# Aplicação de Modelos Matemáticos ao Estudo da Dispersão Longitudinal no Rio Mondego

António A L. Sampaio Duarte Engenheiro Civil, Assistente Dep. de Engenharia Civil, Universidade do Minho, Braga.

José L. Silva Pinho Engenheiro Civil, Assistente Dep. de Engenharia Civil, Universidade do Minho, Braga

Rui A. Rocha Boaventura Engenheiro Químico, Investigador Principal Dep. de Engenharia Química, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.

> José M. Pereira Vieira Engenheiro Civil, Professor Catedrático Dep. de Engenharia Civil, Universidade do Minho, Braga

#### Resumo

O estudo da hidrodinâmica e dispersão de descargas poluentes em sistemas fluviais assume particular relevância no estabelecimento de esquemas de gestão integrada da água na bacia, tendo em consideração os usos aí existentes e a protecção dos ecossistemas aquáticos.

O presente trabalho teve como objectivo a determinação de parâmetros capazes de traduzir as características de dispersão num trecho do Rio Mondego. Para esse efeito foram realizadas campanhas de amostragem, em que se recorreu à injecção de um marcador (*rodamina WT*), monitorizando-se a evolução da sua concentração em secções pré-definidas do trecho em estudo. Os resultados obtidos serviram de base à calibração e validação de um modelo de advecção-difusão com capacidade para descrever a evolução da concentração de substâncias conservativas neste trecho fluvial. Os coeficientes de dispersão obtidos para cada sub-trecho com base nesse modelo matemático de qualidade da água, variam entre 10 e 60 m<sup>2</sup>s<sup>-1</sup> e entre 40 e 110 m<sup>2</sup>s<sup>-1</sup>, para caudais de 40 e 140 m<sup>3</sup>s<sup>-1</sup>, respectivamente. Para esses valores do caudal, a massa de rodamina recuperada nas estações de amostragem foi de 55 e 65 %.

**Palavras-chave:** dispersão longitudinal, rio Mondego, impacto ambiental, modelação matemática da qualidade da água, gestão de recursos hídricos.

## 1. Introdução

O presente trabalho teve como objectivo a determinação das condições de escoamento e dispersão num trecho do rio Mondego, entre as Caldas da Felgueira e a albufeira da barragem da Aguieira. O interesse do estudo resulta da escorrência de águas provenientes das minas de urânio da Urgeiriça para a ribeira das Caldas (ou da Pantanha), que desagua no rio Mondego cerca de 500 m a jusante da ponte das Caldas da Felgueira.

Atendendo à influência das condições hidrodinâmicas nas características dispersivas do meio hídrico, foram realizadas três campanhas de amostragem, correspondentes a caudais de cheia (100-144 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>), de estiagem (0,65-0,75 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>) e intermédios (28-40 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>). Esta última campanha serviu de base à calibração do modelo matemático, sendo a primeira utilizada para efectuar a validação do modelo.

O conhecimento dos parâmetros capazes de traduzir as características de transporte e dispersão de poluentes neste trecho é indispensável para a previsão da evolução das respectivas concentrações a jusante. Neste contexto, a modelação matemática constitui uma ferramenta útil na definição de sistemas de alerta e de protecção deste sistema fluvial.

# 2. Caracterização da Área de Estudo

A bacia hidrográfica do rio Mondego localiza-se na região centro de Portugal, apresenta uma orientação nordeste/sudoeste e drena uma área com cerca de 6670 km<sup>2</sup>. Confronta a norte com a bacia do rio Vouga, a sul com as bacias dos rios Tejo e Lis e a leste com a bacia do rio Douro. O trecho estudado (Figura 1) tem uma extensão de 24 km, localiza-se na sua parte central e apresenta como principais afluentes, além da citada ribeira das Caldas (margem direita), o rio Seia e a ribeira da Fragosa (margem esquerda). Confronta com os concelhos de Nelas, Carregal do Sal, Santa Comba Dão (norte), Seia, Oliveira do Hospital e Tábua (sul).



Figura 1 - Bacia hidrográfica do rio Mondego e localização do trecho modelado

Foram definidas sete estações de amostragem, sendo a estação 0 o local de injecção de corante mais a montante, na ponte das Caldas da Felgueira, onde se localiza o único posto hidrométrico existente no trecho estudado. Mais a jusante, na barragem da Aguieira, existe outro posto hidrométrico, que forneceu as cotas da água na albufeira durante as campanhas.

