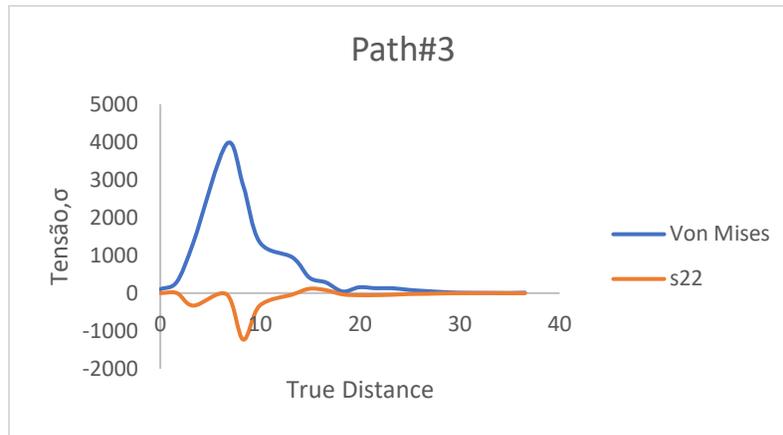


Figura 79 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#3, rotação 0.2rad.

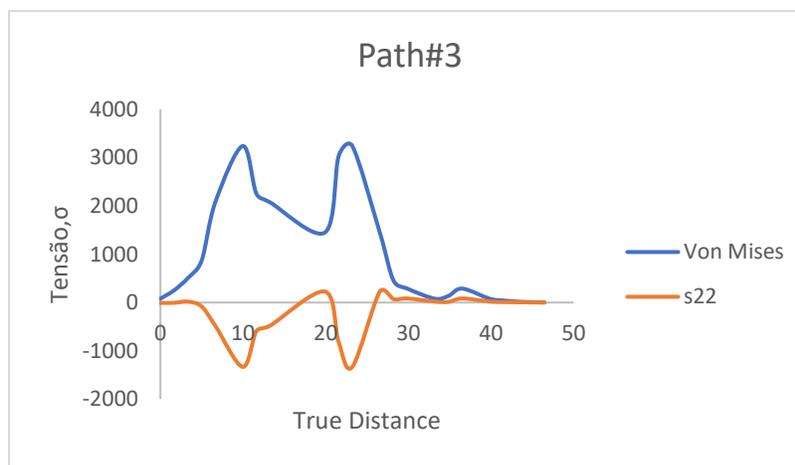


Figura 80 - Gráfico Tensão segundo Von Mises e Tensão normal, ao longo do path#3, rotação 0.4rad.

Por fim, o último caminho que se encontra no cimo do dente, as curvas de Von Mises são novamente diferentes, mas há uma redução dos valores máximos. As curvas da tensão normal diferem, mas o valor máximo, em módulo, atingido mantêm-se.

4.2.2.2. Conclusão:

Pode-se concluir, que a mudança e aumento de rotação influencia mais a tensão segundo o critério de Von Mises, do que as curvas das tensões normais, pois faz com que os valores máximos variem bastante. No dimensionamento é necessário ter em conta isso, pois há uma elevada alteração da tensão com o aumento da rotação.

Conclui-se, ainda, que a alteração de rotação influencia as tensões, pois a zona em contacto varia. O espetável seria haver apenas aumento das tensões e não comportamentos

diferentes. Como, durante a rotação, o contacto não é feito todo ao mesmo tempo, existe muita diferença no comportamento das curvas.

4.2.3. Efeito do desalinhamento

Neste tipo de engrenagens, o desalinhamento deve ser o menor possível de modo a minimizar as perdas por atrito e aquecimento.

Nesta análise, foram usados os seguintes ângulos de desalinhamento: (o valor maior e menor usado na análise das engrenagens cilíndricas de dentes retos)

- 0.05;
- 0.0125;

Inicialmente, os eixos das rodas encontravam-se perpendicular, formando um ângulo de 90°.

