



Ana Maria Libório de Oliveira

**A aprendizagem de Matemática por alunos
do PROEJA: um estudo com alunos de dois
contextos profissionais**



Universidade do Minho
Instituto de Educação

Ana Maria Libório de Oliveira

**A aprendizagem de Matemática por alunos
do PROEJA: um estudo com alunos de dois
contextos profissionais**

Tese de Doutoramento
Doutoramento em Ciências da Educação
Especialidade em Educação Matemática

Trabalho efetuado sob a orientação do
Doutor Floriano Augusto Veiga Viseu

DIREITOS DE AUTOR E CONDIÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO TRABALHO POR TERCEIROS

Este é um trabalho académico que pode ser utilizado por terceiros desde que respeitadas as regras e boas práticas internacionalmente aceites, no que concerne aos direitos de autor e direitos conexos.

Assim, o presente trabalho pode ser utilizado nos termos previstos na licença abaixo indicada.

Caso o utilizador necessite de permissão para poder fazer um uso do trabalho em condições não previstas no licenciamento indicado, deverá contactar o autor, através do RepositóriUM da Universidade do Minho.

Licença concedida aos utilizadores deste trabalho



Atribuição-NãoComercial-Compartilhalgal
CC BY-NC-SA

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

AGRADECIMENTOS

A Deus, que, com sua infinita bondade, atendeu aos meus anseios e proporcionou-me saúde, coragem, fé e força em tempos de Covid para que eu concluísse mais um sonho, oportunizando o momento certo para a realização de mais uma etapa vencida e conquistada.

À minha família, minha amada mãe, Maria de Lourdes Libório de Oliveira, que sempre nos estimulou com seus exemplos de que estudar fortalece e liberta. Minha querida e amada filha, Sammya Christina, e ao meu querido e amado filho, Thiago Humberto, por vocês serem o estímulo para que eu sempre supere meus obstáculos e torne-me melhor. Dedico a vocês mais esta conquista e o título, pois vocês são a razão do meu viver. Minhas netinhas, que Deus me presenteou, Júlia, Luíza e Flora, que são as mais belas flores do meu jardim, pela paciência e compreensão dos momentos que me ausentei, e que eu seja uma luz e inspiração para vocês. Meu querido e amado esposo, Paulo Libório, que, novamente, abriu mão de muitas viagens, férias, passeios e comemorações, e por ter acompanhado-me nessa trajetória. Pela compreensão das minhas ausências físicas e mentais na realização do doutoramento, e por sempre estar me desejando êxito em toda as minhas tomadas de decisões, sua presença em minha vida tornou-me mais “serena”. Este título de doutora também é seu. Minhas irmãs, sobrinhos, sobrinhaneta, Gabriela, e cunhados por sempre torcerem por mim e proporcionarem o melhor de vocês em minha vida. Minha nora, Jéssica, e ao meu genro, Rodolpho, que eu seja um exemplo de força e conquista para vocês. Meu padre (*in memoriam*), Itamar Ramos de Oliveira, minha fonte de inspiração, por sempre ter conduzido suas filhas pelo caminho do conhecimento, e ter sido exemplo de que o ato de estudar não é um peso e, sim, uma conquista.

Às amigas e aos amigos, Lucélida Costa, Karla Amâncio, Crisoneia Gomes, Érika Lima, Najla Saghíe, Tiago Felipe e Bruno Marx, por terem contribuído nos momentos em que os solicitei. Afinal, quando conseguimos algo, não conseguimos sozinhos, há sempre uma família e amigos que nos permitem sonhar.

Ao orientador e amigo, Doutor Floriano Augusto Veiga Viseu, do Instituto de Educação da Universidade do Minho, Portugal, pela dedicação, paciência, doação do seu conhecimento intelectual e compreensão dos obstáculos que encontrei nessa trajetória. Tenha certeza que suas orientações e acolhimento foram essenciais. Minha eterna gratidão e admiração.

Às professoras que concluí disciplinas, doutora Zélia Anastácio, doutora Ana Maria Serrano, doutora Maria Teresa Sarmento, minha gratidão e admiração pelos contributos intelectuais e acolhimento institucional.

Ao Instituto Federal de Brasília em conceder momentos de nossas vidas profissionais para dedicação e realização de uma qualificação para o meu doutorado, e estimular os seus servidores a concretizarem seus sonhos...

Às Escolas, cooperativas de materiais recicláveis e canteiros de obra que abriram suas portas para a realização desta investigação, colaborando com o universo científico.

À Univerdade do Uminho, por ter me acolhido em sua instituição, por ter contribuído e partilhado dos conhecimentos intelectuais e ter proporcionado-me a realização deste sonho.

DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE

Declaro ter atuado com integridade na elaboração do presente trabalho académico e confirmo que não recorri à prática de plágio nem a qualquer forma de utilização indevida ou falsificação de informações ou resultados em nenhuma das etapas conducente à sua elaboração.

Mais declaro que conheço e que respeitei o Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA POR ALUNOS DO PROEJA: UM ESTUDO COM ALUNOS DE DOIS CONTEXTOS PROFISSIONAIS

RESUMO

As atuais políticas educativas tendem a proporcionar o direito de qualquer cidadão frequentar a escola, principalmente os que se afastaram por sua história de vida. Dentre os alunos que “voltam à escola”, estão os que frequentam a modalidade de ensino PROEJA. Muitos deles conciliam suas profissões com os estudos. Pressupõe-se que nos seus contextos profissionais esses alunos lidem informalmente com conceitos matemáticos, o que faz emergir a relevância de as estratégias de ensino atenderem aos conhecimentos adquiridos e aplicados em contextos informais. Partindo deste pressuposto, este estudo teve como objetivo averiguar o conhecimento matemático adquirido por alunos do PROEJA em atividades realizadas em contexto profissional e escolar. Atendendo à natureza deste objetivo, adotou-se uma abordagem qualitativa e interpretativa, com um desenho de estudo de caso sobre duas turmas dos cursos Técnico em Edificações e Técnico em Reciclagem. Os dados foram recolhidos através de entrevistas, observação (no contexto profissional e no contexto de sala de aula), registros de gravações de áudio e vídeo, registro de imagens, produções dos alunos e diário de campo. Na procura de responder ao objetivo geral, elaboraram-se as seguintes questões de investigação: (1) Que conhecimentos matemáticos utilizam os alunos de dois cursos do PROEJA nos seus contextos profissionais? A resposta a essa questão resulta da informação recolhida nos ambientes laborais; (2) Como os alunos do PROEJA exploram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos formais de matemática? A informação que permite responder a essa questão emerge da resolução dos alunos de tarefas elaboradas a partir de situações observadas no contexto profissional; e (3) Como os alunos do PROEJA exploram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos informais de matemática? Essa questão é respondida a partir da informação que resulta do confronto entre os conhecimentos matemáticos formais e informais dos alunos. Os resultados apontam que os alunos concebem, em seus contextos profissionais, conhecimentos tácitos da sua profissão, com ligações a conhecimentos apreendidos nos contextos escolares, como, por exemplo, a noção de área, volume e proporção. Da resolução das tarefas propostas, decorrentes dos contextos profissionais usando recursos dos conhecimentos formais já estudados pelos alunos, conclui-se que na maior parte das vezes os alunos expressam mais os seus conhecimentos informais do que os que apreendem na escola.

Palavras-chave: Alunos do PROEJA; Conhecimento formal; Conhecimento informal; Contextos profissionais; Etnomatemática.

MATHEMATICS LEARNING BY PROEJA STUDENTS: A STUDY WITH STUDENTS FROM TWO PROFESSIONAL CONTEXTS

ABSTRACT

Current educational policies tend to provide the right of any citizen to attend school, especially those who have been away for their life history. Among the students who 'return to school' are those who attend the PROEJA teaching modality. Many of them combine their professions with their studies. It is assumed that in their professional contexts these students informally deal with mathematical concepts, which makes the relevance of teaching strategies to meet the knowledge acquired and applied in informal contexts to emerge. Based on this assumption, this study aimed to investigate the mathematical knowledge acquired by PROEJA students in activities carried out in a professional and school context. Given the nature of this objective, a qualitative and interpretive approach was adopted, with a case study design on two classes of the Technician in Buildings and Technician in Recycling courses. Data were collected through interviews, observation (in the professional context and in the classroom context), recordings of audio and video recordings, image recording, student productions and a field diary. In an attempt to respond to the general objective, the following research questions were elaborated: (1) What mathematical knowledge do students from two PROEJA courses use in their professional contexts? The answer to this question results from the information collected in work environments; (2) How do PROEJA students explore problem situations linked to professional contexts using formal knowledge of mathematics? The information that allows us to answer this question emerges from the students' resolution of tasks elaborated from situations observed in the professional context; and (3) How do PROEJA students explore problem situations linked to professional contexts using informal knowledge of mathematics? This question is answered from the information that results from the confrontation between the formal and informal mathematical knowledge of the students. The results show that students conceive tacit knowledge of their profession in their professional contexts, with links to knowledge learned in school contexts, such as, for example, the notion of area, volume and proportion. From the resolution of the proposed tasks, arising from professional contexts using formal knowledge resources already studied by the students, it is concluded that most of the time students express their informal knowledge more than what they learn at school.

Keywords: PROEJA students; Formal knowledge; Informal knowledge; Professional contexts; Ethnomathematics.

ÍNDICE

<i>Licença concedida aos utilizadores deste trabalho</i>	ii
AGRADECIMENTOS	iii
DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE.....	iv
RESUMO.....	v
ABSTRACT	vi
ÍNDICE.....	vii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	x
ÍNDICE DE QUADROS.....	xiii
ÍNDICE DE TABELAS	xiv
CAPÍTULO 1	1
INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Aprendizagem matemática, PROEJA e contexto profissional	2
1.2. A disposição do estudo.....	10
1.3. Organização da tese.....	13
CAPÍTULO 2.....	15
CONTEXTOS DE APRENDIZAGEM	15
2.1. Construção do conhecimento e o conhecimento matemático	16
2.1.1. O conhecimento na visão cognitiva.....	16
2.1.2. O conhecimento matemático	20
2.1.3. O conhecimento matemático no olhar da tendência de ensino Resolução de Problemas .	25
2.1.4. O conhecimento matemático no olhar da tendência de ensino Etnomatemática.....	29
2.2. Conceito de aprendizagem	34
2.3. Concepções do behaviorismo.....	36
2.4. Concepções construtivistas.....	38
2.5. Aprendizagem segundo Piaget – Metodologia Experimental, Teoria Cognitiva ou Teoria do Desenvolvimento Mental	39
2.6. Aprendizagem segundo Vygotsky.....	40
2.7. Aprendizagem segundo Ausubel.....	42
2.8. Aprendizagem segundo Bruner	44
2.9. Aprendizagem no processo de investigação segundo Lakatos.....	45
2.10. Reflexões teóricas sobre o contexto de aprendizagem	48
2.10.1. Aprendizagem formal	48
2.10.2. Aprendizagem não formal.....	49
2.10.3. Aprendizagem informal.....	53

2.10.4. Contexto da aprendizagem da matemática	58
2.10.5. Aprendizagem contextualizada	64
CAPÍTULO 3	78
A ETNOMATEMÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	78
3.1. Etnomatemática: a aprendizagem efetivada por meio do conhecimento	78
3.2. A resolução de problemas na promoção da aprendizagem por meio da Etnomatemática nos contextos profissionais	98
CAPÍTULO 4	112
METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO	112
4.1. Opções metodológicas	113
4.2. Os desígnios da modalidade do curso e participantes	119
4.2.1. Técnico em Edificações	121
4.2.2. Técnico em Reciclagem	121
4.3. Métodos de recolha de dados	121
4.4. Método de análise de dados	126
4.4.1. 1ª Fase: Diagnóstico - Elementos de um estudo de caso	128
4.4.2. A contextualização das tarefas	130
4.4.3. 2ª Fase: Elaboração e concretização das propostas pedagógicas	132
CAPÍTULO 5	138
ALUNOS DO CURSO TÉCNICO EM EDIFICAÇÕES	138
5.1. Caracterização dos alunos do Curso Técnico em Edificações	138
5.2. Conhecimentos matemáticos em contextos da construção civil	139
5.3. Diálogos possíveis entre o conhecimento formal e o conhecimento informal	158
5.3.1. Perímetro de figuras geométricas	161
5.3.2. Área de figuras planas e espaciais	165
5.3.3. Porcentagem	179
5.3.4. Volume	189
5.3.5. Razão e proporção	195
CAPÍTULO 6	209
ALUNOS DO CURSO TÉCNICO EM RECICLAGEM	209
6.1. Caracterização dos alunos do Curso Técnico em Reciclagem	209
6.2. Conhecimentos matemáticos em contextos da reciclagem	211
6.3. Diálogos possíveis entre o conhecimento formal e o conhecimento informal – Curso Técnico em Reciclagem	223
6.3.1. Grandezas e suas transformações	224
6.3.2. Porcentagem	243

CAPÍTULO 7	256
CONCLUSÕES.....	256
7.1. Síntese do estudo	256
7.2. Conclusões do estudo	259
7.2.1. Que conhecimentos matemáticos utilizam os alunos de dois cursos do PROEJA nos seus contextos profissionais?.....	259
7.2.2. Como os alunos do PROEJA exploram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos formais de matemática?.....	263
7.2.3. Como os alunos do PROEJA exploram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos informais de matemática?	268
7.3. Limitações do estudo	276
7.4. Sugestões para futuras investigações	277
REFERÊNCIAS.....	280
ANEXOS.....	291
ANEXO A: DECLARAÇÃO DO REGISTRO DA PESQUISA NO INSTITUTO FEDERAL DE BRASÍLIA (COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA)	292
ANEXO B: DECLARAÇÃO DO REGISTRO DA PESQUISA NO INSTITUTO FEDERAL DE BRASÍLIA (COORDENAÇÃO DE PESQUISA E INOVAÇÃO	293
ANEXO C: QUESTIONÁRIO APLICADO NA INVESTIGAÇÃO PARA OS ALUNOS DOS DOIS CURSOS TÉCNICOS.....	294
ANEXO D: TAREFAS EXPLORADAS E ELABORADAS DO CONTEXTO PROFISSIONAL DOS ALUNOS DO CURSO DE EDIFICAÇÕES	295
ANEXO E: TAREFAS EXPLORADAS E ELABORADAS DO CONTEXTO PROFISSIONAL DOS ALUNOS DO CURSO DE RECICLAGEM	298

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1: SISTEMA DA BASE DO CONHECIMENTO	18
FIGURA 2: PERCEÇÃO DO CONHECIMENTO	19
FIGURA 3: POLIEDRO-PIRÂMIDE DE BASE QUADRANGULAR	21
FIGURA 4: POLIEDRO-PRISMA	21
FIGURA 5: NÃO POLIEDRO-CONE	21
FIGURA 6: POLIEDRO-PARALELEPÍPEDO OBLÍQUO.....	22
FIGURA 7: NÃO POLIEDRO-CILINDRO.....	22
FIGURA 8: REPRESENTAÇÕES MATEMÁTICAS POR MEIO DE UM ORNAMENTO AFRICANO	24
FIGURA 9: REPRESENTAÇÃO DO CAMPO DE FUTEBOL.....	67
FIGURA 10: PISA 2012 - AVALIAÇÃO E QUADRO ANALÍTICO: MATEMÁTICA, LEITURA, CIÊNCIAS, PROBLEMAS E LITERATURA FINANCEIRA.....	68
FIGURA 11: REPRESENTAÇÃO DA CONEXÃO DAS ATIVIDADES QUE INTERAGEM PARA A INSERÇÃO DE UMA APRENDIZAGEM CONTEXTUALIZADA.....	73
FIGURA 12: REPRESENTAÇÃO DA CONEXÃO DAS ATIVIDADES QUE INTERAGEM PARA A INSERÇÃO DE UMA APRENDIZAGEM CONTEXTUALIZADA COM A ETNO-INTEGRAÇÃO	74
FIGURA 13: CONSTRUÇÃO DO PROCESSO EDUCATIVO PELA ETNOMATEMÁTICA.....	83
FIGURA 14: O USO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO NO CAMINHO PARA A ESCOLA E NA CRIAÇÃO DE CESTOS	84
FIGURA 15: A IMPORTÂNCIA DO ENSINO DA MATEMÁTICA.....	91
FIGURA 16: REPRESENTAÇÃO DOS NÓS (QUIPO)	93
FIGURA 17: POEMA DE AMOR.....	93
FIGURA 18: TRANÇADOS KOLAM	94
FIGURA 19: UTILIZAÇÃO DOS DESENHOS DE KOLAM PARA ESTUDO DE LINGUAGENS DE REDE	95
FIGURA 20: PROCEDIMENTOS PARA APLICAÇÃO DE UMA ATIVIDADE POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	101
FIGURA 21: METODOLOGIA DE ENSINO RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	105
FIGURA 22: QUESTIONAMENTOS REALIZADOS PELOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	108
FIGURA 23: QUESTIONAMENTOS DO PROFESSOR AO ALUNO NA ETAPA DE CONDUÇÃO PARA A SOLUÇÃO	108
FIGURA 24: EXEMPLIFICAÇÃO DE UM PROBLEMA SEM CONTEXTUALIZAÇÃO	110
FIGURA 25: EXEMPLIFICAÇÃO DE UMA TAREFA POR MEIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM CONTEXTUALIZAÇÃO.....	111
FIGURA 26: SEQUÊNCIA DA PESQUISA QUALITATIVA.....	118
FIGURA 27: PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DOS RESULTADOS DA CATEGORIZAÇÃO EXPLORAÇÃO (1. ^a ETAPA)	133
FIGURA 28: PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DOS RESULTADOS DA CATEGORIZAÇÃO EXPLORAÇÃO (2. ^a ETAPA)	134
FIGURA 29: PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DAS RESOLUÇÕES E DAS RESPOSTAS CONSIDERANDO AS DUAS ETAPAS.....	135
FIGURA 30: O CAMINHAR DA INVESTIGAÇÃO SEGUNDO AS QUESTÕES NORTEADORAS.....	136
FIGURA 31: REPRESENTAÇÃO DO ALINHAMENTO DA INVESTIGAÇÃO.....	137
FIGURA 32: DIVISÃO DAS ÁREAS DA EDIFICAÇÃO, AS PARTIÇÕES – CANTEIRO DE OBRA (FA1)	142
FIGURA 33: INÍCIO DO LEVANTAMENTO DE UMA PAREDE (FA1).....	144
FIGURA 34: REPRESENTAÇÃO DA DISPOSIÇÃO DE TIJOLOS NO LEVANTAMENTO DE UMA PAREDE	145
FIGURA 35: O ESQUADRO – CANTEIRO DE OBRA (FA2)	147

FIGURA 36: REPRESENTAÇÃO DO RACIOCÍNIO DOS PEDREIROS DAS LINHAS SENDO UTILIZADO COMO RECURSO UM ESQUADRO – CANTEIRO DE OBRA (AMBIENTE 2)	148
FIGURA 37: USO DA MANGUEIRA DE NÍVEL – CANTEIRO DE OBRA (FA2)	149
FIGURA 38: NOÇÃO DE ÁREA PARA O ASSENTAMENTO CERÂMICO – CANTEIRO DE OBRA (FA2) ..	150
FIGURA 39: LAJE TRELIÇADA (FA3).....	151
FIGURA 40: TIPOS DE TRELIÇAS - TRELIÇAS DE BANZOS PARALELOS TIPO (A) PRATT, (B) WARREN E (C) WARREN MODIFICADA E WARREN MODIFICADA COM PAINEL VIERENDEEL CENTRAL	152
FIGURA 41: TRELIÇAS (BASE DE CONCRETO E AS TRELIÇAS SEM A CAPA DE CONCRETO) (FA3)..	152
FIGURA 42: FUROS CILÍNDRICOS (FA3)	154
FIGURA 43: REPRESENTAÇÃO DE UMA SAPATA – CANTEIRO DE OBRA (FA3).....	157
FIGURA 44: PROCESSO DE ELEMENTOS DO ESTUDO DE CASO (2018)	160
FIGURA 45: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1 PELOS GRUPOS GE1 E GE2	162
FIGURA 46: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1 NO QUADRO PELO ALUNO AE7 DO GRUPO GE2.	163
FIGURA 47: RESOLUÇÃO DO GRUPO GE1 DA TAREFA 2	166
FIGURA 48: RESOLUÇÃO DA TAREFA 2 PELO ALUNO AE7 DO GRUPO GE2	166
FIGURA 49: RESOLUÇÃO DO GRUPO GE3 DA TAREFA 2.	166
FIGURA 50: PRODUTO DA BASE PELA ALTURA DE UMA FIGURA PLANA	168
FIGURA 51: RESOLUÇÃO DA TAREFA 3 PELO GRUPO GE1	169
FIGURA 52: RESOLUÇÃO DA TAREFA 3 PELO GRUPO GE2.....	169
FIGURA 53: RESOLUÇÃO DA TAREFA 3 PELO GRUPO GE2.....	170
FIGURA 54: RESOLUÇÃO DA TAREFA 5 PELOS GRUPOS GE1, GE2 E GE3.....	171
FIGURA 55: RESOLUÇÃO DA TAREFA 5 PELO ALUNO AE9	172
FIGURA 56: GRUPO SEGUINDO OS PASSOS ORIENTADORES PARA A RESOLUÇÃO	174
FIGURA 57: RESOLUÇÃO DA TAREFA 6 PELO GRUPO GE1.....	175
FIGURA 58: RESOLUÇÃO DA TAREFA 6 PELO GRUPO GE2.....	176
FIGURA 59: RESOLUÇÃO DA TAREFA 6 PELO ALUNO AE3 DO GRUPO GE2.....	177
FIGURA 60: RESOLUÇÃO DA TAREFA 6 PELO ALUNO AE9 DO GRUPO GE3.....	178
FIGURA 61: REPRESENTAÇÃO DAS PAREDES PARALELAS E SUAS DIMENSÕES	179
FIGURA 62: RESOLUÇÃO DA TAREFA 4 PELO GRUPO GE1.....	180
FIGURA 63: RESOLUÇÃO DA TAREFA 4 PELO GRUPO GE2.....	181
FIGURA 64: RESOLUÇÃO DA TAREFA 4 PELO GRUPO GE3.....	181
FIGURA 65: RESOLUÇÃO DA TAREFA 4 PELO ALUNO AE7 DO GRUPO 2.	182
FIGURA 66: RESOLUÇÃO DA TAREFA 11 PELOS GRUPOS GE1, GE2 E GE3.....	184
FIGURA 67: RESOLUÇÃO DA TAREFA 11 PELO ALUNO AE10 DO GRUPO GE3.....	185
FIGURA 68: RESOLUÇÃO DA TAREFA 12 PELO GRUPO GE2.....	186
FIGURA 69: RESOLUÇÃO DA TAREFA 12 PELO GRUPO GE3.....	187
FIGURA 70: RESOLUÇÃO DA TAREFA 7 PELO GRUPO GE2.....	190
FIGURA 71: REPRESENTAÇÃO PICTÓRICA DE UM PARALELEPÍPEDO	191
FIGURA 72: RESOLUÇÃO DA TAREFA 13 PELOS GRUPOS GE2 E GE3	192
FIGURA 73: RESOLUÇÃO DA TAREFA 13 PELO GRUPO GE3.....	193
FIGURA 74: RESOLUÇÃO DA TAREFA 14 PELOS GRUPOS GE1, GE2 E GE3.....	194
FIGURA 75: RESOLUÇÃO DA TAREFA 8 PELO GRUPO GE2.....	196
FIGURA 76: RESOLUÇÃO DA TAREFA 8 PELO GRUPO GE3.....	197
FIGURA 77: RESOLUÇÃO DA TAREFA 8 PELO ALUNO AE12	198
FIGURA 78: RESOLUÇÃO DA TAREFA 9 PELO GRUPO GE2.....	199
FIGURA 79: RESOLUÇÃO DA TAREFA 9 PELO GRUPO GE3.....	200
FIGURA 80: RESOLUÇÃO DA TAREFA 9 POR UM ALUNO DO GRUPO GE3	201

FIGURA 81: REPRESENTAÇÃO DA COMPREENSÃO DA SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS E OS LADOS PROPORCIONAIS PELO GRUPO GE3	202
FIGURA 82: EXPLANAÇÃO DO AE12 SOBRE A TAREFA 10.....	203
FIGURA 83: RESULTADOS DAS ANÁLISES DAS RESOLUÇÕES DE COMO OS ALUNOS DO PROEJA EXPLORARAM AS TAREFAS LIGADAS A CONTEXTOS PROFISSIONAIS EM SALA DE AULA	206
FIGURA 84: PROCESSO DA PESQUISA DE CAMPO E SEU SEQUENCIAMENTO NAS SOLUÇÕES DAS TAREFAS COM BASE NO CONHECIMENTO INFORMAL/(ETNO)CONHECIMENTO	207
FIGURA 85: ACESSÓRIOS DE SEGURANÇA DE USO INDIVIDUAL E DE PROTEÇÃO OBRIGATÓRIA – COOP1	213
FIGURA 86: APRESENTAÇÃO DE EQUIPAMENTOS DE GRANDE PORTE – COOP1	213
FIGURA 87: SACO DE SELEÇÃO DOS PRODUTOS – COOP1	214
FIGURA 88: ESTEIRA PARA SELEÇÃO DOS PRODUTOS – COOP1	215
FIGURA 89: RECIPIENTE COM AS ETIQUETAS DE SUCATA E JORNAL PARA SELEÇÃO DOS PRODUTOS – COOP1	215
FIGURA 90: MATERIAL DE ALUMÍNIO ARMAZENADO NO BAG – COOP2.....	216
FIGURA 91: MATERIAL PET Prensado de um dia – COOP2	216
FIGURA 92: MODO DE OPERAÇÃO DO PROFISSIONAL NA SELEÇÃO DO MATERIAL RECICLÁVEL E O PONTO – COOP2	220
FIGURA 93: MATERIAIS RECICLÁVEIS DIVERSOS: MATERIAL PLÁSTICO, PAPEL E PILHA – COOP2	222
FIGURA 94: RESOLUÇÃO DA TAREFA 1 PELOS GRUPOS GR1 E GR2	225
FIGURA 95: RESOLUÇÃO DA TAREFA 2 PELOS GRUPOS GR1 E GR2	227
FIGURA 96: RESOLUÇÃO DA TAREFA 2 PELO ALUNO AR3 DO GRUPO 2	228
FIGURA 97: RESOLUÇÃO DA TAREFA 3 PELOS GRUPOS GR1 E GR2	230
FIGURA 98: RESOLUÇÃO DA TAREFA 3 PELO ALUNO AR2	230
FIGURA 99: RESOLUÇÃO DA TAREFA 3 GRUPOS A1 E A2	232
FIGURA 100: RESOLUÇÃO DA TAREFA 5 PELOS GRUPOS GR1 E GR2 (2018)	234
FIGURA 101: RESOLUÇÃO DA TAREFA 5 REALIZADA PELO ALUNO AR5	235
FIGURA 102: RESOLUÇÃO DA TAREFA 5 COM NOVOS DADOS PELO ALUNO AR5	235
FIGURA 103: RESOLUÇÃO DAS TAREFAS 8, 9 E 10 PELOS GRUPOS GR1 E GR2.....	237
FIGURA 104: RESOLUÇÃO DA TAREFA 13 PELOS GRUPOS GR1 E GR2	240
FIGURA 105: RESOLUÇÃO DA TAREFA 14 REALIZADA PELOS GRUPOS GR1 E GR2.....	241
FIGURA 106: RESOLUÇÃO POR MEIO DO CONHECIMENTO INFORMAL DA TAREFA 14 REALIZADA PELO ALUNO AR5	242
FIGURA 107: RESOLUÇÃO DA TAREFA 6 REALIZADA PELOS GRUPOS GR1 E GR2.....	244
FIGURA 108: RESOLUÇÃO DA TAREFA 6 REALIZADA PELO AR3	245
FIGURA 109: RESOLUÇÃO DA TAREFA 7 REALIZADA PELOS GRUPOS GR1 E GR2.....	246
FIGURA 110: RESOLUÇÃO DA TAREFA 11 PELOS GRUPOS GR1 E GR2 (2019)	248
FIGURA 111: RESOLUÇÃO DA TAREFA 12 PELOS GRUPOS GR1 E GR2 (2019)	250
FIGURA 112: RESULTADOS DAS ANÁLISES DAS RESOLUÇÕES DE COMO OS ALUNOS DO PROEJA DO CURSO DE RECICLAGEM EXPLORARAM AS TAREFAS LIGADAS A CONTEXTOS PROFISSIONAIS EM SALA DE AULA.....	254

ÍNDICE DE QUADROS

QUADRO 1: FASE INICIAL DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS CONFORME AS TEORIAS PSICOLÓGICAS DE APRENDIZAGEM	27
QUADRO 2: DIFERENÇAS PONTUAIS DAS PESQUISAS QUANTITATIVA E QUALITATIVA	114
QUADRO 3: ATIVIDADES REALIZADAS - CURSOS TÉCNICO EM EDIFICAÇÕES E TÉCNICO EM RECICLAGEM	123
QUADRO 4: PERÍODO DE INVESTIGAÇÃO NO ESTUDO DE CAMPO - CURSO EDIFICAÇÕES	128
QUADRO 5: PERÍODO DE INVESTIGAÇÃO NO CAMPO DE ESTUDO – CURSO RECICLAGEM	129
QUADRO 6: PERÍODO DE REALIZAÇÃO DAS TAREFAS PELOS ALUNOS	132
QUADRO 7: ETAPA DA CATEGORIZAÇÃO DO CONFRONTO DO CONHECIMENTO INFORMAL E FORMAL - CURSO TÉCNICO EM EDIFICAÇÕES	133
QUADRO 8: PERÍODO DE OBSERVAÇÃO NO CAMPO DE ESTUDO NO ANO DE 2018	141
QUADRO 9: CONTEÚDOS DAS TAREFAS EXPLORADAS NO PLANO DE CURSO (2014)	159
QUADRO 10: CARACTERIZAÇÃO DAS RESPOSTAS DOS GRUPOS	205
QUADRO 11: ANÁLISE DOCUMENTAL DOS ALUNOS DE EDIFICAÇÕES – ETAPAS: EXPLORAÇÃO E CONFRONTO	207
QUADRO 12: PERÍODO DE OBSERVAÇÃO NO CAMPO DE ESTUDO NO ANO DE 2019	212
QUADRO 13: TRECHO DO PLANO DE CURSO DO MÓDULO 1 DA DISCIPLINA MATEMÁTICA	223
QUADRO 14: CARACTERIZAÇÃO DAS RESPOSTAS DOS GRUPOS	253
QUADRO 15: ANÁLISE DOCUMENTAL REFERENTE AOS ALUNOS DE RECICLAGEM – ETAPAS: EXPLORAÇÃO E CONFRONTO	254

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 1: FREQUÊNCIA DE ALUNOS PARTICIPANTES, ALUNOS TRABALHADORES NAS ÁREAS DA INVESTIGAÇÃO E ALUNOS DO ESTUDO DE CAMPO NOS AMBIENTES LABORAIS	123
TABELA 2: PREVISÃO DE PRODUÇÃO DA COOP2 REFERENTE A UM MÊS (2019).....	217

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A evasão de alunos do meio escolar é uma realidade que questiona o papel da escola e do professor num tempo em que as demandas políticas sugerem o direito de todos à educação. No panorama brasileiro, são várias as razões que justificam essa evasão, tais como a necessidade de ter de trabalhar desde bem cedo e algumas práticas educativas. No que diz respeito à disciplina de matemática, apercebo-me da força das dificuldades que os alunos sentem e da falta de apoio na hora de deixar de frequentar a escola. Atendendo à relevância que a educação tem no desenvolvimento das sociedades, as políticas governamentais apostam na dinamização de cursos de captação de alunos que se viram obrigados a deixar a escola, como, por exemplo, o caso dos alunos do Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos - PROEJA. Ao realizar o mestrado na linha da Educação com a pesquisa '*A prática do trabalho infantil inserida na realidade escolar no Amazonas*', apercebi-me melhor deste contexto. Ademais, a investigação do mestrado está ligada ao projeto de pesquisa do doutorado, pois a mesma investigou a prática do trabalho infantil, uma realidade vivenciada e que foi o motivo do atraso escolar de muitos dos alunos do PROEJA.

A experiência no Curso Técnico em Edificações despertou-me um olhar para os alunos que têm atividades laborais e para a sua relação com o conhecimento matemático. Ao fazer uma pesquisa institucional em relação às perspectivas iniciais e o índice de evasão dos alunos do Curso de Edificações - PROEJA, cadastrado pelo Programa de Apoio em Produtividade e Pesquisa, constatei que os alunos tinham profissões diversificadas, tais como pedreiro, mestre de obra, faxineira, doméstica, entre outras. Tais profissões fazem emergir experiências, traumas, históricos familiares e procedimentos que importam atender. Para além destes indicadores, despertou a atenção o conhecimento matemático que esses alunos adquirem informalmente nas suas atividades laborais, que, ao ser explorado nas atividades formais da sala de aula, potencia a compreensão dos conceitos matemáticos em estudo. Associar o conhecimento matemático informal constituído na profissão e o conhecimento matemático formal produz uma interação do que se aprende com o que se faz nas atividades trabalhistas, que são ricas em conteúdo e formulações matemáticas, embora sejam desconhecidos pelos praticantes. Agregar e conciliar essa forma de trabalhar com os conteúdos matemáticos pode contribuir para uma prática de ensino e de aprendizagem consistente.

Dessa forma, a investigação tem como objetivo averiguar o conhecimento matemático adquirido por alunos do PROEJA em atividades realizadas em contexto profissional e escolar:

- Que conhecimentos matemáticos utilizam os alunos de dois cursos do PROEJA nos seus contextos profissionais?
- Como os alunos do PROEJA exploram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos formais de matemática?
- Como os alunos do PROEJA exploram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos informais de matemática?

1.1. Aprendizagem matemática, PROEJA e contexto profissional

Os processos de ensino na aprendizagem da Matemática estão direcionados aos conteúdos matemáticos, atualmente, com nível considerável de abstração (Libâneo, 1992). Em contrapartida, as outras áreas das ciências, como Biologia, Física e Química, estão pautadas pela interação dos conteúdos e experimentos, ensino e aprendizagem ativos, denominados metodologias ativas. Entretanto, na Matemática, esse aprendizado ativo, muitas vezes, encontra-se desprezado do processo de ensino e de aprendizagem. Dessa forma, vários estudos deram suas contribuições no sentido de modificar essa realidade. Dentre eles, membros da Sociedade Brasileira do Ensino da Matemática, que apresentaram as tendências matemáticas no Brasil com o intuito de produzir um ensino ativo em seus conteúdos, sugerem a interação dos mesmos com ações em relação ao aprendizado, tais como: as Mídias Tecnológicas (Borba, 1999), a Modelagem (Biembengut & Hein, 2003), Resolução de Problemas (Polya, 2006; Onuchic, 1999), História da Matemática (D'Ambrosio, 1999), Educação Matemática (Micotti, 1999), Investigação Matemática (Baroni & Nobre, 1999) e Etnomatemática (D'Ambrosio, 1998). Nesse sentido, como a aprendizagem é bem ampla, é necessário estabelecer o norteamto da aprendizagem na pesquisa realizada, pois,

se hoje, a aprendizagem das matemáticas é tão difícil, não é porque as matemáticas sejam abstratas, é porque esta aprendizagem não se apoia sobre a atividade intelectual do aluno, mas sobre a memorização e sobre a aplicação de saberes cujos sentidos não são verdadeiramente compreendidos. (Bkouche, Charlot & Rouche, 1991, p. 179 citado por Micotti, 1999, p. 165).

Com base nesse entendimento, a investigação está pautada pelas ações concretas no sentido de conhecer a matemática informal das atividades laborais dos discentes e fazer a interação desta atividade com os conteúdos já conhecidos por eles na educação formal, na modalidade de ensino PROEJA. Sendo assim, em relação aos conceitos direcionados, “[...] Para aprendizagem, as mais

utilizadas foram transformação, motivação e assimilação e as menos utilizadas foram compreensão e questionamento” (Poletini, 1999, p. 257).

Com base em dois direcionamentos conceituais da aprendizagem em Matemática, a investigação, em seu entendimento e aplicação, norteou-se e concebeu que a aprendizagem de Matemática é a assimilação e a compreensão diante dos questionamentos pessoais, interpessoais, coletivos que se têm dos processos cognitivos da “ciência dos números e das formas, das relações e das medidas, das inferências, e as suas características apontam para precisão, rigor, exatidão” (D’Ambrosio, 2005b, p. 99). Dessa forma, a investigação apresenta o universo dos alunos trabalhadores, o conhecimento matemático produzido em suas profissões e a relação do processo de ensino na disciplina de Matemática. Para Bicudo (1999), a Educação Matemática está inserida num amplo conhecimento de investigação e ação extensa e diversificada. Nesse sentido, os pesquisadores necessitam considerar criticamente suas ações com a finalidade de compreender o universo integrador da matemática com a Educação Matemática do cidadão, uma educação matemática cidadã e democrática que viabilize os seguintes argumentos:

- 1) A matemática tem um campo extenso de aplicações. A matemática é aplicada na economia (macroeconomia e microeconomia), planejamento industrial, em diferentes formas de gerenciamento e em propaganda tanto quanto em campos tradicionais de aplicação na tecnologia. É frequentemente difícil, tanto na escola primária quanto na secundária, apresentar exemplos ilustrativos de aplicações reais; muito frequentes são exemplos que mostram pseudoaplicações. Aplicações reais da matemática ficam normalmente “escondidas”, embora sejam muitas e importantes.
- 2) Por causa de suas aplicações, a matemática tem a função de “formatar a sociedade”. A matemática constitui uma parte integrada e única da sociedade. Ela não pode ser substituída por nenhuma outra ferramenta que sirva de funções similares. É impossível imaginar o desenvolvimento de uma sociedade do tipo que conhecemos sem que a tecnologia tenha um papel destacado, e com a matemática tendo um papel dominante na formação da tecnologia. Dessa forma, a matemática tem implicações importantes para o desenvolvimento e a organização da sociedade – embora essas implicações sejam difíceis de identificar.
- 3) Para tornar possível o exercício dos direitos e deveres democráticos, é necessário estarmos aptos a entender os princípios-chave nos “mecanismos” do desenvolvimento da sociedade, embora eles possam estar “escondidos” e serem difíceis de identificar. Em particular, devemos ser capazes de entender as funções de aplicações da matemática. Por exemplo, devemos entender como decisões (econômicas, políticas, etc.) são influenciadas pelos processos de construção de modelos matemáticos. (Skovsmose, 2013, p. 39).

Com base nas argumentações de Skovsmose (2013), vê-se a importância da relação da democratização na aplicação da Matemática e na construção da criação de modelos matemáticos,

valorizando a prática educacional e neste contexto a sua prática inserida no mundo do trabalho, levando em consideração que a Etnomatemática

se apresenta como território múltiplo e de difícil compreensão; é uma região formada por uma pluralidade de caminhos que deixam abertas possibilidades ainda inexploradas para a pesquisa teórica. É, sem dúvida, uma região a ser interrogada e explorada (filosoficamente, sociologicamente etc.). [...] Estes são postos como objeto privilegiado dos estudos e das pesquisas da Etnomatemática. O homem em toda a sua contradição neste mundo. Animal que busca na racionalidade explicações para o inexplicável da vida e da morte; sobrevivência e transcendência no plano imanente. Suas práticas (ditas matemáticas) são enfatizadas, mas não se mostram isoladamente ou de modo exclusivo na vida diária do ser humano. (Marchon, 2016, p. 11).

E, sendo assim, o problema buscou identificar a forma como é apresentado o conhecimento matemático inserido no mundo do trabalho, como esses alunos percebem os conteúdos matemáticos nas suas atuações profissionais, antes e depois da investigação, sobretudo na ação das suas atividades trabalhistas em que os conteúdos matemáticos passam a ser parte integradora das respectivas atividades. O aluno reconhece a sua prática de trabalho como recurso didático no Ensino da Matemática, conhecimento produzido na educação informal, levando em consideração a identidade de cada grupo cultural, onde ele produz o seu próprio universo desenvolvendo o conhecimento matemático, especificamente neste caso da pesquisa.

A educação é uma prática diferente da instrução, é uma prática social, [...]. É uma atividade do ser humano construída pela socialização do homem e materializada por meio das diversas práticas, originadas do tempo e do espaço, sua evolução ficou forte e decisiva em um ambiente, enraizando-se na política, economia, ideologia e forças produtivas sociais. (Oliveira, 2010, p. 31).

Destaca-se a experiência publicada que evidencia a necessidade de se produzir alternativas e divulgar práticas educativas, assim como conhecimentos educativos que fortaleçam a interação da Matemática com as atividades no mundo do trabalho. Silva e Souza (2012) ratificam:

Sabe-se que o curso PROEJA é destinado a trabalhadores jovens e adultos, mas fica a dúvida se o curso é pensado realmente para esse público como deveria ser. Analisando o projeto do curso, foi possível observar uma extensa carga horária e o formato das aulas. É importante ressaltar a necessidade da integração entre as disciplinas do curso evitando-se a falta de conexão entre as disciplinas propedêuticas e as disciplinas profissionalizantes. (p. 13).

No entanto, percebe-se, conforme citado acima, e que será considerado para efeito de reflexão desta proposta, a importância dos valores do mundo do trabalho e os conhecimentos matemáticos

introduzidos informalmente devido à sua atuação profissional. Dessa forma, observa-se a necessidade de se pesquisar esse universo de alunos considerando seus conhecimentos matemáticos e fortalecendo o ensino e aprendizagem da Matemática.

Um projeto como esse, requerido para o desenvolvimento nacional, precisa, em nível estratégico e tático, de uma política pública de educação profissional e tecnológica articulada com as demais políticas. A educação profissional e tecnológica comprometida com a formação de um sujeito com autonomia intelectual, ética, política e humana exige assumir uma política de educação e qualificação profissional não para adaptar o trabalhador e prepará-lo de forma passiva e subordinada ao processo de acumulação da economia capitalista, mas voltada para a perspectiva da vivência de um processo crítico, emancipador e fertilizador de outro mundo possível. (Brasil, 2007, p. 32).

Nesse sentido, o PROEJA faz um resgate na educação formal de pessoas que, porventura, ausentaram-se das instituições educacionais e que não conseguiram concluir seus estudos conforme as necessidades e prioridades estabelecidas no decorrer do processo da vida. Essa pessoa passa a resgatar, a recuperar e possibilitar crescer intelectualmente.

Apesar de o PROEJA ser direcionado para a classe trabalhadora, no sentido de profissionalização, ou seja, integrada no trabalho, “ciência, técnica, tecnologia, humanismo e cultura geral” (Brasil, 2007, p. 35), o mesmo implica na produção de uma ação que contribua para “o enriquecimento científico, cultural, político e profissional das populações” (Brasil, 2007). Dessa forma, o ensino médio integrado à educação profissional na modalidade EJA destaca-se como PROEJA, segundo Documento Base (Brasil, 2007, p. 35).

O PROEJA é, pois, uma proposta constituída na confluência de ações complexas. Desafios políticos e pedagógicos estão postos e o sucesso dos arranjos possíveis só materializar-se-á e alcançará legitimidade a partir da franca participação social e envolvimento das diferentes esferas e níveis de governo em um projeto que busque não apenas a inclusão nessa sociedade desigual, mas a construção de uma nova sociedade fundada na igualdade política, econômica e social; em um projeto de nação que vise uma escola vinculada ao mundo do trabalho numa perspectiva radicalmente democrática e de justiça social. (Brasil, 2007, p. 6).

Essa modalidade de ensino deve vincular o processo de ensino e de aprendizagem ao mundo do trabalho e assim a proposta desta pesquisa fundamentou-se na Etnomatemática para se vincular às relações do trabalho, no sentido do conhecimento informal da matemática dos trabalhadores.

Enfatizando um exemplo enriquecedor desse conhecimento informal matemático que está inserido em todos os contextos, pois a matemática é utilitária e universal (D'Ambrosio, 1998), destaca-se a pesquisa direcionada ao Assentamento Rural Nasur de Assis, realizada por Silva (2012), que ressalta

e apresenta a rica relação da matemática inserida no mundo do trabalho. Segundo a pesquisa, “Aqueles trabalhadores e trabalhadoras rurais não tiveram acesso aos saberes sistematizados e seus conhecimentos não são reconhecidos, contudo são saberes necessários para que possam superar as dificuldades que as desigualdades sociais se lhes impõem” (pp. 103-104). Silva (2012) exemplifica nitidamente a relação do conhecimento matemático informal e o conhecimento matemático formal com base na entrevista de um assentado:

Um deles, Sr. Severiano, com 66 anos que, mesmo aposentado e com problemas de coluna e artrose, ainda trabalha na roça. Esse assentado afirma ter começado a trabalhar ainda criança: —desde sete anos de idade que eu rastava um cotoquim de enxada, que minha escola foi essa [...] na escola eu nunca fui nem uma hora” [...] A imagem acima é uma fotografia do caderno de anotações desse lavrador, onde registrou a despesa de R\$ 267,40 com a cerca frontal do seu lote. Da mesma forma que observei procedimentos matemáticos diferentes daqueles da Matemática Escolar, também encontrei procedimentos de cálculo que seguem o algoritmo ensinado na escola, embora o lavrador afirme nunca ter ido à escola — nem uma hora. (Silva, 2012, p. 124).

Pesquisar, associar, valorizar e integrar esses conhecimentos informais à educação matemática faz-se necessário no contexto do PROEJA, pois facilitará a compreensão matemática interagindo no universo do mundo do trabalho.