A inclinação média do talvegue é de aproximadamente 0,9 ‰.

A precipitação média anual nesta área da bacia hidrográfica situa-se entre 1000 e 1200 mm.

## 3. Metodologia adoptada

O tempo de residência médio e o coeficiente de dispersão longitudinal entre pontos de amostragem foram determinados através das curvas de resposta à injecção de um corante em secções pré-definidas (Hubbard et al., 1982), em que as condições de mistura fossem favoráveis a uma rápida homogeneização das concentrações nas secções transversais. O corante utilizado como marcador foi a *rodamina WT*, numa solução a 20%, recomendado pelas suas características: não tóxico, não reactivo, solúvel e detectável em concentrações muito baixas. Para obtenção das concentrações foi utilizado um fluorómetro "Turner Designs", tendo-se recolhido amostras "brancas" para determinação da fluorescência natural do rio.

Os locais de amostragem foram seleccionados atendendo aos objectivos do estudo, à sua acessibilidade (pontes), características físicas do curso de água (geometria, presença de afluentes, condições de mistura), existência de estruturas de retenção (açudes e barragens) e meios logísticos e recursos humanos disponíveis (Duarte, 1997). A regularidade do espaçamento das secções de amostragem não constituiu uma condicionante, dado que inicialmente não estava prevista, neste estudo, a modelação matemática do sistema.

No trecho monitorizado os caudais dos afluentes são sempre inferiores a 20% do caudal do rio Mondego, pelo que não foram objecto de amostragem (Canter, 1985).

Na Tabela 1 encontra-se uma síntese da informação referente às várias injecções de rodamina efectuadas no decurso das três campanhas de amostragem executadas no âmbito deste estudo.

Injecção	Data	Hora	Local	Caudal (m <sup>3</sup> /s)	Massa Rodamina (g)
1	89-12-09	8:20	Estação 0	140	100
2	89-12-09	15:40	Estação 3	144	200
3	89-12-10	8:00	Estação 0	100	200
4	89-12-10	8:30	Estação 5	110	400
1	90-06-15	7:32	Estação 0	0.74	400
2	90-06-15	8:30	Estação 3	0.74	200
1	90-11-09	7:40	Estação 0	40	400
2	89-11-10	8:00	Estação 3	29	400

Tabela 1 – Síntese da informação referente às injecções de rodamina

Na Figura 2 apresenta-se uma sequência fotográfica com a evolução da dispersão da nuvem de rodamina referente à injecção 1, em Novembro de 1990.



Figura 2 - Evolução da dispersão da nuvem de rodamina, após injecção na Estação 0

A frequência de amostragem em cada estação foi estabelecida em função do tempo de passagem previsto para a nuvem de corante: 3 a 5 minutos nas estações mais próximas do local de injecção e 10 a 30 minutos nas estações mais afastadas.

Os caudais considerados nos cálculos resultaram da informação proveniente dos registos no posto hidrométrico de Nelas, reproduzidos graficamente na Figura 3.



Figura 3 – Caudais horários no posto hidrométrico de Nelas

O regime hidrodinâmico deste trecho do rio Mondego é influenciado quer pela cota da água na albufeira da Aguieira, quer pelas cotas de coroamento das catorze estruturas de retenção (açudes) consideradas neste estudo, tendo resultado o perfil longitudinal que se apresenta na Figura 4. Não foram incluídos outros (quatro) existentes, pela sua proximidade a açudes com desnível topográfico mais significativo.



Figura 4 – Perfil longitudinal

As velocidades médias nos vários sub-trechos foram calculadas com base nos tempos de residência médios e nas distâncias entre estações (Tabela 2).

Estações de amostragem	Distância aos locais de injecção			
	Estação 0	Estação 3	Estação 5	
1	1.250			
2	6.200	—	—	
3	11.000	—	—	
4	11.650	650	—	
5	16.700	5.700	—	
6	17.400	6.400	700	
7	24.000	13.000	7.300	

Tabela 2 – Distância entre pontos de injecção e estações de amostragem

Os valores experimentais dos coeficientes de dispersão longitudinal foram calculados a partir das curvas-resposta (concentração/tempo) obtidas entre estações consecutivas, seguindo a metodologia indicada por Chapra (1997).