Segundo a configuração da engrenagem, para ocorrer um desalinhamento angular ou axial, o eixo dos ZZ's mantêm-se constante ao longo da transformação, apenas se alterando as coordenadas dos Nós nos eixos de XX's e YY's, da roda (2), mantendo-se inalterados os nós da roda (1).

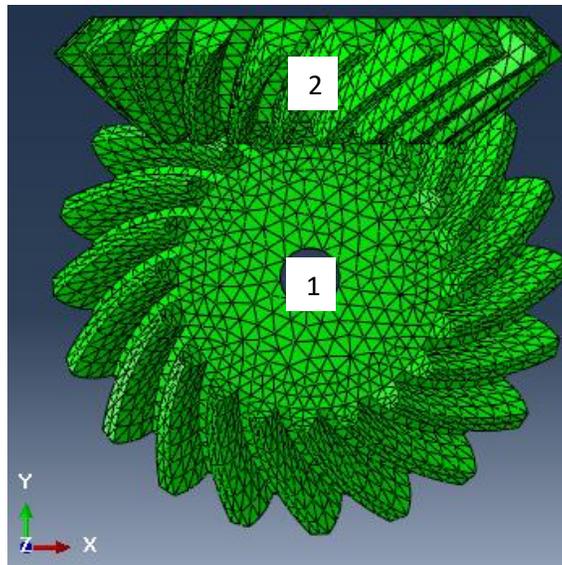


Figura 81 - Engrenagem cônica de dentado espiral numeradas.

Já a roda (2) sofreu uma transformação segundo um ângulo alfa (α), para que a linha de centro desta deixe de formar um ângulo de 90° , com a linha de centro da roda (1). Na figura seguinte, encontra-se representado o eixo original e o eixo após a transformada (tracejado):

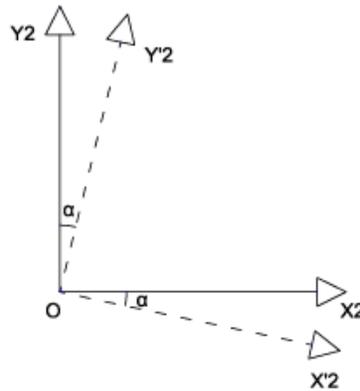


Figura 82 - Eixo XY original da roda e eixo XY' após transformação, para que ocorra desalinhamento.

A transformada anterior pode ser descrita pela seguinte matriz:

$$[\overline{OP}]' = [T_2/1]^2 \cdot [\overline{OP}]$$

$$[T_2/1] = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

No seguinte gráfico, a tensão segundo o critério de Von Mises, no Path#3, onde se encontram as zonas de maior tensão:

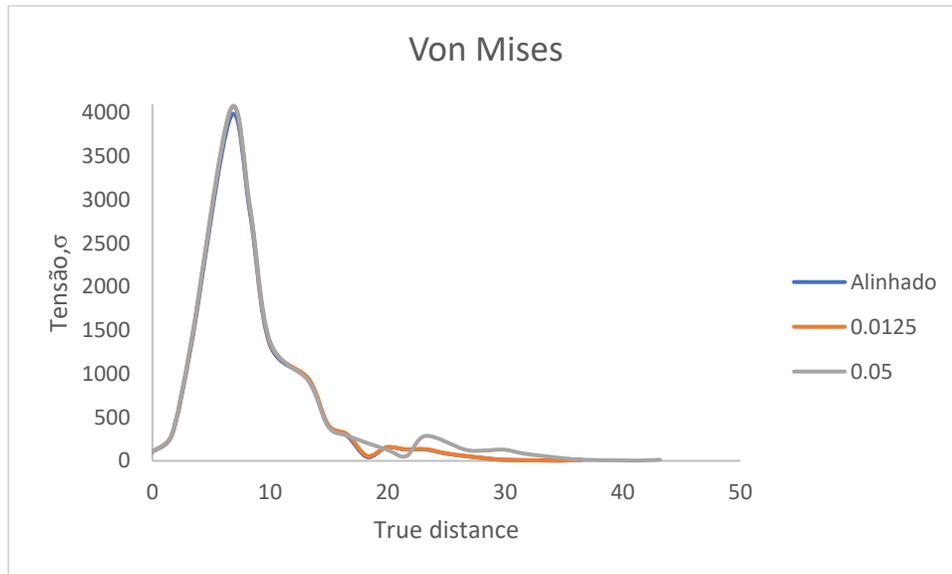


Figura 83 - Tensão segundo critério de Von Mises, para as três situações, no Path#3, zona de maior tensão.