Seria uma omissão tendenciosa identificar conhecimentos matemáticos com inspirações formais e não apresentá-los. Esta Etnomatemática torna-se também conhecimento dos grupos marginalizados seja pela interculturalidade, seja pela normalização. Tenho convicção de que tanto a maioria dos sujeitos que tem acesso à escolarização e não a dominam, quanto aqueles que não tiveram oportunidade de estudar desejam aprendê-la. Sr. Severiano, por exemplo, afirma não ter ido à escola, mas, aprendeu — fazer contas, observando outras pessoas realizando cálculos. (Silva, 2012, p. 124).

A conciliação do que se aprende em termos formais com o conhecimento adquirido em contextos informais, principalmente na disciplina de Matemática, faz com que essa dinâmica facilite a compreensão e a contextualização do processo de ensino e de aprendizagem.

Há, entretanto, diferentes modos de conceber e ver a questão da qualidade do ensino da Matemática. Alguns podem relacioná-la ao nível de rigor e formalização dos conteúdos matemáticos trabalhados na escola. Outros, ao emprego de técnicas de ensino e ao controle do processo ensino/aprendizagem como propósito de reduzir reprovações. Há ainda aqueles que a relacionam ao uso de matemática ligada ao cotidiano ou à realidade do aluno. Ou aqueles que colocam a Educação Matemática a serviço da formação da cidadania. (Fiorentini, 1995, p. 2).

A exploração do conhecimento matemático adquirido em diferentes contextos tende a dotar de sentido o que se aprende. Para Sousa e Barreto (2013), a “aprendizagem matemática requer a diversificação de registros de representação, a diferenciação entre representante e representado e a coordenação desses diferentes registros” (p. 20). Para se adquirir conceitos na aprendizagem, deve-se perceber “quando se é capaz de dotar de significado um material ou uma informação que lhe é apresentada” (Pozo & Crespo, 2009, p. 77), ou seja, uma aprendizagem significativa que faz compreender o que se aprende no contexto do seu universo.

A pesquisa incide sobre alunos da modalidade de ensino PROEJA (Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade da Educação de Jovens e Adultos), direcionada à Profissionalização da Educação de Jovens e Adultos com o conhecimento matemático. É sabido que a modalidade de ensino PROEJA foi introduzida nos ambientes educacionais recentemente com o objetivo de oportunizar o acesso à educação básica e à profissionalização de alunos que porventura apresentaram dificuldades para se escolarizar na idade regular, sendo dever do Estado oferecer educação gratuita à sua população.

o PROEJA foi implantado na rede federal de ensino no Ifes. A forma indutiva e impositiva como o programa foi proposto pelo decreto 5.840/2006 e o modo como vem sendo implementado dentro do atual Ifes tem gerado divergências, por exemplo, na relação entre seus princípios, concepções e a tradição formativa da escola. Isso tem dificultado muito o processo de construção dos cursos dentro da instituição com vistas a uma formação humana integral e integrada a que se propõe o PROEJA. (Cosme, 2011, p. 37).

Nesse sentido, a educação é um direito de todos, que deve ser “promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho” (Brasil, Constituição Federal, 1988, art. 205). Essa qualificação para o trabalho faz com que o ensino formal não se objetive somente no aprendizado intelectual, mas que leve em consideração a relação do aprendizado com o aperfeiçoamento para o trabalho. Ademais, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação-LDB (Brasil, 1996) enfatiza que:

A educação abrange os processos formativos que se desenvolvem na vida familiar, na convivência humana, no trabalho, nas instituições de ensino e pesquisa, nos movimentos sociais e organizações da sociedade civil e nas manifestações culturais (Art. 1º);
A educação escolar se desenvolve, predominantemente, por meio do ensino, em instituições próprias (§ 1º);
A educação escolar deverá vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social (§ 2º).
(p. 1).

Dessa forma, o ensino PROEJA deverá oportunizar esse desenvolvimento oferecendo uma profissionalização, segundo a LDB (Brasil, 1996). Mas deverá articular seus conteúdos programáticos com o mundo do trabalho, podendo assim o alunado compreender a relação do que se aprende com o que se faz através de uma educação ativa (conteúdos e experimentos). A modalidade de ensino PROEJA “traz novos desafios para a construção e a consolidação desta proposta educacional que se pretende parte de uma política de inclusão social emancipatória” (Brasil, 2007, p. 7). Desafios esses que envolvem a complexidade do ensino na sala de aula (Silva, 2009), tendo como prioridade a formação profissional concomitantemente à escolarização e como princípio norteador a formação integral. Segundo a LDB (Brasil, 1996), a educação de jovens e adultos “será destinada àqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos no ensino fundamental e médio na idade própria” (Art. 37). Assim, os sistemas de ensino asseguram “gratuitamente aos jovens e aos adultos, que não puderam efetuar os estudos na idade regular, oportunidades educacionais apropriadas” (§ 1º) e estimulam “o acesso e a permanência do trabalhador na escola, mediante ações integradas e complementares entre si” (§ 2º).

Tal modalidade deve assegurar ao aluno, mesmo com todos os percalços recorrentes desse público, um ensino que oportunize o seu ingresso no mercado de trabalho. Essa responsabilidade aumenta à medida que se direciona à profissionalização. É esperado fazer-se a articulação dos conteúdos com as realidades vivenciadas. Para Bail (2002), nessa etapa do universo escolar, há necessidade de uma metodologia de ensino que se fundamente em análises das situações, em atividades do mundo do trabalho, nas quais os alunos poderão extrair elementos, contextos e fundamentos matemáticos considerados na educação formal. Sendo assim, a reflexão em relação ao conhecimento de quem é nosso alunado busca alternativas que o ajude a conhecer os conceitos matemáticos que o cercam.

As orientações para o Ensino [...] são resultado da pesquisa e de uma mais aprofundada ligação entre o terreno onde se dá o seu desenvolvimento e os problemas com que a prática letiva se debate. A pesquisa deve, efetivamente, ser um dos esteios principais que dê coerência e sentido às tomadas de decisão que o professor, no seu cotidiano, tem de assumir de forma consciente e fundamentadamente. É a pesquisa com os professores, e não só sobre os professores, que transporta para o campo conceitual e para o campo da práxis os quadros de referência que deverão ser a base de uma fundamentação epistemológica - aberta a novas temáticas e disponível para integrar valores de contemporaneidade. (Cachapuz et al., 2004, p. 365).

Ademais, a escola deverá harmonizar as demandas identificadas, sua identidade institucional e sua competência de acolhimento, para receber esses alunos oferecendo um ensino que assegure a elaboração de currículos com princípios norteadores, propiciando a introdução e a reintrodução

profissional desses técnicos no mercado de trabalho na contemporaneidade e no amanhã (Parecer, n.º 16/99).

Por outro lado, a interação dos conhecimentos matemáticos adquiridos em diferentes profissões e a sua integração nos conteúdos curriculares do ensino da Matemática podem simplificar o fazer e o saber matemático. Atualmente, o ensino prioriza o saber e posteriormente o fazer matemático. O processo de ensino e aprendizagem, quando ativo, torna-se eficaz, pois, ao mesmo tempo em que se faz, compreende-se a necessidade do saber (D'Ambrosio, 1998, p. 17). Nesse sentido,

Com a intenção de verificar como são constituídas as relações entre os jovens e os adultos que frequentam o PROEJA do curso de Edificações no município de Jataí – Goiás está sendo feito um diagnóstico durante a pesquisa em relação à aprendizagem em sala de aula e as interferências que estão envolvidas na construção do conhecimento, ou seja, onde estas relações se promovem. (Oliveira, 2013, p. 117).

A conciliação da Matemática oportuniza uma proposta alternativa do processo de ensino e de aprendizagem. Dessa forma, o ensino aliado à sua prática, o reconhecimento de sua atividade nos conteúdos matemáticos, torna-se mais significativo e a aprendizagem mais consistente (Bicudo, 1999), tendo em vista que os alunos do PROEJA estão inseridos numa realidade que, por algum motivo, os fez afastar-se da escola e que atualmente estão tentando recompensar esse tempo. Nessa modalidade de ensino, muitos alunos ficaram afastados da educação formal e, diante da atual situação, pois as dificuldades no aprendizado poderão ser maiores, tendo em vista o tempo expressivo do seu afastamento. Investigar esse grupo irá contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem, uma vez que,

Com as características peculiares do Ensino de Jovens e adultos, como o curto tempo para a conclusão da modalidade de ensino ofertada, traz indicadores reflexivos, como a ausência da qualidade de ensino, diferenciada pelos procedimentos e currículos unificados, desconexos com a realidade dos alunos, ademais observando também o procedimento das avaliações como classificatório e excludente. (Oliveira, 2013, p. 115).

Espera-se que os resultados desta pesquisa contribuam para a valorização e divulgação do conhecimento matemático das atividades profissionais utilizado pelos alunos e que corroborem uma prática de ensino que concilie a aprendizagem dos conteúdos matemáticos em diferentes contextos. Ademais, que se tenha uma orientação das várias possibilidades do ensino e de aprendizagem no universo da modalidade de ensino PROEJA e que se possa conhecer e aplicar a matemática inserida no mundo do trabalho para a melhoria do mesmo.

Para tanto, o contexto profissional está delineado na concepção de que, segundo Diniz (2001, p.19), citado por Angelin (2010, p. 4), fundamentado no funcionalista Parsons, “[...] o profissional é um

especialista técnico em virtude do seu domínio tanto da tradição, quanto das habilidades necessárias à sua aplicação”.

Assim, a respectiva investigação tratou de dois contextos profissionais que relacionaram o conhecimento informal nas atividades laborais, na construção civil (pedreiros e auxiliares de pedreiro) e nas cooperativas de catadores de materiais recicláveis.

Neste sentido, a profissão assume uma característica realmente utilitária, sendo útil para o cliente, pois satisfaz a sua necessidade e, ao mesmo tempo, útil para aquele que exerce a profissão, ou seja, o profissional, pois gera nele não só a satisfação pessoal e a profissional, mas recursos e bens materiais para o profissional. Esse processo de interação utilitarista entre profissional, especialmente do profissional liberal, e cliente, gera, segundo Dubar (2005, p. 130), a institucionalização do processo de profissionalização. “A institucionalização dos papéis em profissão resulta, pois, em primeiro lugar, segundo Parsons, de um equilíbrio das motivações entre a necessidade que o cliente tem do profissional e a necessidade que este tem de ter clientes”. (Angelin, 2010, p. 4).

Dessa forma, o contexto profissional destaca-se nas atividades que envolveram a Matemática e o conhecimento dessa ciência, passando de geração para geração. Conhecimentos que não foram aprendidos na educação formal, e sim pela necessidade dos recursos e bens materiais.

1.2. A disposição do estudo

Durante todo o desenvolvimento do estudo, fez-se revisão da literatura conceituando e fundamentando a aprendizagem de matemática, PROEJA, profissão, ou as literaturas que implicam no contexto profissional. A base desta tese, com o pressuposto que nos seus contextos profissionais esses alunos lidem informalmente com conceitos matemáticos, o que faz emergir a relevância de as estratégias de ensino atenderem aos conhecimentos adquiridos e aplicados em contextos informais fundamentou-se essencialmente nas obras de D’Ambrosio que é um estudioso no programa da Etnomatemática, tendência de ensino na Educação Matemática que integra o conhecimento cultural, informal e de grupos para o desenvolvimento do ensino e aprendizagem da matemática.

No sentido da aprendizagem, tem-se o estudo de Bicudo (2018), o qual delineou a compreensão do contexto de aprendizagem da matemática nesta tese.

Matemática aqui, considerada como ciência da civilização ocidental e, igualmente, abrangendo as ações que se encontram no âmago da constituição dessa ciência e que estão presentes em diferentes culturas, em diferentes épocas e explicitadas por diferentes linguagens, como: contar, posicionar-se no espaço-temporalmente, mensurar, acrescentar, diminuir, por exemplo. (pp. 33-34).

Ademais, a revisão da literatura fez parte de todo o período da investigação para, assim, fundamentar as várias ocorrências apresentadas no processo de investigação, pois, no curso PROEJA,

os alunos da educação de jovens e adultos apresentam, via de regra, características próprias: são, majoritariamente, trabalhadores (às vezes, desempregados) ou filhos de trabalhadores ou vivem uma condição socioeconômica que determina inúmeras restrições. Entre estas, encontra-se, evidentemente, a própria possibilidade de eles se enquadrarem nas exigências do modelo escolar regular, bem como a emergência de interesses imediatos específicos, marcados pela busca de mecanismos de sobrevivência. (Klein, 2003, p. 11).

Percebe-se assim a particularidade dos sujeitos da pesquisa. Nesse sentido, a construção e a validação dos instrumentos de recolha dos dados fizeram-se necessárias nos primeiros dois meses do processo de investigação, pois possibilitaram direcionar os instrumentos utilizados para todo o processo de investigação.

Nesse sentido, o professor deve ter clareza de sua condição de classe e da condição da classe dos seus alunos, posicionando-se politicamente em relação à mesma. Isto implica compreender os mecanismos de exploração e excludência e empenhar esforços para sua superação, quer no âmbito mais amplo da luta revolucionária, quer no interior de sua prática imediata, enquanto educador. (Klein, 2003, p. 11).

Fazer pesquisa sobre Educação Matemática é conhecer e reconhecer o docente e discentes como sujeitos de mudanças no processo de ensino e de aprendizagem. Para tanto, é essencial a observação de contextos profissionais, na modalidade de ensino PROEJA, o que possibilita conhecer a realidade vivenciada pelos discentes e sugere “[...] a atuação docente na compreensão dos limites que a excludência impõe à realização do sujeito, o que pode representar especificidades ou mesmo obstáculos que requerem formas próprias de abordagem ou superação para que o aprendizado se realize” (Klein, 2003, p. 11). Com base nessa compreensão, delineou-se a formulação da resolução de situações-problema pelos alunos.

Conscientes das limitações impostas aos trabalhadores e da necessidade de produzir uma educação que atenda aos seus anseios, os educadores vêm insistindo na importância de se considerar as dificuldades desses alunos e buscar condições que viabilizem seu acesso, frequência e aproveitamento escolar, bem como enfatizam a importância de levar em conta sua realidade sociocultural e seus interesses, propondo a criação de horários alternativos, reorganização dos temas e conteúdos e modificação das estratégias de abordagem. (Klein, 2003, p. 12).

É importante evidenciar que, sob o ponto de vista desta investigação, a colaboração está no sentido de evidenciar uma alternativa das estratégias de abordagem no processo de ensino e aprendizagem. Para tanto, houve a preparação para a formulação das situações-problema após a observação, a partir da análise dos dados recolhidos na fase diagnóstica, pois a mesma contribuiu para que os discentes conhecessem o procedimento de integrar a aprendizagem da matemática por meio dos contextos profissionais, neste caso, aos sujeitos de estudo no contexto profissional de pedreiros e catadores de materiais recicláveis. Sobretudo, favoreceu ao pesquisador colocar em prática os conteúdos da disciplina de Matemática, vistos nas observações, no âmbito profissional e reconhecer como procedimento adequado ou não adequado.

Sendo assim, destitui-me do poder de falar pelos outros. Articulei minha postura de pesquisador sobre outra perspectiva: a de narrar com os outros. Num instante em que nossa pesquisa e o exercício de reinvenção da realidade se deu por meio de uma intervenção numa microrrealidade que reflete a imagem do mundo. (Sales, 2013, p. 52).

A investigação no ambiente laboral e em sala de aula propôs ao pesquisador interagir e interferir no diálogo e no desenvolvimento do processo de ensino e de aprendizagem para, então, perceber com mais precisão as contribuições que a proposta da investigação pudesse de fato cooperar. Pois, por meio da intervenção, conduziu a eficácia da sugestão.

Após a aplicação e resolução feitas pelos alunos das tarefas elaboradas na exploração das atividades laborais, foi necessário fazer uma estimativa dessas ações, ou seja, fazer um diagnóstico, ouvindo-os, observando-os, analisando os processos das produções dos discentes na participação da intervenção e acolhendo as contribuições de cada um deles.

Com base nesta condução, para concluir, foi feita uma análise e interpretação dos dados. Essa etapa produziu um direcionamento na aprendizagem da Matemática em relação aos resultados para o que foi proposto na investigação por meio da Educação Matemática. Conduziu uma interação do conhecimento matemático, com contribuições da Etnomatemática, pois essa faz a ligação do reconhecimento informal da matemática, em outras formas de pensar e se fazer a matemática. A Etnomatemática valoriza extensas ponderações sobre o pensamento matemático, nos aspectos culturais, familiares, tribais, profissionais, de grupo e regionais. O conhecimento gerado informalmente passa de geração para geração, com contribuições no cognitivo, histórico, social, pedagógico, e que esse mesmo conhecimento possa colaborar para o ensino e aprendizagem da matemática, na educação formal, neste caso, ensino na modalidade PROEJA em Técnico em Edificações e Técnico em Reciclagem.

1.3. Organização da tese

A tese organiza-se em sete capítulos, para sustentar o seu pressuposto que nos seus contextos profissionais esses alunos lidem informalmente com conceitos matemáticos, o que faz emergir a relevância de as estratégias de ensino atenderem aos conhecimentos adquiridos e aplicados em contextos informais. Cada um deles, articulados entre si, discute os assuntos que subsidiaram as etapas deste estudo. Sendo assim, o Capítulo 1 apresenta um breve contexto do panorama do ensino e da aprendizagem da Matemática. Cita vários estudiosos na área da Educação Matemática que contribuíram e contribuem para a melhoria do ensino dessa disciplina com foco nas tendências de ensino da Matemática. Aponta a limitação do estudo sobre a Etnomatemática, Resoluções de Problemas, e discorre sobre a matemática informal e formal aplicadas à educação formal. Apresenta a modalidade de ensino do PROEJA como parte integrante do estudo, assim como os alunos trabalhadores que frequentam essa modalidade de ensino, e suas respectivas atividades laborais na construção civil e nos galpões de materiais recicláveis.

Ademais, no Capítulo 2, promove-se um entendimento sobre a compreensão da aprendizagem. Para tanto, faz-se uma explanação sobre o conhecimento, o conhecimento matemático e o conhecimento matemático enfocando a Etnomatemática e a Resolução de Problemas, pois se entende que, para aprender, é necessário conhecer. Posteriormente, apresenta-se uma breve compreensão das concepções de ensino com base no behaviorismo e no construtivismo, porém, dando ênfase à corrente de pensamento construtivista, a qual direcionou a investigação, com foco em seus principais estudiosos, Piaget, Vygotsky, Ausubel, Bruner e Lakatos. Finaliza-se com as conceituações e entendimento das aprendizagens formal, não formal e informal e a importância do contexto na aprendizagem da matemática

O Capítulo 3 delimita a investigação nas metodologias de ensino que auxiliaram no processo de organização das tarefas extraídas do contexto laboral dos alunos trabalhadores da construção civil e da reciclagem de materiais. Evidenciou-se a Etnomatemática que se aplica em determinados grupos, fazendo conexões e interações com os conteúdos matemáticos, bem como a Resolução de Problemas que predominou nas tarefas contextualizadas da investigação e que deu sentido às atividades direcionadas.

Já no Capítulo 4, apresentam-se as opções metodológicas da investigação, metodologia qualitativa e interpretativa, opção por um estudo de caso em dois contextos profissionais dos alunos trabalhadores que frequentavam o 1.º semestre/módulo dos cursos Técnico em Edificações e Técnico em Reciclagem, da Modalidade PROEJA, assim como os métodos da recolha dos dados. Nesse capítulo,

apresentam-se as etapas da investigação que foram divididas em duas fases: a primeira fase - Diagnóstico - Elementos de um estudo de caso, a contextualização das tarefas e quantidade das tarefas elaboradas; e a segunda fase - Elaboração e concretização das propostas pedagógicas.

Já no Capítulo 5, apresenta-se o estudo de caso dos alunos do curso Técnico em Edificações, com a caracterização dos alunos que o frequentam, extraindo e reconhecendo os conhecimentos matemáticos do contexto da construção civil. Posteriormente, foram trazidos diálogos possíveis entre o conhecimento formal e o conhecimento informal dos conteúdos matemáticos direcionados na investigação, sendo Perímetro de figuras geométricas, Área de figuras planas e espaciais, Porcentagem, Volume e Razão e Proporção.

Quanto ao Capítulo 6, que se assemelha ao anterior, apresenta-se o estudo de caso dos alunos do curso Técnico em Reciclagem, com a caracterização dos alunos que o frequentam, e evidenciando os conhecimentos matemáticos do contexto dos alunos que trabalham com materiais recicláveis. Ainda neste capítulo, foram trazidos diálogos possíveis entre o conhecimento formal e o conhecimento informal dos conteúdos matemáticos direcionados na investigação, sendo Grandezas e suas transformações e Porcentagem.

Finalizando com o Capítulo 7, que concluiu o estudo com uma síntese, respondendo às questões que nortearam a respectiva tese: 1) Que conhecimentos matemáticos utilizam os alunos de dois cursos do PROEJA nos seus contextos profissionais? 2) Como os alunos do PROEJA exploram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos formais de matemática? 3) Como os alunos do PROEJA exploram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos informais de matemática? Dessa forma, foram explanadas as limitações do estudo e sugestões para futuras investigações.

CAPÍTULO 2

CONTEXTOS DE APRENDIZAGEM

Nesta seção fez-se uma fundamentação na compreensão da aprendizagem e que pontou aspectos relevantes que promovem a sua execução. Com base nesse entendimento, para que ocorra a aprendizagem, é essencial a compreensão da base do conhecimento, pois ele faz parte do processo da aprendizagem.

Dessa forma, apresenta-se a concepção do conhecimento como parte integrante da aprendizagem para se ter uma definição do que seria o conhecimento frente aos teóricos que conceituam os conhecimentos: por familiaridade, proposicional, animal, reflexivo, tácito e explícito. As duas últimas são direcionadas ao conhecimento matemático.

Este capítulo conduz clarificar e compreender as concepções advindas das teorias que discutem o processo de aprendizagem, desde a behaviorista à construtivista. Em relação à abordagem da teoria behaviorista, o debate fundamenta-se nos estudos de Watson, Pavlov e Skinner. Quanto ao enfoque da teoria que direcionou esta investigação, com base em pressupostos da teoria construtivista, priorizam-se os processos dinâmicos, as experiências vividas, os conhecimentos prévios já adquiridos, buscando compreender a epistemologia genética de Piaget, a abordagem sociointeracionista de Vygotsky e os trabalhos desenvolvidos por Ausubel, Bruner e Lakatos.

Enfatizando a construção dos processos evolutivos do ser humano e a sua adaptação ao meio em que se insere, alarga-se esse debate ao entendimento da aprendizagem formal, não formal e informal. Evidenciam-se as características de uma aprendizagem da matemática significativa, assim como se explanam os contextos, os fatores e ambientes em que pode ocorrer a aprendizagem, sendo ampla e dinâmica, acontecendo ao longo da vida em consonância com o tempo e espaço, influenciando e contribuindo para que se facilite o processo do ensino e de aprendizagem da educação formal.

A pesquisa, ao estabelecer uma conexão entre as aprendizagens formal e informal, procurou enfatizar o contributo das interações dos conhecimentos precedentes e informais na adaptação e assimilação dos conhecimentos institucionais. Na dinamização destas interações, evidencia-se o papel das atividades que resultam das tarefas exploradas.

Em termos gerais, não se deseja, neste capítulo, fazer uma reflexão somente de uma teoria de aprendizagem, pois cada uma reivindica seus conceitos como basilares. Os autores analisados valorizam o uso do conhecimento básico a ser recebido/construído pelo aprendiz. Porém, a base do conceito da aprendizagem desta investigação delineou-se por meio do embasamento da Teoria do Construtivismo,

valorizando a aprendizagem contextualizada, consubstanciada na resolução de problemas na atuação da Educação Matemática.

Neste capítulo, apresentam-se os contextos de conceitos de aprendizagem, discorrendo sobre as concepções do behaviorismo, as concepções construtivistas, enfatizando a aprendizagem segundo Piaget e seu método experimental, a Teoria Cognitiva ou Teoria do Desenvolvimento Mental; a aprendizagem segundo Vygotsky, Ausubel, Bruner e Lakatos, baseada nos conceitos, e o que se destacava nos processos de aprendizagem na visão de cada estudioso citado.

Faz-se um entendimento sobre o conceito de aprendizagem numa perspectiva behaviorista, construtivista, discutindo a epistemologia genética de Piaget, com abordagem sociointeracionista de Vygotsky, Ausubel, Bruner e Lakatos.

Sobretudo, enfatiza-se a construção dos processos evolutivos do ser humano e sua adaptação às necessidades que se apresentam. Em relação aos conceitos de aprendizagem – formal, não formal e informal –, evidenciam-se as características de uma aprendizagem significativa da matemática, explanando os contextos, os fatores e ambientes em que pode ocorrer a aprendizagem, que é ampla e dinâmica, pois ocorre ao longo da vida em consonância com o tempo e espaço, influenciando e contribuindo para que seja facilitado o processo de ensino e de aprendizagem da educação formal. A pesquisa mostrou a conexão entre as aprendizagens formal e informal, o que estabelece interações dos conhecimentos precedentes e informais, colaborando para a assimilação no processo da aprendizagem. Explana também sobre um breve entendimento das ações de sua atividade por meio de tarefas.

Portanto, não se deseja, neste capítulo, considerar somente uma teoria da aprendizagem acerca de uma ponderação, pois cada uma reivindica seus conceitos como basilares. Sobretudo, todos os autores valorizam o uso do conhecimento básico a ser recebido pelo aprendiz.

2.1. Construção do conhecimento e o conhecimento matemático

2.1.1. O conhecimento na visão cognitiva

No universo real, há vários contextos e situações que envolvem a vida e seus processos evolutivos, porém, para a humanidade perceber e envolver-se nesse processo da realidade, é necessária a percepção do mesmo por meio dos processos cognitivos. A cognição faz perceber o universo ao qual o indivíduo está inserido e, dentre esta cognição, ocorre a interação e integração, pois estar inserido no universo é compreendê-lo através das ações cognitivas, acontecendo, dessa forma, o conhecimento que promove a relação do sujeito consciente com uma amostra da realidade. Sobretudo, para Zagzebski (1996), o conhecimento é uma inclusão de um sujeito consciente de uma amostra da realidade, na

maioria das vezes compreendida e mediada por meio de uma conjectura verdadeira, e a maioria da referência epistemológica tem sido fiel ao lado do sujeito da relação.

No estado de conhecimento, o sujeito que conhece está relacionado com uma proposição verdadeira. O modo mais geral de caracterizar a relação entre aquele que conhece e a proposição conhecida é que ele a toma como verdadeira, e essa relação é chamada, de maneira padrão de estado de crença. A ideia de que o estado do conhecimento é uma espécie de estado de crença reforça a prática quase universal na epistemologia de se definir o conhecimento como crença verdadeira mais alguma outra coisa. (Zagzebski, 1996, p. 155).

Além da conceituação de conhecimento, Zagzebski (1996) identifica dois tipos dele. O conhecimento por familiaridade, estabelecido pelo conhecimento direto das coisas através da experiência em contato com o fato, que está presente nas pessoas, nas coisas e nos estados mentais; e o conhecimento proposicional, que necessita de uma proposição verdadeira para fazer sentido nos processos do cotidiano e evolutivo, sendo o conhecimento indireto sobre as coisas, pois é aquilo que o sujeito julga como uma conjectura verdadeira.-Esse conhecimento faz a relação do veículo da forma de comunicação com o conhecimento, ou seja, a transferência de conhecimento entre indivíduos, havendo uma inclusão da realidade com uma estrutura proposicional, com a proposição fazendo a realidade tornar-se compreensível à mente humana. (Zagzebski, 1996, pp. 153-154).

Ademais, Sosa (2018) identifica e denomina o conhecimento animal que não é construído com base em critérios, mas sendo um conjunto de habilidades cognitivas manifestando-se de naturalmente, com uma ação natural de todo indivíduo.

Com base na dependência do conhecimento animal, tem-se o conhecimento reflexivo, com um ponto de vista global sobre nossa posição epistêmica na realidade. Segundo Sosa (2018), ele é atribuído a um estado de consciência da mente, sendo necessário obter um conteúdo verdadeiro. Para tanto, ao invés de reconhecê-lo como apenas um certo de tipo de crença, deve-se concebê-lo como somente a crença verdadeira e que esteja explicada, estabelecendo que o padrão e as normas da crença seriam o conhecimento e sendo o conhecimento um conceito primitivo e inatingível (p. 14).

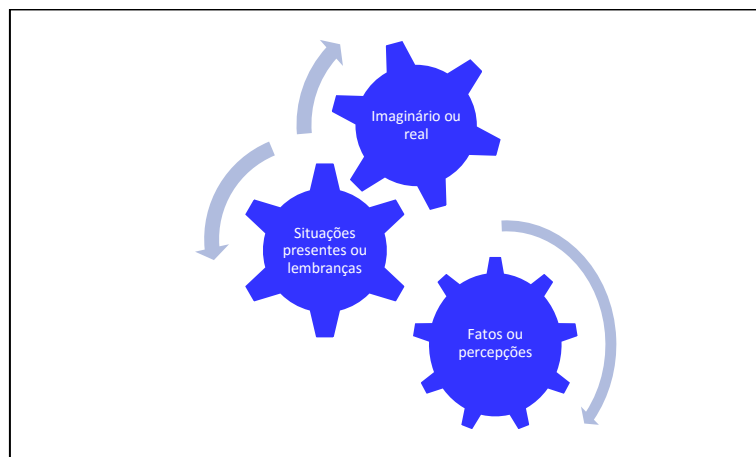
Sosa (2018) inclui a crença como parte integrante do conhecimento, exemplifica que, ao crer em p , trata-se de p como se fosse um conhecimento, sendo o conhecimento o primeiro a ser denotado, um conceito primitivo.

Ainda segundo Sosa (2018), o conceito do conhecimento é imprescindível para a fundamentação de outros conceitos, pois o conhecimento ultrapassa barreiras filosóficas e psicológicas, sendo indispensável para ambas as áreas. Têm-se três princípios fundamentais para a compreensão do

conhecimento, deve-se ter um caráter relacional, gradualidade (menor ou maior medida) e a normatividade presente em todas as disposições, ou seja, “as disposições não são redutíveis a regularidades nem casual e nem estatísticas” (Sosa, 2018, p. 17).

Ao se atribuir um conhecimento a um sujeito, atribui-se um conhecimento mental, um estado que está além do sujeito. Implicam também, nas condições reais e/ou imaginárias, situações presentes e/ou somente lembranças, situações de fatos e/ou percepções e de toda uma estrutura que formou este sujeito, levando-se em conta seu passado e seu presente. Para tanto, conceder um conhecimento seria conceder um estado mental que, essencialmente, deva-se ter um conteúdo verdadeiro (Sosa, 2018), como se a estrutura funcionasse como um sistema, conforme apresentado na Figura 1.

Figura 1: Sistema da base do conhecimento



(Sosa, 2018)

Diante da complexidade do conceito de conhecimento, pois ele abrange várias definições, Sosa (2018) esclarece como é apresentado frente às respectivas correntes:

Para o fundamentalismo, a melhor fonte do conhecimento é algum tipo de evidência dada internamente ao sujeito e capaz de proporcionar certeza. Para o coerentismo, a única fonte é a própria rede de nossas crenças. Para o ceticismo, o conhecimento é finalmente impossível. Para a confiabilidade, se não for impossível, é sempre relativo. Para a confiabilidade, conhecer é seguir de algum modo o caminho da verdade. E para a opção da indefinibilidade, devemos assumir que o conceito de conhecimento não pode ser analisado. É um conceito sumamente importante. E implica coisas importantes. Mas não podemos entender o que é conhecer através de outros conceitos mais básicos. Em contraste com tudo isto, uma epistemologia baseada na virtude introduz uma nova opção: que a fonte do conhecimento são certas virtudes que temos ou podemos adquirir nos ambientes e contextos apropriados. (p. 23).

Distinguem-se as virtudes, tais como:

- Modelo artesanal: Centrado em um saber fazer bem algo, adquirido com trabalho e esforço, quase sempre no seio de uma certa comunidade, ou subcomunidade, social muito específica que sirva de referência na hora de fixar os contextos adequados de produção e avaliação.
- Modelo religioso: A virtude sempre é aqui um dom muito especial, algo dado que requer uma graça particular. Habitualmente, a virtude se conecta aqui com a sabedoria.
- Modelo ético: nele estão destacados pares combinados de noções como as de caráter e decisão, responsabilidade e culpa. Às vezes as noções podem ter mais pesos, outras vezes outros.
- Modelo político: A virtude é o instrumento ou o meio para conseguir uma série de fins. As noções importantes são de estratégia, negociação, equilíbrio e prudência.
- Modelo desportivo: A virtude tem aqui uma fonte natural e inata, e também um desenvolvimento próprio que, em um contexto benigno, não há impedimentos que interfiram, levam a certas realizações características que podem chegar a medir-se através de êxitos avaliáveis em situações competitivas. (p. 19).

Para tanto, o conhecimento é dinâmico, conforme Figura 2, e faz parte de todo processo da existência humana, do conhecimento animal ao conhecimento reflexivo que faz a percepção do pensamento sobre a natureza e as conexões entre os sujeitos e os objetos.

Figura 2: Percepção do conhecimento



(Criação de Sammya Christina de Oliveira Alves, 2020).

Portanto, a investigação considera que o conhecimento cognitivo é um sistema que viabiliza o sujeito consciente na condução dos seus pensamentos, ações, modo de vida, suas conexões com os objetos e situações que os constroem como parte integrante deste ambiente, levando em conta o imaginário/real, situações presentes/lembranças e fatos/percepções. Para tanto, a base da investigação deu-se por este conhecimento com enfoque matemático.

2.1.2. O conhecimento matemático

Está estabelecido em processos metacognitivos, que vão além das formas tradicionais de aprendizagem, instituindo o aprendizado interno com as relações externas. Um deles é um fator usual e comum como a resolução de problemas, as linguagens formais e os seus sistemas tradicionais notacionais, ademais, a Matemática é universal (Marchon, 2016). Em contrapartida, por meio dessas análises, encontram-se as dificuldades na aprendizagem da matemática e documentadas por meio de artigos, dissertações, teses e demais publicações e investigações. Nesse sentido, pergunta-se: para se aprender a Matemática é necessário conhecer?

Para melhor entender o conhecimento, no Capítulo 2 foi introduzida parte dessa temática, porém, na matemática também é levado em consideração o seu aspecto abstrato e como instrumento para resolução de problemas em contextos reais (Onrubia et al., 2004). Sobretudo, a Matemática, do mesmo modo, possui um direcionamento menos abstrato e mais contextualizado. Saber conduzir os conteúdos matemáticos nessa direção é produzir uma aprendizagem mais significativa, dando sentido para que ocorra o ensino e a aprendizagem. A familiaridade da Matemática próxima da realidade deve fazer parte do universo do discente, criando situações reais mais concretas, mais práticas, pragmáticas e centradas no aprendizado, o que se conhece das vivências para o que se vai aprender.

A inserção de objetos centrados nas experiências do convívio e vivências dos discentes aprimora o conhecimento e este conduz à aprendizagem. Não que a abstração não faça parte do processo e não seja importante na ação do conhecimento, mas, ao abstrair, e dessa abstração conhecer o objeto real que possa fazer ligação ao conteúdo selecionado, valorizam-se as sequências estabelecidas e as associações nos processos de aprendizagem. Para exemplificação, Leão et al. (2012) verificaram algumas das propriedades observadas no uso de recursos tecnológicos (*softwares*) no ambiente de ensino e aprendizagem. Tiveram como resultados da pesquisa desenvolvida sobre Modelagem Matemática no conteúdo de Geometria Plana o uso do *software Cabri-Géomètre I*:

A linguagem visual: auxilia os alunos assimilarem em menor tempo, com mais exatidão dos conceitos, teoremas, axiomas estudados na abstração;

A interação: propiciando um ambiente com experiência no laboratório, instigando no aluno o processo investigativo;

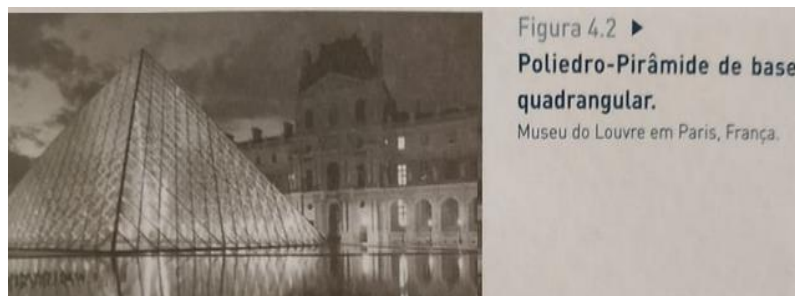
O desenvolvimento de manipulação em atividades concretas (modelos): permitem que a construção do conhecimento seja mais personalizada na aprendizagem, contemplando as diferenças visuais. (p. 50).

Há de se considerar os recursos além dos conteúdos meramente tradicionais para ampliar as conexões e associações que estabeleçam o conhecimento matemático, pois constatou-se, nessa

pesquisa, “[...] que houve uma significativa aprendizagem dos conteúdos geométricos após a utilização do *software Cabri-Géomètre* em um espaço de tempo menor, principalmente no aspecto referente ao desempenho em interpretar questões que requeriam construções”. (Leão et al., 2012, p. 55).

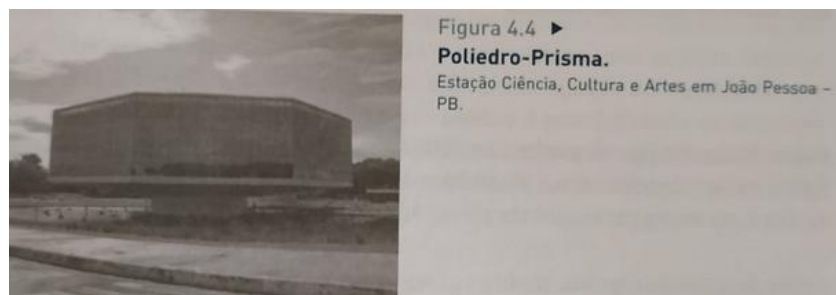
Em outra situação, utilizaram-se, para o ensino de poliedros, atividades de criação de um *blog* para que os discentes associassem as imagens (Figuras 3, 4, 5, 6 e 7) conhecidas com os poliedros trabalhados no conteúdo.

Figura 3: Poliedro-Pirâmide de base quadrangular



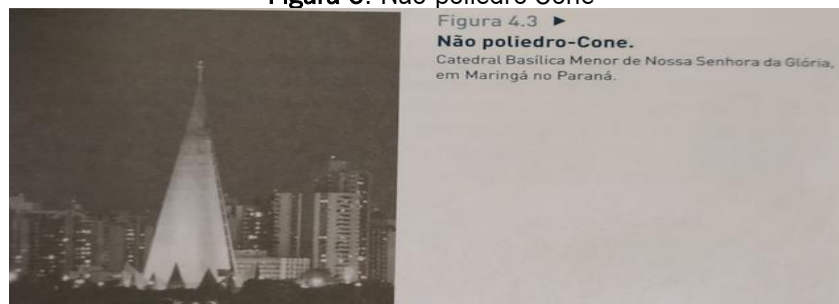
(Fainguelernt & Nunes, 2012, p. 119).

Figura 4: Poliedro-Prisma



(Fainguelernt & Nunes, 2012, p. 119).

Figura 5: Não poliedro-Cone



(Fainguelernt & Nunes, 2012, p. 119).

Figura 6: Poliedro-Paralelepípedo oblíquo



(Fainguelernt & Nunes, 2012, p. 119).

Figura 7: Não poliedro-Cilindro



(Fainguelernt & Nunes, 2012, p. 119).

Nota-se que todas as figuras fazem um comparativo de algo real, tais como:

- associando um poliedro pirâmide de base triangular com o Museu de Louvre na França, podendo, inclusive, fazer uma integração interdisciplinar com a história sobre o museu, além de direcionar o conteúdo de matemática (Figura 3);

- associando um poliedro prisma com a Estação, Ciência e Artes em João Pessoa, podendo, caso a instituição educacional seja no Brasil, promover uma visita técnica à Estação (Figura 4);

- associando o não poliedro cone com a Catedral Basílica de Nossa Senhora da Glória em Maringá, também podendo fazer uma visita técnica e constatar as formas geométricas como parte integrante das realidades nas cidades (Figura 5);

- associando o poliedro paralelepípedo oblíquo com as Torres Kio em Madri, enfatizando a sua obliquidade (Figura 6);

- associando o não poliedro cilindro com o antigo Hotel Nacional do Rio de Janeiro (Figura 7).

Essas atividades apresentam *insights* para o seu entendimento, além de uma explanação da geometria espacial, podendo conciliar um processo histórico, geográfico e real, produzindo o processo de ensino e de aprendizagem com modelos concretos e levando aos aspectos abstratos.

Com base neste enfoque,

Esta dualidade nos permite falar de dois tipos distintos de significados relacionados com o conhecimento matemático: um interno, formal, puramente matemático, e outro externo, referencial, que vincula o sistema formal da matemática a alguns aspectos do mundo real. A coordenação dos dois tipos de significados é muito complexa e constitui um obstáculo central na aprendizagem da matemática. De fato, em muitos casos, constata-se que os alunos não chegam a coordená-los, mas os mantêm separados, em uma espécie de “esquizofrenia semântica” entre o significado matemático e o significado referencial [...]. O resultado é que muitos alunos aplicam procedimentos matemáticos, mas não sabem porque funcionam; dominam as habilidades de cálculo necessárias para resolver problemas-padrão escolares, mas carecem de compreensão para aplicar seu conhecimento a situações novas; são capazes de manipular símbolos, mas não entendem o significado deles nem o que estão fazendo com eles. Para tais alunos, a aprendizagem matemática acaba consistindo na repetição mecânica de definições, demonstrações e fórmulas, ou na aplicação não menos mecânica e algorítmica e a matemática acaba se transformando em uma atividade críptica e fechada em si mesma, sem nenhum significado e totalmente afastada do mundo real. (Onrubia et al., 2004, p. 329).

Além disso, é necessária uma adequação no processo de ensino e de aprendizagem nesta dualidade, a abstração e o contexto real, tendo em vista que o conhecimento matemático é predominantemente amplo, apoiando-se, inclusive, nos âmbitos culturais.

Dentre as vozes que ousaram falar da inextrincável condição sociocultural da produção do conhecimento matemático, pode-se afirmar que Raymond Louis Wilder foi um dos que, ainda na década de 50, apontava para uma nova perspectiva: “Eu acredito que somente pelo reconhecimento da base cultural da matemática um melhor entendimento e em sua natureza [...]”. Além disso, deve-se enfatizar, este matemático já indicava que assumir a matemática como um elemento cultural não era algo novo. Wilder cita o trabalho do antropólogo Leslie A. White (1900-1975): “o lócus da realidade matemática”. Gerdes evidencia a perspectiva de White que, em resumo, afirma que a matemática faz parte da cultura humana, não tendo uma origem em Pitágoras ou na Mesopotâmia, mas sim associada à origem da própria humanidade. (Marchon, 2016, p. 91).

Nesse sentido, Rosa e Orey (2012), por meio de um estudo com vários teóricos, ratificam que o conhecimento matemático pode ser estabelecido em conhecimento tácito, sendo definido como um conhecimento implícito, uma compreensão interna que está tacitamente arraigado na aprendizagem e nos experimentos de cada sujeito, como acionar a memória e, diante disso, buscar lembranças que possam auxiliar para resolver uma situação-problema.

Com a prévia do conhecimento tácito, sendo subjetivo e contextualizado, para Rosa e Orey (2012), tem-se o conhecimento explícito que é a necessidade de usar o conhecimento originário e adaptá-lo na aplicação de novos problemas, nas tomadas de decisões e para concretização de novas tarefas,

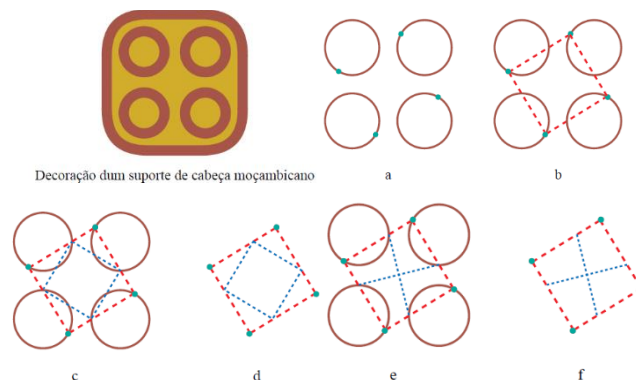
que contribuirá para as novas demandas nas resoluções de novos problemas, passando do conhecimento tácito até que se torne um conhecimento explicitamente comunicado e transmitido.

Por exemplo, as mulheres rendeiras do nordeste brasileiro são capazes de confeccionar rendados que possuem conceitos do conhecimento geométrico, por exemplo, a simetria, mas elas não conseguem associar estes princípios com os aspectos matemáticos dessa prática. Todavia, esse conhecimento tácito pode ser expresso formalmente, utilizando-se um sistema de símbolos e regras, através de expressões matemáticas, que podem auxiliar a tradução do conhecimento tácito que as rendeiras possuem para a linguagem simbólica da matemática. (Rosa & Orey, 2012, p. 267).

Nota-se que no exemplo acima é utilizado o conhecimento prévio, construído inicialmente nas percepções da vida, da cultura, dos modos, dos acontecimentos, das relações pessoais e comunitárias. E, ao tomar posse desse conhecimento, ele foi utilizado para que se introduzissem novos conceitos e percepções que o auxiliem para que se tenha uma continuidade no processo da aprendizagem.

