



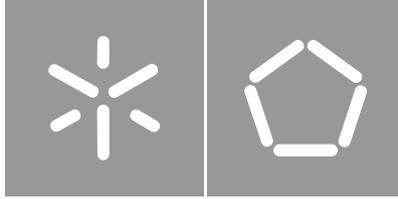
Miguel Vila Ferreira

## **Validação Experimental de Conceito de Estruturas Celulares Híbridas**

**Universidade do Minho**  
Escola de Engenharia







**Universidade do Minho**

Escola de Engenharia

Miguel Vila Ferreira

**Validação Experimental de Conceito de  
Estruturas Celulares Híbridas**

Dissertação de Mestrado  
Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica  
Conceção de Estruturas

Trabalho efetuado sob a orientação do  
**Professor Doutor Nuno Ricardo Maia Peixinho**

## **DIREITOS DE AUTOR E CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO TRABALHO POR TERCEIROS**

Este é um trabalho académico que pode ser utilizado por terceiros desde que respeitadas as regras e boas práticas internacionalmente aceites, no que concerne aos direitos de autor e direitos conexos.

Assim, o presente trabalho pode ser utilizado nos termos previstos na licença abaixo indicada.

Caso o utilizador necessite de permissão para poder fazer um uso do trabalho em condições não previstas no licenciamento indicado, deverá contactar o autor, através do RepositóriUM da Universidade do Minho.

### ***Licença concedida aos utilizadores deste trabalho***



**Atribuição  
CC BY**

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao meu orientador, professor doutor Nuno Peixinho, por todo o apoio prestado ao longo deste trabalho, desde a convergência para o tema a desenvolver, passando pelos ensaios estáticos realizados, não esquecendo também as críticas construtivas que certamente tornaram este trabalho ainda mais completo.

De igual forma, agradeço ao meu coorientador, professor doutor José Meireles, pela discussão e apreciação da dissertação, em especial do conteúdo relativo à componente dinâmica, onde a sua validação me deu maior segurança no que aos resultados obtidos diz respeito.

Um agradecimento ao professor doutor Vitor Carneiro, pelo apoio relativamente à realização dos ensaios experimentais, nomeadamente na componente dinâmica. Para além disso, por toda a sua disponibilidade em me esclarecer variadas dúvidas com que me fui deparando.

Aos meus pais, pela sua paciência e sacrifícios, por sempre me garantirem os recursos necessários ao longo de todo o percurso académico.

Por último e não menos importante, um agradecimento aos meus amigos. Pelas enriquecedoras discussões críticas de conteúdos deste trabalho e pelo espírito de entreajuda revelado. Por outro lado, por todo o apoio anímico nos momentos de desânimo, um papel que foi definitivamente crucial nesta conquista.

## **DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE**

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho académico e confirmo que não recorri à prática de plágio nem a qualquer forma de utilização indevida ou falsificação de informações ou resultados em nenhuma das etapas conducente à sua elaboração.

Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

## RESUMO

Ao longo da presente dissertação procedeu-se ao estudo de estruturas celulares recorrendo a ensaios experimentais estáticos e dinâmicos. Os principais focos do trabalho passaram pela validação deste tipo de estruturas e pela avaliação das mesmas sob o ponto de vista de melhoria das suas propriedades mecânicas.

As estruturas celulares híbridas em estudo consistiram em vigas retangulares bi-material constituídas por ácido polilático e elastómero. O desempenho destas estruturas foi então analisado comparativamente com aquele evidenciado por provetes maciços e ocos com dimensões gerais equivalentes e ambos constituídos exclusivamente por ácido polilático. O processo de fabrico utilizado para a obtenção de todos os provetes foi a manufatura aditiva.

Relativamente aos ensaios experimentais estáticos realizados, procedeu-se ao ensaio de tração de provetes maciços para validação de propriedades do material e ao ensaio de flexão de exemplares das três diferentes geometrias como forma de determinar a rigidez de cada um deles. De referir que a configuração deste segundo tipo de ensaio consistiu numa viga em consola. No caso dos ensaios dinâmicos, a configuração descrita foi mantida, mas ao invés de uma carga aplicada gradualmente na extremidade livre da viga, a solicitação consistiu apenas num impacto para assim poder registar a sua resposta livre.

Os ensaios de tração revelaram a necessidade em desenvolver normas específicas para validação de propriedades de materiais obtidos por manufatura aditiva, visto que este tipo de estruturas evidencia um comportamento anisotrópico. Os ensaios de flexão evidenciaram um valor de rigidez superior no provete oco, seguido do provete maciço e do bi-material. Por sua vez, os ensaios dinâmicos revelaram maior amortecimento do provete maciço, seguido pelos provetes oco e bi-material, ambos com desempenhos semelhantes. Na sua generalidade, os modelos numéricos desenvolvidos revelaram sempre uma replicação satisfatória dos valores obtidos através dos ensaios experimentais realizados. Refletindo por último sobre o desempenho revelado pela estrutura celular híbrida em estudo, a mesma não revelou ser uma escolha vantajosa face aos outros provetes visto que foi aquela que apresentou menor valor de rigidez e amortecimento.

**Palavras-chave:** amortecimento. impressão 3d. PLA. rigidez. vigas.

## ***ABSTRACT***

Throughout this dissertation, the study of cellular structures was carried out using static and dynamic experimental tests. The main focus of the work was the validation of this type of structures and their evaluation from the perspective of improving their mechanical properties.

The hybrid cell structures under study consisted of bi-material rectangular beams made up of polylactic acid and elastomer. The performance of these structures was then analyzed in comparison with that evidenced by solid and hollow polylactic acid specimens with equivalent general dimensions. The manufacturing process used to obtain all the specimens was additive manufacturing.

Regarding the static experimental tests carried out, the aim of the tensile test of solid specimens was to validate the material properties, while the stiffness of each one of the three different geometries was obtained through the bending tests. It should be noted that the configuration of this second type of test consisted of a cantilevered beam. Concerning the dynamic tests, the described configuration was maintained, but instead of a load gradually applied to the free end of the beam, the solicitation consisted only of an impact in order to register the free response of the beam.

The tensile tests revealed the need to develop specific standards to validate the properties of materials obtained by additive manufacturing, since this type of structures reveals an anisotropic behavior. The bending tests showed a higher stiffness value for the hollow specimen, followed by the solid specimen and the bi-material one. On the other hand, the dynamic tests revealed greater damping of the solid specimen, followed by the hollow and bi-material specimens, both with similar performances. In general, the numerical models developed always revealed a satisfactory replication of the values obtained through the experimental tests. Finally, reflecting on the performance revealed by the hybrid cell structure under study, it did not prove to be an advantageous choice compared to the other specimens, since it was the one that presented the lowest stiffness and damping values.

**Keywords:** damping. 3D printing. PLA. stiffness. beams.

# ÍNDICE

	<b>Página</b>
<b>RESUMO</b>	<b>v</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>vi</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS</b>	<b>x</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>xi</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b>	<b>xvi</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>xix</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 Relevância das estruturas celulares na área da engenharia . . . . .	1
1.2 Motivação e objetivos da dissertação . . . . .	2
1.3 Estrutura e respetivo conteúdo da dissertação . . . . .	3
<b>2 REVISÃO DE LITERATURA</b>	<b>4</b>
2.1 Estruturas celulares - Visão geral . . . . .	4
2.1.1 Definição de estrutura celular . . . . .	4
2.1.2 Aplicações de estruturas celulares em contexto real . . . . .	6
2.1.3 Estruturas <i>sandwich</i> . . . . .	6
2.2 Vigas bi-material constituídas por PLA e elastómero . . . . .	7
2.2.1 Ensaio estáticos de vigas bi-material . . . . .	7
2.2.2 Ensaio dinâmicos de vigas bi-material . . . . .	10
2.3 Vigas com composição e geometria variáveis . . . . .	12
2.4 Modificação de propriedades pela combinação de diferentes materiais . . . . .	17
2.5 Efeito dos parâmetros de impressão nas propriedades mecânicas . . . . .	19
2.6 Modelos matemáticos constitutivos . . . . .	20

<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>23</b>
3.1	Geometria dos provetes em análise . . . . .	23
3.1.1	Provetes para ensaios à flexão e dinâmicos . . . . .	23
3.1.2	Provete para ensaio à tração . . . . .	24
3.2	Fabrico dos provetes por manufatura aditiva . . . . .	25
3.3	Ensaio experimentais realizados . . . . .	28
3.3.1	Descrição dos ensaios de tração . . . . .	28
3.3.2	Descrição dos ensaios de flexão . . . . .	29
3.3.3	Descrição dos ensaios dinâmicos . . . . .	31
<b>4</b>	<b>ANÁLISE DE RESULTADOS</b>	<b>32</b>
4.1	Estudos decorrentes dos ensaios de tração . . . . .	32
4.1.1	Determinação das curvas tensão/deformação . . . . .	33
4.1.2	Cálculo do módulo de elasticidade do PLA . . . . .	34
4.1.3	Estimativa analítica do módulo de elasticidade do PLA . . . . .	36
4.1.4	Comparação do módulo de elasticidade experimental, analítico e teórico . . . . .	39
4.1.5	Simulação numérica dos ensaios de tração . . . . .	40
4.2	Estudos decorrentes dos ensaios de flexão . . . . .	46
4.2.1	Construção das curvas carga/deflexão . . . . .	46
4.2.2	Determinação da rigidez dos três provetes em estudo . . . . .	47
4.2.3	Estimativa analítica da rigidez dos provetes . . . . .	50
4.2.4	Comparação da rigidez de flexão experimental e analítica . . . . .	52
4.2.5	Simulação numérica dos ensaios de flexão . . . . .	53
4.3	Estudos decorrentes dos ensaios dinâmicos . . . . .	59
4.3.1	Determinação das FRF características . . . . .	59
4.3.2	Identificação das frequências de ressonância . . . . .	60
4.3.3	Estimativa analítica da primeira frequência de ressonância dos provetes ensaiados . . . . .	61
4.3.4	Análise modal com recurso a modelos numéricos . . . . .	63

4.3.5	Comparação das frequências de ressonância experimentais, analíticas e numéricas . . . . .	66
4.3.6	Cálculo do amortecimento dos provetes em estudo . . . . .	67
<b>5</b>	<b>DISCUSSÃO DE RESULTADOS</b>	<b>70</b>
5.1	Resultados dos ensaios estáticos . . . . .	70
5.2	Resultados dos ensaios dinâmicos . . . . .	72
5.3	Resultados relativos ao desempenho da estrutura celular híbrida . . . . .	72
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>73</b>
6.1	Conclusões relativas aos ensaios estáticos . . . . .	73
6.2	Conclusões relativas aos ensaios dinâmicos . . . . .	73
6.3	Conclusões relativas ao desempenho da estrutura celular híbrida . . . . .	74
6.4	Trabalhos futuros . . . . .	74
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>77</b>
	<b>ANEXOS</b>	<b>78</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>108</b>

**LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

	<b>Página(s)</b>
3D	três dimensões . . . . . 18, 20, 22, 24, 25, 43
<i>ASTM</i>	<i>American Society for Testing and Materials</i> . . . . . 17
<i>CAD</i>	<i>computer aided design</i> . . . . . 23, 42, 56, 62
<i>DMA</i>	<i>Dynamic Mechanical Analysis</i> . . . . . 10, 12, 18
<i>DOE</i>	<i>Design of Experiments</i> . . . . . 9, 57
<i>FDM</i>	<i>Fused Deposition Modeling</i> . . . . . 22
<i>FGM</i>	<i>Functionally Graded Material</i> . . . . . 13
FRF	função de resposta de frequência . . . . . 59, 60, 67, 78, 96
MEF	método dos elementos finitos . . . . . 62
MEV	microscopia eletrônica de varrimento . . . . . 17
phr	<i>parts per hundred rubber</i> . . . . . 17
PLA	ácido polilático 2, 7–9, 11, 12, 16–21, 23–25, 28, 32, 34–42, 50–53, 55, 62, 69, 70, 74, 87, 89, 108, 109

**LISTA DE FIGURAS**

	<b>Página</b>
1 Exemplo de estrutura favo de mel após ensaio de tração. . . . .	5
2 Estrutura celular tridimensional com células abertas de uma espuma de níquel. . . . .	5
3 Estrutura celular tridimensional com células fechadas de uma espuma de alumínio. . . . .	5
4 Representação esquemática genérica de uma estrutura <i>sandwich</i> . . . . .	7
5 Fotografia ilustrativa do ensaio de flexão em três pontos e representação esquemática da secção transversal da viga ensaiada. . . . .	8
6 Configuração geométrica do modelo numérico do ensaio de flexão em três pontos. . . . .	8
7 Comparação dos resultados experimental e numéricos referentes ao ensaio da viga bi-material recorrendo a um modelo hiperelástico. . . . .	9
8 Comparação dos resultados experimental e numérico referentes ao ensaio da viga bi-material recorrendo a um modelo bilinear. . . . .	10
9 Configuração das análises de <i>DMA</i> realizadas às vigas bi-material. . . . .	11
10 Fotografia dos quatro provetes de vigas bi-material sujeitos às análises de <i>DMA</i> . . . . .	11
11 Amortecimento das diferentes vigas bi-material em função da frequência. . . . .	12
12 Comparação das soluções analítica e numérica relativas à flexão em três pontos de uma viga <i>FGM</i> . . . . .	13
13 Comparação das soluções analíticas com os dados experimentais relativos à deflexão de uma viga <i>sandwich</i> . . . . .	14
14 Detalhes da constituição elementar dos dois provetes em estudo. . . . .	14
15 Fotografia ilustrativa do ensaio de flexão em quatro pontos e curva característica força/deformação de um dos dois tipos de geometria de viga. . . . .	15
16 Topologias internas das várias vigas de secção quadrada. . . . .	16

17	Comparação das curvas características tensão/deformação de provetes com diferentes composições. . . . .	17
18	Aspetto dos provetes compósitos fabricados. . . . .	18
19	Comparação das curvas características tensão/deformação experimental e definidas por modelos matemáticos. . . . .	21
20	Identificação das dimensões dos provetes para ensaios à flexão e dinâmicos. . . . .	24
21	Corte transversal ilustrativo da geometria interna dos provetes bi-material. . . . .	24
22	Identificação das dimensões do provete para ensaio à tração. . . . .	25
23	Orientação dos vários provetes na base da impressora 3D e vista em corte do provete para ensaio à tração. . . . .	26
24	Geometria interna das vigas ocas. . . . .	27
25	Geometria interna das vigas bi-material. . . . .	28
26	Montagem do provete para realização do ensaio de tração. . . . .	29
27	Montagem das vigas para realização do ensaio de flexão. . . . .	30
28	Esboço com as principais dimensões e forma de aplicação de carga no ensaio de flexão. . . . .	30
29	Representação do ensaio dinâmico incluindo os equipamentos utilizados na sua realização. . . . .	31
30	Curvas tensão/deformação dos provetes D2 e D3. . . . .	33
31	Reta de regressão linear do provete D2 segundo a norma <i>ISO 527-1:2012</i> . . . . .	34
32	Reta de regressão linear do provete D2 no intervalo de deformação compreendido entre 0,24% e 0,76%. . . . .	35
33	Orientação das camadas no provete e dimensões relevantes para os cálculos efetuados. . . . .	38
34	Definição do PLA do provete D2 através do modelo <i>Yeoh</i> de terceira ordem. . . . .	42
35	Geometria usada na simulação numérica correspondente a 1/4 do provete ensaiado. . . . .	43
36	Malha usada na simulação numérica do ensaio de tração. . . . .	43

37	Condições de fronteira e carga aplicada no provete usado na simulação numérica do ensaio de tração. . . . .	44
38	Distribuição de deformação no provete quando sujeito à carga máxima registada no ensaio de flexão. . . . .	45
39	Curvas experimentais e numérica referentes ao ensaio do provete D2. . . . .	45
40	Curva carga/deflexão do provete A1. . . . .	46
41	Curva carga/deflexão do provete B2. . . . .	47
42	Comparação das retas de regressão linear de todos os provetes ensaiados. . . . .	48
43	Definição do PLA do provete A1 através do modelo <i>Yeoh</i> de terceira ordem. . . . .	55
44	Malha usada na simulação numérica do ensaio de flexão. . . . .	56
45	Condições de fronteira e carga aplicada no provete usado na simulação numérica do ensaio de flexão. . . . .	56
46	Curva experimental e resultados numéricos referentes ao ensaio do provete A1. . . . .	58
47	FRF representativa na direção paralela de um exemplar de cada um dos três provetes em estudo. . . . .	60
48	FRF representativa na direção perpendicular de um exemplar de cada um dos três provetes em estudo. . . . .	60
49	Preparação para impressão do provete bi-material no <i>software Ultimaker Cura 4.8.0</i> . . . . .	62
50	Proвете maciço usado na simulação numérica do ensaio dinâmico. . . . .	64
51	Malha usada nas simulações numéricas dos ensaios dinâmicos. . . . .	65
52	Identificação da face restringida nos modelos numéricos para análise modal. . . . .	65
53	Representação esquemática dos pontos envolvidos no cálculo do amortecimento a partir do método de pico de banda a meia potência. . . . .	68
54	Curva tensão/deformação de engenharia do provete D1. . . . .	84
55	Curva tensão/deformação de engenharia do provete D2. . . . .	84

56	Curva tensão/deformação de engenharia do provete D3. . . . .	85
57	Curva tensão/deformação verdadeira do provete D2. . . . .	85
58	Curva tensão/deformação verdadeira do provete D3. . . . .	86
59	Reta de regressão linear do provete D3 segundo a norma <i>ISO 527-1:2012</i> . . . . .	87
60	Reta de regressão linear do provete D3 no intervalo de deformação compreendido entre 0,24% e 0,76%. . . . .	87
61	Reta de regressão linear do provete D2 a partir da sua curva verdadeira. . . . .	88
62	Reta de regressão linear do provete D3 a partir da sua curva verdadeira. . . . .	88
63	Definição do PLA através do modelo de encruamento bilinear isotrópico. . . . .	89
64	Definição do PLA através do modelo de encruamento multilinear isotrópico. . . . .	90
65	Curva carga/deflexão e reta de regressão linear do provete A1. . . . .	91
66	Curva carga/deflexão e reta de regressão linear do provete A2. . . . .	91
67	Curva carga/deflexão e reta de regressão linear do provete A3. . . . .	92
68	Curva carga/deflexão e reta de regressão linear do provete B1. . . . .	92
69	Curva carga/deflexão e reta de regressão linear do provete B2. . . . .	93
70	Curva carga/deflexão e reta de regressão linear do provete B3. . . . .	93
71	Curva carga/deflexão e reta de regressão linear do provete C1. . . . .	94
72	Curva carga/deflexão e reta de regressão linear do provete C2. . . . .	94
73	Curva carga/deflexão e reta de regressão linear do provete C3. . . . .	95
74	FRF do provete A1 na direção paralela. . . . .	96
75	FRF do provete A2 na direção paralela. . . . .	96
76	FRF do provete A3 na direção paralela. . . . .	97
77	FRF do provete B1 na direção paralela. . . . .	97
78	FRF do provete B2 na direção paralela. . . . .	98

79	FRF do provete B3 na direção paralela. . . . .	98
80	FRF do provete C1 na direção paralela. . . . .	99
81	FRF do provete C2 na direção paralela. . . . .	99
82	FRF do provete C3 na direção paralela. . . . .	100
83	FRF do provete A1 na direção perpendicular. . . . .	100
84	FRF do provete A2 na direção perpendicular. . . . .	101
85	FRF do provete A3 na direção perpendicular. . . . .	101
86	FRF do provete B1 na direção perpendicular. . . . .	102
87	FRF do provete B2 na direção perpendicular. . . . .	102
88	FRF do provete B3 na direção perpendicular. . . . .	103
89	FRF do provete C1 na direção perpendicular. . . . .	103
90	FRF do provete C2 na direção perpendicular. . . . .	104
91	FRF do provete C3 na direção perpendicular. . . . .	104
92	Primeiro modo de vibração do provete bi-material. . . . .	105
93	Segundo modo de vibração do provete bi-material. . . . .	105
94	Terceiro modo de vibração do provete bi-material. . . . .	106
95	Quarto modo de vibração do provete bi-material. . . . .	106
96	Quinto modo de vibração do provete bi-material. . . . .	107
97	Sexto modo de vibração do provete bi-material. . . . .	107

**LISTA DE SÍMBOLOS**

	<b>Página(s)</b>
$\omega_1$	frequência inferior à natural no ponto a meia potência da mesma (Hz) . . . . . 68
$\omega_2$	frequência superior à natural no ponto a meia potência da mesma (Hz) . . . . . 68
$\omega_n$	frequência natural (Hz) . . . . . 68
$\sigma_a$	tensão axial (MPa) . . . . . 33, 36
$\sigma_n$	tensão normal (MPa) . . . . . 53
$\sigma_{ver.}$	tensão verdadeira (MPa) . . . . . 36, 89
$\varepsilon$	deformação (% e mm mm <sup>-1</sup> ) . . . . . 33, 36
$\varepsilon_{ela.}$	deformação elástica (mm mm <sup>-1</sup> ) . . . . . 89
$\varepsilon_{pla.}$	deformação plástica (mm mm <sup>-1</sup> ) . . . . . 89
$\varepsilon_{tot.}$	deformação total (mm mm <sup>-1</sup> ) . . . . . 89
$\varepsilon_{ver.}$	deformação verdadeira (%) . . . . . 36
$C_{ama.}$	comprimento entre amarras no ensaio de tração (mm) . . . . . 38
$c_{ext.}$	medida do lado externo das vigas (mm) . . . . . 23, 38, 51
$c_{int.}$	medida do lado interno das vigas oca e bi-material (mm) . . . . . 23, 51
$C_{liv.}$	comprimento livre da viga (mm e m) . . . . . 49, 53, 54, 61
$e\%$	erro percentual . . . . . 39
$E_{est.}$	módulo de elasticidade estimado (MPa) . . . . . 37, 38
$E_{fle.}$	módulo de elasticidade à flexão (MPa) . . . . . 48, 51, 52
$E_{obl.}$	módulo de elasticidade na direção oblíqua às camadas (MPa) . . . . . 37
$E_{par.}$	módulo de elasticidade na direção paralela às camadas (MPa) . . . . . 37
$e_{par.}$	espessura das paredes (mm) . . . . . 38

$f_{obl.}$	fração do provete com camadas oblíquas à direção de solicitação . . . . .	37
$f_{par.}$	fração do provete com camadas paralelas à direção de solicitação . . . . .	37
$I_{mac.}$	momento de inércia de uma secção quadrada maciça ( $mm^4$ ) . . . . .	51
$I_{oca}$	momento de inércia de uma secção quadrada oca ( $mm^4$ ) . . . . .	51
$L_0$	distância inicial entre amarras (mm) . . . . .	33
$m_a$	massa do acelerómetro (kg) . . . . .	61
$M_{máx.}$	momento de flexão máximo para vigas em balanço (N mm) . . . . .	53
$m_{vol.}$	massa volúmica ( $g/cm^3$ ) . . . . .	63
$m_v$	massa da viga ensaiada (kg) . . . . .	62
$v_{cal.}$	valor calculado . . . . .	39
$V_{obl.}$	volume do provete com camadas oblíquas à direção de solicitação ( $mm^3$ ) . . . . .	37
$V_{par.}$	volume do provete com camadas paralelas à direção de solicitação ( $mm^3$ ) . . . . .	37
$V_{pro.}$	volume da zona útil do provete ( $mm^3$ ) . . . . .	37
$v_{real}$	valor real . . . . .	39
$\delta$	extensão do provete (mm) . . . . .	33
$\eta$	fator de perda . . . . .	68
$\nu$	coeficiente de <i>Poisson</i> . . . . .	63
$\rho$	densidade de massa (kg/m) . . . . .	61
$\zeta$	razão de amortecimento . . . . .	68
A	área da secção transversal da viga ( $mm^2$ ) . . . . .	33
B	rigidez de flexão ( $N\ mm^2$ ) . . . . .	48, 49
C	comprimento das vigas (mm) . . . . .	23
d	deflexão (mm) . . . . .	49

E	módulo de elasticidade (MPa e Pa) . . . . .	34–40, 47, 50, 52, 54, 61, 63, 78, 87–89
I	momento de inércia ( $\text{mm}^4$ e $\text{m}^4$ ) . . . . .	48, 53, 54, 61
k	rigidez (N/mm) . . . . .	49, 54
P	carga axial (N) . . . . .	33
T	carga transversal (N) . . . . .	49, 53
z	distância ao eixo neutro (mm) . . . . .	53, 54

**LISTA DE TABELAS**

	<b>Página</b>
1	Dimensões e composição dos provetes para ensaios à flexão e dinâmicos. . . . . 23
2	Parâmetros de impressão comuns aos três provetes. . . . . 26
3	Diferentes valores de alguns parâmetros de impressão nos três provetes. . . . . 26
4	Parâmetros de impressão adicionais dos provetes oco e bi-material. . . . . 27
5	Alguns dos parâmetros de impressão utilizados para fabrico dos suportes. . . . . 27
6	Numeração dos provetes ensaiados em função da geometria e tipo de ensaio. . . . . 32
7	Módulo de elasticidade do PLA obtido experimentalmente a partir das curvas de engenharia. 35
8	Módulo de elasticidade do PLA obtido experimentalmente a partir das curvas verdadeiras. 36
9	Módulo de elasticidade do PLA em função da direção de deposição dos filamentos. . . . 37
10	Valores das variáveis usadas para o cálculo do módulo de elasticidade. . . . . 38
11	Valor experimental, analítico e teórico do módulo de elasticidade do PLA. . . . . 39
12	Erro percentual entre valores analítico, experimental e teórico do módulo de elasticidade. 39
13	Constantes do material do modelo <i>Yeoh</i> de terceira ordem referentes ao provete D2. . . . 42
14	Valores de rigidez de cada um dos exemplares ensaiados. . . . . 48
15	Valores médios de rigidez de flexão de cada um dos provetes ensaiados. . . . . 49
16	Valores estimados de rigidez de flexão de cada um dos provetes ensaiados. . . . . 51
17	Valor experimental e analítico da rigidez de flexão dos provetes em estudo. . . . . 52
18	Erro percentual entre valores experimental e analítico de rigidez de flexão dos provetes em estudo. . . . . 52
19	Constantes do material do modelo <i>Yeoh</i> de terceira ordem referentes ao provete A1. . . . 57
20	Frequências de ressonância do 1º modo na direção paralela de cada um dos exemplares ensaiados. . . . . 61

21	Frequências de ressonância do 1º modo na direção perpendicular de cada um dos exemplares ensaiados. . . . .	61
22	Valores relativos à massa dos provetes ensaiados. . . . .	63
23	Frequências de ressonância do 1º modo de cada um dos provetes ensaiados obtidas pela via analítica. . . . .	63
24	Definição das propriedades do material dos três provetes ensaiados. . . . .	64
25	Frequências de ressonância do 1º modo de cada um dos provetes ensaiados obtidas pela via numérica. . . . .	66
26	Valor experimental, analítico e numérico das frequências de ressonância dos provetes em estudo. . . . .	66
27	Erro percentual entre valores experimental, analítico e numérico de frequência de ressonância dos provetes. . . . .	67
28	Razão de amortecimento na direção paralela de cada um dos exemplares ensaiados. . .	69
29	Razão de amortecimento na direção perpendicular de cada um dos exemplares ensaiados.	69

# 1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de novas tecnologias e bens implica uma constante procura por novos materiais e/ou estruturas capazes de suprir os mais variados requisitos. A junção destes dois fatores tem conduzido a geometrias inovadoras onde diferentes propriedades podem ser combinadas, sendo disso exemplo as estruturas celulares.

O ponto de partida desta dissertação e, nomeadamente, deste capítulo, passa pela introdução ao tema em estudo, refletindo-se acerca da sua importância na atualidade mas também na pertinência da sua abordagem na área da engenharia mecânica. Seguidamente é apresentada a motivação e os objetivos delineados que servem de fio condutor ao trabalho realizado. Por último, menciona-se a forma como a dissertação se encontra estruturada bem como o respetivo conteúdo incluído nas suas várias subdivisões.

## 1.1 Relevância das estruturas celulares na área da engenharia

As estruturas celulares materializam entidades que remontam a datas anteriores ao próprio aparecimento da nossa espécie. Embora esta possa parecer uma afirmação abusiva, o facto é que as estruturas celulares sempre estiveram presentes na natureza, desde padrões estruturais característicos de alguns tipos de madeira até à complexidade de estruturas presentes no reino animal, nomeadamente crânios, carapaças, entre outros. A “descoberta” deste tipo de estruturas levou a que o ser humano, ao longo da sua evolução, usufrísse e até replicasse as mesmas, com ou sem consciência desse facto.

Ao longo das últimas décadas, novos desafios emergentes vieram dar uma maior visibilidade e popularidade a este tipo de estruturas. Na verdade, os produtos que hoje são desenvolvidos têm, mais que nunca, que corresponder a diferentes pré-requisitos que, não raras vezes, entram em rota de colisão. Por exemplo, o desenvolvimento de uma qualquer estrutura biodegradável com um custo competitivo ou até inferior a uma estrutura homóloga fabricada num material convencional. Ou até a combinação de diferentes funcionalidades que se influenciam negativamente de forma mútua na mesma estrutura. Desafios como estes, enquadrados no mundo atual, exigem mudanças de paradigma para poderem ser efetivamente resolvidos.

Dito isto, as áreas de engenharia em geral e da engenharia mecânica em particular podem servir-se deste tipo de estruturas para desenvolver produtos e/ou serviços adaptados às exigências cada vez mais audaciosas da atualidade. A evolução dos métodos de fabrico, nomeadamente a aposta na manufatura aditiva, a integração de políticas de economia circular onde se pretende que um produto mantenha o máximo valor possível inclusive no seu fim de vida, o desenvolvimento geral de estruturas mais eficientes

tanto a nível energético como a nível de propriedades mecânicas, tudo isto são áreas nas quais as estruturas celulares podem assumir-se como soluções arrojadas para os problemas atuais e vindouros no seio de uma perspetiva de engenharia cada vez mais voltada para a inovação e para a sustentabilidade.

## 1.2 Motivação e objetivos da dissertação

À luz do potencial que este tipo de estruturas apresenta e no seguimento da sua importância referida em 1.1, a motivação da presente dissertação surge da necessidade de efetuar uma melhor caracterização de estruturas celulares híbridas constituídas por PLA (ácido polilático) e elastómero. Este estudo decorre também do facto da especificidade destas estruturas se traduzir num número muito reduzido ou quase inexistente de investigações a respeito das mesmas. Tendo em linha de conta esta escassez de pesquisas desenvolvidas, puderam então estabelecer-se diversos objetivos.

O objetivo tido como central nesta dissertação consiste assim em averiguar as propriedades mecânicas estáticas e dinâmicas de uma estrutura celular híbrida e perceber se a mesma revela uma resposta otimizada quando comparada com estruturas análogas constituídas por apenas um material, que neste caso concreto consiste em PLA. A par deste objetivo realça-se também a validação experimental deste tipo de estruturas, isto é, a realização de ensaios físicos para posterior comparação com modelos numéricos desenvolvidos e cálculos analíticos baseados em conceitos teóricos de mecânica dos materiais. Estes dois objetivos gerais desdobram-se por sua vez em vários outros que acabarão por servir-lhes de base.

Entre os objetivos ditos “secundários” mas indispensáveis para dar resposta àqueles definidos como principais, destaca-se a definição da estrutura celular na qual se baseará o estudo idealizado, bem como a síntese do estado da arte considerado relevante. No que diz respeito aos ensaios experimentais, importa também conceber provetes que possam ser ensaiados conforme a bateria de testes estipulada e que, simultaneamente, sejam passíveis de ser fabricados recorrendo à manufatura aditiva. Relativamente ao material base dos provetes (PLA), efetuar a validação das suas propriedades mecânicas e aferir a influência dos parâmetros de impressão nas mesmas. Quanto aos modelos numéricos, procurar desenvolver os mesmos de forma a que o comportamento verificado corresponda o melhor possível à realidade. A estes poderiam acrescentar-se ainda mais exemplos, alguns novamente subentendidos aos objetivos já apresentados, mas que certamente permitem revelar as exigências e necessidades inerentes ao tema desta dissertação.

### 1.3 Estrutura e respetivo conteúdo da dissertação

A organização da presente dissertação consiste em seis capítulos constituídos por subcapítulos e que, nalguns casos, se subdividem novamente. Cada um dos capítulos se encontra subordinado a determinado conteúdo tal como se passa a enumerar.

No primeiro capítulo é feita uma introdução ao tema da dissertação onde se explica a pertinência do mesmo, a sua motivação e objetivos traçados, terminando na presente descrição da forma como a mesma se encontra organizada.

No que diz respeito ao segundo capítulo, o foco são os trabalhos e investigações já realizados no âmbito do tema desta dissertação ou de temas a ele semelhantes. Faz-se portanto uma revisão da literatura existente onde determinadas questões e dados considerados importantes se agrupam em diferentes tópicos. A relevância dos mesmos prende-se ao facto de constituírem um bom ponto de partida para assumir pressupostos necessários e limitações a ter em conta ao longo da realização de todo o trabalho planeado.

Relativamente ao terceiro capítulo, começa por apresentar-se a geometria escolhida para as estruturas a estudar. Em seguida explica-se a forma como os provetes foram fabricados tendo por base a informação facultada. Por último, descreve-se pormenorizadamente a metodologia usada na realização dos ensaios estáticos e dinâmicos.

O capítulo mais extenso da dissertação consiste na análise de resultados, a qual é realizada ao longo do quarto capítulo. Nela incluem-se todos os resultados baseados nos ensaios experimentais, sendo que a partir dos mesmos se procede a diversos cálculos analíticos e ao desenvolvimento de modelos numéricos. Os resultados provenientes das diferentes abordagens permitem desenvolver uma análise crítica dos factos e em seguida tecer eventuais conclusões relativas aos vários objetivos predefinidos.

No capítulo cinco procede-se a uma discussão geral e exaustiva de todos os resultados alcançados. Avançam-se várias razões que possam explicar o comportamento evidenciado pelas estruturas ensaiadas e tecem-se todas as conclusões daí decorrentes.

Finalmente, a conclusão da dissertação acontece no sexto capítulo. Neste momento é feita uma reflexão geral sobre todo o trabalho desenvolvido. Realçam-se as conclusões decorrentes da discussão de resultados feita no capítulo anterior e analisa-se de que forma a abordagem inicialmente definida poderia porventura ser melhorada. No final deste capítulo avançam-se possíveis trabalhos futuros com potencial de clarificar e/ou complementar a dissertação desenvolvida.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

Este tipo de estruturas tem sido a base de estudo para as mais variadas aplicações, pelo que se apresenta ao longo deste capítulo informação considerada relevante para o enquadramento desta dissertação. Começará por ser feita uma introdução global ao tema das estruturas celulares, desviando posteriormente o foco para trabalhos levados a cabo nesta área do conhecimento.

### 2.1 Estruturas celulares - Visão geral

As estruturas ou sólidos celulares são entidades com crescente aplicação no mundo atual por materializarem soluções para desafios em variadas áreas. Uma das suas vantagens assenta na combinação de diferentes propriedades numa mesma estrutura o que faz com que a sua aplicação tenda a substituir materiais convencionais.

Ao longo deste subcapítulo aborda-se assim a definição de estruturas celulares e suas aplicações em contexto real. Seguidamente, introduz-se a temática dos painéis ou estruturas *sandwich* dada a sua pertinência em função dos provetes estudados no âmbito desta dissertação.

#### 2.1.1 Definição de estrutura celular

De acordo com Gibson e Ashby [1], uma estrutura ou sólido celular consiste numa rede de suportes sólidos ou placas que materializam as arestas e faces das células. Estas estruturas podem ser classificadas em função da geometria que as constitui em três classes genéricas:

- **bidimensionais**, quando ocorre uma repetição no plano de determinada forma geométrica. Um dos exemplos mais comuns é quando a geometria consiste em hexágonos regulares formando as chamadas estruturas favo de mel, tal como podemos observar na figura 1;

- **tridimensionais com células abertas**, quando a estrutura é constituída por poliedros onde apenas os seus limites são sólidos. As várias células encontram-se ligadas pelas faces abertas dos poliedros, daí a designação de células abertas. Na figura 2 encontra-se explicitado este tipo de geometria;

- **tridimensionais com células fechadas**, quando, em contraste com as estruturas anteriores, as faces são sólidas e fazem com que cada célula seja “independente” da vizinhança. Um exemplo deste tipo de estrutura pode ser visualizado na figura 3.

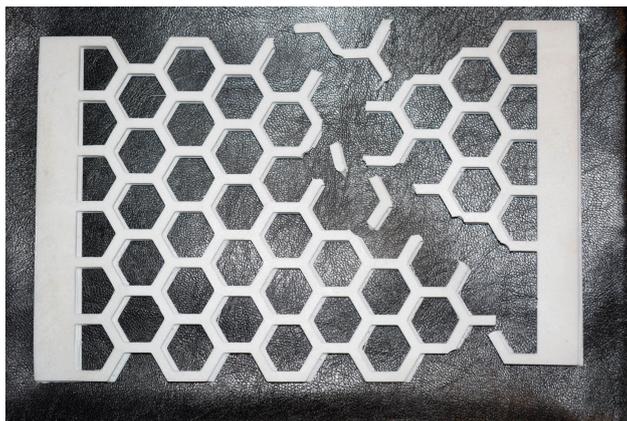


Figura 1: Exemplo de estrutura favo de mel após ensaio de tração.

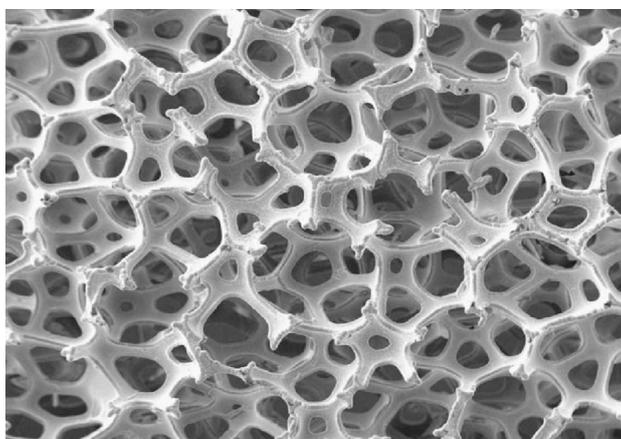


Figura 2: Estrutura celular tridimensional com células abertas de uma espuma de níquel (adaptado de Neff et al., 2007).

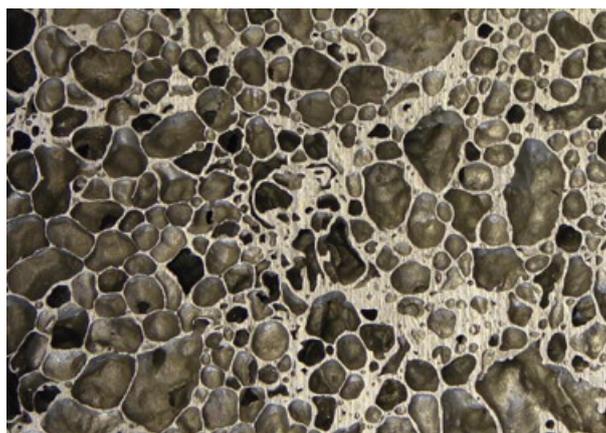


Figura 3: Estrutura celular tridimensional com células fechadas de uma espuma de alumínio (reproduzido de Nammi et al., 2009).

Nas figuras 2 e 3 pode assim verificar-se que as espumas são claros exemplos destes tipos de estruturas celulares.

### 2.1.2 Aplicações de estruturas celulares em contexto real

Tal como já referido, as estruturas celulares são atualmente utilizadas em diversas áreas, merecendo especial destaque as seguintes quatro:

- **Isolamento térmico**, onde se faz uso das condutividades térmicas das espumas de vidro e das espumas poliméricas. Podemos desta forma encontrar estruturas celulares em sistemas de transporte tais como camiões e navios que carreguem matéria refrigerada ou gás natural líquido, edifícios modernos e em inúmeros sistemas que requeiram isolamento;

- **Acondicionamento**, gerando um pacote ou embalagem que envolva o produto ou bem a ser protegido. As estruturas celulares que formam estes invólucros terão assim que garantir absorção de energia proveniente de impactos e de forças causadas por acelerações evitando danos no conteúdo. As espumas são uma vez mais o tipo de estrutura ideal por ser possível alterar a sua massa volúmica em função dos carregamentos a que estarão sujeitas;

- **Estrutural**, recorrendo a estruturas celulares naturais. Entre estas, o material mais utilizado é a madeira pelas suas extensas aplicações em diversas e variadas estruturas. A par desta encontram-se os painéis *sandwich* que serão abordados com maior detalhe mais à frente nesta dissertação;

- **Buoyancy**, a que poderemos chamar flutuabilidade em português, incluindo estruturas celulares em construções navais. O desenvolvimento de espumas plásticas com células fechadas<sup>1</sup> permite não só alcançar uma flutuabilidade ótima tendo em conta a sua utilização, mas também garantir que esta propriedade é mantida. Isto porque estas estruturas não perdem as suas capacidades mesmo quando danificadas nem são atacadas pela corrosão em ambientes severos do qual é exemplo o meio aquático.

Para além destas, podem ainda enumerar-se muitas outras aplicações, tais como filtros e membranas com diferentes propósitos, tecidos hidrofóbicos na indústria têxtil, isolamento acústico, entre outras.

### 2.1.3 Estruturas *sandwich*

Os painéis ou estruturas *sandwich* são talvez o exemplo de estruturas celulares mais comum em infraestruturas atuais, mas também em algumas áreas de investigação.

De uma forma sintética, estas estruturas consistem em duas interfaces cuja geometria e disposição se assemelha a uma *sandwich*. As camadas exteriores são normalmente constituídas por um material mais rígido enquanto o núcleo é ocupado por outro mais leve e de massa volúmica mais reduzida. Na figura 4 encontra-se representada de forma esquemática e simplificada a geometria referida.

---

<sup>1</sup>Podem encontrar-se mais detalhes sobre este tipo de geometria de estrutura celular em 2.1.1.



Figura 4: Representação esquemática genérica de uma estrutura *sandwich*.

A razão deste tipo de geometria assenta no facto de que a separação entre as camadas mais exteriores induz um aumento do momento de inércia, melhorando assim a sua resposta face a solicitações de flexão. Esta é uma ótima solução pois tal não implica um aumento substancial da massa total do conjunto. Por outro lado, não existem vantagens na sua aplicação em estruturas que sejam solicitadas à tração ou compressão, visto que tal efeito pode conduzir ao desagregar das camadas e conseqüente colapso da estrutura.

Este tipo de estruturas encontra-se bastante difundido na indústria aeronáutica. Exemplo disso é a sua utilização nas pás de rotores de helicópteros e, de uma forma geral, em estruturas de aviões, nomeadamente nas asas e em várias partes da fuselagem. Por outro lado, a indústria naval também faz largo uso deste tipo de estruturas, seja em aspetos relacionados com flutuabilidade<sup>2</sup> bem como em questões estruturais de navios.

Os materiais usualmente envolvidos neste tipo de estruturas são metais ou compósitos, no caso das camadas exteriores, e espumas poliméricas ou madeira no que diz respeito ao núcleo da estrutura.

## 2.2 Vigas bi-material constituídas por PLA e elastómero

Por serem trabalhos onde se recorre ao mesmo tipo de materiais e a configurações geométricas próximas às usadas nos estudos levados a cabo nesta dissertação, o conteúdo apresentado em seguida será aquele que constitui o melhor termo de comparação face aos resultados obtidos.

### 2.2.1 Ensaio estático de vigas bi-material

Na dissertação de mestrado de Magalhães [2] procedeu-se, entre outras análises, ao ensaio deste tipo de estruturas com configurações muito semelhantes àquelas que serão aqui apresentadas mais adiante. Uma delas foi a realização de um ensaio de flexão em três pontos de uma viga constituída por PLA e elastómero, servindo os dados obtidos, entre outros aspetos, para a determinação da rigidez deste tipo de vigas. A configuração desse ensaio e respetiva geometria da viga são apresentados na figura 5.

<sup>2</sup>A forma como as estruturas celulares são aplicadas nesta área pode ser consultada em 2.1.2.

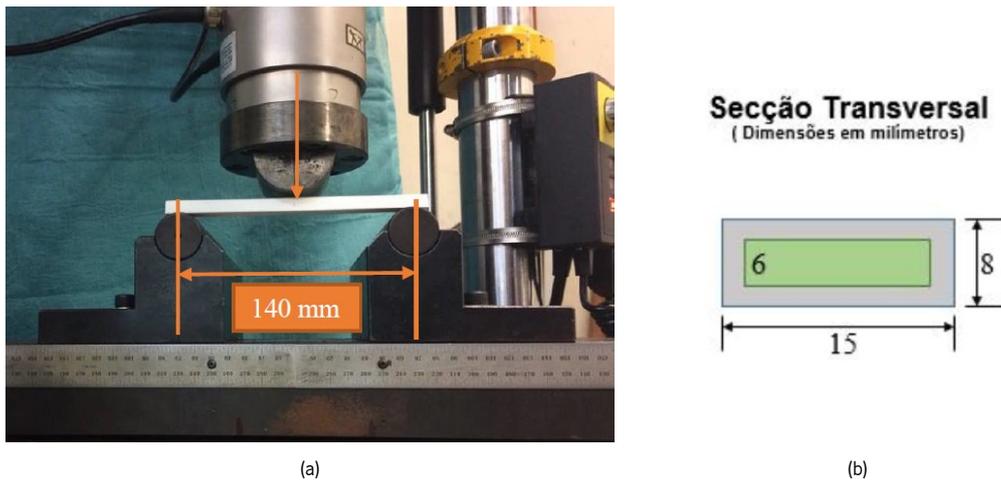


Figura 5: (a) Fotografia ilustrativa do ensaio de flexão em três pontos e (b) representação esquemática da secção transversal da viga ensaiada (adaptado de Magalhães, 2018 [2]).