4.2.3.1. Conclusão:

Pode-se concluir que, não existe praticamente diferença entre a curva alinhada e a curva onde o desalinhamento é de 0.0125, pois o desalinhamento é muito reduzido.

Na curva do desalinhamento de 0.05, já existe alguma diferença no ponto máximo e uma pequena alteração dos valores no final da curva. Isto deve-se a, existindo desalinhamento significativo existem novos pontos de contacto, levando à existência de novas tensões.

CAPÍTULO 5 - Conclusões

Conclusões retiradas desta dissertação:

Influência do número de dentes na análise de tensões: Nos três pontos de tensão estudados, podemos verificar que, quanto mais dentes contêm a análise mais se aproximam os valores da tensão, ou seja, quanto mais dentes forem utilizados na análise, mais se aproximam os valores obtidos do valor real (valor se fosse realizada a análise com a engrenagem completa). No entanto, apesar dos valores serem diferentes, seguem a mesma tendência (tem o mesmo comportamento), podendo ser usado um modelo mais simplificado para a análise.

Influência correção do dentado na análise de tensões: Após a correção do dentado, podemos verificar que já não existe interferência entre os dentes, o que leva a menor tensão no contacto entre eles. No entanto, comparando os valores da tensão em ambos os casos, verifica-se que não existe uma diferença significativa nos valores da tensão, tanto segundo o critério de Von Mises como as tensões normais S22. (As curvas com valores muito aproximados e com o mesmo comportamento.)

Influência do desalinhamento na análise de tensões: Para todas as análises, em todos os pontos estudados, verificou-se que o maior desalinhamento (0.05) apresenta os valores mais elevados e mais baixos de tensão (tanto pelo critério de Von Mises como S22). Com isto, podemos concluir que ao existir qualquer valor de desalinhamento no engrenamento das rodas dentadas, será provocada uma maior tensão num certo local da roda e, por consequência, menor tensão no lado oposto. Ou seja, a distribuição da carga que é normalmente linear (numa engrenagem alinhada) altera-se, criando instabilidade na engrenagem.

Conclui-se, ainda que, quanto maior for o desalinhamento maior a diferença (em módulo) dos valores normais, caso não existisse desalinhamento, e os valores obtidos após o desalinhamento.

Deve-se, então, determinar a pressão de contacto de uma transmissão, tendo em conta o desalinhamento, pois este causa falhas e é preferível evitá-lo, para que não cause problemas difíceis de resolver.

No caso específico das engrenagens cónicas de dentado espiral, pode-se concluir que, não existe praticamente diferença entre a curva alinhada e a curva onde o desalinhamento é de 0.0125, pois o desalinhamento é muito reduzido.

Na curva do desalinhamento de 0.05, já existe alguma diferença no ponto máximo e uma pequena alteração dos valores no final da curva. Isto deve-se a, existindo desalinhamento significativo existem novos pontos de contacto, levando à existência de novas tensões.

Os dois tipos de engrenagens diferem na capacidade de funcionamento com algum desalinhamento, visto que, se observa uma maior variação de comportamento da tensão nas engrenagens cilíndrica que nas cónicas.

Influência do binário aplicado na análise de tensões: A alteração do binário influencia a tensão que sofre o dente da engrenagem. Neste caso, o binário foi aumentado numa grande proporção (100x) e foram analisadas as tensões segundo o critério de Von Mises e a tensão normal s22.

Na tensão segundo o critério de Von Mises, a maior influência observou-se na concordância 1 e no ponto de contacto do dente. Já na tensão normal s22, o efeito mais sentido deu-se nos dois pontos críticos da raiz do dente. (tração e compressão)

Na análise das engrenagens cónicas, pode-se concluir, que a mudança e aumento de rotação influencia mais a tensão segundo o critério de Von Mises, do que as curvas das tensões normais, pois faz com que os valores máximos variem bastante. No dimensionamento é necessário ter em conta isso, pois há uma elevada alteração da tensão com o aumento da rotação.