No exemplo de Gerdes (2011), no qual ele faz uma representação de um desenho cultural usado pelos africanos (Figura 8), que “mostra a decoração dum antigo suporte de cabeça da região de Maputo, no Sul de Moçambique. Apresenta uma ornamentação com simetria quádrupla”.

Figura 8: Representações matemáticas por meio de um ornamento africano



(Gerdes, 2011, pp. 29-30). Adaptação da autora.

Com base no desenho da ornamentação, Gerdes (2011) indicou algumas propriedades da matemática que poderiam extrair da ornamentação. Tais conteúdos foram:

- a. Centros das quatro circunferências como pontos;
- b. Figuras correspondentes;
- c. Pontos de intersecção;
- d. Quadrados;
- e. Partes congruentes;

- f. Teorema de Pitágoras;
- g. Triângulos retangulares;
- h. Área do quadrado inscrito.

É notável que, por meio de uma ornamentação tão conhecida pelos africanos, podem-se apresentar vários conceitos e demonstrações das propriedades de um determinado conteúdo, produzindo uma aprendizagem por meio de um conhecimento tácito e transformando-a em um conhecimento explícito.

Nota-se que o conhecimento tácito também pode ser denominado de conhecimento prévio, pois ambos os conhecimentos são originários da percepção inicial que se tem da referência em que irá apresentar. Porém, o conhecimento tácito é utilizado mais para a representação de um estudo do conhecimento matemático que se divide em dois momentos: o conhecimento tácito para introduzir o conhecimento explícito.

Em vista do que foi mencionado, a investigação fundamentou-se como parte integrante da concepção do conhecimento matemático estabelecido na origem do conhecimento tácito e explícito, conforme Rosa e Orey (2012).

2.1.3. O conhecimento matemático no olhar da tendência de ensino Resolução de Problemas

A investigação debruçou-se na formulação das atividades matemáticas por meio da Resolução de Problemas, utilizando a tendência de ensino Etnomatemática, pois reconhece dois contextos profissionais para promover a formulação de atividades matemáticas que utilizam o conhecimento tácito para a produção de um conhecimento explícito, usando as especificidades dos grupos da construção civil e dos catadores de material reciclável.

Em se tratando da Resolução de Problemas, que também é conhecida como uma tendência de ensino da Matemática, ela faz aplicação de problemas que envolvem situações dos contextos diversificados para que o aluno consiga compreender a situação próxima de sua realidade e vivência e que estimule uma ação participativa e integradora no processo do ensino e aprendizagem.

Apesar de se ter registros de séculos passados em relação à resolução de problemas registrados em muitos livros, a resolução de problemas era vista somente como uma ação de ensinar apresentando situações-problema, e incluindo uma técnica específica (Onuchic & Allevato, 2004).

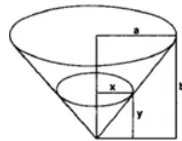
As pesquisas na resolução de problemas surgiram com o estudioso George Polya, e se fortaleceram quando iniciou seu trabalho na Universidade de Stanford, como Professor Titular, como

matemático e educador matemático, pois, como a sociedade passou por uma mudança na economia no século XX, de uma sociedade agrária para uma sociedade industrial, a necessidade de se compreender a matemática foi ampliada para que mais pessoas a dominassem, uma matemática mais usual e contextualizada com as vivências da sociedade (Morais & Onuchic, 2014).

No livro *A Arte de Resolver Problemas*, Polya (1995) afirma que os estudos eram por meio da resolução de problemas na condução de como resolvê-los e exemplifica vários tipos com indagações, como nos exemplos abaixo:

No centro da cobertura retangular de um edifício, que tem 21 metros de comprimento e 18 metros de largura, instala-se um mastro de 8 metros de altura. Para amarrar o mastro, precisamos de quatro cabos iguais. Estes partem do mesmo ponto, 2 metros abaixo do topo do mastro, e são fixados nos quatro cantos da cobertura do edifício. Qual será o comprimento de cada cabo? (Polya, 1995, p. 13).

Um problema de razão de variação. A água escoa para um vaso cilíndrico à razão r . O vaso tem a forma de um cone circular reto, de base horizontal, com o vértice para baixo; o raio da base é a e a altura do cone é b . Determinar a razão à qual o nível de água sobe quando a profundidade for y . Em seguida, calcular o valor numérico da incógnita, sabendo que $a = 4$ m, $b = 3$ m, $r = 2$ m³ por minuto e $y = 1$ m. (Polya, 1995, p. 21).



Para tanto, Polya (1995) afirmou que o futuro matemático, como qualquer aprendiz, aprende pela imitação e prática, porém, deverá imitar o exemplo certo, e que deverá sempre buscar o estímulo com alguém que o aprendiz veja como mais capaz. Deverá ler os livros que lhe forem solicitados, assim como outros, com bons autores, até conseguir encontrar um autor em que o aprendiz identifique-se, ou seja, que o sirva para imitar.

Contudo, deverá procurar o que for simples, instrutivo ou admirável. Deverá procurar resolver problemas que sejam do seu agrado e, assim, criar novos. Principalmente, deverá esforçar-se para fazer sua descoberta mais importante: seus gostos, as aversões e predileções (Polya, 1995).

Nesse sentido, a resolução de problemas apresenta-se com uma nova configuração, com uma direção mais abrangente (Quadro 1), conforme Onuchic e Allevato (2011).

Quadro 1: Fase inicial da Resolução de Problemas conforme as Teorias Psicológicas de Aprendizagem

Fase	Principal Teoria e Teórico	Foco	Como atingir
Resolução de problemas (aprox. 1980s)	Construtivismo, psicologia cognitiva e teoria sociocultural (Vygotsky)	Resolução de problemas e processos matemáticos	<ul style="list-style-type: none">• Retorno à aprendizagem por descoberta• Aprendizagem através da resolução de problemas

Fonte: (Onuchic & Allevato, 2011, p. 77).

O foco da investigação delineou-se para aplicação do conhecimento matemático por meio da resolução de problemas, no contexto etnomatemático, para se alcançar a aprendizagem de forma integrada a situações reais e contextualizadas, dando significado ao que se ensina e ao que se aprende.

Pois,

Com o movimento de reforma chamado Matemática Moderna, vigente nos anos sessenta e setenta do século XX, o mundo foi influenciado por recomendações de ensinar Matemática apoiada em estruturas lógicas, algébricas, topológicas e de ordem, enfatizando a teoria dos conjuntos. O tratamento excessivamente abstrato, o despreparo dos professores para este trabalho, assim como a falta de participação dos pais de alunos, nesse movimento, fadou-o ao fracasso.

Nos EUA, houve uma tentativa de retornar às práticas anteriores à Matemática Moderna, na fase que foi intitulada Volta às bases. Porém, não teve grandes efeitos e tampouco conseguiu adeptos em outros países. Assim, durante a década de 1980, educadores matemáticos que não desistiram de ideais preconizados anteriormente, que acreditavam no potencial da resolução de problemas e visavam a um ensino e aprendizagem com compreensão e significado, continuaram trabalhando nessa busca. (Onuchic & Allevato, 2011, p. 78).

Mediante esse período histórico, os matemáticos passaram por processos de construção de como aplicar a resolução de problemas para que eles pudessem obter um consenso. Com base nesta direção, ocorreram vários congressos, encontros, seminários e demais reuniões entre os matemáticos para que produzissem uma direção.

Foi, de fato, a partir dos Standards 2000 que os educadores matemáticos passaram a pensar numa metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. Nessa concepção, o problema é visto como ponto de partida para a construção de novos conceitos e novos conteúdos; os alunos sendo co-constructores de seu próprio conhecimento e, os professores, os responsáveis por conduzir esse processo. (Onuchic & Allevato, 2011, p. 70-80).

No entanto, existem muitos pontos positivos para introduzir o conhecimento matemático por meio da resolução de problemas porque ela permite uma ampla construção mental do aluno para que estimule o processo de ensino-aprendizagem-avaliação, pois a

- Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre o dar sentido.
- Resolução de problemas desenvolve poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos.
- Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a autoestima dos estudantes aumentam.
- Resolução de problemas fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso com a matemática.
- Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios.
- A formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos. (Onuchic & Allevato, 2011, p. 82).

Diante do exposto, notam-se os itens positivos que se têm ao aplicar a resolução de problemas. Eles despertam a necessidade de se fazer parte da matemática e percebem que ela está presente em vários contextos, pois começam a perceber a matemática na sua realidade.

Dessa forma, a investigação entende a

Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino, os conceitos e as técnicas operatórias são apresentados aos alunos fazendo uma relação entre a ideia matemática e o contexto, promovendo o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações-problema. (Maia Neto et al., 2012, p. 2).

Para tanto, Maia Neto, Marinho e Oliveira (2012) evidenciaram que, com base na aplicação da resolução de problemas, existe uma complexidade dos alunos em se fazer interpretações dos problemas apresentados, pois se identificou que

Na Resolução de problemas percebemos que é onde mais há dificuldade de interpretar o enunciado, os alunos tinham mais dificuldade em compreender o problema do que efetuar os cálculos, isso demonstrou que ainda é preciso esforços para que se utilize a Resolução de Problemas com mais frequência nas aulas para minimizar tais dificuldades. (Maia Neto et al., 2012, p. 9).

Apesar do diagnóstico da dificuldade de interpretação dos alunos, deve-se apontar métodos que estimulem os alunos para além de resolver problemas tradicionais, podendo alternar as possibilidades dos métodos para efetivar a aprendizagem.

Em relação ao que foi exposto, a resolução de problemas é uma fonte alternativa para diversificar o aprendizado e apresentar aos alunos uma compreensão e interpretação do uso da matemática no contexto das suas vivências. Por meio da resolução de problemas, os alunos poderão enxergar a utilidade da matemática, sobretudo no aspecto que envolva a realidade presente no contexto dos grupos de trabalho. Para tanto, a inserção da Etnomatemática também se faz presente.

2.1.4. O conhecimento matemático no olhar da tendência de ensino Etnomatemática

O termo Etnomatemática foi utilizado no Brasil pela primeira vez pelo professor e pesquisador Ubiratan D'Ambrosio. Ele teve um papel importantíssimo nas linhas de pesquisa no país e também contribuindo para uma didática na educação matemática mais próxima das vivências e da realidade dos discentes. Etnomatemática, para D'Ambrosio (2013, p. 101), significa “que há várias maneiras, técnicas, habilidades (tica) de explicar, de entender, de lidar e de conviver (matema) com distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade (etno)”. Contudo, D'Ambrosio (2013) conduz a Etnomatemática como uma tendência de ensino que envolve as manifestações matemáticas das quais fazem parte o contexto histórico, cultural, político, econômico, social e as peculiaridades de cada grupo cultural, no sentido de observar, verificar e estudar a matemática inserida nas realidades.

No sentido desta investigação, fortalece o conhecimento matemático fundamentado na cultura do povo, em espaços culturais, do modo de vida, do fazer, do trabalho e do viver em sociedade. Dessa forma, entende-se cultura, no contexto desta investigação, sendo definida na perspectiva de D'Ambrosio (2005a), pois “é oportuno, aqui, falarmos de cultura. Há muitos escritos e teorias fortemente ideológicas sobre o que é cultura. Consideramos cultura como o conjunto de mitos, valores, normas de comportamento e estilos de conhecimento compartilhados por indivíduos vivendo num determinado tempo e espaço (p. 104). Este conhecimento, que advém da cultura de um povo trabalhador e suas especificidades, em se tratando dos conhecimentos matemáticos, é fortemente estudado na Etnomatemática, uma tendência de ensino da Educação Matemática que estabelece o conhecimento prévio das situações inseridas no contexto dos conteúdos matemáticos, produzindo uma interação dos conhecimentos prévios aos conhecimentos matemáticos. Valoriza-se assim o contexto cultural de um determinado grupo de trabalhadores. Sobretudo,

As intersecções com a Etnomatemática surgem a partir das observações feitas por Barton. Ele elabora alguns critérios para uma possível base filosófica para Etnomatemática. O pesquisador assume que é importante mostrar aos matemáticos que o conhecimento matemático pode ser fundamentado filosoficamente a partir de outros parâmetros que não os aceitos pelos matemáticos e, neste sentido, pondera que a aceitação de universais e verdades a priori tornam difícil a percepção da matemática como construção cultural. Barton propõe a filosofia de Wittgenstein como uma possibilidade. Sua compreensão implica em se pensar a Matemática como um sistema de signos onde o conhecimento matemático é criado nas interações humanas, a partir das conversas entre pessoas. (Marchon, 2016, p. 124).

Conversas entre pessoas, a pesquisa foi baseada nesse princípio de conversar e ouvir os agentes que fizeram parte da investigação, trabalhadores da construção civil e catadores de materiais recicláveis. A interação humana faz parte em conhecer o universo do aprendente, no conhecimento matemático adquirido, mesmo que o aprendente não perceba e reconheça a matemática nos elementos. Ademais, esse seria o papel do professor em apresentar o conhecimento tácito dos alunos no que diz respeito ao conhecimento matemático em suas ações, seu modo de vida e as peculiaridades sociais de cada grupo.

Nesta perspectiva, o conhecimento matemático pode ser entendido como uma construção social que relaciona práticas específicas (e observações empíricas) com o campo dos códigos e símbolos associados às linguagens, que são construídas e compartilhadas por grupos culturais em tempos específicos, e, portanto, diretamente atrelada às crenças e aos valores morais destes grupos. (Marchon, 2016, p. 145).

No caso, como são trabalhadores da construção civil e dos materiais recicláveis, serão produzidas atividades dentro das suas especificidades, exemplificando com atividades por meio de tarefas que fazem parte do seu conhecimento laboral e que, com base nessas tarefas, os alunos percebam a familiarização do conhecimento matemático por meio do seu conhecimento tácito ao saber-fazer matemático.

Exemplifica-se nos trabalhos 01 e 03 citados na pesquisa desenvolvida sobre Etnomatemática na profissão de um pedreiro, que traz para a matemática pura a relação da matemática com significado nos conteúdos, citada no Capítulo 2. Ao perceber que as atividades são direcionadas para os alunos, eles identificarão a proximidade do conhecimento e sua atuação matemática nas resoluções dos problemas matemáticos.

Trabalho 01- Este trabalho teve, como objetivo principal, o desenvolvimento de material didático que explorasse os conceitos geométricos de área e perímetro e escalas presentes no planejamento e na definição de planta e maquete de uma casa a partir de conhecimentos informais de profissionais não especializados da área. O trabalho foi realizado com alunos do ensino médio. Durante a realização deste trabalho, foram

construídas plantas e maquetes para facilitar a visualização e compreensão dos conceitos geométricos ali aplicados. (Nascimento et al., 2016, p. 3).

Trabalho 03-Tem por objetivo investigar os procedimentos utilizados por pedreiros na solução de situações que envolvem geometria na cidade de Sumé- PB. É uma pesquisa qualitativa baseada nos conceitos de D'Ambrosio (1987). A pesquisa foi realizada com dois pedreiros de Sumé –PB com a faixa etária de idade de 50 anos. (Nascimento et al., 2016, p. 4).

A Etnomatemática amplia os recursos para conciliar o processo de ensino e de aprendizagem, principalmente para as categorias de estudantes que necessitam de uma aprendizagem sem muita formalidade da matemática pura, devido muitos alunos estarem fora das salas de aula por um período considerável, como é o caso dos alunos da Modalidade PROEJA. Sobretudo, para Marchon (2016), a Etnomatemática é definida

como território que (supostamente) busca olhar não metafisicamente a construção do conhecimento matemático. E, mesmo assumindo que o termo cultura possui muitas acepções e interpretações, pode-se pensar que uma cultura é como um filtro, ou uma lente, com o qual o homem percebe e interpreta o mundo. (p. 148).

A pesquisa justifica-se por meio destas intenções, utilizar o conhecimento matemático prévio dos aprendentes e inseri-lo nas atividades que serão direcionadas, pois em um dos resultados foi identificado que não foram utilizados os conhecimentos matemáticos prévios dos aprendentes nas ações das atividades. Apesar de o curso Técnico em Reciclagem apresentar uma metodologia de alternância, isso não foi identificado nas aulas observadas e nem nas atividades das tarefas direcionadas que incluíssem as relações de trabalho com as tarefas matemáticas.

Comparando diferentes métodos de solução possíveis deveria ajudar os novos conhecimentos aos conhecimentos prévios, e dessa forma ampliar o conhecimento. Aprendendo com múltiplos métodos de solução deveria render várias vantagens, e uma grande variedade de afirmações teóricas são feitas que sustentam a ideia de usar métodos de solução múltipla. De fato, evidências empíricas, realmente, fortalecem esta abordagem. (Grobe, 2014, p. 716).

Sobretudo, um grande exemplo da utilização da matemática no contexto da Etnomatemática tem como destaque o Teorema de Pitágoras. Apesar de muitos autores evidenciarem que a resolução dos quadrados perfeitos foi iniciada por Pitágoras, verificou-se que este cálculo já havia sido feito em civilizações antigas, como no Egito Antigo, em que se confirmou o cálculo do Teorema de Pitágoras na construção das pirâmides, na precisão de seus lados, medidas e ângulos. Ou seja, a ciência comprovou que os conhecimentos de uma sociedade antiga foram utilizados para o desenvolvimento e estudo de

uma sociedade mais atual e que o Teorema de Pitágoras foi passando por vários períodos históricos da sociedade (Gerdes, 2011).

É sabido que a Etnomatemática desenvolve habilidades do conhecimento tácito, assim como a resolução de problemas. Cria-se uma resolução de problemas por meio da Etnomatemática. D'Ambrosio (2019) ratifica:

A abordagem a distintas formas de matematizar é a essência do Programa Etnomatemática. Na verdade, diferentemente do que sugere o nome, Etnomatemática não é apenas o estudo de “matemáticas das diversas etnias”. Repetindo o que escrevi em inúmeros trabalhos, para compor a palavra etno+matema+tica, utilizei as raízes tica, matema e etno com a finalidade de enfatizar que há várias maneiras, técnicas, habilidades (ticas) de explicar, de entender, de lidar e de conviver com (matema) distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade (etnos). (p. 20).

Vê-se com mais necessidade essa universalização de distintas formas de matematizar devido à globalização, em que, apesar do distanciamento, as informações estão rápidas e próximas. Antes da globalização, as notícias, as situações, os conhecimentos dos fatos eram mais demorados e às vezes desconhecidos, com ela e se tornaram eficazes, interativos e acelerados.

A Matemática, com seu caráter de infalibilidade, de rigor, de precisão e de ser um instrumento essencial e poderoso no mundo moderno, teve sua presença firmada excluindo outras formas de pensamento. Na verdade, ser racional é identificado com dominar a Matemática. A Matemática se apresenta como um deus mais sábio, mais milagroso e mais poderoso que as divindades tradicionais e outras tradições culturais. A escolarização privilegia essa situação. Se isto pudesse ser identificado apenas como parte de um processo perverso de aculturação, através do qual se elimina a criatividade essencial ao ser [verbo] humano, eu diria que essa escolarização é uma farsa. Mas é muito pior, pois na farsa, uma vez terminado o espetáculo, tudo volta ao que era. Enquanto na educação o real é substituído por uma situação que é idealizada para satisfazer os objetivos do dominador. Nada volta ao real ao terminar a experiência educacional. No processo, o aluno tem suas raízes culturais, parte de sua identidade, eliminadas. Essa eliminação produz o excluído. (D'Ambrosio, 2019, p. 22).

Quando o professor leva em consideração as raízes dos alunos como parte integrante do processo de ensino e aprendizagem, ele torna um ensino de inclusão. Pois, à medida em que insere as realidades vivenciadas dos alunos, percebe-se a valorização e integração dos aspectos do conhecimento tácito na exploração do que irá ensinar e aprender.

Conclui-se que a “Aprendizagem por excelência é a capacidade de explicar, de apreender e compreender, de enfrentar, criticamente, situações novas no contexto. Aprender não é o mero domínio de técnicas, habilidades e nem a memorização de algumas explicações e teorias (D'Ambrosio, 2019, p. 24). Dessa forma, “o sujeito constrói seu conhecimento na interação com o meio tanto físico como

social” (Becker, 2009, p. 2). Sendo assim, observando os exemplos, nota-se que são perceptíveis a interação e a necessidade de aplicar atividades que façam parte do universo do aluno:

Ex1: Considerando como Progressão Aritmética (PA) toda sequência numérica na qual a diferença entre cada término, a partir do segundo, é o termo anterior e a constante. Essa diferença constante é chamada de razão da progressão e é representada por r .



Observando de forma mais detalhada, vê-se que nesse processo está presente uma progressão aritmética de razão quatro ($r = 4$), ou seja, P.A (4, 8, 12, 16, 20,...). A tecedora utiliza 4 para começar e depois continuar:

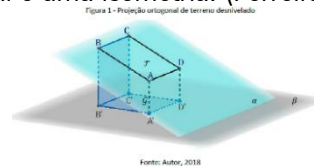
$$4+4 = 8$$

$$4+4+4 = 12$$

$$4+4+4+4 = 16$$

É essa ordem de quantidades e a forma dicromática em que as tiras da fibra utilizada são dispostas que determinam as formas geométricas que surgem no fundo da cesta e de lado. (Costa, 2009, pp. 125-126).

Ex2: Para tal, consideremos a figura f como o polígono ABCD e G como o polígono A'B'C'D', conforme é representado na figura 1, devemos ver se a figura F no terreno em desnível mantém as características ao passar pela transformação geométrica da projeção ortogonal. Ou seja, nos concentraremos em verificar se a transformação geométrica da projeção ortogonal é uma isometria. (Ferreira, 2018, p. 35).



É notado nos dois exemplos, que as atividades desenvolvidas estão direcionadas em dois contextos, na criação de cestos em uma comunidade indígena e outra na construção civil, aplicando conteúdos de Progressão Aritmética e Geometria.

Portanto, faz-se necessário averiguar as metodologias, em especial a Etnomatemática, conforme definição de D'Ambrósio, para que se possa disponibilizar os conteúdos em diversos contextos, no caso desta investigação, dos conhecimentos matemáticos nos contextos profissionais. Dessa forma, são facilitados os conceitos e demonstrações mais abstratas da matemática integrando com o universo do cotidiano.

2.2. Conceito de aprendizagem

A aprendizagem faz parte da evolução de cada ser no contexto social ao qual se integra. Neste caso em especial, os humanos interagem com o universo que contribui para o desenvolvimento das relações, da ciência e de todo o segmento da existência da humanidade. Resulta do processo de evolução de cada ser humano, no seu devido tempo e espaço, que resulta das experiências vivenciadas (Werquin, 2010), que, atendendo à sua natureza, este autor a caracteriza como sendo diversificada. Independentemente das formas que adquire, a aprendizagem requer que haja conhecimento, o que, para Piaget (2003),

é um processo e, como tal, deve ser estudado em seu devir, de maneira histórica. Por isso, sua epistemologia não se contenta em responder à pergunta: como é possível o conhecimento?; procura, além disso e sobretudo, estudar como muda e evolui o conhecimento. (p. 45).

Ao se debruçar sobre a aprendizagem, Ogasawara (2009) faz uma comparação entre Skinner e Vygotsky. Esses autores divergem no entendimento que têm sobre a aprendizagem, o que indicia dever-se ao foco do seu estudo. Vygotsky debruçou-se sobre as questões cognitivas e as relações do desenvolvimento humano, enquanto Skinner estudou o comportamento. Apesar das divergências, Ogasawara (2009) encontrou semelhanças em seus trabalhos, defendendo que ambos os autores compartilhavam de alguns pensamentos sobre a aprendizagem. Ademais, como a aprendizagem resulta de contextos diversificados, é difícil estabelecer um conceito único e formulado.

Para Vygotsky, citado por Ogasawara (2009, p. 24), a aprendizagem é um “processo pelo qual o sujeito adquire informações, habilidades, atitudes, valores e etc. a partir do seu contato com a realidade, o meio ambiente e as outras pessoas”. Já para Skinner (2005), citado por Ogasawara (2009),

pode-se dizer que aprendizagem é uma mudança na probabilidade da resposta, devendo especificar as condições sob as quais ela acontece. É importante salientar que o mesmo autor garante ainda que a execução de um comportamento é essencial mas não é isso que afirma a existência de uma aprendizagem. Assim, é necessário que se saiba a natureza do comportamento, bem como entenda-se o seu processo de aquisição. (Ogasawara, 2009, p. 17).

Percebe-se que a aprendizagem é um conceito amplo e que estabelece as relações de vivências e experiências no decorrer de toda a vida, agregando os conhecimentos, competências, costumes, valores, capacidades de estímulos e respostas, em conformidade com o meio social e ambiental. Com base no conceito de aprendizagem segundo Skinner e citado por Ogasawara (2009), é válido ratificar que a aprendizagem ocorre em vários ambientes e relações sociais. Ela permite trocas e transmissões

de conhecimentos, não sendo delimitada no tempo e nem no espaço, promovendo as aquisições passadas de gerações ou permitindo a construção de novas por meio do que se aprendeu com os conhecimentos passados. Dessa forma, a aprendizagem estabelece que

cada estágio marca o aparecimento de uma etapa de equilíbrio, uma etapa de organização das ações e das operações do sujeito, descrita mediante uma estrutura lógico-matemática. O equilíbrio próprio de cada uma dessas etapas não é alcançado de súbito, mas precedido de uma etapa de preparação. (Coll & Martí, 2004, p. 46).

É notável que a aprendizagem possui etapas, as quais têm uma forma de evolução do conhecimento para que se efetive a ação e que se deve possuir o equilíbrio, de forma que ocorra o processo de aprendizagem sem atropelos e que haja uma sequência dos conhecimentos que são adquiridos.

Qualquer aprendizagem terá de ser medida em relação às competências cognitivas próprias de cada estágio, já que estes indicam, segundo Piaget, as possibilidades que os sujeitos têm de aprender e, por isso, será necessário identificar seu nível cognitivo antes de iniciar as sessões de aprendizagem. Será preciso ver também em que condições é possível que os sujeitos adquiram, depois de um treinamento adequado, um nível cognitivo superior ao que possuíam antes das sessões de aprendizagem. (Coll & Martí, 2004, p. 46).

Em relação à aprendizagem dos discentes da modalidade PROEJA, assim como outras modalidades, é um fato de que os discentes não chegam “vazios”, sem conhecimento nenhum e que não tenham passado por um procedimento de cognição, pois é determinado que eles têm um aprendizado informal, por meio de suas atividades profissionais e também das aprendizagens formais anteriores. A habilidade da aprendizagem depende da condição do desenvolvimento cognitivo do sujeito. “A possibilidade de que o aluno consiga realizar uma determinada aprendizagem obviamente é limitada pelo seu nível de competência cognitiva” (Coll & Martí, 2004, p. 55).

Nesse sentido, a aprendizagem possui uma interação com os recursos que possam estimulá-la. Sendo assim, é importante a utilização de recursos didáticos que possam se integrar às aprendizagens já adquiridas pelos discentes e para que façam associação com o novo, utilizando as relações de experiências vividas com as novas. São respeitados então as etapas e os processos cognitivos dos discentes, de forma que se tenha uma interação do que se aprendeu com o que irá aprender, reconhecendo as várias formas de aprendizagens não formal, formal e informal.

2.3. Concepções do behaviorismo

Como um amplo processo dinâmico da vida, alguns estudiosos fizeram indagações sobre a natureza do ser humano, dentre elas têm-se as concepções da Teoria Comportamental Behaviorista, corrente em que o único objeto de pesquisa enfatizado no comportamento da psicologia deve-se ao comportamento observável e susceptível, que pode ser medido. Assim, o comportamento dos seres humanos pode ser observável, mensurável e controlável cientificamente. Ivan Pavlov e John Broadus Watson (1878-1958), considerado o criador do behaviorismo, defenderam na psicologia que a aprendizagem necessita de estímulos dos fatores externos, pois ela ocorre por interação do meio em que está inserida, condicionamento reflexivo, ou seja, estudos das relações reflexas (Zilio, 2010).

Nesse contexto, o ambiente é qualquer evento que afete o organismo, podendo ser tanto estímulos eliciadores ou discriminativos quanto eventos consequentes, e a ação é caracterizada pela sua relação funcional com o ambiente e não pela sua propriedade física. Por não ser condicionada às propriedades físicas que constituem os estímulos e as respostas e às suas eventuais características, tais como a observabilidade, a definição relacional de comportamento proposta pelo behaviorismo radical não guarda nenhuma semelhança com a definição behaviorista lógica. (Zilio, 2010, p. 185).

Nas mais condições psicológicas há a evolução da pessoa, seja ocasionada por anseios, seja pelo organismo ou pela emoção. Existe ainda uma interação em todas as formas do comportamento humano com suas interações externas.

O behaviorismo, que significa conduta, é uma teoria intrincada e genérica. Engloba as várias vertentes do universo do homem, no que tange aos estudos da psicologia, e possui convicções divergentes. Há duas correntes do behaviorismo: o metodológico e o radical.

Criada por John B. Watson, esta teoria teve início do século XVIII, enfatizando que a psicologia deveria priorizar o comportamento, tendo em vista que é concreta e que se pode fazer um estudo avançado, uma observação na ciência positivista. Nessa época, estava em abordagem o Behaviorismo S-R, condicionamento reflexo, ou seja, consequência de resposta e estímulo, que se constrói e estimula o comportamento humano, inserindo nos estímulos incondicionantes os estímulos neutros que possam associar e tornar-se os estímulos condicionantes (Watson, 2008).

Watson (2008) deu origem à Teoria Behaviorista Metodológica, cujo foco principal é que a conduta humana pode ser prevenida e controlada, com o alicerce no estudo do meio de Pavlov, estudo sobre o condicionamento. Esse pesquisador fez um estudo com um cachorro sobre o alimento que o fazia salivar e que, com um pequeno sinal da aproximação desse alimento, o animal salivava, ou seja, condicionou o cachorro ao procedimento e ao alimento.

Dessa forma, compreende-se que o comportamento sofre estímulos externos e transformações orgânicas. Essa teoria enfatiza as representações cognitivas – influência mútua estímulo-estímulo – produzidas nas estruturas cerebrais (Watson et al., 2009).

Em contraponto à Teoria Behaviorista Metodológica, em 1940 surgiu o Behaviorismo Radical com o estudioso Skinner, que foi contrário à Teoria de Watson, pois se percebe ser muito limitador, inserindo assim o termo radical. Isso porque essa teoria foi contrária às intervenções internas, neste caso, mentais, enfatizando a perseverança na insistência da finalidade. Ou seja, quando percebe que, por meio da perseverança alcançou seu objetivo, a pessoa sente-se mais estimulada devido à percepção de sucesso, ocorrendo assim a motivação. Para Skinner, reforçar e promover o sucesso são vistos como essenciais para a aprendizagem, considerando a instrução programada no sucesso da aprendizagem e na modelagem (Skinner, 1974, 2003).

No caso da educação, ao se promover uma atividade avaliativa, o docente deverá dar o *feedback* imediato ao aluno, no acerto ou no erro, e estimular com *feedbacks* para melhorar o desempenho dos alunos que se saíram mal. Isso porque o erro e o fracasso não deveriam prevalecer e, sim, usar métodos e procedimentos para que os alunos possam acertar quase sempre e reforçar os que se saíram muito bem, apresentando a relação do sucesso com a aprendizagem. Nesse processo de aprendizagem, são respeitados o personalismo e o gradualismo, priorizando também as discussões, testes e distintos pontos de vista. Atualmente, valorizam-se os aspectos das investigações e debates. Nesse sentido, o behaviorismo de Skinner,

O behaviorismo radical, ao enfatizar o conceito operante, entende que o indivíduo não está submetido às condições do ambiente, pois as consequências de seus comportamentos não são determinações externas a ele, mas decorrentes de seus próprios comportamentos emitidos em determinado ambiente. (Viotto Filho et al., 2009, p. 28).

Skinner conseguiu levar seus experimentos em várias dimensões e ambientes, fazendo uma associação de recompensa. As respostas dessas implementações deram resultados positivos e lhe renderam várias publicações. No sentido da educação, enfatizou a pressão que a escola conduz aos seus alunos, como fator negativo, mas que, respeitando o individualismo e o gradualismo, os seus comportamentos apresentaram melhoria diante dos resultados do método de acúmulos de créditos e recompensa (Smith, 2002).

2.4. Concepções construtivistas

O ser humano, em sua plenitude, tem habilidades que facilitam a sua sobrevivência e que direcionam etapas e procedimentos de evolução, seja uma evolução temporal, genética, de significados. Porém, Pozo e Crespo (2009) não apresentam a aprendizagem como apenas de reprodução ou cumulativa, pois o sistema cognitivo possui particularidades, e que a condicionam. Possui um grau de complexidade em relação às demais vidas estabelecidas no universo, uma complexidade geneticamente planejada, visto que os seres humanos devem adaptar-se a espaços incertos, e que, por meio da própria evolução, há de se ter que aprender para evoluir, ou seja, são processos instaurados no nosso processo de viver. Dessa forma, esta adaptação, que prolonga a vida humana, permite-nos às demandas culturais. (Pozo & Crespo, 2009). Sendo assim,

nossa memória permanente não é nunca uma reprodução fiel do mundo, nossas recordações não são cópias do passado, mas reconstruções desse passado a partir do presente. Assim a recuperação do que aprendemos tem um caráter dinâmico e construtivista: diferentemente de um computador, somos muito limitados na recuperação de uma informação literal, mas muito dotados para a interpretação dessa informação. (Pozo & Crespo, 2009, p. 22).

Diante desta visão construtivista, o ser humano sabe fazer conexões das informações que são recebidas ou passadas, como se fosse um filtro, e que desse filtro ele faz conexão com todos os sentidos e, desse, conclui o processo de informação adquirida que o coube ou transforma a informação com sua compreensão e a prossegue para outros, não de forma literal, mas sim o seu significado. Não se tem a capacidade, em sua evolução, de acumular informações e nem palavras da forma literal, pois não se tem memória *rom*. Por exemplo, quando uma pessoa faz uma leitura de uma tese, ela não tem a capacidade de recordar literalmente tudo o que foi escrito, porém, tem a capacidade de recordar do seu significado, não sendo uma cópia literal do que foi lido.

Aprender não é fazer cópias mentais do mundo, assim como ensinar não é enviar um fax para a mente do aluno, esperando que ele reproduza uma cópia no dia da prova, para que o professor a compare com o original enviado para ele anteriormente. Esta é, talvez, a tese central do construtivismo psicológico, o que todo modelo ou postura baseada nesse enfoque tem em comum, o conhecimento nunca é uma cópia da realidade que representa. Mas existem muitas formas diferentes de interpretar os processos psicológicos envolvidos nessa construção e, portanto, longe de um modelo único, existem diferentes alternativas teóricas que compartilham esses pressupostos comuns [...]. Essas formas diferentes de conceber a aprendizagem não são, realmente, incompatíveis ou contraditórias; elas estão relacionadas com as diferentes metas da educação, que mudam não só devido a novas colocações epistemológicas pelo

aparecimento de novas demandas educacionais e por mudanças na organização e distribuição social do conhecimento. (Pozo & Crespo, 2009, p. 23).

A aprendizagem construtivista embasada na cognição consiste em conduzir que o ser humano não se resume a acumular as informações, os conhecimentos, e, sim, perpassar por um processo dinâmico e complexo de cognição e que são processos individuais para um desenvolvimento social e humano.

2.5. Aprendizagem segundo Piaget – Metodologia Experimental, Teoria Cognitiva ou Teoria do Desenvolvimento Mental

Na corrente de aprendizagem do modelo de Piaget, o aprendizado ocorre por três interferências, por meio do desenvolvimento, da maturação e da interação de ambos, pois, para se aprender, é necessário estabelecer em que momento do desenvolvimento este aprendiz estará presente, ou seja, em que fase da vida, no caso de Piaget, a criança se encontra. No segundo pressuposto, a maturação da criança, pois não é indicado estabelecer um conteúdo para uma criança que não esteja na etapa de maturação própria para o seu entendimento. E, por fim, a necessidade da interação do desenvolvimento e a maturação para a concretização da aprendizagem sendo os seguintes postulados: a aprendizagem é o desenvolvimento, a maturação é uma pré-condição do aprendizado e a interação de ambas (Vygotsky, 2002).

PIAGET vai mostrar como o homem, logo que nasce, apesar de trazer uma fascinante bagagem hereditária que remonta a milhões de anos de evolução, não consegue emitir a mais simples operação de pensamento ou o mais elementar ato simbólico. Vai mostrar ainda que o meio social, por mais que sintetize milhares de anos de civilização, não consegue ensinar a esse recém-nascido o mais elementar conhecimento objetivo. Isto é, o sujeito humano é um projeto a ser construído; o objeto é, também, um projeto a ser construído. Sujeito e objeto não têm existência prévia, a priori: eles se constituem, mutuamente, na interação. Eles se constroem. Como? (Becker, 2009, p. 1).

Com base na conjuntura citada acima, Piaget, por meio da psicologia com interações da biologia no processo da constituição das estruturas operatórias do pensamento, ou seja, a construção do pensamento em seu meio, afirma que a aprendizagem ocorre no seu processo de desenvolvimento (Palangana, 2015).

Piaget e outros demonstraram que, antes que o raciocínio ocorra como uma atividade interna, ele é elaborado, num grupo de crianças, como uma discussão que tem por objetivo provar o ponto de vista de cada uma. Essa discussão em grupo tem como aspecto característico o fato de cada criança começar a perceber e checar as bases de

seus pensamentos. Tais observações fizeram com que Piaget concluísse que a comunicação gera a necessidade de checar e confirmar pensamentos, um processo que é característico do pensamento adulto. (Vygotsky, 2002, p. 117).

Nesse sentido, na produção teórica do método experimental, Vygotsky estabelece o desenvolvimento do conhecimento e a aprendizagem, produzindo a atividade nos diversos níveis de conhecimento das fases do desenvolvimento, e promovendo a produção teórica e experimental. A aprendizagem é estimulada em relação ao meio, em resposta às inovações dos acontecimentos, tratando-se dos reflexos condicionados e das transferências associativas e seu processo evolutivo. Para Piaget, na sua Teoria da Aprendizagem ou Teoria do Desenvolvimento Mental, distinguem-se quatro momentos comuns de desenvolvimento cognitivo: sensório-motor, pré-operacional, operacional-concreto e operacional-formal (Montoya, 2009).

O desenvolvimento cognitivo da criança dá-se por associação e acomodação, pois o sujeito estabelece esquemas de assimilação mentais para se acercar da realidade.

Todo esquema de assimilação é construído e toda abordagem à realidade supõe um esquema de assimilação. Quando a mente assimila, ela incorpora a realidade a seus esquemas de ação, impondo-se ao meio. Muitas vezes, os esquemas de ação da pessoa não conseguem assimilar determinada situação. Neste caso, a mente desiste ou se modifica. Quando a mente se modifica, ocorre o que Piaget chama de acomodação. As acomodações levam à construção de novos esquemas de assimilação, promovendo, com isso, o desenvolvimento cognitivo. Piaget considera as ações humanas e não as sensações como a base do comportamento humano. (Ostermann & Cavalcanti, 2010, p. 20).

Contudo, para Piaget, a aprendizagem ocorre com a assimilação e posteriormente no processo de acomodação e, não atendendo este ciclo, há uma reestruturação da assimilação e acomodação e assim em diante. (Montoya, 2009). “Portanto, na abordagem piagetiana, ensinar significa provocar o desequilíbrio na mente da criança para que ela, procurando o reequilíbrio, se reestruture cognitivamente e aprenda”. (Ostermann & Cavalcanti, 2010, p. 21).

Sendo assim, a aprendizagem, no sentido de Piaget, é definida em provocar estímulos e promover o desequilíbrio na mente da criança e, assim, buscando o reequilíbrio, ela estabelece a reestruturação cognitiva.

2.6. Aprendizagem segundo Vygotsky

Para Vygotsky, o aprendizado ocorre como consequência por meio do desenvolvimento humano. Seu estudo teve início com a Teoria do Desenvolvimento da Criança aos procedimentos educacionais (Vygotsky, 2002). A primeira pesquisa direcionou-se pelo “pressuposto de que os processos de

desenvolvimento da criança são independentes do aprendizado” (Vygotsky, 2002, p. 103), sendo uma ação genuinamente externa, pois ela não está envolvida ativamente no desenvolvimento.

O aprendizado das crianças inicia antes do ingresso delas na escola. Vygotsky (2002) exemplifica que, quando as crianças “começam a estudar aritmética na escola, mas muito antes elas tiveram alguma experiência com quantidades – tiveram que lidar com operações de divisão, adição, subtração e determinação de tamanho” (p. 110). Elucida também o início da fala da criança, sendo estimulada por adultos, possuindo várias informações por meio da imitação das crianças em relação aos adultos, com indagações que sugerem respostas por meio de instruções de como agir em certas situações. Dessa forma, é fato que a “aprendizagem e o desenvolvimento estão inter-relacionados” (p. 110).

Vygotsky enfatiza que alguns estudiosos admitem que o aprendizado infantil, antes do ingresso à escola ou o aprendizado pré-escolar, não é sistematizado, e que a aprendizagem posterior a essa fase é sistematizada, porém, não se trata de ser somente essa a condição principal, visto que o aprendizado escolar determina algo essencialmente original no desenvolvimento da criança. Nesse sentido, Vygotsky (2002) inicia a concepção da zona de desenvolvimento proximal, elaborada em níveis, sendo o primeiro nível em relação ao desenvolvimento real, que é o nível das condições mentais de cada criança, que são constituídas segundo os resultados dos ciclos completos do seu desenvolvimento, ou seja, determinam funções que já amadureceram. O nível seguinte é denominado de nível do desenvolvimento mental da criança, sendo estabelecido com o auxílio de outras pessoas, uma vez que a criança poderá desenvolver um aprendizado mesmo não fazendo parte de seu desenvolvimento real, ou seja, ela pode aprender algo que esteja um pouco acima de seu desenvolvimento real.

Segundo Vygotsky (2002), crianças que solucionam problemas com auxílio de um professor apresentam uma variação na aprendizagem. Conforme exemplificação abaixo, para aprender é necessário que

essa diferença entre doze e oito ou entre nove e oito, é o que nós chamamos de zona de desenvolvimento proximal. Ela é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes. (2002, p. 112).

A zona de desenvolvimento proximal determina que essas são funções que ainda não amadureceram, porém, se apresentam em processos de maturação, em estado embrionário. Dessa forma, “o nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental retrospectivamente,

enquanto a zona de desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental prospectivamente” (Vygotsky, 2002, p. 113).

Portanto, a aprendizagem ocorre quando está no seu ciclo completo de desenvolvimento, assim como no processo de maturação concluído. Posterior e próximo a este ciclo completo de maturação há um processo dinâmico de desenvolvimento. Sobretudo, o estado de desenvolvimento mental da criança poderá ser determinado revelando-se em dois níveis: o desenvolvimento real e a zona de desenvolvimento proximal. Vygotsky (2002) exemplifica que

se uma criança tem dificuldade com um problema de aritmética e o professor o resolve no quadro-negro, a criança pode captar a solução num instante. Se, no entanto, o professor solucionasse o problema usando a matemática superior, a criança seria incapaz de compreender a solução, não importando quantas vezes a copiasse. (p. 115).

Percebe-se que a aprendizagem deve estar próxima ao seu desenvolvimento real e mental, visto que as crianças são capazes de estabelecer relações muito além dos limites de suas próprias competências. Estando em atividade coletiva ou sob orientação de adultos, as crianças tornam-se muito mais capazes. Sendo assim, Vygotsky, por meio da zona de desenvolvimento proximal, propõe e afirma que “o ‘bom aprendiz’ é somente aquele que se adianta ao desenvolvimento” (2002, p. 117).

Para Vygotsky, a aprendizagem não é o desenvolvimento, mas sim uma aprendizagem adequadamente organizada que resulta em desenvolvimento mental e evolui vários processos de desenvolvimento. “O aprendizado é um aspecto necessário e universal do processo de desenvolvimento das funções psicológicas culturalmente organizadas e especificamente humanas” (2002, p. 118).

Portanto, segundo Vygotsky, o desenvolvimento da criança jamais segue o aprendizado escolar da mesma forma, como a sombra segue o objeto que a projeta. Isso porque há relações ativas altamente intrincadas nos processos de desenvolvimento e de aprendizado.

2.7. Aprendizagem segundo Ausubel

Na teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (2003), tem-se a metodologia de reconciliação integrativa, segundo a qual o aluno possui um determinado conhecimento prévio do tema e consegue integrar as informações que irão gerar conhecimento e, posteriormente, aprendizagem. Abrangendo este conhecimento prévio, a aprendizagem será diferente para cada aluno, visto que cada um possui um conhecimento prévio diversificado, porém, todos irão fazer conexão do que estão aprendendo conforme o já existente em sua mente e com experiências vivenciadas.

A aprendizagem mecânica na teoria da aprendizagem significativa obtém um nível muito baixo de retenção da aprendizagem. Para Ausubel (2003), a aprendizagem de um determinado conteúdo deverá ser proporcionada ao aluno quando esse possuir ideias construídas da sua vivência com a nova relação do que irá ser apresentado. Enfatiza que a aprendizagem mecânica poderá ser utilizada somente no início do processo de ensinar o conteúdo, chamado de âncora, para levar então o conhecimento de retenção paulatinamente com a aprendizagem significativa, denominado de diferenciação progressiva. Ausubel (2003) indica que a composição cognitiva se encontra em movimento, em mudanças.