Relativamente à replicação do ensaio recorrendo a métodos numéricos, [2] optou por utilizar apenas 1/4 da geometria completa do ensaio por forma a garantir uma mais fácil convergência de resultados e um menor tempo de computação. Na figura 6 pode visualizar-se essa mesma geometria.

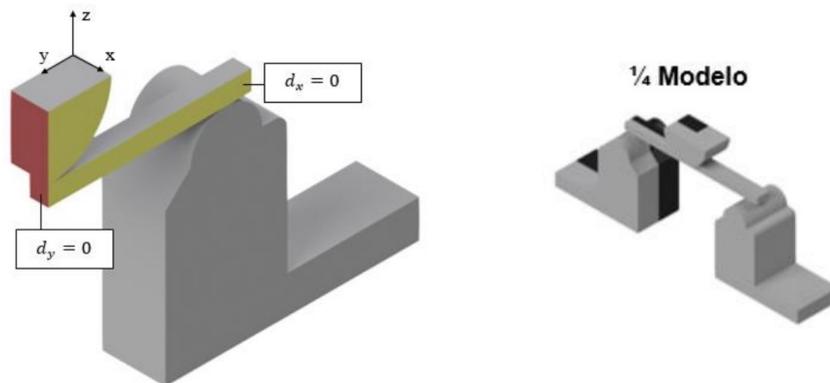


Figura 6: Configuração geométrica do modelo numérico do ensaio de flexão em três pontos (adaptado de Magalhães, 2018 [2]).

No que diz respeito à definição do PLA e do elastómero, [2] levou a cabo várias abordagens recorrendo a diferentes modelos constitutivos destes materiais. Uma delas consistiu num estudo paramétrico para determinação do modelo hiperelástico de *Mooney-Rivlin* de duas constantes onde se assumiu o comportamento do PLA como linear.

Tendo como ponto de partida um *DOE* (*Design of Experiments*) onde se definem os parâmetros em estudo, [2] recorreu à ferramenta *Response Surface Optimization* presente no *software ANSYS* para otimizar o modelo constitutivo hiperelástico. Para o efeito é necessário definir objetivos que o algoritmo irá procurar, objetivos esses que, neste caso concreto, consistiram em valores de força pertencentes à curva força/deflexão característica do ensaio de flexão da viga compósita. Na figura 7 encontram-se representadas as curvas experimental e numéricas para cada iteração.

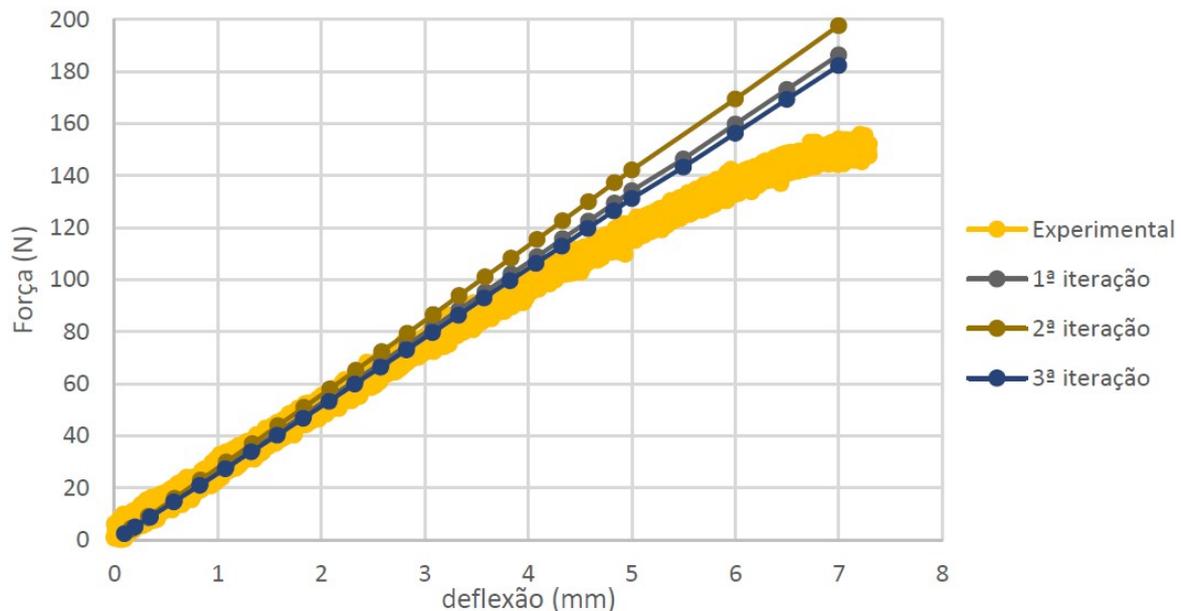


Figura 7: Comparação dos resultados experimental e numéricos referentes ao ensaio da viga bi-material recorrendo a um modelo hiperelástico (reproduzido de Magalhães, 2018 [2]).

De notar que cada iteração teve origem num *DOE* específico por forma a garantir uma melhor convergência. O facto de cada uma destas iterações consistir num segmento de reta levou [2] a concluir que o elastómero poderia ser definido através de um modelo linear. Quanto à zona não linear da curva experimental, esta seria influenciada pela natureza do PLA designado por “nº1”, pelo que o autor optou por usar um outro modelo constitutivo para este material.

Dito isto, [2] procedeu então a uma nova abordagem na qual definiu o PLA “nº1” através de um modelo constitutivo bilinear com encruamento isotrópico. Para tal foi necessário calcular os valores relativos a tensão de cedência e módulo tangente característicos deste material.

Sobrepondo uma vez mais os resultados obtidos por [2] nos métodos experimental e numérico pode-se observar a relação entre ambos sistematizada na figura 8.

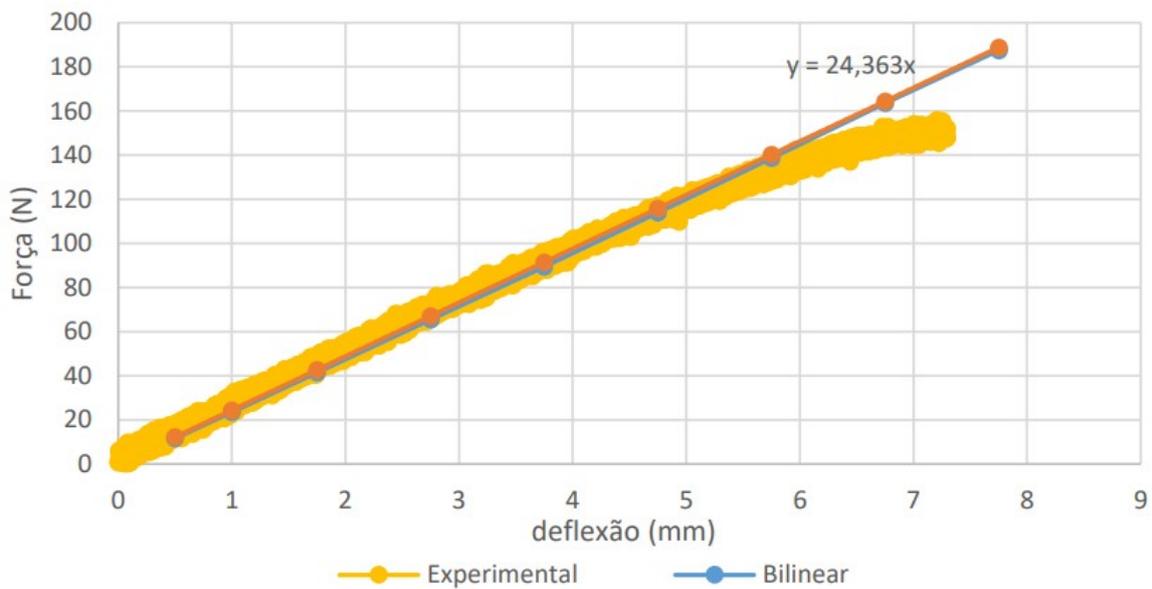


Figura 8: Comparação dos resultados experimental e numérico referentes ao ensaio da viga bi-material recorrendo a um modelo bilinear (reproduzido de Magalhães, 2018 [2]).

Através da observação da figura 8 verifica-se, de uma forma geral, uma boa correlação especialmente na zona respeitante ao domínio elástico, sendo a discrepância de resultados tanto maior quanto maiores os valores de deformação.

A partir desta análise, [2] conclui novamente que a inclusão de elastómero na viga não é responsável pelo desvio da mesma de um comportamento linear elástico, sendo que a elevada presença de elastómero pode até mesmo contribuir para que a curva força/deflexão se torne mais linear quando comparada com o comportamento revelado por uma viga em caixão.

### 2.2.2 Ensaio dinâmico de vigas bi-material

Quanto à caracterização dinâmica de vigas bi-material, o estudo do seu amortecimento realizado por [2] consistiu em análises de *DMA* (*Dynamic Mechanical Analysis*). A configuração deste tipo de ensaio é apresentada na figura 9.

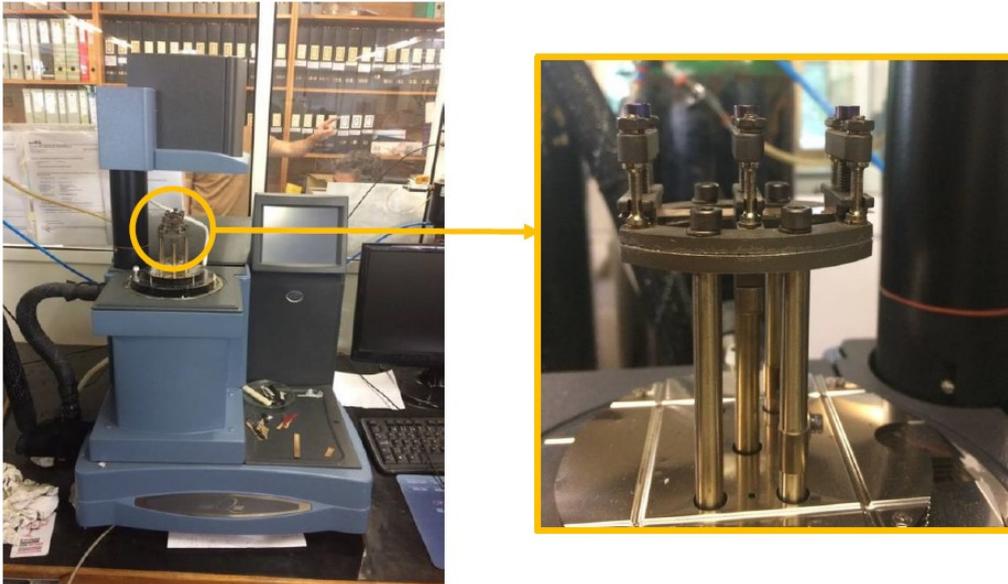


Figura 9: Configuração das análises de *DMA* realizadas às vigas bi-material (adaptado de Magalhães, 2018 [2]).

Quanto às vigas ensaiadas por [2], as mesmas podem ser observadas na figura 10. De notar que os diferentes provetes diferem entre si apenas no que diz respeito à combinação de percentagens de PLA e elastômero.



Figura 10: Fotografia dos quatro provetes de vigas bi-material sujeitos às análises de *DMA* (reproduzido de Magalhães, 2018 [2]).

Uma vez que este tipo de análise é realizada para determinados intervalos de temperatura e frequência, [2] verificou, a título de exemplo, que a maximização da relação amortecimento/rigidez para temperaturas entre 31 e 40°C, a uma frequência correspondente a 1 Hz, ocorre para uma percentagem de enchimento da viga de 29,7%.

Neste seguimento, Carneiro, Ribeiro, Peixinho et al. [3] realizaram também análises de *DMA* de vigas bi-material com configurações muito semelhantes às anteriores. São apresentadas várias respostas das vigas tais como módulo de armazenamento e amortecimento em função da temperatura, módulo de armazenamento e amortecimento em função da frequência a uma determinada temperatura, entre outros. Por exemplo, na figura 11 pode visualizar-se a resposta dos vários provetes em termos de amortecimento em função da frequência, isto para uma temperatura de 30°C.

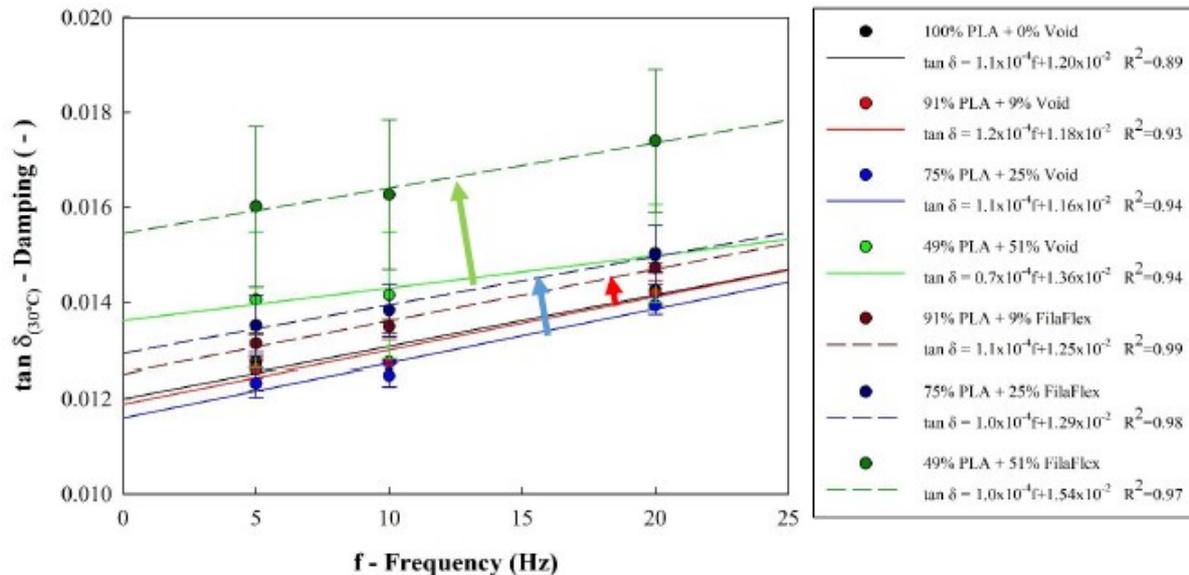


Figura 11: Amortecimento das diferentes vigas bi-material em função da frequência (reproduzido de Carneiro et al., 2019 [3]).

Outro aspeto relevante é a variação do índice de performance (índice obtido através da soma das frações correspondentes à maximização de amortecimento e rigidez) com a fração constituinte de PLA e elastómero da viga.

As principais conclusões deste trabalho no que respeita à constituição das vigas bi-material, ensaiadas à temperatura ambiente, são que o elastómero melhora o módulo de armazenamento e o amortecimento das amostras, enquanto que a sua ausência faz com que o amortecimento apenas aumente para elevados volumes de vazio. Assim, a percentagem ideal para a otimização das propriedades de rigidez e amortecimento das vigas é de 80% de PLA e 20% de elastómero.

### 2.3 Vigas com composição e geometria variáveis

Embora a combinação de PLA e elastómero em vigas seja uma aplicação muito específica, existem já estudos mais generalizados acerca de vigas onde geometria e composição variam. No entanto, este aspeto faz com que a complexidade da análise deste tipo de estruturas aumente consideravelmente,

tornando assim necessário o desenvolvimento de modelos que traduzam satisfatoriamente o seu comportamento em termos de deformação.

Nesse sentido, Bîrsan, Altenbach, Sadowski et al. [4] procederam à averiguação do comportamento de vigas *FGM* (*Functionally Graded Material*), compósitas e/ou não-homogêneas, sendo que de entre as várias formulações apresentadas se destaca a análise de vigas retangulares constituídas por espumas metálicas. No que então diz respeito a este tipo de vigas, [4] obtiveram expressões analíticas em função da distribuição de propriedades do material e do tipo de carregamento considerado. Estas equações assentam no conceito de densidade relativa de sólidos celulares avançado por [1] e em coeficientes de rigidez efetiva deduzidos a partir da teoria das curvas direcionadas. [5]

Para validar as fórmulas analíticas deduzidas, os autores procederam à comparação da previsão teórica destas com a solução numérica obtida por elementos finitos tal como evidenciado na figura 12.

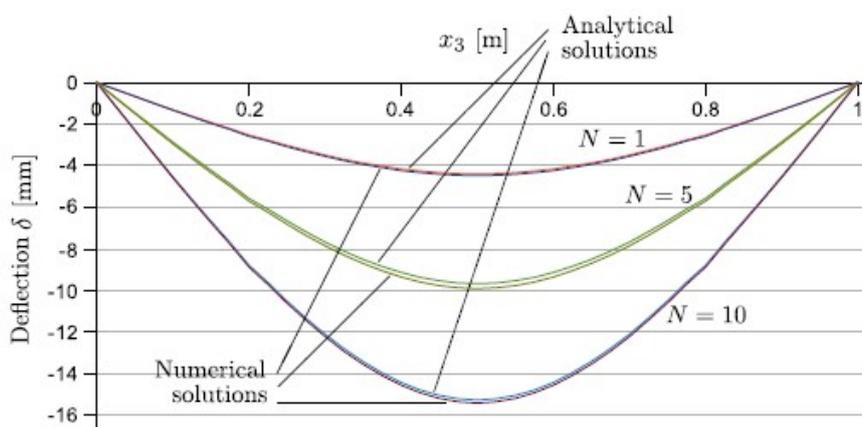


Figura 12: Comparação das soluções analítica e numérica relativas à flexão em três pontos de uma viga *FGM* (reproduzido de Bîrsan et al., 2012 [4]).

Uma vez que [4] comprovaram efetivamente a correspondência entre os dois métodos, a conclusão deste estudo aponta no sentido de que os modelos analíticos são representativos do comportamento deste tipo de vigas.

Um outro estudo de Bîrsan, Sadowski, Marsavina et al. [6] utiliza a mesma abordagem agora com o intuito de averiguar o comportamento mecânico de vigas *sandwich* compósitas. Recorrendo aos mesmos princípios já referidos, os autores formularam uma expressão analítica para aplicação em vigas com secção circular, embora seja possível efetuar uma dedução análoga para uma geometria retangular. Através da comparação com as respostas do modelo numérico e dos ensaios experimentais concluíram assim que a equação obtida é válida para estruturas *sandwich*.

Tendo em conta a constituição das vigas bi-material em estudo na presente dissertação,<sup>3</sup> os resultados obtidos por [6] para uma viga *sandwich* com faces em poliéster e núcleo em poliuretano ganham especial interesse. Na figura 13 apresenta-se a comparação entre soluções analíticas e dados experimentais relativamente à deflexão da viga referida.

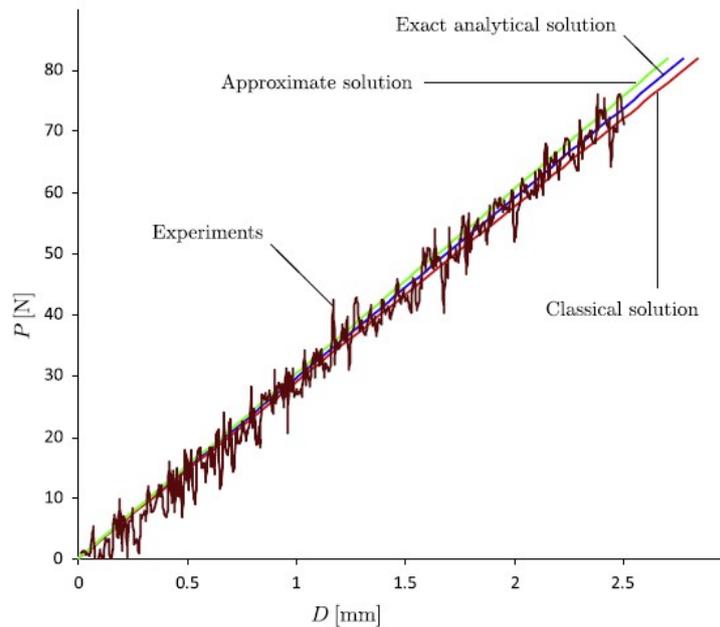


Figura 13: Comparação das soluções analíticas com os dados experimentais relativos à deflexão de uma viga *sandwich* (reproduzido de Birsan et al., 2013 [6]).

No seguimento da investigação de estruturas bi-material, Kao, Zhang, Wang et al. [7] averiguaram o comportamento à flexão de vigas constituídas por gesso e enchimento de elastómero de silicone. A constituição destas vigas é apresentada na figura 14.

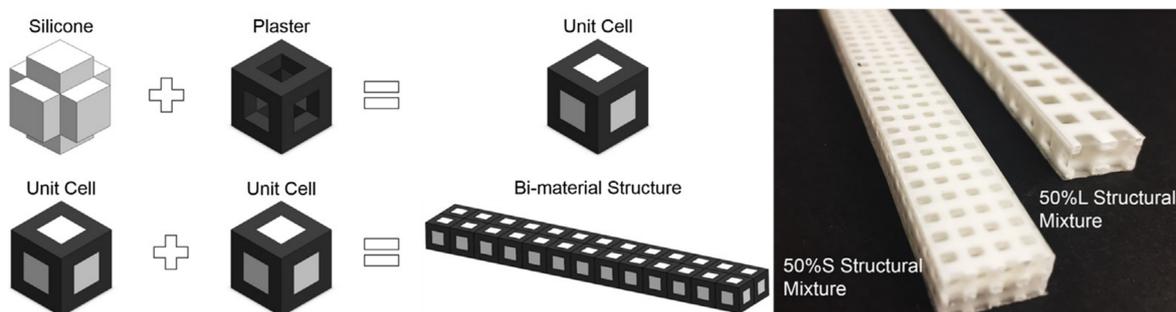


Figura 14: Detalhes da constituição elementar dos dois provetes em estudo (adaptado de Kao et al., 2017 [7]).

Quanto à metodologia levada a cabo neste estudo, os autores procederam à realização de ensaios experimentais de flexão em quatro pontos e à reprodução dos mesmos recorrendo à análise por elementos finitos. Neste segundo método consideraram também fenómenos de propagação de fendas tidos

<sup>3</sup>No capítulo 3 serão apresentadas as geometrias e constituições das vigas em análise.

como relevantes no comportamento destas estruturas face às solicitações impostas. Na figura 15 pode observar-se a configuração do ensaio experimental bem como a resposta de um dos dois tipos de viga em termos de força/deformação.

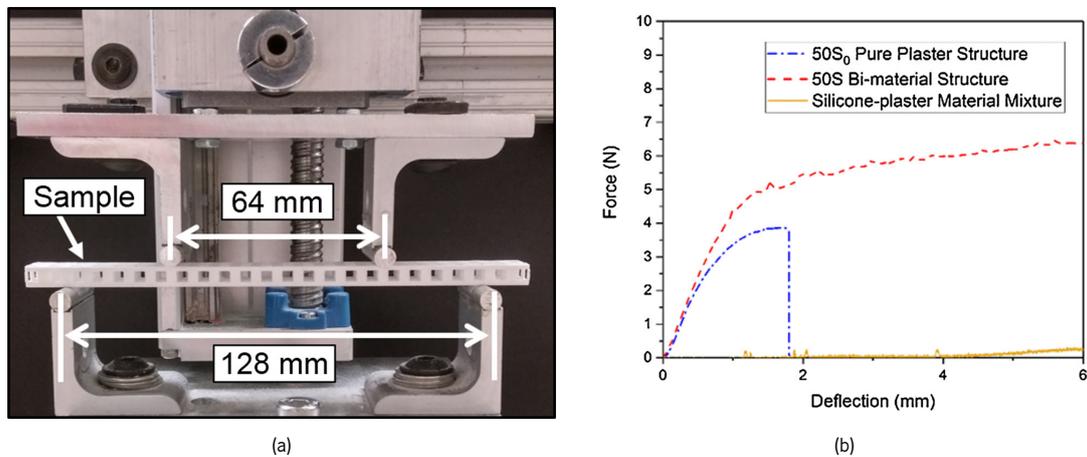


Figura 15: (a) Fotografia ilustrativa do ensaio de flexão em quatro pontos e (b) curva característica força/deformação de um dos dois tipos de geometria de viga (adaptado de Kao et al., 2017 [7]).

As principais conclusões deste trabalho sustentadas tanto pela componente experimental como numérica sugerem que a não ocorrência de rutura instantânea da estrutura se deve à contração do elastómero que por sua vez propicia micro fendas de forma gradual no gesso. Por outras palavras, quando a estrutura é ensaiada à flexão, a sua face superior sofre compressão, o que leva o elastómero a contrair e, de uma forma geral, a evitar a desagregação do gesso. No entanto, esta teoria perde força quando [7] analisam a geometria mais espessa, sendo tido este parâmetro como um dos fatores determinantes no que diz respeito ao comportamento evidenciado por este tipo de estruturas bi-material.

Um outro tipo de abordagem para pesquisa e desenvolvimento de novas composições e geometrias de vigas consiste na técnica de otimização de topologia. Este processo assenta normalmente num algoritmo de procura do design mais eficiente obedecendo a determinados limites preestabelecidos e através da maximização e/ou minimização de certos parâmetros. Dito isto, no que respeita às estruturas celulares híbridas, esta é uma ferramenta que pode melhorar ainda mais a procura por uma redução de peso e aumento de rigidez, a título de exemplo.

Num estudo levado a cabo por Mai, Fleck e Lu [8] averiguou-se qual o design ótimo de vigas *sandwich* com secção quadrada para ensaio à flexão em três pontos. Na figura 16 apresentam-se as seis topologias base.

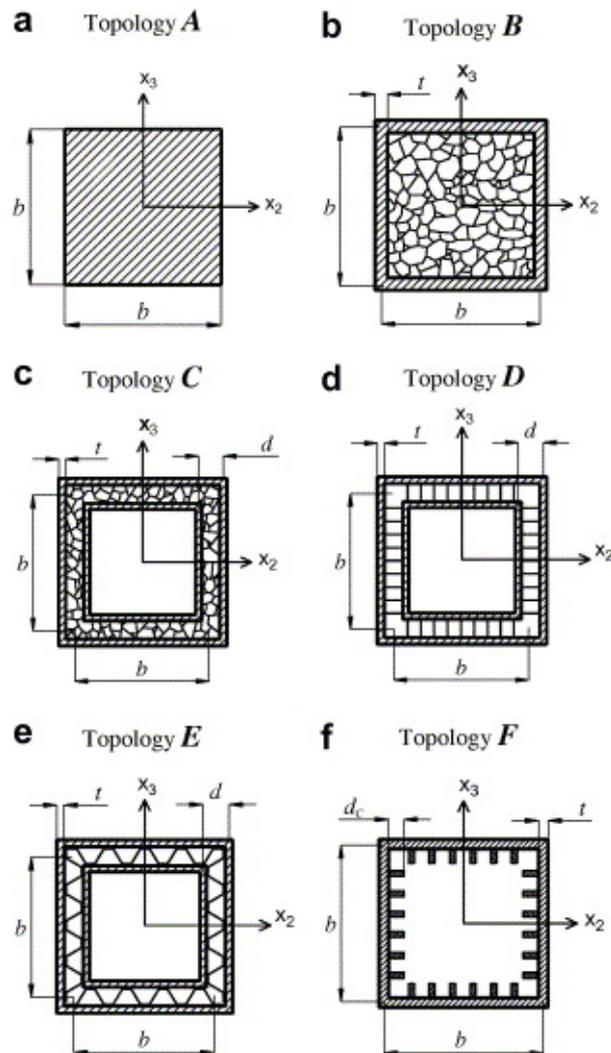


Figura 16: Topologias internas das várias vigas de secção quadrada: (a) secção interna sólida; (b) tubo com enchimento de espuma; (c) tubo oco com paredes *sandwich* com núcleo em espuma; tubo oco com paredes *sandwich* constituídas por (d) uma estrutura favo de mel quadrada ou (e) um núcleo corrugado; e (f) tubo oco com paredes com rigidificadores (adaptado de Mai et al., 2007 [8]).

A tarefa de otimização passou por minimizar a massa assegurando um determinado valor de índice de rigidez (parâmetro adimensional) bem como outros limites dimensionais. Tendo por base a teoria das vigas de *Timoshenko*, entre outras, os autores desenvolveram expressões analíticas representativas da massa adimensional de cada uma das topologias. Desta forma puderam prever a resposta estrutural das mesmas face ao ensaio de flexão e validar essa resposta por métodos numéricos.

Relativamente à topologia ótima, esta irá depender sempre das considerações incluídas na análise. No entanto, uma das conclusões no que concerne à geometria correspondente ao tubo com enchimento de espuma aponta no sentido de que, considerando apenas flexão macroscópica, esta materializa a estrutura mais leve para qualquer valor exigido para índice de rigidez.

## 2.4 Modificação de propriedades pela combinação de diferentes materiais

Para além da combinação de PLA e elastómero em geometrias tal como já apresentado no subcapítulo 2.2, existem também trabalhos onde se incorpora determinado material numa matriz constituída por um outro. Este tipo de material compósito é normalmente produzido recorrendo à extrusão polimérica controlando-se a percentagem dos diferentes componentes na mistura.

Num estudo levado a cabo por Silveira [9] procedeu-se ao aumento da tenacidade do PLA através da introdução de elastómero termoplástico (etileno/éster acrílico/glicidil metacrilato também identificado como EMA-GMA). Para este estudo o autor usa concentrações 90/10, 80/20 e 70/30% dos materiais referidos, respetivamente, tendo obtido os provetes através de moldação por injeção.

Relativamente à avaliação deste material compósito, [9] recorreu a ensaios mecânicos de tração (*ASTM D638*), de flexão (*ASTM D790*), dureza *Shore D* (*ASTM 2240*) e resistência ao impacto Izod com entalhe (*ASTM D256*). Na figura 17 pode verificar-se o comportamento à flexão característico das diferentes composições em estudo. Para além disso, o autor recorreu também a outro tipo de avaliações, sendo de destacar a MEV (microscopia eletrónica de varrimento) para análise da morfologia dos provetes.

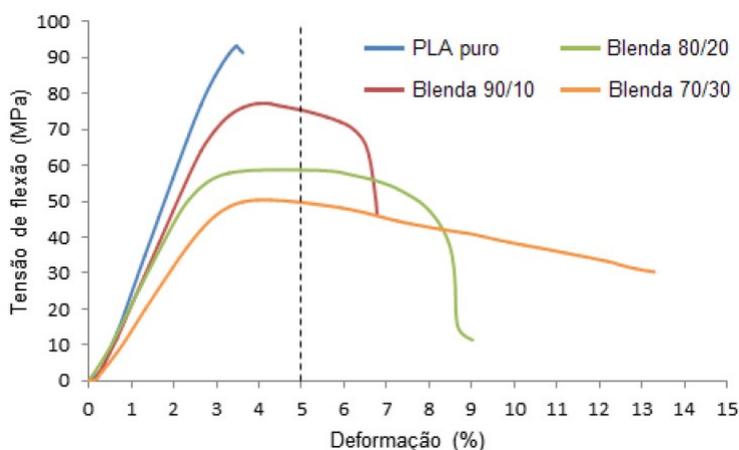


Figura 17: Comparação das curvas características tensão/deformação de provetes com diferentes composições (reproduzido de Silveira, 2015 [9]).

Em termos gerais, as principais conclusões deste estudo apontaram para uma maior tenacidade do PLA para todas as concentrações utilizadas, sendo que [9] verificou uma redução nos módulos de tração e flexão e na resistência à tração no ponto de escoamento à medida que a concentração aumenta. Por outro lado, a resistência ao impacto é melhorada.

Um outro estudo de Meyva e Kaynak [10] consistiu na combinação de PLA com elastómeros termoplásticos (poliuretano e poliéster) tendo em vista os mesmos objetivos de [9]. O fabrico dos provetes foi realizado através de moldação por injeção usando concentrações de termoplástico de 5, 10, 15, e 20 phr

(*parts per hundred rubber*). Quanto aos testes levados a cabo por [10], incluíram-se ensaios de impacto, fratura, tração, flexão e dureza.

Os resultados deste estudo foram portanto vários e diversos. Os autores notaram um aumento da ductilidade dos provetes já que a deformação até à rutura triplicou. Em contrapartida, os módulos de elasticidade à tração e flexão diminuíram ligeiramente, sendo este fenómeno mais evidente para concentrações mais elevadas de elastómero. Por sua vez, os ensaios de impacto e fratura revelaram um aumento da tenacidade dos provetes, pelo que [10] concluíram, de uma forma geral, que a combinação destes tipos de material permite melhorar a natureza quebradiça do PLA.

O recurso a biocompósitos ou a estruturas híbridas biodegradáveis pode materializar uma boa resposta face ao agravamento dos problemas ambientais, isto porque algumas fibras naturais apresentam um comportamento bastante semelhante às sintéticas. Dito isto, Manral, Ahmad e Chaudhary [11] procederam ao fabrico e caracterização mecânica de compósitos híbridos de juta, linho e PLA.

À semelhança do que acontece em [9], os autores fabricaram provetes para ensaio à tração, flexão, impacto e *DMA*, tendo os mesmos recorrido desta vez à moldação. Estes provetes encerram quatro composições distintas: PLA, juta/PLA, linho/PLA e juta/linho/PLA. A fração das fibras naturais corresponde a 30% do peso do provete. Na figura 18 podem observar-se os provetes híbridos fabricados.



Figura 18: Aspeto dos provetes compósitos fabricados (reproduzido de Manral et al., 2019 [11]).

Em termos gerais, o material híbrido juta/linho/PLA revelou aos autores uma melhoria nas propriedades mecânicas atribuída ao fortalecimento da ligação interfacial da matriz compósita. Por outro lado, os resultados de *DMA* revelaram que a combinação linho/PLA apresenta valores de temperatura de transição vítrea, módulo de armazenamento e módulo de perda superiores às restantes combinações. Em contrapartida, [11] verificaram uma redução do fator de amortecimento em todos os compósitos quando comparados com a resposta do provete constituído exclusivamente por PLA.

## 2.5 Efeito dos parâmetros de impressão nas propriedades mecânicas

Um dos principais métodos de fabrico de estruturas celulares é a produção aditiva, nomeadamente através da já popular impressão 3D. Isto acontece principalmente pelo facto de ser um processo simples e económico, de elevada acessibilidade e capaz de materializar protótipos de forma expedita. No entanto, existe toda uma panóplia de fatores aliados a este tipo de manufatura que afetam diretamente os provetes produzidos.

Dito isto, diferentes parâmetros de impressão darão origem a provetes com diferentes propriedades mecânicas, tal como verificado por dos Santos Castro e Barros [12]. Neste trabalho, as autoras estudaram de que forma a resistência do material é afetada pela espessura de camada e orientação de preenchimento da impressão.

Fabricaram então provetes para ensaio à tração seguindo a norma *ISO 527-2:2012* tendo mantido constantes em todos eles o diâmetro da cabeça extrusora e as velocidades de deposição do filamento. Produziram lotes combinando as quatro espessuras de camada escolhidas com as duas orientações de preenchimento da impressão.

De uma forma sucinta, [12] verificaram que a tensão máxima é obtida para uma espessura de camada de 0,10 mm e orientação de preenchimento oblíqua, enquanto a tensão de cedência e módulo de *Young* são maximizados com uma espessura de 0,15 mm e uma orientação longitudinal. Por último, a melhor resposta da extensão de fratura é alcançada quando a camada de espessura é de 0,15 mm e a orientação de preenchimento é oblíqua.

Um estudo semelhante foi levado a cabo por Letcher e Waytashek [13] tendo estes avaliado a resistência mecânica de provetes constituídos por PLA nas direções de enchimento paralela, perpendicular e oblíqua. Desta vez, [13] realizaram não só ensaios à tração como também ensaios de flexão em três pontos e ensaios de fadiga. Para além disso, procederam ao ensaio à tração do filamento de PLA usado na impressão dos provetes.

Os autores concluíram então que diferentes direções de deposição do filamento garantem melhor desempenho dos provetes em determinado tipo de teste. Em termos concretos, verificaram uma maior resistência mecânica nos ensaios à tração e de fadiga nos provetes impressos a 45°, ressaltando a necessidade de efetuar mais ensaios de fadiga para uma maior consistência de resultados. Relativamente aos ensaios de flexão, os provetes com filamentos orientados a 0° evidenciaram o maior valor de tensão de rutura à flexão. Por último, o ensaio de tração ao filamento de PLA revelou propriedades mecânicas semelhantes às verificadas nos provetes impressos.

Por outro lado, torna-se também importante estabelecer um paralelismo entre as propriedades mecânicas evidenciadas por provetes moldados por injeção e fabricados por impressão 3D. A esse respeito, Song, Li, Song et al. [14] realizaram ensaios de tração, compressão e fratura segundo diferentes direções, chegando à conclusão de que se verifica um aumento da rigidez dos provetes fabricados por impressão 3D comparativamente aos moldados por injeção. Para além desta conclusão, os autores confirmam também este material como ortotrópico, uma vez que se verifica uma grande assimetria do seu comportamento quando ensaiado à tração ou à compressão.

## 2.6 Modelos matemáticos constitutivos

Os materiais que constituem as vigas em análise, PLA e elastómero, são considerados polímeros termoplásticos, mais concretamente poliéster termoplástico [15] e poliuretano termoplástico [16], respetivamente. Por serem materiais que apresentam um comportamento não-linear e uma vez que se encontram combinados nas vigas em estudo, torna-se imperativo criar um modelo constitutivo que matematicamente reproduza o melhor possível a resposta deste tipo de estruturas. Uma das principais utilidades dos modelos constitutivos é a sua implementação na área da simulação numérica, podendo assim averiguar-se a resposta de estruturas com certo grau de complexidade constituídas por polímeros e/ou compósitos.

Tendo uma vez mais em conta os materiais utilizados, estes poderão ser descritos por modelos hiperelásticos ou viscoelásticos segundo o tipo de análise a realizar. O recurso aos primeiros modelos pressupõe grandes deformações [17], o que será expectável verificar ao ensaiar as vigas bi-material. Relativamente aos modelos viscoelásticos, a sua aplicação visa incluir o comportamento do material como dependente do tempo [18], podendo estes ser representativos das respostas obtidas através dos ensaios dinâmicos.

Acerca desta matéria, Şerban, Maravina e Silberschmidt [19] procederam a ensaios experimentais cujos dados foram posteriormente utilizados para conceber modelos constitutivos de materiais hiperelásticos através de funções de densidade de deformação/energia. Esses ensaios experimentais incluíram ensaios de tração, ensaios de flexão em três pontos e ensaios de tração com carregamentos cíclicos. Na figura 19 pode então observar-se a comparação entre a curva característica experimental e os vários modelos matemáticos que tentam reproduzir esses dados.

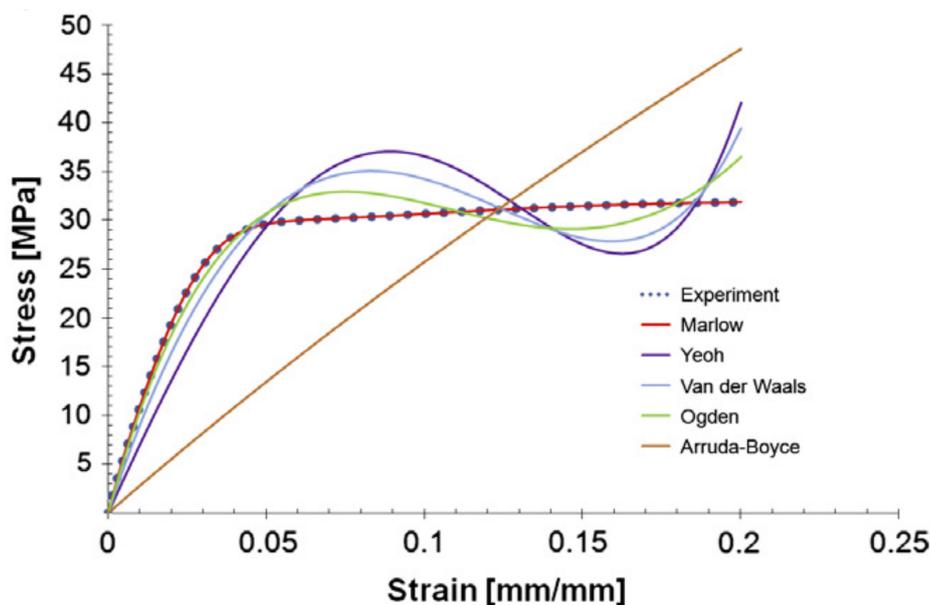


Figura 19: Comparação das curvas características tensão/deformação experimental e definidas por modelos matemáticos (adaptado de Şerban, 2012 [19]).

Uma das principais conclusões alcançadas neste trabalho foi a constatação da dificuldade inerente à modelação matemática deste tipo de materiais, nomeadamente no que diz respeito ao domínio plástico. Entre os vários modelos estudados, aquele que apresentou uma maior concordância com os dados experimentais foi o modelo *Marlow*, tendo sido no entanto consideravelmente menos preciso nos ensaios de tração com carregamentos cíclicos. Apesar de tudo, os autores consideram este estudo um bom ponto de partida para obter uma melhor relação entre tensão de cedência e deformação plástica através de iterações do tipo tentativa/erro.

Num outro estudo de Tobajas, Elduque, Javierre et al. [20] utilizaram-se diferentes modelos constitutivos hiperelásticos com o intuito de descrever o comportamento de um elastómero termoplástico denominado Santoprene™ 101-73. Posteriormente procederam também à análise de um componente automóvel constituído por este material.

Desta vez, os autores verificaram que qualquer um dos modelos utilizados pôde ser ajustado de forma a representar com rigor aceitável as características do elastómero. No entanto, tal como verificado por [19], o modelo *Marlow* foi considerado o mais realista entre os restantes.

No que diz respeito às conclusões deste estudo, o destaque vai para o facto de que embora os modelos constitutivos possam representar cabalmente o comportamento de materiais em ensaios normalizados, a sua aplicação em problemas concretos, nomeadamente a simulação do comportamento de componentes reais, revela um maior distanciamento desses resultados face ao que efetivamente se observa na realidade.

No caso concreto do PLA, Pastor-Artigues, Roure-Fernández, Ayneto-Gubert et al. [21] realizaram ensaios de tração, compressão e flexão a provetes com geometrias segundo as normas de cada um dos ensaios. O seu objetivo passou por caracterizar este material de forma a poder ser implementado em simulação de componentes estruturais.

A partir da análise dos resultados experimentais, os autores verificaram disparidades entre as propriedades mecânicas de tração, compressão e flexão dos provetes. No caso das duas primeiras, o seu comportamento revelou-se duplamente assimétrico, o que pressupôs o recurso a um modelo elástico bimodular.

As conclusões deste estudo levaram [21] a reafirmar a necessidade de conceber normas direcionadas para o ensaio de provetes fabricados por *FDM (Fused Deposition Modeling)*, visto que o recurso à impressão 3D não permite obter um material tido como “bulk” mas sim uma estrutura (a sua natureza implica porosidade decorrente da deposição de filamentos, mas também propriedades diferentes em função da direção na qual esta se processa). Através da simulação dos ensaios de compressão, os autores perceberam que, mesmo considerando não linearidades geométricas, o comportamento do material não é reproduzido de forma consistente.

### 3 METODOLOGIA

Ao longo deste capítulo descreve-se essencialmente a forma como o estudo foi preparado. Para isso apresentam-se os provetes idealizados, os procedimentos relativos à sua fabricação e a configuração dos vários ensaios realizados.

#### 3.1 Geometria dos provetes em análise

Uma vez que se pretende validar resultados experimentais, os provetes escolhidos vão buscar inspiração a estruturas já previamente estudadas.<sup>4</sup> Os provetes consistem assim em vigas retangulares em PLA ou na combinação deste material com elastómero, tendo sido todos eles modelados recorrendo ao *software* de *CAD Autodesk Inventor Professional 2021*.

##### 3.1.1 Provetes para ensaios à flexão e dinâmicos

Estes provetes são aqueles que visam obter a resposta da estrutura em termos de rigidez e amortecimento, pelo que se fabricaram três configurações distintas: uma viga maciça em PLA, uma viga constituída por 80% de PLA e 20% de vazio e outra onde o vazio dá lugar a elastómero. De notar que a segunda configuração consiste numa viga em caixão onde o volume correspondente a vazio assume também uma geometria retangular. Esta geometria mantém-se no provete designado por bi-material tal como evidenciado na figura 20.

Na tabela 1 encontram-se sistematizados diferentes parâmetros que dizem respeito aos três provetes. As dimensões em causa são  $c_{ext}$ . (medida do lado externo das vigas),  $C$  (comprimento das vigas) e  $c_{int}$ . (medida do lado interno das vigas oca e bi-material), todas elas em mm.

Tabela 1: Dimensões e composição dos provetes para ensaios à flexão e dinâmicos.

Provete	$c_{ext}$ . (mm)	$C$ (mm)	Enchimento	$c_{int}$ . (mm)	Constituição
Maciço					100% PLA
Oco	10	160	Não	-	80% PLA + 20% vazio
Bi-material			Sim	4,5	80% PLA + 20% elastómero

As dimensões apresentadas na tabela 1 encontram-se devidamente identificadas na figura 20. Adicionalmente, os desenhos técnicos de todos os provetes idealizados podem ser consultados no Anexo A.

<sup>4</sup>Em 2.2 são apresentados os trabalhos anteriormente desenvolvidos.