A massa de corante que atravessa cada uma das secções de amostragem permite avaliar a importância relativa dos processos físicos e bioquímicos que ocorrem ao longo do trecho, através da quantificação das perdas por precipitação, adsorção, retenção e assimilação.

Face à inexistência de dados batimétricos actualizados, procedeu-se ao levantamento expedito das secções transversais nas estações de amostragem 2, 5 e 7, de modo a validar os resultados obtidos para as velocidades médias (Figura 5).

Foi apenas com base nestes dados que, na modelação, se definiram as características geométricas médias das secções nos vários segmentos.



Figura 5 – Secções transversais do rio Mondego nas estações de amostragem 2, 5 e 7

#### 4. Resultados experimentais

Os valores da concentração de corante obtidos nas amostras recolhidas em cada uma das estações de amostragem, para as primeiras injecções das campanhas de Dezembro de 1989 e de Novembro de 1990 estão representados graficamente nas Figuras 6 e 7.



Figura 6 – Resultados experimentais obtidos na 1ª injecção da 1ª campanha de amostragem





A partir destas curvas foi possível determinar alguns parâmetros fundamentais na avaliação das características dispersivas do sistema fluvial em estudo. Os valores obtidos, bem como os coeficientes de dispersão resultantes da aplicação da solução analítica da equação de transporte, correspondente a uma distribuição *normal* das concentrações (Thomann e Mueller, 1987), foram comparados com os valores adoptados na modelação, sendo essa análise apresentada no ponto referente à discussão de resultados.

## 5. Modelação matemática do sistema

#### 5.1 Breve descrição do modelo utilizado

O modelo DUFLOW (ICIM, 1992) foi desenvolvido com o objectivo de dar resposta a uma grande variedade de aplicações, atendendo às suas capacidades de modelar, em simultâneo, quantidade e qualidade da água, constituindo assim uma ferramenta importante como suporte à decisão na gestão da qualidade de águas superficiais. Podem ser introduzidos no sistema a modelar vários tipos de estruturas hidráulicas, tais como descarregadores, galerias, sifões e estações de bombagem

A componente hidrodinâmica do modelo baseia-se em equações diferenciais de derivadas parciais que traduzem a formulação matemática das leis de conservação de massa e de quantidade de movimento, na forma unidimensional, permitindo descrever o escoamento com superfície livre em regime variado.

A componente do modelo DUFLOW relativa à qualidade é baseada na equação de transporte, expressa na forma unidimensional (Eq. 1), que traduz a concentração de uma substância num sistema em função do tempo e do espaço (na direcção do escoamento) e permite a quantificação dum termo ("produção"), que inclui todos os processos físicos, químicos e biológicos a que esse constituinte está sujeito.

$$\frac{\partial (AC)}{\partial t} = -\frac{\partial (QC)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (AD \frac{\partial C}{\partial x}) + P$$
(1)

onde:

С	concentração do constituinte;	$[ML^{-3}]$
Q	caudal;	$[L^{3}T^{-1}]$
А	área da secção transversal;	$[L^2]$
D	coeficiente de dispersão;	$[L^2T^{-1}]$
Х	coordenada na direcção do escoamento;	[L]
Т	tempo;	[T]
Р	produção de constituinte por unidade de comprimento.	$[ML^{-1}T^{-1}]$

A descrição dos processos pode ser alterada pelo modelador, possibilitando a formulação de diferentes cinéticas para os processos determinantes da qualidade da água, permitindo ao utilizador definir as variáveis de estado a considerar e as relações entre elas.

Nesta aplicação concreta, considerou-se a rodamina como uma substância conservativa, pelo facto de os dados experimentais revelarem que, após a primeira estação, a massa de corante recuperada permanece praticamente constante, ou seja, que nesses trechos as perdas de corante por adsorção, precipitação, retenção em zonas estagnadas e outros processos físico-químicos são desprezáveis. Daí que, na modelação, se tenha considerado a injecção duma *massa útil*, correspondente à percentagem de massa de rodamina recuperada nas várias estações de amostragem.