Este importante conceito de aprendizagem significativa como um processo de assimilação substantiva e não arbitrária do que se aprende a uma componente especificamente relevante da estrutura cognitiva foi estabelecido por David Ausubel (1963, 1966, 1968). A esta componente da estrutura cognitiva especificamente relevante para assimilar cada conhecimento a aprender Ausubel atribuiu o termo “subsunçor”, palavra que talvez tenha ido buscar à filosofia de Kant, onde o verbo subsumir significa a incorporação de um indivíduo numa espécie, a inferência de uma ideia a partir de uma lei, etc. (Valadares, 2011, p. 37).

Ou seja, as relações interpessoais, as vivências exploradas, as descobertas do que se conheceu e aprendeu por meio dos processos cognitivos, a evolução da vida e as experiências de cada ser, o movimento do tempo e espaço, as dinâmicas do já conhecido fazem a aprendizagem significativa. Como diz a própria palavra, tornar-se com significado diante do que já foi conhecido e explorado com as experiências do processo de vida de todo ser.

A aprendizagem significativa é substantiva porque é a «substância», o «recheio» do conceito que é apreendido e não apenas um nome e (ou) um enunciado sem qualquer significado para quem aprende. Para tal, a nova informação tem de interagir com as ideias que aprendente já domina que incluem os conceitos, as proposições e símbolos previamente assimilados. Tais ideias mais ou menos familiares a quem aprende são os subsunçores e assumem uma enorme importância na aprendizagem significativa. (Valadares, 2011, p. 37).

Os subsunçores promovem o elo entre o que já se conhecia de modo superficial, ou até mesmo de forma consistente, e a nova aprendizagem por meio do que se já reconhecia. É, pois, o veículo que, acrescido, faz a conexão do conhecimento adquirido antes e depois, transformando a aprendizagem mais sólida, pois ela é muito próxima daquilo que está internamente ligada às vivências.

Quando uma nova informação é relacionada (de um modo sistemático e concreto) com um subsunçor que o aprendente já possui, essa nova informação passa a ter significado para ele, um significado que é o seu, mais ou menos próximo ou afastado do chamado significado científico, ou seja, aquele que é comungado pelos membros da comunidade

que domina cientificamente essa nova informação. Ou seja: aprendizagem significativa não significa aprendizagem cientificamente correta.

$i + S \rightarrow i'S'$

i – informação nova potencialmente significativa

S – subsunçor (ideia já estabelecida)

i'S' – produto interacional resultante do subsunçor prévio mas agora modificado, S' e da ideia, i', pessoal e idiossincrásica, que o aprendente atribui à informação nova, mais ou menos diferente da ideia i de quem lha pretende transmitir. (Valadares, 2011, p. 37).

Dessa forma, aprendizagem significativa, de Ausubel, chega a estabelecer que a informação que irá aprender torna-se um potencial significativo, contudo, deve ocorrer o processo da assimilação significativa. Portanto, caso o aprendente não tenha esse conhecimento prévio do que será construído para a nova aprendizagem, Ausubel ratifica que o material utilizado para a aprendizagem não terá um potencial significativo (Valadares, 2011).

2.8. Aprendizagem segundo Bruner

Jerome Bruner foi um estudioso que retratou a Teoria da Revolução Cognitiva por volta da década de 1960, uma linha da Teoria Construtivista, no sentido de como as pessoas constroem significado, ou seja, como as pessoas decodificam as relações que a cercam com o mundo. Segundo essa teoria, o conhecimento e as experiências estão interligados e que, assim, por meio das experiências, constrói-se o conhecimento. As ideias de Bruner tiveram muita influência no meio da educação (Ostermann & Cavalcanti, 2010).

Bruner denominou seu estudo de Teoria da Instrução, não se restringindo a ser uma Teoria da Aprendizagem descritiva, como a de Piaget e Vygostky. A Teoria da Instrução é descritiva e prescritiva, uma vez que, além de descrever, utiliza a forma de prescrever o melhor formato de ensinar. Contudo, Bruner (1999) indica que, para se prescrever, são necessários um planejamento e uma estrutura para aplicar o que se deve ensinar. Dessa forma, tem de ser um ensino estruturado, com organização dos conteúdos que serão ensinados e que tenham um seguimento que beneficie o aprendiz. Então, com este planejamento, deve-se fazer avaliações de acordo com o conteúdo direcionado, havendo uma correlação ao conteúdo anterior, não se tendo um processo de um ensino não estruturado. Para Bruner (1999), deve-se ter um planejamento, uma disposição dos conteúdos, uma sequência e uma conexão de procedimentos.

Contudo, a Teoria da Revolução Cognitiva valoriza os conteúdos de ensino, as metodologias educativas, disposição em etapas. Em passos pequenos, a aprendizagem torna-se mais favorável, eficiente e significativa. Nesse sentido, enfatizam-se os conceitos centrais de cada assunto para depois

o aluno compreender os conceitos secundários. Essa relação do conceito principal e secundário deu origem ao conceito da aprendizagem em espiral.

Bruner destaca o processo da descoberta, através da exploração de alternativas e o currículo em espiral. O método da descoberta consiste de conteúdos de ensino percebidos pelo aprendiz em termos de problemas, relações e lacunas que ele deve preencher, a fim de que a aprendizagem seja considerada significativa e relevante. Com isso, o ambiente para a aprendizagem por descoberta deve proporcionar alternativas, resultando no aparecimento de relações e similaridades. Segundo Bruner, a descoberta de um princípio ou de uma relação, pelo aprendiz, é essencialmente idêntica à descoberta que um cientista faz em seu laboratório.

O currículo em espiral, por sua vez, significa que o aprendiz deve ter a oportunidade de ver o mesmo tópico mais de uma vez, em diferentes níveis de profundidade e em diferentes modos de representação. (Ostermann & Cavalcanti, 2010, p. 20).

Ademais, os conteúdos anteriores devem sempre estar ligados ao novo conteúdo, de uma forma que o aluno perceba a relação e que promova a inserção do conceito secundário. Inicia-se do conteúdo mais básico e por meio deste vão surgindo novos conteúdos que possam fazer interação ao que se aprendeu com o que o aluno irá aprender, facilitando assim a compreensão.

Sobre a aprendizagem por descoberta, parte-se do princípio da pesquisa ativa, em que o aluno é totalmente ativo na formação dos novos conceitos e aprendizagem, produzindo um empenho cognitivo, não tendo o aluno somente uma aula expositiva ou uma leitura do conteúdo direcionado.

Portanto, para Bruner (1999), a aprendizagem deve ter uma estrutura e conexões com conteúdo para que se possa introduzir conceitos principais e deste oportunizar conceitos secundários e que, dessa forma, possa efetivar um processo de ensino com significado, abranger e desenvolver a visão de mundo.

2.9. Aprendizagem no processo de investigação segundo Lakatos

Esta investigação discute a aprendizagem construtivista e behaviorista e seus cientistas e estudiosos que fundamentaram as suas experiências. Ao se fazer uma reflexão do contributo para a pesquisa, é importante citar o aporte de Lakatos na metodologia, na filosofia da ciência no século XX, colaborando com a metodologia dos programas de pesquisa científica (MPPC), tornando o processo científico um condutor para aprimorar o conhecimento e sustentar a aprendizagem por meio de pesquisa (Silveira, 1996).

Durante séculos, conforto significava conhecimento provado; bem provado, pelo poder do intelecto ou pela evidência dos sentidos. A sabedoria e a integridade intelectual exigiam que desistíssemos de realizar manifestações não provadas e que minimizássemos (inclusive em nossos pensamentos) o embate entre a especulação e o

conhecimento estabelecido. O poder probatório do intelecto ou dos sentidos foi posto em dúvida pelos céticos há mais de dois mil anos, mas a glória da física newtoniana os confundiu. As descobertas de Einstein novamente converteram a situação e na atualidade muitos poucos filósofos ou cientistas consideram ainda que o conhecimento científico é, ou pode ser, conhecimento provado. Mas poucos entendem que com isso se desmorona a estrutura clássica de valores intelectuais e que tem de ser substituído; não é possível atenuar simplesmente o ideal de verdade provada chegando ao ideal de <<verdade provável>> (como fazem alguns empiristas lógicos) ou para de <<verdade consenso (mudando)>> (como fazem alguns sociólogos do conhecimento. (Lakatos, 1989, p. 18).

Sendo assim, pode-se construir um paralelo com a aprendizagem, uma vez que ensinar procede um objetivo e uma estrutura, bem como questões norteadoras que direcionam o processo do ensino e de aprendizagem para levar um conhecimento ou mesmo utilizar-se de conhecimentos prévios para que se produza aprendizagem. Lakatos (1989) defende um conceito genérico da ciência, tendo uma ideia geral da ciência e aplicando-a em qualquer componente: “A honestidade intelectual não consiste em tentar atrincheirar ou estabelecer a posição própria provando-a (ou <<fazendo-a provável>>); antes, a honestidade intelectual consiste em especificar com precisão as condições em que estaríamos dispostos a abandonar nossas posições” (p. 18).

Sobretudo, Lakatos (1989, p. 19) confronta as ideias de Popper e Kuhn, sendo “que en la lógica de la investigación científica de Popper confluyen dos puntos de vista distintos. Kuhn sólo percibe uno de ellos, el «falsacionismo ingenuo» (prefiero el término «falsacionismo metodológico ingenuo»)”. No entanto, Lakatos (1989) também faz um posicionamento frente à teoria do falsificacionismo dogmático que tem cinco principais características, estando entre elas: (1) que todas as teorias científicas são falsificáveis, trata-se de testá-las, não comprová-las; (2) verificar se a teoria investigada é falsificável, do consentimento de uma base empírica (conjunto de observações concretizadas por meio dos sentidos e dos aparelhamentos aprimorados), infalível, que não depende de uma teoria específica e que possa testar qualquer teoria apresentada; (3) a contestação conclusiva, quando a teoria apresentada está em discordância com as observações fundamentais; (4) o papel da experimentação, ou seja, o cientista organiza a teoria, sendo essa testada pelo experimentador; (5) e que toda teoria científica deve ser apresentada em um sistema dedutivo, indicando que esta teoria, por meio do uso do raciocínio dedutivo, deve especificar observações que devem ser testadas; e, por fim, (6) o progresso científico, ou seja, a ciência progride por meio da refutação de teorias científicas não suficientemente elaboradas. Ademais, para Lakatos,

O núcleo duro é o elemento vital e unificador do programa de pesquisa científica lakatosiano e qualquer inadequação na correspondência entre o programa de pesquisa

e os dados de observação deve ser atribuída não às suposições que o constituem, mas a alguma outra parte da estrutura teórica. A trama de suposições que constituem esta outra parte da estrutura é aquilo que Lakatos denominou de cinturão protetor.

O cinturão protetor é o segundo elemento do programa de pesquisa lakatosiano. Ele é composto pelas hipóteses auxiliares explícitas que suplementam o núcleo, bem como pelas suposições subjacentes à descrição das condições iniciais e pelas proposições observacionais. Essas hipóteses servirão de anteparo para impedir que fatos observados, e não elucidados, venham a atingir o núcleo. Dessa maneira, são essas hipóteses auxiliares que poderão ser substituídas ou remodeladas, entretanto, cumprem a função de ser anteparo ao núcleo e, dessa maneira, ele se manterá íntegro.

O terceiro elemento é a heurística negativa. Ela é a exigência de que, durante o desenvolvimento do programa de pesquisa científica, o núcleo duro deve permanecer intacto e sem modificações. Ela envolve a estipulação por parte dos pesquisadores de que as suposições básicas do programa, isto é, seu núcleo duro, não será rejeitado ou modificado. O núcleo deverá permanecer protegido da falsificação pelo cinturão protetor. Este é o cerne da heurística negativa.

O quarto componente é a heurística positiva. Ela constitui o aspecto do programa que indica aos pesquisadores o que deve ser feito, antes do que não se deve fazer, é algo mais vago e difícil de caracterizar especificamente do que a heurística negativa. Ela é composta por uma pauta geral que indica como pode ser desenvolvido o programa de pesquisa. (Guimarães et al., 2017, p. 5).

Contudo, ele está posicionado como crítico, porém, não empirista, contribuindo de forma reflexiva com o falsacionismo de Popper e o historicismo de Kuhn. Propõem-se mudanças no papel da história e dos processos científicos no contexto de Kuhn, com revoluções científicas e mudança no programa de investigação da época.

Portanto, com base nas apresentações da reflexão da aprendizagem, a investigação sobre dois contextos profissionais e a Matemática direciona e obtém a aprendizagem com um processo contínuo e evolutivo, no contexto social, estabelecendo que ela acontece por meio dos conhecimentos tácitos. Desses conhecimentos, as conexões são feitas com os conteúdos matemáticos, tornando familiar o conhecimento e, assim, produzindo a aprendizagem.

Nessa via de interpretação, ganha sentido a definição de aprendizagem como "mudança de comportamento resultante do treino ou da experiência". Aqui, tem-se uma definição em que a dissolução do sujeito do conhecimento é evidente. Ele é realmente aquela cera mole de que se falou anteriormente e, por isso, a aprendizagem é identificada com o condicionamento. (Giusta, 2013, p. 15).

Os teóricos aqui refletidos nesta concepção são unânimes em afirmar que a aprendizagem ocorre de fora para dentro, de acordo com as fases de desenvolvimento pessoal e faixa etária, ocorrendo com auxílio desde elementos próximos e/ou elementos inovadores.

2.10. Reflexões teóricas sobre o contexto de aprendizagem

A aprendizagem ocorre em vários ambientes e em vários processos vivenciados por indivíduos e por dinâmicas sociais. Há na vida uma constante e simultânea aprendizagem, seja por experiências vividas, por práticas sociais, práticas de grupo, processos sociais, econômicos e políticos (Werquin, 2010). Porém, há de se analisar em que contexto a aprendizagem se encontra, seja na educação formal, não formal e informal, conforme entendimento de Gohn (2006), Cascais e Terán (2014) e Werquin (2010). Para se compreender os conceitos dos contextos das aprendizagens referidos, torna-se necessário aprofundar as apreciações que diferentes autores fazem sobre esses conceitos, tendo em vista que a aprendizagem pode ser realizada em vários ambientes, tais como: escola, grupo social, família, organizações, colaboração com companheiros, trabalho, locais públicos, na interação de indivíduos, entre outros. Com base nessa diversidade de atuação no ensino e na aprendizagem, esta investigação delimitou-se ao ambiente de trabalho e ao ambiente escolar dos discentes.

2.10.1. Aprendizagem formal

A educação formal é comumente referida à que emerge de espaços como “os do território das escolas, são instituições regulamentadas por lei” (Gohn, 2006, p. 29). Segundo Gohn (2006), a educação formal tem como objetivo constituir o sujeito como um cidadão ativo, aumentar suas habilidades e competências, desenvolver a capacidade criadora, sua percepção e a motricidade, dentre outros aspectos que favoreçam sua independência e autonomia. Com base nesta reflexão, percebe-se que a educação formal processa a aprendizagem e tem como objetivo levar o conhecimento intelectual por meio do ensino e aprendizagem. Para a educação formal, é o professor quem direciona o ensino e a aprendizagem de forma metódica e com metas. Cascais e Terán (2014) defendem que “a educação formal tem um espaço próprio para ocorrer, ou seja, é institucionalizada e prevê conteúdos” (p. 3).

Nota-se que as ações educativas em ambientes determinados por responsabilidades escolares são denominadas como formal e os demais espaços não determinados pelos responsáveis escolares são não formal e informal.

A educação formal é metodicamente organizada. Ela segue um currículo, é dividida em disciplinas, segue regras, leis, divide-se por idade e nível de conhecimento. Diferentemente daquela primeira, a educação informal é um processo permanente e não organizado. Já a educação não formal trabalha com a subjetividade do grupo e contribui para sua construção identitária. Percebe-se, nas três modalidades, características diferenciadas. Entretanto, podem ser complementares. (Cascais & Terán, 2014, p. 3).

Quanto à aprendizagem formal, Werquin (2010) caracteriza-a como a que deriva da institucionalização de conhecimentos, considerando tratar-se do

aprendizado que ocorre em um ambiente estruturado e organizado e é explicitamente designado como aprendizagem (em termos de objetivos, tempo ou recursos). Ela é intencional do ponto de vista do aluno e normalmente leva à validação e certificação. Ela corresponde a um objetivo claro: o saber, a aquisição de conhecimentos, habilidades e competências. Daí a ideia de associar os resultados de aprendizagem aos conhecimentos, habilidades e competências neste volume, embora os resultados sejam claramente um conceito muito mais abrangente. No entanto, provavelmente não é possível nem desejável codificar ou reconhecer tudo, e a relevância e o custo são considerações importantes. (pp. 21-22).

De forma analítica, é notável que as definições e especificidades sobre a educação formal de Gohn (2006), Cascais e Terán (2014) e Werquin (2010) convirjam para a mesma ideia, ou seja, a educação formal é destinada a espaços determinados para a aprendizagem e certificação.

Porém, a educação formal tem uma atuação vital na essência do ser humano e no seu processo de formação, visto que implica no seu cotidiano e em suas relações pessoais e interpessoais, familiares, no grupo de amigos, na socialização entre os sujeitos, na construção de seus valores morais e éticos, inserções religiosas e no meio em que o sujeito nasce, vive e se desenvolve seja no crescimento pessoal e profissional.

2.10.2. Aprendizagem não formal

Para se compreender a noção de aprendizagem não formal, fez-se uma análise da fundamentação teórica baseada em Gohn (2006), Cascais e Terán (2014) e Werquin (2010). Os pressupostos apontados por esses autores, relativamente a esta modalidade de aprendizagem, servem de fundamentação a um dos contextos desta pesquisa, mais propriamente à relação da matemática utilizada na prática do trabalho dos trabalhadores da construção civil e dos recicladores e que estão no curso da modalidade do ensino Técnico em Edificações e Reciclagem. A contribuição desse contexto para a aprendizagem dos alunos leva Gohn (2006) a questionar

quem é o educador em cada campo de educação que estamos tratando? Em cada campo, quem educa ou é o agente do processo de construção do saber? Na educação formal sabemos que são os professores. Na não-formal, o grande educador é o outro, aquele com quem interagimos ou nos integramos. Na educação informal, os agentes educadores são os pais, a família em geral, os amigos, os vizinhos, colegas de escola, a igreja paroquial, os meios de comunicação de massa, etc. (pp. 28-29).

Gohn (2006) direciona a educação não formal à Pedagogia Social, afirmando que a mesma está em processo de construção, fazendo a interação entre a escola e os espaços que a rodeiam, sempre com atuação num processo participativo da escola e dos demais espaços. A educação não formal licencia os sujeitos em sua formação como cidadãos do mundo cuja intenção é deliberar o conhecimento do mundo. A educação não formal é responsável, por meio do outro, por levar esse conhecimento intelectual não sistematizado, de forma implícita.

Segundo Oliveira et al. (2015), numa perspectiva piagetiana, “a construção do conhecimento passa pela interação entre o sujeito que conhece e o objeto conhecido. Nessa concepção, é o sujeito quem, a partir da ação, constrói as suas representações da realidade interagindo com o objeto do conhecimento” (p. 1026). Esse conhecimento envolve a relação do sujeito e o objeto e o que passa a construir as suas relações e suas inclusões sociais. Os objetivos de uma aprendizagem não formal estabelecem-se no processo interativo, determinando um procedimento educativo. Segundo Gohn (2006),

quando tratamos da educação não-formal, a comparação com a educação formal é quase que automática. O termo não-formal também é usado por alguns investigadores como sinônimo de informal. Consideramos que é necessário distinguir e demarcar as diferenças entre estes conceitos. A princípio podemos demarcar seus campos de desenvolvimento: a educação formal é aquela desenvolvida nas escolas, com conteúdos previamente demarcados; a informal como aquela que os indivíduos aprendem durante seu processo de socialização - na família, bairro, clube, amigos etc., carregada de valores e culturas próprias, de pertencimento e sentimentos herdados; e a educação não-formal é aquela que se aprende "no mundo da vida", via os processos de compartilhamento de experiências, principalmente em espaços e ações coletivos cotidianos. (p. 27).

Percebe-se a diferença de ambientes e dos protagonistas da execução de cada tipo de educação. Vê-se que o sentido da educação não formal deriva de ambientes que compartilham experiências no universo da vida, em espaços com atuações de grupos que vivenciam aprendizagem no cotidiano, sendo sempre um deles o protagonista no processo de ensino e de aprendizagem.

Essencialmente, o ambiente físico deixa de ser em ambientes escolares, ambientes regulados pelo governo, direcionados à oferta da Educação e sem a obrigação dos conteúdos e disciplinas direcionadas, que são definidas pelos órgãos da educação escolar e regulamentadas em forma de lei.

A não-formal ocorre em ambientes e situações interativas construídos coletivamente, segundo diretrizes de dados grupos, usualmente a participação dos indivíduos é optativa, mas ela também poderá ocorrer por forças de certas circunstâncias da vivência histórica de cada um. Há na educação não-formal uma intencionalidade na ação, no ato de participar, de aprender e de transmitir ou trocar saberes. Por isso, a educação não-formal situa-se no campo da Pedagogia Social - aquela que trabalha com coletivos e se preocupa

com os processos de construção de aprendizagens e saberes coletivos. (Gohn, 2006, p. 29).

Cascais e Terán (2014) fazem uma discussão sobre os conceitos de educação formal, não formal e informal, analisando vários autores, adotando a perspectiva de que a educação não formal “pode ser definida como a que proporciona a aprendizagem de conteúdos da escolarização formal em espaços como museus, centros de ciências, ou qualquer outro em que as atividades sejam desenvolvidas de forma bem direcionada, com um objetivo definido” (Cascais & Terán, 2014, p. 5).

Percebe-se que, para Cascais e Terán (2014), há uma interação dos conteúdos escolares com o processo de aprendizagem não formal e que os conteúdos estão implícitos nas atividades direcionadas à aprendizagem não formal.

Não há, portanto, uma patente falta de visibilidade no que se refere a real conhecimento, habilidades e competências, uma vez que as adquiridas durante a sua vida profissional ou outras atividades permanecem invisíveis. Esta falta de visibilidade é ainda mais significativa para aqueles que abandonaram o sistema de ensino e de formação inicial, muitos anos antes. Também é especialmente prejudicial para aqueles com um baixo nível de qualificação, uma vez que a qualificação certificada fornece uma forma de proteção, na medida em que significa conhecimento e habilidades. (Werquin, 2010, p. 20).

Werquin (2010) relaciona a educação não formal com o nascimento dos novos espaços de formação e as oportunidades de equidade na educação. Esse autor destaca a importância do “reconhecimento dos resultados da aprendizagem não formal e informal” (p. 20), sobretudo nos tempos atuais em que o surgimento da tecnologia criou mais espaços para que ocorresse a produção dos saberes. Nesse sentido,

Aprendizagem não-formal é o aprendizado que está incorporado em atividades planejadas não explicitamente designada como aprendizagem (em termos de objetivos de aprendizagem, tempo de aprendizagem ou aprendizagem). Ele é intencional do ponto de vista do aluno. Aprendizagem não-formal tem uma variedade de abordagens, que torna mais difícil de alcançar consenso. Embora as atividades conducentes à aprendizagem não formal possam não ser necessariamente definidas ou indicadas como atividades de aprendizagem, elas podem não constituir uma aprendizagem informal. A vantagem deste conceito é a de atender a necessidade potencial de um conceito intermediário entre aprendizagem formal e informal, e os usuários recorrem constantemente a este conceito. (Werquin, 2010, p. 22).

Observa-se que, para Werquin (2010), a educação não formal é aparelhada e ordenada, porém, executada em ambientes diversificados, não sendo em ambientes de aprendizagem determinados pela

lei que regula a educação formal, sem objetivos específicos com cronogramas planejados e orientados conforme a educação formal.

No entanto, Bonotto (2005) em seu estudo com um grupo de estudantes (crianças) da educação básica sobre o conteúdo Números Decimais, acreditando “que os alunos desenvolvam matemática formal por meio de matematizando suas próprias atividades matemáticas informais.” (p. 315). A autora considera “que a matematização progressiva deve levar a algoritmos, conceitos e notações que estão enraizados em uma história de aprendizagem que começa com o conhecimento experimental real e informal dos alunos.” (p. 315).

Para Bonotto (2005) a aprendizagem formal é uma aprendizagem nova, de dentro da escola, à qual ela faz referência como aprendizagem prospectiva e “em níveis mais elevados de educação, o professor deve tentar superar os limites da simplificação da matemática que está embutida em situações do mundo real para compreender as características especiais da disciplina (precisão, abstração, generalização, etc).” (2005, p. 337).

Ademais, Schoenfeld apresenta várias contextualizações e exemplificações da matemática que ele denomina de "ensaios" e "vinhetas" da matemática formal aplicada em contextos. Sobretudo, Schoenfeld afirma que

A matemática tem um alto status em nossa cultura, e aqueles que a dominam, ou a usam como uma arma, recebem status e poder. O fato de a matemática ser vista como a apoteose da razão é a fonte de seu poder e a justificativa para a enorme quantidade de ensino de matemática nas escolas. No entanto, ao mesmo tempo, o resultado da escolaridade em matemática parece desafiar as metas pretendidas (1991, p. 320).

Adicionalmente, Schoenfeld faz referência à aprendizagem formal como sistema da matemática formal, ou seja, a formalidade da matemática sem que ocorra interferências contextuais em que o sujeito desenvolva a capacidade de alcançar os resultados de sua resolução exclusivamente por exercícios, sem contextualizá-los, compreendendo os algoritmos, conceitos e as propriedades e que, nos processos da matemática formal, são articulados com a memorização e repetição das resoluções dos professores. Porém, Schoenfeld não vê como crítica nesse sistema da matemática formal, mas que pode associar a contextualização ao sistema da matemática formal no aprendizado dos alunos. O autor argumenta em alguns momentos que não vê a necessidade em se aplicar a contextualização na aprendizagem formal, no sentido de que

para que não pareça que a matemática formal e o bom pensamento não estão apenas separados, mas que o abismo entre eles é quase irrestrito, volto-me para alguns

exemplos que tentam mostrar que os alunos podem aprender, nas aulas de matemática, que a matemática é um veículo para dar sentido. (Schoenfeld, 1991, p. 327).

Assim como,

se você entende como as coisas se encaixam na matemática, há muito pouco para memorizar, ou seja, o importante na matemática é ver as conexões, vendo o que faz as coisas funcionarem e como elas se encaixam. Fazer a matemática é juntar as conexões e dar sentido à estrutura. Escrever os resultados - as declarações formais que codificam sua compreensão - é o fim produto, em vez do ponto de partida. (Schoenfeld, 1991, p. 328).

Sobretudo, a educação formal é estabelecida em ambientes regulamentados pelo governo, conforme constituída pelas leis que a amparam e direcionam os procedimentos, as etapas, as regras, conteúdos sistematizados e instituídos, as metas esperadas, os sujeitos e suas inserções nos períodos que deverão estudar, assim como as modalidades determinadas por grupos e faixa etária.

Ressalta-se um ponto importante que se procura evidenciar nesta investigação, conciliar o aprendizado da educação não formal pelos grupos dos trabalhadores da construção civil, neste caso, pedreiros e/ou mestres de obras e/ou assistente de obras, assim como os coletores de materiais recicláveis, pois Cascais e Terán (2014) validam a complementaridade dos três tipos de educação, embora as três tenham espaços diferentes e objetivos específicos.

2.10.3. Aprendizagem informal

A educação informal não é organizada, os conhecimentos não são sistematizados e são desenvolvidos “a partir das práticas e experiência anteriores, usualmente é o passado orientando o presente. Ela atua no campo das emoções e sentimentos. É um processo permanente e não organizado” (Gohn, 2006, p. 30).

Os sujeitos estão em sincronia o tempo todo na educação informal, fazendo parte em todo momento e experiências vividas. Contudo, os sujeitos que educam são a família, os amigos, vizinhos, trabalho e, inclusive, os meios de comunicação. Faz parte da construção social do ser humano, desenvolvendo tradições, costumes, pensamentos, linguagem, condutas, estimas e crenças, grupos de pertencimento ou herdados por familiares desde o nascimento.

Sob o mesmo ponto de vista, a educação informal não é organizada, não há sistematização dos conhecimentos, perpetuando as práticas e vivências com ações, os anseios e sentimentos, o passado interagindo com o presente, aplicação do senso comum (Gohn, 2006).

Sendo assim, a educação informal pode ocorrer “em vários espaços, envolve valores e a cultura própria de cada lugar. Já a educação não formal ocorre a partir da troca de experiências entre os indivíduos, sendo promovida em espaços coletivos” (Cascais & Terán, 2014, p. 3).

Cascais e Terán (2014) formam suas concepções com base em Gohn e destacam que a educação informal acontece fora dos ambientes direcionados à educação formal, destacando que “a educação informal tem como objetivo socializar os indivíduos e desenvolver hábitos e atitudes” (p. 3). Já para Werquin (2010), a

aprendizagem informal é o aprendizado que resulta de atividades diárias relacionadas ao trabalho, família ou lazer. Não é organizada ou estruturada em termos de objetivos de aprendizagem, tempo ou apoio de aprendizagem. Na maioria dos casos é intencional a partir da perspectiva do aluno. Muitas vezes refere-se como "aprender pela experiência" ou simplesmente como "experiência". A ideia é que as pessoas, em virtude da sua própria existência, são constantemente expostas a situações de aprendizagem. Como o oposto da aprendizagem formal, a definição de aprendizagem informal também atende com amplo acordo, não obstante algumas exceções. (p. 22).

A aprendizagem informal ocorre em ambientes não estruturados por meio de experiências. Para tanto, há dois problemas que devem ser levados em consideração, pois é difícil fazer o reconhecimento desta aprendizagem informal, inclusive, até para os próprios indivíduos que fazem parte deste processo; e o segundo problema é que esta aprendizagem não é reconhecida pelos órgãos competentes, pois não está caracterizada em conformidade aos modelos regularizados, controlados pelos governos ou pelo organismo de avaliação, mesmo não tendo previsão de certificação (Werquin, 2010).

Com base nas reflexões de Gohn (2006), Cascais e Terán (2014) e Werquin (2010), a investigação parte do pressuposto das delineações sobre a educação informal no universo dos ambientes laborais, onde ocorrem os saberes não formais.

Mesmo assim, há uma coesão implícita nos conhecimentos formais, que é desconhecida pelo discente/trabalhador, a sua formalidade, e que ocorrem no processo de ensino e aprendizagem não intencionais.

O canteiro de obras e a Cooperativa de Materiais Recicláveis retratam a interação da educação informal, pois há uma influência mútua dos conhecimentos de gerações que utilizam esses espaços para perpetuar implicitamente os conteúdos matemáticos na execução das atividades laborais. Mesmo que não seja uma definição evidente do uso da matemática, porém, é percebida a sua existência na manipulação das ações trabalhistas.

Nesse sentido, podem-se determinar conteúdos, tais como: Regra de Três, Proporção, Trigonometria, Geometria e outros mais conteúdos existentes na implicitude de suas ações. Contudo,

para este estudo, a educação formal e a informal serão concebidas conforme as concepções de Gohn (2006), Werquin (2010) e Cascais e Terán (2014), que idealizam as relações e julgamentos com base nessa perspectiva e orientação da investigação realizada.

Como a educação informal implica um ato de participação, aprendizagem, troca de conhecimentos, os canteiros de obras e os ambientes dos coletores de materiais recicláveis são denominados como ambientes onde ocorre a aprendizagem informal com objetivos de uma educação informal.

Sendo esta educação informal baseada em preceitos, valores, costumes, perspectivas e resultados, percebe-se que há uma evidência e embasamento nos conceitos de Gohn (2006), Cascais e Terán (2014) e Werquin (2010), pois de fato os acontecimentos do processo de ensino e de aprendizagem ocorrem em ambientes que se destacam e se qualificam como educação formal e informal. Isso porque a investigação contextualiza, inicialmente, a prática das atividades laborais em seus ambientes, e que a mesma segue uma sequência de aprendizagem nesses espaços.

Há uma relação de ensino e aprendizagem sem utilizar métodos escolares e o responsável em repassar o aprendido é sempre um conhecimento passado de um indivíduo ao outro, perpetuando a ciência entre gerações e pessoas.

As pessoas aprendem, constantemente, em todos os lugares e em todos os tempos. Não há nada de surpreendente nessa observação, como geralmente é entendido que os indivíduos são capazes de acumular conhecimentos, aptidões e competências ao longo da vida, bem além de sua aprendizagem organizada em definições formais, tais como a escola, universidade ou estruturados de formação profissional. Os verdadeiros problemas são o valor para ser anexado aos resultados decorrentes da aprendizagem que é chamado de "não-formal" e "informal", pois ocorre fora de um contexto formal, e o reconhecimento de que eles legitimamente merecem tanto na sociedade quanto na vida econômica. (Werquin, 2010, p. 14).

Existe um aparelhamento e sistematização no processo da ação. No âmbito do reconhecimento e inserção da aprendizagem informal, Bonotto (2005) contribuiu com seu experimento de como proceder para fazer a interação da aprendizagem informal dando sentido à aprendizagem formal de forma que os alunos possam entender o que é formal na escola. Bonotto (2005) faz referência da matemática informal, como “matemática fora da escola” e “as maneiras como cada uma pode informar o outro no desenvolvimento de conhecimento matemático abstrato” (p. 313).

Para tanto, no estudo de Bonotto, levou-se em consideração três aspectos importantes para se fazer referência ao se promover os conhecimentos cotidianos para a aprendizagem informal.

1. O tipo de atividade a que os professores delegam o processo de criação de interação entre as atividades de sala de aula de matemática e a experiência da vida cotidiana deve ser substituído por situações-problema mais realistas e menos estereotipadas, baseadas no uso de materiais, reais ou reproduzidos, que as crianças normalmente encontram em situações da vida real.
2. Os professores devem se esforçar para mudar as concepções, crenças e atitudes dos alunos em relação à matemática; isso significa mudar as concepções, crenças e atitudes dos professores também.
3. É necessário um esforço sustentado para mudar a cultura da sala de aula; essa mudança não pode ser alcançada sem uma atenção especial às normas sociomatemáticas da sala de aula, no sentido de Yackel and Cobb (1996), e ao amplo contexto da escolarização. (2005, p. 315).

Esses três pontos evidenciam mudanças no olhar da educação matemática de forma que as mudanças possam contribuir efetivamente com as sugestões delineadas, pois

Embora a especificidade de ambos os contextos seja reconhecida, as condições que muitas vezes tornam a aprendizagem fora da escola mais eficaz podem e devem ser recriadas, pelo menos parcialmente, nas atividades em sala de aula. Embora algumas diferenças entre os dois contextos possam ser inerentes, muitas diferenças podem ser reduzidas criando situações de sala de aula que promovem processos de aprendizagem mais próximos daqueles decorrentes de práticas matemáticas fora da escola. (Bonotto, 2005, p. 316).

Apesar de Bonotto (2005) não conceituar com a denominação da aprendizagem informal, ela faz uma associação da aprendizagem informal da matemática como a “matemática fora da escola” que de refere à aprendizagem adquirida nos ambientes não direcionados à educação formal, e associa com a denominação de aprendizagem antecipada ou antecipatória ou retrospectiva, a que vem antes da aprendizagem formal. Bonotto exemplifica que, ao utilizar a aprendizagem fora da escola, “essas experiências também têm favorecido o tipo de aprendizagem ‘retrospectiva’ que ocorre quando noções antigas são lembradas para serem consideradas em um nível superior e dentro de um contexto mais amplo, um processo típico de matemáticos adultos.” (2005, p. 317). Para Bonotto, a aprendizagem informal tem o potencial em se utilizar

(a) como ferramentas para aplicar conhecimentos antigos a novos contextos, tornando-se assim um material eficaz para exercícios significativos; (b) reforçar o conhecimento matemático já possuído, ou revisá-lo em um nível superior; e (c) como trampolins motivadores para o lançamento, numa primeira fase, de novos conhecimentos matemáticos. (2005, p. 318).

Nesse sentido, Schoenfeld (1991) ratifica que

A ideia subjacente, emprestada de antropólogos, é que os alunos aprendem o que é a matemática a partir das práticas nas suas salas de aula de matemática.

O que se segue é uma tentativa de esboçar como a não-razão matemática pode resultar da instrução típica em sala de aula. O caso dificilmente está bem documentado. Em vez disso, eu ofereço um argumento de plausibilidade que tem mais buracos do que uma montanha de queijo suíço. Se o argumento parece plausível, então pode ser apropriado lançar um programa sério de pesquisa sobre o assunto.

A ideia básica do argumento é que as salas de aula (e mais amplamente, as escolas) são ambientes culturais em que as atividades e práticas cotidianas definem e dão significado ao assunto ensinado nelas: significado transmitido culturalmente - o que os alunos passam a entender sobre matemática como um resultado de suas experiências com ele - pode ou não corresponder ao significado pretendido. (p. 320).

De forma que Schoenfeld, em 1991, sugeriu um amplo direcionamento de investigações destinadas as essas proposições ao identificar que ao contextualizar as atividades, aplicando o conhecimento informal ou a aprendizagem informal, pode-se alcançar a aprendizagem formal,

O objetivo de capacitar os alunos a resolver esses problemas é importante. No entanto como os professores e desenvolvedores de currículo descobriram, não é uma meta fácil de alcançar. Uma das razões é que resolver problemas com palavras, ao contrário de resolver exercícios e a prática de problemas de aritmética, depende de outras habilidades, particularmente, a capacidade de ler. Você não pode reprovar uma criança em matemática porque ela tem dificuldade para ler, pode? Em vez disso, você encontra maneiras de ajudar. Você limita o vocabulário das declarações do problema, mas isso não ajuda o suficiente. Você apresenta todos os problemas na mesma sintaxe formal [...]. Mas isso também não resolve. Então você decide dar aos alunos alguma ajuda na decodificação (1991, p. 322).

Nesse caso, se o aluno apresenta dificuldades com a leitura, de fato, o professor vai potencializar o problema de entendimento do texto e, conseqüentemente, a dificuldade em se aplicar a matemática. Ademais, o estudo de Schoenfeld é de 1991, ou seja, já se passaram mais de duas décadas em que foram amplamente desenvolvidas pesquisas direcionadas à contextualização da matemática por meio do conhecimento e aprendizagem informais.

Portanto, os conceitos sobre a aprendizagem informal e o potencial que ela permite na integração da educação formal contribuíram com a etapa da investigação que ocorreu no ambiente escolar, para fazer a integração e o (re)conhecimento da aprendizagem informal na educação formal, produzindo interações entre os conteúdos matemáticos e as aplicações nas práticas trabalhistas. Ademais, há um aparelhamento e sistematização no processo da ação. A segunda etapa da investigação ocorreu no ambiente escolar para fazer a integração e o (re)conhecimento da aprendizagem informal na educação formal, produzindo interações entre os conteúdos matemáticos e as aplicações nas práticas trabalhistas.

2.10.4. Contexto da aprendizagem da matemática

Quem nunca se deparou com situações matemáticas? Em todas as fases da vida, deparamo-nos com situações que contemplam conhecimento matemático, o que leva D'Ambrosio (2005a) a destacar que a Matemática é universal e onipresente em tudo que se faz, que se vê, que se vive. A relevância desta área de conhecimento determinou a sua integração, como disciplina obrigatória, na educação formal em todas as etapas do processo de ensino e de aprendizagem.

Entretanto, determinados conhecimentos e capacidades inerentes à disciplina de Matemática podem ser aprendidos não só na educação formal, como também na educação informal e não formal.

Para Godino et al. (2008), a matemática é apresentada na educação formal de forma obrigatória e que por muitos anos se destaca como uma importante função de seleção social. Considera-se como uma linguagem absoluta, a chave para o progresso e que as outras ciências admitem a compreensão que envolve os enigmas da humanidade, da natureza, do mundo e do universo, nutrindo-se da matemática. Porém, nesta conjuntura, faz-se necessário levar em consideração a teoria de Gardner (1995) sobre as inteligências múltiplas e que no universo contemporâneo é o fator principal de efetivação social.

Onrubia et al. (2004) indicam que o conhecimento matemático tem, em sua condição de primordial de construção, características específicas, contudo, por meio de um processo esquemático, as características podem ser sintetizadas.

Porém, é sabido que [...] as dificuldades, habitualmente conhecidas e amplamente documentadas, que muitos alunos manifestam para aprender matemática na escola; dificuldades que são ainda mais urgentes de resolver diante dos níveis crescentes de conhecimento matemático que parece requerer um ambiente social e tecnológico cuja complexidade aumenta rapidamente. (Onrubia et. al., 2004, p. 327).

Nesse sentido, Onrubia et. al. (2004) destacam pontos importantes do conhecimento da matemática:

- é um conhecimento de alto nível de abstração e generalidade, que elimina as referências a objetos, situações e contextos particulares e que desvincula também das formas de representação perceptivas e intuitivas de tais objetos, situações e contextos;
- é de natureza essencialmente dedutiva e não se valida mediante contraste com fenômenos ou dados da realidade, como em outras disciplinas científicas, mas mediante processo interno de demonstração a partir de determinadas definições fundamentais ou axiomas; tal caráter dedutivo, além disso, faz com que o conhecimento matemático tenha, em medida ainda maior que outras ciências, uma estrutura altamente integrada e hierarquizada;

- apóia-se em uma linguagem formal e específica, que representa notáveis diferenças com a linguagem natural; implica um conjunto particular de sistemas notacionais, busca a precisão, o rigor, a abreviação e a universalidade, e sua finalidade fundamental não é tanto a representação ou a comunicação de fenômenos ou de situações reais, mas a possibilidade de obter resultados internamente consistentes, realizando inferências válidas em termos do próprio sistema axiomático que constitui o conhecimento matemático;
- suprime intenções, emoções e afetos e é de natureza essencialmente teórica, impessoal e atemporal. (p. 328).

Essas particularidades determinam o conhecimento matemático, porém, ela também tem uma “dimensão menos abstrata e descontextualizada, mas funcional e relacionada com a resolução de problemas práticos em situações concretas, mais pragmáticas e localizadas” (Onrubia et al., 2004, p. 328).

O conhecimento não pode ser separado das conexões concretas, nem dos instrumentos e das tecnologias de reprodução cultural elaboradas com a ajuda da atividade matemática. Contudo, a matemática estabelece, ao mesmo tempo, uma atividade cultural limitada socialmente e por critérios dos convívios em sociedade com sua conveniência e intencionalidade, com embasamentos nas práticas cotidianas (Onrubia et al., 2004).

Por isso, a natureza dual da matemática, pois, de um lado, baseia-se na percepção e na definição da ordem dos fatos no momento e da ordenação dos elementos no espaço; de outro, na resolução de problemas práticos, permitindo estudar sistemas não matemáticos, ou seja, na aplicação de atividades do dia a dia, em que o discente perceba a familiaridade do uso da matemática no seu cotidiano. Inclusive, ele utiliza a particularidade da linguagem natural com inserção da linguagem formal da matemática.

Nessa dualidade, segundo Onrubia et al. (2004), um é interno, pois enriquece o conhecimento matemático e sua aprendizagem e permite aplicar a matemática pura, enquanto o outro é externo de referência, que agrega o preceito formal da matemática em determinados aspectos da realidade.

Porém, coordenar os dois tipos do processo do conhecimento na aprendizagem torna-se complexo e constitui-se um obstáculo para a aprendizagem. Muitos discentes resolvem os procedimentos matemáticos, mas não compreendem a sua funcionalidade e em muitos casos os procedimentos matemáticos tornam-se mecânicos nas definições, demonstrações e fórmulas. Para exemplificação, tem-se a seguinte tarefa:

Certo poliedro convexo é formado apenas por faces pentagonais e hexagonais, todas regulares. Sabendo que esse poliedro possui 90 arestas e que a soma dos ângulos internos de suas faces é igual a 20.880° , calcule a quantidade de faces pentagonais e hexagonais desse poliedro. (Souza, 2013, p. 78).

Percebe-se que nessa tarefa há uma linguagem puramente formal e que seus significados não fazem conexões com as relações diárias e referências que os discentes possuem nas suas práticas. É evidente o nível de compreensão e da sua utilidade no contexto diário dos discentes, pois é bem complexa e de difícil assimilação.

Então, como transcrever este conhecimento matemático formal e de linguagem puramente matemática para um contexto próximo, que faça parte de sua realidade, que faça parte das suas práticas sociais ou laborais? Diante disso, esta investigação produz a relação dessas aproximações, convertendo esta tarefa, de rigor puramente matemático, num contexto da realidade laboral, não abrindo mão do rigor matemático e nem dos conceitos formais direcionados nas atividades.

Nesse sentido, Healy ratifica que “pessoas aprendem de maneiras diferentes e nós temos que ensinar de maneiras diferentes” (XLVIII Summer School – UnB, 2019). Relativamente à tarefa apresentada, questiona-se como é o desenvolvimento da resolução da atividade de modo puramente matemático? E como o docente poderá fazer ocorrer a aprendizagem matemática no contexto das práticas laborais dos seus discentes utilizando o conhecimento informal? Em resposta ao segundo questionamento, existem várias possibilidades de construção do raciocínio nas relações diárias do discente.

Certamente, o docente deve estabelecer o universo das experiências dos seus discentes e procurar promover a relação do ensino e aprendizagem com perspectivas da vida real. É nesse sentido que se destaca a importância de pesquisas em Educação Matemática para produzir resultados que possam instigar o docente a buscar alternativas já produzidas e com resultados para utilizar como alternativas de sua ação.