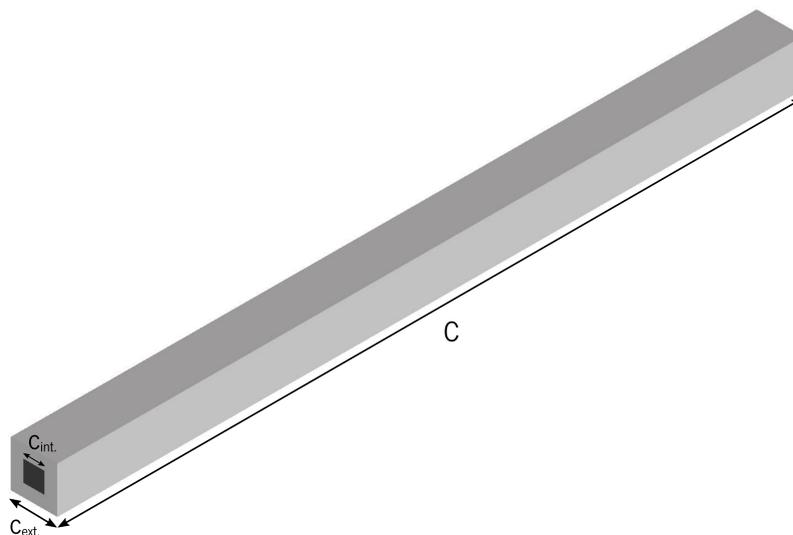


Figura 20: Identificação das dimensões dos provetes para ensaios à flexão e dinâmicos.

Torna-se importante ressaltar que, embora o comprimento dos provetes seja de 160 mm, a secção útil para ensaio apenas corresponde a 140 mm. Assim, numa das extremidades dos vários provetes para ensaio à flexão encontra-se uma secção de 20 mm maciça e em PLA. Na figura 21 pode observar-se a estrutura interna destes provetes através de uma vista em corte.

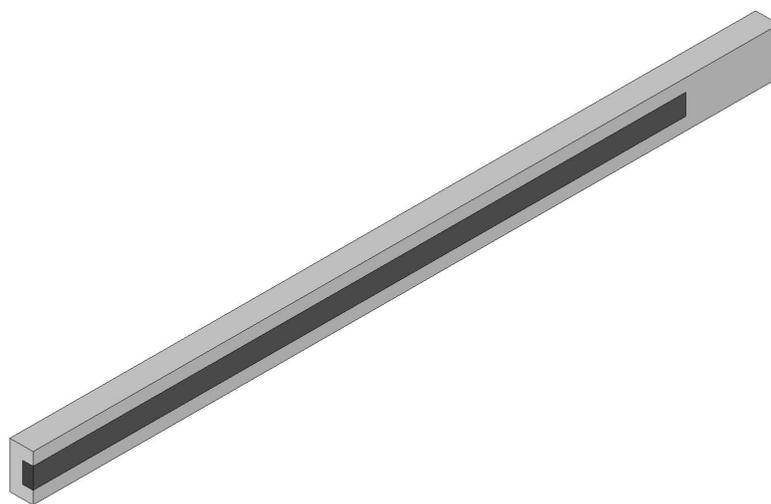


Figura 21: Corte transversal ilustrativo da geometria interna dos provetes bi-material.

### 3.1.2 Provede para ensaio à tração

As propriedades dos materiais são características que variam em função de vários fatores. Na área da impressão 3D e mais concretamente no caso do PLA, tal não é exceção. Assim, de forma a obter

as propriedades do PLA incorporado nos provetes para ensaio à flexão, concebeu-se um provete para ensaio à tração. Este consiste numa viga com geometria análoga à utilizada nos ensaios à flexão mas exclusivamente constituída por PLA. As suas dimensões encontram-se explicitadas, em mm, na figura 22.

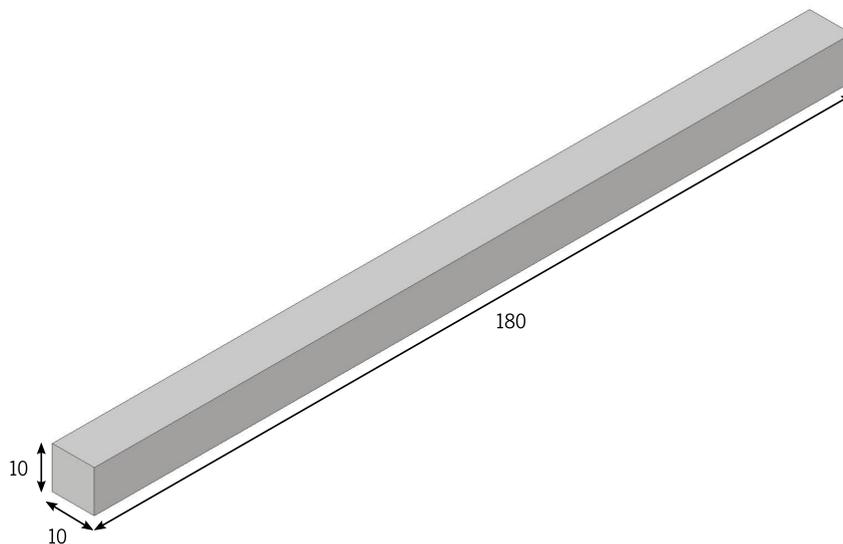


Figura 22: Identificação das dimensões do provete para ensaio à tração.

Uma vez mais, a secção útil para ensaio é de apenas 140 mm. Consideram-se em ambas as extremidades 20 mm que permitem a fixação para assim se poder proceder ao ensaio.

Sabendo que estes provetes são fabricados por impressão 3D, nos ensaios levados a cabo por [2] recorrendo à geometria de um provete normalizado para ensaio à tração, os resultados foram considerados inconclusivos. O mesmo refere depois a possibilidade de uma “melhor caracterização das propriedades” ao evitar que o filamento descreva trajetórias curvas, pelo que se opta por essa sugestão nos provetes para ensaio à tração aqui desenvolvidos.

### 3.2 Fabrico dos provetes por manufatura aditiva

Tal como já referido anteriormente, os provetes em análise foram obtidos recorrendo à impressão 3D. Embora os provetes constituídos apenas por PLA sejam relativamente simples de fabricar, o caso da geometria bi-material exigiu o recurso a uma impressora de dupla extrusora. Dito isto, a ideia inicial consistia em fabricar os provetes recorrendo a uma impressora deste tipo existente no laboratório de ensaio de materiais do departamento de engenharia mecânica. No entanto, a sua indisponibilidade levou à necessidade em recorrer a uma empresa externa, pelo que a realização do fabrico dos provetes ficou a cargo da empresa *3D MAKER*.

Existem diversos parâmetros que podem ser manipulados neste tipo de fabrico, parâmetros esses que têm uma influência direta na qualidade e/ou propriedades dos provetes obtidos. Uma vez que alguns parâmetros foram modificados para cada um destes três provetes, os mesmos encontram-se sintetizados em tabelas. Primeiramente, na tabela 2 apresentam-se os parâmetros mantidos constantes nas várias impressões.

Tabela 2: Parâmetros de impressão comuns aos três provetes.

<b>Qualidade</b>	<b>Invólucro</b>
Espessura das camadas = 0,2 mm	Espessura das paredes = 1,2 mm
Diâmetro da linha = 0,4 mm	Padrão superior/inferior: linhas

Importa também referir que todas as impressões foram realizadas com os provetes posicionados horizontalmente tal como apresentado na figura 23.

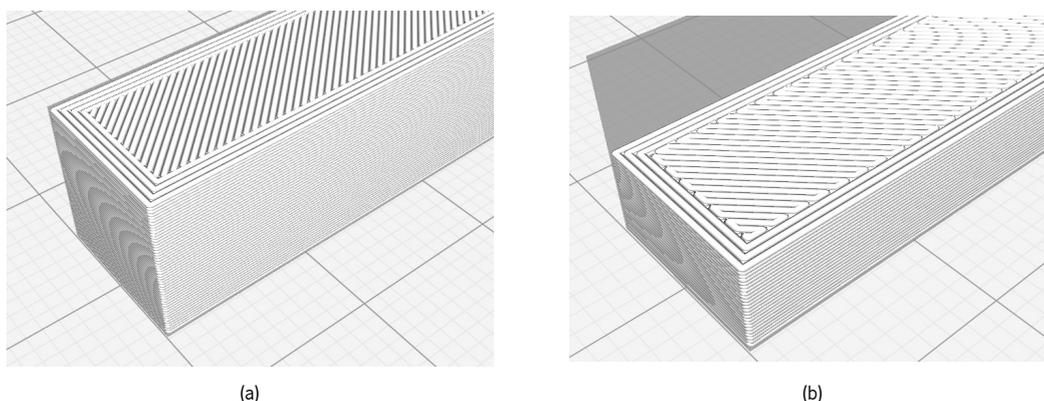


Figura 23: (a) Orientação dos vários provetes na base da impressora 3D e (b) vista em corte do provete para ensaio à tração.

O diâmetro do filamento extrudido também se manteve constante em ambos os tipos de material impresso, sendo equivalente a 1,75 mm.

Em seguida, na tabela 3 podem observar-se parâmetros aos quais foram atribuídos diferentes valores em função dos diferentes provetes impressos.

Tabela 3: Diferentes valores de alguns parâmetros de impressão nos três provetes.

<b>Proвете</b>	<b>Enchimento</b>		<b>Temperatura de impressão (°C)</b>
	<b>Densidade (%)</b>	<b>Padrão</b>	
Maciço	100	linhas	200
Oco	20	grelha	
Bi-material	80	linhas	220

No que diz respeito ao provete maciço para ensaio à tração, os parâmetros utilizados para a sua impressão coincidem com os estabelecidos para o fabrico do mesmo provete para ensaio à flexão. Relativamente aos provetes oco e bi-material, na tabela 4 são apresentados mais alguns detalhes relativos à sua impressão.

Tabela 4: Parâmetros de impressão adicionais dos provetes oco e bi-material.

Provete	Velocidade de impressão (mm/s)		Arrefecimento	Aderência à base
	Enchimento	Paredes		
Oco	60	30	Sim	Modo “contorno”
Bi-material	40	20		

Para além dos vários parâmetros já apresentados houve também outros aspetos merecedores de destaque no que concerne ao fabrico do provete oco. Visto que este provete apresenta uma secção oca no seu interior, utilizaram-se suportes na sua impressão. Na tabela 5 podem ser consultados alguns dos parâmetros definidos para a construção desses suportes.

Tabela 5: Alguns dos parâmetros de impressão utilizados para fabrico dos suportes.

Colocação	Ângulo de saliência (°)	Padrão	Densidade (%)
Em todo o lado	75	Ziguezague	5

De forma a melhor evidenciar como se recorreu a estes suportes no fabrico do provete oco, na figura 24 é apresentado, em corte, este tipo de vigas.

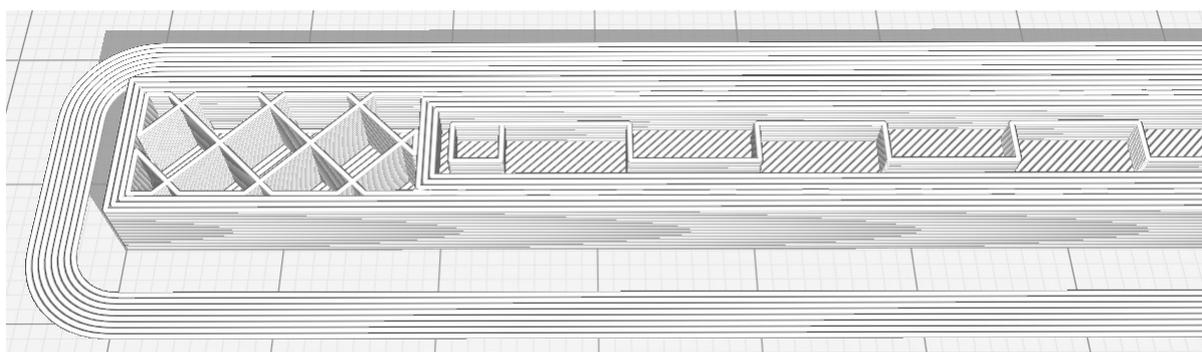


Figura 24: Geometria interna das vigas ocas. Os suportes podem ser vistos na zona oca à direita, enquanto na secção da esquerda é evidenciado o enchimento em grelha. O contorno referente à aderência do provete à base também é visível nas imediações do mesmo.

De igual forma, no que diz respeito ao provete bi-material, a sua geometria interna também pode ser analisada na figura 25.

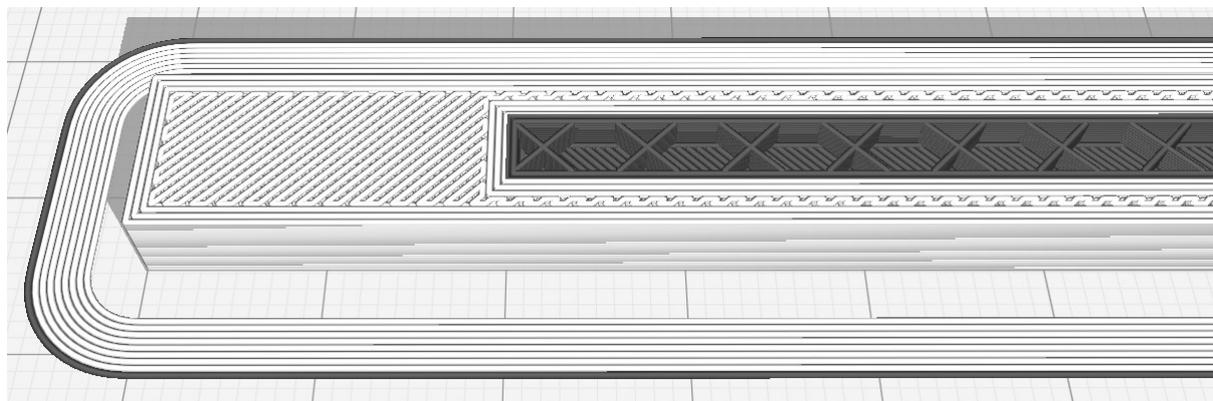


Figura 25: Geometria interna das vigas bi-material.

### 3.3 Ensaios experimentais realizados

A componente experimental desta dissertação passou pela realização de ensaios estáticos de tração e flexão e dinâmicos a vigas constituídas por PLA e/ou elastómero.<sup>5</sup> Embora até à data ainda não haja normas especificamente direcionadas para a determinação de propriedades de materiais obtidos por manufatura aditiva, os ensaios foram levados a cabo recorrendo a orientações de outras normas entendidas como relevantes.

Nos subcapítulos seguintes apresenta-se então a forma como esses ensaios foram realizados, nomeadamente a configuração escolhida e o equipamento utilizado. Quanto aos dados experimentais provenientes dos ensaios, estes foram devidamente registados em *software* próprio para esse efeito.

#### 3.3.1 Descrição dos ensaios de tração

O ensaio de tração é um ferramenta essencial para a obtenção de propriedades mecânicas características do material em estudo. Este tipo de ensaio é amplamente utilizado na área de ciência dos materiais, área essa à qual a engenharia mecânica se encontra por sua vez ligada.

No âmbito desta dissertação procedeu-se apenas ao ensaio à tração do provete maciço tal como referido em 3.1.2. Para o efeito utilizou-se uma máquina servo-hidráulica *Instron* com capacidade de carga até 25 kN presente no laboratório de ensaio de materiais do departamento de engenharia mecânica. Na figura 26 apresenta-se a configuração usada para realizar o ensaio.

<sup>5</sup>As várias geometrias em estudo encontram-se apresentadas em 3.1.

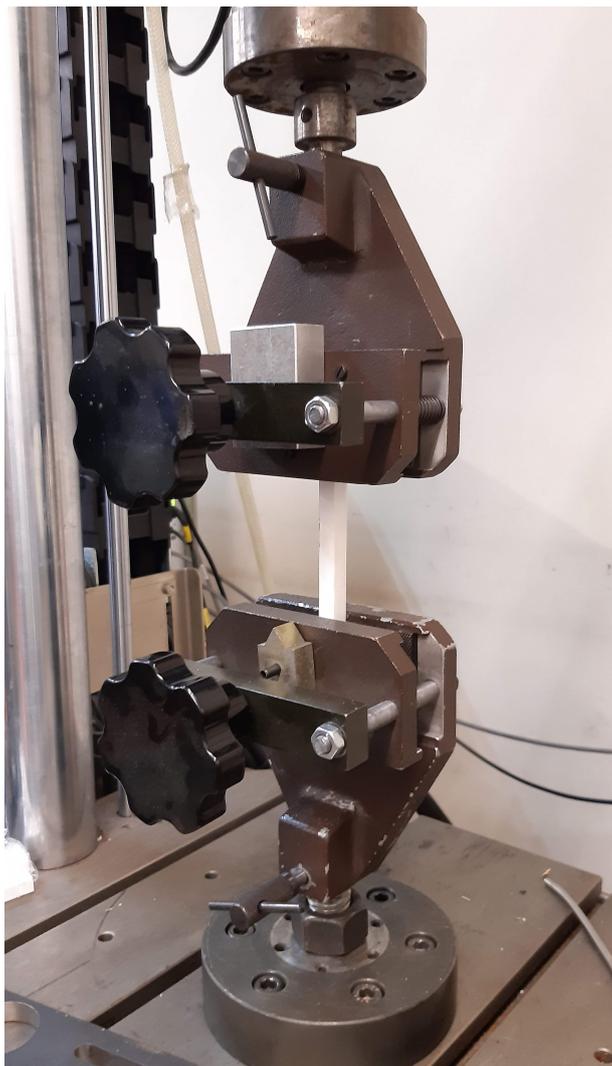


Figura 26: Montagem do provete para realização do ensaio de tração.

O provete em questão foi imobilizado em ambas as extremidades através do recurso a amarras. Enquanto a amarra inferior se encontra fixa, a amarra superior desloca-se na vertical em função da célula de carga. De notar que a distância inicial entre as amarras corresponde a 112 mm. Quanto à velocidade do ensaio, esta foi de 6 mm/min.

### 3.3.2 Descrição dos ensaios de flexão

No que diz respeito a este tipo de ensaios, optou-se por avaliar a flexão das diferentes vigas procedendo à aplicação da carga numa extremidade e ao seu encastramento na outra, ou seja, recorreu-se a uma configuração de viga em consola. Na figura 27 explicita-se a forma como os ensaios de flexão foram levados a cabo.

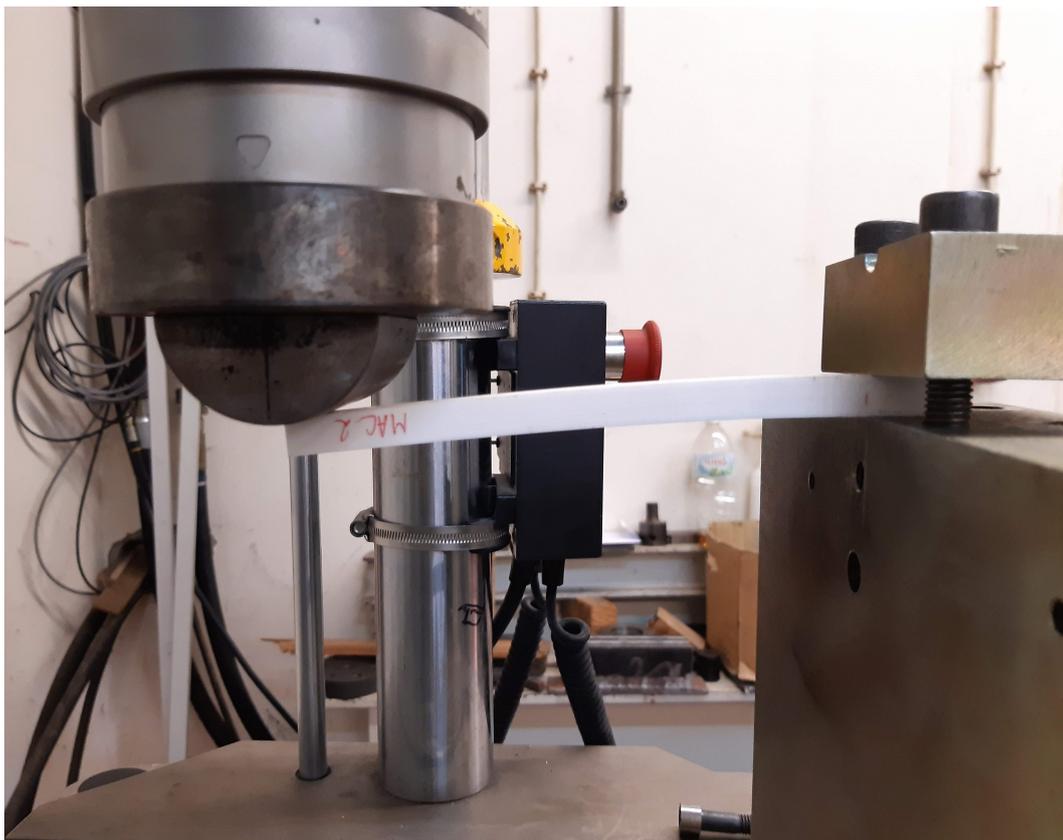


Figura 27: Montagem das vigas para realização do ensaio de flexão.

O encastramento ocorre num comprimento de 20 mm enquanto a carga pontual é aplicada a sensivelmente 1 mm da extremidade oposta. A velocidade do ensaio manteve-se constante face ao ensaio à tração, ou seja, corresponde a 6 mm/min. Na figura 28 apresenta-se uma representação esquemática do ensaio descrito.

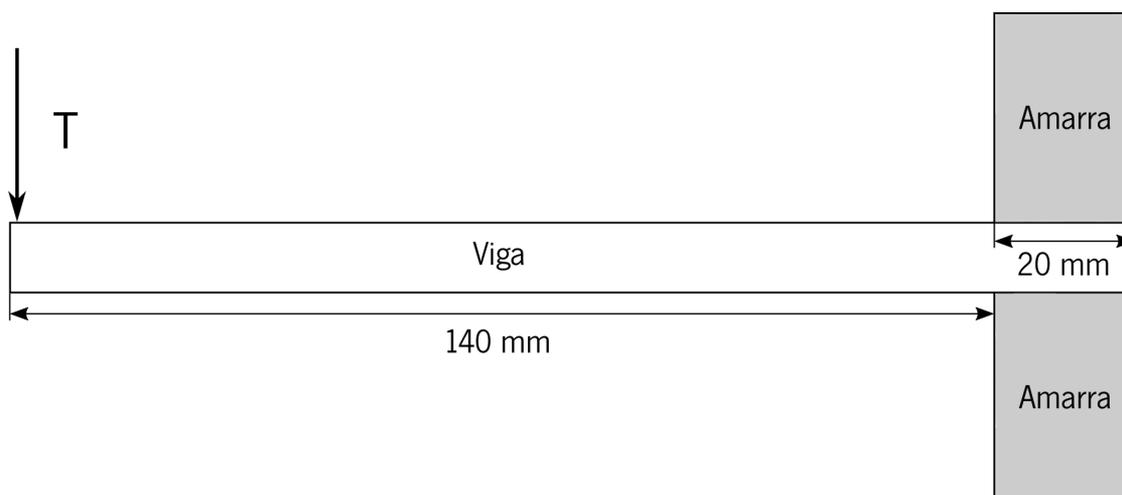


Figura 28: Esboço com as principais dimensões e forma de aplicação de carga no ensaio de flexão.

### 3.3.3 Descrição dos ensaios dinâmicos

A configuração utilizada para a realização dos ensaios dinâmicos foi bastante semelhante à usada nos ensaios de flexão.<sup>6</sup> Consistiu portanto no encastramento de uma das extremidades recorrendo a um torno, sendo que desta vez na extremidade livre do provete foi colocado um acelerómetro *PCB Piezotronics 356A14*. Para a excitação dos diferentes provetes em estudo recorreu-se a um martelo de impacto *PCB 086*. Este instrumento foi montado numa plataforma composta por uma estrutura rígida que permite a rotação, enquanto uma fita pré-tensionada garantiu um impacto de  $8,5 \pm 0,15$  N. A solicitação descrita foi então aplicada nas faces laterais dos provetes por forma a registar a resposta dos mesmos tanto na direção paralela como perpendicular à direção de deposição dos filamentos. Por último, um analisador espectral *LMS Scadas Mobile* foi usado para correlacionar os dados de excitação de entrada assegurada pelo martelo de impacto com a aceleração registada pelo acelerómetro. Na figura 29 pode observar-se a configuração do ensaio dinâmico descrito bem como a identificação dos vários equipamentos referidos.

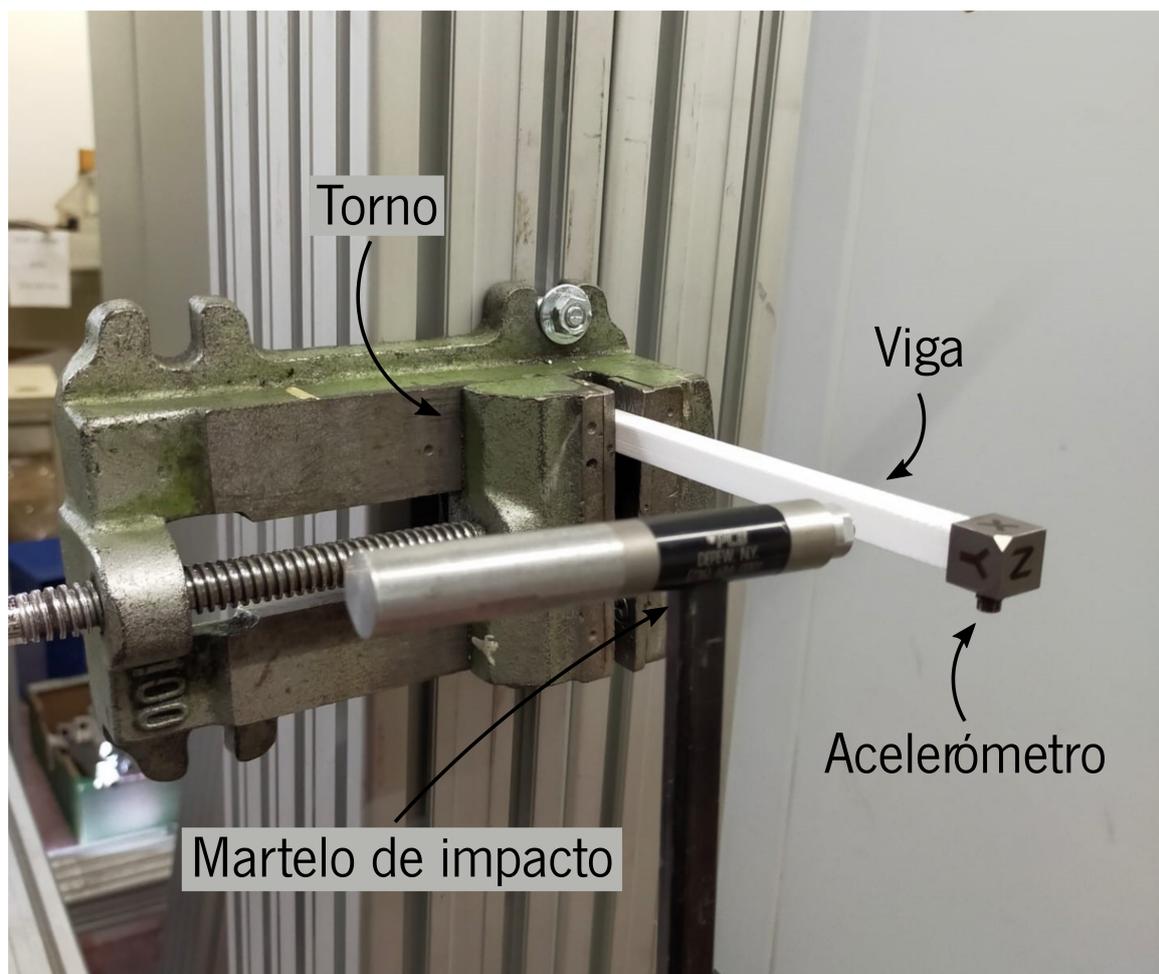


Figura 29: Representação do ensaio dinâmico incluindo os equipamentos utilizados na sua realização.

<sup>6</sup>A configuração dos ensaios de flexão pode ser consultada em 3.3.2.

## 4 ANÁLISE DE RESULTADOS

Após a realização dos ensaios experimentais existiu todo um processo de tratamento dos dados obtidos. A partir destes foi possível avaliar o desempenho das diferentes estruturas em estudo. Em paralelo procedeu-se também à aplicação dos métodos analítico e numérico por forma a estabelecer uma base comparativa de resultados.

A apresentação dos resultados ao longo deste capítulo encontra-se portanto agrupada por tipo de ensaio e respetivos métodos utilizados.

Uma vez que foram ensaiados três exemplares de cada um dos três provetes para flexão e dinâmica e tração, na tabela 6 apresenta-se a sua numeração alfanumérica por forma a facilitar a sua referênciação.

Tabela 6: Numeração dos provetes ensaiados em função da geometria e tipo de ensaio.

Provete	Exemplar			Ensaio
	1	2	3	
Maciço	A1	A2	A3	Flexão e dinâmico
Oco	B1	B2	B3	
Bi-material	C1	C2	C3	
Maciço	D1	D2	D3	Tração

### 4.1 Estudos decorrentes dos ensaios de tração

O principal objetivo da realização de ensaios de tração a vigas maciças consistiu na validação das propriedades do material utilizado, ou seja, do PLA. Para o efeito foi necessário traçar curvas tensão/deformação para proceder à determinação do módulo de elasticidade do material. Este valor foi posteriormente comparado com outros valores obtidos por diferentes métodos tal como será apresentado mais adiante.

#### 4.1.1 Determinação das curvas tensão/deformação

Embora seja possível obter vários dados a partir deste tipo de ensaio, interessou extrair os valores relativos a carga aplicada no provete e respetivo deslocamento sofrido. Os valores das grandezas  $\sigma_a$  (tensão axial) em MPa e  $\varepsilon$  (deformação) em % foram obtidos através da aplicação das equações 1 e 2, respetivamente. [22]

$$\sigma_a = \frac{P}{A} \quad (1)$$

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L_0} \times 100 \quad (2)$$

Na equação 1, P corresponde à carga axial em N e A à área da secção transversal da viga em mm<sup>2</sup>. De notar que o valor de área utilizado nos cálculos corresponde à área efetiva inicial do provete. Já na equação 2,  $\delta$  corresponde à extensão do provete e  $L_0$  à distância inicial entre amarras, ambas em mm.

Terminados os cálculos descritos, podem traçar-se as curvas tensão/deformação características do material pelo qual os provetes são constituídos. Na figura 30 apresentam-se essas mesmas curvas.

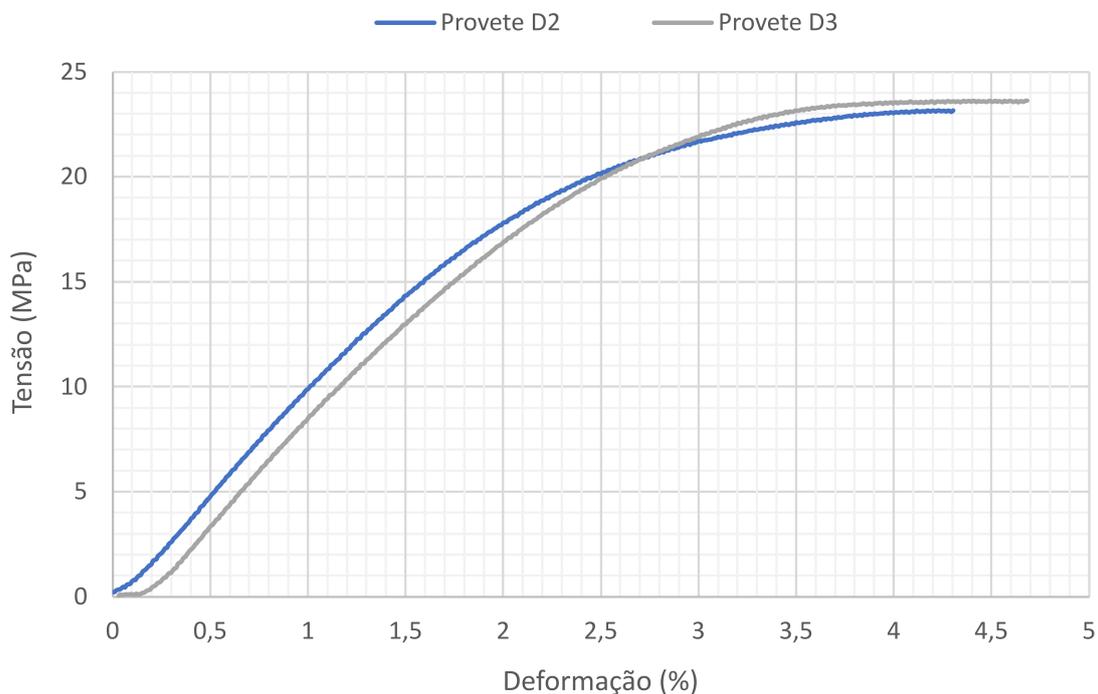


Figura 30: Curvas tensão/deformação dos provetes D2 e D3.

De notar que a curva relativa ao provete D1 não foi incluída na figura 30 uma vez que este ensaio não pôde ser considerado como válido. A sua morfologia indicia possível escorregamento nas amarras tal como se pode verificar na figura 54 presente no Anexo B. Relativamente aos provetes D2 e D3, estes apresentam curvas semelhantes e melhor representativas do comportamento expectável do PLA.<sup>7</sup>

#### 4.1.2 Cálculo do módulo de elasticidade do PLA

Embora a geometria usada no ensaio de tração não seja normalizada, procedeu-se à determinação de  $E$  (módulo de elasticidade) recorrendo à norma *ISO 527-1:2012*. Esta aponta como métodos para o cálculo de  $E$  o declive da secante e o declive de regressão no intervalo de deformação compreendido entre 0,05% e 0,25%. Tratando-se de dados experimentais, optou-se pelo segundo método. Na figura 31 pode observar-se a reta de regressão linear dos dados da curva tensão/deformação no intervalo referido.

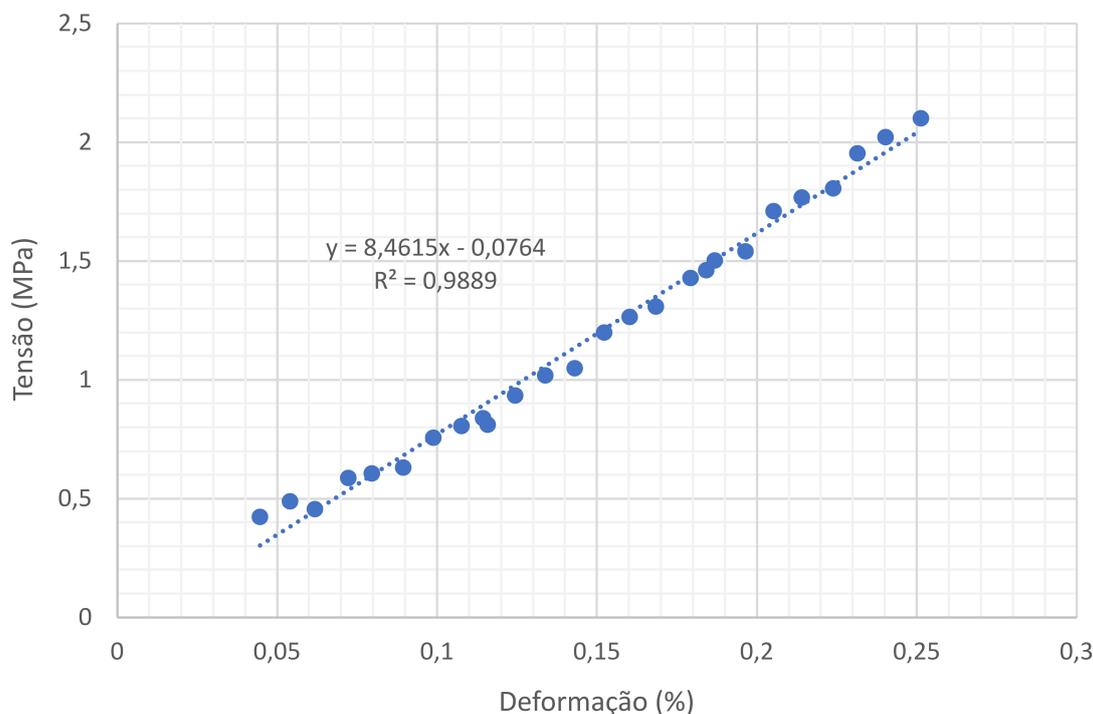


Figura 31: Reta de regressão linear do provete D2 segundo a norma *ISO 527-1:2012*.

O valor de  $E$  corresponde então ao declive da reta multiplicado por 100 em virtude da deformação estar quantificada em percentagem.

<sup>7</sup>As curvas relativas a cada um dos três provetes encontram-se representadas com maior detalhe no Anexo B.

Dado o valor de  $E$  ser inferior ao expectável e uma vez que existem intervalos nos quais se verifica maior linearidade entre dados, replicou-se o método anterior desta vez no intervalo de deformação compreendido entre 0,24% e 0,76%. Na figura 32 apresenta-se assim a nova reta de regressão linear referida.

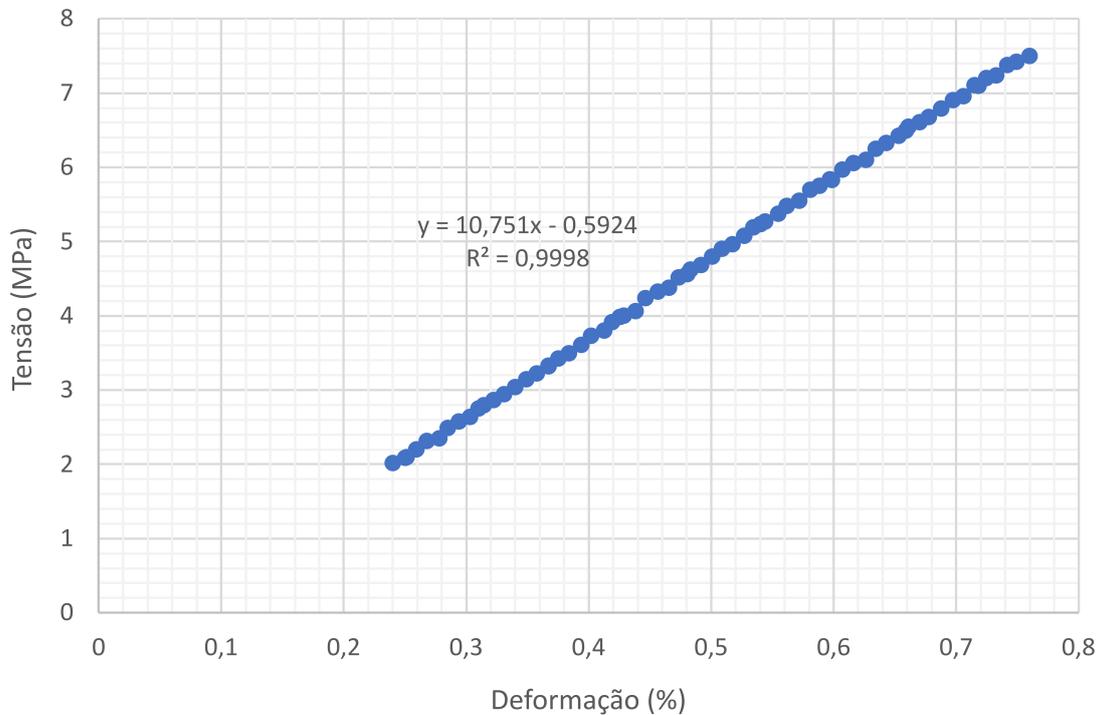


Figura 32: Reta de regressão linear do provete D2 no intervalo de deformação compreendido entre 0,24% e 0,76%.

Desta vez verifica-se que o  $E$  corresponde a aproximadamente 1075 MPa enquanto o coeficiente de correlação passou de 0,9889 a 0,9998.

A mesma metodologia foi também aplicada ao provete D3<sup>8</sup> apresentando-se portanto na tabela 7 os resultados dos ensaios aos três provetes bem como o valor médio de  $E$  proveniente dos ensaios válidos e o desvio padrão verificado.

Tabela 7: Módulo de elasticidade do PLA obtido experimentalmente a partir das curvas de engenharia.

<b>Módulo de elasticidade do PLA (MPa)</b>				
<b>Provete</b>			<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>
<b>D1</b>	<b>D2</b>	<b>D3</b>		
-	1075	1063	1069	8,485

<sup>8</sup>O cálculo do  $E$  do PLA que diz respeito ao provete D3 pode ser consultado no Anexo C.

Uma vez que o valor médio de  $E$  obtido experimentalmente é inferior àquele calculado analiticamente em 4.1.3, procedeu-se também à determinação das curvas tensão/deformação verdadeiras. O comportamento do material é assim representado de forma mais realista já que é tido em conta a alteração da área da secção transversal do provete durante o ensaio. No entanto, é importante relembrar que estas equações se destinam a materiais homogéneos e isotrópicos, pelo que os resultados aqui obtidos devem ser encarados com alguma reserva. A aplicação das equações 3 e 4 permite calcular  $\sigma_{\text{ver.}}$  (tensão verdadeira) e  $\varepsilon_{\text{ver.}}$  (deformação verdadeira) em MPa e %, respetivamente. [23]

$$\sigma_{\text{ver.}} = \sigma_a(1 + \varepsilon) \quad (3)$$

$$\varepsilon_{\text{ver.}} = \ln(1 + \varepsilon) \times 100 \quad (4)$$

Relembra-se que as variáveis  $\sigma_a$  e  $\varepsilon$  representam a tensão axial em MPa e a deformação em %, respetivamente. As curvas tensão/deformação verdadeiras apresentam uma morfologia muito semelhante às curvas de engenharia, pelo que para a determinação de  $E$  aplicou-se novamente o método já apresentado.<sup>9</sup> Os valores de  $E$  obtidos encontram-se representados na tabela 8.

Tabela 8: Módulo de elasticidade do PLA obtido experimentalmente a partir das curvas verdadeiras.

<b>Módulo de elasticidade do PLA (MPa)</b>				
<b>Provete</b>			<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>
<b>D1</b>	<b>D2</b>	<b>D3</b>		
-	1091	1077	1084	9,899

#### 4.1.3 Estimativa analítica do módulo de elasticidade do PLA

Tendo agora em conta a geometria do provete maciço para ensaio à tração, pode estimar-se o valor do  $E$  do PLA a partir da orientação dos filamentos do provete. De facto, através da consulta da ficha técnica do PLA utilizado<sup>10</sup> verifica-se que o material apresenta diferente valor de  $E$  quando solicitado numa direção paralela ou perpendicular àquela em que as camadas foram depositadas aquando da impressão. Tal como apresentado anteriormente na figura 23, percebe-se que na zona útil do provete existem filamentos na direção paralela e oblíqua à direção da carga aplicada.

<sup>9</sup>As curvas tensão/deformação verdadeira e a determinação do  $E$  a partir das mesmas encontram-se nos anexos B e C, respetivamente.

<sup>10</sup>A ficha técnica do PLA utilizado pode ser consultada no Apêndice A.

Em termos gerais, o cálculo do  $E$  do PLA consiste em determinar as frações do provete cuja direção dos filamentos seja paralela ou oblíqua e multiplicá-las pelo  $E$  verificado nessa mesma direção. O valor de  $E$  do PLA foi assim estimado a partir da equação 5.

$$E_{\text{est.}} = f_{\text{par.}} \times E_{\text{par.}} + f_{\text{obl.}} \times E_{\text{obl.}} \quad (5)$$

As variáveis  $E_{\text{est.}}$ ,  $E_{\text{par.}}$  e  $E_{\text{obl.}}$  correspondem ao módulo de elasticidade estimado, ao módulo de elasticidade na direção paralela às camadas e ao módulo de elasticidade na direção oblíqua às camadas, respetivamente, em MPa. Quanto a  $f_{\text{par.}}$  e  $f_{\text{obl.}}$  estas dizem respeito à fração do provete com camadas paralelas à direção de solitação e à fração do provete com camadas oblíquas à direção de solitação, respetivamente.

Na tabela 9 apresentam-se os valores relativos ao  $E$  do PLA que constam na ficha técnica do material incluída no Apêndice A. Relativamente ao  $E$  na direção oblíqua, este foi estimado através da média entre o  $E$  na direção paralela e perpendicular.

Tabela 9: Módulo de elasticidade do PLA em função da direção de deposição dos filamentos.

<b>Direção</b>	<b><math>E</math> (MPa)</b>
Paralela	1230
Perpendicular	1120
Oblíqua	1175

Por sua vez, a determinação dos valores da  $f_{\text{par.}}$  e  $f_{\text{obl.}}$  acontece através da aplicação das equações 6 e 7, respetivamente.

$$f_{\text{par.}} = \frac{V_{\text{par.}}}{V_{\text{pro.}}} \quad (6)$$

$$f_{\text{obl.}} = \frac{V_{\text{obl.}}}{V_{\text{pro.}}} \quad (7)$$

Nas equações 6 e 7,  $V_{\text{par.}}$  e  $V_{\text{obl.}}$  representam o volume do provete com camadas paralelas à direção de solitação e o volume do provete com camadas oblíquas à direção de solitação, respetivamente, em  $\text{mm}^3$ . Já a variável  $V_{\text{pro.}}$  simboliza o volume da zona útil do provete, também em  $\text{mm}^3$ .

Na figura 33 apresenta-se uma representação esquemática do corte transversal da viga ensaiada à tração onde é possível identificar a direção das camadas impressas.

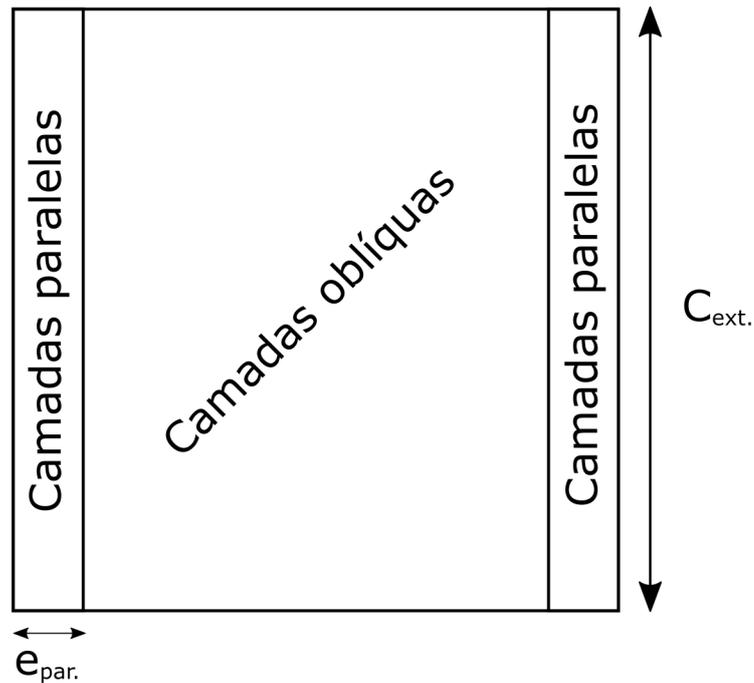


Figura 33: Orientação das camadas no provete e dimensões relevantes para os cálculos efetuados.