# 5.2 Esquema conceptual

O sistema modelado corresponde a uma extensão total de cerca de 24 km, tendo sido considerados cinquenta e oito nós, quarenta e três trechos e 14 açudes. Esta discretização espacial teve em consideração a localização dos pontos de amostragem e das estruturas de retenção, bem como as características geométricas do rio e a cinética do processo, tendo esta determinado uma redução do comprimento dos trechos iniciais consentânea com o intervalo de amostragem adoptado em cada estação.

Os valores médios do caudal e a massa de rodamina WT injectada (quase instantaneamente) constituem as condições de fronteira de montante do modelo.

O escoamento neste trecho fluvial é condicionado pela cota da água na albufeira da barragem da Aguieira, constituindo esta a condição fronteira de jusante.

# 5.3 Calibração e validação do modelo

A calibração do modelo foi efectuada com base nos valores experimentais obtidos na campanha de Novembro de 1990, ajustando as leis de vazão dos vários açudes, os valores da rugosidade de cada trecho, os coeficientes de dispersão longitudinal e adoptando áreas das secções transversais compatíveis com os levantamentos efectuados durante as campanhas.

Dado que o escoamento é controlado pelo conjuntos das várias estruturas de retenção existentes, as leis de vazão adoptadas influenciam significativamente o regime hidráulico, ao contrário dos valores considerados para a rugosidade dos vários trechos.

No ajuste dos valores da concentração calculados aos experimentais (Figura 8), foram determinantes os coeficientes de dispersão e as leis de vazão adoptados, de modo a reproduzir a forma das curvas de concentração e os tempos de percurso da nuvem de corante.

Procedeu-se à validação do modelo para outra série de resultados (campanha de Dezembro 89) obtidos em condições hidrodinâmicas e massa injectada de corante completamente distintas, tendo-se obtido o ajuste apresentado na Figura 9.

Neste caso, a variação das características hidrodinâmicas do rio implicou uma alteração dos coeficientes de dispersão longitudinal adoptados na calibração, para cada trecho (Tabela 3).



Figura 8 - Calibração do modelo com os resultados da 3ª campanha de amostragem (Novembro 90)



Figura 9 - Validação do modelo para os resultados da 1ª campanha de amostragem (Dezembro 89)

#### 6. Discussão de resultados

As características de dispersão de um rio podem ser avaliadas (Hubbard et al., 1982) de um modo prático através da diminuição da concentração do pico em função do deslocamento da nuvem de corante e do respectivo tempo de passagem numa determinada secção a jusante da injecção.

Dos resultados experimentais deste estudo constata-se que até à primeira estação há uma *perda* de cerca de 40% da massa de rodamina injectada, que poderá ser explicada por fenómenos físico-químicos de adsorção, precipitação e retenção, aliada à irregularidade do canal.

O facto de a massa *útil* recuperada nas estações a jusante se manter praticamente constante (Tabela 3), pode ser explicada pela não reactividade do corante e pelo facto de as perdas serem função da respectiva concentração, a qual, naquele trecho inicial, é muito superior às medidas nos restantes trechos.

No caso de substâncias não conservativas as concentrações dos picos serão inferiores às que se podem obter a partir das curvas de regressão estabelecidas na Figura 10 para as duas situações de caudal analisadas. Ou seja, as previsões de concentração efectuadas com base neste estudo correspondem ao cenário mais gravoso em termos de qualidade da água.



Figura 10 - Variação da concentração do pico de corante em função do respectivo tempo de passagem.

Verifica-se que após a mistura inicial do corante com a água do rio, a concentração do pico (Cp), dividida pela massa total de rodamina injectada, varia na razão inversa de uma potência do respectivo tempo de passagem, em que o expoente é uma constante que depende das características do rio.

Os valores deste expoente obtidos com base nos resultados do modelo (0,52 e 0,69) situam-se na gama de valores indicados em estudos semelhantes (Nordin e Sabol, 1974).

Da análise comparativa entre os resultados do modelo e os calculados a partir dos valores observados nas campanhas (Tabela 3), verifica-se uma ligeira variação nos coeficientes de dispersão longitudinal, pelo que se procedeu a uma análise de sensibilidade do modelo a este parâmetro.