O universo da aprendizagem é amplo e dinâmico, porém, deve ser cauteloso e bem direcionado para não sair dos objetivos propostos de cada conteúdo apresentado e analisar as peculiaridades e especificidades da turma. Oliveira (2013), em sua pesquisa sobre os discentes do PROEJA num curso de Técnico em Edificações, observou que os discentes que frequentam essa modalidade de ensino possuem suas peculiaridades e especificidades, pois

no grupo dos discentes na Modalidade PROEJA, os 30 alunos e alunas que responderam ao questionamento no tocante aos anos de estudo, há dois contrastes. Sendo alunos e alunas que concluíram o ensino fundamental no período regular, representados por 57% e 43% do resultado representando os alunos e alunas que tiveram uma dificuldade expressiva em concluir o ensino fundamental. (p. 121).

Com base nisso, há dois grupos evidenciados na pesquisa e que existe uma aproximação em relação aos índices, bem expressiva, dos discentes que concluíram o ensino fundamental com dificuldades e os demais que concluíram o ensino fundamental com regularidade. Conduzir a aprendizagem em universos diversos é complexo, “pois o docente que atua na modalidade PROEJA depara-se com dois grupos divergentes, produzindo uma complexidade na atuação do processo ensino e aprendizagem” (Oliveira, 2013, p. 122).

Assim como em todos os sistemas em que ocorra o processo de ensino e de aprendizagem, em decorrência desta investigação, deve-se destacar e levar em consideração a educação informal. A aprendizagem matemática é concebida como o resultado dos padrões de interação entre os distintos componentes de tais trajetórias (Godino et al., 2008, p. 11).

Dessa forma, a pesquisa realizada priorizou essa interação no contexto laboral dos discentes da modalidade PROEJA e direcionada com um olhar na Educação Matemática, na tendência de ensino Etnomatemática, que se pode articular os saberes e transformar o conhecimento adquirido numa aprendizagem significativa.

A noção de qualidade de ensino é relativa em cada período, dependendo do contexto histórico, e está atrelada às condições socioculturais e políticas do grupo social, além das concepções epistemológicas, didático-metodológicas, axiológico-teleológicas daqueles que buscam transformações no ensino. Aponta, portanto, para o fato de que os modos de ensinar a matemática sofrem influências diretas dos valores e finalidades que o professor atribui ao ensino desta disciplina, das relações entre os sujeitos envolvidos no processo de aprendizagem, e de sua visão de mundo, de homem e de sociedade. (Marchon, 2016, p. 86).

Essa percepção é originada das vivências dos discentes e que essas experiências conduzem a uma ponte que faz uma interação com o aprendizado formal. Esses recursos são alimentados para enriquecer e tornar a aprendizagem mais significativa.

Nesse contexto, a tendência empírica ativista enfatizava a descoberta e criatividade, assim como os experimentos empíricos e a matemática aplicada. Ela surge como uma oposição à escola clássica tradicional que desconsiderava o tempo próprio de aprendizagem de cada criança segundo suas condições biológicas e psicológicas. O interesse dos alunos deveria orientar o currículo matemático, sendo o professor um facilitador da aprendizagem. Permanecia, contudo, com uma percepção idealista do conhecimento matemático como algo a ser descoberto. (Marchon, 2016, p. 87).

Dessa forma, não há como desvincular um aprendizado sem associar ou fazer uma ligação entre os conhecimentos já adquiridos, pois a interação entre as noções das situações ocorridas no antes, durante e no depois do conhecimento e do conteúdo apresentado faz com que as experiências já

conhecidas e vivenciadas produzam um sentido para tornar essa aprendizagem consistente e com significado.

Por *aprendizagem significativa* entende-se aquela na qual a nova informação se relaciona de maneira significativa, isto é, não-arbitrária, não ao pé da letra, com os conhecimentos que o aluno já tem, produzindo-se uma transformação, tanto no conteúdo assimilado quanto naquele que o estudante já sabia. (Martín & Solé, 2004, p. 61).

Para que aconteça a aprendizagem significativa com o conteúdo que já foi explorado pelo docente, a aprendizagem faz ligação com as experiências nas ocorrências diárias da vida, nos experimentos vividos, seja no ambiente familiar, nas brincadeiras, nas socializações, ambientes religiosos, ambientes de trabalho.

A primeira refere-se à necessidade que do material novo a ser aprendido seja potencialmente significativo do ponto de vista lógico, que tenha uma estrutura e organização internas, que não seja arbitrário. Em segundo lugar, o aluno deve contar com os conhecimentos prévios pertinentes que possa relacionar de forma substancial com o novo que tem de aprender. Ou seja, a informação nova deve ser relevante para outros conhecimentos já existentes, ou, o que dá no mesmo, o conteúdo da aprendizagem deve ser também potencialmente significativo do ponto de vista psicológico. Por último, é necessário que o aluno queira aprender de modo significativo. (Martín & Solé, 2004, p. 63).

Uma exemplificação, tem-se a figura do icosaedro arquimediano, nota-se que não há uma interação entre o conhecimento adquirido pelo discente no que tange às figuras geométricas no universo acadêmico. Percebe-se que essa figura permite uma associação por meio do conhecimento informal, pois pode haver uma dificuldade de associar tanto as formas verbais quanto as formas geométricas no universo acadêmico sem apresentar uma realidade do cotidiano.

Então, de que forma poderia ser apresentada essa atividade com significado? É com base nesse questionamento que se deve construir um aprendizado que possa integrar as atividades que envolvam a aprendizagem informal, ou seja, introduzindo o conteúdo novo com a aprendizagem já adquirida.

Percebendo essa concepção, do significado lógico do material é apenas potencialmente significativo. De fato, para transformar-se em significado psicológico tem de se produzir um encaixe particular, diferente em cada aluno, com seus conhecimentos prévios, transformando-se ambos – o conhecimento prévio e o novo material – em processo de aprendizagem. (Martín & Solé, 2004, p. 63).

Com base nesta percepção, a aprendizagem matemática deve considerar vários aspectos introdutórios para conexões permanentes no processo de ensino e aprendizagem.

Nesse sentido, a pesquisa em Educação Matemática não pode ignorar questões filosóficas, tais como:

- Qual é a natureza dos objetos matemáticos?
- Qual é o papel da atividade humana e dos processos socioculturais no desenvolvimento das ideias matemáticas?
- A matemática é descoberta ou inventada?
- O significado integral dos conceitos está plenamente contemplado através das definições formais e dos enunciados das proposições? (Godino et al., 2008, p. 8).

Com esses questionamentos de Godino et al. (2008), percebe-se que a aprendizagem matemática requer mais que simplesmente o procedimento formal, ou simplesmente tarefas que desempenham atividades que estejam claras para os discentes na construção do conhecimento.

A matemática apresenta uma “natureza dual” – como sistema formal abstrato e autocontido e como instrumento para a resolução de problemas práticos em contextos reais – que pode explicar, pelo menos em parte, as dificuldades que sua aprendizagem impõe, em muitas ocasiões, para os alunos. (Onrubia et. al., 2004, p. 237).

Portanto, a natureza dual da matemática implica que há interação em contextos reais e que essa interação contribui para que a aprendizagem ocorra, observando sempre a utilização da aprendizagem informal oportunizando a inserção da aprendizagem formal, aplicando os conteúdos e as tarefas com significados.

No processo de aprendizagem importa considerar as experiências vivenciadas em cada aluno, pois eles não são inseridos na educação formal sem conhecimento prévio e sempre há o conhecimento informal, seja gerado nos ambientes familiares, de trabalho, nos grupos sociais, nas relações interpessoais, ambientes de vivência, contextos religiosos e profissionais.

Como o conhecimento pode ser adquirido de diversas formas, a aprendizagem não se pode limitar à que é proporcionada apenas em ambientes formais. Para uma aprendizagem flexível e plena, o sistema de educação terá de incluir atividades dentro e fora da escola, que incluam experiências em ambientes formais e não formais no processo de aquisição do conhecimento. Todos os contextos de educação, tais como a escola, o meio familiar, os meios virtuais, o local do trabalho, os centros de estudos, os museus, os centros de ciências, os ambientes sociais, podem contribuir para formas de aprendizagem em diferentes ambientes. Deste modo, as instituições escolares não devem negligenciar os conhecimentos, as vivências e os resultados da experiência cotidiana dos alunos na construção do conhecimento matemático. (Magalhães, 2016, p. 111).

Sobretudo, deve-se valorizar e compreender os processos de aprendizagem que fizeram e fazem parte do entendimento obtido por esse aluno, permeando o conhecimento matemático nas condições

existenciais na aprendizagem formal e informal, direcionando e exemplificando os conteúdos, no caso desta investigação, nos cursos Técnico em Edificações e Técnico em Reciclagem.

2.10.5. Aprendizagem contextualizada

Conforme as aprendizagens formal, não formal e informal, percebe-se que as aprendizagens ocorrem segundo características da Teoria Construtivista com apoios e relações do meio em que o indivíduo vive, as experiências vivenciadas na vida pessoal e profissional, os conhecimentos pré-existentes, as relações de amizade e familiares, a cultura em que está inserido o indivíduo, os estágios de maturação em que cada um se encontra e as inclusões que fazem o novo conhecimento, proporcionando a aprendizagem.

Quando se fala em aprendizagem formal, principalmente nesta pesquisa, procurou-se estabelecer relações com a prática do aluno, ou seja, trazendo as relações de vida que fazem parte do seu contexto. Essa aprendizagem é denominada de aprendizagem contextualizada. No entanto, deve-se estabelecer a aprendizagem contextualizada, de forma que os alunos possam tanto resolver os problemas de forma processual, mas que também possam ter aprendido a abstração dos conteúdos matemáticos e seus conceitos, pois

os alunos podem não estar preparados para o pensamento abstrato em matemática por várias razões. Um deles poderia ser o ensino processual simplificado do ensino anterior. Muitos livros de matemática do ensino médio são projetados de maneira a enfatizar a resolução processual de problemas matemáticos sem prestar atenção suficiente ao entendimento conceitual. Assim, os alunos são ensinados a seguir algoritmos para resolver problemas semelhantes. Quando os procedimentos aprendidos não são adequados para resolver o problema em questão, os alunos se perdem. (El Gaidi & Ekholm, 2015, p. 2).

Segundo El Gaidi e Ekholm (2015), nota-se que há uma dificuldade dos alunos que finalizaram o ensino médio em estabelecer conexões das atividades que fogem da forma processual. As dificuldades em abstrair indicam escassa compreensão da matemática conceitual abstrata e entende-se como problemática. Para desenvolver um pensamento conceitual abstrato em matemática, é necessário que os alunos conheçam a matemática contextualizada interagindo em suas experiências, vinculando os conhecimentos concretos ao que foi abstraído.

Para o aluno com orientação conceitual, cada novo aspecto de um conceito matemático - definição, procedimento, representação gráfica, exemplos - adiciona uma nova camada a um entendimento mais profundo. Isto não é o caso do aluno orientado a procedimentos, que memoriza os procedimentos para aprovação nos exames. Cada

novo aspecto introduzido na matemática é, portanto, percebido como um ônus adicional para a memória. (El Gaidi & Ekholm, 2015, p. 4).

Os aspectos dos conceitos matemáticos – definição, procedimento, representação gráfica, exemplos – estabelecem os critérios para que se utilizem na aplicação dos conteúdos matemáticos.

A aprendizagem formal, principalmente na disciplina Matemática, apresenta no processo de ensino e de aprendizagem a abstração. No entanto, para o ensino básico, essa abstração torna-se um caminho que pode limitar o aprendizado e, com isso, impedir que o acesso a certos conceitos se torne permanente.

Dessa forma, a aprendizagem contextualizada faz conexões das aplicações de conjuntura social, do ambiente, das vivências das pessoas, do trabalho, das ocorrências encontradas nas situações reais para desenvolvê-las no processo de ensino e aprendizagem, e, assim, estimular a aprendizagem dos conceitos, na observação, na demonstração e sua aplicação com uma meta comum.

Para El Gaidi e Ekholm (2015), a aprendizagem contextualizada é “ensinar para o entendimento conceitual, por outro lado, conectando a teoria aos problemas concretos, orientando assim os alunos a extrair as estruturas abstratas do problema em questão” (p. 23). Na aprendizagem contextualizada, recorre-se a exemplos que, segundo estes autores, podem ser denominados:

- a) Exemplos sem contexto
- b) Exemplos de aplicação
- c) Exemplos cotidianos.

A primeira categoria usa-se com frequência exemplos abstratos com símbolos matemáticos para apontar como uma definição pode ser usada. Esses tipos de exemplos não têm conexão com experiência, aplicação, ou o mundo real.

A segunda categoria, exemplos de aplicação, contém exemplos tirados de aplicações técnicas futuras que os alunos vão esperançosamente encontrar em cursos subsequentes. Eles são exemplos muito bons para motivar o aluno para usos próximos de conhecimento matemático. O problema com exemplos deste tipo é que os alunos, por definição, não sabem nada sobre o assunto que eles ainda não encontraram. Introduzir tais exemplos significa introduzir um fardo cognitivo extra [...] a terceira categoria, o uso de exemplos diários [...] diferem dos exemplos abstratos da primeira categoria porque eles são concretos e dos exemplos de aplicação da segunda categoria porque eles não introduzem qualquer conhecimento novo, material. Seu objetivo é para usar algo já conhecido para entender algo novo. (pp. 25-28).

A aplicação de exemplos cotidianos foi direcionada, nesta investigação, com atividades na aplicação de resolução de problemas. A contextualização estimula um aprendizado que dá sentido aos conteúdos direcionados, produzindo um melhor entendimento dos conceitos e das resoluções. Entende-se, segundo Lubrica et al. (2018), que

a instrução de contextualização é uma componente-chave de instrução de qualidade que encoraja professores para que comece seu planejamento instrucional com contextos da vida real. Isto tem enfoque na aplicação ativa das habilidades e conhecimentos adquiridos em um contexto, no lugar de focar somente na retenção de habilidades e conhecimentos básicos. (p. 111).

Ensinar conteúdos matemáticos sem contextualizar de vez em quando, através de exemplos concretos oriundos do cotidiano ou do mundo do trabalho que ajudem a abstrair os conteúdos em estudo,

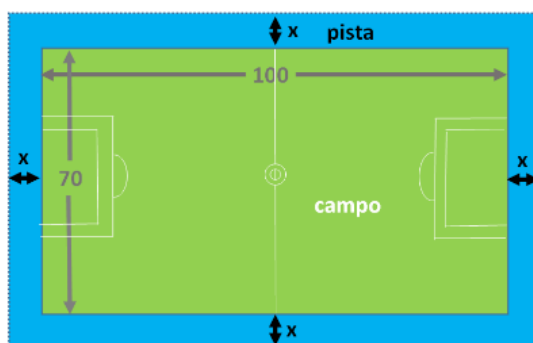
sujeita os alunos a aceitar uma abordagem superficial do aprendizado e uso da memória para registrar definições e algoritmos processuais. Não há evidências de que essa abordagem de aprendizado leve automaticamente ao conceito e compreensão esperada. Eles também fornecem um contexto concreto para os conceitos matemáticos abstratos. Esta contextual compreensão junto com os exemplos é, hipoteticamente, também uma imagem que ajuda reconhecer situações futuras onde o conceito pode ser usado. (El Gaidi & Ekholm, 2015, p. 62).

Nota-se que a contextualização concilia a abstração e que auxilia em reconhecer futuras situações que possam ser desenvolvidas por meio do que se aprendeu com a aplicação. Por exemplo, ao lançar um conceito novo, é aconselhável estabelecer exemplos com aplicações contextualizadas para fazer conexão a um determinado conteúdo. Isso não quer dizer que sem a contextualização não ocorra a aprendizagem, a contextualização auxilia no reconhecimento e, conseqüentemente, na aprendizagem. Exemplo disso é o conceito de fórmula resolvente (de Bhaskara) que é um procedimento resolutivo para equações do segundo grau usado para descobrir raízes a partir dos coeficientes da equação $ax^2 + bx + c = 0$, sobre a fórmula resolvente de equações do 2.º grau, os parâmetros a, b e c pertencem ao conjunto de números reais, com a diferente de zero, aplicando-se $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Na fórmula de Bhaskara, pode-se determinar o valor do discriminante $\Delta = \sqrt{b^2 - 4ac}$ para se estabelecer três situações: (i) caso Δ seja positivo, encontram-se duas raízes diferentes; (ii) caso Δ seja zero, encontra-se um único valor duplo para a raiz; (iii) caso Δ seja negativo, a equação não tem raízes reais, assim, somente raízes imaginárias, dessa forma, já iniciando uma percepção dos Números Complexos. Podem ser aplicados exemplos contextualizados para que o entendimento e a compreensão sejam de forma concreta em sua utilização. Podem-se contextualizar a determinação de áreas, temperaturas, pontos de inclinação de determinadas análises, pontos máximos e mínimos dos objetos lançados, na agricultura, na medicina, nas atividades lúdicas, nas localizações, a propagação do som, entre outras.

Um outro exemplo de uma atividade retirada do livro de Matemática: Ciência e Aplicações no conteúdo da Função Quadrática utilizando a fórmula de Bhaskara como uma tarefa de matemática contextualizada. Trata-se de atividade com adaptação da autora acrescentando a variável x , pois o exemplo original estabelece 3 metros:

Um time de praia montou um campo de futebol de 100 metros de comprimento por 70 metros de largura e por medida de segurança decidiu cercá-lo, deixando entre o campo e a cerca uma pista de x metros de largura (Figura 9). Qual a área do terreno limitado pela cerca? (Iezzi et al., 2016, p. 94).

Figura 9: Representação do campo de futebol



(Iezzi, 2016, p. 94). Adaptação: Autora.

Nota-se que o exemplo referido é uma situação real dos alunos e alunas, vivenciada por muitos na vida real. Na resolução, o aluno pode utilizar a função quadrática para encontrar as determinadas raízes e posteriormente direcionar os valores encontrados nas dimensões apresentadas.

Uma outra situação tem-se no exemplo que se segue, retirado dos resultados da investigação de Clarke e Roche (2018, p. 99):

Durante o projeto, procuramos encontrar um contexto para o pensamento proporcional que provavelmente envolveria os anos intermediários. Este foi o impulso para a seguinte tarefa, Música Cartões. [...] Nossa maneira usual de introdução da tarefa foi para discutir o contexto desses cartões de músicas, e as experiências dos alunos com eles. Depois de propor a tarefa, os alunos recebem algum tempo para pensarem sozinhos sobre como podem abordar o problema, antes de ser definido para trabalhar com um parceiro. Nós tendemos a reter o uso de calculadoras para esta tarefa nos estágios iniciais, como as possibilidades e estratégias matemáticas parecem ser mais ricas como resultado.



Which music card is the better value? Please explain your thinking. If possible, solve this problem in two different ways.

Como na maioria das tarefas de qualidade, esta produziu todo tipo de evidência do pensamento matemático além do que antecipamos, incluindo conceitos errados. Concluímos que incentivar os alunos apresentar dois métodos de solução diferentes proporcionou um desafio para os finalizadores mais rápidos, uma verificação da

conclusão original, e a oportunidade de conectar diferentes aspectos da matemática uns com os outros. [...]. As estratégias podem ser resumidas como:

1. Calcula e compara o preço por música para cada cartão (\$1,50 comparado a \$1,67)
2. Calcula e compara a quantidade de música por dólar para cada cartão (16/24 em relação a 12/20)
3. Calcula o mínimo múltiplo comum de 12 músicas e 16 músicas (48) e compara o preço de 48 músicas compradas com cada cartão (\$72 e \$80, respectivamente).
4. Calcula preço por música para MySongs (\$1,50) e usa essa taxa para 12 MyTunes músicas (\$18,00), comparando-o com o preço do cartão MyTunes reais (\$20,00)
5. Métodos intuitivos de sucesso que requerem cálculos mínimos.

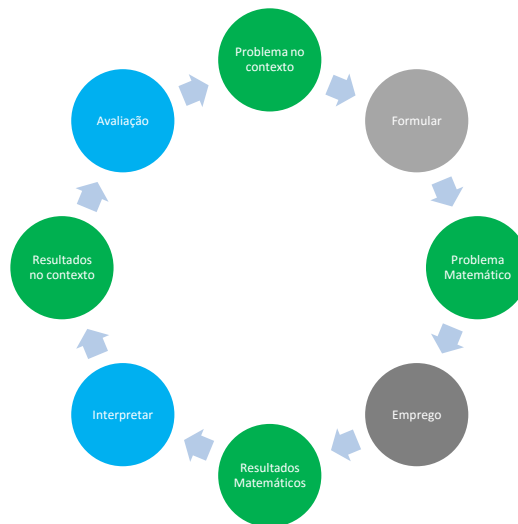
Uma pesquisa realizada na Austrália fez uma investigação sobre o uso das tarefas contextualizadas. No entanto, foi feito um questionamento das atividades realizadas sem o uso de contextos com um grupo de alunos e identificou-se que

a matemática foi vista por muitos estudantes como chata e irrelevante; pouco pensamento estava envolvido; o assunto era muito abstrato; aluno mostrava medo de fracassar; muito conteúdo passado com pouca profundidade; a avaliação foi estreita; e foi um grande desafio atender às necessidades de uma ampla gama de habilidades. Os leitores podem julgar se os mesmos comentários podem ser feitos atualmente no ensino de matemática, mas o tópico deste artigo está claramente relacionado às respostas à primeira crítica (por estudantes e professores) que a matemática da escola é vista como chata e irrelevante. (Clarke & Roche, 2018, p. 96).

Clarke e Roche (2018) estabeleceram a necessidade de projetar exemplos por meio de tarefas que pudessem contribuir para contextualizar a matemática, que os autores denominaram como “tipos de tarefas de aprendizagem em Matemática (TTML), projetos e tarefas contextualizadas” (p. 98).

Dessa forma, foram utilizadas, nesta investigação, tarefas matemáticas contextualizadas e que orientam ter a preocupação de instituir o ciclo dos respectivos procedimentos, conforme diagnóstico do PISA 2012, para contribuir para a melhoria da qualidade da aprendizagem:

Figura 10: PISA 2012 - Avaliação e quadro analítico: Matemática, Leitura, Ciências, Problemas e Literatura financeira



Adaptação da Autora - (Clarke & Roche, 2018, p. 97).

Nota-se (Figura 10) que as tarefas devem seguir situações para que possam estimular o processo de ensino e de aprendizagem, a inserir contextos nos problemas para instigar a curiosidade dos alunos e a resolução dos problemas, colocando atividades que fazem parte do contexto real. Segundo Clarke e Roche (2018, p. 98), há critérios que deverão ser constituídos para preparar uma tarefa contextualizada:

- Apoiar a matemática para não a sobrecarregar.
- Deve ser real, ou pelo menos, que se possa conceber para o aluno.
- Deve ser variada, não se repitam mais e mais.
- Deve resultar em problemas reais para resolvê-lo.
- Deve ser sensível à cultura, gênero, e normas raciais e não excluir grupos de estudantes.
- Deve permitir que o estudante possa fazer um modelo matemático.

Tendo os cuidados referidos, podem-se explorar as tarefas matemáticas contextuais, pois elas irão proporcionar um raciocínio próximo da sua realidade, do seu universo real e tornarão o aprendizado mais próximo de seu raciocínio.

Quando se usa tarefas contextualizadas, os professores estabelecem a matemática em um problema prático em que o motivo é explicitamente matemático. Essas tarefas têm um foco matemático exclusivo como o ponto de partida e o contexto exemplificam isso. O contexto tem uma dupla finalidade de mostrar como a matemática é usada para resolver problemas no mundo e estimular os alunos a resolver o problema. (Clarke & Roche, 2018, p. 98).

A pesquisa direcionou atividades por meio de tarefas matemáticas contextualizadas para que os alunos as realizassem. Uma tarefa implica o desenvolvimento de uma atividade, devendo a tarefa ser direcionada ao que se propõe sob a forma de problemas, exercícios, investigações, projetos e tarefas de modelação (Ponte, 2005). No contexto de sala de aula em que se insere esta investigação, foram

aplicadas tarefas com características de problemas e de exercícios como uma estratégia alternativa, uma vez que,

para um ensino que segue uma estratégia alternativa, têm sido sugeridas muitas designações – “ensino por descoberta”, “ensino activo”, etc. O melhor termo, a meu ver, talvez seja o de “ensino-aprendizagem exploratório”. A sua característica principal é que o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem. A ênfase desloca-se da actividade “ensino” para a actividade mais complexa “ensino-aprendizagem”. (Ponte, 2005, p. 14).

Tal estratégia permitiu a exploração e o conhecimento prévio dos alunos, sem o auxílio, neste caso, da investigadora. Dessa forma, contribuiu para que a investigação percebesse e diagnosticasse o conhecimento trazido de suas experiências informais e que pudesse fazer conexão com o conteúdo estabelecido no momento da resolução das tarefas.

Na verdade, uma estratégia de ensino-aprendizagem exploratória, pretendendo evitar os efeitos negativos de começar pela introdução de informação conduzida pelo professor, corre o risco de não chegar a evidenciar a informação importante, deixando os alunos confusos e sem uma noção clara do que poderão ter aprendido. Por isso, os momentos de reflexão, discussão e análise crítica posteriores à realização de uma actividade prática assumem um papel fundamental. Ou seja, [...], não é tanto a partir das actividades práticas que os alunos aprendem, mas a partir da reflexão que realizam sobre o que fizeram durante essas actividades práticas. A aprendizagem decorre assim, sobretudo, não de ouvir directamente o professor ou de fazer esta ou aquela actividade prática, mas sim da reflexão realizada pelo aluno a propósito da actividade que realizou. (Ponte, 2005, p. 15).

Na pesquisa realizada por Clarke e Roche (2018) com os professores sobre tarefas matemáticas contextualizadas, houve como pontos importantes no questionamento das vantagens em empregar esse tipo de tarefa no ensino:

- As habilidades matemáticas e estratégias são feitas de forma objetiva e significativa, por estar situado em um contexto do mundo real.
- Aumenta a capacidade de pensar dos estudantes.
- Permite aos alunos para desenhar em uma variedade de compreensões e tópicos atrativos e relevantes para o que eles estão fazendo.
- Mais mãos à obra.
- Algumas foram boas para os estudantes que têm dificuldades com a matemática.
- Envolve estudantes avançados.
- Combina conhecimento e habilidades, por exemplo, uma tarefa pode precisar de medição, cálculo, lógica.
- Cada tarefa pode ser tomada em vários sentidos pelos estudantes. (p. 100).

Percebem-se os pontos positivos, conforme apontam Clarke e Roche (2018), na aplicação das tarefas matemáticas contextualizadas. Pois as atividades direcionadas com este tipo de tarefas, como problemas e exercícios, como estratégia de ensino e aprendizagem exploratória facilitaram, nesta investigação, identificar o conhecimento prévio da aprendizagem informal e ainda verificar os resultados dos direcionamentos da investigação.

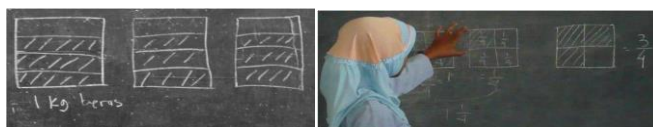
De certa forma, para ratificar a importância de se ter uma prática desenvolvendo uma aprendizagem contextualizada, Lubrica et al. (2018) enfatizam a necessidade urgente de se mudar o posicionamento dos professores tanto nas práticas com os alunos superiores quanto nas práticas com os alunos da educação básica. Para os autores, as situações do mundo estão dinâmicas, rápidas, tecnológicas e em um processo de uma grande construção da contextualização nas ações dos docentes, tendo em vista a demografia cultural em mudança.

Resultados do estudo fornecem oportunidades para contextualizar as práticas de ensino e destacam o contexto educacional para uma diversidade na formação dos professores. Abre portas para futuras pesquisas em relação ao contexto de ensino e aprendizagem em diversas áreas da educação confrontando as diferenças na sala de aula. Aumentando a capacidade dos pesquisadores em identificar professores e práticas de ensino eficazes. (Lubrica et al., 2018, p. 110).

No estudo de Lubrica et al. (2018), destaca-se que há necessidade de formar e conduzir um professor com práticas que oportunizem uma instrução por meio da contextualização. Os autores evidenciam que é efetiva a qualidade dessas práticas docentes quando se utiliza a contextualização, quando se inicia o planejamento de ensino em situação da vida real, empregando um aproveitamento ativo das habilidades e conhecimentos alcançados na perspectiva de um contexto, ao invés de simplesmente focar na retenção de habilidades e conhecimentos básicos. Lubrica et al. (2018) exemplificam um dos modelos de uma atividade simples por meio de uma aprendizagem contextualizada:

Uma família compra 25 quilogramas de arroz e come $\frac{3}{4}$ de um quilo a cada dia. Quantos dias podem 25 quilogramas de arroz durar?

Na sala de aula, os professores decidiram contar a história com o seu próprio problema e pediram aos alunos para ajudar o professor a resolver este problema. As tentativas iniciais dos alunos também sugeriram que alguns estudantes ignoraram o contexto, apesar do esforço do professor envolver o contexto dos alunos. Observaram-se os algoritmos formais, tais como o algoritmo da divisão, subtração e da multiplicação de frações incluindo alguns equívocos sobre frações. Percebendo as dificuldades dos



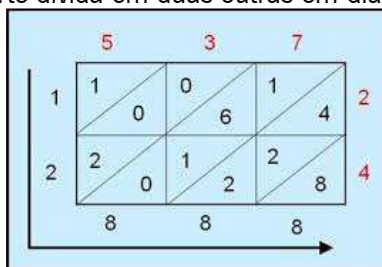
alunos, os professores introduziram um diagrama para representar o todo e pediram a alguns alunos para representar três quartos do conjunto [...]. A classe inteira fez a discussão sobre a interpretação de $\frac{3}{4}$ a partir de um diagrama, que serviu como um bom ponto de partida para apoiar os alunos a estabelecer a ligação entre o contexto e a matemática.

Os alunos foram capazes de construir esta representação e explorar mais estratégias [...]. (p. 153).

Percebe-se que somente a atividade de resolução de problemas por meio de uma aprendizagem contextualizada não consolidou no primeiro momento a compreensão, porém, quando os docentes perceberam a dificuldade existente e inseriram a representação visual para uma melhor compreensão, os alunos foram capazes de explorar mais estratégias.

Um outro exemplo, apresentado por Pontes et al. (2018), para que se tenha uma melhor compreensão da proposta da aprendizagem contextualizada, refere-se à utilização da multiplicação pelo método Hindu, que é um procedimento cultural estabelecido pela população Hindu e muito utilizada em suas atividades.

A multiplicação Hindu usa um retângulo para esta operação. Tome um retângulo e divida em quatro partes, cada parte dividida em duas outras em diagonal.



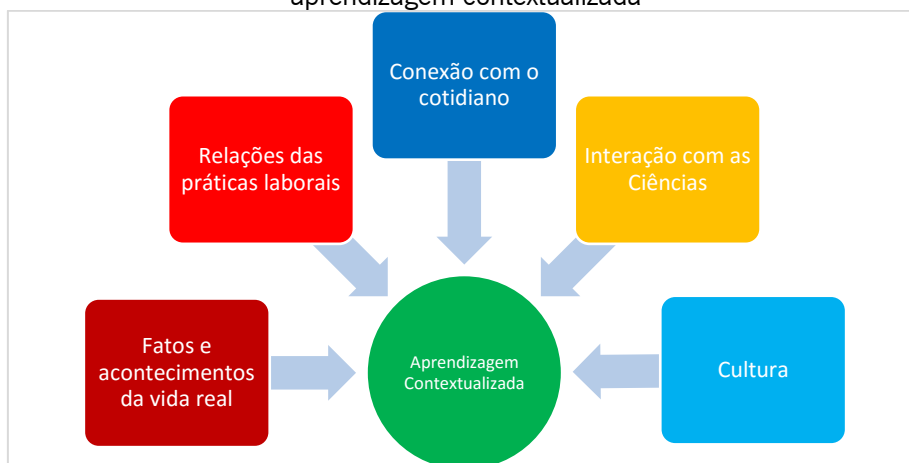
Divida cada casa do retângulo em duas partes em diagonal. Depois, coloque os dois números que serão multiplicados, como mostra a figura. Escrever em cada casa dividida o produto dos dois números colocados no alto da linha e da coluna à direita. Escreve-se o algarismo da dezena na meia casa superior e o da unidade na meia casa inferior. Por exemplo, e assim por diante, como mostra a figura. Somam-se depois todos os algarismos de cada diagonal, partindo da direita para a esquerda e de baixo para cima, por exemplo: 1ª diagonal: 8; 2ª diagonal 4+2+2; e assim por diante. Se necessário, guarda-se o resto de uma diagonal para a seguinte. A leitura do resultado da multiplicação é feita do alto da esquerda para a parte baixa da direita, isto é, 12888. Conclusão: A criança vai entender que este processo é divertido e bastante criativo, desta forma poderá se motivar a continuar buscar outras atividades similares. (Pontes et al., 2018, p. 12).

É sabido que o exemplo acima utilizou a aprendizagem contextualizada, porém, não promoveu uma atividade com conhecimentos próximos dos alunos, mas se nota que podem ser estabelecidos conhecimentos distantes, de forma que o docente tenha um conhecimento real e um domínio daquilo que ele contextualizou.

Para se utilizar uma contextualização da atualidade, e conhecida pelo mundo todo, o avanço do Coronavírus, a pandemia que se efetivou nesse ano de 2020, pode ser explanado no conteúdo da Progressão Geométrica (PG). Identificando os termos que serão utilizados e posteriormente encontrando a razão com que se propagou o vírus, pode-se utilizar o gráfico dessa PG e conferir uma função exponencial.

É sabido que a aprendizagem contextualizada desenvolve atividades com os fatos e acontecimentos da vida real. Também interage com outras ciências, assim como estabelece relações entre os fatos e os conhecimentos próximos, podendo ser também distantes do que se conhece. Sendo assim, na Figura 11, apresentam-se algumas relações de conexão de uma aprendizagem contextualizada, conforme as situações encontradas nas pesquisas e autores mencionados.

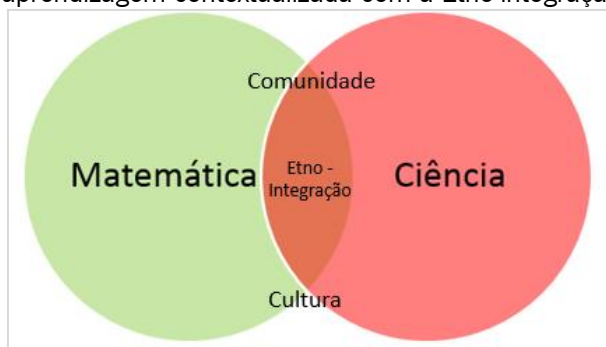
Figura 11: Representação da conexão das atividades que interagem para a inserção de uma aprendizagem contextualizada



Com base na Figura 11, confirma-se o uso das ciências interagindo no processo de ensino e de aprendizagem com a aprendizagem contextualizada, usando um termo denominado Etno-integração que fez parte desta investigação. A utilização da etno-integração por meio das atividades laborais é conhecida na comunidade da educação matemática como uma tendência de ensino da Matemática denominada Etnomatemática, que utiliza as ações culturais para o desenvolvimento do processo de ensino e de aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Para Berlin (2016), em tal integração, conjuntamente com princípios de pedagogia baseados no lugar, “o ensino e a aprendizagem ligam-se a atividades de instrução integrada na comunidade e na cultura dos estudantes” (p. 191), conforme a representação adaptada por esta autora (Figura 12):

Figura 12: Representação da conexão das atividades que interagem para a inserção de uma aprendizagem contextualizada com a Etno-integração



Nesse sentido, Berlin (2016) enfatiza:

A contextualização do ensino de ciências e matemática integrada na aprendizagem (etno-integração) através da comunidade e da cultura é uma abordagem inovadora para proporcionar aos alunos oportunidades únicas para:

1. Investigar as relações importantes entre a cultura e a matemática e a ciência;
2. Desenvolver uma consciência das relações entre as reais necessidades e interesses dos seres humanos e o desenvolvimento da matemática e da ciência;
3. Desenvolver uma compreensão da história e desenvolvimento do conhecimento em matemática (por exemplo, números, espaço e padrões); ciências (por exemplo, astronomia, biologia, botânica, química, física, ciências da terra); e suas aplicações (por exemplo, agricultura, antropologia, arquitetura, engenharia, têxteis);
4. Desenvolver uma compreensão da história e desenvolvimento do conhecimento em matemática e as ciências relacionadas com as artes, história, literatura, música e religião;
5. Desenvolver uma consciência da compreensão e apreciação dos conhecimentos científicos e da matemática, e avanços e tecnologias desenvolvidas por seus ancestrais;
6. Identificar e conectar o currículo de matemática para a ciência e a cultura de cada um para enriquecer o currículo por meio de atividades exclusivas, atraentes e relevantes;
7. Desenvolver consciência, sensibilidade, apreço, respeito e orgulho na cultura das pessoas; e
8. Manter e sustentar a unicidade e a integridade da própria cultura. (pp. 191–192).

Percebe-se que os pontos positivos desenvolvidos na ação da contextualização ultrapassam os limites de uma aprendizagem tradicional, sem levar em consideração as relações das tarefas com a matemática contextual.

Um relatório da Comissão da Secretaria em Adquirir Habilidades Necessárias (SCANS) em 1990 enfatizou que as habilidades interpessoais, de tomada de decisão e planejamento, juntamente com o conhecimento de quando e como se aplicar estas habilidades dentro do contexto local de trabalho é muito importante. Este mesmo relatório indicou que o ensino dessas habilidades exigiria abordagens instrutivas com enfoque no saber cooperativo, modelos de aprendizado e trabalho em equipe.

Deste modo, a instrução contextualizada aponta diretamente o desenvolvimento das habilidades e conhecimentos que os alunos adultos e jovens precisam a fim de lidar com situações específicas ou apresentar tarefas específicas em suas vidas diárias. (Lubrica et al., 2018, p. 111).

Além disso, a investigação realizada preocupou-se em analisar os contextos profissionais dos pedreiros e catadores de materiais recicláveis, de forma a contextualizar as vivências dos trabalhadores nas atividades de uma aprendizagem contextualizada, com os cuidados de uma interpretação equivocada para o uso da matemática contextualizada.

Problemas contextuais permitem aos alunos iniciar com representação diagramática ou menos estratégias eficientes. Eles fornecem oportunidades para professores para discutir a progressão de estratégias com os alunos, em vez de concentrar-se somente em estratégias mais eficientes associadas com algoritmo formal. (Widjaja, 2013, p. 154).

Para tanto, o contexto inserido nas atividades como resolução de problemas dá significados próximos e conhecidos dos alunos, sendo essencial agregar o contexto com algo familiar e não distante do aprendente, seja em toda fase do aprendizado em que se encontra o aluno. Isso não quer dizer que não se pode aplicar contextos distantes das realidades, pois também ocorrerá o aprendizado, mas se precisará de mais atenção e cuidado na construção das atividades.

Conforme atividade desenvolvida com alunos do curso de Licenciatura em Matemática, moradores da cidade de Tabatinga no Amazonas (Brasil), a professora propôs fazer uma atividade contextualizada, porém, distante da realidade dos alunos, sendo a construção de uma maquete da capital Brasília (Brasil), obtendo-se resultado positivo e produtivo.

Pois, segundo Oliveira & Alves (2011), foi ratificado que a atividade, por meio de contextualização mediante a realidade, evidenciou que a aprendizagem ocorre quando a contextualização também não é vinculada ao meio em que se encontram os docentes e discentes, “mas também na contextualização do algo inusitado e inovador” (p. 34).

Entretanto, a contextualização na atividade da maquete estava direcionada para conhecer áreas de edificações diferenciadas existentes na capital do país, Brasília (Brasil), tão conhecida com sua arquitetura diversificada pelos meios de comunicação. Sobretudo, as figuras geométricas estão presentes em todos os espaços existentes. Então, apesar de a maquete ser uma contextualização de uma cidade que não era conhecida pelos alunos, as figuras geométricas que faziam parte do processo de construção eram familiares.

Assim,

analisamos o papel do contexto nas tarefas matemáticas, entendendo como contexto o universo conceptual associado a cada tarefa, que pode remeter para um campo da vida quotidiana, do qual o aluno pode ter maior ou menor experiência pessoal, ou remeter apenas para o universo matemático. Começamos por apresentar diferentes abordagens sobre o papel do contexto nas tarefas matemáticas para, numa segunda parte, analisarmos alguns exemplos de tarefas em diversos contextos, procurando identificar as suas implicações no processo de aprendizagem. (Ponte & Quaresma, 2012, p. 196).

Dessa forma, o contexto nas tarefas matemáticas em muitas situações já está inserido em sua problematização, seja por procedimentos de modelagem, históricos, símbolos, nas ideias, conceitos, nas estratégias de resolução. Porém, deve-se ter o cuidado em saber produzir uma atividade que tenha uma lógica e um desenvolvimento matemático.

Como exemplo disso, como a investigadora é docente de Matemática há 20 anos, em um certo momento em que ministrava a disciplina Estágio Supervisionado do Curso de Licenciatura em Matemática, foi solicitado que os alunos planejassem uma aula com atividades contextualizadas. Um de seus orientandos de estágio formulou o seguinte problema: “Uma banana amadurece em 7 dias, então em quantos dias um cacho de banana amadurecerá?”. Esta atividade foi formulada por meio de resolução de problemas contextualizada para os alunos do 6º ano da Educação Básica Fundamental II, aplicando a utilização da regra de três.

Levando em conta o que foi observado, nota-se que, apesar da contextualização, não existe lógica no desenvolvimento matemático para que ocorresse de fato a aprendizagem, pois não estaria de acordo com o processo real de maturação das bananas, e indicou uma ausência de um conhecimento responsável e lógico para a elaboração da atividade. Sendo assim, é essencial o uso de atividades contextualizadas com o conhecimento efetivo e real do que irá planejar em sua contextualização.

Em virtude dos argumentos apresentados, esta investigação assume a aprendizagem mediante princípios da Teoria Construtivista, tendo em consideração aspectos definidos por Vygotsky (2002), Piaget (2003) e Werquin (2010). A aprendizagem ocorre pela construção do próprio conhecimento, que não se constrói passivamente pelos sentidos e pela comunicação, mas pela ação do aluno que o recebe, interagindo com o ambiente e as experiências que vivenciam. Sobretudo, a investigação foi norteadada pela aprendizagem informal conceituada por Gohn (2006), como evidenciam os dois contextos profissionais – alunos que tinham suas atividades laborais: na construção civil e na coleta de materiais recicláveis, ocorrendo a investigação nos seus ambientes de trabalho. Dessa forma, nesta investigação, a aprendizagem informal é um processo de socialização dos alunos, gerada por conhecimentos de um grupo, na influência mútua dos fatos vividos, o que promove o desenvolvimento de hábitos, condutas, formas de pensamento, características de linguagem, crenças. Procura-se assim analisar o

conhecimento e a aprendizagem informal dos alunos no uso da matemática na construção civil e na coleta de materiais recicláveis, identificando conteúdos matemáticos, o que encontra eco na Etnomatemática de D'Ambrosio (1998), que são transmitidos de gerações para gerações. A interligação dos cenários de trabalho com o contexto de sala de aula resulta na aplicação de tarefas matemáticas contextualizadas (Clarke & Roque, 2018), sob a forma de problemas. A resolução deste tipo de tarefas segue as acepções de Polya (2006) e de Onrubia et al. (2004), formuladas no contexto das atividades da construção civil e coleta de materiais recicláveis. Dado o exposto, a resolução de problemas é uma atividade que promove o desenvolvimento das capacidades de raciocínio e de comunicação matemática dos alunos.

Nesta investigação, considerando o conceito de El Gaidi e Ekholm (2015), a aprendizagem contextualizada é o processo de ensino e de aprendizagem que ocorre para a compreensão de conteúdos matemáticos a partir de situações concretas das experiências de trabalho.

CAPÍTULO 3

A ETNOMATEMÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

No Capítulo 3, apresentam-se o conhecimento e os tipos de conhecimento para que se possa compreender os aspectos que serão delineados na investigação. O conhecimento pode ser detectado em várias dimensões, seja como um conhecimento individual, de grupo ou de comunidade. Porém, esse conhecimento é de forte utilização para se fazer conexão ao processo de ensino e corroborar a efetivação da aprendizagem. Dessa forma, os conhecimentos serão extraídos de duas tendências de ensino, com o foco em se produzir uma prática de ensino voltada para a “Etnomatemática” e as formulações das tarefas com predominância na “Resolução de Problemas”. A “Etnomatemática”, no contexto da investigação, será parte integrante da análise dos conhecimentos matemáticos tácitos individuais e dos grupos, nas especificidades do contexto profissional da construção civil, pedreiros e ajudantes de pedreiros, e no contexto profissional dos catadores de material reciclável em galpões. Dessa forma, serão apresentadas várias dimensões do uso da Etnomatemática, tais como o olhar de estudiosos e de como se efetiva o procedimento da aprendizagem nesta tendência de ensino. Enfatiza-se a importância do ensino da matemática aplicando a “Etnomatemática”, a valorização e conexão com as culturas de diversos contextos no processo de ensino e aprendizagem. Além disso, as situações encontradas na “Etnomatemática” podem ser elaboradas nas atividades de “Resolução de Problemas”, que auxiliam na construção de tarefas para levar o conhecimento matemático tácito, ou conhecimento informal dos grupos de trabalho com base nesse formato.