Relembra-se que  $c_{ext.}$  corresponde à medida do lado externo das vigas enquanto  $e_{par.}$  diz respeito à espessura das paredes, ambas em mm.

Tendo assim em conta a direção das camadas impressas evidenciada na figura 33, as três frações já descritas podem ser calculadas através das equações 8, 9 e 10.

$$V_{par.} = (C_{ama.} \times c_{ext.} \times e_{par.}) \times 2 \quad (8)$$

$$V_{obl.} = C_{ama.} \times c_{ext.} \times (c_{ext.} - 2 \times e_{par.}) \quad (9)$$

$$V_{pro.} = c_{ext.} \times c_{ext.} \times C_{ama.} \quad (10)$$

Note-se que  $C_{ama.}$  diz respeito ao comprimento entre amarras no ensaio de tração, em mm. Na tabela 10 apresentam-se todos os valores das variáveis envolvidas no cálculo do  $E_{est.}$ .

Tabela 10: Valores das variáveis usadas para o cálculo do módulo de elasticidade.

<b><math>C_{ama.}</math> (mm)</b>	<b><math>c_{ext.}</math> (mm)</b>	<b><math>e_{par.}</math> (mm)</b>	<b><math>E_{par.}</math> (MPa)</b>	<b><math>E_{obl.}</math> (MPa)</b>
112	10	1,2	1230	1175

Substituindo as equações 8 a 10 nas equações 6 e 7 e recombinao estas por sua vez na equação 5, pode-se finalmente calcular o  $E$  do PLA. Ao substituir nesta última expressão os valores das variáveis apresentados na tabela 10, obtém-se um  $E$  equivalente a 1188 MPa.

#### 4.1.4 Comparação do módulo de elasticidade experimental, analítico e teórico

Os valores relativos ao  $E$  do PLA obtidos por via experimental e analítica apresentam alguma discrepância comparativamente ao valor teórico apresentado na ficha técnica do material. Na tabela 11 encontram-se assim os valores referidos.

Tabela 11: Valor experimental, analítico e teórico do módulo de elasticidade do PLA.

<b>Método</b>	<b><math>E</math> (MPa)</b>
Experimental	1084
Analítico	1188
Teórico	1230

Uma forma de avaliar a coerência entre estes valores é através do cálculo do  $e\%$  (erro percentual). Na equação 11 apresenta-se a fórmula que permite realizar esse cálculo. [24]

$$e\% = \left| \frac{v_{\text{cal.}} - v_{\text{real}}}{v_{\text{real}}} \right| \cdot 100 \quad (11)$$

As variáveis  $v_{\text{cal.}}$  e  $v_{\text{real}}$  correspondem ao valor calculado e ao valor real, respetivamente. Na tabela 12 pode consultar-se o erro percentual associado à comparação entre diferentes métodos utilizados.

Tabela 12: Erro percentual entre valores analítico, experimental e teórico do módulo de elasticidade.

<b><i>Erro percentual</i></b>	
<b>Analítico/Experimental</b>	<b>Analítico/Teórico</b>
9,6	3,4

Para a realização dos cálculos apresentados na tabela 12 assumiu-se o resultado analítico como valor “calculado” enquanto ao valor “real” correspondem os dados experimental e teórico. Estes valores de erro percentual podem ser motivados por várias razões, entre elas:

- **no cálculo analítico**, a assunção de um valor de  $E$  na direção oblíqua baseado no valor médio das direções paralela e perpendicular. Tendo em conta que aproximadamente 3/4 do provete foram impressos na direção oblíqua, toda essa fração é afetada pelo  $E$  inferido;

- **nos resultados experimentais**, o eventual escorregamento ou esmagamento na zona das amarras durante o ensaio de tração. Por outro lado, a possível falta de exatidão no cálculo do  $E$  a partir das curvas tensão/deformação motivada pela dificuldade em identificar claramente o limite do domínio elástico do material em estudo.

Relativamente à comparação entre o  $E$  analítico e teórico, o erro percentual assume um valor bastante aceitável, sendo que no limite estes valores deveriam até ser iguais. Assim, a discrepância entre os mesmos reside no facto de não ter sido ensaiado um provete com geometria normalizada. Por outro lado, comparando os parâmetros de impressão do provete que consta na ficha técnica do material com os do provete ensaiado, repara-se que a espessura das paredes do primeiro é de 2 mm face aos 1,2 mm do segundo. Isto implica que o provete ensaiado tenha um menor volume de filamento depositado na direção paralela à direção da solicitação e, portanto, um valor inferior de  $E$  comparativamente ao provete da ficha técnica.

#### 4.1.5 Simulação numérica dos ensaios de tração

Tendo em linha de conta os ensaios de tração realizados, procedeu-se também à simulação numérica dos mesmos por forma a averiguar a possibilidade de modelação do comportamento do PLA. Para o efeito recorreu-se ao *software ANSYS Workbench 19.0*. O sistema de análise escolhido para esta simulação foi o estrutural estático dada a natureza dos ensaios experimentais levados a cabo.

Um dos aspetos preponderantes na obtenção de resultados é a definição das propriedades do material. Dado o comportamento evidenciado pelas curvas tensão/deformação apresentadas na figura 30, surgiram algumas possibilidades de modelos constitutivos para descrever este material.

A solução mais simples consistiu em assumir o PLA como um material linear elástico isotrópico, sendo que para tal apenas é necessário introduzir no *software* o módulo de elasticidade e o coeficiente de *Poisson* do material. No entanto, uma vez que até a própria determinação do regime elástico deste material levantou algumas incertezas, este modelo acabava por simplesmente omitir a não-linearidade do PLA. Por outro lado, assumir o material como isotrópico não corresponde de todo àquilo que já se verificou em relação ao  $E$  nas diferentes direções. Dito isto, uma alternativa passou por definir o modelo como linear elástico ortotrópico, modelo esse que novamente não apresenta uma resposta adequada face ao comportamento não-linear do PLA.

Uma outra possibilidade passou por definir o PLA recorrendo a modelos que tenham em conta a plasticidade do material, nomeadamente modelos de encruamento isotrópico, bilinear ou multilinear. Estes são usualmente utilizados na modelação de metais com elevada ductilidade, isto é, materiais que suportem grandes deformações plásticas. Por essa razão, após a definição destes modelos concluiu-se novamente que os mesmos não captavam satisfatoriamente o comportamento do PLA.<sup>11</sup>

Tal como já referido em 2.6, existe também a possibilidade em recorrer a modelos hiperelásticos. Embora o seu uso seja indicado, tal como o nome sugere, quando se verificam grandes deformações, o comportamento altamente não-linear revelado pelo PLA apenas foi devidamente descrito ao implementar este tipo de modelo constitutivo.

Existem no *software ANSYS* vários modelos hiperelásticos implementados, facto que implicou levar a cabo estudos para averiguar qual deles seria o mais adequado. Para tal efetuaram-se simulações numéricas mantendo todos os restantes parâmetros constantes e alterando apenas o modelo constitutivo escolhido. Entre os modelos testados incluem-se *Polynomial*, *Mooney-Rivlin*, *Yeoh*, *Neo-Hookean* e *Gent*.

O modelo escolhido para as simulações foi o *Yeoh* de terceira ordem, visto que o mesmo revelou soluções satisfatórias e, entre os demais, é aquele que melhor modela os estados de deformação quando os dados experimentais são limitados, isto é, quando apenas existem dados relativos a um tipo de ensaio ao material em estudo (neste caso em concreto, apenas se realizaram ensaios uniaxiais de tração). [25] Este é um modelo de terceira ordem por necessitar de três constantes para a sua definição. De uma forma geral, à semelhança daquilo que acontece com uma função polinomial, quanto maior o número de constantes melhor a sua aproximação à curva experimental, nomeadamente na inclusão de eventuais pontos de inflexão.

Para a definição de modelos hiperelásticos, o primeiro passo consiste em importar para o *software* os dados experimentais relativos à curva tensão/deformação de engenharia. A partir dos dados fornecidos, o *software* procede ao ajuste de curva segundo o modelo constitutivo escolhido. A norma escolhida para o ajuste de curva consistiu no erro normalizado por garantir uma melhor aproximação aos dados experimentais comparativamente à norma de erro absoluto. Na figura 34 apresentam-se as curvas relativas à definição do material modeladas pelo *software*.

---

<sup>11</sup>No Anexo D apresenta-se a forma como estes modelos de encruamento isotrópico foram definidos.

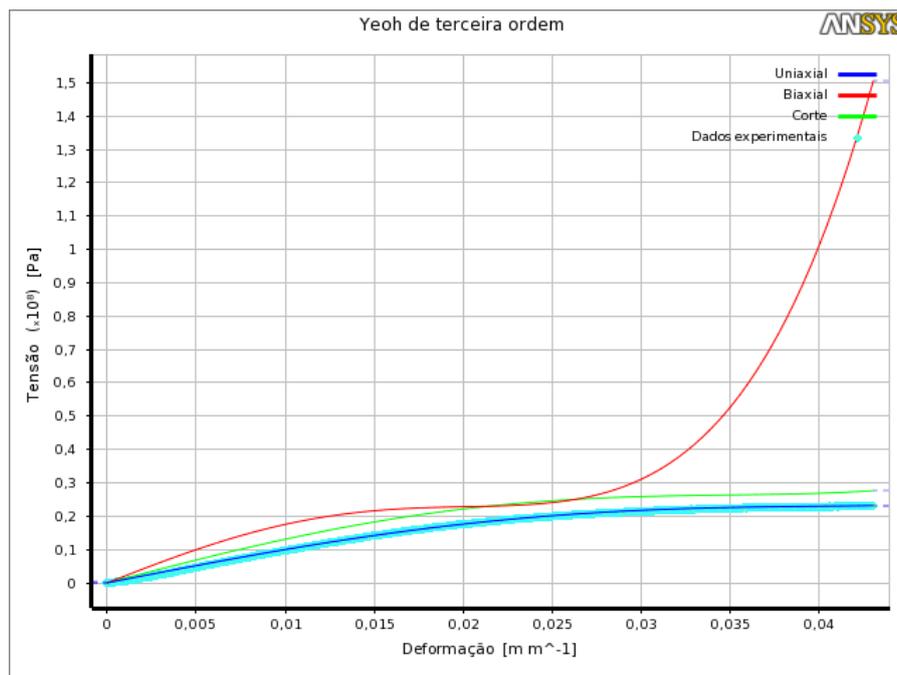


Figura 34: Definição do PLA do provete D2 através do modelo *Yeoh* de terceira ordem.

Uma vez que esta definição do PLA revelou resultados coerentes com os obtidos experimentalmente, não foi necessário afinar as constantes do modelo constitutivo. Estas mesmas constantes podem ser conferidas na tabela 13. De notar que foram omitidos os três parâmetros de incompressibilidade uma vez que todos eles equivalem a zero. Tal facto pode ser atribuído ao uso de apenas um tipo de ensaio uniaxial de tração e da consequente assunção do material como completamente incompressível.

Tabela 13: Constantes do material do modelo *Yeoh* de terceira ordem referentes ao provete D2.

<b><i>Yeoh</i> de terceira ordem</b>	<b>Valores das constantes (Pa)</b>
C10	1,7473E+08
C20	-1,1411E+10
C30	4,8143E+11

Passando agora para a questão relativa à geometria utilizada, surgiram novamente várias hipóteses a considerar. Inicialmente incluíram-se as amarras usadas no ensaio experimental, mas os contactos entre estas e o provete levantaram problemas relativamente à convergência do modelo numérico. Tendo decidido que apenas o provete seria usado na simulação e dada a simetria total do mesmo, após testar as opções possíveis optou-se por utilizar apenas 1/4 deste. Dada a geometria simples do provete e por forma a evitar eventuais problemas de importação do modelo *CAD* gerado noutra *software*, recorreu-se à ferramenta *DesignModeler* incluída no *ANSYS* para conceber novamente o provete a simular. Relembrando o tamanho do provete e a distância entre amarras verificada nos ensaios de tração, a fração do provete utilizada apresenta dimensões equivalentes a 5 x 5 x 112 mm, constando a mesma na figura 35.

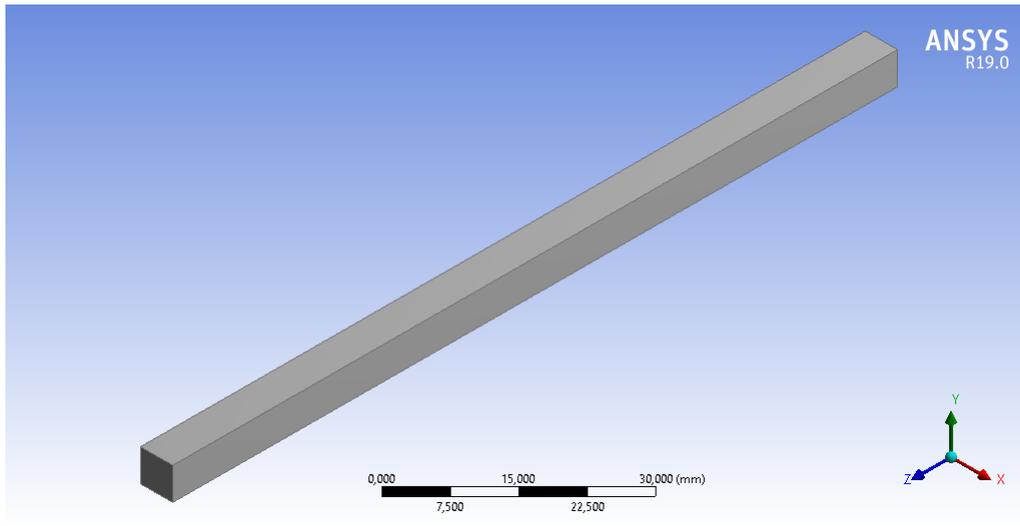


Figura 35: Geometria usada na simulação numérica correspondente a 1/4 do provete ensaiado.

Relativamente à malha utilizada na simulação, a maioria dos seus parâmetros foram mantidos nas definições padrão assumidas pelo *software*. A única alteração levada a cabo foi o ajuste do tamanho dos elementos para 1,60 mm por forma a garantir a existência de pelo menos três elementos na menor espessura do provete tal como se pode conferir na figura 36.

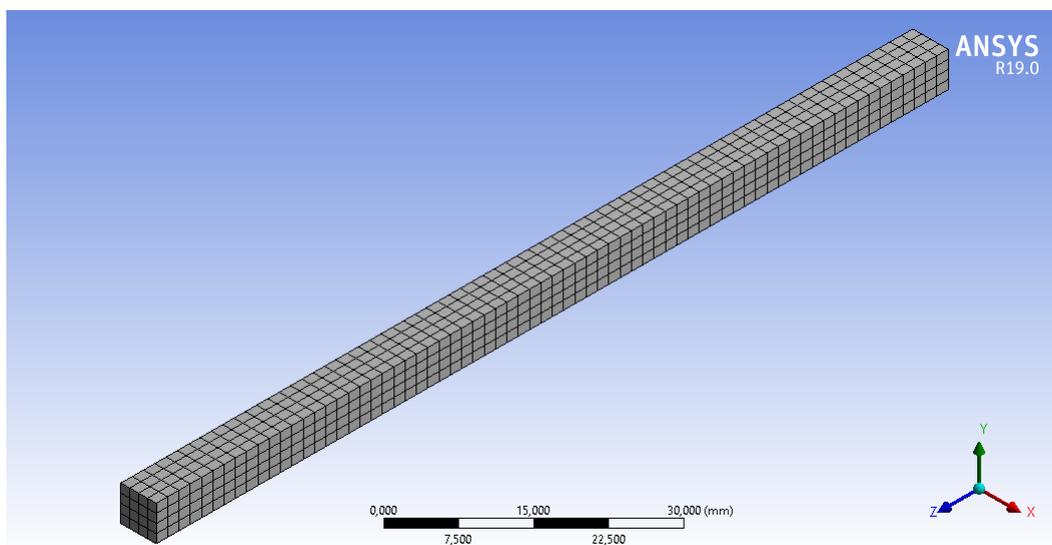


Figura 36: Malha usada na simulação numérica do ensaio de tração.

Embora a ordem dos elementos tenha sido controlada pelo programa, consultando as informações de saída relativas à solução da simulação numérica percebe-se que foram utilizados elementos do tipo *SOLID186*. Estes são elementos sólidos quadráticos 3D constituídos por 20 nós e que podem ser utilizados em simulações que recorram a modelos hiperelásticos.

Encontram-se também mencionadas as opções  $KEYOPT(2)=0$  e  $KEYOPT(6)=1$ , sendo que a primeira indica que a tecnologia de elemento se baseia na integração reduzida uniforme (menor precisão nos resultados em prol de um custo de computação mais baixo [26]), enquanto a segunda diz respeito ao tipo de formulação, que corresponde à mista, uma vez que o modelo hiperelástico usado assume o material como completamente incompressível.

No que diz respeito às condições de fronteira impostas ao provete, aplicaram-se suportes sem fricção em três das suas faces, nomeadamente nas duas laterais onde a fração do provete contactaria com a totalidade do mesmo e na face limitada pela amarra. Este tipo de constrangimento impede assim deslocamento e/ou rotação na direção normal à face seleccionada enquanto permite o(s) mesmo(s) na direção tangencial. A carga encontra-se por sua vez aplicada na face frontal do provete. Na figura 37 podem visualizar-se as condições descritas.

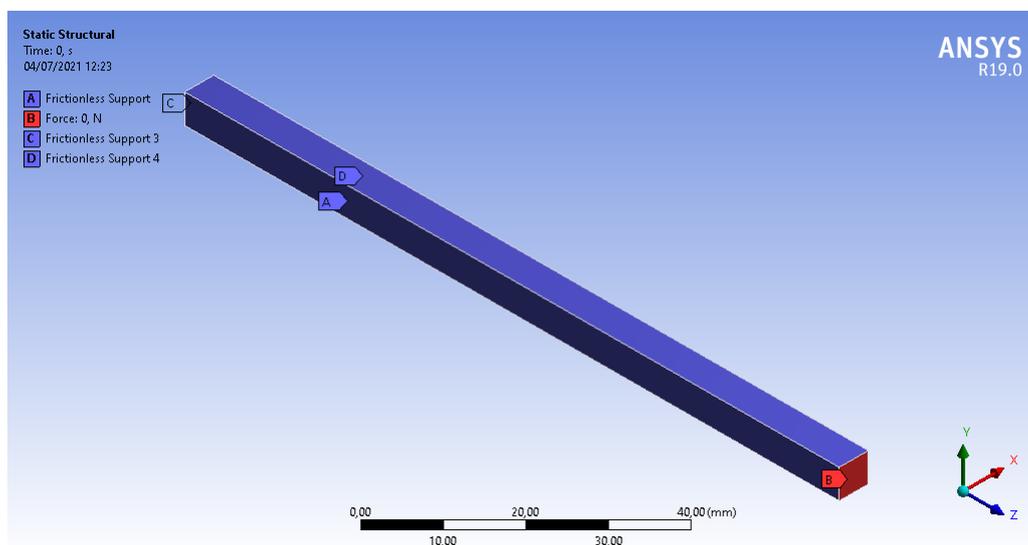


Figura 37: Condições de fronteira e carga aplicada no provete usado na simulação numérica do ensaio de tração. De notar que a face identificada por “C” é oposta àquela onde a carga se encontra aplicada.

Por último, importa referir que nas configurações de análise foram mantidos uma vez mais os parâmetros padrão do *software* tendo sido apenas necessário ativar o modo “Grande Deflexão” em virtude da utilização de um modelo constitutivo hiperelástico. Na figura 38 apresenta-se a deformação máxima do modelo numérico para uma carga aplicada equivalente a 578,88 N. De notar que esta carga corresponde à carga máxima registada no ensaio de flexão aplicada a apenas 1/4 do provete ( $2315,5 \div 4 = 578,88$  N).

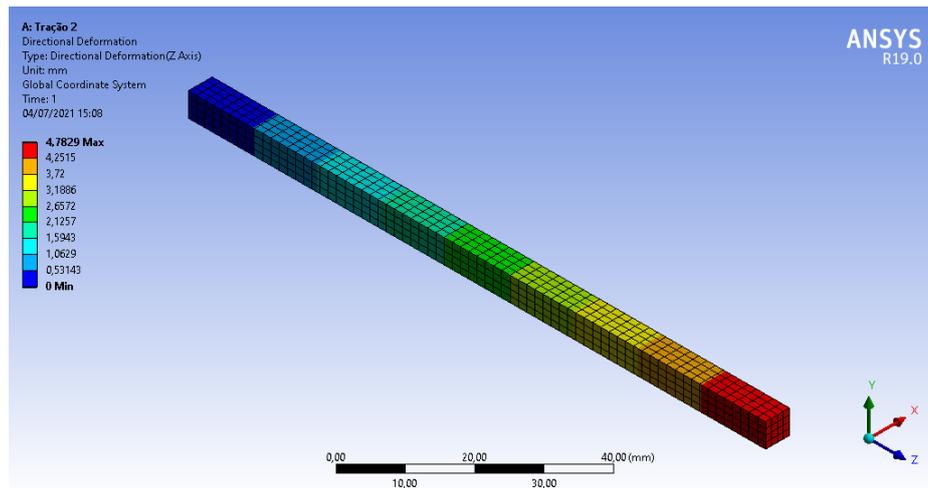


Figura 38: Distribuição de deformação no provete quando sujeito à carga máxima registada no ensaio de flexão.

A avaliação do modelo numérico quanto à reprodução da curva obtida no ensaio experimental foi realizada através da sua parametrização. Para o efeito selecionou-se como parâmetro de entrada a carga aplicada, enquanto a deformação máxima no eixo z e a tensão máxima equivalente constituem os parâmetros de saída. Os dados discretos obtidos na simulação numérica foram posteriormente cruzados com os experimentais e a sua correlação pode assim ser observada na figura 39.

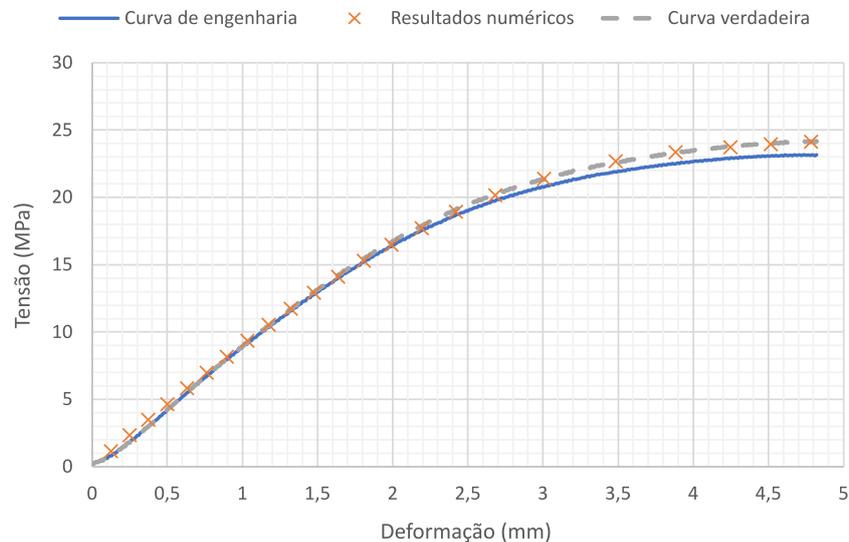


Figura 39: Curvas experimentais e numérica referentes ao ensaio do provete D2.

De uma forma geral pode concluir-se que a simulação numérica realizada constitui uma boa modelação dos ensaios experimentais de tração. Os resultados numéricos obtidos são consistentes em especial com a curva verdadeira na quase totalidade do seu domínio. Verifica-se um maior afastamento aos dados experimentais para valores de deformação mais baixos e, no caso da curva de engenharia, esse afastamento torna-se também evidente para deformações superiores a 3 mm.

O erro percentual médio entre os resultados numéricos e a curva de engenharia é de 6,51% e de apenas 2,62% se as quatro primeiras soluções numéricas não entrarem na média calculada. Este erro foi calculado aplicando a equação 11 onde os resultados numéricos são considerados valores “calculados” e os dados experimentais valores “reais”. Face aos resultados apresentados, a simulação numérica pôde então considerar-se como válida. Dada a semelhança entre os dados experimentais obtidos, toda a metodologia descrita poderá também ser aplicada para modelar o comportamento do provete D3.

## 4.2 Estudos decorrentes dos ensaios de flexão

A realização de ensaios de flexão aos provetes apresentados em 3.1.1 teve como principal objetivo avaliar a rigidez característica de cada uma das geometrias escolhidas. Desta forma foi possível aferir não só qual dos provetes apresenta melhor resposta, mas também perceber se existe vantagem na combinação de materiais no que ao provete bi-material diz respeito.

### 4.2.1 Construção das curvas carga/deflexão

Durante os ensaios à flexão, os valores relativos à carga aplicada no provete bem como o deslocamento do punção foram devidamente registados em *software* a esse fim destinado. Após tratamento dos dados obtidos, traçaram-se as curvas carga/deflexão de todos os provetes referentes às três geometrias em estudo. Na figura 40 apresenta-se, a título de exemplo, a curva carga/deflexão relativa ao provete A1.

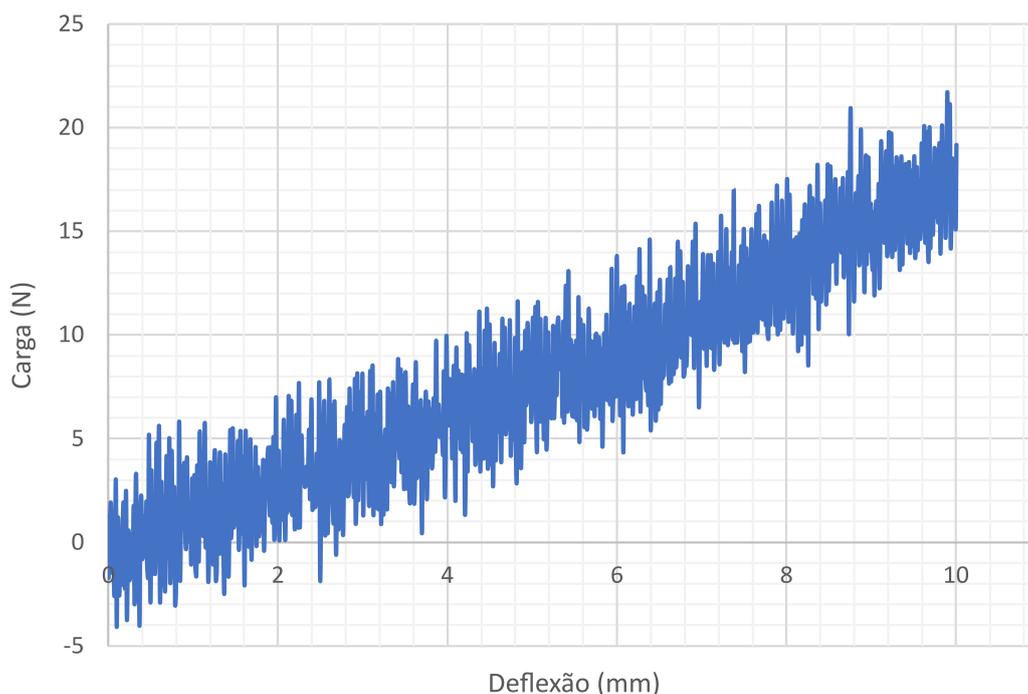


Figura 40: Curva carga/deflexão do provete A1.

Através da observação da figura 40 repara-se que existe uma grande oscilação dos valores relativos à carga e que estes são muito baixos. Tal acontece porque a célula de carga usada não é de toda adequada para ensaios em que estejam em jogo cargas de valor tão reduzido. Por esse motivo, para comparação destes dados com aqueles obtidos na simulação numérica do ensaio de flexão em 4.2.5, recorreu-se a uma função polinomial de grau 3 por forma a traduzir a dispersão dos dados experimentais num comportamento médio do provete ensaiado.

#### 4.2.2 Determinação da rigidez dos três provetes em estudo

A rigidez é um parâmetro que, tal como acontece com o  $E$ , pode ser obtido através de uma reta de regressão linear que faça a aproximação dos dados da curva em questão. Dito isto, a metodologia usada assemelha-se àquela apresentada em 4.1.2, sendo que desta vez todos os dados registados contribuem para o cálculo da reta. Na figura 41 é possível visualizar, a título de exemplo, a reta de regressão linear calculada a partir da curva carga/deflexão do provete B2.<sup>12</sup>

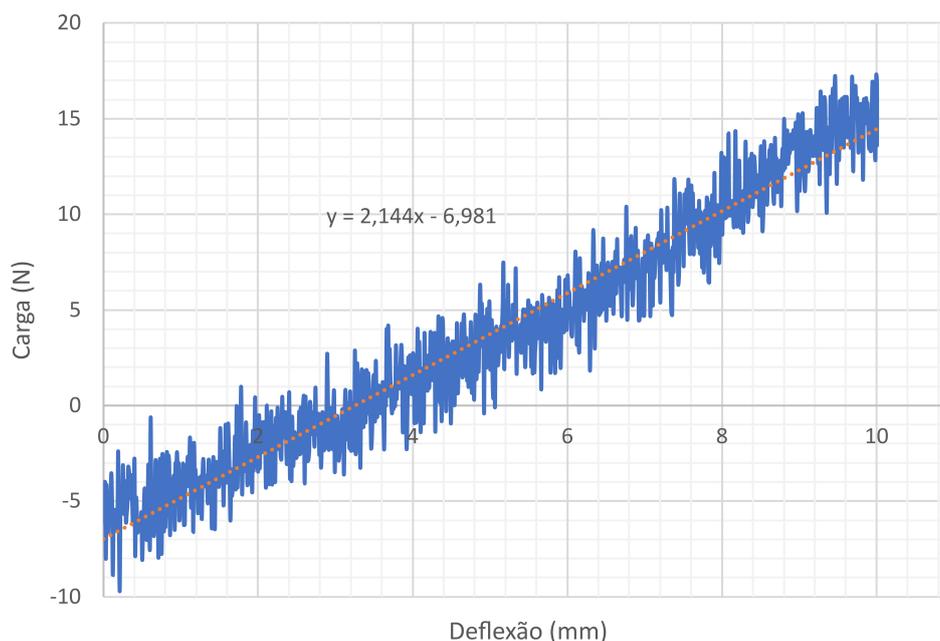


Figura 41: Curva carga/deflexão do provete B2.

Como se percebe através das várias curvas carga/deflexão, as vigas apresentam um comportamento não linear caracterizado pelo afastamento dos dados registados à reta de regressão linear. Importa portanto ter em linha de conta que os valores de rigidez calculados para todos os provetes nos dão apenas uma visão geral acerca do comportamento das vigas. Na tabela 14 podem visualizar-se todos os valores de rigidez obtidos.

<sup>12</sup>No Anexo E podem ser consultadas as curvas carga/deflexão e respetivas retas de regressão linear de todos os provetes ensaiados à flexão.

Tabela 14: Valores de rigidez de cada um dos exemplares ensaiados.

Provete	<b>Rigidez (N/mm)</b>				
	Exemplar			Média	Desvio padrão
	1	2	3		
Maciço	1,763	2,009	1,930	1,901	0,1257
Oco	2,166	2,144	2,321	2,210	0,09647
Bi-material	1,884	1,837	1,770	1,830	0,05729

Na figura 42 apresentam-se as retas relativas a cada um dos provetes ensaiados. Para facilitar a comparação visual entre as mesmas procedeu-se à sua translação para as imediações da origem do gráfico, visto que tal não afeta o seu declive.

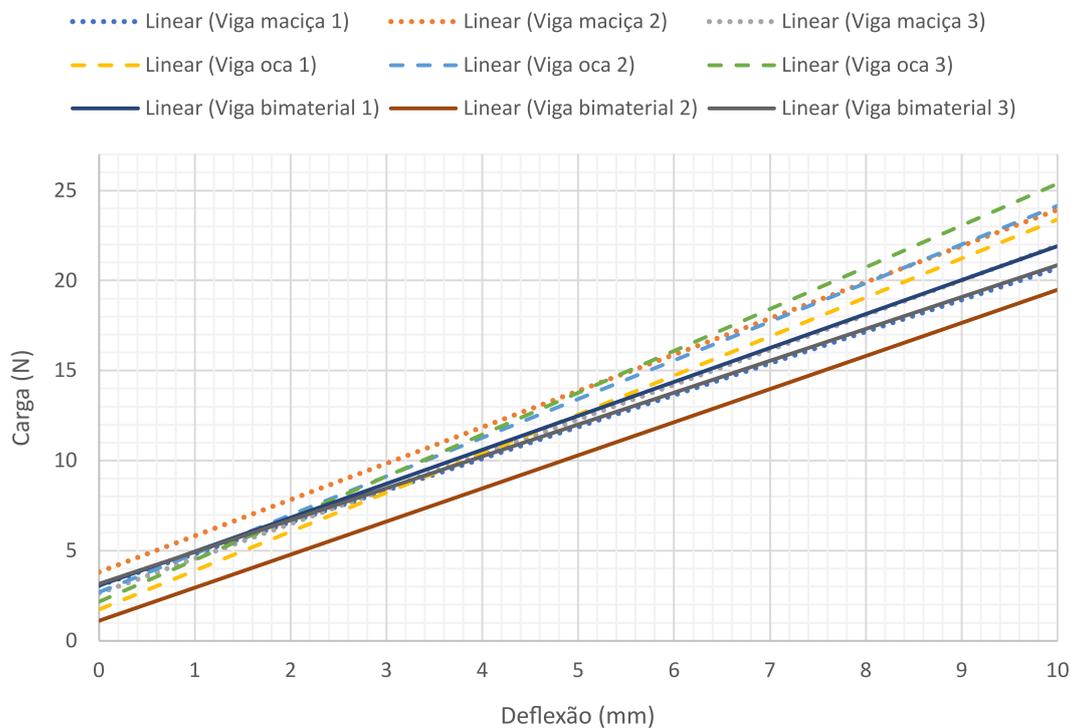


Figura 42: Comparação das retas de regressão linear de todos os provetes ensaiados.

Uma outra forma de traduzir a rigidez das três geometrias em estudo é através do cálculo de  $B$  (rigidez de flexão). Este parâmetro é influenciado tanto pela geometria como pelo material [27], constituindo um bom termo de comparação para a estimativa analítica. Na equação 12 apresenta-se a fórmula para cálculo deste parâmetro.

$$B = E_{fle.} \cdot I \quad (12)$$

Na equação 12,  $E_{fle.}$  diz respeito ao módulo de elasticidade à flexão, em MPa, enquanto  $I$  representa o momento de inércia, em  $\text{mm}^4$ .

Para se proceder ao cálculo de B tendo por base os resultados experimentais, torna-se necessário recorrer à teoria de deformação de vigas, mais concretamente à flecha admissível da viga em estudo. Tal como já referido em 3.3.2, a configuração usada para todos os ensaios à flexão foi mantida constante. Assim, para uma viga em consola, a sua  $d$  (deflexão), em mm, obedece à equação 13. [28]

$$d = \frac{TC_{liv.}^3}{3E_{fle.}I} \quad (13)$$

Na equação 13, T corresponde à carga transversal, em N e  $C_{liv.}$  ao comprimento livre da viga, equivalente a 140 mm.

Tal como já referido, a rigidez é obtida através da reta de regressão linear calculada a partir da curva carga/deflexão. Ora, o valor de  $k$  (rigidez), em N/mm, não é mais que o declive dessa reta tal como é evidenciado pela equação 14 e que consiste na lei de *Hooke*.

$$k = \frac{T}{d} \quad (14)$$

Substituindo agora a equação 14 na equação 13 e recombinando-as por último na equação 12 é então possível proceder-se ao cálculo da rigidez de flexão. Na tabela 15 apresentam-se os valores médios calculados para cada uma das geometrias.

Tabela 15: Valores médios de rigidez de flexão de cada um dos provetes ensaiados.

<b>Provete</b>	<b>Rigidez de flexão (N m<sup>2</sup>)</b>
Maciço	1,738
Oco	2,022
Bi-material	1,674

A partir dos vários resultados apresentados verifica-se então que a rigidez é superior no provete oco, seguido do provete maciço e finalmente do provete bi-material. Tendo apenas em linha de conta princípios relacionados com mecânica dos materiais, estes resultados acabam por não confirmar aquilo que à partida seria de esperar. Este facto acaba por ser evidenciado na estimativa da rigidez de flexão dos provetes apresentada em 4.2.3.

Avaliando agora os resultados à luz dos parâmetros de fabrico de cada um dos provetes ensaiados, os valores relativos à rigidez destes podem então ser devidamente interpretados. Recordando as figuras 23b, 24 e 25 onde se evidencia a forma como foram impressos os provetes maciço, oco e bi-material, respetivamente, pode inferir-se que a deposição de filamentos constitui um fator preponderante na influência da rigidez de cada um dos provetes. De facto, tanto os provetes oco como bi-material apresentam uma

estrutura interna delimitada por paredes tal como acontece no invólucro de todos os provetes. No caso concreto do provete oco, a combinação deste invólucro com um padrão de enchimento do tipo “gre-lha” resulta numa parede continua desde as faces laterais externas até às faces laterais internas destas vigas. A figura 24 evidencia claramente todos estes filamentos alinhados e a consequente ausência de uma zona visível de “enchimento”. Quando comparado com o provete maciço onde o enchimento ocupa a maioria do seu volume e se encontra numa direção oblíqua, o provete oco apresenta assim uma estrutura que o favorece face aos restantes do ponto de vista de resistência à flexão.

No que diz respeito ao provete bi-material, embora este também apresente a estrutura interna já referida, existe uma estreita zona entre ambas as paredes externa e interna constituída por enchimento com um padrão igual ao do provete maciço mas com uma densidade de apenas 80%.<sup>13</sup> Quanto à inclusão de poliuretano termoplástico que diferencia este provete do oco, a sua presença não irá contribuir para um aumento de rigidez do mesmo, sendo que o seu valor médio acaba até mesmo por ser um pouco inferior à rigidez evidenciada pelo provete maciço.

#### 4.2.3 Estimativa analítica da rigidez dos provetes

Tal como referido em 4.2.2, pode comparar-se a rigidez de flexão obtida através dos ensaios de flexão com a rigidez de flexão estimada analiticamente.

O primeiro passo para este cálculo analítico consiste assim em determinar o módulo de elasticidade à flexão do PLA. Caso este fosse um material isotrópico poderia assumir-se que o  $E$  era equivalente em qualquer direção. Tal não se verifica e na própria ficha técnica do PLA consta que o módulo de elasticidade à flexão é equivalente a 3600 MPa. Considerando que o mesmo diz respeito ao provete moldado por injeção ( $E = 1320$  MPa), tendo em mente o valor de  $E$  obtido experimentalmente (1069 MPa) e admitindo que existe proporcionalidade entre estes dois módulos, estimou-se um módulo de elasticidade à flexão de 2915 MPa.

Relativamente ao elastómero, uma vez que na sua ficha técnica não constam valores de módulo de elasticidade à tração ou flexão, a estimativa desta última propriedade assentou no seu valor médio segundo variados fabricantes deste tipo de material. Recorreu-se portanto à base de dados *online* “*MatWeb*” onde se procurou o módulo de elasticidade à flexão do poliuretano termoplástico pertencente à classe dos “ésteres”.<sup>14</sup> Assumiu-se então um valor de módulo de elasticidade à flexão do elastómero equivalente a 228 MPa, valor esse que pode ser encontrado na ficha incluída no Apêndice C. [29]

<sup>13</sup>A zona referida pode ser facilmente identificada na figura 25.

<sup>14</sup>Em [16] é indicado que o elastómero utilizado neste estudo pertence a esta classe de poliuretano termoplástico.

No que diz respeito aos momentos de inércia, estes irão variar consoante a geometria dos provetes. Nas equações 15 e 16 evidenciam-se as fórmulas para cálculo do  $I_{mac}$ . (momento de inércia de uma secção quadrada maciça) e  $I_{oca}$  (momento de inércia de uma secção quadrada oca), respetivamente, em  $mm^4$ . [28]

$$I_{mac} = \frac{c_{ext.}^4}{12} \quad (15)$$

$$I_{oca} = \frac{c_{ext.}^4 - c_{int.}^4}{12} \quad (16)$$

Note-se que  $c_{ext.}$  e  $c_{int.}$  correspondem às medidas do lado externo e interno das vigas, respetivamente, em mm.<sup>15</sup>

Substituindo os valores correspondentes nas equações 15 e 16, pode recombina-se a equação 12 considerando  $E_{fle.}$  como o módulo de elasticidade à flexão estimado e determinar a rigidez de flexão dos provetes maciço e oco, respetivamente. Já no caso do provete bi-material, é necessário considerar-se uma viga maciça em elastómero no interior de uma viga oca em PLA. Na equação 17 apresenta-se assim a expressão deduzida para o cálculo da rigidez de flexão deste provete.

$$B = E_{fle.}^{PLA} \times \frac{c_{ext.}^4 - c_{int.}^4}{12} + E_{fle.}^{ela.} \times \frac{c_{int.}^4}{12} \quad (17)$$

O primeiro produto do segundo termo da equação 17 não é mais que a rigidez de flexão da viga oca. A esta soma-se a contribuição da fração da viga constituída por elastómero representada pelo segundo produto. Os valores de rigidez de flexão dos três provetes figuram assim na tabela 16.

Tabela 16: Valores estimados de rigidez de flexão de cada um dos provetes ensaiados.

<b>Provete</b>	<b>Rigidez de flexão (N m<sup>2</sup>)</b>
Maciço	2,429
Oco	2,330
Bi-material	2,337

<sup>15</sup>Os valores destas medidas podem ser consultados na tabela 1.

#### 4.2.4 Comparação da rigidez de flexão experimental e analítica

Os valores obtidos para a rigidez de flexão dos três provetes através dos métodos experimental e analítico apresentam alguma discrepância tal como evidenciado na tabela 17.

Tabela 17: Valor experimental e analítico da rigidez de flexão dos provetes em estudo.

<b>Rigidez de flexão (<math>N m^2</math>)</b>		
<b>Provete</b>	<b>Método</b>	
	<b>Experimental</b>	<b>Analítico</b>
Maciço	1,738	2,429
Oco	2,022	2,330
Bi-material	1,674	2,337

Tal como efetuado em 4.1.4, procedeu-se também ao cálculo do erro percentual através da aplicação da equação 11. Na tabela 18 podem consultar-se os respetivos valores.

Tabela 18: Erro percentual entre valores experimental e analítico de rigidez de flexão dos provetes em estudo.

<b>Provete</b>	<b>Erro percentual</b>
Maciço	39,8
Oco	15,2
Bi-material	39,6

O erro percentual entre os métodos experimental e analítico assume valores consideravelmente elevados em especial no caso dos provetes maciço e bi-material. Podem assim ser apontadas algumas das possíveis causas por detrás destes resultados:

- **no cálculo analítico**, a assunção de valores de  $E_{fle}$  que podem não corresponder aos dos provetes impressos. Embora se tenha assumido a proporcionalidade entre valores de  $E$  para estimar o módulo de elasticidade à flexão do PLA, o ensaio usado para determinação do mesmo e que se encontra incluído na sua ficha técnica seguiu a norma *ISO 178* (ensaio de flexão em três pontos) o que por si só pode implicar diferenças relevantes face aos resultados obtidos a partir dos ensaios realizados no âmbito desta dissertação. Por sua vez, o valor assumido para  $E_{fle}$  do elastómero é apenas um valor médio de vários fabricantes deste material, pelo que o mesmo pode não corresponder àquele que efetivamente se verificaria na realidade;

• **também no cálculo analítico**, a estimativa da rigidez de flexão assente exclusivamente nos princípios de mecânica dos materiais. Tal como já referido em 4.2.2, uma abordagem tendo por base apenas estes conceitos não constitui, no presente caso, uma explicação cabal daquilo que efetivamente foram os resultados experimentais obtidos. No caso do provete bi-material, por exemplo, a adesão do elastómero ao PLA poderá ter sido um fator preponderante na obtenção dos resultados experimentais, enquanto que o método analítico não contempla de todo esta questão.

#### 4.2.5 Simulação numérica dos ensaios de flexão

À semelhança do estudo numérico efetuado para os ensaios de tração apresentado em 4.1.5, procedeu-se também à simulação dos ensaios de flexão. Para o efeito recorreu-se ao mesmo *software* e usou-se uma vez mais o sistema de análise do tipo “estrutural estático” por se tratarem de ensaios experimentais estáticos.

Tendo por base a análise de vários modelos constitutivos referida em 4.1.5, elegeu-se novamente o modelo *Yeoh* de terceira ordem por ser aquele que permitiu obter uma resposta mais aproximada das curvas carga/deflexão decorrentes dos ensaios experimentais.

Visto que para a definição do modelo hiperelástico é necessário introduzir no *software* os valores relativos a tensão e deformação, os mesmos tiveram que ser calculados a partir dos dados experimentais das curvas carga/deflexão. Como já referido várias vezes, embora seja difícil delinear um domínio elástico e plástico no comportamento do PLA, a determinação dos valores de tensão e deformação passou pela aplicação de equações válidas apenas para o domínio elástico. Dado que os ensaios de flexão foram realizados para deformações relativamente reduzidas, este facto poderá ter contribuído para fazer com que esta metodologia se revelasse uma aproximação aceitável.