Conclui-se, ainda, que a alteração de rotação influencia as tensões, pois a zona em contacto varia. O espetável seria haver apenas aumento das tensões e não comportamentos

diferentes. Como, durante a rotação, o contacto não é feito todo ao mesmo tempo, existe muita diferença no comportamento das curvas.

CAPÍTULO 6 - Referências Bibliográficas

[1] P. Flores, J. Gomes (2015) Cinemática e Dinâmica de Engrenagens: Teoria e exercícios de aplicação, Publindústria, Edições Técnicas, PT, ISBN: 978-989-723-136-0

[2] C.C. Zhu, C.S. Song, T.C. Lim, S. Vijayakar (2012) Geometry design and tooth contact analysis of crossed beveloid gears for marine transmissions, Chin. J. Mech. Eng. 25: 328-337 (English Edition).

[3] J. Börner, K. Humm, F.J. Joachim (2005), Development of conical involute gears (beveloids) for vehicle transmission, Gear Technol. 22:28-35.

[4] N. Gaoxiang, Z. Caichao, S. Chaosheng, D. Xuesong, Z. Yao (2017). Tooth contact analysis of crossed beveloid gear transmission with parabolic modification, Mech Mach Theory. 113:40-52.

[5] S.-J. Tsai , S.-H. Wu , Geometrical design of conical gear drives with profile-shifted transmission, in: 12th IFTOMM World Congress, Besancon, France, Besancon: ASME, 2007, pp. 18-21 .

[6] S.-H. Wu, S.-J. Tsai (2009) Contact stress analysis of skew conical involute gear drives in approximate line contact, Mech. Mach. Theory 44 (9) 1658-1676.

[7] C. Brecher, M. Brumm, J. Henser (2013) Calculation of the tooth root load carrying capacity of beveloid gears, 13FTM10, 1-19.

- [8] P.D. Trong, Z. Pascal, E. Peter (2014) Simulation of contact forces and contact characteristics during meshing of elastic beveloid gears, *Comput. Assisted Methods Eng. Sci.* 21:91-111.
- [9] P.D. Trong, Z. Pascal, E. Peter (2015) Review on contact simulation of beveloid and cycloid gears and application of a modern approach to treat deformations, *Math. Comput. Modell. Dyn. Syst.* 21:359-388.
- [10] C.C. Zhu, C.S. Song, T.C. Lim, T. Peng (2013) Pitch cone design and influence of misalignments on tooth contact behaviors of crossed beveloid gears, *Mech. Mach. Theory* 59:48-64.
- [11] C. Brecher , C. Röthlingshöfer , C. Gorgels (2009) Manufacturing simulation of beveloid gears for the use in a general tooth contact analysis software, *Prod. Eng. Res. Dev.* 3:103-109 .
- [12] C. Brecher, M. Brumm, F. Hiibner, J. Henser (2013) Influence of the manufacturing method on the running behavior of beveloid gears, *Comput. Aided Eng.* 7:265-274.
- [13] J. Brauer (2005) Transmission error in anti-backlash conical involute gear transmissions: a global- local FE approach, *Finite Elem. Anal. Des.* 41:431-457.
- [14] H.H. Lin, F.B. Oswald, D.P. Townsend (1994) Dynamic loading of spur gears with linear or parabolic tooth profile modifications, *Mech. Mach. Theory* 29:1115-1129.
- [15] Y. Zhang, Z. Fang (1999) Analysis of tooth contact and load distribution of helical gears with crossed axes, *Mech. Mach. Theory* 34:41-57.
- [16] F.L. Litvin (2004), *Gear Geometry and Applied Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, U.K., New York, ISBN-10: 0511227469.
- [17] P. Flores, J. Gomes, N. Dourado; Filipe Marques (2017), *T.01-Sistemas de Transmissões de Movimento*, Apontamentos Unidade Curricular Órgãos de Máquinas II.