	Velocidade média	Massa útil	Coef. dispersão m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>	
Trechos	ms⁻¹	%		
		(fim de trecho)	Experimental	Modelo
E0-E1	0.759	57	-	60
E1-E2	0.526	57	14	10
E2-E3	0.497	56	51	45
E3-E5	0.473	56	37	35
E0-E1	0.950	64	-	110
E1-E2	1.130	62	60	40
E2-E3	0.940	62	64	70

Constatou-se que variações da ordem de grandeza das diferenças observadas, não originam alterações significativas nos valores da concentração e dos respectivos tempos de passagem.

Tabela 3 – Síntese e comparação de resultados

# 7. Conclusões

A aplicação de modelos matemáticos unidimensionais ao estudo das características dispersivas deste sistema fluvial, revelou-se satisfatória, dado traduzir de uma forma bastante aproximada a evolução real da concentração de uma substância conservativa em diferentes situações de regime hidrodinâmico.

Pela capacidade demonstrada em prever, com suficiente acuidade, o amortecimento e o atraso das concentrações de eventuais descargas poluentes, este modelo constitui uma importante ferramenta na definição de sistemas de alerta e como suporte à decisão na gestão integrada desta bacia hidrográfica.

Em estudos semelhantes a quantidade de massa de corante a injectar deverá ser calculada tendo também em consideração a existência de uma perda inicial da ordem dos 40 %.

Os benefícios económicos de uma redução do número de campanhas de amostragem para a caracterização do comportamento dispersivo de rios à custa da aplicação de modelos matemáticos passam por um maior investimento no levantamento das características batimétricas desses sistemas hídricos. No presente caso a fiabilidade das previsões deste modelo para outras situações hidrodinâmicas carece de um conhecimento mais detalhado das características geométricas do sistema.

Este estudo permitiu estabelecer coeficientes de dispersão longitudinal num trecho do Rio Mondego indispensáveis para a quantificação dos impactos a jusante, por forma a mitigar os eventuais efeitos negativos da ocorrência de descargas poluentes acidentais.

#### Bibliografia

Canter, J. (1985), *River Water Quality Monitoring*, Lewis Publishers, Inc., Chelsea, Michigan.

Chapra, S. C. (1997), *Surface Water Quality Modeling*, McGraw-Hill, New York (EUA), p. 186-189.

Duarte A.A.L.S. (1997), *Monitorização da Qualidade da Água no Controlo da Poluição de Sistemas Fluviais*, Relatório de Aula Teórico-Prática para Provas de Aptidão Pedagógica e Capacidade Científica, Universidade do Minho, Braga.

EPA/600/3-85/040 (1985), Rates, Constants and Kinetics Formulations in Surface Water Quality Modelling.

Hubbard, E.F., Kilpatrick, F.A., Martens, C.A., Wilson, J.F. (1982), "Measurement of Time of Travel and Dispersion in Streams by Dye Tracing", *Geological Survey*, U.S. Department of the Interior, Whashington.

ICIM (1992), DUFLOW - A micro-computer package for the simulation of unsteady flow and water quality processes in one-dimensional channel systems, Bureau ICIM, Rijswijk, The Netherlands.

Nordin, C.F., Sabol, G. V. (1974), "Empirical data on longitudinal dispersion in rivers", USGS Waters Resources Investigations.

Thomann, R., Mueller, J. (1987), *Principals of Surface Water Quality Modelling and Control*, Harper Collins Publishers, Inc., New York (EUA), p. 71-78.

Vieira, J.M.P., Duarte, A.A.L.S., Pinho J.L.S. (1997), *Estudo Preliminar de Impacto Ambiental da Captação de Areias de Vilar na Qualidade da Água do Rio Cávado*, Laboratório de Hidráulica e Recursos Hídricos do Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Minho, Braga.

Vieira, J.M.P, Pinho J.L.S., Duarte, A.A.L.S (1998), "Eutrophication Vulnerability Analysis: a Case Study", *Water Science and Technology*, Vol. 37, n.º 3, p. 121-128.

Vieira, J.M.P, Pinho J.L.S., Duarte, A.A.L.S (1996), "River Water Quality Management Using Mathematical Modelling", *Actas da Conferência Metropolitan Areas and Rivers*, Roma (Itália), Vol. 2, p. 258-270.