O primeiro passo consistiu então em calcular os valores de  $\sigma_n$  (tensão normal) instalada na viga, pelo que se recorreu às equações 18 e 19. [27], [28]

$$\sigma_n = \frac{M_{\text{máx.}}}{I} \cdot z \quad (18)$$

$$M_{\text{máx.}} = TC_{\text{liv.}} \quad (19)$$

Nas equações anteriores,  $M_{\text{máx.}}$  diz respeito ao momento de flexão máximo para vigas em balanço, em N mm, enquanto  $z$  corresponde à distância ao eixo neutro, em mm. Recorda-se que as restantes variáveis  $I$ ,  $T$  e  $C_{\text{liv.}}$  representam o momento de inércia em  $\text{mm}^4$ , a carga transversal em N e o comprimento livre da viga em mm, respetivamente.

Os valores de  $z$  e  $C_{liv}$  mantêm-se constantes por se tratarem de parâmetros geométricos comuns a qualquer um dos três provetes ensaiados à flexão, equivalendo a 5 e 140 mm, respetivamente. No caso da variável  $z$ , a distância ao eixo neutro corresponde a metade do comprimento do lado das vigas visto que todas elas são simétricas e, portanto, a posição do eixo neutro coincide com o centro geométrico das mesmas. Quanto ao valor de  $I$ , o mesmo é calculado recorrendo às equações 15 e 16 conforme se trate de um provete maciço ou oco, respetivamente.

Substituindo a equação 19 na equação 18, pode então calcular-se a tensão normal instalada na viga para cada valor registado de carga transversal aplicada durante os ensaios experimentais.

No que diz agora respeito ao cálculo da deformação, fez-se uso das equações 20 e 21. [22], [28]

$$\varepsilon = \frac{\sigma_n}{E} \quad (20)$$

$$E = \frac{kC_{liv}^3}{3I} \quad (21)$$

Relembra-se que, na equação 21,  $C_{liv}$  representa o comprimento livre da viga, em mm, enquanto  $I$  corresponde ao momento de inércia em  $mm^4$ , valor esse calculado novamente a partir das equações 15 ou 16 em função da geometria maciça ou oca da viga, respetivamente. Por sua vez, determina-se  $k$  (rigidez), em N/mm, através da aplicação da equação 14 para os conjuntos de dados carga/deflexão, o que se traduz num valor de rigidez que pode ser encarado como “instantâneo”. O mesmo acontece com o  $E$  (módulo de elasticidade), em MPa, calculado respetivamente a partir desses valores de  $k$ .

Recorrendo à equação 20, ao substituir os valores de  $E$  obtidos a partir da equação 21 bem como aqueles relativos à tensão decorrentes da aplicação da equação 18, determina-se finalmente os valores de deformação. Os dados relativos a tensão e deformação calculados puderam então ser diretamente introduzidos no *software*.

Tal como em 4.1.5, o ajuste de curva foi novamente efetuado pelo *software* segundo a norma de erro normalizado por forma a garantir a melhor aproximação aos dados experimentais. Na figura 43 apresentam-se as curvas relativas à definição do material modeladas pelo *software*.

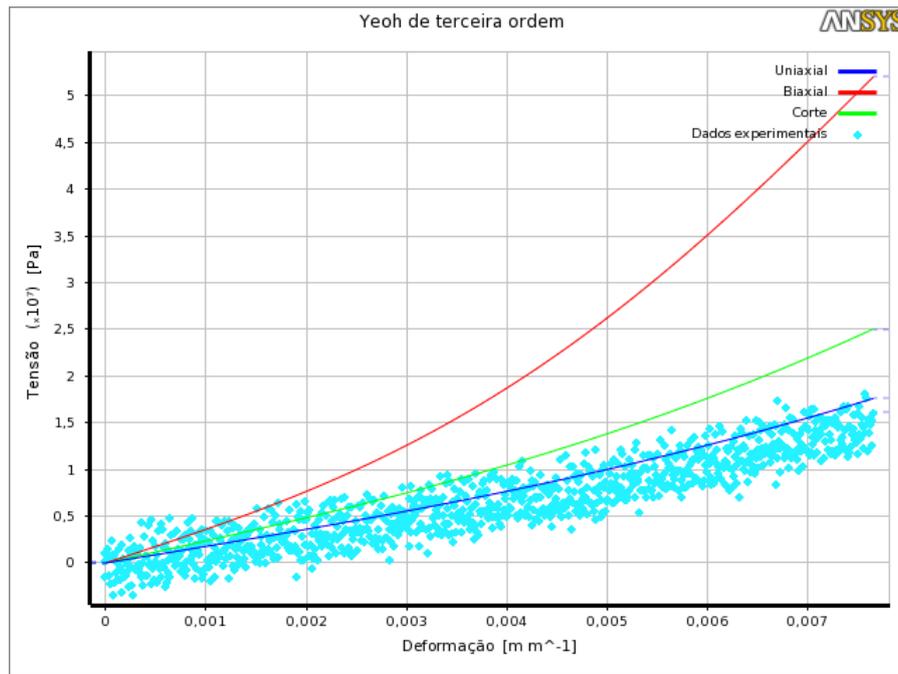


Figura 43: Definição do PLA do provete A1 através do modelo *Yeoh* de terceira ordem.

Este modelo constitutivo serviu apenas como ponto de partida para a simulação numérica. Uma vez que os resultados obtidos através da utilização do mesmo ficavam um pouco aquém do pretendido, procedeu-se posteriormente a um estudo paramétrico para afinar os valores relativos às constantes do material tal como será apresentado mais à frente.

Testaram-se novamente diferentes configurações entre as quais se incluíram as amarras e o punção utilizados no ensaio experimental. No entanto, verificou-se algum distanciamento dos resultados obtidos face aos dados experimentais ao longo do domínio pretendido. Um dos motivos poderá estar ligado à definição do contacto entre o PLA e o aço, visto que se recorreu a um coeficiente de atrito retirado da literatura para materiais semelhantes. De uma forma geral, este tipo de contacto friccional tornava o modelo mais instável, nomeadamente no que diz respeito à convergência da solução numérica. Dito isto, a geometria final utilizada consiste somente na viga ensaiada à flexão. Esta corresponde ao provete com as dimensões integrais e foi novamente gerado recorrendo à ferramenta *DesignModeler* do *ANSYS*.

A malha utilizada neste modelo numérico é em tudo semelhante àquela apresentada em 4.1.5, sendo que desta vez se ajustou o tamanho dos elementos para 3,0 mm para assegurar novamente a existência de três elementos na menor espessura da viga. Na figura 44 pode assim visualizar-se o aspeto da malha descrita.

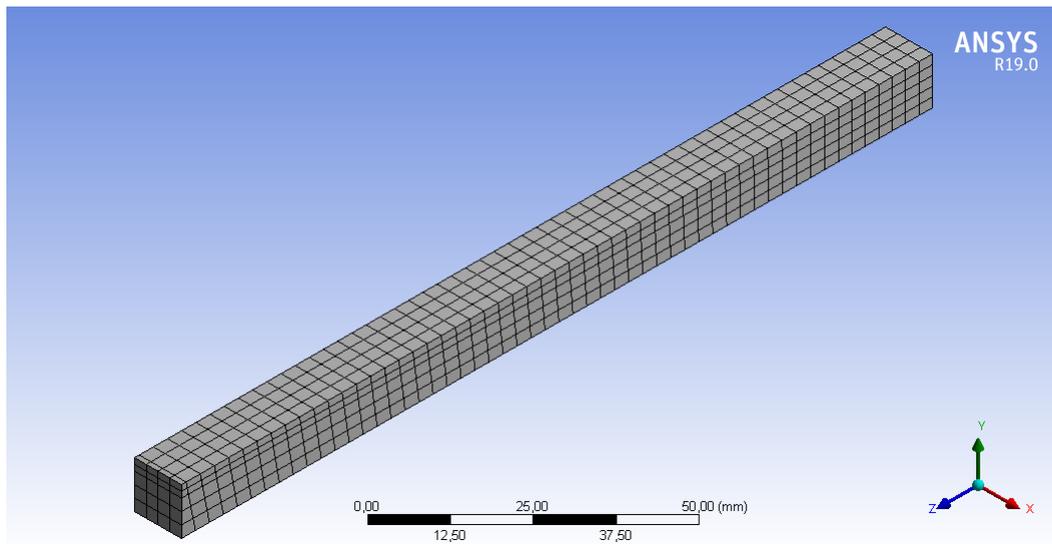


Figura 44: Malha usada na simulação numérica do ensaio de flexão.

Passando agora para a questão das condições de fronteira, fez-se uso da ferramenta *SpaceClaim*, uma outra alternativa para modelação *CAD* integrada no *ANSYS*, com o intuito de adicionar informação geométrica e assim poder introduzir constrangimentos e carga aplicada. Foram então criadas três arestas transversais na viga, duas delas em faces opostas e a distar 20 mm da extremidade e a restante a apenas 1 mm, no lado oposto de uma dessas faces. Desta forma delimitaram-se as faces restringidas pelas amarras, no primeiro caso, e a aresta onde o punção contactou com o provete, no segundo. Na figura 45 encontram-se assim identificadas as condições de fronteira descritas.

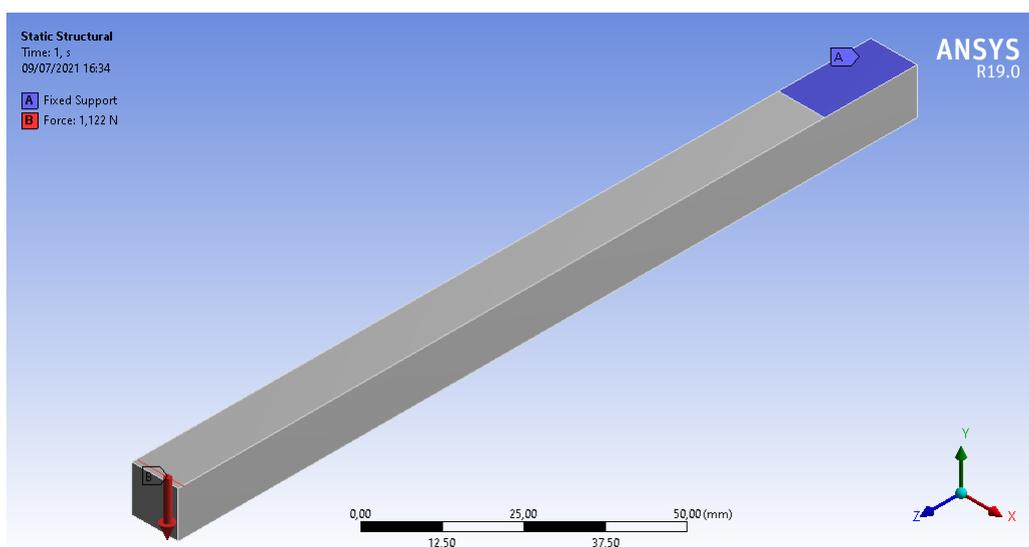


Figura 45: Condições de fronteira e carga aplicada no provete usado na simulação numérica do ensaio de flexão. Note-se que a face identificada por "A" se encontra espelhada na face oposta do provete.

Para o constrangimento das faces apresentadas fez-se uso de suportes fixos. Estes caracterizam-se por restringir todos os graus de liberdade das superfícies em causa tal como acontece na interação entre amarras e viga. Por outro lado, a aplicação da carga apenas numa aresta não contempla o escorregamento e conseqüente fricção entre punção e provete. Tal como já foi referido, esta simplificação constitui a solução encontrada para garantir estabilidade da solução numérica. De referir também que as configurações de análise desta simulação numérica correspondem novamente àquelas utilizadas em 4.1.5.

Recorreu-se uma vez mais à parametrização do modelo com o intuito de avaliar a sua resposta comparativamente aos dados experimentais, tendo-se selecionado como parâmetro de entrada a carga aplicada e a deformação máxima como parâmetro de saída. Definiram-se então vários “pontos de *design*” atribuindo-se-lhes diferentes valores de carga aplicada até ao máximo de 17,953 N. Este valor de carga corresponde à solução para um deflexão de 10 mm da função usada para aproximar os dados experimentais referida em 4.2.1. Esta função será apresentada mais adiante em conjunto com os resultados numéricos finais.

Os primeiros resultados obtidos encontravam-se ainda relativamente distantes do comportamento evidenciado pelos dados experimentais, pelo que se procedeu a um novo estudo paramétrico agora com o intuito de afinar as constantes do material do modelo constitutivo usado. Para o efeito recorreu-se à ferramenta “otimização da superfície de resposta” também integrada no *ANSYS*. Gerou-se então um *DOE* onde se estabeleceram os intervalos de variação para cada uma das três constantes e o *software* tratou de efetuar diversas combinações com os valores destas e da carga aplicada. Em seguida a simulação foi corrida para cada um dos “pontos de *design*” definidos e, através da definição de objetivos como valor de carga ou deslocamento concreto, no módulo designado “otimização”, o *software* apresenta diretamente o “ponto de *design*” que encaixa nos critérios predefinidos. Este processo foi repetido até se obterem resultados numéricos satisfatórios, que neste caso consistiu em duas otimizações. Na tabela 19 apresentam-se as constantes do modelo constitutivo determinadas na segunda “iteração”.

Tabela 19: Constantes do material do modelo *Yeoh* de terceira ordem referentes ao provete A1.

<b><i>Yeoh</i> de terceira ordem</b>	<b>Valores das constantes (Pa)</b>
C10	2,9398E+08
C20	2,8316E+11
C30	-7,6319E+13

Os resultados numéricos obtidos com o modelo constitutivo definido pelas constantes apresentadas na tabela 19 foram incluídos na figura 46 onde se pode comparar a sua concordância com a função polinomial que descreve o ensaio experimental.

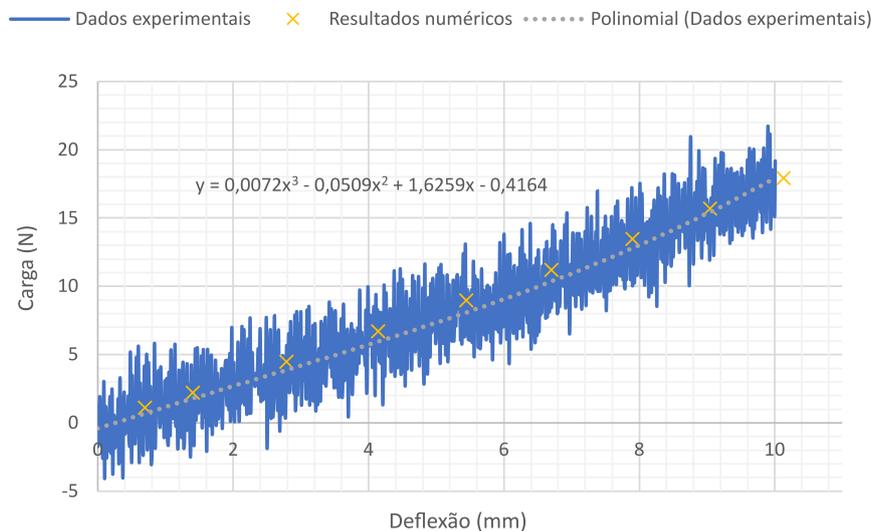


Figura 46: Curva experimental e resultados numéricos referentes ao ensaio do provete A1.

A correspondência entre os resultados numéricos e a função polinomial evidencia uma modelação aceitável do comportamento do provete. De uma forma geral verifica-se que, para o mesmo valor de deflexão, o modelo numérico requer a aplicação de um valor de carga ligeiramente superior. O erro percentual médio entre estes dois métodos corresponde a 15,82% mas equivale a 10,34% se a primeira solução numérica for encarada como um *outlier*. Para o cálculo foi novamente usada a equação 11 onde os resultados numéricos representam valores “calculados” e os valores experimentais obtidos através da função polinomial consistem nos valores “reais”.

Tal como acontece em 4.1.5, o erro percentual médio é fortemente afetado pelas primeiras soluções numéricas visto que nas zonas iniciais das curvas se registam valores de tensão e/ou carga muito baixos. Isso implica que uma discrepância mesmo que aproximada daquela que se verifica em zonas mais avançadas da curva se traduza numa inflação do erro percentual. No entanto, atentando nos resultados evidenciados na figura 46, a metodologia usada nesta simulação numérica evidencia uma aproximação válida.

Embora o modelo numérico tenha sido aplicado ao provete A1, os mesmos procedimentos poderão ser repetidos para os provetes A2 e A3 dada a semelhança dos resultados experimentais obtidos. O mesmo é válido para os provetes oco e bi-material ao qual correspondem os provetes tipo B e C, respetivamente. Uma alternativa possível para o estudo da geometria bi-material seria desenvolver um novo modelo constitutivo para o elastómero. O procedimento seria usar um modelo constitutivo que refletisse o comportamento médio dos provetes ocos e, aplicando a metodologia já descrita ao longo deste capítulo, fazer um estudo paramétrico de forma a afinar as propriedades do modelo do elastómero em função da resposta experimental dos provetes bi-material.

### 4.3 Estudos decorrentes dos ensaios dinâmicos

Enquanto que através da realização dos ensaios de flexão se avaliou a rigidez dos diferentes provetes, o objetivo dos ensaios dinâmicos passou pela determinação do amortecimento dos mesmos. A conjugação destas duas propriedades permitirá então perceber qual dos provetes é o mais vantajoso de entre as várias combinações estudadas.

#### 4.3.1 Determinação das FRF características

De uma forma sintética, uma FRF (função de resposta de frequência) obtém-se recorrendo à transformada de *Fourier* e é responsável por apresentar as frequências nas quais se verifica uma concentração de energia vibratória. A resposta deste tipo de função é complexa uma vez que é constituída por parte real e imaginária. No caso concreto desta dissertação, o interesse recai nos diagramas de *Bode* onde a amplitude é apresentada em função da frequência. Matematicamente, esta amplitude não é mais que a matriz de resposta em frequência e pode ser apresentada segundo as relações de deslocabilidade, mobilidade e acelerabilidade, sendo que neste estudo se faz uso da última. A acelerabilidade traduz portanto a relação entre aceleração harmónica e força de excitação aplicada.

Uma vez que todos os provetes foram ensaiados tanto na direção paralela como perpendicular, existe assim um elevado número de diagramas de *Bode*. Por forma a ter uma visão geral da resposta dos três provetes, apresenta-se nas figuras 47 e 48 as FRF representativas nas direções paralela e perpendicular, respetivamente.<sup>16</sup>

---

<sup>16</sup>No Anexo F podem ser consultadas as FRF relativas a todos os provetes ensaiados.

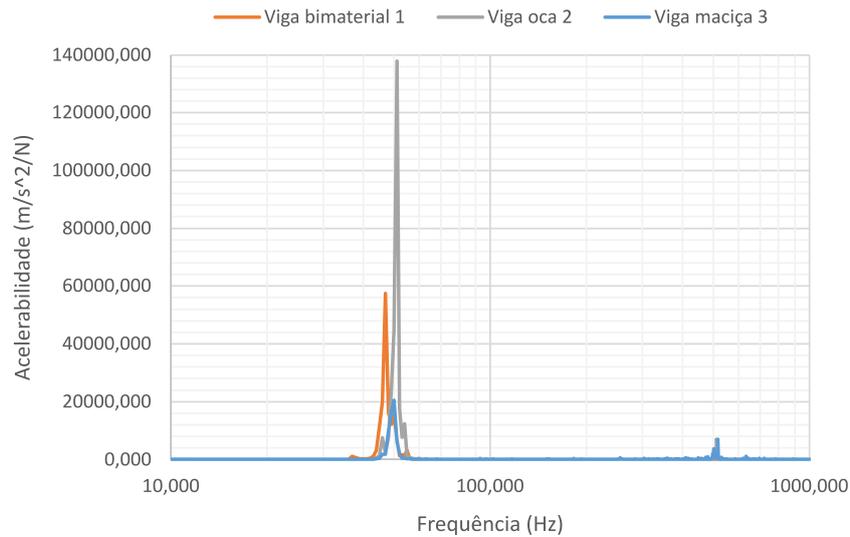


Figura 47: FRF representativa na direção paralela de um exemplar de cada um dos três provetes em estudo.

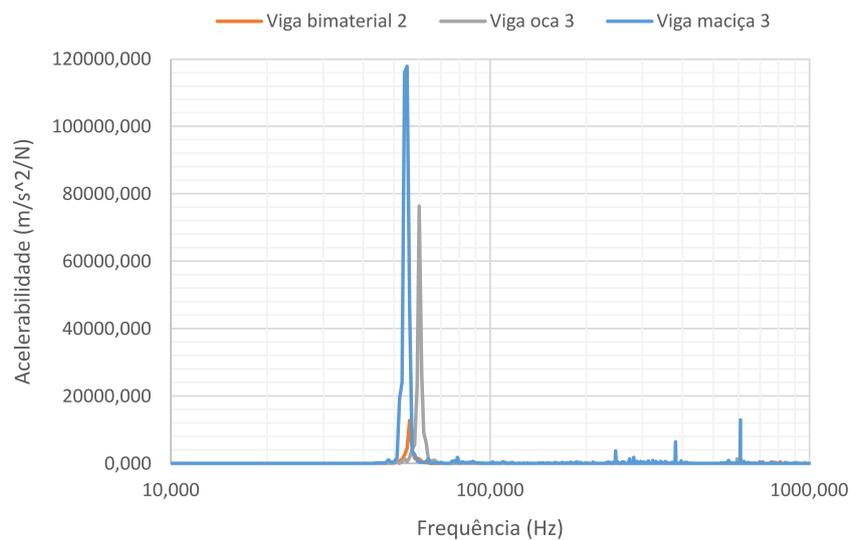


Figura 48: FRF representativa na direção perpendicular de um exemplar de cada um dos três provetes em estudo.

### 4.3.2 Identificação das frequências de ressonância

Como se pode comprovar a partir dos vários diagramas de *Bode* apresentados em 4.3.1 e no Anexo F, as FRF de cada um dos ensaios apresentam um pico bem definido correspondente à frequência de ressonância do 1º modo. Essas frequências podem assim ser identificadas através dos valores máximos de acelerabilidade registados. Nas tabelas 20 e 21 apresentam-se as frequências de ressonância do 1º modo de todos os provetes nas direções paralela e perpendicular, respetivamente.

Tabela 20: Frequências de ressonância do 1º modo na direção paralela de cada um dos exemplares ensaiados.

<b>Frequência de ressonância (Hz)</b>					
<b>Provete</b>	<b>Exemplar</b>			<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>		
Maciço	49,0	46,0	50,0	48,3	2,08
Oco	51,0	51,0	53,0	51,7	1,15
Bi-material	47,0	48,0	48,0	47,7	0,58

Tabela 21: Frequências de ressonância do 1º modo na direção perpendicular de cada um dos exemplares ensaiados.

<b>Frequência de ressonância (Hz)</b>					
<b>Provete</b>	<b>Exemplar</b>			<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>		
Maciço	56,0	51,0	55,0	54,0	2,65
Oco	57,0	57,0	60,0	58,0	1,73
Bi-material	56,0	56,0	57,0	56,3	0,58

#### 4.3.3 Estimativa analítica da primeira frequência de ressonância dos provetes ensaiados

Tendo-se identificado as frequências de ressonância do 1º modo de vibração de cada um dos provetes ensaiados, averiguou-se também o valor das mesmas pela via analítica.

Refletindo sobre a forma como os ensaios dinâmicos foram levados a cabo<sup>17</sup> percebeu-se que, para além da configuração na qual as vigas foram ensaiadas, o próprio acelerómetro deveria ser tido em conta. De facto, a massa das vigas estimada encontra-se compreendida entre 13 a 20 g consoante o tipo de provete, enquanto a massa do acelerómetro corresponde a 14 g, superior portanto à massa do provete oco. Dito isto, recorreu-se à equação 22 para obter uma solução aproximada da primeira frequência de ressonância dos vários provetes. Esta equação tem então em conta tanto a massa da viga como do acelerómetro. [30]

$$\omega_n \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{(0.2235\rho C_{liv.} + m_a)C_{liv.}^3}} \quad (22)$$

Relembra-se que as variáveis  $E$ ,  $I$  e  $C_{liv.}$  representam o módulo de elasticidade em Pa, o momento de inércia em  $m^4$  e o comprimento livre da viga em m, respetivamente. Já  $\rho$  e  $m_a$  dizem respeito à densidade de massa em kg/m e à massa do acelerómetro em kg.

<sup>17</sup>Em 3.3.3 encontram-se descritos os procedimentos efetuados nos ensaios dinâmicos.

Como já referido, o comprimento livre das vigas foi sempre equivalente a 140 mm, enquanto a massa do acelerómetro corresponde a 14 g. Por sua vez, o momento de inércia foi calculado recorrendo novamente às equações 15 e 16 no caso dos provetes serem maciços ou ocos, respetivamente. Quanto ao cálculo do módulo de elasticidade, aplicou-se uma vez mais a equação 21 onde a rigidez usada corresponde aos valores médios para cada um dos provetes apresentados anteriormente na tabela 14. Por último, a densidade de massa foi calculada através da equação 23. [30]

$$\rho = \frac{m_v}{C_{liv.}} \quad (23)$$

Na equação 23, a variável  $m_v$  representa a massa da viga ensaiada. Ora, a estimativa da massa dos diferentes provetes passou pelo recurso ao *software Ultimaker Cura 4.8.0* onde se prepararam os provetes para impressão. Para tal, importaram-se os respetivos modelos *CAD* correspondentes às três diferentes geometrias, definiram-se os materiais para impressão com a massa volúmica avançada nas suas fichas técnicas<sup>18</sup> e aplicaram-se os parâmetros revelados pela empresa que realizou o fabrico dos provetes. A título de exemplo, apresenta-se na figura 49 o provete bi-material pronto para impressão.

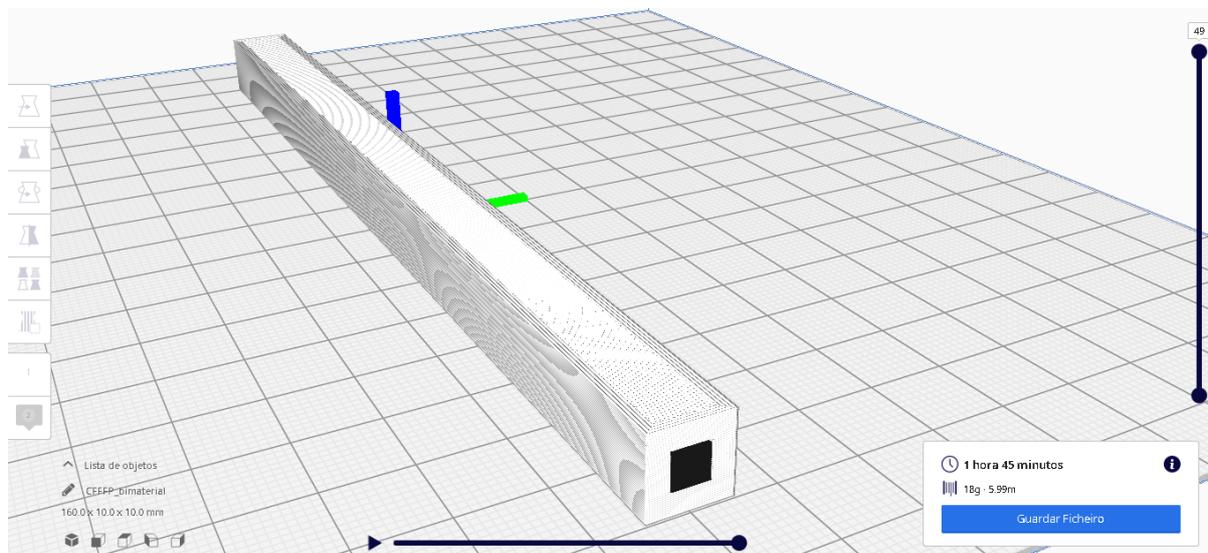


Figura 49: Preparação para impressão do provete bi-material no *software Ultimaker Cura 4.8.0*.

Os valores relativos à massa de cada um dos diferentes provetes estimados pelo *software* encontram-se assim agrupados na tabela 22.

Considerando os valores de massa dos vários provetes apresentados na tabela 22, pode então substituir-se a equação 23 na equação 22 e calcular finalmente as respetivas frequências de ressonância do 1º modo de cada um dos diferentes provetes. Estas frequências constam assim na tabela 23.

<sup>18</sup>As fichas técnicas do PLA e do elastómero podem ser consultadas nos Apêndices A e B, respetivamente.

Tabela 22: Valores relativos à massa dos provetes ensaiados.

<b>Provete</b>	<b>Massa estimada (g)</b>
Maciço	20
Oco	13
Bi-material	18

Tabela 23: Frequências de ressonância do 1º modo de cada um dos provetes ensaiados obtidas pela via analítica.

<b>Provete</b>	<b>Frequência de ressonância (Hz)</b>
Maciço	51,1
Oco	57,5
Bi-material	50,7

#### 4.3.4 Análise modal com recurso a modelos numéricos

A análise modal constitui uma técnica de caracterização dinâmica de estruturas através da qual se podem identificar frequências naturais e modos de vibração das mesmas. [31] A sua realização através do MEF (método dos elementos finitos) permitiu estabelecer uma base comparativa relativamente aos valores de frequência de ressonância obtidos experimental e analiticamente.

Tal como nas simulações numéricas dos ensaios estáticos, recorreu-se ao *software ANSYS Workbench 19.0*, sendo que desta vez o sistema de análise escolhido consistiu no tipo “Modal”.

Visto que a análise modal visa determinar propriedades intrínsecas da estrutura e, portanto, não existem quaisquer cargas aplicada na mesma, a definição do material pelo qual o provete é constituído é um fator crucial na obtenção de resultados satisfatórios. Dito isto, a definição do material de cada uma das três vigas consistiu em introduzir a sua  $m_{vol}$ . (massa volúmica) bem como propriedades elásticas isotrópicas, nomeadamente o seu  $E$  (módulo de elasticidade) e  $\nu$  (coeficiente de *Poisson*).

A massa volúmica foi então calculada como o quociente entre a massa de cada provete presente na tabela 22 e o seu respetivo volume. Para a determinação do volume de cada provete importa recordar as dimensões dos mesmos presentes na tabela 1, bem como alguns detalhes geométricos referidos em 3.1.1. Relativamente ao módulo de elasticidade, o mesmo foi calculado recorrendo à equação 21, enquanto o valor do coeficiente de *Poisson* foi retirado da literatura. [32] Na tabela 24 são então apresentadas as propriedades do material dos provetes usadas nas respetivas análises modais.

No que diz respeito à definição do material do acelerómetro, escolheu-se da biblioteca do *software* uma liga de titânio já que o mesmo é maioritariamente constituído por este material. O valor da sua massa volúmica foi posteriormente alterado de modo a garantir que a massa do acelerómetro incluído no modelo numérico equivalesse a 14 g.

Tabela 24: Definição das propriedades do material dos três provetes ensaiados.

<b>Propriedades do material</b>			
<b>Provete</b>	<b><math>m_{vol.} (g/cm^3)</math></b>	<b>E (MPa)</b>	<b><math>\nu</math></b>
Maciço	1,250	2086	
Oco	0,9874	2530	0,3600
Bi-material	1,125	2009	

As três diferentes geometrias em estudo foram novamente geradas dentro do próprio *software* de simulação com recurso à ferramenta *DesignModeler*. Na extremidade de cada uma delas adicionou-se também uma entidade cúbica com dimensões 7 x 7 x 7 mm representativa do acelerómetro. Na figura 50 apresenta-se uma das geometrias descritas.

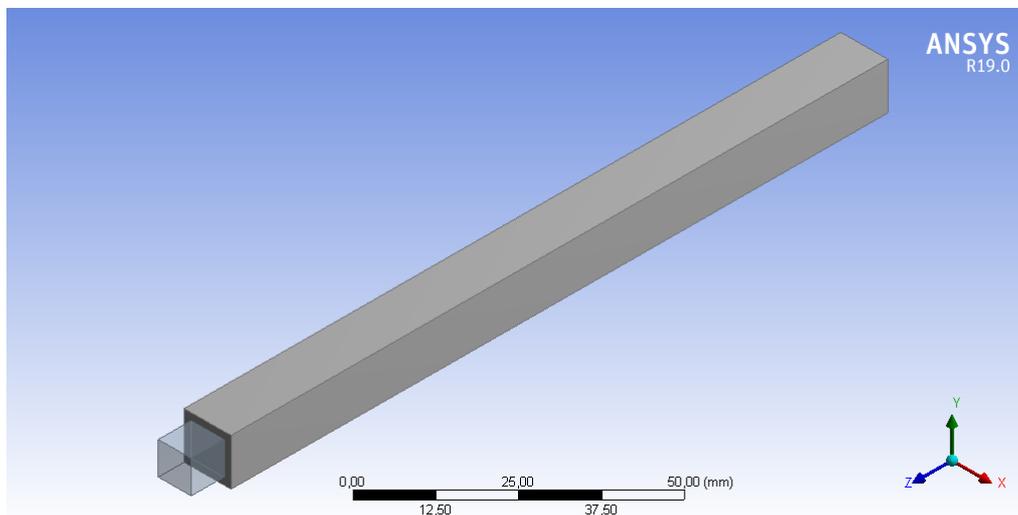


Figura 50: Provete maciço usado na simulação numérica do ensaio dinâmico.

Relativamente à malha dos modelos, decidiu-se uma vez mais deixar a quase totalidade dos parâmetros controlados pelo *software*, tendo-se apenas ajustado a “relevância padrão” da malha para o valor máximo equivalente a 100 e definido o “centro de relevância do dimensionamento” como “refinado”. Uma consulta às informações de saída relativas à solução da simulação numérica revelou que, à semelhança dos modelos numéricos estáticos, foram utilizados maioritariamente elementos do tipo *SOLID186*, sendo que desta vez o *software* apenas definiu a opção *KEYOPT(2)=0*.<sup>19</sup> Na figura 51 pode visualizar-se o aspeto da malha definida.

<sup>19</sup>A implicação do valor atribuído a esta opção foi previamente explicada em 4.1.5.

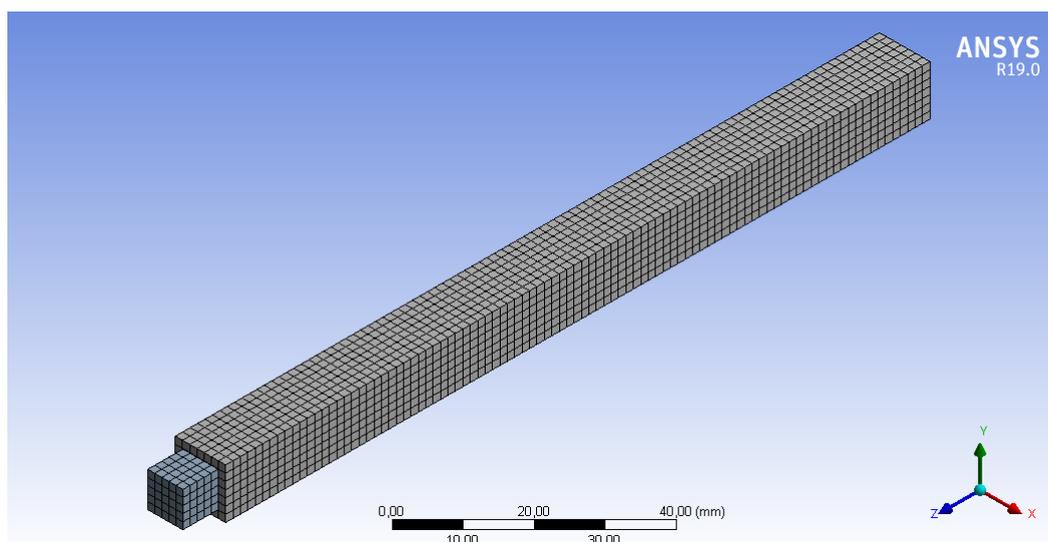


Figura 51: Malha usada nas simulações numéricas dos ensaios dinâmicos.

Quanto às condições de fronteira aplicadas, definiu-se o contacto entre viga e acelerómetro como “colado”, tendo-se por sua vez restringido uma das faces da viga através de um suporte fixo. Este tipo de suporte restringe todos os graus de liberdade da superfície escolhida à semelhança daquilo que acontece na interação entre viga e torno durante o ensaio experimental. Na figura 52 encontra-se identificada a face da viga referida.

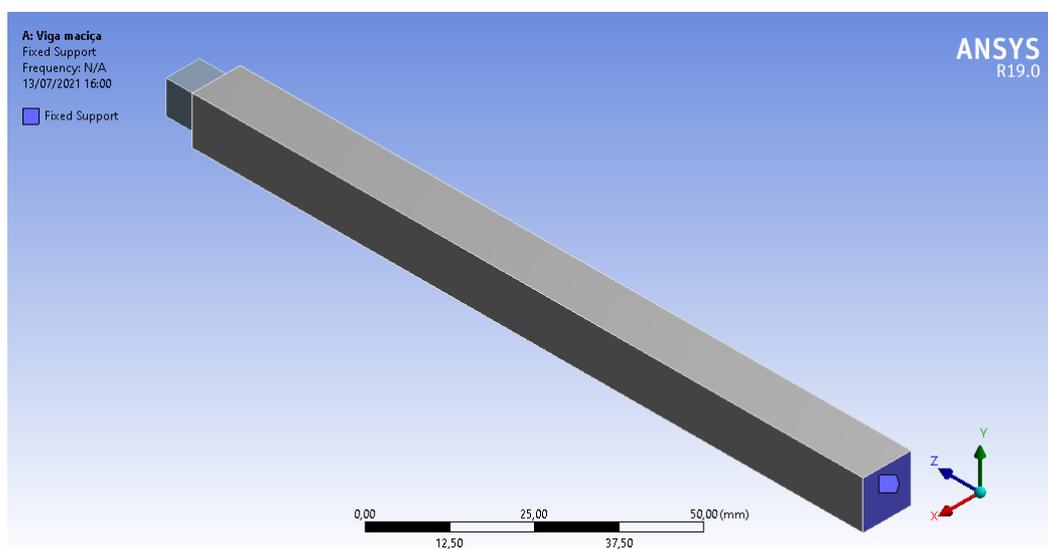


Figura 52: Identificação da face restringida nos modelos numéricos para análise modal.

Por último, nas configurações de análise estabeleceu-se um máximo de seis modos de vibração para o *software* determinar, valor que se revelou suficiente visto que o último modo já corresponde a uma frequência superior a 1000 Hz.

Dada a geometria dos provetes não ser significativamente diferente, os seis modos de vibração determinados são semelhantes nos três provetes, correspondendo os quatro primeiros a modos de flexão, o quinto a um modo de torção e o sexto a um modo de tração.<sup>20</sup> De notar que os quatro primeiros modos de vibração consistem em dois pares de modos com igual frequência de ressonância. No entanto, estes pares evidenciam modos de vibração análogos em direções ortogonais. Este caso verifica-se quando a secção transversal do provete é simétrica e a configuração do ensaio consiste numa estrutura em consola, o que coincide com os ensaios realizados. [33]

As frequências de ressonância do primeiro modo de cada um dos provetes obtidas através da análise modal numérica encontram-se apresentadas na tabela 25.

Tabela 25: Frequências de ressonância do 1º modo de cada um dos provetes ensaiados obtidas pela via numérica.

<b>Provete</b>	<b>Frequência de ressonância (Hz)</b>
Maciço	50,1
Oco	56,3
Bi-material	49,7

#### 4.3.5 Comparação das frequências de ressonância experimentais, analíticas e numéricas

Por forma a facilitar a comparação entre os valores de frequência de ressonância obtidos recorrendo aos três métodos, na tabela 26 apresentam-se todos os resultados agrupados.

Tabela 26: Valor experimental, analítico e numérico das frequências de ressonância dos provetes em estudo.

<b><i>Frequência de ressonância (Hz)</i></b>			
<b>Provete</b>	<b>Método</b>		
	<b>Experimental</b>	<b>Analítico</b>	<b>Numérico</b>
Maciço	51,2	51,1	50,1
Oco	54,9	57,5	56,3
Bi-material	52,0	50,7	49,7

Observando os valores das frequências de ressonância obtidos pelas diferentes vias, percebe-se uma maior concordância entre métodos analítico e numérico. Quanto aos valores experimentais incluídos na tabela 26, estes consistem na média aritmética entre as frequências de ressonância determinadas na direção paralela e perpendicular à deposição dos filamentos. A discrepância verificada face aos restantes métodos nas frequências de ressonância determinadas experimentalmente tanto na direção paralela como perpendicular fez questionar se todos os ensaios estáticos teriam sido levados a cabo com aplicação

<sup>20</sup>No Anexo G podem verificar-se os seis primeiros modos de vibração comuns aos três provetes.

da carga na mesma direção. No entanto, a avaliação das marcas de amarração nos provetes esclareceu que todos eles foram ensaiados na direção perpendicular à da deposição de filamentos. Por outro lado, na formulação dos métodos analítico e numérico, os provetes são assumidos como homogêneos e isotrópicos, o que não corresponde de todo à realidade. Em última análise, esta poderá ter sido uma das razões que motivou a discrepância referida.

Na tabela 27 apresenta-se o erro percentual associado aos vários métodos usados. Este erro foi novamente calculado recorrendo à equação 11 onde os primeiros métodos referidos correspondem aos valores “calculados” enquanto os segundos são encarados como valores “reais”.

Tabela 27: Erro percentual entre valores experimental, analítico e numérico de frequência de ressonância dos provetes.

Provete	Erro percentual		
	Analítico/Experimental	Analítico/Numérico	Numérico/Experimental
Maciço	0,195	2,00	2,15
Oco	4,74	2,13	2,55
Bi-material	2,50	2,01	4,42

Os valores de erro percentual confirmam assim uma vez mais a coerência entre métodos analítico e numérico. Os métodos numérico e experimental também apresentam resultados aproximados, à exceção do provete bi-material onde o erro percentual passa quase ao dobro. Por último, verifica-se que a relação entre resultados obtidos pela via analítica e experimental é o menos consistente, visto que regista o menor erro percentual calculado para o provete maciço mas também o maior valor no que diz respeito ao provete oco. Embora se verifique algumas discrepâncias mais acentuadas, conclui-se que, de uma forma geral, os modelos numéricos concebidos para levar a cabo a análise modal das vigas em estudo podem ser encarados como modelos válidos.

#### 4.3.6 Cálculo do amortecimento dos provetes em estudo

Através dos picos evidenciados nas FRF pode proceder-se ao cálculo do amortecimento de cada um dos diferentes provetes para o 1º modo de vibração. A determinação do amortecimento passou pela aplicação do método de pico de banda a meia potência, o qual se efetua a partir dos diagramas de *Bode*. Para o efeito é necessário identificar dois pontos nas imediações da frequência de ressonância em causa cuja potência seja metade desta. [34]

O amortecimento pode então ser contabilizado a partir de  $\eta$  (fator de perda) aplicando-se a equação 24 para o seu cálculo.

$$\eta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_n} \quad (24)$$

Na equação 24, as variáveis  $\omega_n$ ,  $\omega_1$  e  $\omega_2$  dizem respeito à frequência natural, à frequência inferior à natural no ponto a meia potência da mesma e à frequência superior à natural no ponto a meia potência da mesma, todas elas em Hz. De forma a clarificar este método, na figura 53 podem observar-se os referidos pontos em função do pico de ressonância.

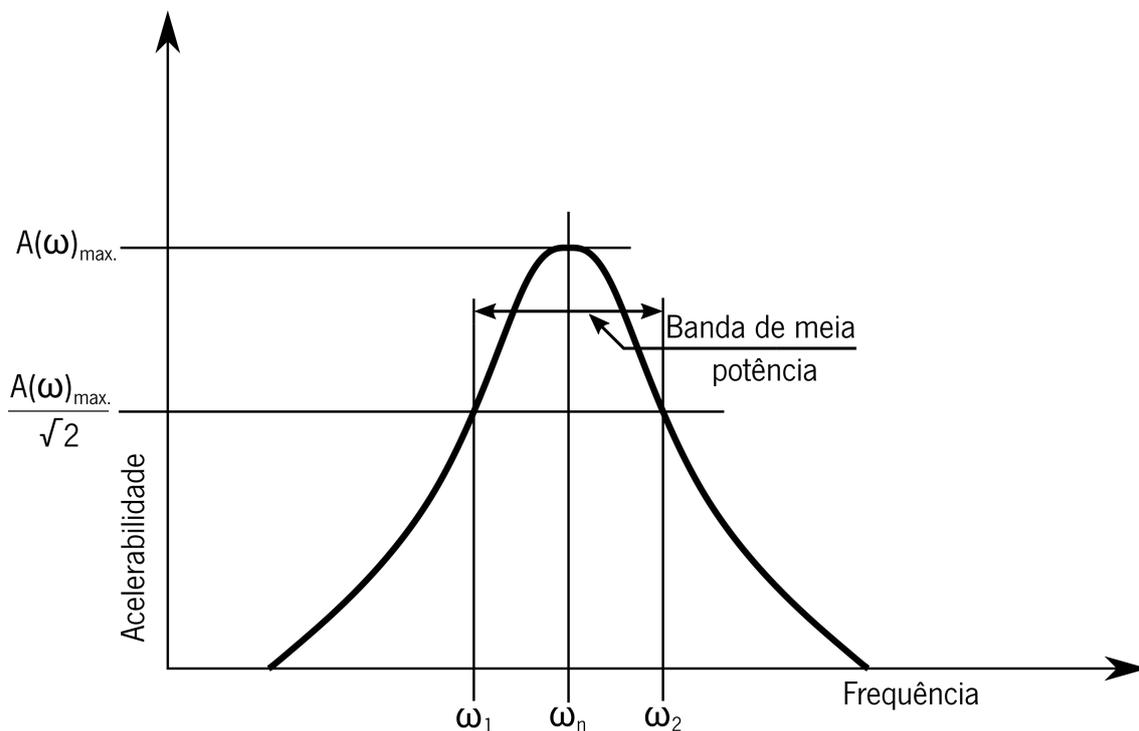


Figura 53: Representação esquemática dos pontos envolvidos no cálculo do amortecimento a partir do método de pico de banda a meia potência (adaptado de Meireles, 2007 [34]).