[18] T. Andrade (2018), 9 Tipos de Engrenagens e suas Aplicações, Fluxo Consultoria. Disponível em: <https://fluxoconsultoria.poli.ufrj.br/blog/projetos-mecanicos/9-tipos-de-engrenagens/>.

[19] P. Flores, J. Gomes, N. Dourado, F. Marques (2017), T.04-Aspectos Gerais sobre engrenagens, Apontamentos Unidade Curricular Órgãos de Máquinas II.

[20] W. Seidel (2011), Falhas em Engrenagens, Universidade Católica de Santa Catarina, Disponível em: <https://www.docsity.com/pt/falhas-em-engrenagens/4769762/>.

[21] R. Mattedi (2014), Engrenagens, Disponível em: <https://pt.slideshare.net/ronanmattedi/engrenagem-teoria-completa1>.

[22] P. Flores, J. Gomes, N. Dourado, F. Marques (2017), T.07-Engrenagens cónicas, Apontamentos Unidade Curricular Órgãos de Máquinas II.

[23] A. Campos (2008), Texto de apoio à disciplina de órgãos de máquinas da Licenciatura em Engenharia Mecânica – isep, Disponível em: <https://www.docsity.com/pt/ormaq6-engrenagens/4704031/>.

[24] C. Hung Lee (2009), Non-linear Contact Analysis of Meshing Gears, Faculty of California Polytechnic State University, San Luis Obispo, Disponível em: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.837.8888&rep=rep1&type=pdf>

[25] H. Puga (2016), Apontamentos Unidade Curricular Tecnologias de Maquinagem e Conformação.

[26] J. Barbosa (2015), Apontamentos Unidade Curricular Tecnologias de Fundição e Soldadura.

[27] J. Almacinha, J. Seabra (1991), A correção de dentado em rodas cilíndricas de engrenagens exteriores redutoras e multiplicadoras, Disponível em: <https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/9228/2/58265.pdf>

[28] MMTec, Inspeções Industriais, Como a Manutenção Corretiva contribui para o Alinhamento das Engrenagens, Disponível em: <http://www.mmtec.com.br/veja-como-a-manutencao-corretiva-contribui-para-o-alinhamento-das-engrenagens/>

[29] Dynamox, Como o desalinhamento de eixos ocorre e quais os perigos para o seu equipamento, Disponível em : <https://dynamox.net/como-o-desalinhamento-de-eixos-ocorre-e-quais-os-perigos-para-o-seu-equipamento/>

[30] V. S. N. Karthik Bommisetty (2012), Cleveland State University, Finite Element Analysis of Spur Gear Set.

[31] I. Atanasovska, V. Nikolic- Stanojlovic, D. Dimitrijevic, D. Momcilovic (2009), Finite Element Model for Stress Analysis and Nonlinear Contact Analysis of Helical Gears

[32] M. R. Lias, M. Awang, M. N. Talib, A. R. Senawi, M. A. Samad (2018), Investigation of Axial Misalignment Effects to the Gear Tooth Strength Properties Using FEM Model.

[33] G. Mirlisenna (2016), Método de elementos finitos: o que é?, Disponível em: <https://www.esss.co/blog/metodo-dos-elementos-finitos-o-que-e/>

1. Anexos

Anexo A

série 1	série 2	série 3
0.1		
	0.15	
0.2		
	0.25	
0.3		
	0.35	
0.4		
	0.45	
0.5		
	0.55	
0.6		
		0.65
	0.7	
	0.75	

série 1	série 2	série 3
	3.5	
		3.75
4		
	4.5	
5		
	5.5	
6		
		6.5
	7	
8		
	9	
10		
	11	
12		