3.1. Etnomatemática: a aprendizagem efetivada por meio do conhecimento

O estudo viabiliza ações do processo de ensino e de aprendizagem utilizando a Etnomatemática. Muitos teóricos, que serão referenciados nesta seção, apontam-na como uma metodologia de ensino que utiliza o conhecimento tácito para introduzir o conhecimento explícito e, de certa forma, espera-se, por meio dessa interação dos conhecimentos, a efetivação da aprendizagem formal. É importante referir que a utilização do conhecimento tácito é direcionada às atividades que foram ou que são passadas de indivíduos para indivíduos, podendo ser um conhecimento individual perpassado entre os demais indivíduos do grupo. Essa tendência de ensino, introduzida no Brasil na década de oitenta por Ubiratan D'Ambrosio, dinamiza os conteúdos matemáticos em relação às práticas sociais, de grupos, nas atividades laborais, nas tribos, ou seja, nas ações que demandam a matemática informal e que possam auxiliar a matemática formal. Para tanto, como qualquer forma de ensinar, as metodologias propostas

devem ser planejadas e os conteúdos que serão ministrados para interagir com o conhecimento extraído da Etnomatemática devem ser levados em consideração.

A mudança na instrução da matemática no contexto escolar, para que melhore a demografia dos alunos nas salas de aula da matemática, faz-se necessária. Alguns estudiosos evidenciam uma teoria da importância cultural pedagógica, que promova um ensino e aprendizagem com um paradigma crítico, propondo conexões explícitas do universo cultural dos alunos com a dinâmica das instituições de ensino regularizadas pelos governos (Rosa & Orey, 2011). Para esses autores, é necessário fazer a integração do currículo cultural no currículo da matemática, pois “esse tipo de currículo de matemática examina a congruência cultural entre os alunos, comunidade e escola, o que indica o respeito dos professores pelas experiências culturais de seus alunos” (p. 33). Para se fazer essa conexão, o professor deve ficar atento ao conhecimento tácito dos alunos e respeitar as diversas culturas e linguagens identificadas. Contudo, para utilizar esses elementos, os professores devem aprofundar-se nas identidades étnicas e culturais com a finalidade de compreender a Matemática como um elemento social. Nesse sentido, a Matemática “foi ensinada em escolas como um assunto culturalmente livre que envolvia a aprendizagem supostamente universal aceitando fatos, conceitos e conteúdos. Isso significa que a matemática ocidental ou acadêmica consiste em um corpo de conhecimento de fatos, algoritmos, axiomas e teoremas” (, p. 34). Com esse novo olhar, levando em consideração a cultura, inicia-se no processo educacional um novo formato da matemática não livre da cultura. A contextualização da Matemática integrada à Matemática aplicada nas práticas do contexto social dos diferentes grupos, segundo Rosa e Orey (2006), contraria que a “matemática moderna é universal, objetiva e culturalmente neutra” (p. 20). Rosa e Orey (2011) definem a Etnomatemática fundamentada no conceito dos estudos de D’Ambrosio, para muitos considerado o criador da Etnomatemática no Brasil.

Mathema significa explicar e compreender o mundo, a fim de transcender, gerenciar e lidar com a realidade para que os membros de grupos culturais possam sobreviver e prosperar, e os tiques se referem a técnicas como contar, ordenar, classificar, medir, pesando, cifrando, classificando, inferindo e modelando (p. 35).

Nesse sentido, Rosa e Orey (2011) acrescentam que,

No contexto de etnomatemática, muitos grupos culturais diferenciados conhecem a matemática de maneiras que são bastante diferentes da matemática acadêmica, como ensinada nas escolas. A tendência considera essas práticas matemáticas ad hoc como não sistemáticas e não teóricas. Por outro lado, o estudo da etnomatemática está subjacente a uma estrutura de investigação ad hoc de práticas matemáticas, considerando como essas práticas e técnicas de solução de problemas pode ser desenvolvido em métodos e teorias. Como diferentes tipos de problemas são comuns em diferentes culturas, os tipos de soluções, métodos e teorias desenvolvidos podem

diferir de cultura para cultura. Nesse sentido, o que é reconhecido como um problema e uma solução em uma cultura pode não ter sentido algum em outra. (pp. 36-37).

Sendo assim, a importância da Etnomatemática é a validação da matemática implícita nas culturas dos grupos. As explicações matemáticas e sua formulação, as formas como determinados grupos efetuam as suas resoluções de problemas, assim como o conhecimento acumulado e perpassado, são fatores que, para sua validação, permitem explorar o conhecimento informal das atividades identificadas.

A Matemática, para Rosa e Orey (2011), “é um conjunto de representações simbólicas culturalmente construídas e procedimentos que facilitam a manipulação dessas representações [...]”, ou seja, as “habilidades matemáticas que os alunos aprendem nas escolas não são logicamente construídas com base em estruturas cognitivas abstratas, mas forjadas a partir de uma combinação de conhecimentos e habilidades e novos insumos culturais” (p. 38). Contudo, Rosa e Orey (2011) orientam que

Educadores e professores devem procurar problemas retirados da realidade dos alunos que traduzem sua compreensão aprofundada de situações da vida real por meio da aplicação de atividades culturalmente relevantes. Esse processo permite que os alunos assumam posições socioculturais, políticas, ambientais e econômicas em relação ao sistema em estudo. (pp. 40-41).

Portanto, as salas de aula são um “caldeirão” de cultura e de informações diversificadas culturalmente. Para valorizar e reconhecer esses saberes, retirados da realidade dos alunos, a Etnomatemática concilia os saberes com a matemática formal. Nesse sentido, a partir da década de oitenta do século passado, vem crescendo o número de investigações que estão possibilitando conhecer as atividades realizadas com enfoque na Etnomatemática. Exemplo disso, em 2004, foi criado um Grupo de Pesquisa sobre a Etnomatemática pela Universidade Federal Fluminense, que inicialmente surgiu com uma demanda para a melhoria dos estudos e aplicações na modalidade de ensino de Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Porém, com o passar do tempo, os membros do grupo perceberam a necessidade de ampliar os objetivos e seus estudos, de forma a estender à participação dos professores da rede pública e investigadores. Conforme Fantinato et al. (2018, p. 632), “os estudos do Grupo eram dirigidos a reflexões teóricas que auxiliassem na delimitação da área, assim como na busca por elementos que possibilitassem desenvolver um trabalho em Etnomatemática no cotidiano das salas, especialmente, da Educação de Jovens e Adultos (EJA)”. Percebe-se que as buscas de alternativas para melhorar o acesso

dos alunos em torno dos conhecimentos matemáticos formais são necessárias, ainda mais quando se trata de um público que não está na faixa etária de estudo regularizado pelas leis educacionais para a Educação Básica, e ainda que passaram alguns anos longe dos ambientes escolares. Sobretudo, a Etnomatemática permite acesso e conhecimento da Matemática introduzida em vários campos para estudo, às vezes em ambientes pouco explorados, conforme referem Fantinato et al. (2018):

Nesse caminho nos deparamos com o desafio da ausência de literatura específica que tratasse das questões da Etnomatemática em um contexto inóspito de uma prisão. Estávamos diante de um problema que acreditamos ser relevante e original para a área e devia ser pesquisado, tínhamos muitas questões de ordem metodológica e na literatura. (p. 636).

Observa-se que a prisão, como denominada pelos autores, torna-se um ambiente de um grupo que está vivendo e tendo as mesmas experiências diárias, ou seja, são ações comuns de um determinado grupo. Quem poderia pensar em extrair desse contexto uma Matemática que pudesse ser exemplificada para a compreensão da matemática formal? Sim, há como extrair desse grupo a matemática formal, porém, é necessário planejamento e adequação dos conteúdos direcionados, conforme apresenta o relato da experiência vivenciada por Fantinato et al. (2018):

Como professora de uma escola inserida em contexto prisional, tínhamos afinidade e proximidade com o contexto onde a pesquisa seria realizada, mas faltava o olhar acadêmico que nos permitisse observar o fenômeno, delimitar um tema/problema e as nuances pertinentes da pesquisa científica, delineadas pelas autoras. (p. 637).

Planejar permitirá nortear o que se pretende produzir com a interação do conhecimento matemático tácito do grupo com o conhecimento matemático explícito para a concretização da aprendizagem, de forma que se observe o fenômeno, delimite um tema e adeque as conexões encontradas. Segundo Fantinato et al. (2018), “tínhamos um grande desafio com a pesquisa: entrelaçar e formar uma base teórica sólida para escrevermos sobre Educação de Jovens e Adultos em privação de liberdade e Etnomatemática com a prisão como pano de fundo” (p. 637). A Etnomatemática proporciona interagir com situações delicadas, mas necessárias para o desenvolvimento do conhecimento formal, pois pode conciliar um contexto de difícil exploração e se transformar num contexto de aprendizagem. Na visão de Fantinato et al. (2018),

Em primeiro lugar, a pesquisa em Etnomatemática tem cada vez mais utilizado referenciais pertencentes a outras áreas de conhecimento, o que tem contribuído para uma amplitude maior de discussões e reflexões sobre a natureza do conhecimento matemático e, mais particularmente, das ideias matemáticas ou práticas socioculturais presentes em diferentes contextos culturais.

Além disso, o acesso a referenciais alternativos permitiu conhecer pontos de vistas, perspectivas e experiências decorrentes da natureza do pensamento antropológico e das relações sociais envolvidas em processos informais de aprendizagem. Estas interfaces têm importância fundamental para compreender a natureza do pensamento e dos processos e técnicas envolvidas em práticas sociais. Estabelecem conexões de reflexões sobre como agentes de cognição estão efetivamente operando em um plano de formação de ideias matemáticas, baseada em técnicas e processos absorvidos e filtrados em um grupo sociocultural, localizado em uma região geográfica.

O contato com outros ambientes de ensino e de formação acadêmica permitiu a troca de experiências e a discussão de especificidades existentes em diferentes locais de contexto regional, gerando a socialização de conhecimentos, experiências e referenciais utilizados, em estudos de pesquisa social. (2018, pp. 644-645).

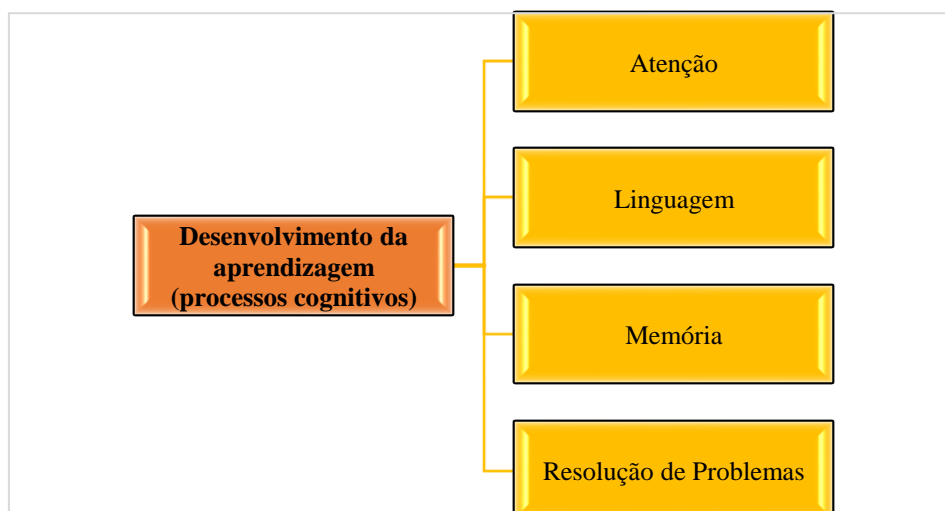
Os diferentes contextos proporcionam uma intensa produção da matemática inserida nas realidades vivenciadas. Porém, este contexto, também, pode ser retirado de uma situação não vivenciada pelos alunos, situações que estimulam o uso da matemática informal. Exemplo disso, pode-se utilizar a Etnomatemática existente no universo dos leitores de revistas em quadrinhos, experiências que não são vivenciadas pelos leitores, mas, sim, uma experiência visual e emocional das situações encontradas nas histórias contadas.

Com essa diversidade de construção e estímulos, o estudo de Fantinato et al. (2018) evidenciou a Etnomatemática como uma tendência de ensino da Educação Matemática, sendo, também, uma área de pesquisa. Inicialmente, teve o interesse em proporcionar um contributo da Etnomatemática para a prática docente, em especial no ensino da EJA. Sobre Etnomatemática, Costa e Lucena (2018) indicam que

Tal intenção decorre do nosso entendimento de etnomatemática como um processo educativo cultural e de cognição matemática. Para tanto, tomamos como base a premissa de que o desenvolvimento da aprendizagem deriva de processos cognitivos como a atenção, a linguagem, a memória e a resolução de problemas como elementos básicos na construção do conhecimento sociocultural de um indivíduo e que essa derivação se expressa, se diferencia e fundamenta as práticas de distintos grupos culturais. (p. 120).

Ou seja, considera-se a Etnomatemática como um processo cultural, enfatizando a introdução da cognição matemática dos grupos, conforme a representação na Figura 13, que apresenta elementos importantes para a construção desse processo educativo.

Figura 13: Construção do processo educativo pela Etnomatemática



(Costa & Lucena, 2018, p. 120).

O processo da Figura 13 indica que o desenvolvimento da aprendizagem na Etnomatemática apresenta-se inicialmente pela atenção, no sentido de se atentar nas possibilidades das ações matemáticas desenvolvidas pelos grupos, posteriormente identificar as linguagens concebidas nos grupos e transpô-las para a linguagem matemática, de forma que promova a interação dessas linguagens, e a memória que auxilia nas ações do conhecimento tácito que foram passados por gerações, finalizando com o desenvolvimento das resoluções de problemas. Esse processo determinado por Costa e Lucena (2018) foi fundamentado nas experiências vivenciadas pelas pesquisadoras. No caso, Costa (2009) fez um estudo sobre a Etnomatemática no universo das mulheres da etnia ticuna, realizado em 2012. Para Costa e Lucena (2018),

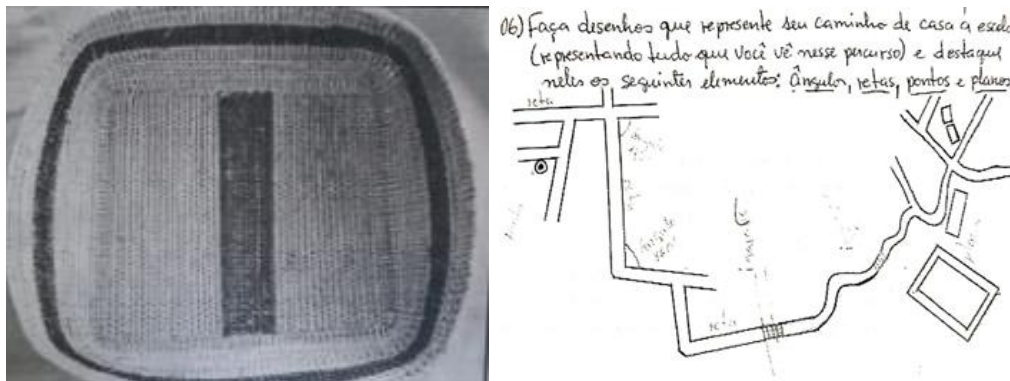
Os demais estudos que embasam nossa reflexão não aparecem de modo prioritário, mas foram fundamentais para compreendermos que, direta ou indiretamente, os processos cognitivos são ferramentas intelectuais que permitem a criação, o enfrentamento e a resolução de situações-problema gênese de conhecimentos que são repassados de geração em geração em um contexto sociocultural específico. (p. 121).

Dessa forma, vê-se a importância dos processos cognitivos em relação à atenção, linguagem, memória e resolução de problemas. Como cada grupo tem as suas especificidades, deve-se levar em consideração os elementos apresentados, os quais foram constantes na investigação realizada (Costa e Lucena, 2018). Sendo assim, autoras entendem a Etnomatemática como um “processo educativo, cognitivo, que se ocupa de solucionar situações-problema, validar, reconhecer e difundir conhecimentos

construídos por pessoas de uma mesma cultura, o significado que dão às coisas do mundo e as relações que estabelecem com todos os ecossistemas” (Costa e Lucena, 2018, p. 121).

A Figura 14 faz uma representação de situações vivenciadas por toda comunidade no processo educativo por meio da Etnomatemática nos contextos de uma comunidade indígena, atividade realizada por Costa e Oliveira (2009).

Figura 14: O uso do conhecimento matemático no caminho para a escola e na criação de cestos



(Costa & Oliveira, 2009, pp. 41-61).

É notável o conhecimento matemático tácito que a figura faz despertar de tópicos da matemática, podendo estabelecer a conexão dos conteúdos abstratos nas concepções reais transformando-os em conhecimento matemático explícito.

Contudo, Costa e Lucena (2018) afirmam que a educação formal, em seu contexto tradicional, não utiliza esse processo educativo, visto que ainda é um campo paralelo e distante da realidade de muitos. Deve-se levar em consideração que, por mais de quatro décadas de pesquisas e estudos, houve a constatação de que a aprendizagem e as práticas matemáticas não são atividades genuinamente intelectuais porque elas fazem conexões e possuem influências sociais e culturais. Dessa forma, é importante efetivar a aprendizagem da Matemática e não se tornar somente um indivíduo passivo no acúmulo de informações, pois a Etnomatemática é encontrada nos processos conectivos.

Daí a importância de conhecermos os aspectos cognitivos mobilizados no contexto das atividades desenvolvidas por diferentes grupos culturais como indígenas, ribeirinhos, quilombolas, agricultores, marceneiros, pescadores, feirantes, etc., pois suas práticas evidenciam uma aprendizagem contextual e um processo de transmissão de saberes, como os presentes no ato de confeccionar, plantar e colher, esculpir, pescar, construir, preparar alimentos, construir moradias, dentre tantos outros.

A forma como os membros de um grupo cultural se concentram, raciocinam, percebem, memorizam e comunicam, reflete aspectos cognitivos que devem ser compreendidos para serem considerados ao pensarmos o ensino, em especial da matemática, pois a compreensão de conceitos específicos não se dá isoladamente, mas numa interação

entre sistemas que é viabilizada pela estrutura cognitiva de cada indivíduo. (Costa & Lucena, 2018, p. 122).

O conhecimento matemático tácito inserido nas vivências de grupos sociais permite a elaboração de várias metodologias e conteúdos matemáticos, propondo o conhecimento matemático explícito nas situações matemáticas abstratas, ocorrendo a interação entre os sistemas. No caso desta investigação, a Etnomatemática está direcionada aos contextos profissionais, da construção civil e dos catadores de materiais recicláveis. De fato, não é uma condição fácil de associar, pois necessita da compreensão nos aspectos dos pensamentos direcionados aos grupos e que poderão ser utilizados no processo do ensino e de aprendizagem, por meio da Etnomatemática, e que possam ser agregados às atividades socioculturais. Ao agregar as atividades socioculturais, “a cultura forma uma cognição e a Etnomatemática dá visibilidade à diversidade de educação cognitiva, pois evidencia, reconhece e aceita a pluralidade cultural das pessoas, permite e valoriza o manejo dos recursos (físicos e/ou mentais)” (Costa & Lucena, 2018, p. 122). De certa forma, contribui para um modelo diferente de apresentar e elaborar os conteúdos matemáticos, possibilitando uma ação distante dos exemplos das concepções tradicionais, recorrendo à criação de processos sem o uso do ensino e aprendizagem tradicionais.

Cada grupo possui a sua linguagem específica e por meio dela elaboram-se ferramentas de comunicação: “A linguagem está na forma como o ser humano manifesta sua vontade, seus anseios, suas angústias, seu fazer e também sua forma de aprender, seja em comunidades ribeirinhas, em uma aldeia indígena ou em uma metrópole” (Costa & Lucena, 2018, p. 123). Nota-se que a linguagem dinamiza as relações dos grupos e promove ações de lazer, trabalho, cultura e sociais. Com base nessas ações, podem-se retirar conexões das atividades realizadas para o contexto da matemática formal.

No contexto de grupos culturalmente identificáveis, muitas atividades do convívio social se expressam segundo formas particulares e específicas de linguagem. Neste sentido, os cestos produzidos por mulheres ticunas, no extremo oeste do estado do Amazonas, as redes de pesca confeccionadas por pescadores em comunidades ribeirinhas do município de Parintins, os modos de medir e calcular de grupos de carpinteiros, as unidades de medidas utilizadas por feirantes no Mercado Ver-o-Peso, em Belém, podem ser representativos de uma forma de linguagem que se constitui expressão de pensamentos e se materializa não apenas por meio de palavras, mas também por meio de procedimentos e gestos indicativos de tempo, de espaço, de aceitação, negação, afeto, avaliação, quantificação. (Costa & Lucena, 2018, p. 123).

A amplitude que a Etnomatemática pode ser aplicada é enorme. Conciliar os fatores existentes dos processos das realidades vivenciadas e dos produtos encontrados pelos grupos e inserir essas informações tão importantes no processo de ensino e de aprendizagem contribuem para uma dinâmica

diferente e rica de informações na educação formal. De certa forma, a Etnomatemática utiliza a memória que estabelece comportamentos sociais. Para Costa e Lucena (2018), “a disposição natural que temos para recordar, buscar informações na memória, acompanham a evolução do ser humano e, influenciada pelo contexto, constitui um mecanismo de aprendizagem e determinação de comportamento” (p. 125). Por meio da memória, é estabelecida a cultura, pois repassa os conhecimentos do grupo para seus descendentes, permeando o conhecimento e não permitindo o esquecimento das ações dos ascendentes. Com base nesta perspectiva,

O ser humano se diferencia dos outros animais por sua capacidade mental de, a partir de diferenças minúsculas nos detalhes de suas conexões neurais, processar informações, programar comportamentos diferentes diante das variações ambientais e acumular aprendizagens. Nessa perspectiva, a análise do processo de confecção dos trançados de cestos e esteiras Ticuna nos permite pensar que este seja um exemplo dessa disposição dos elementos que determinam o comportamento, representada na figura acima, uma vez que as ações são determinadas a partir da interação e integração de informações armazenadas na mente (memória das tecedoras) e da memória cultural que dita regras de comportamentos na aldeia. (Costa & Lucena, 2018, p. 126).

Essas representações da memória sofrem influência do meio. A memória, para um indivíduo consciente, promove as relações visual, sensorial, espacial e existencial.

Assim sendo, no contexto da etnomatemática, as percepções visuais, auditivas e espaciais decorrem, também, dos significados construídos no convívio sociocultural, por exemplo, a maneira como um sujeito percebe que seu aprendiz cometeu um equívoco ao entrelaçar as fibras para confeccionar um paneiro, ou como um agricultor percebe que a “cova” não está com a profundidade adequada ao plantio da semente evidencia sua percepção visual e sua habilidade para inferir sobre as consequências do ato percebido. (Costa & Lucena, 2018, p. 126).

Ademais, a memória, segundo Costa e Lucena (2018), “é o conjunto de processos pelos quais as informações adquiridas conservam-se ou reconstróem-se e se tornam disponíveis para utilização em momento adequado” (p. 127) e estabelece comportamentos, que, de certa forma, moldam as direções da convivência do grupo.

Ao introduzir a Etnomatemática para a ação do professor na produção de uma metodologia para as suas aulas, o professor ativa os elementos cognitivos, a atenção, a linguagem, memória e resolução de problemas.

A resolução de problemas, independente do contexto cultural, mobiliza e articula diferentes processos cognitivos. No âmbito da confecção de cestaria, por exemplo, a escassez de matéria-prima se constitui uma situação-problema. Para enfrentá-la e solucioná-la, inicialmente, a tecedora mobiliza a atenção para perceber que para

encontrar determinada fibra ou pigmento necessita, com o passar do tempo, andar distâncias cada vez maiores. (Costa & Lucena, 2018, p. 130).

Costa e Lucena (2018) exemplificam essa situação identificada nas indígenas da etnia Ticuna que fizeram parte da sua investigação,

Quando finalmente encontram uma matéria-prima que, aparentemente, sirva aos seus interesses, a ticuna submete-a ao processo de confecção e concomitantemente realiza uma avaliação do comportamento da matéria-prima em uso. Para tanto, mobiliza a atenção, a percepção e a memória. Se a nova matéria-prima permitir a confecção de um cesto com as mesmas características e qualidade dos tradicionalmente confeccionados com a matéria em escassez se tornará, então, a solução para aquela situação-problema e por meio da linguagem será comunicado ao grupo cultural um novo saber. (p. 131).

No caso, fazendo um breve comparativo do contexto profissional da construção civil, podem-se verificar os comportamentos nas produções do processo dos vários tipos de massa, alinhamento das edificações, sequência e ordenamento dos tijolos, divisão do espaço, até mesmo os cuidados profissionais no ambiente do trabalho e a questão de gênero. A mesma situação é encontrada no contexto dos catadores dos materiais recicláveis, na forma de estabelecer e discernir os materiais e a seleção deles, o comportamento como um agente ambiental e também a questão do gênero. Portanto, para Costa e Lucena (2018),

No Brasil, são crescentes e diversificados os interesses quanto às questões de aprendizagens culturais, inclusive no âmbito educacional formalizado como a escola. Mas, ainda são incipientes as ações educativas que respeitam os valores e significados das culturas minoritárias. É necessário compreendermos como as pessoas aprendem para podermos pensar em configurações adequadas de ensino. (p. 131).

É indispensável incluirmos como as pessoas aprendem para podermos refletir em formas apropriadas de ensino. Contudo, Monteiro et al. (2019) utilizaram a Etnomatemática para verificar aspectos colaborativos para o processo das “questões teórico-metodológicas relacionadas ao processo de ensino e de aprendizagem das matemáticas na Educação Básica e questões relativas ao processo de formação inicial e continuada do docente de Matemática desse nível de ensino” (p. 3). Os autores fizeram uma análise documental para identificar a Etnomatemática em suas ações que proporcionaram distintos tipos de enfoques em vários contextos, enaltecendo as suas conjecturas que são decorrentes das ações culturais em que os sujeitos fazem parte. Monteiro et al. (2019) fizeram uma análise de estudo com base nos trabalhos enviados para o evento promovido pela Escola de Inverno de Educação Matemática, Encontro Nacional PIBID-Matemática e Encontro Gaúcho de Educação Matemática. As análises

realizadas foram de 2012 a 2018, tendo identificado os autores que o evento recebeu 12 trabalhos com o foco na Etnomatemática. Assim,

por meio desta pesquisa realizada, percebeu-se que entre as quatro edições do Evento delimitadas, os doze artigos encontrados revelam uma certa carência de estudos na área. Porém, a diversidade de cenários apresentados em cada artigo evidencia as diferentes possibilidades de abordagem da Etnomatemática”. (Monteiro et al., 2019, p. 5).

Evidencia-se a necessidade de se fazer mais pesquisas sobre a Etnomatemática para que estimulem as instituições considerando outras formas de protagonizar o ensino. Monteiro et al. (2019) também enfatizam a Etnomatemática como tendência de ensino e que,

através do estudo realizado, é possível inferir que o uso de diferentes tendências pode contribuir em sala de aula, no qual o sujeito seja capaz de desenvolver possibilidades de criar os seus próprios conceitos matemáticos, não os ditos “acadêmicos”, mas sim os que fazem parte de uma cultura. Esse aspecto contempla a concepção da Etnomatemática. (p. 6).

Os autores enfatizam a necessidade de se ampliar alternativas para o processo de ensino e aprendizagem da matemática, assim como reconhecem a Etnomatemática como parte das tendências de ensino da matemática e que promove possibilidades na criação dos próprios conceitos dos alunos em sua cultura e ações, quando se utiliza a tendência de ensino mencionada. Esse aspecto contempla a concepção da Etnomatemática, pois os autores constataram que a Etnomatemática amplia as formas de se trabalhar e interagir com as vivências dos alunos. Monteiro et al. (2019) afirmam que “partindo disso, os alunos tiveram a oportunidade de trabalhar diferentes áreas do conhecimento, sempre relacionando com o cotidiano e com conhecimentos que já possuíam” (p. 6).

Os 12 trabalhos apresentados, conforme análise de estudo de Monteiro et al. (2019), foram sobre as seguintes experiências aplicadas, com elementos principais dos estudos analisados: PROEJA, formação do professor de matemática, prática social da culinária, desenhos ornamentais (africanos e asiáticos), fotografia, tendências pedagógicas, material didático manipulativo, análise combinatória, análise de erros, prática escolar, saberes matemáticos de criança e métodos dos quadrados mínimos. Nota-se a abrangência e contextualização da Etnomatemática no processo de ensino e de aprendizagem. Observa-se que um dos estudos analisados sobre a Etnomatemática faz referência ao uso da culinária. Monteiro et al. (2019, p. 6) consideram ser “interessante destacar que os autores inferiram o encantamento dos alunos na participação, pois muitos diziam que as mães não deixavam cozinhar e sentiam vontade, e neste Projeto, puderam interagir e experimentar”. Diante do exposto, fica evidente que o uso da Etnomatemática, além de produzir o conhecimento matemático explícito, promove a

interatividade dos alunos nas ações, como alunos protagonistas do seu conhecimento e concretiza a aprendizagem.

O trabalho sobre os ornamentos africanos e asiáticos, “ao mesmo tempo, representa um resgate de formulações lógicas e históricas de povos e comunidades culturalmente distantes do cotidiano educacional, mais uma vez, relacionados à Etnomatemática” (Monteiro et al., 2019, p. 7).

Sobre a Etnomatemática aplicada nos saberes matemáticos das crianças, foi identificado que, Através de observações em diferentes espaços e momentos, os autores concluíram que as crianças criam estratégias para se organizarem matematicamente. Destacou-se que existem semelhanças entre os jogos de linguagem usados pelas crianças na escola com aqueles usados nas práticas não escolares, mas não algo que seja comum aos dois, como regras fixas. (Monteiro et al., 2019, p. 8).

Verifica-se a importância de se ter atenção às adequações que as crianças utilizam para resolver problemas. E por que não considerar as resoluções encontradas por elas para identificar situações que se possam utilizar para inserir a matemática formal nesta sequência de entendimento elaborada pelas crianças? Monteiro et al. (2019) identificaram que, em uma única atividade, pode-se obter mais de uma tendência de ensino, visto que alguns trabalhos apresentados no evento utilizaram a Etnomatemática com a Resolução de Problemas e com a Modelagem Matemática. Ao perceber as atividades da matemática direcionadas no contexto de outras dinâmicas que fazem parte do processo de ensino e aprendizagem, nota-se que pode haver interação com mais de uma tendência de ensino para se alcançar o objetivo.

Monteiro et al. (2019) identificaram também, pela análise de conteúdo, que, em um dos trabalhos, “os autores salientaram a atividade como satisfatória, pois os alunos puderam manipular materiais diferenciados, trabalhando em grupos e também perceberam a utilidade das PGs (Progressões Geométricas) no cotidiano. Ademais, destacaram que as metodologias diferenciadas potencializam as práticas docentes” (p. 9).

Assim sendo, para Monteiro et al. (2019), a Etnomatemática apresenta-se como uma metodologia para se aplicar a aprendizagem com base nos conhecimentos tácitos dos alunos, porém, direcionando aos conhecimentos tácitos comuns de um grupo presente ou de grupos distantes das realidades, mas não distante da percepção e do conhecimento.

Reconhecido por um amplo estudo na área da Matemática e Educação, D’Ambrosio dialoga com as diversas comunidades para produzir uma matemática contextualizada. Ele direciona a Etnomatemática como uma subárea da História da Matemática e da Educação Matemática com vinculações à Antropologia e Ciências da Cognição. Segundo D’Ambrosio (2019, p. 9), a

“Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos”. Percebe-se que há um movimento forte com base na cultura dos grupos e dos povos, incluindo os conhecimentos culturais na matemática formal, aplicando essa interação no campo de pesquisa. D’Ambrosio tem produzido um vasto trabalho para a Educação Matemática e explorou o conhecimento não acadêmico, valorizando o conhecimento matemático tácito que construiu cidades, explorou a navegação, descobertas territoriais, as grandes expedições científicas, assim como destacou a matemática indígena, e inúmeros trabalhos científicos que contribuíram grandemente para a ciência moderna.

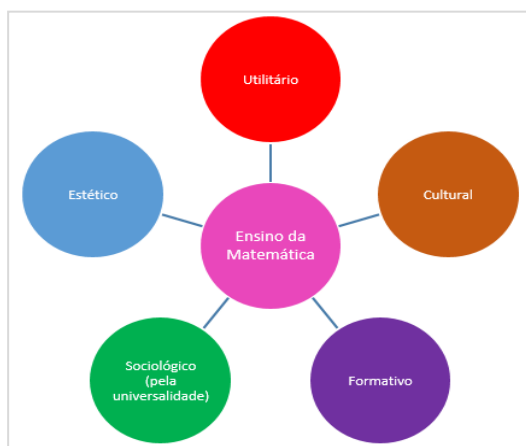
Porém, D’Ambrosio ratifica e lamenta pelo reconhecimento moroso da Etnomatemática no universo da matemática formal: “O reconhecimento, tardio, de outras formas de pensar, inclusive matemático, encoraja reflexões mais amplas sobre a natureza do pensamento matemático, do ponto de vista cognitivo, histórico, social, pedagógico. Esse é o objetivo do Programa Etnomatemática” (2019, p. 17). Para tanto, D’Ambrosio (2019) sugere a Etnomatemática como um programa de pesquisa, tanto que ele a denomina de Programa Etnomatemática, para buscar a percepção do saber/fazer matemático por toda a história da humanidade, em diferentes contextos dos grupos sociais existentes em todas as épocas de existência. Quando D’Ambrosio (2019) faz essa denominação, não se tem o objetivo de recomendar uma nova epistemologia, mas, sim, corroborar o entendimento da condição humana na procura de conhecimento e dos comportamentos.

A pesquisa em etnomatemática deve ser feita com muito rigor, mas a subordinação desse rigor a uma linguagem e a uma metodologia padrão, mesmo tendo caráter interdisciplinar, pode ser deletério ao Programa Etnomatemática. Ao reconhecer que não é possível chegar a uma teoria final das maneiras de saber/fazer matemático de uma cultura, quero enfatizar o caráter dinâmico deste programa de pesquisa. Destaco o fato de ser necessário estarmos sempre abertos a novos enfoques, a novas metodologias, a novas visões do que é ciência e de sua evolução, o que resulta de uma historiografia. Todo indivíduo vivo desenvolve conhecimento e tem um comportamento que reflete esse conhecimento, que, por sua vez, vai-se modificando em função dos resultados do comportamento. Para cada indivíduo, seu comportamento e conhecimento estão em permanente transformação, e se relacionam numa relação que poderíamos dizer de verdadeira simbiose, em total interdependência. (D’Ambrosio, 2019, pp. 18-19).

Ademais, todos os grupos e povos possuem suas identidades que se transformam em Cultura. As identidades mencionadas foram criadas para sobrevivência e permanência desses grupos no âmbito da vida.

D'Ambrosio (1998) fez um questionamento sobre as investigações que realizou para que pudesse direcionar respostas para a utilização da Etnomatemática na educação formal: Por que se ensina matemática nas escolas com tal universalidade e intensidade? No seu estudo, D'Ambrosio (1998) responde que são cinco fatores essenciais, apresentados na Figura 15:

Figura 15: A importância do ensino da matemática



(D'Ambrosio, 1998, p. 19).

Diante do exposto, faz-se um entendimento sobre o que se espera aplicar em cada um desses fatores. D'Ambrosio (1998) propõe uma revisão curricular direcionada ao ensino da matemática em que se possa introduzir novas disciplinas e novos enfoques, visando contemplar o que se apresenta nos fatores citados acima, denominando-os de blocos de disciplinas pertinentes aos valores (p. 19):

1. *Utilitário:*
 - a) Modelagem
 - b) Formulação de problemas
 - c) Matemática dos fenômenos
 - d) Estatística e probabilidades
 - e) Economia
 - f) Equações de conflito (Teoria dos Jogos)
 - g) Calculadoras e computadores: informática
2. *Cultural:*
 - a) Etnomatemática
 - b) Matemática antropológica
 - c) História social e política da matemática
 - d) Natureza da matemática; epistemologia
3. *Formativo*
 - a) Jogos matemáticos
 - b) Séries numéricas
 - c) Números primos (aritmética)

- d) Geometria dedutiva
- 4. *Sociológico*
 - a) História comparada da matemática
 - b) Sociologia da matemática: instituições
- 5. *Estético*
 - a) Geometria e aritmética do sagrado (mística)
 - b) Astronomia
 - c) História da arte

Nota-se a amplitude dos fatores que D'Ambrosio (1998) apresenta para uma proposta curricular. Além disso, promove uma Matemática mais próxima da realidade de todos, sem aplicação somente de uma Matemática abstrata e longe das realidades dos alunos, enfatizando que se deve levar em consideração as situações da atualidade. Assim, os “problemas como decadência do meio ambiente, violação da privacidade, falta de segurança, fome e doenças, ameaça de guerra nuclear, são ideias novas para o exercício de pensar sobre o futuro” (p. 25). Vincular as situações existentes à Matemática promove uma educação formal que possa ser visual e significativa.

Ademais, Knijnik (2019) apresenta investigações que utilizaram a Etnomatemática no meio dos assentamentos rurais, com as crianças ajudando os pais na feira livre, observada também na dissertação de Oliveira (2010), cujo estudo evidenciou a prática do trabalho infantil, porém, sem ter o enfoque na Matemática. Mas foi identificada a situação, sendo um dos motivos para realização desta pesquisa de doutoramento.

Porém, alguns críticos do processo de ensino e de aprendizagem da matemática acreditam que basta aplicar a Matemática clássica para levar o entendimento do aluno. Muitos criticam a alternância de metodologias, que presumem não ser útil para a aprendizagem (D'Ambrosio, 2005c).

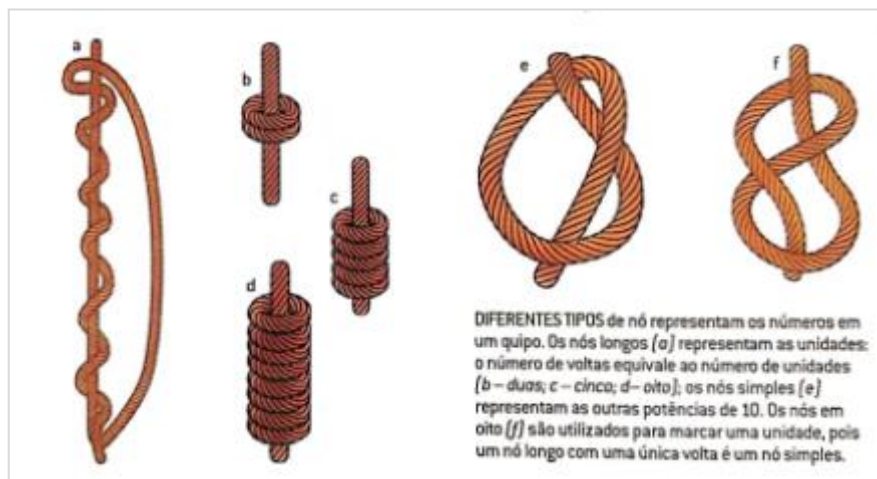
Não se quer dizer que este professor esteja desvalorizando o processo de ensino que transmite a Matemática clássica, ou a forma tradicional de ensinar. A aprendizagem vai além desses aspectos porque transforma um indivíduo em um ser pensante, crítico, criativo, com discernimento das realidades apresentadas e valoriza as diversas culturas, com valorização do pluralismo.

O conhecimento é criado e organizado intelectualmente em resposta a um ambiente natural, cultural e social; depois de ter sido difundido pela comunicação, ele é estruturado socialmente, tornando-se assim uma parte integrante de uma comunidade (uma cultura), essencialmente por reconhecer e explicar fatos e fenômenos. Observadores, cronistas, teóricos, sábios, universitários e “guardiões do poder” se apropriam desses conhecimentos, classificam-nos e dão-lhes uma etiqueta, antes de transmiti-los e difundi-los. Assim nascem as formas estruturadas de conhecimento: a língua, a religião, a culinária, a medicina, as vestimentas, os valores, a ciência, a matemática, todas interdependentes e em resposta à percepção da realidade desse

ambiente. Esse conhecimento, “congelado” em estruturas coerentes, é transmitido e difundido pelos agentes, em particular os professores.
Ao reconhecer “mais de uma matemática”, aceitamos que existem diversas respostas a ambientes diferentes. Do mesmo modo que há mais de uma religião, mais de um sistema de valores, pode haver mais de uma maneira de explicar e de compreender a realidade. (D’Ambrosio, 2005c, p. 8).

Desse modo, serão apresentados alguns estudos em que foram aplicados os conhecimentos matemáticos tácitos, de forma que, na Figura 16, a relação dos nós significa as representações das unidades, números e potências de 10 utilizados nos povos Quipo.

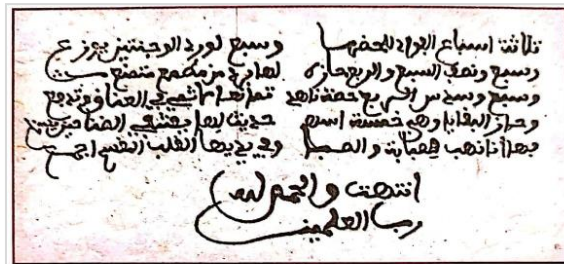
Figura 16: Representação dos nós (Quipo)



(Mangin, 2005, p. 16).

Na Figura 17, um lindo poema amoroso enigmático descreve uma operação matemática utilizada pelos cientistas árabes no período do século IX ao final do século XI, que divulgavam os seus saberes para melhor transmitir à sociedade, pois eles acreditavam que auxiliavam na memorização e seria uma forma divertida de repassar os saberes.

Figura 17: Poema de amor



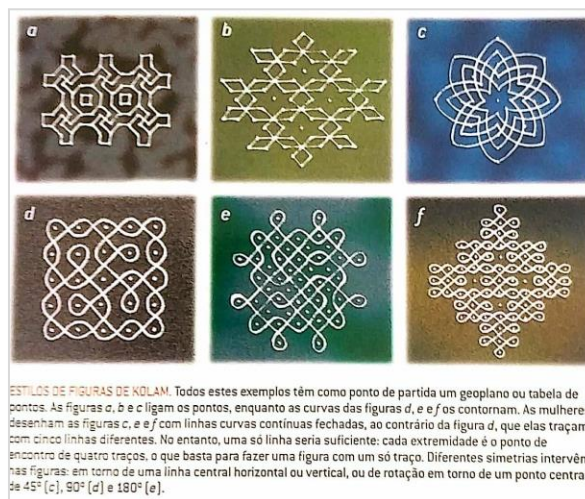
2. ESTE BILHETE AMOROSO sob a forma de um enigma versificado está no fim de uma epístola extremamente séria do não menos sério matemático de Marrakech Ibn Al-Banna:

*Três sétimos do coração para seu alhar.
Um sétimo é oferecido para a rosa de suas duas bochechas.
Um sétimo e a metade de um sétimo e o quarto,
Pela recusa de um desejo insatisfeito.
Um sétimo e um sexto de um quarto são a parte dos seios bem redondas
Que se recusaram ao pecado do meu abraço e me empurraram
O resto, que está em cinco partes, e pelas palavras dela,
Que estancariam minha sede se tivessem sido escutadas.
Se considerarmos x o coração inteiro, temos:
 $[3/7 + 1/7 + 1/7 + (1/7)/2 + (1/7)/4 + 1/7 + ((1/7)/4)/6]x + 5 = x$, sendo $x = 168$*

(Djebbar, 2005, p. 35).

Na Figura 18, vários desenhos, que representam uma excelente capacidade na construção de figuras geométricas, despertam um grande interesse da área da informática na especialidade da análise e descrição de imagem (Ascher, 2005).

Figura 18: Trançados Kolam

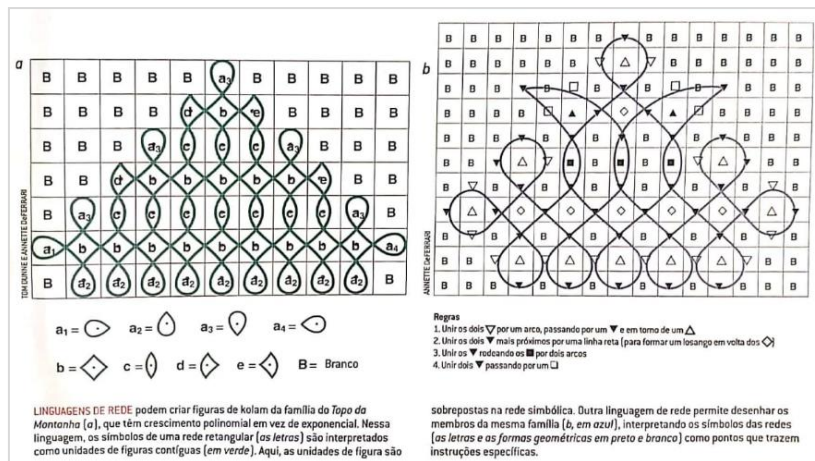


(Ascher, 2005, p. 70).

As ideias matemáticas expressas pelo artesanato (Figura 19) são confeccionadas pelas mulheres de uma comunidade da região na Índia e repassadas para as suas filhas. Elas iniciam construindo um geoplano no chão para criarem as artes e criam os desenhos por meio do pó de arroz. Essas habilidades são denominadas de *Kolam*, sendo um “sinal de graça e uma prova de destreza, disciplina mental e capacidade de concentração” (Ascher, 2005, p. 69).

Na Figura 19, apresentam-se as contextualizações dos desenhos do *Kolam* na Matemática aplicada nas linguagens de redes (Informática).

Figura 19: Utilização dos desenhos de Kolam para estudo de linguagens de rede



(Ascher, 2005, p. 73).