Tal como já referido, a aplicação deste método permite calcular o valor de  $\eta$ . No entanto, uma outra forma de quantificar o amortecimento dos provetes é através de  $\zeta$  (razão de amortecimento). [35] Na equação 25 evidencia-se a relação entre estas duas grandezas.

$$\zeta = \frac{\eta}{2} \quad (25)$$

Os valores de  $\zeta$  de todos os provetes ensaiados, tanto na direção paralela como perpendicular, figuram assim nas tabelas 28 e 29, respetivamente.

De notar que os valores apresentados nas tabelas 28 e 29 foram calculados diretamente pelo *software* através da aplicação do método já descrito.

Tabela 28: Razão de amortecimento na direção paralela de cada um dos exemplares ensaiados.

<b>Razão de amortecimento</b>					
<b>Provete</b>	<b>Exemplar</b>			<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>		
Maciço	-	0,026	0,024	0,025	0,0014
Oco	-	0,014	0,020	0,017	0,0042
Bi-material	0,016	0,013	0,021	0,017	0,0040

Tabela 29: Razão de amortecimento na direção perpendicular de cada um dos exemplares ensaiados.

<b>Razão de amortecimento</b>					
<b>Provete</b>	<b>Exemplar</b>			<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>		
Maciço	0,024	-	0,022	0,023	0,0014
Oco	0,020	-	0,013	0,017	0,0049
Bi-material	-	0,013	0,017	0,015	0,0028

Observando as razões de amortecimento determinadas verifica-se que o provete maciço é aquele que revela uma melhor resposta quando solicitado dinamicamente. A este segue-se o provete oco e, finalmente, o provete bi-material. Dito isto, a introdução da secção em elastómero numa viga oca em PLA não evidenciou um aumento de amortecimento face à própria viga oca ou a uma viga maciça de iguais dimensões. Relativamente aos provetes oco e bi-material, a razão de amortecimento na direção perpendicular à deposição de filamentos acaba por ser até ligeiramente inferior no caso do provete bi-material, o que, tendo em conta as exigências do fabrico desta estrutura, não constituirá de todo uma escolha viável. Em contrapartida, a geometria maciça alia o fabrico mais simples à razão de amortecimento mais elevada dos três provetes em estudo.

Um pouco à semelhança da reflexão feita nos parágrafos finais de 4.2.2, as diferenças estruturais entre provetes inferidas por diferentes parâmetros de impressão utilizados poderão ter influenciado os resultados obtidos. O caso concreto das percentagens de enchimento diferentes nos três provetes e a questão da conjugação de diferentes padrões e espessuras de parede nos provetes oco e bi-material constitui um outro fator a ter em conta. Por último, não se pode descartar a própria adesão entre PLA e elastómero, sendo que a interface entre estes materiais poderá apresentar irregularidades decorrentes do fabrico ou até mesmo incompatibilidades a nível da ligação entre os diferentes filamentos fundidos o que, em última análise, pode ter influenciado o amortecimento deste provete. Não descurando os resultados obtidos, a realização de mais estudos tendo em linha de conta as condicionantes referidas poderiam ajudar a fazer uma melhor avaliação do comportamento dinâmico destas estruturas.

## 5 DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Em virtude da considerável extensão dos estudos realizados e da própria especificidade dos resultados obtidos, no presente capítulo procede-se a uma discussão exaustiva dos mesmos. Avançam-se assim explicações que poderão estar na origem dos resultados alcançados, bem como conclusões decorrentes de todo o trabalho levado a cabo.

### 5.1 Resultados dos ensaios estáticos

Na sua generalidade, a realização dos ensaios estáticos permitiu avaliar o comportamento das estruturas celulares em estudo. A partir dos ensaios de tração percebeu-se que, quando se recorre à manufatura aditiva, a ideia de validação de propriedades do material acaba por dar lugar às propriedades da estrutura fabricada. Entre variadíssimos outros parâmetros, a direção de deposição dos filamentos influencia diretamente as propriedades calculadas, concluindo-se que este tipo de estruturas apresenta características anisotrópicas. Nesse seguimento, realça-se também a necessidade da criação de normas específicas para a validação de propriedades do material quando o método de fabrico em causa consiste na manufatura aditiva.

Constatou-se que o valor do módulo de elasticidade do PLA se aproxima mais dos valores anunciados pelo fabricante quando se recorre às curvas verdadeiras ao invés das curvas de engenharia. No entanto, não se deve ignorar a possível falta de exatidão no cálculo do módulo de elasticidade a partir destas curvas motivada pela dificuldade em identificar claramente o limite do domínio elástico do material em estudo.

A discrepância verificada entre a determinação deste parâmetro através dos dados experimentais e através do método analítico pode ser explicada pela assunção de um valor de módulo de elasticidade na direção oblíqua baseado no valor médio das direções paralela e perpendicular. Tendo em conta que aproximadamente 3/4 do provete foram impressos na direção oblíqua, toda essa fração é afetada pelo valor do módulo de elasticidade inferido. Uma outra razão por detrás dessa discrepância reside no facto de não ter sido ensaiado um provete com geometria normalizada. Por outro lado, comparando os parâmetros de impressão do provete que consta na ficha técnica do material com os do provete ensaiado, repara-se que a espessura das paredes do primeiro é de 2 mm face aos 1,2 mm do segundo. Isto implica que o provete ensaiado tenha um menor volume de filamento depositado na direção paralela à direção da solicitação e, portanto, um valor inferior de módulo de elasticidade comparativamente ao provete da ficha técnica.

A estas possibilidades referidas junta-se também o eventual escorregamento ou esmagamento na zona das amarras durante o ensaio.

Conclui-se também que, embora este tipo de caracterização seja algo complexa, o desenvolvimento de modelos numéricos para recriar o comportamento verificado de forma satisfatória é perfeitamente possível. A esse respeito, importa destacar-se o recurso ao modelo hiperelástico *Yeoh*.

Relativamente aos ensaios de flexão, os resultados obtidos evidenciaram a limitação que constituem análises exclusivamente analíticas, isto porque os valores de rigidez de flexão experimentais se afastam consideravelmente daqueles determinados analiticamente. Conclui-se que a resposta destas estruturas em contexto real encerra um nível de complexidade que não se encontra de todo contemplado em métodos analíticos.

Quanto ao desempenho dos provetes em estudo, aquele que apresenta maior rigidez é o provete oco, seguido do exemplar maciço e finalmente do provete bi-material. Avaliando estes resultados à luz dos parâmetros de fabrico de cada um dos provetes ensaiados, pode inferir-se que a deposição de filamentos constitui um fator preponderante na influência da rigidez de cada um dos provetes. De facto, tanto os provetes oco como bi-material apresentam uma estrutura interna delimitada por paredes tal como acontece no invólucro de todos os provetes. No caso concreto do provete oco, a combinação deste invólucro com um padrão de enchimento do tipo “grelha” resulta numa parede contínua desde as faces laterais externas até às faces laterais internas destas vigas. Quando comparado com o provete maciço onde o enchimento ocupa a maioria do seu volume e se encontra numa direção oblíqua, o provete oco apresenta assim uma estrutura que o favorece face aos restantes do ponto de vista de resistência à flexão. No que diz respeito ao provete bi-material, embora este também apresente a estrutura interna já referida, existe uma estreita zona entre ambas as paredes externa e interna constituída por enchimento com um padrão igual ao do provete maciço mas com uma densidade de apenas 80%. Quanto à inclusão de poliuretano termoplástico que diferencia este provete do oco, a sua presença não irá contribuir para um aumento de rigidez do mesmo, sendo que o seu valor médio acaba até mesmo por ser um pouco inferior à rigidez evidenciada pelo provete maciço.

Relativamente à discrepância entre resultados analíticos e experimentais, existem também outras razões mais complexas que podem ser apontadas. A título de exemplo, no caso concreto do provete bi-material, a adesão do elastómero ao PLA poderá ter sido um fator preponderante na obtenção dos resultados experimentais, enquanto que o método analítico não contempla de todo esta questão.

Uma vez mais, os dados provenientes dos ensaios experimentais de flexão permitem a definição de modelos numéricos capazes de replicar de forma aceitável o comportamento destas estruturas.

## 5.2 Resultados dos ensaios dinâmicos

Os ensaios dinâmicos permitiram averiguar a resposta dos diferentes provetes no que ao seu amortecimento diz respeito. A determinação desta propriedade apenas foi possível através do recurso a ensaios físicos. No entanto, tanto o método analítico como os modelos numéricos revelaram valores de frequência de ressonância bastante aproximados daqueles obtidos experimentalmente.

O provete que revelou maior amortecimento foi o provete maciço, seguido do oco e bi-material, ambos com desempenhos muito semelhantes. Um pouco à semelhança das conclusões já apresentadas para os ensaios estáticos, as diferenças estruturais entre provetes inferidas por diferentes parâmetros de impressão utilizados poderão ter influenciado os resultados obtidos. O caso concreto das percentagens de enchimento diferentes nos três provetes e a questão da conjugação de diferentes padrões e espessuras de parede nos provetes oco e bi-material constitui um outro fator a ter em conta. Por último, não se pode descartar a própria adesão entre PLA e elastómero, sendo que a interface entre estes materiais poderá apresentar irregularidades decorrentes do fabrico ou até mesmo incompatibilidades a nível da ligação entre os diferentes filamentos fundidos o que, em última análise, pode ter influenciado o amortecimento deste provete.

## 5.3 Resultados relativos ao desempenho da estrutura celular híbrida

A estrutura celular híbrida em estudo nesta dissertação apresenta o valor mais reduzido de rigidez e amortecimento quando comparado com os provetes maciço e oco, pelo que se conclui que optar por este provete em detrimento dos outros dois não constitui a escolha mais vantajosa em termos destas duas propriedades. Tendo em conta a maximização de rigidez e amortecimento e a minimização de peso, a estrutura mais promissora acaba por ser o provete oco. Por sua vez, o provete maciço destaca-se dos restantes apenas no que diz respeito à sua resposta em termos de amortecimento.

Relativamente à validação experimental das estruturas em estudo, concluiu-se que uma metodologia que contemple ensaios experimentais apresenta claras vantagens por ser a única que pode traduzir realmente o comportamento das estruturas. Embora a realização deste tipo de ensaios esteja sempre dependente do tipo de estruturas a analisar e dos próprios equipamentos disponíveis, considera-se que a sua combinação com técnicas de modelação numérica constitui uma boa estratégia para realizar extrapolações de sistemas mais complexos teoricamente impossíveis de avaliar analiticamente.

## 6 CONCLUSÃO

Os vários resultados obtidos ao longo desta dissertação permitem delinear conclusões não só relativamente aos objetivos inicialmente definidos mas também no que diz respeito às metodologias utilizadas. Ao longo deste capítulo encontram-se elencadas, de uma forma sintetizada, as principais conclusões relativas às análises estática e dinâmica e ao desempenho da estrutura celular híbrida.<sup>21</sup> Após a apresentação destas conclusões incluem-se também possíveis trabalhos futuros tidos como pertinentes numa eventual continuidade de desenvolvimento do tema desta dissertação.

### 6.1 Conclusões relativas aos ensaios estáticos

No que diz respeito aos ensaios de tração realizados, existem três aspetos que merecem especial destaque de entre as restantes conclusões. O primeiro deles é o facto da direção de deposição dos filamentos influenciar diretamente as propriedades dos modelos. Consequentemente, estas estruturas obtidas por manufatura aditiva apresentam características anisotrópicas. Dito isto, conclui-se finalmente que urge criar normas específicas para a validação de propriedades do material em estruturas obtidas através destes métodos de fabrico.

Passando para a questão dos ensaios de flexão, concluiu-se que, em termos de desempenho, o provete oco apresenta maior rigidez, seguido do exemplar maciço e finalmente do provete bi-material. Através da comparação destes resultados experimentais com aqueles obtidos analiticamente, verifica-se um afastamento considerável entre os valores de rigidez de flexão calculados com recurso a estes dois métodos. Em virtude destes resultados, aponta-se o padrão de enchimento e a densidade como parâmetros de impressão que influenciam diretamente o desempenho dos diferentes provetes.

### 6.2 Conclusões relativas aos ensaios dinâmicos

Relativamente aos ensaios dinâmicos, o provete que revelou maior amortecimento foi o provete maciço, seguido do oco e do bi-material, ambos com desempenhos muito semelhantes. Tal como já apontado várias vezes, também no caso dos ensaios dinâmicos diferentes parâmetros de impressão podem ter influenciado os resultados obtidos. Por outro lado, identificou-se a necessidade em estudar os mecanismos de adesão entre PLA e elastómero, visto que esta poderá ser a principal razão por detrás do fraco desempenho em termos de amortecimento do provete bi-material.

---

<sup>21</sup>No capítulo 5 procede-se a uma discussão mais extensa de todos os resultados.

### 6.3 Conclusões relativas ao desempenho da estrutura celular híbrida

A estrutura celular híbrida em estudo revelou um desempenho geral que a deixou aquém das expectativas iniciais, uma vez que apresenta o valor mais reduzido de rigidez e amortecimento dos três provetes. Em sentido inverso, a maximização de rigidez e amortecimento e minimização de peso materializa-se no provete oco. Apesar dos resultados obtidos pode, em última instância, afirmar-se que o estudo destas estruturas recorrendo aos métodos experimental, analítico e numérico constitui uma boa estratégia para extrapolar sistemas mais complexos.

### 6.4 Trabalhos futuros

Tendo em conta as conclusões apresentadas e as limitações e dificuldades identificadas ao longo desta dissertação, existe um conjunto de trabalhos que poderão ser levados a cabo para complementar e/ou corroborar os resultados obtidos.

Em primeiro lugar, verificou-se a necessidade de definição de uma bateria de ensaios experimentais mais extensa. Quando se pretende efetuar a caracterização destas estruturas, o recurso a um número limitado de tipos de ensaios pode comprometer tanto a avaliação das suas propriedades como a sua modelação numérica. No caso concreto dos ensaios estáticos, destaca-se a possibilidade de realização de ensaios de compressão com o intuito de calcular o módulo de elasticidade para comparação com aquele obtido à tração. A determinação do coeficiente de *Poisson* também teria especial interesse visto que nos modelos numéricos se recorreu a um valor médio retirado da literatura.

Uma vez que foi necessário focar o presente estudo apenas em determinados objetivos, existem alguns mecanismos que podem ter influenciado os resultados e que não foram abordados. A questão várias vezes referida da adesão entre os dois materiais é um bom exemplo, assim como os mecanismos de fratura característicos do PLA. Uma análise dos provetes recorrendo à microscopia poderá revelar novos aspetos a ter em conta. Para além disso, um estudo destas estruturas através da aplicação de modelos viscoelásticos poderia revelar respostas ainda mais aproximadas dos resultados dos ensaios experimentais estáticos. Por outro lado, o desenvolvimento de modelos mais afinados para descrever o comportamento do provete bi-material, nomeadamente a redistribuição da sua massa de forma mais representativa face àquilo que se verifica nos provetes, poderia traduzir-se numa redução dos erros percentuais calculados.

Por último, tendo em conta o comportamento não linear das estruturas celulares híbridas, a integração destas em sistemas mais complexos poderia revelar respostas que lhe fossem mais favoráveis do ponto de vista da sua inclusão em aplicações reais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] L. J. Gibson e M. F. Ashby, *Cellular solids : structure and properties*, 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1997 (ver pp. 4, 13).
- [2] J. S. Magalhães, “Análise do Comportamento Estático e Dinâmico de Estruturas bimatéria em Favo de Mel,” Dissertação de mestrado, Universidade do Minho (ver pp. 7–11, 25).
- [3] V. H. Carneiro, P. Ribeiro, N. Peixinho, J. Meireles e D. Soares, “DYNAMIC MECHANICAL ANALYSIS OF 3D-PRINTED BEAMS,” em *International Conference on Multifunctional Cellular Materials*, Maribor, Eslovénia, 2019 (ver p. 12).
- [4] M. Bîrsan, H. Altenbach, T. Sadowski, V. A. Eremeyev e D. Pietras, “Deformation analysis of functionally graded beams by the direct approach,” *Composites Part B: Engineering*, vol. 43, n.º 3, pp. 1315–1328, abr. de 2012, ISSN: 13598368. DOI: 10.1016/j.compositesb.2011.09.003 (ver p. 13).
- [5] H. Cohen, “A non-linear theory of elastic directed curves,” *International Journal of Engineering Science*, vol. 4, n.º 5, pp. 511–524, 1966 (ver p. 13).
- [6] M. Bîrsan, T. Sadowski, L. Marsavina, E. Linul e D. Pietras, “Mechanical behavior of sandwich composite beams made of foams and functionally graded materials,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 50, n.º 3-4, pp. 519–530, fev. de 2013, ISSN: 00207683. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2012.10.011 (ver pp. 13, 14).
- [7] Y. T. Kao, Y. Zhang, J. Wang e B. L. Tai, “Bending behaviors of 3D-printed Bi-material structure: Experimental study and finite element analysis,” *Additive Manufacturing*, vol. 16, pp. 197–205, ago. de 2017, ISSN: 22148604. DOI: 10.1016/j.addma.2017.06.005 (ver pp. 14, 15).
- [8] S. P. Mai, N. A. Fleck e T. J. Lu, “Optimal design of box-section sandwich beams in three-point bending,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 44, n.º 14-15, pp. 4742–4769, jul. de 2007, ISSN: 00207683. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2006.11.046 (ver pp. 15, 16).
- [9] É. B. da Silveira, “Estudo da tenacificação do PLA pela adição de elastômero termoplástico EMA-GMA,” Dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo, Agência USP de Gestão da Informação Acadêmica (AGUIA) (ver pp. 17, 18).
- [10] Y. Meyva e C. Kaynak, “Toughening of polylactide by bio-based and petroleum-based thermoplastic elastomers,” *International Polymer Processing*, vol. 30, n.º 5, pp. 593–602, 2015, ISSN: 0930777X. DOI: 10.3139/217.3113 (ver pp. 17, 18).
- [11] A. Manral, F. Ahmad e V. Chaudhary, “Static and dynamic mechanical properties of PLA bio-composite with hybrid reinforcement of flax and jute,” em *Materials Today: Proceedings*, vol. 25, Elsevier Ltd, jan. de 2019, pp. 577–580. DOI: 10.1016/j.matpr.2019.07.240 (ver p. 18).
- [12] B. A. dos Santos Castro e B. Q. Barros, “Caracterização De Materiais Poliméricos Obtidos Por Produção Aditiva,” Universidade do Minho, 2019 (ver p. 19).
- [13] T. Letcher e M. Waytashek, “Material property testing of 3D-printed specimen in pla on an entry-level 3D printer,” *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Proceedings (IMECE)*, vol. 2A, 2014 (ver p. 19).
- [14] Y. Song, Y. Li, W. Song, K. Yee, K. Y. Lee e V. L. Tagarielli, “Measurements of the mechanical response of unidirectional 3D-printed PLA,” *Materials and Design*, vol. 123, pp. 154–164, jun. de 2017, ISSN: 18734197. DOI: 10.1016/j.matdes.2017.03.051 (ver p. 20).

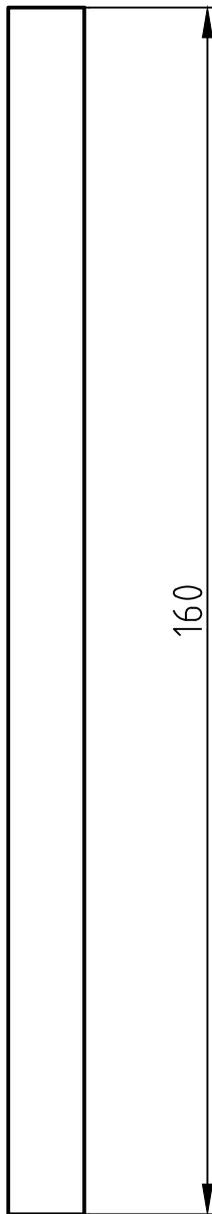
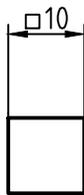
- [15] N. C. Loureiro e J. L. Esteves, “Green composites in automotive interior parts: A solution using cellulosic fibers,” em *Green Composites for Automotive Applications*, Elsevier, jan. de 2018, pp. 81–97. [Em linha]. Disponível: <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-102177-4.00004-5> (ver p. 20).
- [16] Fillamentum, *Flexfill TPU 98A Natural*, 2020. [Em linha]. Disponível: <https://fillamentum.com/collections/flexfill-tpu-flexible-filament/products/flexfill-tpu-98a-natural> (acedido em 21/12/2020) (ver pp. 20, 50).
- [17] M. Ramezani e Z. M. Ripin, “Characteristics of elastomer materials,” em *Rubber-Pad Forming Processes*, Elsevier, 2012, pp. 43–64. [Em linha]. Disponível: <https://doi.org/10.1533/9780857095497.43> (ver p. 20).
- [18] M. Capurro e F. Barberis, “Evaluating the mechanical properties of biomaterials,” em *Biomaterials for Bone Regeneration: Novel Techniques and Applications*, Elsevier Ltd, jun. de 2014, pp. 270–323 (ver p. 20).
- [19] D. A. Şerban, L. Maravina e V. Silberschmidt, “Behaviour of semi-crystalline thermoplastic polymers: Experimental studies and simulations,” em *Computational Materials Science*, vol. 52, Elsevier, fev. de 2012, pp. 139–146. DOI: 10.1016/j.commatsci.2011.02.042 (ver pp. 20, 21).
- [20] R. Tobajas, D. Elduque, C. Javierre, E. Ibarz e L. Gracia, “A comparative study of hyperelastic constitutive models for an automotive component material,” em *28th European Modeling and Simulation Symposium, EMSS 2016*, 2016, pp. 338–347 (ver p. 21).
- [21] M. M. Pastor-Artigues, F. Roure-Fernández, X. Ayneto-Gubert, J. Bonada-Bo, E. Pérez-Guindal e I. Buj-Corral, “Elastic asymmetry of PLA material in FDM-printed parts: Considerations concerning experimental characterisation for use in numerical simulations,” *Materials*, vol. 13, n.º 1, p. 15, dez. de 2020, ISSN: 19961944. DOI: 10.3390/ma13010015. [Em linha]. Disponível: <https://www.mdpi.com/1996-1944/13/1/15> (ver p. 22).
- [22] F. P. BEER, E. R. JOHNSTON, JR., J. T. DEWOLF e D. F. MAZUREK, *MECÂNICA DOS MATERIAIS*, 5ª ed. São Paulo: AMGH Editora Ltda, 2011 (ver pp. 33, 54).
- [23] ANSYS, *Nonlinear Structural*, 2005 (ver pp. 36, 89).
- [24] U. of Iowa, *Percent Error Formula*, 2017. [Em linha]. Disponível: <http://astro.physics.uiowa.edu/ITU/glossary/percent-error-formula/> (acedido em 07/03/2021) (ver p. 39).
- [25] ANSYS, *Hyperelasticity ANSYS Mechanical Advanced Nonlinear Materials*, 2013 (ver p. 41).
- [26] TWI, *REDUCED INTEGRATION IN FINITE ELEMENT ANALYSIS*, 2021. [Em linha]. Disponível: <https://www.twi-global.com/technical-knowledge/faqs/faq-what-is-reduced-integration-in-the-context-of-finite-element-analysis> (acedido em 03/07/2021) (ver p. 44).
- [27] Tec-science, *Bending flexural test*, 2018. [Em linha]. Disponível: <https://www.tec-science.com/material-science/material-testing/bending-flexural-test/> (acedido em 20/03/2021) (ver pp. 48, 53).
- [28] L. Pareto, *FORMULARIO DE RESISTENCIA Y CONOCIMIENTO DE MATERIALES PARA MECANICOS*, 2ª ed. Barcelona: EDICIONES CEAC, S. A., 1981 (ver pp. 49, 51, 53, 54).
- [29] MatWeb, *Overview of materials for Thermoplastic Polyurethane, Elastomer, Polyester Grade*, 2021. [Em linha]. Disponível: <http://www.matweb.com/search/MaterialGroupSearch.aspx> (acedido em 01/06/2021) (ver p. 50).
- [30] T. Irvine, *Bending frequencies of beams, rods, and pipes*, 2012. [Em linha]. Disponível: <http://www.vibrationdata.com/tutorials2/beam.pdf> (ver pp. 61, 62).

- [31] J. Meireles, *Capítulo IV – INTRODUÇÃO AO ANSYS MECÂNICA - Análise Modal em ANSYS* (ver p. 63).
- [32] S. Farah, D. G. Anderson e R. Langer, *Physical and mechanical properties of PLA, and their functions in widespread applications – A comprehensive review*, dez. de 2016. DOI: 10.1016/j.addr.2016.06.012 (ver p. 63).
- [33] G. Visser, *Modal Analysis: What It Is and Is Not*, 2014. [Em linha]. Disponível: <https://simteq.co.za/blog/modal-analysis/> (acedido em 13/07/2021) (ver p. 66).
- [34] J. F. B. de Meireles, “Análise dinâmica de estruturas por modelos de elementos finitos identificados experimentalmente,” Tese de doutoramento, UNIVERSIDADE DO MINHO, Guimarães, 2007 (ver pp. 67, 68).
- [35] SIEMENS, *How to calculate damping from a FRF?* 2019. [Em linha]. Disponível: <https://community.sw.siemens.com/s/article/how-to-calculate-damping-from-a-frf> (acedido em 12/04/2021) (ver p. 68).
- [36] Ansys, *Defining a Multilinear Plasticity Hardening Model in Ansys Mechanical*, 2020. [Em linha]. Disponível: <https://www.youtube.com/watch?v=rCFmcNWRds4> (ver p. 89).

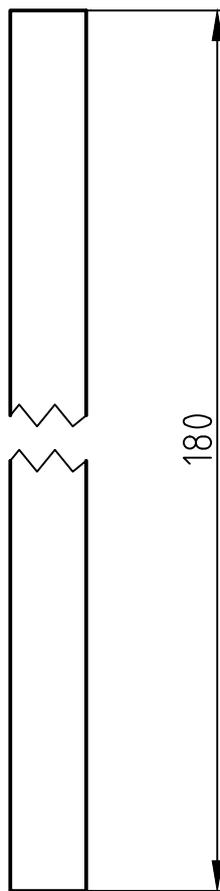
## **ANEXOS**

	<b>Página</b>
A Desenhos técnicos dos provetes em estudo . . . . .	79
B Curvas tensão/deformação dos provetes ensaiados à tração . . . . .	84
C Cálculo do $E$ relativo aos provetes D2 e D3 . . . . .	87
D Definição dos modelos de encruamento isotrópico . . . . .	89
E Curvas carga/deflexão de todos os provetes ensaiados à flexão . . . . .	91
F FRF de todos os provetes usados nos ensaios dinâmicos . . . . .	96
G Modos de vibração dos provetes em estudo . . . . .	105

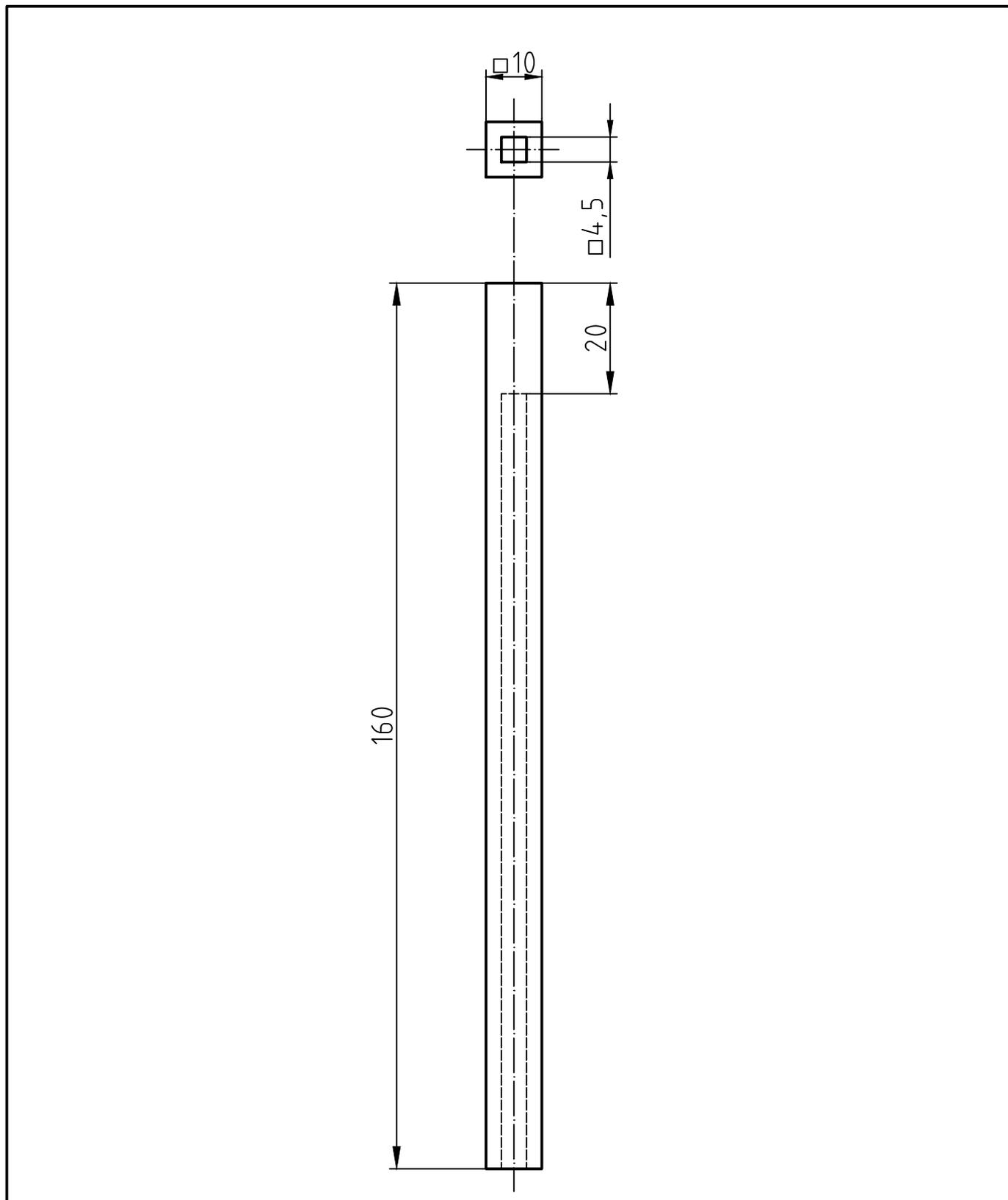
## **Anexo A    Desenhos técnicos dos provetes em estudo**



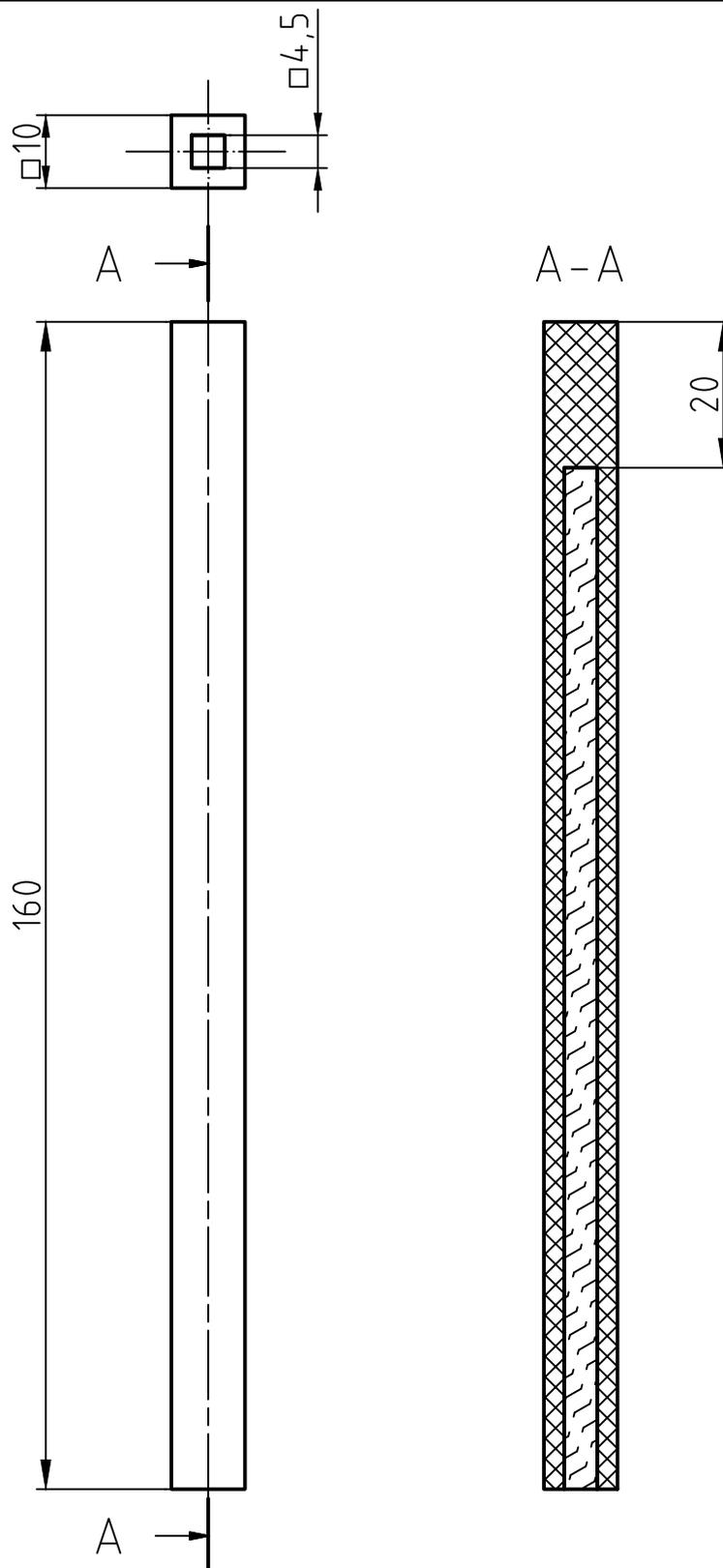
Proj.			Dissertação Validação Experimental de Conceito de Estruturas Celulares Híbridas	Universidade do Minho				
Des.				Departamento de Engenharia Mecânica				
Copiou				Miguel Vila Ferreira				
Visto								
Escala	Viga maciça - flexão							
1:1								
Toleran.								
				Substitui o des. nº				
				Substituído por				



Proj.			Dissertação Validação Experimental de Conceito de Estruturas Celulares Híbridas	Universidade do Minho				
Des.				Departamento de Engenharia Mecânica				
Copiou				Miguel Vila Ferreira				
Visto								
Escala	Viga maciça - tração							
1:1								
Toleran.								
				Substituído por				



Proj.			Dissertação Validação Experimental de Conceito de Estruturas Celulares Híbridas	Universidade do Minho				
Des.				Departamento de Engenharia Mecânica				
Copiou				Miguel Vila Ferreira				
Visto								
Escala	Viga oca							
1:1								
Toleran.								
				Substituído por				



Materialis



PLA



Elastómero

Proj.			Dissertação Validação Experimental de Conceito de Estruturas Celulares Híbridas	Universidade do Minho Departamento de Engenharia Mecânica					
Des.				Miguel Vila Ferreira					
Copiou									
Visto									
Escala	1:1			Viga bi-material					
Toleran.									
				Substitui o des. n°					
				Substituído por					

## Anexo B Curvas tensão/deformação dos provetes ensaiados à tração

Apresentam-se neste anexo as curvas tensão/deformação de cada um dos três provetes. As figuras 54, 55 e 56 correspondem às curvas de engenharia dos provetes D1, D2 e D3, respectivamente. Já as curvas verdadeiras dos provetes D2 e D3 encontram-se representadas nas figuras 57 e 58, respectivamente.

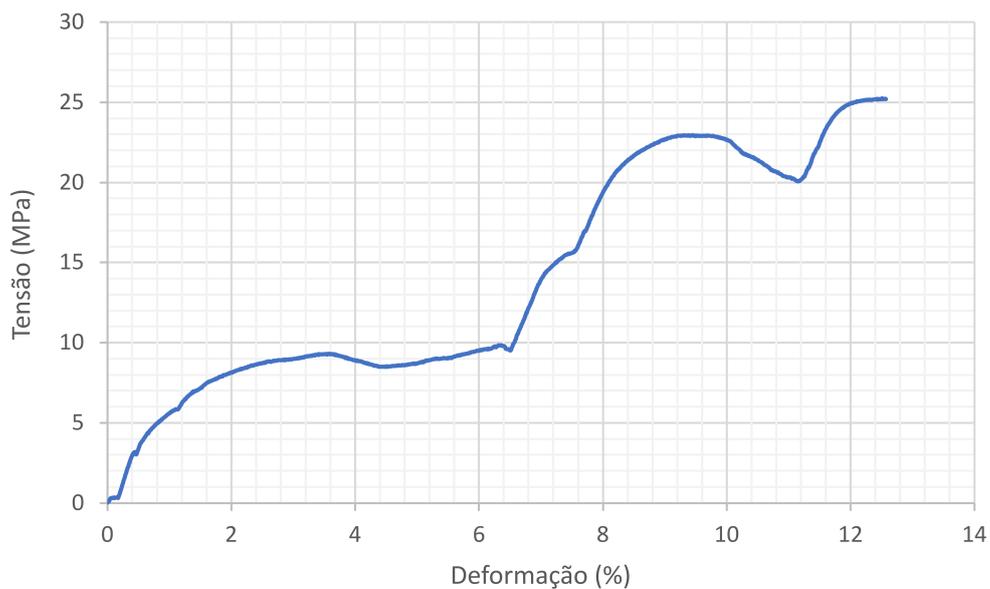


Figura 54: Curva tensão/deformação de engenharia do provete D1.

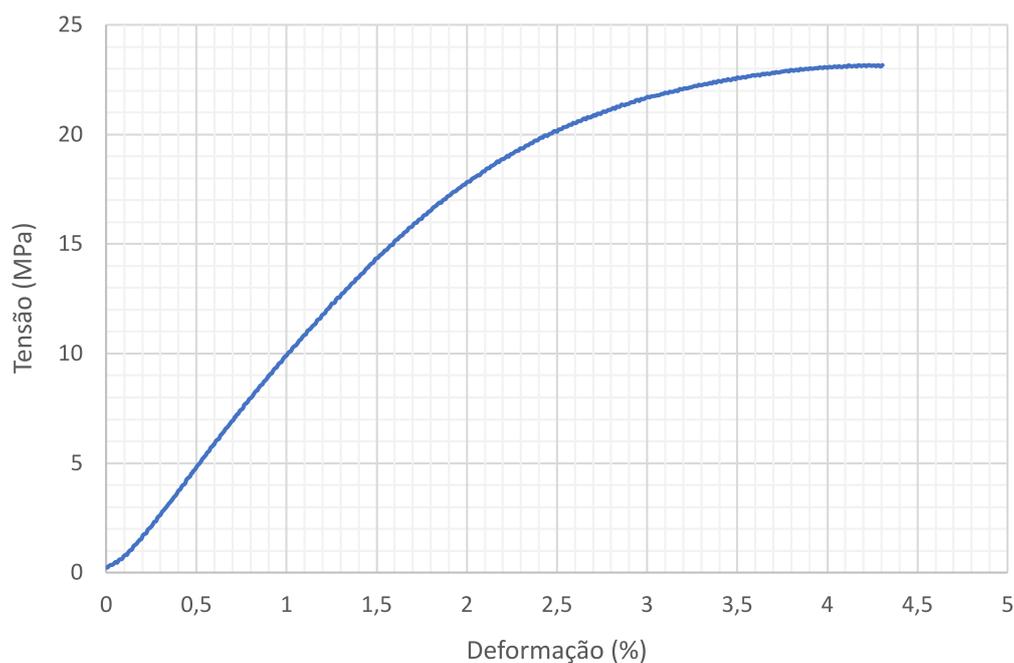


Figura 55: Curva tensão/deformação de engenharia do provete D2.

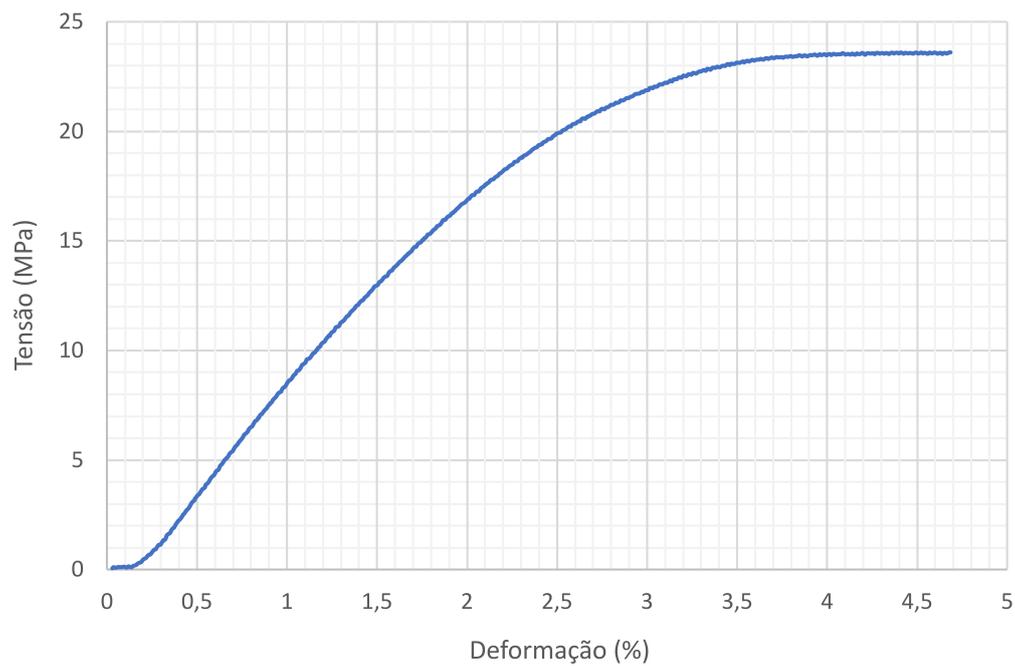


Figura 56: Curva tensão/deformação de engenharia do provete D3.

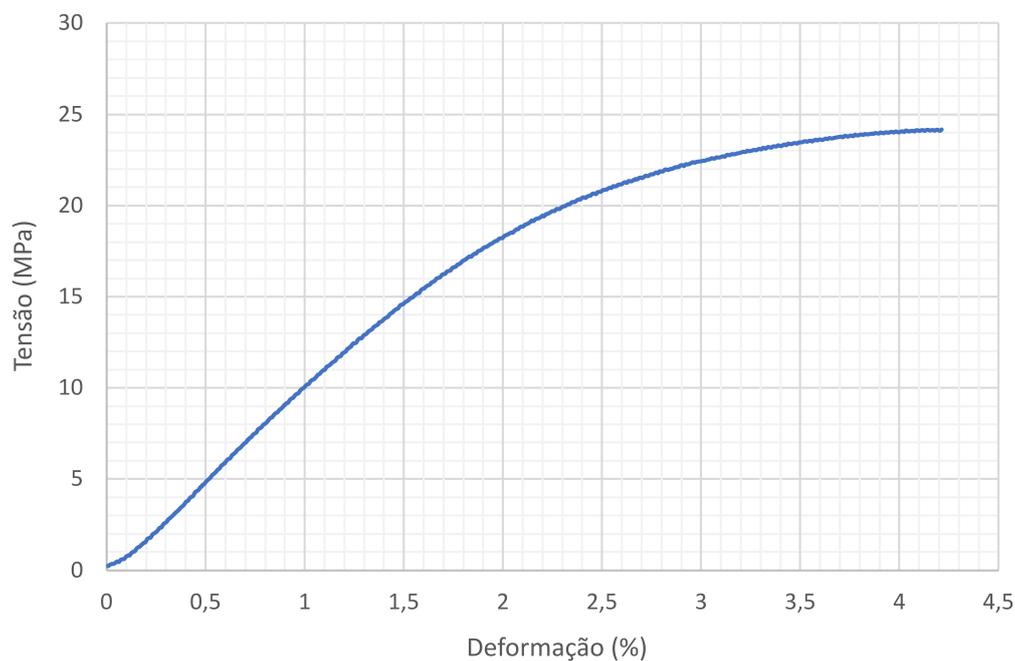


Figura 57: Curva tensão/deformação verdadeira do provete D2.

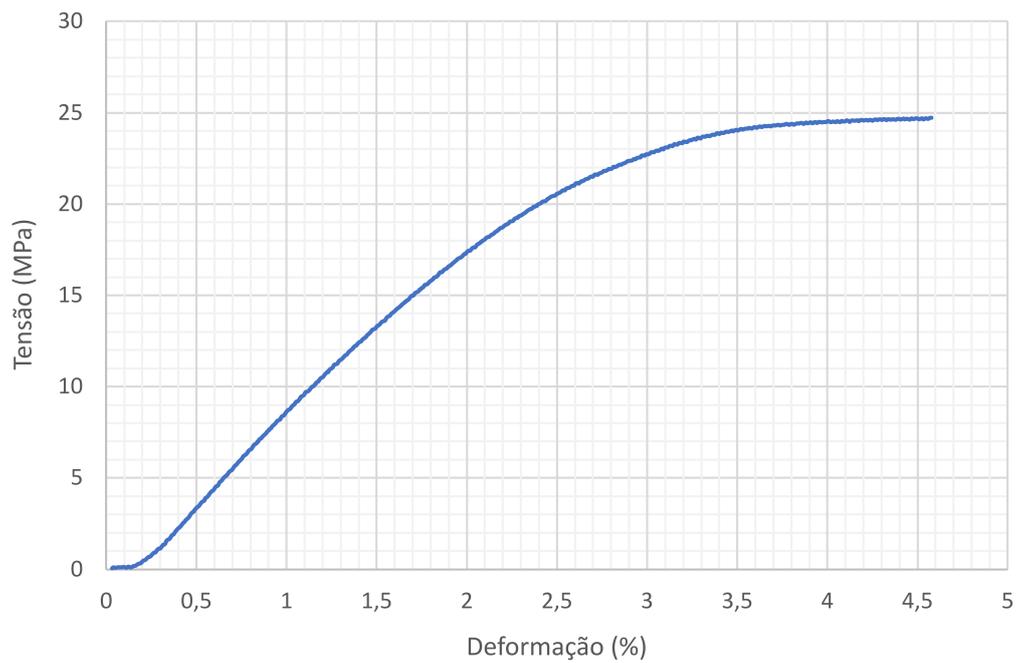


Figura 58: Curva tensão/deformação verdadeira do provete D3.