0.8		
1	0.9	
1.25		
1.5		
2	1.75	
2.5	2.25	
3	2.75	
		3.25

	14	
16		
20	18	
	22	
25		
	28	
32		
	36	
40		
	45	
50		

Anexo B

Correção do dentado - 3,5,7 e 9 dentes

N1B1	0.05
theta	45

{n_N1B1}	0
	-0.707106781
	0.707106781

N	X	Y	Z
399	0	62.49062174	-7.995103303
400	12.0000005	62.49062174	-7.995103303
5989	0.800000017	62.49062174	-7.995103303
5990	1.600000036	62.49062174	-7.995103303
5991	2.400000055	62.49062174	-7.995103303
5992	3.200000074	62.49062174	-7.995103303
5993	4.000000093	62.49062174	-7.995103303
5994	4.800000112	62.49062174	-7.995103303
5995	5.600000131	62.49062174	-7.995103303
5996	6.400000150	62.49062174	-7.995103303
5997	7.200000169	62.49062174	-7.995103303
5998	8.000000188	62.49062174	-7.995103303
5999	8.800000207	62.49062174	-7.995103303
6000	9.600000226	62.49062174	-7.995103303
6001	10.400000245	62.49062174	-7.995103303
6002	11.200000264	62.49062174	-7.995103303
83094	0.400000055	62.49062174	-7.995103303
83115	1.199999979	62.49062174	-7.995103303
83133	2.000000093	62.49062174	-7.995103303
83151	2.800000112	62.49062174	-7.995103303
83169	3.600000131	62.49062174	-7.995103303
83187	4.400000150	62.49062174	-7.995103303
83205	5.200000169	62.49062174	-7.995103303
83223	6.000000188	62.49062174	-7.995103303
83241	6.800000207	62.49062174	-7.995103303
83259	7.600000226	62.49062174	-7.995103303
83277	8.400000245	62.49062174	-7.995103303
83295	9.200000264	62.49062174	-7.995103303
83313	10.000000283	62.49062174	-7.995103303
83331	10.800000302	62.49062174	-7.995103303
83349	11.600000321	62.49062174	-7.995103303

N	X	Y	Z
399	0	62.4552664	-7.959747964
400	12.0000005	62.4552664	-7.959747964
5989	0.800000017	62.4552664	-7.959747964
5990	1.600000036	62.4552664	-7.959747964
5991	2.400000055	62.4552664	-7.959747964
5992	3.200000074	62.4552664	-7.959747964
5993	4.000000093	62.4552664	-7.959747964
5994	4.800000112	62.4552664	-7.959747964
5995	5.600000131	62.4552664	-7.959747964
5996	6.400000150	62.4552664	-7.959747964
5997	7.200000169	62.4552664	-7.959747964
5998	8.000000188	62.4552664	-7.959747964
5999	8.800000207	62.4552664	-7.959747964
6000	9.600000226	62.4552664	-7.959747964
6001	10.400000245	62.4552664	-7.959747964
6002	11.200000264	62.4552664	-7.959747964
83094	0.400000055	62.4552664	-7.959747964
83115	1.199999979	62.4552664	-7.959747964
83133	2.000000093	62.4552664	-7.959747964
83151	2.800000112	62.4552664	-7.959747964
83169	3.600000131	62.4552664	-7.959747964
83187	4.400000150	62.4552664	-7.959747964
83205	5.200000169	62.4552664	-7.959747964
83223	6.000000188	62.4552664	-7.959747964
83241	6.800000207	62.4552664	-7.959747964
83259	7.600000226	62.4552664	-7.959747964
83277	8.400000245	62.4552664	-7.959747964
83295	9.200000264	62.4552664	-7.959747964
83313	10.000000283	62.4552664	-7.959747964
83331	10.800000302	62.4552664	-7.959747964
83349	11.600000321	62.4552664	-7.959747964