Diante do exposto, a investigação compreende alguns entendimentos sobre a Etnomatemática, conforme o investigador D'Ambrosio. A Etnomatemática faz parte de um programa de educação que é direcionado como área de estudo e promove metodologias de ensino para produzir várias práticas educacionais, com o intuito de colaborar para a Matemática formal e clássica.

Etnomatemática não é apenas o estudo de “matemáticas das diversas etnias”. Criei essa palavra para significar que há várias maneiras, técnicas, habilidades (ticas) de explicar, de entender, de lidar e de conviver com (matema) distintos contextos naturais e socioeconômicos da realidade (etnos) (D'Ambrosio, 2005b, pp. 113-114).

Diante do que foi exposto, percebe-se que os recursos são abrangentes e diversificados e que poderão ser utilizados para aplicar a Etnomatemática. Porém, ao utilizar os recursos e aplicar os conhecimentos matemáticos tácitos do indivíduo, dos grupos e/ou comunidades, são necessários o comprometimento do professor e a responsabilidade de aplicar os conteúdos que serão conectados a esses conhecimentos.

Além disso, a cultura profissional subjacente, a qual enquadra as aprendizagens, experiências e relações sociais profissionais, está fortemente relacionada com campos de conhecimento formais e abstratos que exigem aprendizagens sistemáticas. Ademais, em certas atividades profissionais, as práticas inerentes são, na sua natureza, dinâmicas, no sentido em que se transformam em curtos espaços de tempo, pois estão relacionadas com abordagens de problemas não rotineiros e, simultaneamente, são desempenhadas em contextos sociais complexos. (Fantinato & Moreira, 2015, p. 7).

Atualmente, a profissão catadora de material reciclável está formalizada como atividade de trabalho de rua ou de galpão. A denominação da profissão já está em registro profissional. Apesar de apresentar um grupo de trabalhadores firmados no mercado de trabalho, com a importância para a sustentabilidade e para o ecossistema, esses profissionais encontram-se à margem do contexto educacional.

Nesse sentido, o grupo de trabalhadores mencionado insere-se no contexto da Etnomatemática, pois, pela definição de Knijnik et al. (2019), vai para além de grupos antepassados, da matemática historicamente do passado. A Etnomatemática abriga a matemática formal a considerar as matemáticas de grupo. Knijnik et al. (2019) ratificam, inclusive, os grupos dos matemáticos como parte integrante da Etnomatemática. Esses autores também tratam da matemática formal, denominada de Matemática Acadêmica, sendo a Matemática dominante e as demais como subordinadas.

Ao se tratar de experiências a serem vivenciadas, pode-se recolher ciências adquiridas desses profissionais, contribuindo para a exploração da matemática nas situações de somar, subtrair, multiplicar, dividir, operacionalizar, analisar distâncias, lucros, prejuízos, atribuir valores às mercadorias, administrar as horas trabalhadas, o percurso a ser utilizado, e as demais aprendizagens da matemática informal conduzidas nas ocorrências vivenciadas.

Essas experiências podem ser reconhecidas como conhecimento (etno)matemático. Esse conhecimento da matemática produzida na atividade laboral, a matemática informal, com a matemática produzida no universo acadêmico, a matemática formal, proporciona que esse grupo de trabalhadores se reconheça no universo acadêmico.

Esses trabalhadores conseguem ter conhecimento de que suas ações possam estar vinculadas e exploradas no universo acadêmico, propondo a elaboração de resoluções de problemas baseadas nas realidades vivenciadas, de forma a compreender a matemática presente na atividade do grupo e reconhecer o seu aprendizado informal.

Seu conhecimento tácito faz parte dos conhecimentos (etno)matemáticos, de forma a introduzi-lo no currículo escolar, interagindo as matemáticas. Knijnik ratifica em sua fala, no seminário realizado em formato de *live*, intitulado de “Educação Matemática, Exclusão Social e Política do Conhecimento”, realizado no dia 30 de julho de 2020:

Nós temos que pensar o quê que vai contar como conteúdo do currículo, nós vamos ter que fazer escolhas, impossível ensinar tudo [...]. Mas novos conhecimentos precisam ser colocados, devem ser colocados. Agora vamos a política do conhecimento [...] há conhecimentos que são próprios de determinados grupos culturais, grupos culturais específicos que cada vez mais estão ficando menos específicos, por que? [...] Hoje no mundo praticamente não há grupos que vivem isolados, há pouquíssimos, há raríssimos

grupos que vivem isolados, hoje os grupos culturais estão em contato uns com os outros. Então, essa ideia de que há conhecimentos próprios, puros de determinados grupos culturais, isso não vai praticamente existir. Mas, há alguns conhecimentos próprios, sim. E aí vem, um pouco, e eu quero me inspirar nessa questão dessa disciplina de Cultura Afro-brasileira, esse é um exemplo, não é da Matemática, mas nós podemos tomar como exemplo a cultura Afro-brasileira, é óbvio que é uma cultura Afro-brasileira, ela não é africana, ela não traz...ela não é puramente africana. Mas ela tem elementos dessa miscigenação África/Brasil que tem elementos próprios. E o quê que está se dizendo pro currículo? Vamos trazer esses elementos. O quê que nós temos a dizer dos modos de praticar a Matemática? [...] É dar valor a história, as tradições dos grupos dos quais nós trabalhamos. Então, essa é a política do conhecimento, quando nós não viramos as costas pra vida dos nossos alunos, pra suas histórias de vida, para quem eles são como sujeitos. (Knijnik, 2020, 48:28 – 48:51).

A matemática produzida pelos catadores de materiais recicláveis tem seus elementos próprios, de forma que o docente pode trazê-los para a condução de sua *práxis*. A sugestão é que se possa alternar as metodologias empregadas na educação para a construção e efetivação do processo da aprendizagem, no caso de retirar elementos usuais do grupo para inserir no contexto da aprendizagem. Como ratifica Knijnik (2020), não podemos virar as costas aos nossos alunos, devemos valorizar suas histórias e aprendizagens informais, no sentido de identificá-los como sujeito das ações e de seu próprio aprendizado, reconhecendo-se como parte integrante do processo educativo.

A (Etno)matemática nasce como delimitação teórica com o intuito de explicar o enredo e os contrassensos do universo do adulto com nível baixo de escolarização (Fantinato & Moreira, 2015), pois muitos trabalhadores que estavam atuando nos três ambientes observados tinham pouca escolarização, porém, efetivaram suas práticas com eficiência. Acrescenta-se nessa conceituação, assim como determina Knijnik (1996), a Etnomatemática como uma abordagem Matemática que seja considerada, entre outras, “como formas de Etnomatemática: a Matemática praticada por categorias profissionais específicas, em particular pelos matemáticos, a Matemática escolar, a Matemática presente nas brincadeiras infantis e a Matemática praticada pelas mulheres e homens para atender às suas necessidades de sobrevivência” (p. 74). Incluem-se nesse contexto a verificação das tradições, as práticas sociais de um determinado grupo subordinado e um trabalho pedagógico em que se possa identificar, explicitar e decifrar o conhecimento, estabelecendo comparações e análises dos dois conhecimentos, do conhecimento informal e formal (Knijnik, 1996). Para Costa e Lucena (2018), a Etnomatemática trata-se de um processo educativo adquirido de meios cognitivos procurando resolver situações-problema, no sentido de autenticar, discernir e disseminar os conhecimentos surgidos de pessoas da mesma cultura e perpetuando entre elas, fazendo parte do processo de cultura desses

grupos, procurando dar significação às situações das necessidades do mundo e suas interações com os ecossistemas.

A linha de pesquisa da Etnomatemática, centrada na Educação Matemática, fez uma construção da matemática informal, que se apresenta como o conhecimento matemático tácito no contexto profissional. Elaborou esses conhecimentos no formato de resolução de problemas para promover um ensino e aprendizagem contextualizados e, assim, consolidar a aprendizagem. Para tanto, far-se-á uma reflexão e entendimento, conforme estudiosos, de como se apresenta a resolução de problemas na secção seguinte.

3.2. A resolução de problemas na promoção da aprendizagem por meio da Etnomatemática nos contextos profissionais

As atividades serão elaboradas por meio de atividades no formato de resolução de problemas, que também é mencionada como uma das tendências de ensino da Matemática (Bezerra & Silva, 2018), assim como a Etnomatemática. Alguns estudiosos apresentam a Resolução de Problemas como linha de pesquisa no âmbito de Programas de Pós-Graduação, como, por exemplo, o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp – Rio Claro – São Paulo. Verifica-se que a resolução de problemas vem sendo aplicada e que foi identificada ao longo dos séculos.

Vale reafirmar que, embora sejam encontrados registros de problemas na história antiga egípcia, chinesa e grega, tratamentos semelhantes aos por eles considerados continuaram a ser encontrados ao longo dos séculos, fazendo-se presentes em publicações dos séculos XIX e XX. Nessas publicações, um ponto importante a ser analisado é a visão extremamente limitada no tocante à aprendizagem de resolução de problemas. (Onuchic & Allevato, 2011, p. 75).

A investigação sobre como ensinar matemática foi promovida por meio dos estudos de Polya, na procura de descobrir como ensinar estratégias que levassem a encontrar caminhos para a resolução das tarefas (Onuchic & Allevato, 2011). Polya fundamentou-se nos movimentos que situaram o desdobramento da Matemática em relação à sociedade. Segundo Onuchic e Allevato (2011), o Movimento da Matemática Moderna, que foi estabelecido no período de 1960 a 1979, tinha como finalidade o desenvolvimento da Matemática com o foco na concepção da estrutura da disciplina, resolver problemas por meio da Matemática Clássica, e nos estudos das estruturas das matemáticas, currículo em espiral, aprendizagem por descoberta.

Com o movimento de reforma chamado Matemática Moderna, vigente nos anos sessenta e setenta do século XX, o mundo foi influenciado por recomendações de ensinar

Matemática apoiada em estruturas lógica, algébrica, topológica e de ordem, enfatizando a teoria dos conjuntos. O tratamento excessivamente abstrato, o despreparo dos professores para este trabalho, assim como a falta de participação dos pais de alunos, nesse movimento, fadou-o ao fracasso. (Onuchic & Allevato, 2011, p. 78).

Porém, após esse movimento, surge um novo movimento com o objetivo de resgatar os métodos precedentes à Matemática Moderna, com a preocupação de aplicar à aprendizagem exercícios e práticas.

Após esses dois movimentos, surge o movimento “Resolução de Problemas” na década dos anos 1980, que divulga os estudos de Polya, com a presença marcante do movimento Construtivista, da psicologia cognitiva e teoria sociocultural de Vygotsky (Onuchic & Allevato, 2011). Esse movimento, segundo Onuchic e Allevato (2011), tem como foco a resolução de problemas e os processos do pensamento matemático, assim como enfatiza o retorno da aprendizagem por meio de uma aprendizagem por descoberta e resolução de problemas.

Inicia-se, então, a fase da Resolução de Problemas, cujas ideias apoiavam-se, especialmente, nos fundamentos do construtivismo e na teoria sociocultural, que tem Vygotsky como principal teórico. O foco, nessa fase, foi colocado sobre os processos de pensamento matemático e de aprendizagem por descoberta, no contexto da resolução de problemas. Nessa fase, muitos recursos foram desenvolvidos na forma de coleções de problemas, listas de estratégias, sugestões de atividades e orientações para avaliar o desempenho dos alunos nessa área, sempre visando ao trabalho em sala de aula. Muito desse material contribuiu para que os professores fizessem da resolução de problemas o ponto central de seu trabalho. (Onuchic & Allevato, 2011, p. 78).

É certo que a resolução de problemas passou por estágios para sua consolidação e inserção nos procedimentos na educação matemática. Porém, atualmente, encontra-se fortalecida e com bastante receptividade no universo acadêmico, pois “essa falta de concordância ocorreu, possivelmente, devido às diferenças de concepções que pessoas tinham sobre o significado de resolução de problemas ser o foco da matemática escolar” (Onuchic, 1999, p. 206). As diferentes abordagens em relação à resolução de problemas destinaram-se:

(1) ensinar sobre resolução de problemas; (2) ensinar matemática para resolver problemas; e (3) ensinar matemática através da resolução de problemas. Ocorre que, a partir das recomendações do NCTM, seguidores de Polya, com algumas variações, acreditavam em teorizar sobre esse tema, ou seja, que era necessário ensinar estratégias e métodos para resolver problemas. Outros a interpretavam no sentido de que o professor deveria apresentar a matemática formal para, depois, oferecer aos alunos o problema como aplicação dessa matemática construída, acreditando que deveriam ensinar matemática para resolver problemas. (Onuchic & Allevato, 2011, p. 79).

Sendo assim, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000) elaborou várias publicações sobre a inserção da resolução de problemas na Educação Matemática, oficialmente chamados Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2000), tais como:

- seis Princípios: Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação e Tecnologia;
- cinco Normas de Conteúdo: Números e Operações, Álgebra, Geometria, Medida e Análise de Dados e Probabilidade;
- cinco Normas de Procedimento: Resolução de Problemas; Raciocínio e Prova; Comunicação; Conexões; e Representação.

Contudo, a partir das normas, os professores e estudiosos da área da Matemática começaram a pensar a “Resolução de Problemas” como metodologia de ensino e de aprendizagem de Matemática, uma conexão para estabelecer o processo de ensino e de aprendizagem em relação às novas formas de conceituar e transmitir os conteúdos, com um ponto inovador, o aluno sendo coconstrutor da aprendizagem e o professor ser o encarregado desse novo processo de condução (Onuchic & Allevato, 2011). Para Onuchic e Allevato (2011), a Matemática por meio da resolução de problemas contribui para a formulação do conhecimento de forma diferenciada sobre os conceitos, os procedimentos e técnicas operatórias dentro de cada conteúdo. Contudo, por meio de resolução de problemas no processo de ensino e aprendizagem, deve-se conciliar os três fatores essenciais para aplicação no processo de ensino-aprendizagem-avaliação. Ainda segundo Onuchic e Allevato (2011),

Ao considerar o ensino-aprendizagem-avaliação, isto é, ao ter em mente um trabalho em que estes três elementos ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre a construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário. Chamamos a esse processo de trabalho de uma forma Pós-Polya de ver resolução de problemas. (p. 81).

Nota-se que o aluno deve ter uma participação ativa e que procura verificar o sentido do que está fazendo matematicamente, percebendo que o problema é o início para a condução da aprendizagem.

Para Onuchic e Allevato (2011, p. 81), problema “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer”. No entanto, o professor deve orientar o problema apropriado ao conteúdo que irá ministrar e, com isso, conduzir um direcionamento para que o aluno possa ser capaz de resolvê-

lo. Ademais, o aluno deve ter uma participação ativa, ser responsável por sua aprendizagem e o professor deixando de ser o único atuante no processo. Dessa forma, ocorrem mudanças nas atitudes frente ao ensino e à aprendizagem. Onuchic e Allevato (2011) fazem um resumo, de acordo com alguns estudiosos na área, dos aspectos que beneficiam a inserção da resolução de problemas no contexto da educação:

- Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre o dar sentido.
- Resolução de problemas desenvolve poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos.
- Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a autoestima dos estudantes aumentam.
- Resolução de problemas fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso com a matemática.
- Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios.
- A formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos. (p. 82).

Porém, para se produzir todos os aspectos referidos, as atividades por meio da resolução de problemas devem estabelecer os seguintes passos para o seu desenvolvimento: realizar uma plenária; ponderar os resultados; procurar um consenso; realizar a formalização (Onuchic & Avellato, 2011). As atividades realizadas devem ser adequadas conforme os procedimentos da Figura 20.

Figura 20: Procedimentos para aplicação de uma atividade por meio da resolução de problemas



(Onuchic e Allevato 2011, pp. 83-84).

Com base no exposto, percebe-se que a resolução de problemas se encontra como uma metodologia de ensino e, com base nos procedimentos na Figura 20, pode-se planejar e organizar as etapas que serão direcionadas para as atividades aplicadas. Sobretudo, relevante à preparação do problema, pois esse será a base para fazer a conexão da exemplificação esperada com o conteúdo. Nessa perspectiva, Romanatto (2012) apresenta a resolução de problemas também como uma metodologia de ensino, como um caminho próspero para atividades diversificadas nas aulas de Matemática, e enfatiza a aplicação dos professores para a necessidade de alterações teóricas e práticas.

Para Romanatto (2012, p. 301), “um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la”. Para o entendimento sobre a resolução de problemas, Romanatto (2012) faz uma breve recordação histórica de Euclides, sobre a obra *Os elementos de Euclides*, pela normatização do ensino e aprendizagem da Matemática no seguimento da aplicação dos axiomas, postulados, teoremas, exercícios e problemas. Dessa forma, essa normatização foi dada como um procedimento para que muitos professores de matemática ministrassem suas aulas por meio desses aspectos, tonando-se um modelo a ser seguido. Porém, para Romanatto (2012, p. 301), “sabemos que a criação matemática e, principalmente, a sua aprendizagem seguem caminhos bem diferentes da sequência (lógica) em que os livros foram organizados”. Percebe-se a importância de se verificar possibilidades diferenciadas para o conhecimento matemático e, neste caso, pode-se ratificar a resolução de problemas como um dos caminhos desta diversificação.

A partir de década de 1990, um novo entendimento da resolução de problemas passou a ser divulgado na literatura sobre educação matemática, bem como em documentos e propostas oficiais. A proposta sugerida aos professores de Matemática tem característica própria, pois os problemas são tomados como desafios que possibilitam aos estudantes elaborar ou adquirir ideias e aspectos da Matemática. Essa perspectiva metodológica da resolução de problemas permite ao estudante a alegria de vencer obstáculos criados por sua curiosidade, vivenciando o “fazer matemático”. (Romanatto, 2012, p. 302).

Vivencia-se o “fazer matemático”, ou seja, uma Matemática que o aluno possa compreender o que se propõe, compreender a sua essência na sua vivência e poder resolver as atividades matemáticas, sem que aplique somente as sequências dos modelos de Euclides.

Os problemas promovem, inicialmente, o entendimento das atividades propostas, e não o seguimento da definição do conteúdo, e sim a oportunidade de se criar ideias, propriedades e métodos. A resolução de problemas considera a construção das ideias dos alunos no processo da resolução, as

concepções que os alunos possuem na atividade, observando com precisão, cuidado e atenção as estratégias utilizadas.

Nessa perspectiva, a resolução de problemas significa envolver-se em uma tarefa ou atividade cujo método de solução não é conhecido imediatamente. Para encontrar uma solução, os estudantes devem aplicar seus conhecimentos matemáticos. Solucionar problemas não é apenas buscar aprender Matemática e, sim, fazê-la. Os estudantes deveriam ter oportunidades frequentes para formular, tentar e solucionar problemas desafiadores que requerem uma quantidade significativa de esforço e deveriam, então, ser encorajados a refletir sobre seus conhecimentos. Assim, solucionar problemas não significa apenas resolvê-los, mas aplicar sobre eles uma reflexão que estimule seu modo de pensar, sua curiosidade e seus conhecimentos. (Romanatto, 2012, pp. 302-303).

Dessa forma, no caso desta investigação, a resolução de problemas contextualizada nas suas práticas laborais pode produzir uma Matemática aplicada direcionada ao contexto profissional. Na resolução de problemas, os alunos exercitam as suas capacidades intelectuais, produzem estratégias de formas diferentes dos demais colegas, estimulando a criatividade, intuição, imaginação, iniciativa, autonomia, liberdade, estabelecimento de conexões, experimentação, tentativa e erro, utilização de problemas conhecidos, interpretação dos resultados, etc. Enfim, é o que a Matemática pode fazer pelo estudante e não o contrário (Romanatto, 2012). A resolução de problemas inclui uma matemática como um processo mais intuitivo e experimental, fazendo a conexão com a matemática formal. Sendo assim,

Os contextos dos problemas podem variar de experiências cotidianas envolvendo a vida dos alunos ou o dia a dia escolar, bem como as ciências do mundo do trabalho. Bons problemas integrarão tópicos múltiplos e envolverão matemáticas significativas. Sabemos que são características dessas matemáticas significativas:

- a) Ser elaboradas a partir de um conhecimento prévio;
- b) Enfatizar sobre o pensar; dar tempo para pensar;
- c) Esperar por explicações ou justificativas para as respostas ou pelo modo de pensar;
- d) Fazer perguntas e saber ouvir; reconhecer que Matemática é parte invenção e parte convenção;
- e) Trabalhar os conceitos, princípios e procedimentos matemáticos por meio da resolução de problemas. (Romanatto, 2012, p. 307).

Portanto, para Romanatto (2012), a Matemática necessita ser imaginada pelo aluno como um conhecimento que beneficia o seu raciocínio, a capacidade do seu desenvolvimento e aperfeiçoamento, estimulando sua habilidade de expressão, sensibilidade e reflexão. Para fortalecer o entendimento e a necessidade de se usar a resolução de problemas no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, Proença (2020), com base em vários estudiosos, evidencia que

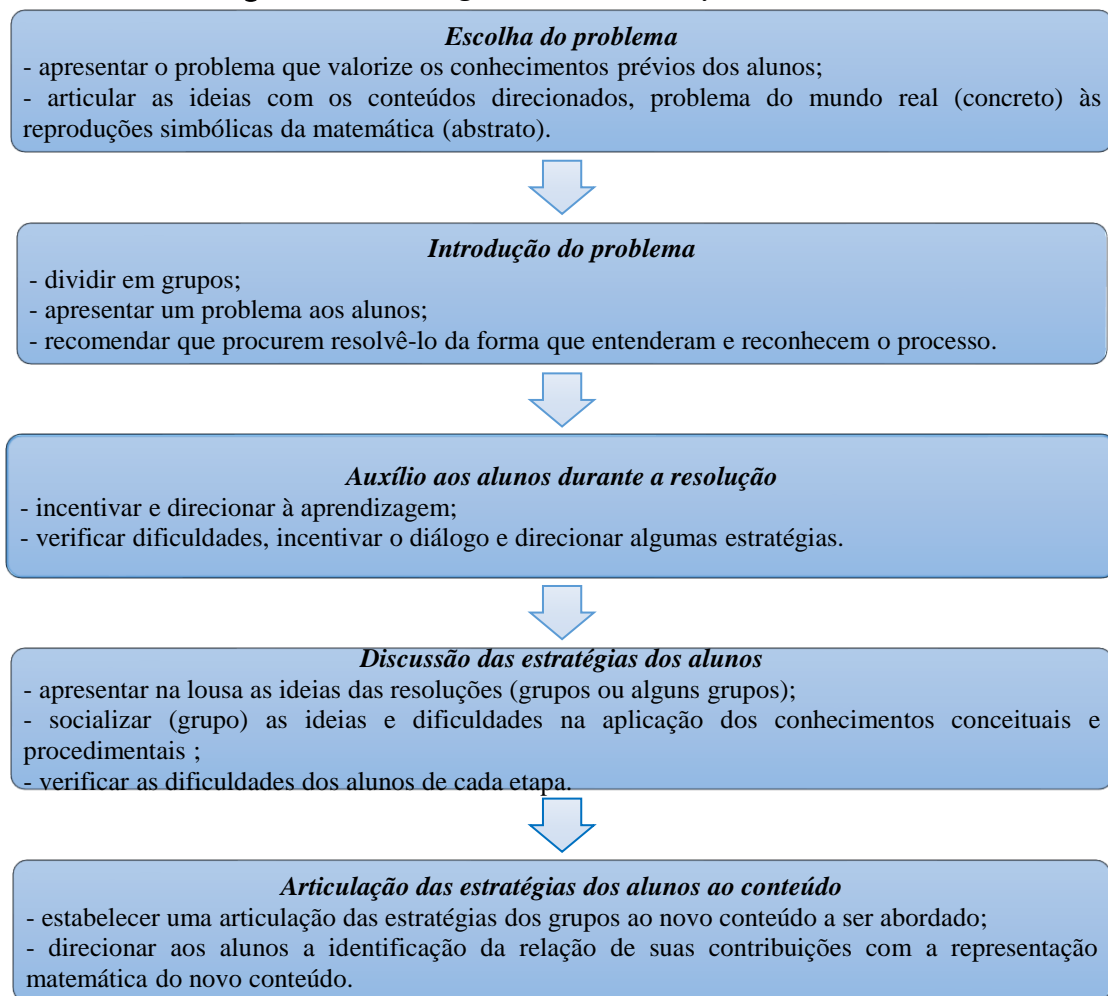
é possível verificar que abordar a resolução de problema nas aulas tem potencial para favorecer aos alunos o desenvolvimento do pensamento matemático, uma vez que

auxilia: a) na construção de processos dedutivos; b) no levantamento de hipóteses quando se busca compreender o problema; c) em análise da racionalidade da resposta encontrada, segundo o contexto do problema; d) na construção de pensamento indutivo, relacionado ao processo de generalização para formulação de padrões (expressões matemáticas). (p. 2).

Aplicando a resolução de problemas, o professor poderá estimular o pensamento matemático e o aluno consegue perceber, no contexto apresentado, o conhecimento matemático tácito. Para resolvê-lo, terá de fazer questionamentos e deduções no problema para o seu entendimento, pois “o ensino de Matemática via resolução de problemas corresponde a um conhecimento de cunho pedagógico para abordar conteúdos matemáticos” (Proença, 2020, p. 3). Segundo Proença (2020, p. 5), “ensinar sobre resolução de problemas é aquela que busca introduzir um problema após ter explicado aos alunos as etapas de resolução de problemas, além de um trabalho com heurísticas e estratégias”. Não é uma solução de repetição de demonstrações, axiomas e teoremas. Após esses entendimentos, podem-se aplicar as demonstrações, axiomas e teoremas, pois o aluno já possui uma compreensão do que se pretende no problema apresentado.

Na pesquisa realizada por Proença (2020), participaram 10 alunos recém-formados do curso de Licenciatura em Matemática. Em relação ao ensino por meio da resolução de problemas como metodologia de ensino, os resultados foram satisfatórios, visto que os recém-formados identificaram o modelo da resolução de problemas, porém, somente quatro deles souberam identificar os procedimentos adequados da metodologia de ensino, conforme estudiosos que orientam os passos para o procedimento dessa metodologia. Para Proença (2020), os procedimentos de reconhecimento da metodologia de ensino por meio de resolução de problemas seriam (Figura 21):

Figura 21: Metodologia de ensino Resolução de Problemas



(Proença, 2020, pp. 6-7).

Dessa forma, Proença (2020) ratifica a necessidade de se ter pesquisa sobre a resolução de problemas como metodologia de ensino para que o aluno possa aplicar e reconhecer os procedimentos, conforme Figura 21. A investigação de Proença (2020) detectou que o conhecimento por meio dessa metodologia de ensino ainda precisa ser desenvolvido. Porém, esse resultado também apresenta que essa metodologia já está sendo inserida nas formações dos futuros professores. Então, justifica-se estudo para que auxilie no processo da inserção dessa metodologia, assim como ideias para que futuros e atuais professores possam ter um *insight* para a produção de suas aulas.

Contudo, de forma geral, apesar de os participantes terem mostrado conhecimentos sobre o que é resolver um problema, sobre o que não corresponde a um ensino via resolução de problemas, ainda há participantes que não apresentaram conhecimentos sobre o que seria um ensino via resolução de problemas. Isso foi possível de ser constatado porque apenas 43% ($n = 7$) deles conseguiram descrever encaminhamentos adequados a serem tratados em sala de aula. (Proença, 2020, pp. 15-16).

A educação e a informação estão em constantes mudanças, por isso a importância de se ter investigação que possa auxiliar a comunidade acadêmica para conciliar produtos que possam ser inseridos no processo de ensino e aprendizagem. Para Polya (1985),

Ensinar é uma ação complexa que depende em grande parte das personalidades envolvidas e das condições locais. Não existe, hoje, uma ciência do ensino propriamente dita e não haverá nenhuma em um futuro previsível. Em particular, não existe método de ensino que seja indiscutivelmente o melhor, como não existe a melhor interpretação de uma sonata de Beethoven. Há tantos bons ensinamentos quanto bons professores: o ensino é mais uma arte do que uma ciência. (Isso não exclui, é claro, que o ensino possa beneficiar-se de uma atenção judiciosa aplicada às experiências e teorias psicológicas). (p. 11).

E pode-se acrescentar que há bons exemplos da experiência humana para que se possa aplicar a Matemática no contexto das vivências.

Segundo Polya (1985), o aluno deve aprender por si só a grande parte dos conteúdos das aulas, o que denomina de aprendizagem ativa: o aluno constrói sua aprendizagem, com auxílio, acompanhamento e orientação do professor, e mais tarde o professor faz conexões dessas aprendizagens. Inclusive, Polya (1985) afirma que a Matemática não é um esporte, diferentemente, não é feita para espectadores, mas, sim, deve ser contemplada e participativa. O aluno deve aprender e não ser apenas receptivo.

A resolução de problemas tem sido a espinha dorsal do ensino de Matemática desde a época do papiro Rhind. A obra de Euclides pode ser considerada como uma proeza pedagógica: dissecar o grande tema da Geometria em problemas manejáveis. A resolução de problemas ainda é, na minha opinião, a espinha dorsal do ensino a nível secundário e me constrange que algo tão evidente precise ser ressaltado. Certamente, outras coisas devem ser apresentadas no nível secundário: demonstrações matemáticas, a ideia de um sistema axiomático, talvez mesmo uma olhada na filosofia subjacente às demonstrações e às estruturas matemáticas. No entanto, estes assuntos estão mais distantes do pensamento habitual e não podem ser apreciados ou mesmo compreendidos sem um prévio cabedal de experiências matemáticas, que o aluno adquire, principalmente, resolvendo problemas. (Polya, 1985, p. 13).

A experiência de aprender por meio da resolução de problemas proporciona um campo rico para este conhecimento. Com base nessa perspectiva, alternar as formas de ensino é importante, não se devendo aplicar a mesma metodologia sempre, pois não estará apresentando as possibilidades do conhecimento por meios diversificados. Ademais, Polya (1985) possibilita dois tipos de problemas a serem aplicados na resolução de problemas:

o problema que exige tão somente a aplicação de uma regra bem conhecida e o problema que não é senão uma simples questão de vocabulário. Um problema pode ser resolvido aplicando direta e mecanicamente uma regra que o aluno não tem nenhuma dificuldade para encontrar: ela é impingida debaixo do seu nariz pelo professor ou pelo manual. Não há nenhuma invenção, nenhum desafio à sua inteligência; o que ele pode tirar de um tal problema é apenas uma certa prática na aplicação desta regra única, um pedacinho isolado de conhecimento mecânico. Uma questão pode ser formulada para verificar se o aluno sabe utilizar corretamente um termo ou um símbolo do vocabulário matemático recém-introduzido; o aluno pode responder imediatamente à questão, desde que tenha compreendido a explicação do termo ou do símbolo; não há uma centelha de invenção, nenhum apelo à inteligência - é apenas uma questão de vocabulário. (p. 13).

Percebe-se que Polya (1985) enfatiza a importância de estimular a criatividade e a ação dos alunos para a compreensão do problema apresentado. Assim, não há uma ação ativa quando um problema segue apenas uma formalização e normatização das sequências a serem estabelecidas e copiadas dos procedimentos que o professor transmitiu.

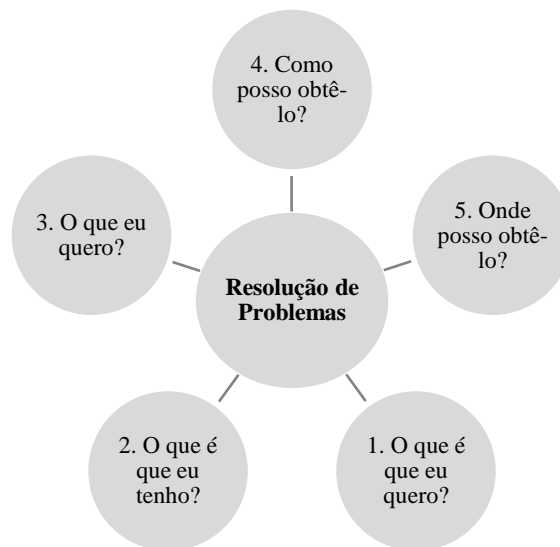
Para começar, o problema deve ter sentido e ter um propósito, do ponto de vista do aluno. Deve estar relacionado de modo natural com coisas familiares e deve servir a um fim compreensível para o aluno. Se para ele o problema parece não ter relação com o que lhe é habitual, a afirmação do professor de que o problema será útil mais tarde não é senão uma pobre compensação. Um professor que assistia a uma de minhas conferências relatou a seguinte observação de um de seus alunos de 15 anos: "Até agora sei resolver todos os problemas, mas não vejo nenhuma razão no mundo para fazê-lo". (p. 15).

Produzir um problema com situações familiares cumpre esse objetivo, e pode ser rico em conteúdo, estimulando a independência, sua exploração e descoberta da solução. Sendo assim, Polya (1985) apresenta sugestões para o desenvolvimento de uma atividade por meio da resolução de problemas que se retira do dia a dia, que, com base nos estudos de Leibniz, apresenta heurística, a arte da invenção.

Polya (2003) estabelece quatro etapas para o acompanhamento no desenvolvimento da resolução do problema, sendo a) compreensão do problema: compreender o problema e sua incógnita; b) elaboração de um plano: planejar seguir uma linha de raciocínio para que se consiga encontrar a incógnita; c) execução do plano: seguir passo a passo o roteiro que ficou estabelecido em sua elaboração; e d) verificação dos resultados: conferir se os resultados encontrados na resolução do problema têm sentido, fazendo uma análise crítica do que foi encontrado com o que se pediu no problema.

Diante das etapas direcionadas, os alunos deverão fazer os questionamentos para se aproximar da solução do problema, conforme Figura 22.

Figura 22: Questionamentos realizados pelos alunos na resolução de problemas

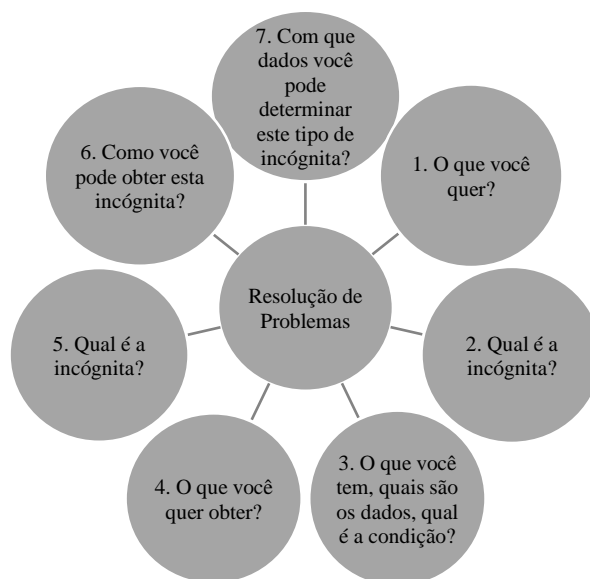


(Polya, 1985, p. 16).

Nota-se que, no item 3 da Figura 22, no questionamento que o aluno deverá fazer em relação ao problema apresentado, ele retorna ao primeiro questionamento, ou seja, volta à indagação para reforçar o que pretende em relação ao problema.

Ademais, os questionamentos não se limitam aos alunos porque é estendido aos professores, sendo os questionamentos que os professores deverão fazer para contribuir na orientação com o intuito de que o aluno possa desenvolver a ação da solução do problema, conforme Figura 23.

Figura 23: Questionamentos do professor ao aluno na etapa de condução para a solução



(Polya, 1985, p. 16).

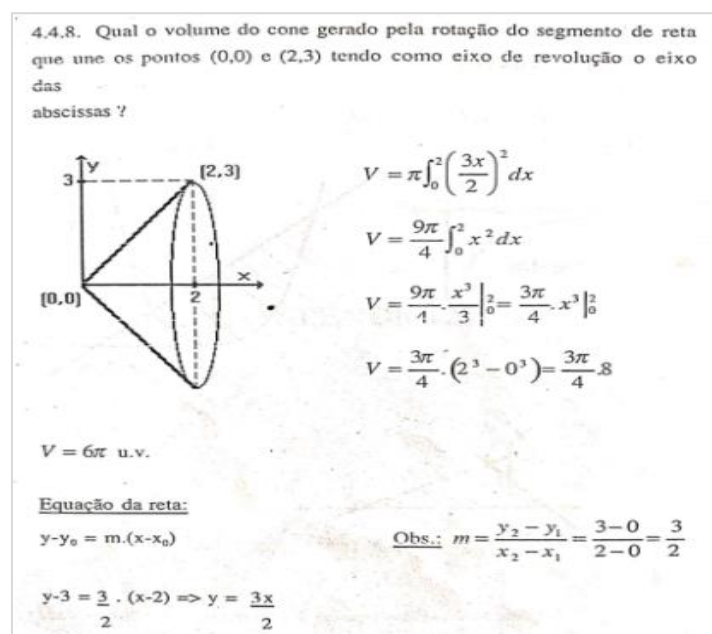
A situação encontrada na Figura 22, sobre o aluno repetir o questionamento – O que eu quero? - repete-se na situação de questionamento que o professor deverá fazer para o aluno – Qual é a incógnita? Ou seja, retoma o questionamento realizado inicialmente com o intuito de não perder a direção do que se pretende. Nota-se, nas Figuras 22 e 23, que a aplicação da resolução de problemas requer um tempo a mais em relação às aulas tradicionais, pois o problema é apresentado sem contextualização, e as atividades foram aplicadas da forma como se apresentam nos exemplos.

Na resolução de problemas, não se apresentam exemplos para que os alunos possam segui-los, da mesma estrutura e desenvolvimento do cálculo realizado pelo professor, como o método de ensino tradicional. Aplica-se um problema com um contexto da vivência ou do seu conhecimento matemático tácito e que nesse desenvolvimento o aluno possa fazer tais questionamentos, como apresentados na Figura 22, e criando uma conexão entre eles, por fim, desenvolvendo a solução. Isso não quer dizer que a solução esteja correta, por isso, tem-se a necessidade de apresentar as diversas soluções realizadas pelos grupos, que foram determinadas no início da aplicação da metodologia de ensino, resolução de problemas.

Para Polya (2006), um problema constitui em procurar, conscientemente, por alguma ação adequada, alcançar um objetivo nitidamente definido, porém, não prontamente alcançável. Sendo assim, serão apresentados dois exemplos. No primeiro, na Figura 24, não se aplica a Resolução de Problemas e as atividades não estão contextualizadas; já no segundo, Figura 25 apresenta-se por meio da Resolução de Problemas com contextualização.

No exemplo da Figura 24, o aluno deverá encontrar o volume, baseado em operações diretamente com a prática da matemática formal, com aplicação de uma atividade abstrata, e que desenvolve por meio das regras e normativas da matemática que foram direcionadas para os alunos. A atividade está direcionada para os conceitos de rotação, equação de reta, integral e volume de um cone.

Figura 24: Exemplificação de um problema sem contextualização



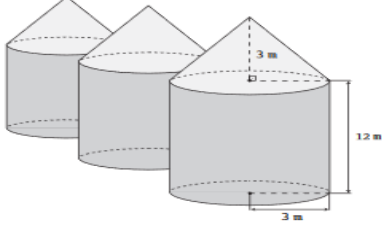
(Santana Filho, 1997, p. 57)

Nota-se que há um problema para ser resolvido, porém, não há uma contextualização no enunciado desse problema. A Figura 25 apresenta uma resolução de problemas com uma contextualização no seu enunciado. Dessa forma, a tarefa (Figura 25) está no formato de uma aplicação da metodologia por meio da resolução de problemas que contemple o conhecimento matemático tácito do aluno. O conteúdo direcionado é dos corpos redondos em que se pede o volume de um cone. Nota-se que os conceitos determinados na atividade da Figura 24 poderão ser aplicados por meio da atividade da Figura 25, de forma que poderá introduzir o conceito de rotação, equação da reta e integral.

Figura 25: Exemplificação de uma tarefa por meio de resolução de problemas com contextualização

QUESTÃO 175

Em regiões agrícolas, é comum a presença de silos para armazenamento e secagem da produção de grãos, no formato de um cilindro reto, sobreposto por um cone, e dimensões indicadas na figura. O silo fica cheio e o transporte dos grãos é feito em caminhões de carga cuja capacidade é de 20 m^3 . Uma região possui um silo cheio e apenas um caminhão para transportar os grãos para a usina de beneficiamento.



Utilize 3 como aproximação para π .

O número mínimo de viagens que o caminhão precisará fazer para transportar todo o volume de grãos armazenados no silo é

- A 6.
- B 16.
- C 17.
- D 18.
- E 21.

(Enem, 2016, p. 30).

Percebe-se que as tarefas mencionadas utilizam dois formatos para que se resolva um problema sobre volume, porém, a tarefa da Figura 25 está contextualizada e de forma mais dinâmica para o aluno, fazendo a conexão por meio dos conhecimentos matemáticos tácitos dos alunos. Isso porque a situação-problema não está longe do conhecimento da realidade de um aluno que vive numa cidade urbana.

Porém, as tarefas que terão conexões com os conteúdos matemáticos deverão ter objetivos claros e em conformidade com a realidade da situação-problema. Essa situação demanda um pouco mais de trabalho do professor. Vale ressaltar que é importante a diversidade da metodologia de ensino. Inicialmente, pode-se utilizá-la por meio da resolução de problemas e, posteriormente, quando o aluno já estiver com todos os conceitos.

Portanto, a investigação delineou-se sobre a resolução de problemas que a definiu como uma metodologia de ensino para a Matemática e que apresenta suas atividades por meio da resolução de problemas contextualizados, que estejam presentes no conhecimento matemático tácito do aluno. Sobretudo, o problema é definido, segundo Polya (2006), como foi descrito acima, como um problema que constitui em procurar conscientemente por alguma ação adequada para alcançar um objetivo nitidamente definido, porém, não prontamente alcançável.

Diante do exposto, fez-se uma análise do estado da arte no que se refere à Etnomatemática e à Resolução de Problemas. Nos capítulos posteriores, será apresentada a forma como essas duas tendências de ensino foram utilizadas na proposta da investigação.

CAPÍTULO 4

METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

Este capítulo apresenta o ‘caminhar’ da investigação, numa pesquisa de natureza qualitativa e interpretativa, que tem como referência os questionamentos delineados, os quais deram origem a duas fases: a primeira fase, *diagnóstica*, resultou da identificação de situações em contextos de trabalho que evidenciaram conteúdos matemáticos; e a segunda fase, *elaboração e concretização de situações-problema sobre contextos profissionais*, teve por finalidade explorar e confrontar conhecimentos informais e formais adquiridos sobre conteúdos matemáticos. Em consequência, são apresentados os participantes do estudo, alunos que fizeram parte do estudo de campo da investigação, no contexto profissional (1.ª fase), e os que participaram na resolução de situações-problema (2.ª fase). Os contextos profissionais, ambientes laborais, surgem neste estudo com a finalidade de evidenciar o debate entre os conhecimentos matemáticos informais, adquiridos nesses contextos, e os conhecimentos formais, adquiridos no contexto escolar. Para responder aos questionamentos que nortearam a investigação, recorreu-se a alunos dos cursos Técnico em Edificações e Técnico em Reciclagem. Cada curso deu origem a um subgrupo, que surgiu devido à identificação dos alunos trabalhadores direcionados à formação dos referidos cursos técnicos.

Para efetivar a primeira fase do estudo e responder ao primeiro questionamento, realizaram-se estudos de campo: (i) no que diz respeito a alunos de Edificações, observaram-se três ambientes (A1, A2 e A3); (ii) no que diz respeito a alunos de Reciclagem, observaram-se duas cooperativas (COOP1 e COOP2). Nesta fase do estudo, observaram-se alguns alunos desses cursos nos seus contextos profissionais, com um olhar direcionado para conteúdos matemáticos contemplados nas suas ações profissionais. Consequentemente, a partir dessas observações, foram elaboradas tarefas (situações-problema) com base na contextualização das atividades laborais e das ocorrências vivenciadas nos ambientes dos trabalhadores. Posteriormente, essas tarefas foram exploradas, na segunda fase da investigação, por alunos dos respectivos cursos com o intuito de promover o debate entre o seu conhecimento matemático informal e formal de conteúdos matemáticos identificados. Na efetivação da segunda fase do estudo, com o intuito de responder aos dois últimos questionamentos, elaboraram-se dois estudos de caso.

4.1. Opções metodológicas

A investigação delineou-se sobre o conhecimento matemático tácito, também referido como conhecimento matemático informal, de alunos trabalhadores dos cursos Técnico em Edificações, na Escola 1, localizada na Região Administrativa Samambaia do Distrito Federal; e do curso Técnico em Reciclagem, na Escola 2, localizada na Região Administrativa Scia/Estrutural do Distrito Federal.

A pesquisa tem como objetivo geral averiguar o conhecimento matemático adquirido por alunos do PROEJA em atividades realizadas em contexto profissional e escolar. Com direcionamentos para identificar os conhecimentos de suas práticas profissionais, a teoria auxiliou a conexão entre os dados e admitiu uma averiguação sistemática e sem arbitrariedade dos acontecimentos. Adoptou-se por desenvolver uma pesquisa qualitativa, pois teve como parte integrante um estudo histórico, referente ao percurso dos alunos, à prática do trabalho e a sua relação com os ambientes escolares e a realidade constatada no processo escolar (Flick, 2013). Sendo a modalidade de ensino PROEJA direcionada para alunos trabalhadores, por meio de um dado grupo de trabalhadores e estudantes, este estudo incidiu sobre a exploração do conhecimento matemático informal adquirido em contextos profissionais, que é passado entre gerações, para aplicação nas atividades de matemática no contexto escolar.