## Anexo C Cálculo do $E$ relativo aos provetes D2 e D3

A metodologia apresentada em 4.1.2 foi igualmente aplicada aos dados provenientes do ensaio à tração do provete D3 para determinação do  $E$  do PLA. O recurso à norma *ISO 527-1:2012* evidenciou uma vez mais um valor bastante inferior ao esperado, consequência de um coeficiente de correlação ainda mais baixo do que aquele obtido para o provete D2. Essa fraca correlação é facilmente verificada na figura 59.

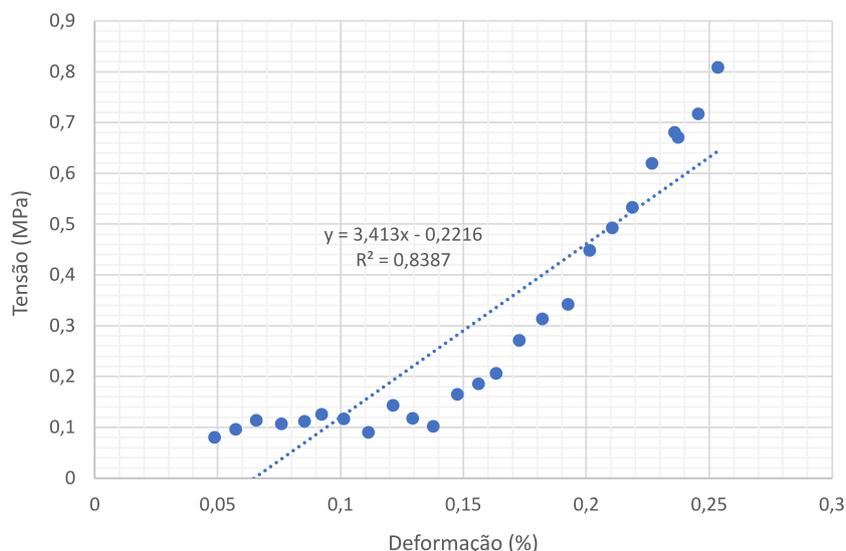


Figura 59: Retas de regressão linear do provete D3 segundo a norma *ISO 527-1:2012*.

Recorrendo novamente ao intervalo de deformação compreendido entre 0,24% e 0,76%, obtém-se não só um valor de  $E$  mais satisfatório, bem como uma melhor correlação dos dados experimentais. Na figura 60 observa-se a reta de regressão linear referida.

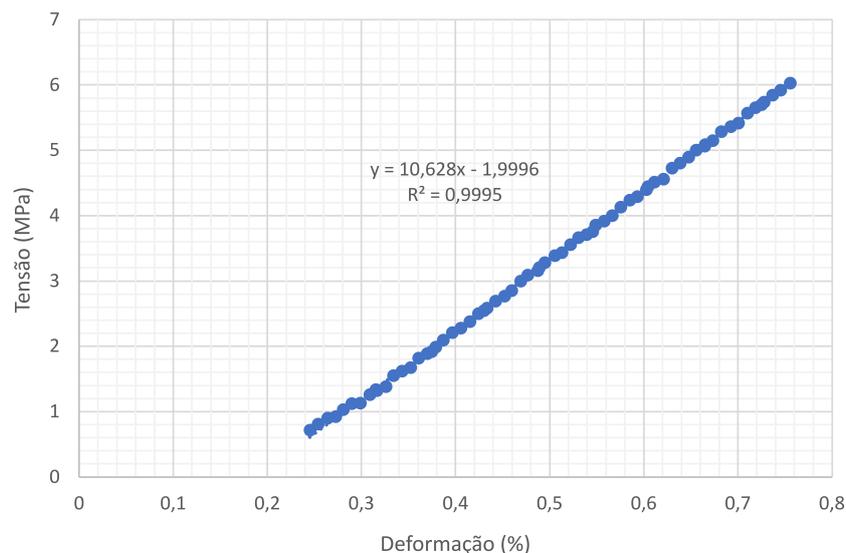


Figura 60: Retas de regressão linear do provete D3 no intervalo de deformação compreendido entre 0,24% e 0,76%.

Uma vez que neste intervalo de deformação se verificou sempre uma melhor correlação dos dados, aplicou-se novamente esta metodologia para determinação do  $E$  a partir das curvas tensão/deformação verdadeira. Nas figuras 61 e 62 apresentam-se as retas de regressão linear dos provetes D2 e D3 obtidas a partir das suas curvas verdadeiras.

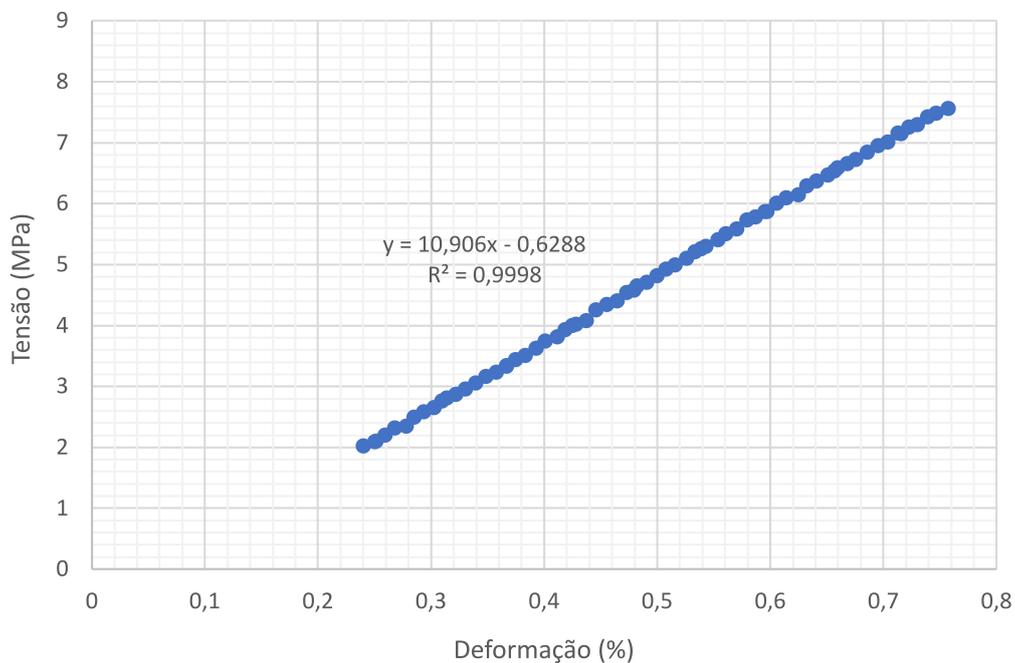


Figura 61: Reta de regressão linear do provete D2 a partir da sua curva verdadeira.

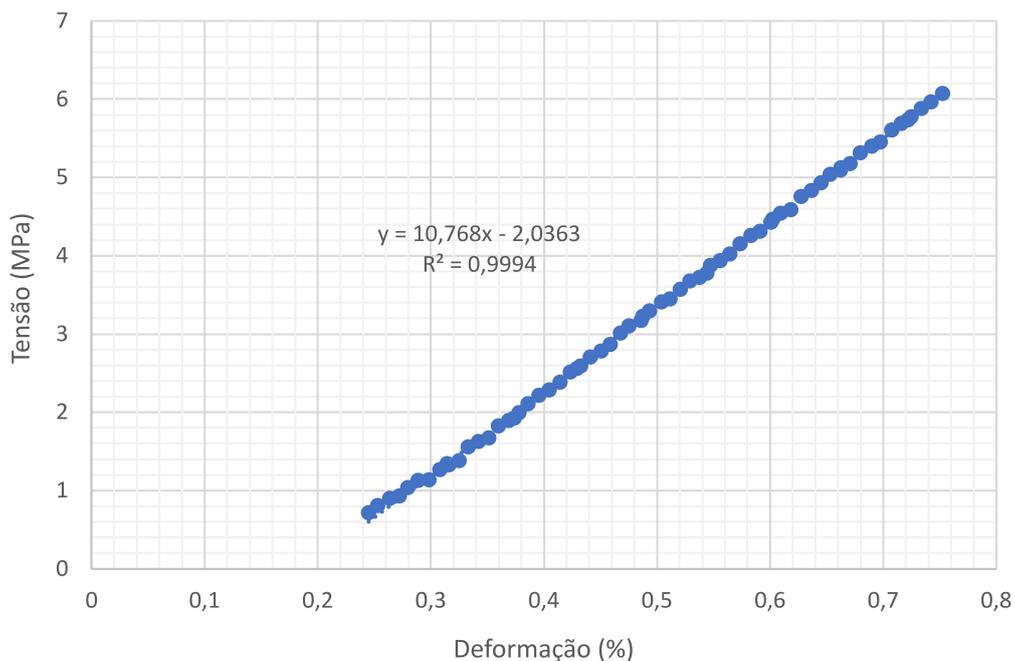


Figura 62: Reta de regressão linear do provete D3 a partir da sua curva verdadeira.

## Anexo D Definição dos modelos de encruamento isotrópico

Tendo em vista a definição do comportamento do PLA na simulação dos ensaios de tração, averiguou-se a possibilidade em recorrer a modelos de encruamento isotrópico. De notar que a utilização destes modelos pressupõe o recurso às curvas de tensão/deformação verdadeira. Por outro lado, a definição destes modelos também só fica completa com a inclusão do regime elástico do material, o qual foi assumido novamente como linear elástico isotrópico.

Inicialmente optou-se por usar o modelo bilinear, sendo que para tal foi necessário introduzir no *software* o valor de tensão de cedência e do módulo tangente. O primeiro foi identificado como o valor de tensão verdadeira no ponto correspondente ao limite de deformação elástica, enquanto o cálculo do segundo consistiu no declive entre os pontos de cedência e rutura da curva verdadeira do PLA. [23] O valor da tensão de cedência corresponde então a 7,5654 MPa enquanto o módulo tangente é equivalente a 479,71 MPa. Na figura 63 apresenta-se a curva correspondente a este modelo.

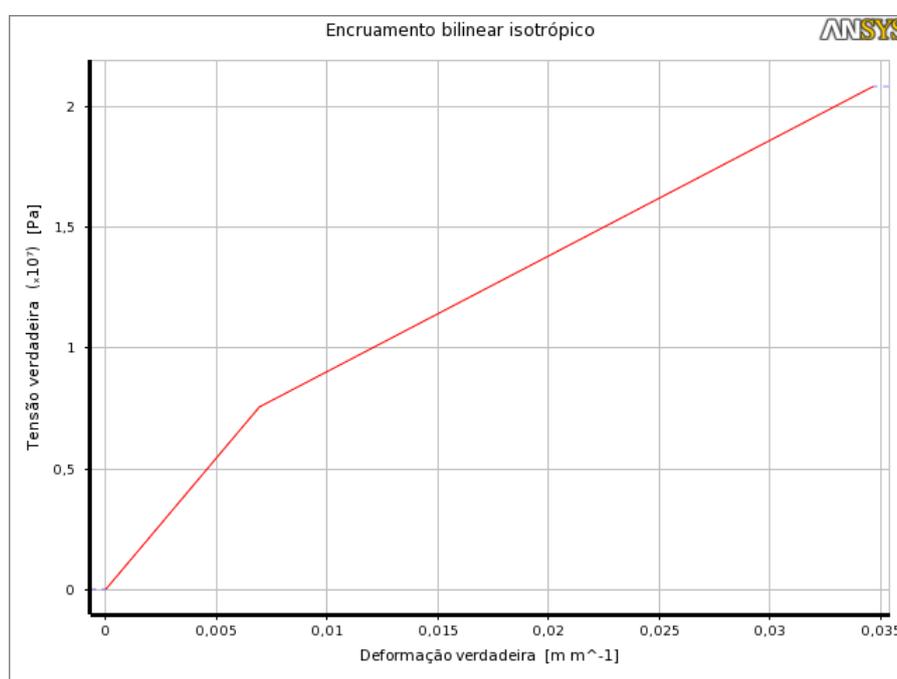


Figura 63: Definição do PLA através do modelo de encruamento bilinear isotrópico.

Comparando a morfologia da curva definida por este modelo com a das curvas obtidas a partir dos ensaios experimentais apresentadas na figura 30, percebe-se que grande parte dos dados que conferem a acentuada não-linearidade da curva acabam por ser omitidos, razão pela qual este modelo não pôde ser encarado como satisfatório.

No que diz respeito ao modelo multilinear, a sua definição passou por introduzir diretamente no *software* os dados relativos a deformação plástica e correspondente tensão verdadeira. Os valores de  $\varepsilon_{pla}$  (deformação plástica) em  $\text{mm mm}^{-1}$  foram obtidos através do recurso às equações 26 e 27. [36] De notar que o *software* apenas permite inserir conjuntos de dados cujo declive seja positivo, pelo que alguns pontos acabaram por ter de ser eliminados.

$$\varepsilon_{ela.} = \frac{\sigma_{ver.}}{E} \quad (26)$$

$$\varepsilon_{pla.} = \varepsilon_{tot.} - \varepsilon_{ela.} \quad (27)$$

Nestas equações,  $\varepsilon_{ela.}$  e  $\varepsilon_{tot.}$  representam a deformação elástica e total, respetivamente, ambas em  $mm\ mm^{-1}$ . Lembra-se também que as variáveis  $\sigma_{ver.}$  e  $E$  correspondem à tensão verdadeira e ao módulo de elasticidade, respetivamente, ambos em MPa. Na figura 64 encontra-se a curva definida pelo modelo multilinear.

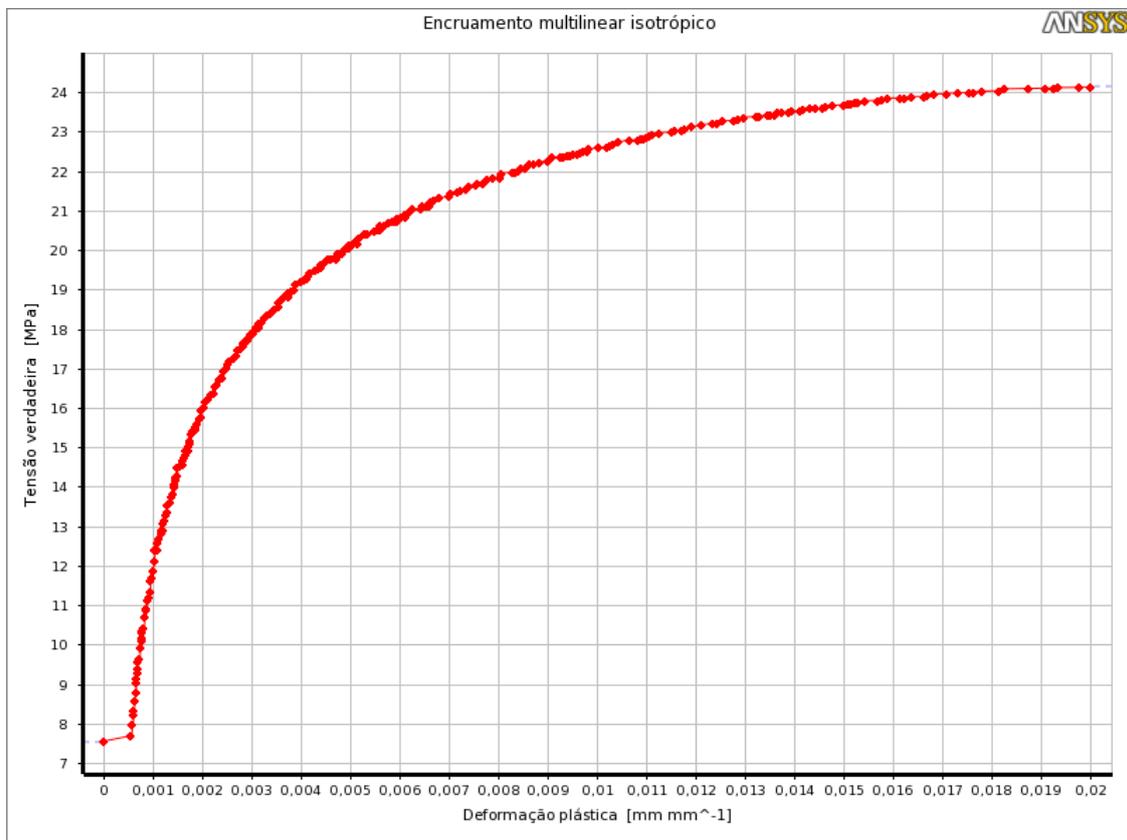


Figura 64: Definição do PLA através do modelo de encruamento multilinear isotrópico.

Verifica-se desta vez uma melhor correlação entre a morfologia desta curva e das experimentais. No entanto, também pode reparar-se que os valores relativos à deformação plástica são muito reduzidos, facto que à partida invalida o uso deste modelo. Aliando a isso a não convergência da simulação numérica executada faz com que também este modelo acabe por ser descartado.

## Anexo E Curvas carga/deflexão de todos os provetes ensaiados à flexão

Uma vez que se procedeu ao ensaio à flexão de nove provetes (três por cada uma das três geometrias em estudo) inclui-se neste anexo não só todas as curvas carga/deflexão, mas também as respetivas retas de regressão linear usadas para dedução da rigidez dos três tipos de provete. Dito isto, nas figuras 65 a 73 apresentam-se os resultados dos ensaios à flexão de todos os provetes.<sup>22</sup>

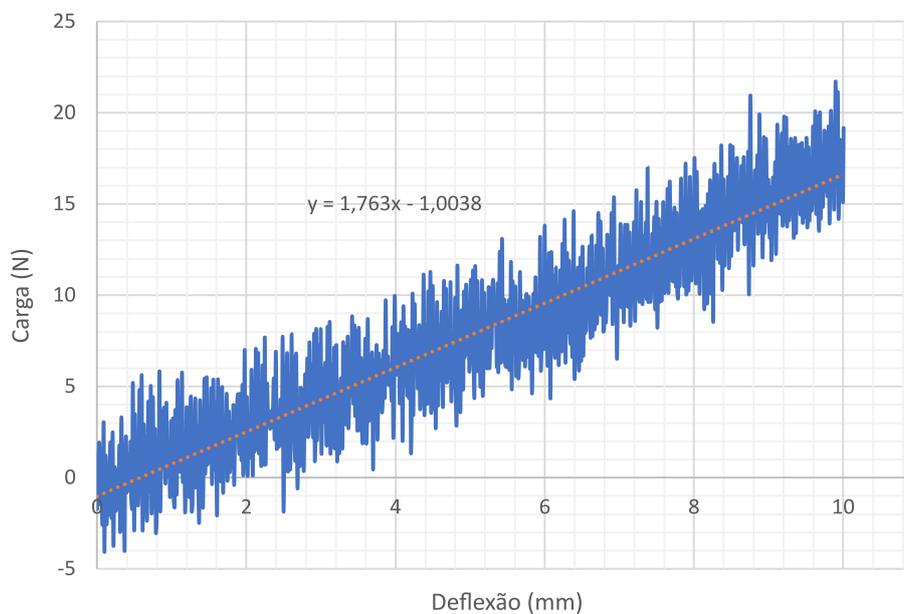


Figura 65: Curva carga/deflexão e reta de regressão linear do provete A1.

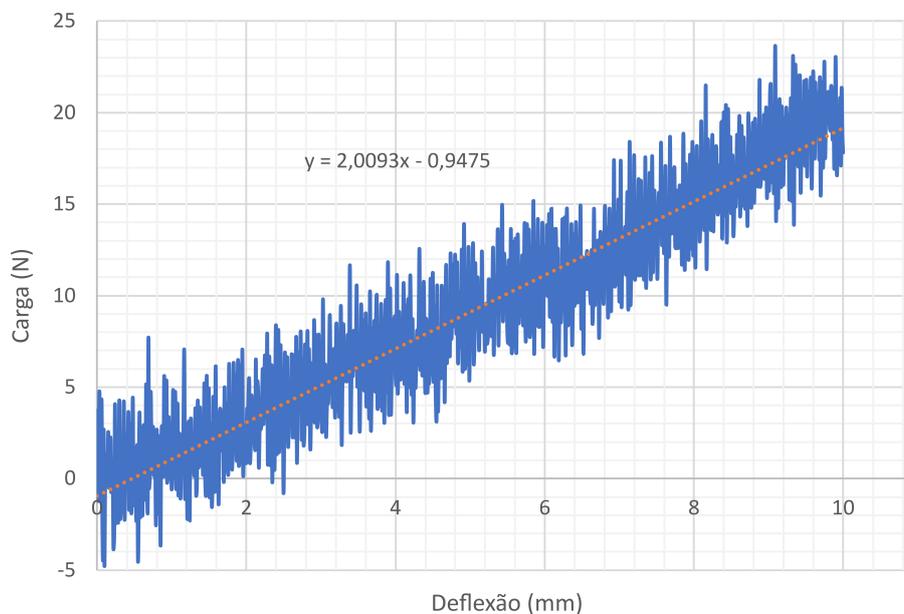


Figura 66: Curva carga/deflexão e reta de regressão linear do provete A2.

<sup>22</sup>Os três provetes em estudo podem ser recordados através da consulta da tabela 1.

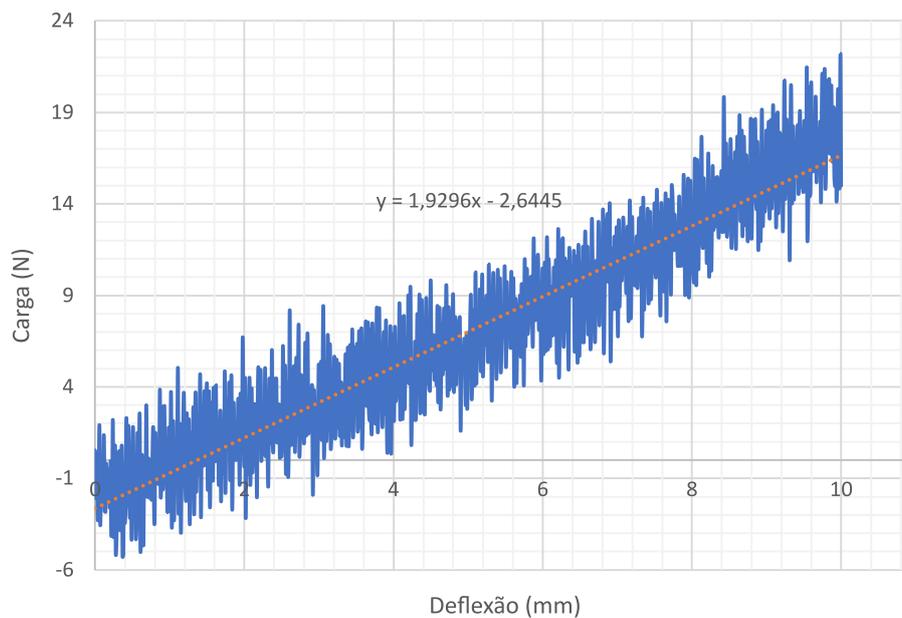


Figura 67: Curva carga/deflexão e reta de regressão linear do provete A3.

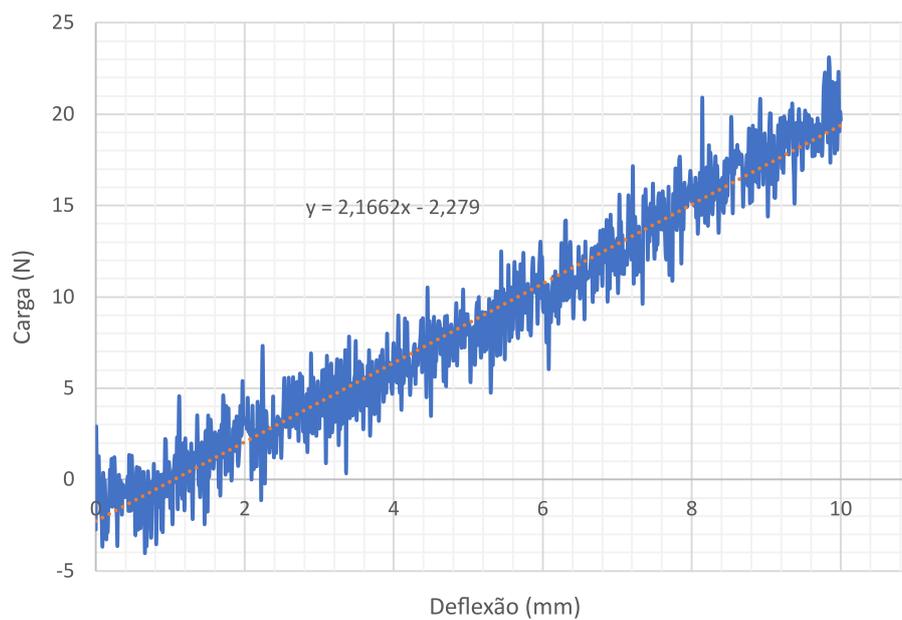


Figura 68: Curva carga/deflexão e reta de regressão linear do provete B1.

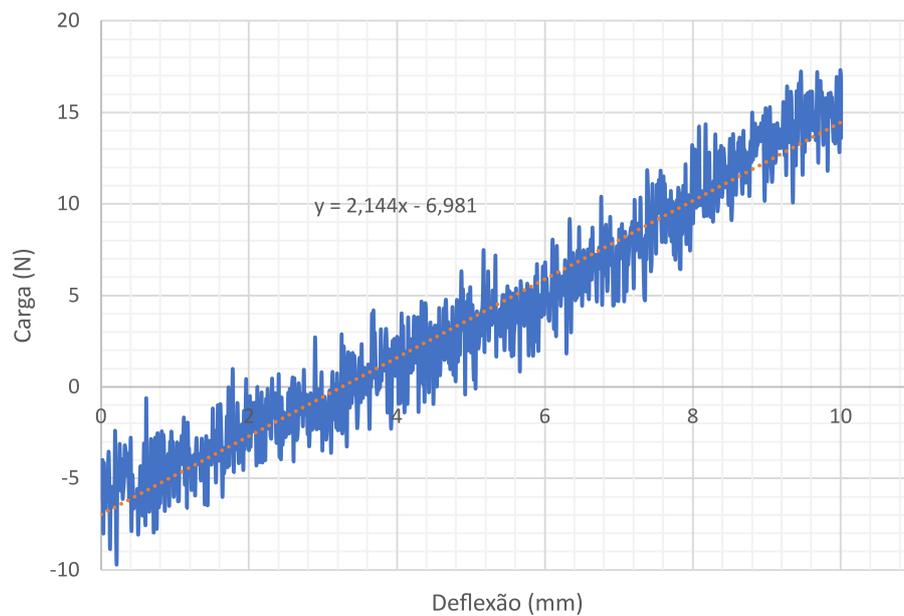


Figura 69: Curva carga/deflexão e reta de regressão linear do provete B2.

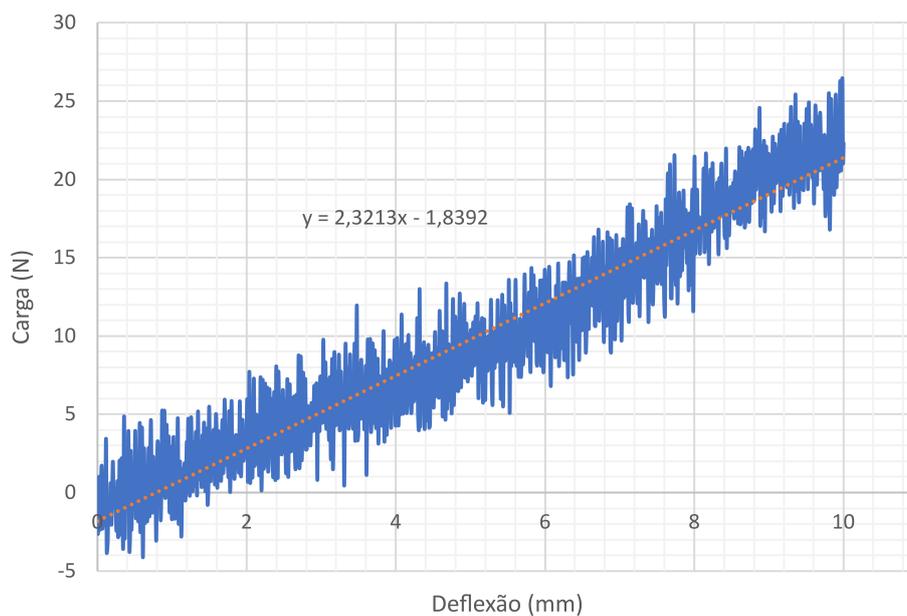


Figura 70: Curva carga/deflexão e reta de regressão linear do provete B3.

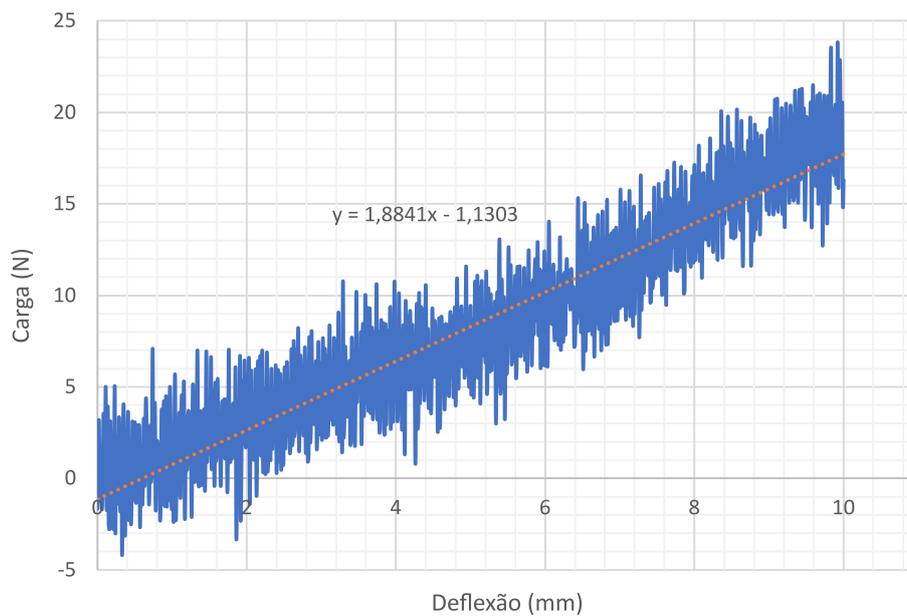


Figura 71: Curva carga/deflexão e reta de regressão linear do provete C1.

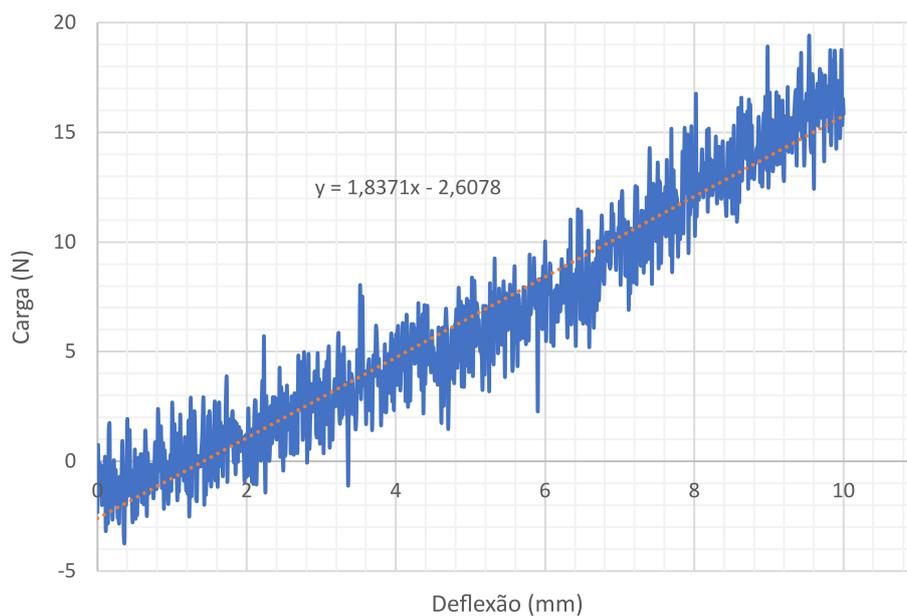


Figura 72: Curva carga/deflexão e reta de regressão linear do provete C2.

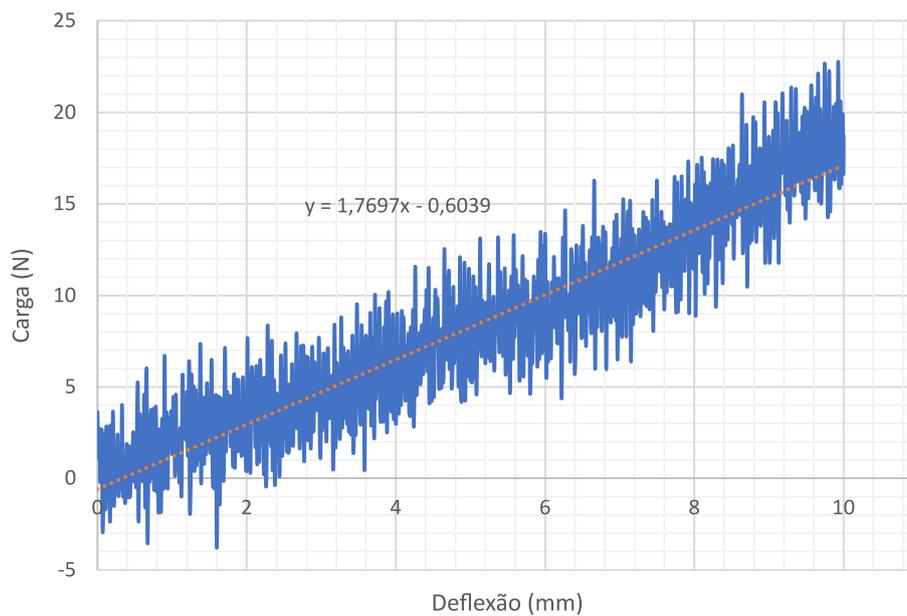


Figura 73: Curva carga/deflexão e reta de regressão linear do provete C3.

## Anexo F FRF de todos os provetes usados nos ensaios dinâmicos

Tendo-se realizado um total de dezoito ensaios (cada um dos três provetes correspondentes às três geometrias em estudo foi ensaiado nas duas direções) serão apresentados neste anexo os diagramas de *Bode* referentes a cada um dos ensaios levados a cabo. Assim, nas figuras 74 a 91 constam as FRF de todos os provetes ensaiados.<sup>23</sup>

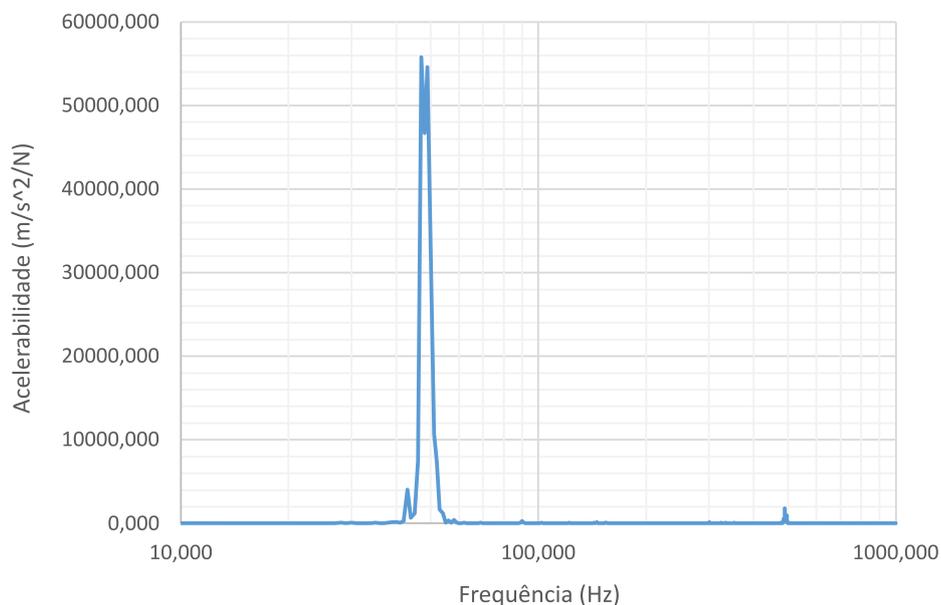


Figura 74: FRF do provete A1 na direção paralela.

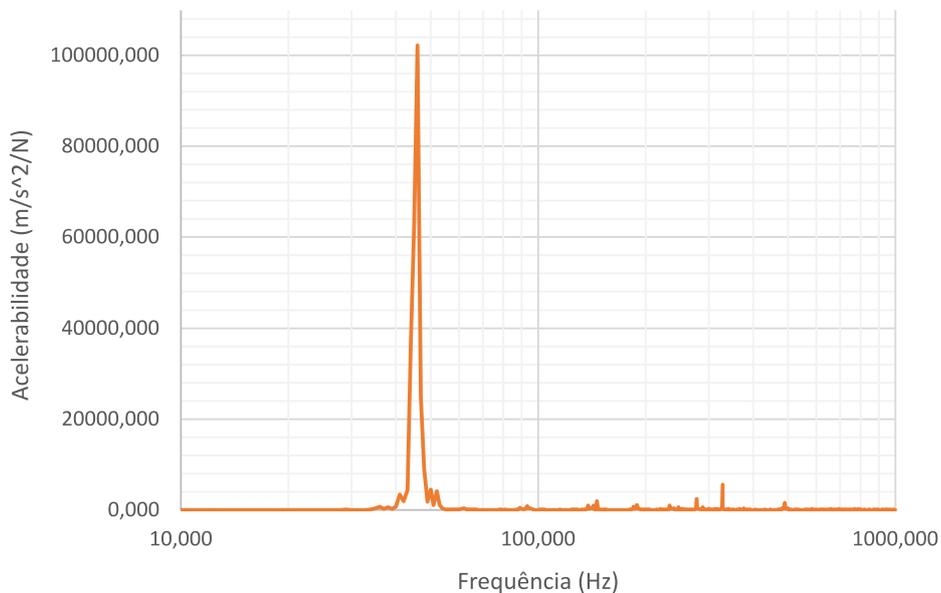


Figura 75: FRF do provete A2 na direção paralela.

<sup>23</sup>Os três provetes em estudo podem ser recordados através da consulta da tabela 1.

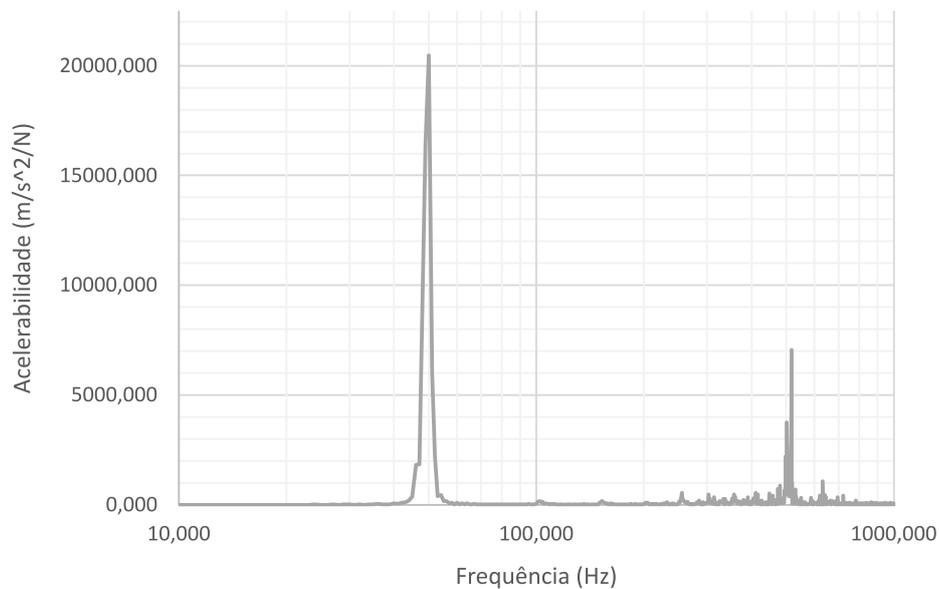


Figura 76: FRF do provete A3 na direção paralela.

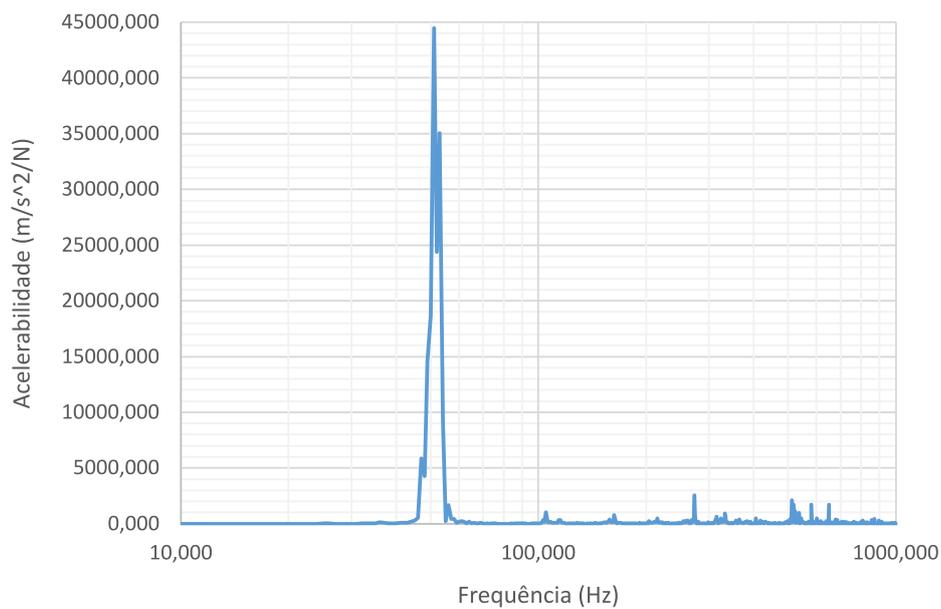


Figura 77: FRF do provete B1 na direção paralela.

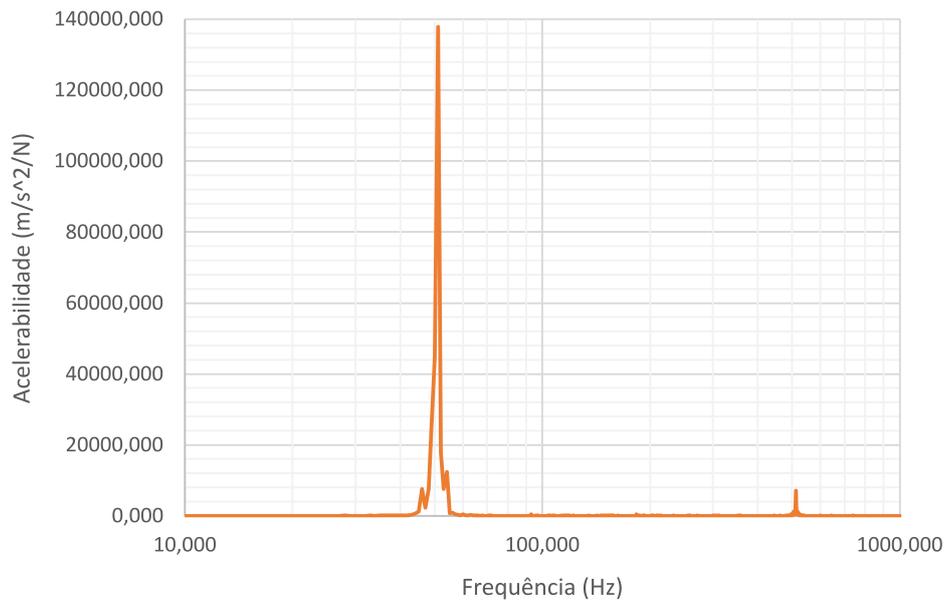


Figura 78: FRF do provete B2 na direção paralela.

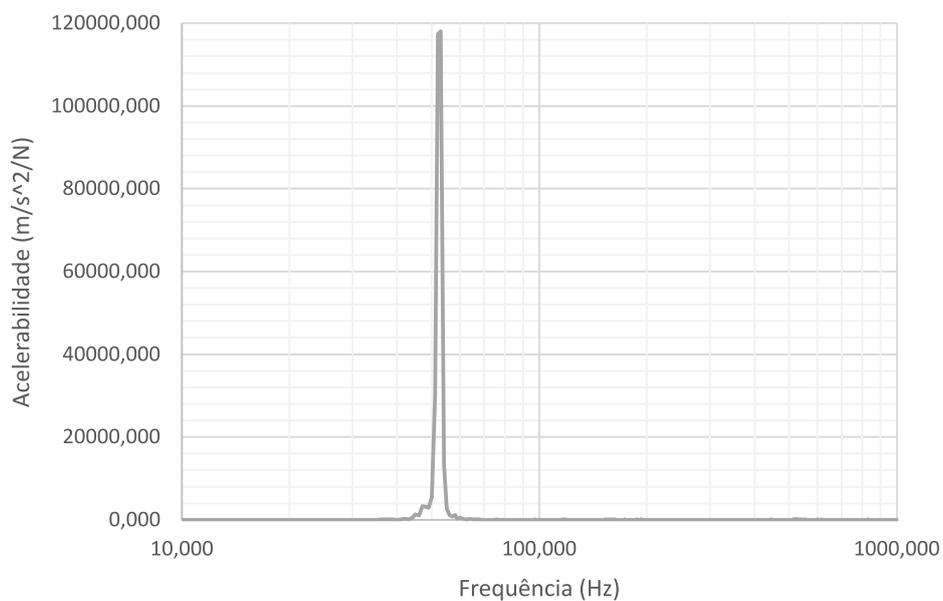


Figura 79: FRF do provete B3 na direção paralela.