N	X	Y	Z
399	0	62.4552664	-7.959747964
400	12.0000005	62.4552664	-7.959747964
5989	0.800000017	62.4552664	-7.959747964
5990	1.600000036	62.4552664	-7.959747964
5991	2.400000055	62.4552664	-7.959747964
5992	3.200000074	62.4552664	-7.959747964
5993	4.000000093	62.4552664	-7.959747964
5994	4.800000112	62.4552664	-7.959747964
5995	5.600000131	62.4552664	-7.959747964
5996	6.400000150	62.4552664	-7.959747964
5997	7.200000169	62.4552664	-7.959747964
5998	8.000000188	62.4552664	-7.959747964
5999	8.800000207	62.4552664	-7.959747964
6000	9.600000226	62.4552664	-7.959747964
6001	10.400000245	62.4552664	-7.959747964
6002	11.200000264	62.4552664	-7.959747964
83094	0.400000055	62.4552664	-7.959747964
83115	1.199999979	62.4552664	-7.959747964
83133	2.000000093	62.4552664	-7.959747964
83151	2.800000112	62.4552664	-7.959747964
83169	3.600000131	62.4552664	-7.959747964
83187	4.400000150	62.4552664	-7.959747964
83205	5.200000169	62.4552664	-7.959747964
83223	6.000000188	62.4552664	-7.959747964
83241	6.800000207	62.4552664	-7.959747964
83259	7.600000226	62.4552664	-7.959747964
83277	8.400000245	62.4552664	-7.959747964
83295	9.200000264	62.4552664	-7.959747964
83313	10.000000283	62.4552664	-7.959747964
83331	10.800000302	62.4552664	-7.959747964
83349	11.600000321	62.4552664	-7.959747964

Anexo C

Normal - 3Teeth											
Concordância 1				Ponto de contacto				Concordância 2			
Espeçura	Von Mises	s22		Espeçura	Von Mises	s22		Espeçura	Von Mises	s22	
Path#1	0	67.4314	54.3916	Path#1	0	389.702	-158.837	Path#1	0	87.374	-74.5089
Path#2	1.5	83.025	73.4676	Path#2	1.5	339.853	-236.917	Path#2	1.5	100.561	-93.8293
Path#3	3.75	80.6915	73.6879	Path#3	3.75	331.807	-229.153	Path#3	3.75	99.0374	-95.1823
Path#4	5.25	80.056	73.5051	Path#4	5.25	330.177	-227.151	Path#4	5.25	98.6591	-95.2898
Path#5	6.75	80.2715	73.5749	Path#5	6.75	330.669	-227.75	Path#5	6.75	98.7912	-95.2669
Path#6	9	82.3411	74.0378	Path#6	9	337.113	-233.968	Path#6	9	99.9844	-94.71
Path#7	12	67.4718	54.4245	Path#7	12	389.807	-158.416	Path#7	12	87.4193	-74.5518

Normal - 5Teeth											
Concordância 1				Ponto de contacto				Concordância 2			
Espeçura	Von Mises	s22		Espeçura	Von Mises	s22		Espeçura	Von Mises	s22	
Path#1	0	70.907	57.4923	Path#1	0	375.524	-149.546	Path#1	0	88.9521	-75.4672
Path#2	1.5	87.3111	77.2314	Path#2	1.5	327.425	-228.82	Path#2	1.5	102.719	-95.2465
Path#3	3.75	85.3932	77.9035	Path#3	3.75	318.751	-220.471	Path#3	3.75	101.489	-96.9823
Path#4	5.25	84.8159	77.7916	Path#4	5.25	317.038	-218.368	Path#4	5.25	101.157	-97.1682
Path#5	6.75	84.9984	77.8243	Path#5	6.75	317.55	-219.031	Path#5	6.75	101.264	-97.1091
Path#6	9	86.7901	77.9953	Path#6	9	324.374	-225.751	Path#6	9	102.254	-96.2642
Path#7	12	70.8997	57.4866	Path#7	12	375.46	-149.475	Path#7	12	88.9462	-75.4636