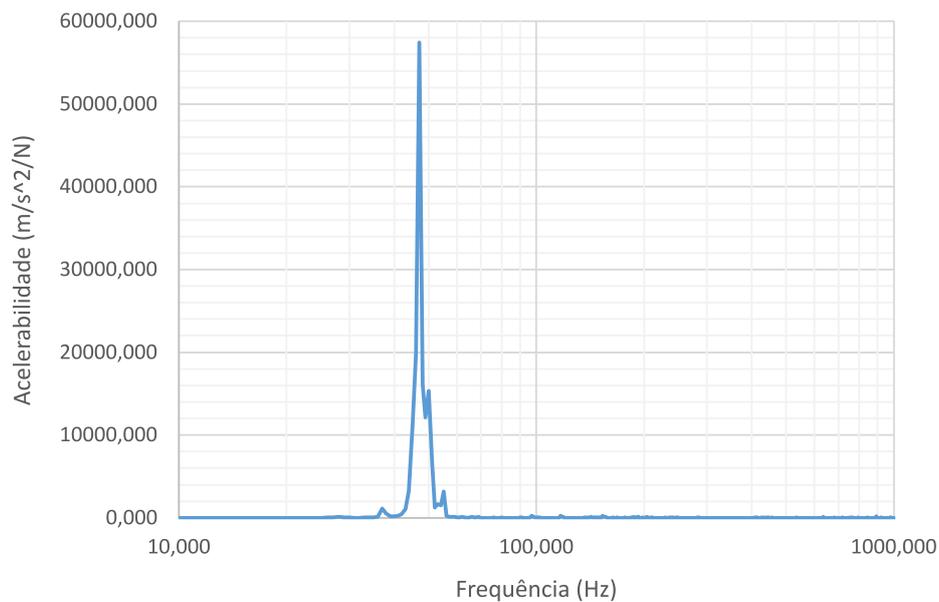


Figura 80: FRF do provete C1 na direção paralela.

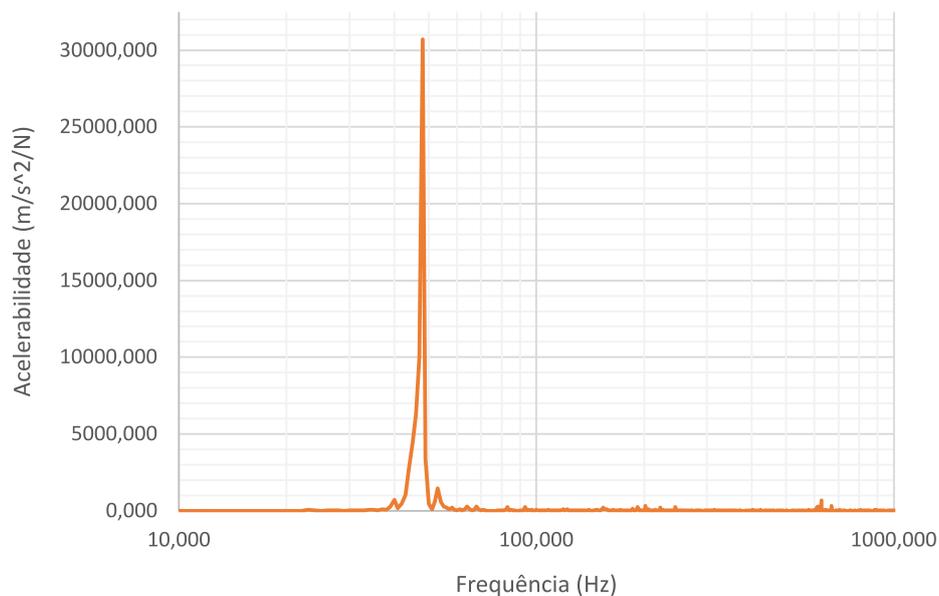


Figura 81: FRF do provete C2 na direção paralela.

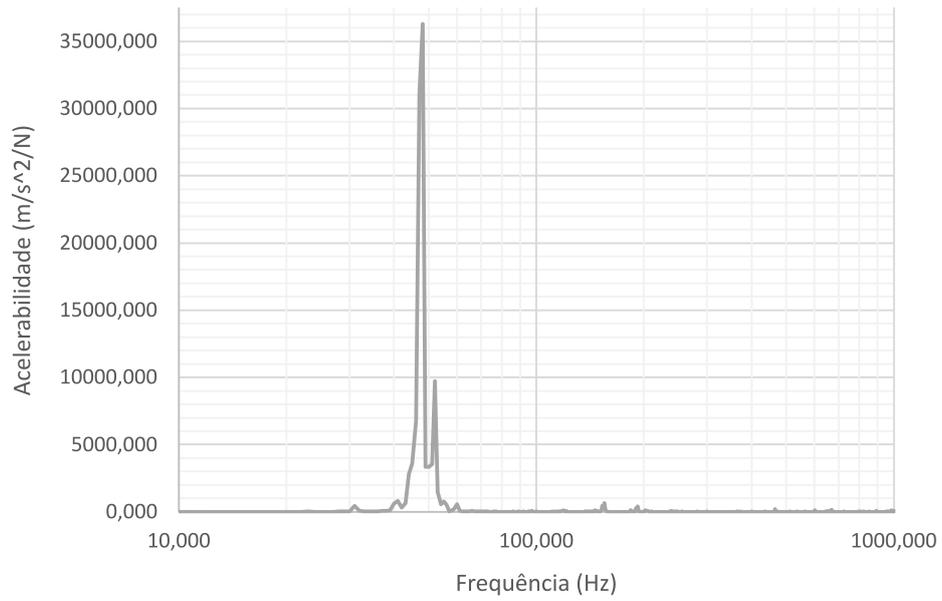


Figura 82: FRF do provete C3 na direção paralela.

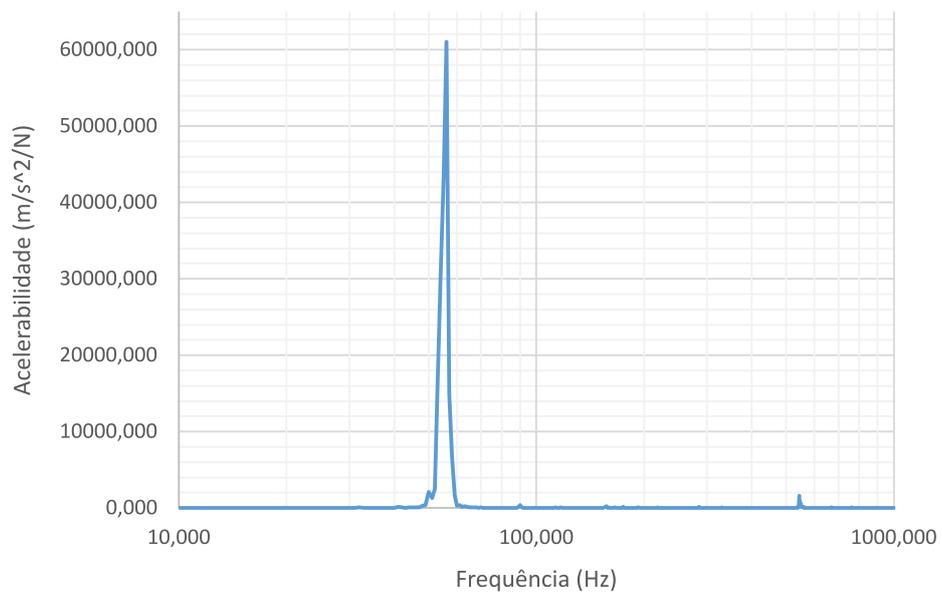


Figura 83: FRF do provete A1 na direção perpendicular.

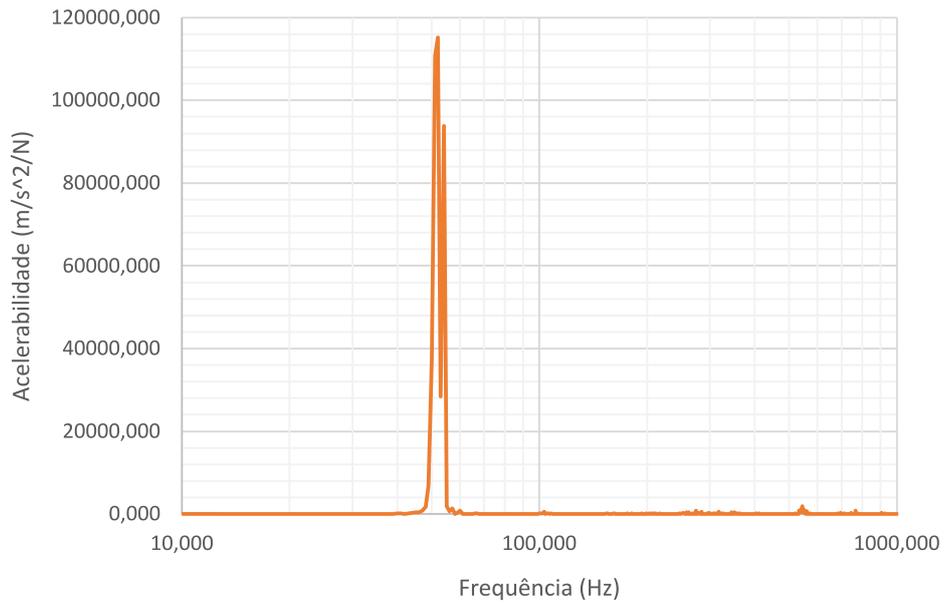


Figura 84: FRF do provete A2 na direção perpendicular.

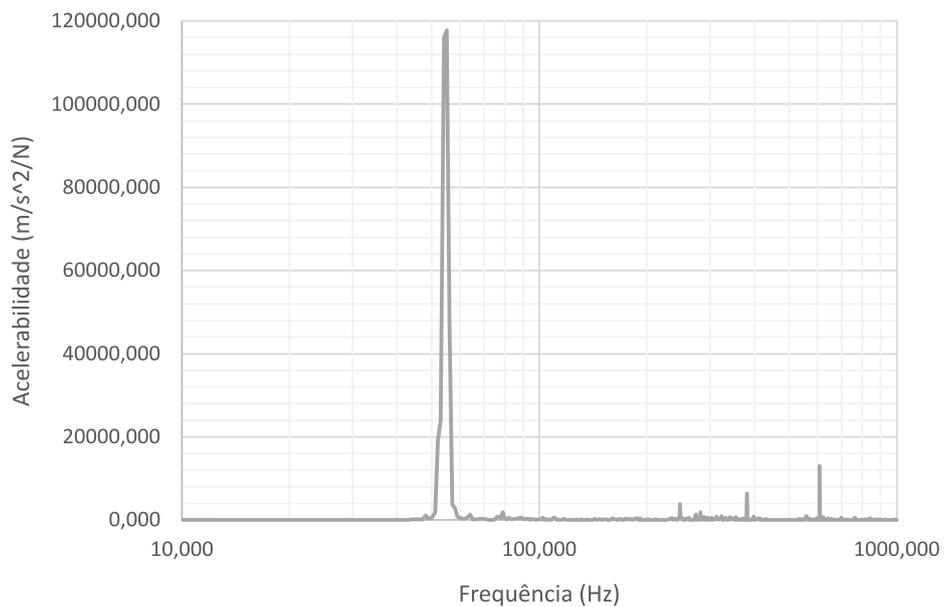


Figura 85: FRF do provete A3 na direção perpendicular.

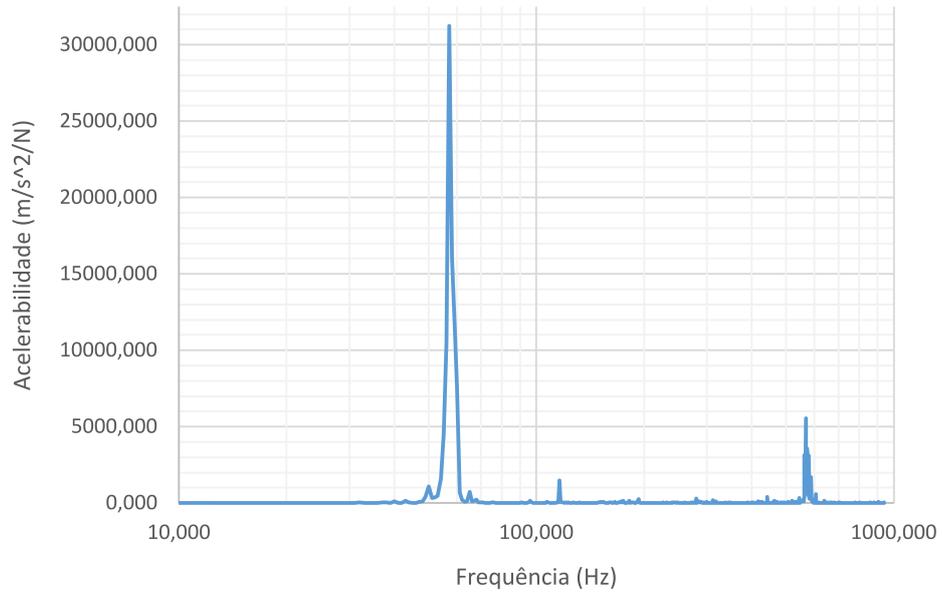


Figura 86: FRF do provete B1 na direção perpendicular.

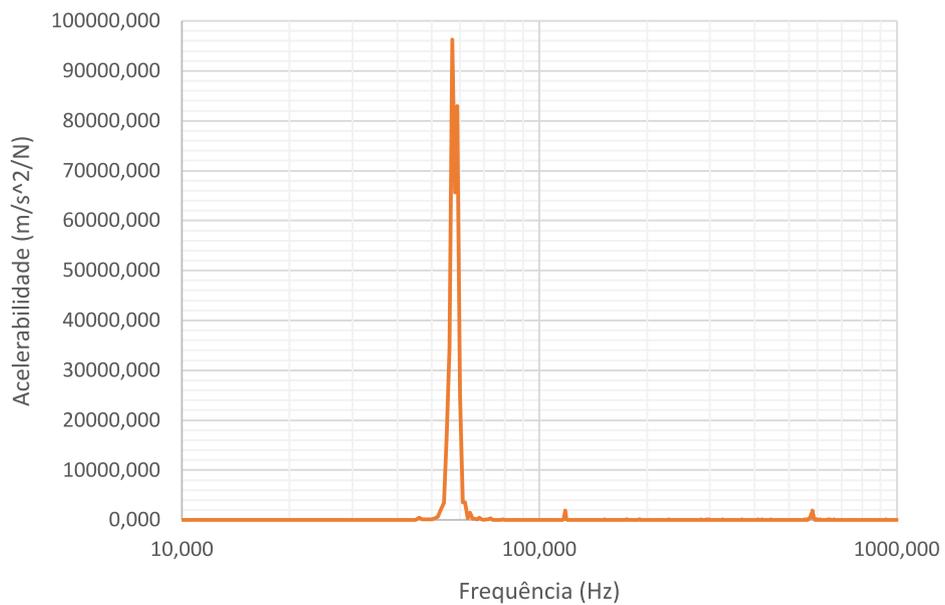


Figura 87: FRF do provete B2 na direção perpendicular.

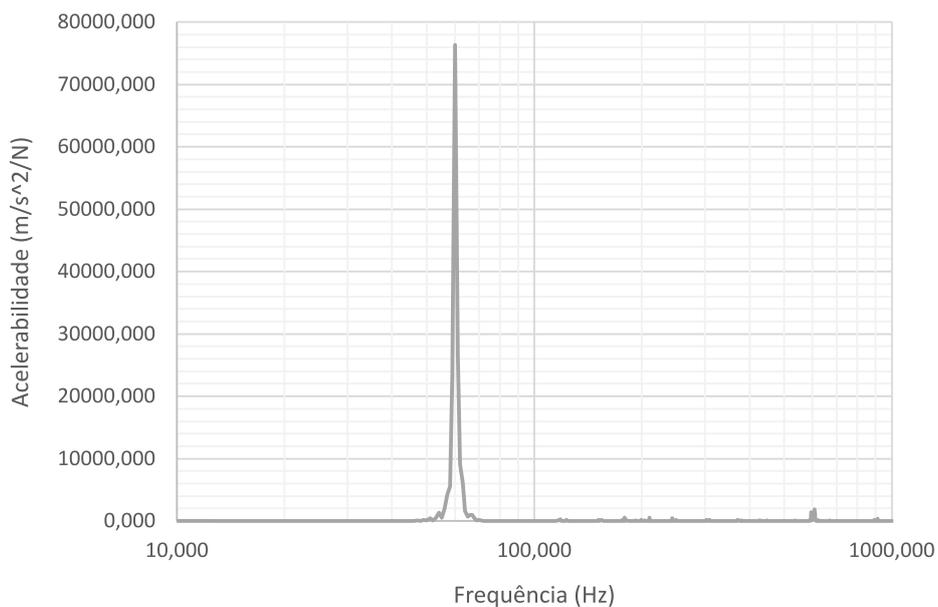


Figura 88: FRF do provete B3 na direção perpendicular.

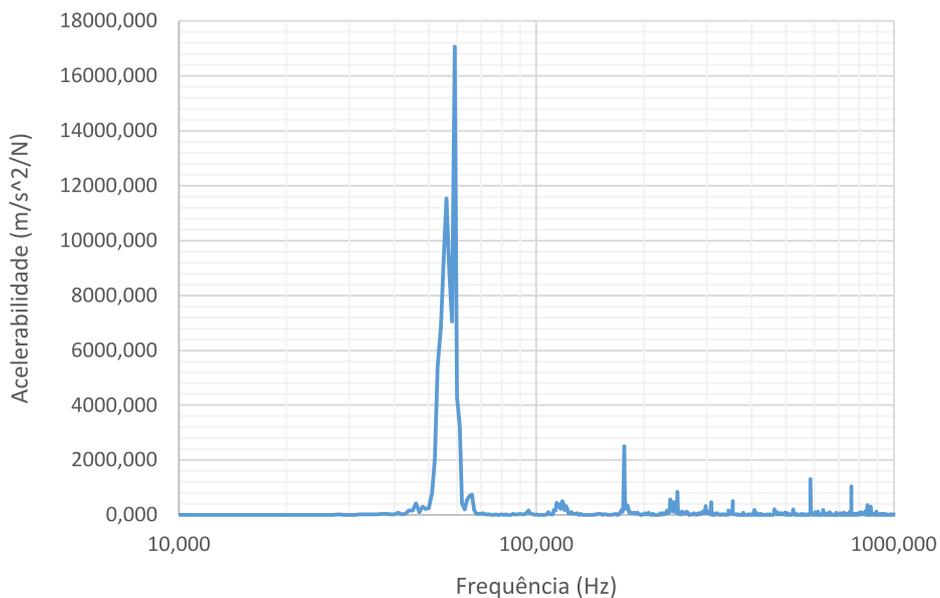


Figura 89: FRF do provete C1 na direção perpendicular.

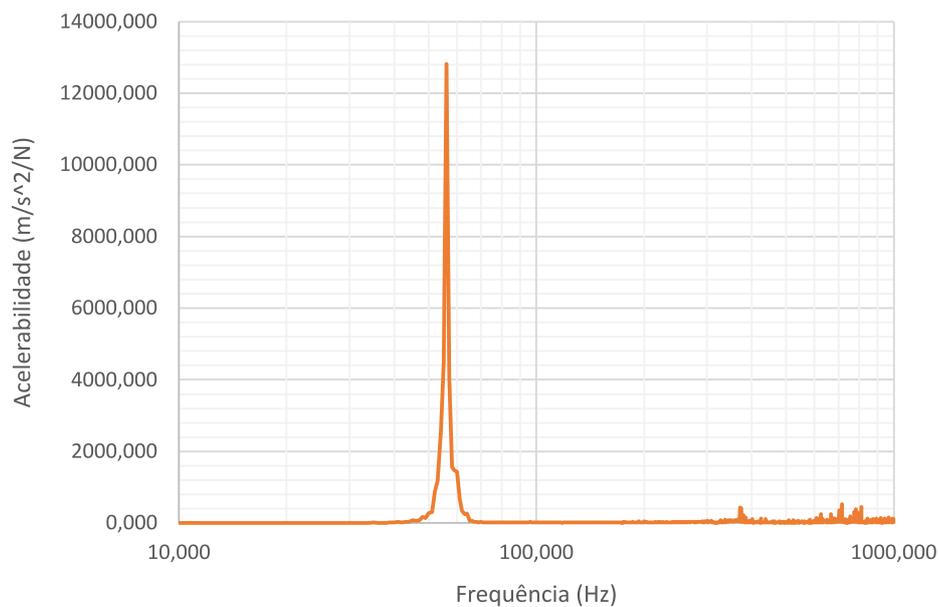


Figura 90: FRF do provete C2 na direção perpendicular.

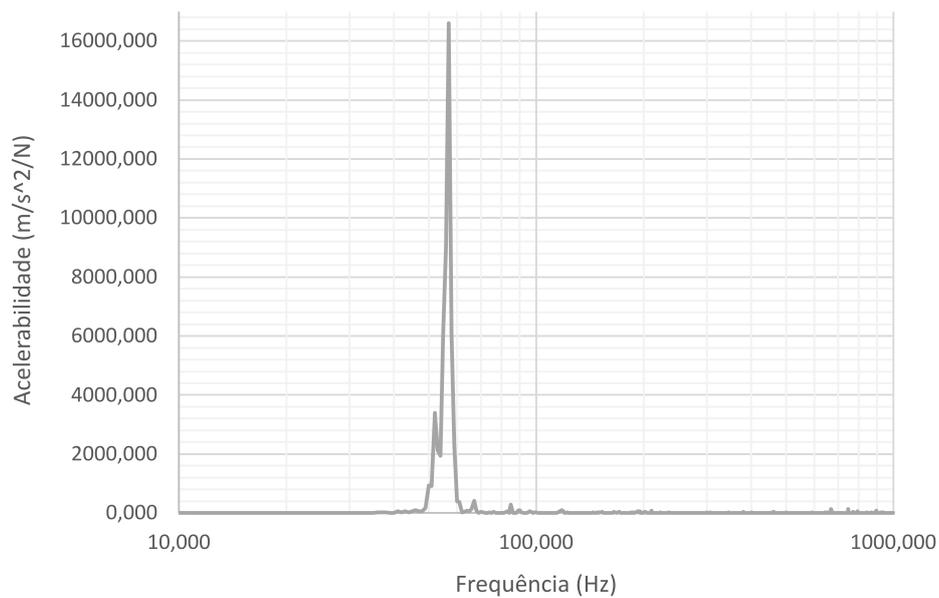


Figura 91: FRF do provete C3 na direção perpendicular.

## Anexo G Modos de vibração dos provetes em estudo

Tal como referido em 4.3.4, os três provetes ensaiados apresentam modos de vibração semelhantes. Embora esses modos ocorram para diferentes frequências nos diferentes provetes, identificam-se em todos eles quatro modos de flexão, um de torção e um último de tração, ordenados respetivamente por valor crescente de frequência.

Relembra-se novamente a peculiaridade dos quatro primeiros modos nos quais uma frequência de ressonância origina dois modos de vibração em direções ortogonais. Nas figuras 92 a 97 apresentam-se então os seis primeiros modos de vibração do provete bi-material, sendo que a morfologia destes coincide com a dos outros dois provetes ensaiados.

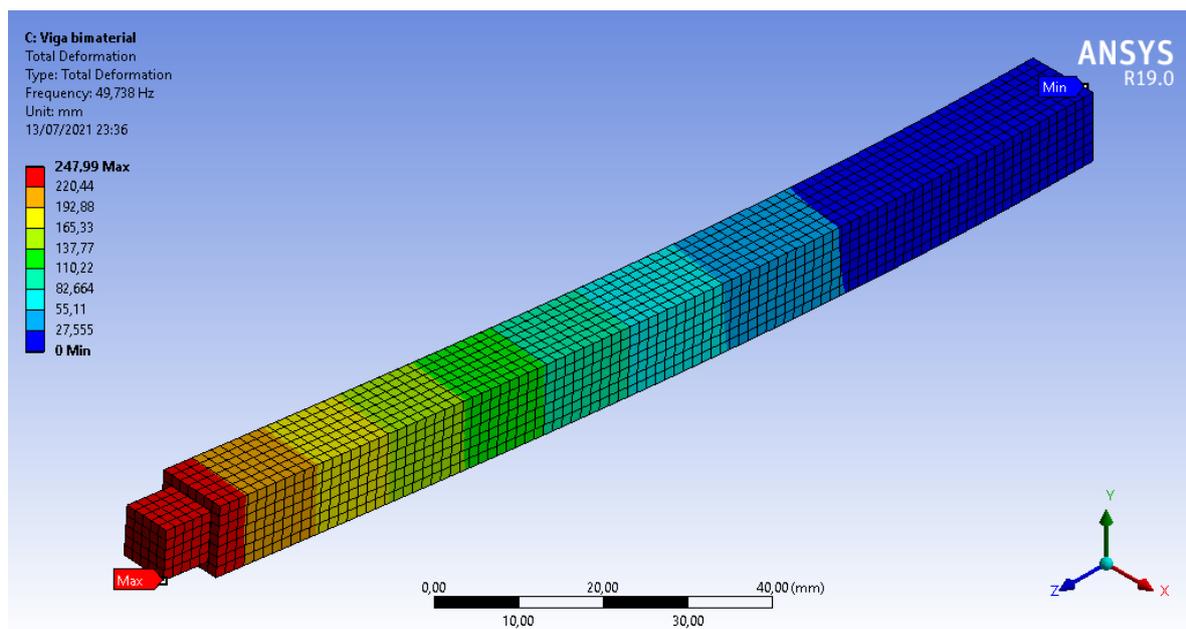


Figura 92: Primeiro modo de vibração do provete bi-material.

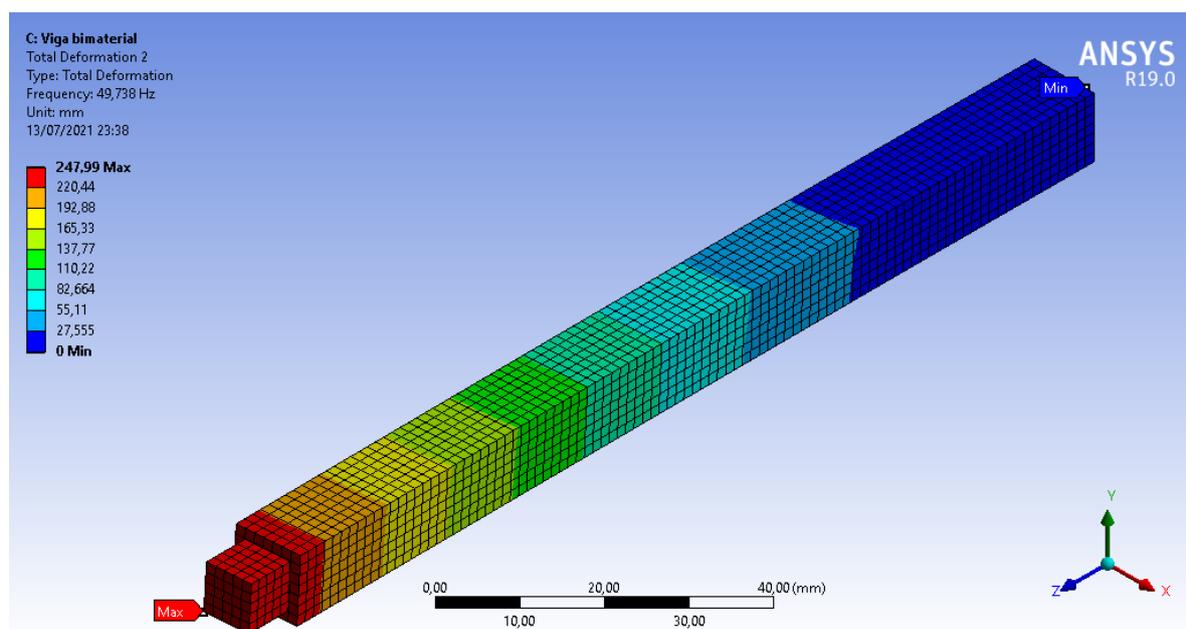


Figura 93: Segundo modo de vibração do provete bi-material.

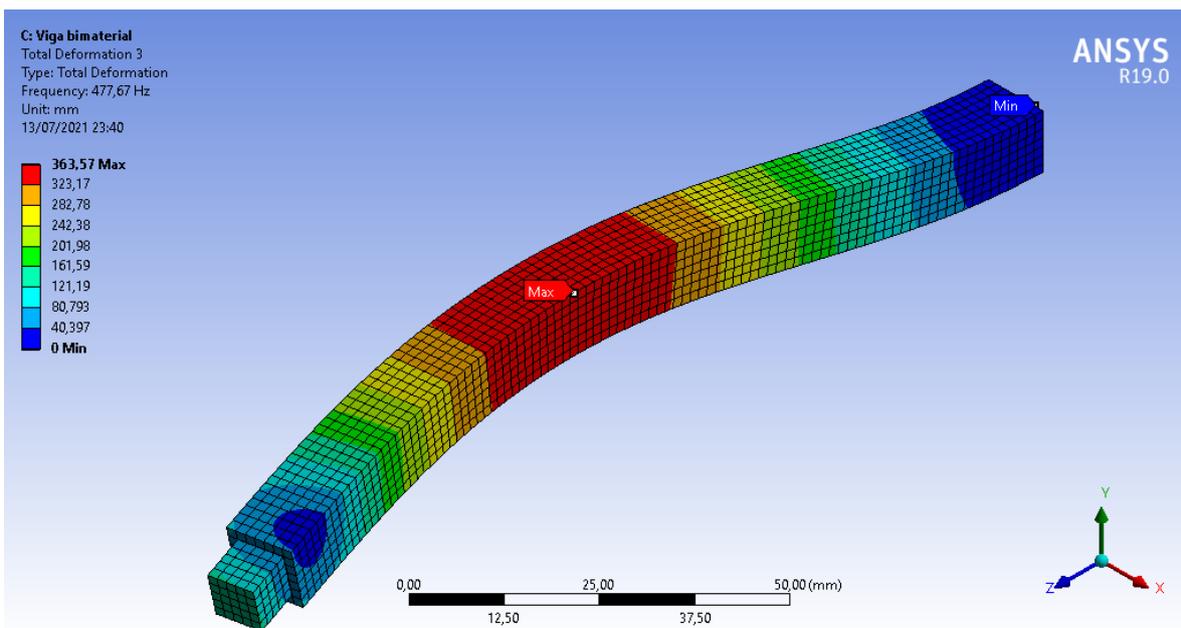


Figura 94: Terceiro modo de vibração do provete bi-material.

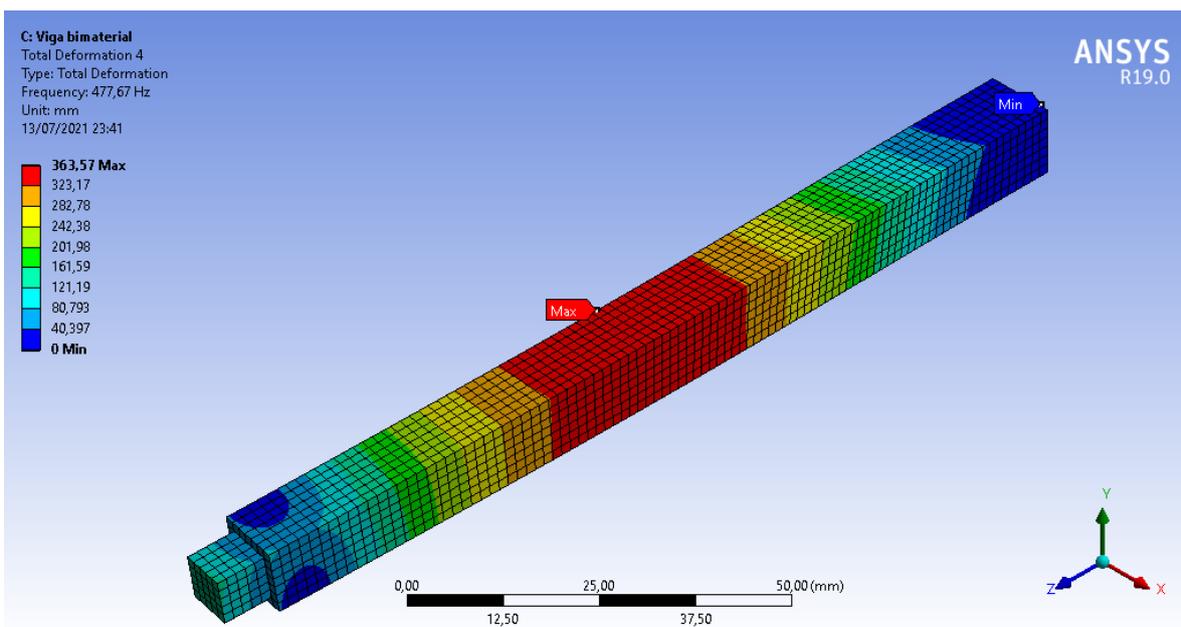


Figura 95: Quarto modo de vibração do provete bi-material.

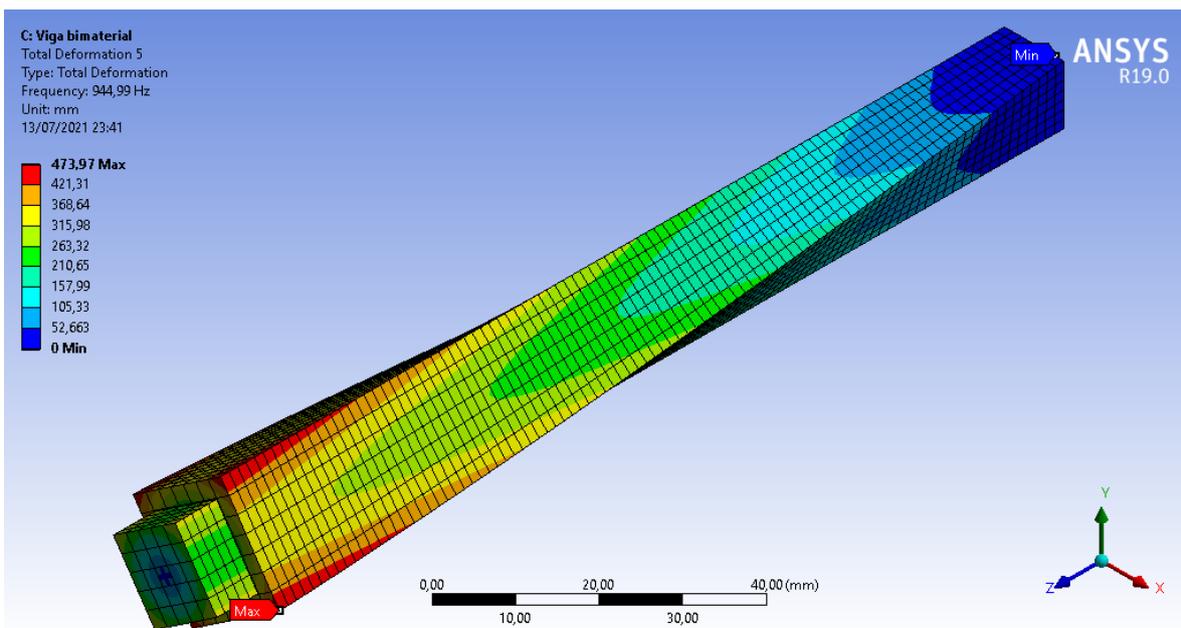


Figura 96: Quinto modo de vibração do provete bi-material.

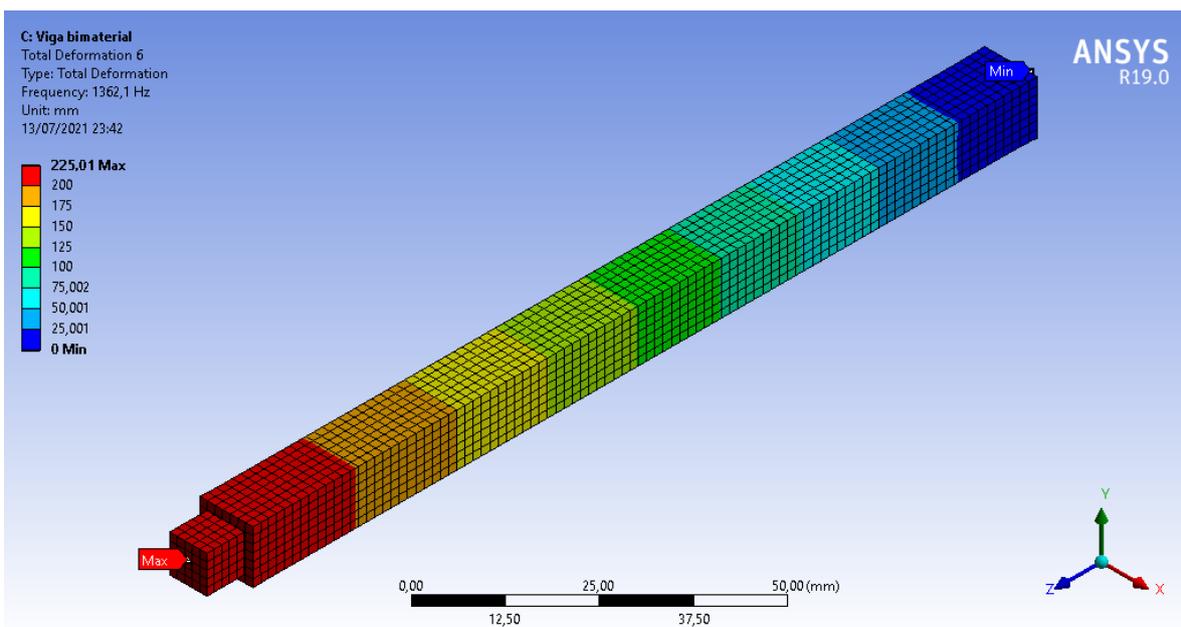


Figura 97: Sexto modo de vibração do provete bi-material.

## **APÊNDICES**

	<b>Página</b>
A Ficha técnica do PLA utilizado . . . . .	109
B Ficha técnica do elastómero utilizado . . . . .	111
C Propriedades gerais do poliuretano termoplástico da classe éster . . . . .	113

## **Apêndice A Ficha técnica do PLA utilizado**

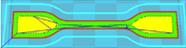
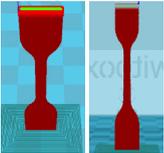
PROPERTY	VALUE	UNITS	TEST METHOD
<b>General properties</b>			
Specific gravity	1.24	g/cm <sup>3</sup>	ASTM D792
<b>Mechanical properties</b>			
Flexural elastic modulus	3600	MPa	ISO 178
Flexural Strength	108	MPa	ISO 178
Hardness, Sh D	85	Sh D	ASTM D2240
<b>Thermal properties</b>			
Heat distortion temperature HDT B (0,45MPa)	56	°C	ISO 75/2B
Melting temperature	145-160	°C	ASTM D3418
Glass Transition Temperature	56-64	°C	ASTM D3418

In addition to the described properties, we have performed tensile tests on tensile specimen printed with our PLA and on injection moulded tensile specimen in order to ascertain the mechanical properties of the final printed object. The following table contains the results:

Mechanical properties	Injection moulded tensile specimen	Printed tensile specimen <sup>a</sup>	Printed tensile specimen <sup>b</sup>	Units	Test method
Tensile strength at break	52	50	39	MPa	ISO 527
Tensile elongation at break	5	9	4	%	ISO 527
Tensile modulus	1320	1230	1120	MPa	ISO 527

<sup>a</sup> Stretch-direction is parallel to the layers.

<sup>b</sup> Stretch-direction is perpendicular to the layers.

Tensile specimen	Layer height (mm)	Shell thickness (mm)	Bottom/top thickness (mm)	Fill density (%)	Print design
Tensile specimen print-direction is parallel to the layers	0.2	2	0.2	100	
Tensile specimen print-direction is perpendicular to the layers	0.3	1	0.3	100	

**Apêndice B Ficha técnica do elastômero utilizado**

## Flexfill 98A

### Description:

Flexfill 98A is semi-flexible filament that offers great mechanical properties. High tear and tensile strength and wear performance guarantee the durability of 3D printed products.

It has high abrasion resistance, toughness, great chemical and thermal resistance. The filament is good for printing of dynamically stressed parts, for example sealings.

This material can be used for production of electrical and electronic equipment. It doesn't contain the restricted substances. The use of the material in the food or medical industry is not recommended.

Fillamentum guarantees precision of filament dimensions within the tolerance of +/- 0,10 mm, which is strictly controlled throughout the production.



Physical properties	Typical Value	Test Method	Test Condition
---------------------	---------------	-------------	----------------

Material density	1,23 g/cm <sup>3</sup>	ISO 1183-1	
Diameter tolerance	± 0,10 mm		
Weight	500 g of filament (+ 250 g spool)		

Mechanical properties	Typical Value	Test Method	Test Condition
-----------------------	---------------	-------------	----------------

Tensile strength	53,7 MPa	DIN 53504	at break, 200 mm/min
Tensile stress	12,1 MPa	DIN 53504	10% elongation, 200 mm/min
	22,1 MPa	DIN 53504	50% elongation, 200 mm/min
	28,4 MPa	DIN 53504	100% elongation, 200 mm/min
	37,8 MPa	DIN 53504	300% elongation, 200 mm/min
Elongation at break	318 %	DIN 53504	200 mm/min
Hardness	98 Shore A	ISO 7619-1	
	60 Shore D	ISO 7619-1	
Tear strength	170 kN/m	ISO 34-1	500 mm/min
Abrasion	23 mm <sup>3</sup>	ISO 4649	method A

Printing properties	Recommended	Notes
---------------------	-------------	-------

Print temperature	220-240 °C	Recommended settings! It may differ according to the printer and the object.
Hot pad	50-60 °C	Try your own optimization before printing.
Bed adhesive	Magigoo	For easy removing of the object.

Workability of 3D printing filament is at least 12 months from delivery.

The information was processed with the best knowledge of the manufacturer and it is for information only.

**Apêndice C Propriedades gerais do poliuretano termoplástico da classe éster**

## Overview of materials for Thermoplastic Polyurethane, Elastomer, Polyester Grade

**Categories:** [Polymer](#); [Thermoplastic](#); [Elastomer, TPE](#); [Polyurethane, TP](#); [Thermoplastic Polyurethane, Elastomer, Polyester Grade](#)

**Material Notes:** This property data is a summary of similar materials in the MatWeb database for the category "Thermoplastic Polyurethane, Elastomer, Polyester Grade". Each property range of values reported is minimum and maximum values of appropriate MatWeb entries. The comments report the average value, and number of data points used to calculate the average. The values are not necessarily typical of any specific grade, especially less common values and those that can be most affected by additives or processing methods.

**Vendors:** [Click here to view all available suppliers for this material.](#)

Please [click here](#) if you are a supplier and would like information on how to add your listing to this material.

Physical Properties	Metric	English	Comments
Density	0.992 - 1.44 g/cc	0.0358 - 0.0520 lb/in <sup>3</sup>	Average value: 1.21 g/cc Grade Count:220
Viscosity	30 - 5500 cP	30 - 5500 cP	Average value: 1010 cP Grade Count:18
 Viscosity	28000 - 130000 cP @Temperature 204 - 204 °C	28000 - 130000 cP @Temperature 399 - 399 °F	Average value: 83800 cP Grade Count:4
Maximum Moisture Content	0.020 - 0.050	0.020 - 0.050	Average value: 0.0332 Grade Count:34
Linear Mold Shrinkage	0.0020 - 0.025 cm/cm	0.0020 - 0.025 in/in	Average value: 0.00758 cm/cm Grade Count:73
Linear Mold Shrinkage, Transverse	-0.00200 - 0.0090 cm/cm	-0.00200 - 0.0090 in/in	Average value: 0.00496 cm/cm Grade Count:12
Melt Flow	5.0 - 90 g/10 min	5.0 - 90 g/10 min	Average value: 34.1 g/10 min Grade Count:46
Mechanical Properties	Metric	English	Comments
Hardness, Shore A	40 - 101	40 - 101	Average value: 84.7 Grade Count:168
Hardness, Shore D	12 - 79	12 - 79	Average value: 49.9 Grade Count:119
Tensile Strength, Ultimate	3.45 - 72.1 MPa	500 - 10400 psi	Average value: 40.9 MPa Grade Count:215
Tensile Strength, Yield	20.0 - 42.1 MPa	2910 - 6100 psi	Average value: 36.3 MPa Grade Count:5
Elongation at Break	10 - 1580 %	10 - 1580 %	Average value: 547 % Grade Count:220
Modulus of Elasticity	0.00300 - 0.870 GPa	0.435 - 126 ksi	Average value: 0.147 GPa Grade Count:25
Flexural Yield Strength	2.61 - 62.7 MPa	379 - 9100 psi	Average value: 24.3 MPa Grade Count:6
Flexural Modulus	0.0276 - 1.21 GPa	4.00 - 175 ksi	Average value: 0.228 GPa Grade Count:28
Resilience	30 - 60	30 - 60	Average value: 42.3 Grade Count:22
Rebound	25 - 57 %	25 - 57 %	Average value: 37.9 % Grade Count:39
Shear Modulus	0.0120 - 0.250 GPa	1.74 - 36.3 ksi	Average value: 0.102 GPa Grade Count:3
Izod Impact, Notched	0.854 - 5340 J/cm	1.60 - 10000 ft-lb/in	Average value: 4.63 J/cm Grade Count:6