Normal - 7Teeth											
Concordância 1				Ponto de contacto				Concordância 2			
Espeçura	Von Mises	s22		Espeçura	Von Mises	s22		Espeçura	Von Mises	s22	
Path#1	0	71.3753	57.8149	Path#1	0	373.066	-149.257	Path#1	0	89.3334	-75.6168
Path#2	1.5	87.8845	77.6026	Path#2	1.5	325.369	-228.112	Path#2	1.5	103.202	-95.464
Path#3	3.75	86.0202	78.343	Path#3	3.75	316.533	-219.632	Path#3	3.75	102.025	-97.2675
Path#4	5.25	85.4495	78.2437	Path#4	5.25	314.793	-217.498	Path#4	5.25	101.701	-97.4676
Path#5	6.75	85.6311	78.2732	Path#5	6.75	315.32	-218.182	Path#5	6.75	101.807	-97.4049
Path#6	9	87.397	78.4026	Path#6	9	322.27	-225.037	Path#6	9	102.768	-96.5163
Path#7	12	71.3734	57.8135	Path#7	12	373.048	-149.239	Path#7	12	89.3317	-75.6156

Normal - 9Teeth											
Concordância 1				Ponto de contacto				Concordância 2			
Espeçura	Von Mises	s22		Espeçura	Von Mises	s22		Espeçura	Von Mises	s22	
Path#1	0	71.4623	57.8245	Path#1	0	372.295	-149.456	Path#1	0	89.4927	-75.6565
Path#2	1.5	87.9883	77.6004	Path#2	1.5	324.716	-228.276	Path#2	1.5	103.39	-95.5189
Path#3	3.75	86.1308	78.3528	Path#3	3.75	315.805	-219.744	Path#3	3.75	102.226	-97.3407
Path#4	5.25	85.56	78.2557	Path#4	5.25	314.051	-217.594	Path#4	5.25	101.905	-97.5443
Path#5	6.75	85.7422	78.2851	Path#5	6.75	314.586	-218.287	Path#5	6.75	102.011	-97.4811
Path#6	9	87.5086	78.4083	Path#6	9	321.596	-225.201	Path#6	9	102.967	-96.5822
Path#7	12	71.4632	57.8253	Path#7	12	372.301	-149.456	Path#7	12	89.494	-75.6575

Anexo D

5Nm											
Concordância 1				Ponto de contacto				Concordância 2			
Espessura		Von Mises	s22	Espessura		Von Mises	s22	Espessura		Von Mises	s22
Path#1	0	67.4298	54.3899	Path#1	0	389.702	-158.85	Path#1	0	87.3738	-74.509
Path#2	1.5	83.0231	73.4656	Path#2	1.5	339.854	-236.922	Path#2	1.5	100.561	-93.8289
Path#3	3.75	80.6895	73.6858	Path#3	3.75	331.807	-229.159	Path#3	3.75	99.0371	-95.1818
Path#4	5.25	80.054	73.503	Path#4	5.25	330.178	-227.156	Path#4	5.25	98.6588	-95.2893
Path#5	6.75	80.2695	73.573	Path#5	6.75	330.67	-227.756	Path#5	6.75	98.7909	-95.27
Path#6	9	82.3392	74.0357	Path#6	9	337.114	-233.973	Path#6	9	99.9841	-94.7095
Path#7	12	67.4701	54.4228	Path#7	12	389.807	-158.425	Path#7	12	87.419	-74.5514
500Nm											
Concordância 1				Ponto de contacto				Concordância 2			
Espessura		Von Mises	s22	Espessura		Von Mises	s22	Espessura		Von Mises	s22
Path#1	0	5538.51	4588.32	Path#1	0	6716.6	-1779.75	Path#1	0	4406.25	-3941.93
Path#2	1.5	6425.31	5791.32	Path#2	1.5	6197.03	-2747.24	Path#2	1.5	5147.16	-5063.48
Path#3	3.75	5981.39	5603.92	Path#3	3.75	6147.21	-2452.55	Path#3	3.75	5074.5	-5236
Path#4	5.25	5883.42	5546.97	Path#4	5.25	6119.26	-2395.37	Path#4	5.25	5054.09	-5185.06
Path#5	6.75	5915.93	5566.38	Path#5	6.75	6127.38	-2411.36	Path#5	6.75	5061.55	-5182.56
Path#6	9	6246.59	5741.83	Path#6	9	6247.28	-2604.1	Path#6	9	5122.86	-5130.84
Path#7	12	5538.51	4588.32	Path#7	12	6716.6	-1779.75	Path#7	12	4406.25	-3941.93