A pesquisa integra os requisitos de uma metodologia qualitativa e interpretativa. A abordagem qualitativa deriva de a pesquisa incidir sobre a identificação de conteúdos matemáticos nas atividades laborais, analisando os conhecimentos formal e informal introduzidos nessas atividades, assim como o entendimento nas resoluções feitas pelos alunos no contexto laboral. Erickson (1986) pontua o termo interpretativo para se referir ao

significado principal das abordagens de interpretação para a pesquisa em questões de ensino de conteúdo em vez de questões de procedimento. Interesses na interpretação do conteúdo leva o pesquisador a buscar métodos que serão apropriados para o estudo desse conteúdo. Se a pesquisa interpretativa sobre o ensino em sala de aula deve desempenhar um papel significativo na pesquisa educacional, será por causa do que a pesquisa interpretativa tem que a dizer sobre suas preocupações substantivas centrais: (a) a natureza de salas de aula como ambientes social e culturalmente organizados para a aprendizagem, (b) a natureza do ensino como um, mas apenas um, aspeto do ambiente de aprendizagem reflexiva, e (c) a natureza (e conteúdo) das perspectivas de significado do professor e aluno como intrínseco ao processo educacional. As concepções teóricas que definem os fenômenos primários de interesse no estudo interpretativo do ensino são muito diferentes daqueles que fundamentam as abordagens anteriores e convencionais para o estudo de ensino. (Erickson, 1986, p. 120).

A investigação conduziu os direcionamentos referidos por Erickson (1986), visto que a natureza da sala de aula contribui para a observação, no primeiro momento, de um diagnóstico das aulas no sentido dos conteúdos e dos alunos participantes. A natureza (conteúdos) do ensino da modalidade

PROEJA nos cursos técnicos é um elemento que pode interagir com os ambientes laborais definidos, no caso atividades laborais da construção civil e reciclagem, assim como compreender as ações laborais dos alunos intrinsecamente no seu processo educacional, conduzindo ao estudo de caso dos alunos dos cursos técnicos.

Em relação à natureza do objetivo e das questões de investigação, adotou-se a pesquisa qualitativa e interpretativa (Erickson, 1986; Flick, 2013), por se procurar compreender o significado que os intervenientes do estudo dão às suas ações nas atividades que realizam. As características que levam em consideração uma abordagem qualitativa devem-se por:

1. Na investigação qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal. Os investigadores introduzem-se e despendem grandes quantidades de tempo nas escolas, famílias, bairros e outros locais tentando elucidar questões educativas. [...]
2. A investigação qualitativa é descritiva. Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números. [...]
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos. Como é que as pessoas negociam os significados. [...]
4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva. Não recolhem dados ou provas com o objetivo de confirmar ou infirmar hipóteses construídas previamente; ao invés disso, as abstrações são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos se vão agrupando. [...]
5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. Os investigadores que fazem uso deste tipo de abordagem estão interessados no modo como diferentes pessoas dão sentido às suas vidas. (Bogdan & Biklen, 1994, pp. 47–50).

A opção por uma pesquisa qualitativa deu-se pelas suas diferenças em relação à pesquisa quantitativa, como se apresenta no Quadro 2.

Quadro 2: Diferenças pontuais das pesquisas quantitativa e qualitativa

Processo	Pesquisa quantitativa	Pesquisa qualitativa
Teoria	Como um ponto de partida a ser testado	Como um ponto final a ser desenvolvido
Seleção do caso	Orientada para a representatividade (estatística), amostragem idealmente aleatória	Intencional de acordo com a fecundidade teórica do caso
Coleta de dados	Padronizada	Aberta
Análise de dados	Estatístico	Interpretativa
Generalização	Num sentido estatístico para a população	Num sentido teórico

Fonte: Flick (2013, p. 240).

Diante do Quadro 2, percebe-se que a investigação acolheu todos os aspectos de uma pesquisa qualitativa. Ressalta-se que, na investigação realizada, o ponto final a ser desenvolvido foi justamente o conhecimento matemático tácito dos alunos trabalhadores. Para tanto, em relação ao conjunto aberto de asserções, ela permite fazer a interação das teorias educacionais com as interações da realidade, produzindo dados que possam ser sistemáticos, que se possa aplicar teorias educacionais para análise de uma estratégia e ser admitida por meio das análises reais no contexto escolar. Em relação à realidade socialmente construída, consentiu a valorização dos conhecimentos matemáticos dos trabalhadores dos alunos do PROEJA na inserção da educação formal.

As características da investigação tiveram como fonte de dados o conhecimento matemático formal e informal dos alunos que atuavam na construção civil e reciclagem, assim como os ambientes laborais de alguns deles, neste caso, os canteiros de obra e os galpões de materiais recicláveis. Sobre a descrição, foram estabelecidos dados sob a forma de palavras/imagens, entrevistas (E), notas de campo (NC), gravações em áudio (GA), fotos, levando em consideração o processo da investigação.

Para a compreensão dos ambientes onde os alunos participantes da investigação estavam inseridos, no debate sobre o conhecimento matemático formal e informal, importa entender a localização dessas instituições de ensino. O Distrito Federal é dividido em 31 Regiões Administrativas (RA), originadas por leis e decretos. No entanto, a Escola 1 localiza-se na RA de Samambaia, composta, em sua predominância, por domicílios urbanos e comércios, apresentando, na pesquisa Distrital por Amostra de Domicílios (PDAD) em 2018, uma população urbana de 232.893 pessoas. Sobretudo, “95,3% dos moradores com cinco anos ou mais de idade declararam saber ler e escrever [...] Para as pessoas entre 4 e 24 anos, 59,2% reportaram frequentar escola pública [...]” e entre esses estudantes “73,5% estudavam na RA Samambaia” (PDAD, 2019, p. 17). Ademais, a Escola 1 possui, atualmente, dois cursos técnicos integrados, três cursos técnicos subsequentes, duas graduações, um PROEJA e dois cursos na modalidade EaD, mas a investigação foi realizada na modalidade PROEJA. Nesse sentido, a modalidade de ensino PROEJA, no curso Técnico em Edificações, contempla os interesses locais, pois os trabalhadores que moram na região “exerciam o seu trabalho principal, sendo o setor de Serviços o mais informado, segundo 70,5% dos respondentes” (PDAD, 2019, p. 23).

A Escola 2 localiza-se na RA denominada de Setor Complementar de Indústria e Abastecimento-Scia Estrutural, composta em seu entorno, predominantemente, por setores comerciais, destacando concessionárias, garagens de automóveis, galpões de materiais recicláveis e distribuidoras, ficando próximo aproximadamente 2,7 km da concentração de domicílios urbanos da Estrutural (GoogleMaps, 2021). No que diz respeito à escolaridade, “93,6% dos moradores com cinco anos ou mais de idade

declararam saber ler e escrever [...]. Para as pessoas entre 4 e 24 anos, 61,1% reportaram frequentar escola pública [...]” e entre esses estudantes “50,6% estudavam na RA Scia/Estrutural” (PDAD, 2019, p. 19). Além disso, a Escola 2 oferta, atualmente, dois cursos técnicos integrados, um curso técnico subsequente, um curso superior, um PROEJA, uma pós-graduação, doze cursos de formação inicial e continuada e dois cursos EaD. Nesse sentido, o curso PROEJA em Reciclagem atende os interesses da localidade, pois “as pessoas com 14 anos ou mais, 50,7% estavam ocupadas (13.171 pessoas)” e esses trabalhadores “exerciam o seu trabalho principal, sendo o setor de Serviços o mais informado, segundo 62,3% dos respondentes [...]”. (PDAD, 2019, p. 25).

A análise dos dados foi acontecendo à medida que os dados foram se agrupando nas particularidades dos conhecimentos matemáticos tácitos dos alunos trabalhadores. A conjectura do significado verificou a atitude de diferentes pessoas dando sentido às suas vidas, no sentido da vida laboral, e o conhecimento matemático aplicado na vida profissional dos alunos que participaram da investigação. O estudo fundamentou-se nas perspectivas que fortaleceram o ensino da matemática: conhecimento, aprendizagem, Etnomatemática, Resolução de Problemas e os elementos de um estudo de caso. Uma variedade de técnicas auxiliou os recursos para alcançar os dados e, conseqüentemente, a análise dos dados. Os resultados encontrados poderão contribuir diretamente para toda uma etapa da educação formal, assim como outras modalidades de ensino.

Dessa forma, as características verdadeiramente distinguíveis do método de estudo de caso, ao longo de todas as fases da pesquisa - definição do problema, delineamento da pesquisa, coleta de dados, análise de dados e composição e apresentação dos resultados -, são os assuntos tratados. (Yin, 2001, p. xii).

Os elementos do estudo de caso fizeram o desenho da investigação proporcionando as etapas de condução para se alcançar o estudo delimitado. Em termos de desenho, esta investigação integra dois estudos de caso, por se tratar de um método que possui recolha de dados qualitativos sem quantificação formal que implicam observação sem manipulação direta de variáveis (Yin, 2001).

- Sistema demarcado: espaço – ambiente acadêmico e laboral e tempo: 2018 a 2019.
- Caso estudado: pesquisa para prática docente, elaboração de tarefas com predomínio da Resolução de Problemas, utilizando a Etnomatemática em relação ao conhecimento matemático tácito dos alunos do PROEJA adquiridos nas experiências laborais da construção civil e da reciclagem.
- Fontes de informação múltiplas: observações, entrevistas, material audiovisual, documentos e relatórios.

Vale ressaltar que, ao utilizar elementos do estudo de caso, a investigação deu-se pelos seus questionamentos e direcionamentos, pois

não existe fórmula, mas a escolha depende, em grande parte, de sua(s) questão(ões) de pesquisa. Quanto mais suas questões procurarem explicar alguma circunstância presente (por exemplo, “como” ou “por que” algum fenômeno social funciona), mais o método do estudo de caso será relevante. (Yin, 2015, p. 4).

O estudo de caso é um método de pesquisa aplicado na pesquisa qualitativa e “usado para contribuir ao nosso conhecimento dos fenômenos individuais, grupais, organizacionais, sociais, políticos e relacionados. [...]”, sendo um método muito utilizado na Educação (Yin, 2015, p. 4). A investigação debruçou-se sobre os grupos de trabalhadores da construção civil e trabalhadores de materiais recicláveis, reconhecendo o contexto da Etnomatemática. Utilizaram-se as etapas: formulação do problema; definição da unidade caso; determinação do número de casos; elaboração do protocolo; coleta de dados; análise e preparação do relatório. As perspectivas empíricas e fenomenológicas permitiram compreender as práticas laborais e seus conhecimentos matemáticos tácitos na inserção dos conhecimentos matemáticos explícitos. O estudo de caso precisa preocupar-se com a apresentação rigorosa e justa dos dados empíricos, pois implica na recolha de dados qualitativos sem quantificação formal que requerem observação sem manipulação direta de variáveis, procurando sempre explicar uma situação presente.

O contexto de um caso sugere estabelecer o caso no espaço apresentado, sendo que o investigador ampliou generalizações correspondentes decorrentes da análise dos dados, generalizações que possam ser aplicadas a outros estudos de campo da matemática. Contudo, o estudo de caso

Surge do desejo de entender fenômenos sociais complexos. Em resumo, um estudo de caso permite que os investigadores foquem um “caso” e retenham uma perspectiva holística e do mundo real – como no estudo dos ciclos individuais da vida, o comportamento dos pequenos grupos, os processos organizacionais e administrativos, a mudança de vizinhança, o desempenho escolar, as relações internacionais e maturação das indústrias. (Yin, 2015, p. 5).

A investigação seguiu um desenho que obteve elementos de estudo de caso, pois, como refere Yin (2001), “um estudo de caso é uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não estão claramente definidos” (p. 32). Num estudo de caso, utilizam-se recursos “para compreender a especificidade de uma dada situação ou fenômeno, para estudar os processos e as dinâmicas da prática, com vista à sua melhoria, ou para ajudar um dado organismo ou decisor a definir novas políticas” (Ponte, 1994, p. 10). A unidade do estudo de caso foi constituída por alunos trabalhadores das Escolas 1 e 2

das turmas dos cursos Profissionalizante de Jovens e Adultos (PROEJA): Técnico em Edificações e Técnico em Reciclagem. Pretendeu-se, assim, realizar dois estudos de caso.

Os alunos que constituem os estudos de caso tiveram o seu trabalho de campo tanto nos ambientes das atividades laborais, que foram definidos após o conhecimento dos alunos, quanto no ambiente das Escolas 1 e 2.

No caso, os estudos nos ambientes laborais delinearão-se nas ações dos trabalhadores, sobre as quais foram explorados os conhecimentos matemáticos informais, com observações, registros e entrevistas. E esses conhecimentos, quando identificados, foram apresentados, em sala de aula, no formato de tarefas para os alunos do curso. Em sala de aula, aplicou-se a exploração das tarefas com predominância na resolução de problemas. A Figura 26 apresenta esta dinâmica.

Figura 26: Sequência da pesquisa qualitativa.



A Figura 26 apresenta o desenho inicial da investigação. A pesquisa qualitativa tem a liberdade de escolher o grupo de estudo e a inserção da quantidade dos casos conforme a relevância (Flick, 2013), delimitando o foco do estudo, criando situações que fortalecem o fazer perguntas, ouvir os participantes atentamente, observar eventos e estar atento aos fatos e acontecimentos e ler documentos que auxiliem o processo do estudo. Bassey (2003) e Yin (2001) enfatizam que se deve explicar situações dos vínculos casuais em intervenções da vida real, descrever a intervenção e o contexto na vida real que ela ocorre e explorar as situações encontradas.

A investigação delineou-se em torno dos conhecimentos matemáticos informais de dois grupos de trabalhadores, grupo de alunos de Edificações (GE) e grupo de alunos de Reciclagem (GR), com as respectivas questões norteadoras da investigação: Que conhecimentos matemáticos utilizam os alunos de dois cursos do PROEJA nos seus contextos profissionais?; Como os alunos do PROEJA exploram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos formais de matemática?; Como os alunos do PROEJA exploram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos informais de matemática?

4.2. Os desígnios da modalidade do curso e participantes

O Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos – PROEJA nos Institutos Federais é uma modalidade de ensino com foco essencial na profissionalização, porém, integrado ao ensino médio, sendo ofertado em quatro semestres, conforme Documento Base:

Art. 4º Os cursos de educação profissional técnica de nível médio do PROEJA deverão contar com carga horária mínima de duas mil e quatrocentas horas, assegurando-se cumulativamente: I - a destinação de, no mínimo, mil e duzentas horas para a formação geral;
II - a carga horária mínima estabelecida para a respectiva habilitação profissional técnica;
e
III - a observância às diretrizes curriculares nacionais e demais atos normativos do Conselho Nacional de Educação para a educação profissional técnica de nível médio, para o ensino fundamental, para o ensino médio e para a educação de jovens e adultos. (Brasil, 2007, pp. 69-70).

Para cumprir a quantidade de horas mínima estabelecida, é necessário que o curso seja ofertado em quatro semestres. Para finalizar o curso técnico, o aluno deverá completar o ensino profissionalizante no mínimo no período de dois anos, contemplando quatro módulos, divididos por semestres. Os cursos são variados, porém, é feito um estudo institucional para que sejam ofertados cursos técnicos que favoreçam a comunidade local e do entorno.

As Escolas 1 e 2 são instituições públicas, com respaldo como acreditadoras e certificadoras, além de serem pluricurriculares e autônomas. Nota-se que a educação profissional e tecnológica é o centro das atividades das instituições, pois se tem como um dos objetivos apresentar-se como centro de referência na oferta do ensino de ciências nas instituições públicas de ensino. Uma das ofertas dos cursos promovidas pela instituição é o ensino na modalidade PROEJA, que possui regulamento específico para seu ingresso, sendo necessário que o aluno tenha no mínimo 18 anos (Brasil, 1996), e que a modalidade de ensino pode ter o formato previsto no decreto, em seu Art. 1 - § 1º “I - formação inicial e continuada de trabalhadores; e II - educação profissional técnica de nível médio” (Brasil, 2006, p. 1).

Diante dessa proposta e da vivência profissional da investigadora (I), no ano de 2011, como docente do curso Técnico em Edificações, no primeiro semestre, verificou-se que, no ensino de conteúdos matemáticos aos alunos do Curso Técnico em Edificações, muitos alunos do curso tinham uma rica experiência nas ações laborais e que poderiam ser integradas como parte da dinâmica do processo do ensino, na possibilidade de se promover a aprendizagem. Porém, não houve tempo para promover a

ação, pois foram apenas 6 meses. Sendo assim, não ocorreu a possibilidade de conduzir essa experiência.

Mais tarde, no primeiro semestre de 2018, foi percebida a mesma situação encontrada em 2011 no curso Técnico em Reciclagem, o que foi reforçada na observação dos critérios do edital de inscrição para esse curso. Para os candidatos interessados no curso, foi disponibilizada uma determinada quantidade de vagas para profissionais catadores de materiais recicláveis.

Na época, em 2018, não fui professora do curso Técnico em Reciclagem, porém, a necessidade de se promover a interação do conhecimento matemático informal com o conhecimento matemático formal fez-se importante, buscando uma validação para se requerer a situação encontrada. Dessa forma, as escolhas dos cursos direcionaram-se às Escolas 1 e 2, pois ambas ofereciam os cursos mencionados: o curso Técnico em Edificações e o curso Técnico em Reciclagem.

Importa realçar que, anteriormente, no caso da pesquisa de mestrado que realizei em 2007-2010, tratei de averiguar o envolvimento dessa temática resultante das interferências do trabalho em que se verificou a prática do trabalho infantil e as interferências que essas práticas poderiam causar no rendimento escolar das crianças. O resultado foi um produto no formato de uma dissertação de mestrado, assim como, posteriormente, em 2012, fez-se a investigação sobre a caracterização dos alunos do curso PROEJA, com a publicação do artigo na revista *Brazilian Journal of Education, Technology and Society (BRAJETS)* com o título “Resultados preliminares: Levantamento aos anos de estudo no ensino fundamental e gênero dos alunos e alunas na Modalidade de Ensino PROEJA – Curso de Edificações” (2013). Assim, buscou-se fazer a investigação com os determinados grupos de estudo. Os alunos dos cursos, delimitados na investigação da modalidade de ensino PROEJA, são sujeitos adultos, que não conseguiram concluir a educação básica na idade regular conforme as leis específicas, pois são vários os motivos que os levaram à não conclusão do ensino regular na idade permitida, inclusive a prática do trabalho infantil, entre outros.

Na caracterização dos alunos dos cursos, percebeu-se que 58% ($n = 7$) dos alunos do curso Técnico em Edificações e 50% ($n = 6$) dos alunos do curso Técnico em Reciclagem são trabalhadores da construção civil e da reciclagem, podendo promover a interação do conhecimento matemático informal e matemático formal. Dessa forma, existiu a possibilidade de oportunizar as interações desses conhecimentos nos ambientes acadêmicos, com o intuito de se ter mais uma forma de apresentar recursos para a melhoria do processo do ensino e, conseqüentemente, da aprendizagem.

4.2.1. Técnico em Edificações

A investigação no Curso Técnico em Edificações foi realizada no ano de 2018. Os alunos que fizeram parte do processo de investigação foram os que frequentaram o Curso Técnico em Edificações da modalidade de ensino PROEJA. No entanto, para a aplicação do questionário e das atividades no contexto laboral da construção civil, participaram efetivamente os alunos que estavam presentes no dia da aplicação do questionário, no total de 12 alunos. Apenas um aluno não respondeu o questionário sobre os dados pessoais e perspectivas sobre a disciplina da matemática, mas, posteriormente, participou da realização das atividades matemáticas que exploraram o contexto profissional. Os alunos são representados por *Alunos de Edificações* (AE) e posteriormente por um algarismo: AE_i , $i \in \{1, 2, 3, \dots, 12\}$. Três alunos fizeram parte da exploração do estudo de caso no contexto profissional, devido a investigadora obter a autorização dos empregadores para acessar os seus ambientes laborais (AE5, AE7 e AE8), e seus respectivos ambientes (A1, A2 e A3).

4.2.2. Técnico em Reciclagem

No Curso Técnico em Reciclagem, a investigação foi realizada em 2019, inicialmente, aplicando os questionamentos sobre os dados pessoais e as perspectivas sobre a disciplina Matemática. A quantidade de alunos participantes do Curso Técnico em Reciclagem coincidiu com a quantidade de alunos do Curso Técnico em Edificações, totalizando 12 alunos, que foram representados como *Aluno de Reciclagem* (AR) seguido de um algarismo: AR_i , $i \in \{1, 2, 3, \dots, 12\}$. No entanto, para se fazer a investigação no contexto profissional das atividades laborais dos catadores de materiais recicláveis, foram identificados seis alunos trabalhadores nas cooperativas, quatro alunos na COOP1 e dois na COOP2, sendo que os alunos AR1, AR3, AR4 e AR6 trabalhavam na COOP1, e AR2 e AR5 trabalhavam na COOP2.

A realidade dos trabalhadores do Curso de Reciclagem apresentou-se diferente do Curso de Edificações. Dos sete alunos que estavam na atividade laboral, identificou-se a possibilidade de se fazer a pesquisa de estudo de campo somente com três deles devido à autorização dos empregadores. No Curso de Reciclagem, todos os alunos que estavam na atividade como catadores de materiais recicláveis concentravam-se em dois ambientes, possibilitando a realização da investigação, inclusive tendo a autorização para o acesso aos ambientes laborais.

4.3. Métodos de recolha de dados

Devido às questões que nortearam a investigação, os métodos de recolha de dados permitiram a efetivação para se encontrar as respostas. Um desses métodos foi a observação, que foi realizada

permitindo a imparcialidade do pesquisador, sem manipulação, pois ela apenas colheu informações dos fatos reais ocorridos, sem que houvesse participação do investigador. A observação

é uma técnica que faz uso dos sentidos para a apreensão de determinados aspectos da realidade. Ela consiste em ver, ouvir e examinar os fatos, os fenômenos que se pretende investigar. A técnica da observação desempenha importante papel no contexto da descoberta e obriga o investigador a ter um contato mais próximo com o objeto de estudo. (Gerhardt et al., 2009, p. 76).

Nesse sentido, as observações simples indicam que

o pesquisador permanece abstraído da situação estudada, apenas observa de maneira espontânea como os fatos ocorrem e controla os dados obtidos. Nessa categoria, não se utilizam meios técnicos especiais para coletar os dados, nem é preciso fazer perguntas diretas aos informantes. É comumente utilizada em casos de estudos exploratórios, nos quais os objetivos não estão claramente especificados; pode ser que o pesquisador sinta a necessidade de redefinir seus objetivos ao longo do processo. É muito apropriada para o estudo de condutas mais manifestadas das pessoas na vida social. (Gerhardt et al., 2009, p. 76).

As observações nas salas de aula e a aplicação do questionário permitiram registrar as atividades dos alunos e circunstâncias dos conteúdos matemáticos, e a atuação do desenvolvimento das atividades promovidas nas aulas. E, nos contextos profissionais, tiveram a finalidade de registrar como os alunos, como profissionais, concretizam as suas atividades e de identificar situações nas quais se aplicam conteúdos matemáticos.

Assim se verificou, por meio da observação, quem seriam os alunos que poderiam participar da pesquisa no trabalho de campo. Para essa etapa na observação em sala de aula, utilizou-se o questionário (Q), visto ser

um instrumento de coleta de dados constituído por uma série ordenada de perguntas que devem ser respondidas por escrito pelo informante, sem a presença do pesquisador. Objetiva levantar opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas. A linguagem utilizada no questionário deve ser simples e direta, para que quem vá responder compreenda com clareza o que está sendo perguntado. (Gerhardt et al., 2009, p. 71).

O questionário foi construído com perguntas abertas, fechadas e mistas, dividido em duas partes, sendo que as perguntas fechadas são aquelas que apresentam opções de respostas fixas e as abertas são aquelas que indicam respostas livres com frases que obrigam a formulação das respostas por parte do respondente (Gerhardt et al., 2009, p. 72). As partes do questionário foram respectivamente elaboradas:

Primeira parte: com 5 questionamentos, que fizeram referências aos dados pessoais, com a finalidade de caracterizar os alunos participantes, tais como: idade, tempo de estudo, motivos de desistência e retorno aos estudos, a escolha do curso, atividade laboral, tempo da atividade laboral e a percepção do curso que frequenta com as atividades laborais exercidas pelos alunos.

Segunda parte: com 11 questionamentos, relativos a perspectivas sobre a disciplina Matemática, tais como: afinidades e razões, considera-se um bom aluno, reprovação, os motivos da reprovação, a apreciação, as finalidades, o que mais gosta e o que menos gosta, motivação, utilidade, exemplos de situações do uso, associação dos conteúdos com o mundo do trabalho e o pensamento sobre aprender utilizando os conhecimentos matemáticos laborais.

Por meio das respostas analisadas do questionário, foram identificados os alunos participantes e trabalhadores e que mais tarde, após a autorização dos empregadores, foi permitido o estudo de campo nos ambientes laborais.

Tabela 1: Frequência de alunos participantes, alunos trabalhadores nas áreas da investigação e alunos do estudo de campo nos ambientes laborais

Curso	Alunos participantes	Alunos trabalhadores nas áreas do estudo	Alunos que participaram do estudo de campo – ambientes laborais
Edificações	11	7	3
Reciclagem	12	6	6

Fonte: Autora (2018/2019).

Dessa maneira, a distribuição das observações iniciais, a aplicação dos questionários (Q) e NC, em sala de aula, ficaram conforme apresentado no Quadro 3:

Quadro 3: Atividades realizadas - Cursos Técnico em Edificações e Técnico em Reciclagem

Curso Técnico	Metodologia aplicada	Horas dispensadas	Período
Edificações 1º Período	Observação das aulas e aplicação do questionário (Q1)	20 horas mensais 4 horas em 5 encontros	maio/2018
Reciclagem 1º Período	Observação das aulas e aplicação do questionário (Q1)	20 horas mensais 4 horas em 5 encontros	fevereiro/2019

Fonte: Autora (2018/2019).

A utilização do diário de campo ou notas de campo (NC) fez-se presente em todas as etapas da pesquisa, desde o momento em que a investigadora (I) entrou na sala de aula e acompanhou o desenvolvimento das aulas e os conteúdos matemáticos propostos, as atividades realizadas pelos alunos, a quantidade de alunos presentes, alunos que eram trabalhadores e quais desses poderiam participar

da pesquisa de campo até o momento da pesquisa nos ambientes laborais. Este instrumento de anotações como

diário de campo é um instrumento de anotações, um caderno com espaço suficiente para anotações, comentários e reflexão, para uso individual do investigador em seu dia a dia. Nele se anotam todas as observações de fatos concretos, fenômenos sociais, acontecimentos, relações verificadas, experiências pessoais do investigador, suas reflexões e comentários. Ele facilita criar o hábito de escrever e observar com atenção, descrever com precisão e refletir sobre os acontecimentos. (Gerhardt et al., 2009, p. 78).

O diário de campo permitiu registrar todas as situações, reflexões, falas, estratégias, conhecimentos, dentre outros, e fez-se presente em todos os momentos da observação.

Assim, a Tabela 1 apresenta o total de 11 que responderam ao Q1, alunos do curso Técnico em Edificações, e identificou que 7 alunos desse curso estavam atuando na construção civil, porém, desses 7, somente foi autorizado o acompanhamento de 3 deles. O motivo alegado pelas empresas foi que a investigadora não poderia acessar os ambientes laborais devido a possíveis ocorrências de acidentes no local da obra, pois todos os empregados possuíam seguro de vida e de acidente.

Os ambientes laborais que aceitaram a realização do estudo de campo foram obras particulares e não empresariais, totalizando três ambientes onde trabalhavam os alunos do curso de Edificações. Porém, no ambiente dos alunos do curso de Reciclagem, foram identificados dois ambientes laborais. Do total de 12 alunos que fizeram parte da pesquisa, 6 deles estavam em atividades de catadores de materiais recicláveis de galpões, sendo 4 atuando na cooperativa 1 (COOP1) e 2 deles atuando na cooperativa 2 (COOP2), sobretudo, direcionando os conhecimentos mencionados, conhecimentos matemáticos tácitos e explícitos. Ademais, os alunos nas suas atividades profissionais, de ambos os cursos, recorrem a conhecimentos matemáticos adquiridos informalmente que foram explorados na formalização de conhecimentos matemáticos por meio de atividades de aprendizagem realizadas na sala de aula.

As atividades que fazem parte do mundo do trabalho foram definidas no início da investigação, como mestres, pedreiros e ajudantes de pedreiros e catadores de materiais recicláveis de galpão, pois um dos critérios dos ingressantes no curso de Reciclagem é que o candidato deveria ser catador de material reciclável.

As observações nos estudos de campo promoveram a elaboração de 14 tarefas no formato de resoluções de problemas e exercícios, contextualizadas com a Etnomatemática dos grupos de trabalhadores. As tarefas exploraram os conteúdos já estudados pelos alunos. Dessa forma, as resoluções das tarefas feitas pelos alunos foram analisadas para responder ao segundo questionamento,

com a utilização do método de análise documental, que foram as produções dos alunos resultantes da resolução na sala de aula de situações-problema identificadas nos contextos profissionais. Pois, segundo Phillips (1974, p. 187), esses documentos são “quaisquer materiais escritos que possam ser usados como fonte de informação sobre o comportamento humano” e têm

como finalidade identificar informações pontuais nos documentos a partir de questões ou hipóteses de interesse. Dentre as principais vantagens destacam-se por ser uma fonte estável e rica, dando maior estabilidade aos resultados; podem extrair evidências que fundamentam as afirmações do pesquisador; tem um custo baixo; e por fim, é uma fonte não-reativa. (Ana & Lemos, 2018, p. 538).

Para tanto, os métodos efetivados para responder ao terceiro e último questionamento foram as observações das atividades realizadas na sala de aula; gravação áudio/vídeo das atividades realizadas na sala de aula, o que permitiu recolher informação o mais próximo possível do contexto em que elas ocorreram (ilustrando as atividades dos alunos); e resolução de situações-problema de contexto profissional realizadas pelos alunos dos cursos identificados; análise documental (produções dos alunos realizadas na sala de aula).

No entanto, em relação às gravações de áudio e vídeo, essas técnicas permitiram gravar ações e falas dos alunos participantes nos ambientes das salas de aula e laborais, com o objetivo de registrar as ações e explicações das atividades laborais e das explanações das tarefas na exploração e no confronto dos conhecimentos matemáticos. Essa técnica permitiu que a investigação registrasse os momentos e as falas na íntegra, podendo a investigadora fazer análises posteriores dos registros adquiridos da realidade vivenciada.

Porém, as gravações foram comunicadas aos participantes, garantindo o anonimato de todos os sujeitos, e que o uso das gravações e vídeos era exclusivamente para o propósito da pesquisa. Além disso, foi informado aos alunos que a participação deles seria totalmente voluntária e que as suas decisões seriam rigorosamente atendidas. As informações extraídas das gravações e dos vídeos foram exclusivamente as que contribuíram efetivamente para o objeto do estudo, os conhecimentos formal e informal.

Salientamos que, a nosso ver, o mérito maior da videogravação está na possibilidade de realizar um registro e uma codificação de dados minuciosos produzidos por mais de um observador, buscando maiores confiabilidade, fidedignidade e riqueza na produção e na análise de material empírico, sobretudo em pesquisas que lidam com questões e temáticas difíceis de serem apreendidas empiricamente. (Garcez et al., 2011, p. 259).

Segundo Sadalla e Larocca (2004), “a videogravação permite registrar, até mesmo, acontecimentos fugazes e não-repetíveis que muito provavelmente escapariam a uma observação direta.” (p. 423).

Na etapa final da investigação, aplicaram-se, novamente, as 14 tarefas elaboradas dentro da contextualização das práticas laborais e dos conhecimentos informais, de forma que permitissem fazer conexões com os conhecimentos formais.

Ainda que a atividade de pesquisa e a de resolução de problemas sejam importantes tanto do ponto de vista cognitivo quanto do didático, não se deve por isso subestimar um outro tipo de atividade fundamental: o reconhecimento, isto é, a identificação dos objetos por suas múltiplas ocorrências representacionais. A característica desse tipo de atividade é que ele deve ser rápido para ser eficaz ou útil. O nível de compreensão matemática que um aluno pode ser capaz de alcançar e o grau de iniciativa ou de exploração do qual ele pode dispor na resolução de um problema dependem do conjunto do que ele pode reconhecer rapidamente. Tarefas de estrito reconhecimento são, então, tão importantes para a aprendizagem quanto as tarefas de produção. (Machado, 2008, p. 28).

As resoluções das tarefas, na fase final, deveriam ser prioritariamente pelo conhecimento informal. Os alunos fizeram as explanações no quadro das salas de aula, de forma que se fez novamente a análise documental desses materiais produzidos após a efetivação da resolução para a finalização da investigação empírica.

4.4. Método de análise de dados

A análise dos dados foi feita por meio da técnica de análise de conteúdo, pois, segundo Bardin (1977), é o “conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens” (p. 42). Ademais, a técnica de análise de conteúdo estabelece três etapas básicas:

A pré-análise: a organização do material, quer dizer de todos os materiais que serão utilizados para a coleta dos dados, assim como outros materiais que podem ajudar a entender melhor o fenômeno e fixar o que o autor define como corpus da investigação, que seria a especificação do campo que o pesquisador deve centrar a atenção.

A descrição analítica: nesta etapa, o material reunido, que constitui o corpus da pesquisa, é mais bem aprofundado, sendo orientado em princípio pelas hipóteses e pelo referencial teórico, surgindo desta análise quadros de referências, buscando sínteses coincidentes e divergentes de ideias.

Interpretação referencial: é a fase de análise propriamente dita. A reflexão, a intuição, com embasamento em materiais empíricos, estabelecem relações com a realidade

aprofundando as conexões das ideias, chegando se possível à proposta básica de transformações nos limites das estruturas específicas e gerais. (Silva et al., 2005, p. 75).

Além das etapas, Bardin (1977) estabelece que a análise de conteúdo deve partir da organização (pré-análise), da codificação (análise qualitativa e quantitativa), da categorização (conjuntos ou categorias) e inferência (variáveis inferidas e variáveis de inferência).

A investigação procurou alcançar seu objetivo geral por meio de três questionamentos, com o direcionamento para uma pesquisa qualitativa. As proposições da investigação procuraram estabelecer um critério cronológico, no sentido de, ao se responder ao primeiro questionamento, dar sequência ao segundo e concluindo com o terceiro, de forma que o primeiro questionamento pudesse responder e produzir elementos que contribuíssem para as respostas dos questionamentos posteriores, e assim consecutivamente.

No entanto, o objeto do estudo foi o conhecimento matemático, e que deu origem à unidade do estudo de caso, nesta investigação, dois estudos de caso. As unidades foram os alunos dos dois cursos técnicos e, na caracterização e identificação dos alunos trabalhadores, seus ambientes laborais. Nesse sentido, os estudos de caso tiveram o método de análise de dados. O papel da investigadora no estudo de caso nos ambientes escolares foi, inicialmente, de observadora e, posteriormente, de uma forma mais participante. Sendo assim, observou os ambientes laborais, fez algumas intervenções e perguntas durante as análises das atividades laborais dos alunos trabalhadores com o objetivo de identificar os conhecimentos. Após a identificação dos conhecimentos formal e informal, aplicados nos ambientes das salas de aula e nos ambientes do trabalho, a investigadora elaborou 14 tarefas para que os alunos explorassem seus conhecimentos nas tarefas extraídas das observações realizadas nos ambientes laborais.

A análise dos dados foi fragmentada em duas fases. A primeira fase, denominada de *diagnóstico*, foi conduzida nos ambientes laborais para se conhecer e identificar nas ações laborais os conhecimentos matemáticos formais, especificamente nos conteúdos direcionados. Promoveu-se a elaboração de atividades para que os alunos pudessem resolvê-las no contexto da matemática formal.

Para análise da segunda fase, foram criadas duas categorias, denominadas de etapas. A 1.^a etapa foi denominada de *exploração* (categorização). Essa categoria surgiu devido aos dois últimos questionamentos da investigação que apresentavam a palavra-chave *exploram*. E a 2.^a etapa foi denominada de *confronto entre os conhecimentos matemáticos formais e informais* (categorização), pois tratou da fundamentação de dois conhecimentos matemáticos, objeto do estudo.

Com o intuito de descrever as maneiras dos alunos lidarem com as questões em matemática, buscando, a partir disso, a construção de inferências sobre seus conhecimentos, em processos recursivos de construção de unidades de análises e categorizações, a Análise de Conteúdo se apresenta como uma abordagem de pesquisa qualitativa para realização desses trabalhos. (Santos & Dalto, 2012, p. 2).

Diante do que foi exposto, será apresentado o caminhar das análises dos dados. Evidenciam-se os procedimentos feitos pela técnica de análise de conteúdo respondendo aos questionamentos, que “vai repousar nas citações textuais dos participantes do grupo, que vão assim ilustrar os achados principais da análise” (Rosa, 2013, p. 90).

4.4.1. 1ª Fase: Diagnóstico - Elementos de um estudo de caso

A 1ª fase da investigação, denominada de *diagnóstico*, orientada na procura de recolher dados com o intuito de responder à primeira questão da investigação – Que conhecimentos matemáticos utilizam os alunos de dois cursos do PROEJA nos seus contextos profissionais? –, teve a seguinte sequência de técnicas/recursos:

- Observação de contextos profissionais, que registrou como os alunos, enquanto profissionais, concretizavam as suas atividades e se identificaram situações nas quais se aplicam conteúdos matemáticos. Essa observação teve apoio de Grelhas de observação, que registrou ocorrência de atividades dos alunos e de situações com conteúdos matemáticos que decorreram dos contextos profissionais.

Os conteúdos matemáticos direcionados às observações e elaboração das tarefas, em comum acordo, foram escolhidos pelo professor responsável pela disciplina Matemática, da Escola 1, do curso de Edificações. Sendo assim, a investigadora não poderia introduzir conteúdos novos, tendo em vista que seria a ação do professor responsável pela disciplina. Posteriormente, seguiu-se essa mesma linha de orientação na Escola 2, no curso de Reciclagem.

Nas observações nos estudos de campo, foram feitas entrevistas, representadas como E1, que auxiliaram no processo de entendimento das ações laborais. Os quadros 4 e 5 apresentam os dias dos encontros referentes aos estudos de campo.

Quadro 4: Período de investigação no Estudo de Campo - Curso Edificações

Observação de contextos profissionais	Horas disponibilizadas	Período abril a novembro
Ambiente 1 (A1)	5 horas semanais distribuídas em 2 semanas	20 horas abril/maio

Ambiente 2 (A2)	5 horas semanais distribuídas em 2 semanas	20 horas junho/agosto
Ambiente 3 (A3)	5 horas semanais distribuídas em 2 semanas	20 horas setembro/novembro
Total de horas		60 horas

Fonte: Autora (2018).

Quadro 5: Período de investigação no campo de estudo – Curso Reciclagem

Observação de contextos profissionais	Horas disponibilizadas	Período abril a novembro
Cooperativa 1 (COOP1)	5 horas semanais distribuídas em 3 semanas	15 horas (fevereiro/março)
Cooperativa 2 (COOP2)	5 horas semanais distribuídas em 3 semanas	15 horas (março/abril)
Total de horas		30 horas

Fonte: Autora (2019).

As quantidades das horas reservadas, que foram permitidas pelos empregadores para acesso aos estudos de campo, na construção civil foram de 20 horas para cada ambiente laboral dos alunos do curso de Edificações. Como foram 3 ambientes, o total foi de 60 horas. Para os ambientes da reciclagem, os cooperados permitiram 15 horas para cada ambiente. E como foram 2 ambientes, o total foi de 30 horas.

Todos os responsáveis pelos ambientes não concederam mais tempo para a realização das investigações devido ao risco de acidentes provocados nos ambientes laborais, pois não queriam se responsabilizar por danos à investigadora, principalmente no ambiente da reciclagem. Eles tinham de fornecer material de equipamento de proteção individual (EPI) para que a investigadora (I) tivesse acesso aos ambientes.

O Quadro 4 apresenta 3 ambientes onde foram realizadas as investigações das ações laborais dos alunos do curso de Edificações, com representações para o Ambiente 1 (A1), Ambiente 2 (A2) e Ambiente 3 (A3). No Quadro 5, apresentam-se os ambientes das ações laborais dos alunos do curso de Reciclagem, Cooperativa 1 (COOP1) e Cooperativa 2 (COOP2).

Com a análise da E1, foram identificados os alunos que fariam parte da investigação no estudo de campo de suas atividades laborais. Então, no caso dos alunos do curso de Edificações, obtiveram-se 3 alunos para que acontecesse o reconhecimento da matemática informal nas atividades laborais do mestre de obra, pedreiro e ajudante de pedreiro. No caso dos alunos do curso de Reciclagem, foram 6 alunos identificados e que fizeram parte do estudo de campo.

Em virtude das observações, foram criadas 14 tarefas no formato de problemas e exercícios com foco na Etnomatemática, contextualizando as situações encontradas nas atividades laborais e contemplando os conteúdos que foram ministrados anteriormente pelos professores responsáveis pela disciplina.

Os conteúdos explorados para as tarefas no curso de Edificações foram: Proporção; Razão; Porcentagem; Regra de três simples e composta; Medidas; Geometria Plana; Noções de Área; Áreas de figuras planas; Alinhamento de três pontos; Triângulo retângulo; Trigonometria do triângulo retângulo; Resolução de triângulos quaisquer e volume. E para o curso de Reciclagem foram: Expressões Numéricas envolvendo a adição, subtração, multiplicação e divisão; Números Decimais e Fracionários; Porcentagens; Regra de Três Simples e Composta.

Para responder ao questionamento da primeira fase de *diagnóstico*, fez-se a observação no campo de trabalho, que, conseqüentemente, evidenciando os conhecimentos matemáticos informais desses trabalhadores, foram produzidas tarefas com base na Etnomatemática por meio de resoluções de problemas e exercícios. Promoveu-se assim a contextualização das tarefas, concluindo com a aplicação desse conhecimento nos conteúdos da matemática formal, fazendo com que os alunos percebessem e se reconhecessem como autores do seu processo de aprendizagem.

4.4.2. A contextualização das tarefas

Ao identificar os conteúdos matemáticos nas ações laborais dos trabalhadores da construção civil e dos catadores de materiais recicláveis, percebeu-se como esses conhecimentos informais contribuem positivamente na elaboração de tarefas para transmitir o conhecimento formal, pois, para Sobel (2005),

A educação baseada-em-lugar é o processo de usar a comunidade local e o meio ambiente como um ponto de partida para ensinar conceitos de linguagem, matemática, estudos sociais, ciências e outras disciplinas em todo o currículo. Enfatizando as mãos, experiências de aprendizagem do mundo real, esta abordagem à educação aumenta a realização acadêmica, ajuda os alunos a desenvolver laços mais fortes para a sua comunidade, melhor apreciação dos alunos para o mundo natural, e cria um maior empenho para servir como ativo, contribuindo com os cidadãos. A vitalidade da comunidade e da qualidade ambiental são melhoradas através da participação activa dos cidadãos locais, organizações comunitárias e ambiente, recursos na vida da escola. (p. 7).

Assim, a contextualização emprega as habilidades cotidianas de certos grupos, localidades, povos, regiões, trabalhos, e outros campos diversificados que podem ser utilizados para apreciação da

aprendizagem. A contextualização está regulamentada nos documentos governamentais que amparam a educação formal, pois

É na dinâmica de contextualização/descontextualização que o aluno constrói conhecimento com significado, nisso se identificando com as situações que lhe são apresentadas, seja em seu contexto escolar, seja no exercício de sua plena cidadania. A contextualização não pode ser feita de maneira ingênua, visto que ela será fundamental para as aprendizagens a serem realizadas – o professor precisa antecipar os conteúdos que são objetos de aprendizagem. Em outras palavras, a contextualização aparece não como uma forma de “ilustrar” o enunciado de um problema, mas como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático na escola. (Brasil, 2006, p. 83).

Olhando com esse direcionamento, a investigação debruçou-se, por meio da Etnomatemática, na viabilização de se criar tarefas que pudessem ser contextualizadas, em que os alunos pudessem reconhecer suas atividades laborais do presente e possivelmente no futuro, já que alguns alunos ainda não estavam atuando na área em que se pretendem formar.

A investigação propôs que essa interação de contextualizar as tarefas seja no início do curso, no primeiro semestre/módulo, para que os alunos possam se familiarizar com os conteúdos e absorver a aprendizagem, de forma que as situações sejam as mais próximas possíveis das realidades vivenciadas por eles. Sendo assim,

nesse contexto, é fundamental que as escolas, ao manterem a organização disciplinar, pensem em organizações curriculares que possibilitem o diálogo entre os professores das disciplinas da área de Ciências da Natureza e Matemática, na construção de propostas pedagógicas que busquem a contextualização interdisciplinar dos conhecimentos dessa área. O que se precisa é instituírem os necessários espaços interativos de planejamento e acompanhamento coletivo da ação pedagógica, de acordo com um ensino com característica contextual e interdisciplinar, ou seja, instituírem os coletivos organizados [...]. (Brasil, 2006, p. 105).

Orienta-se, inclusive, a interdisciplinaridade, que pode ser muito utilizada na situação da investigação, porém, não foi foco de estudo. Ademais, fazer uma conexão entre a experiência dos alunos e os conceitos abstratos auxiliam em apresentar exemplos concretos contextualizando conceitos matemáticos abstratos.

Assim, o ensino da matemática sem contextualização do tempo ao tempo, fornecendo exemplos concretos de abstrações que têm sido feitas, por exemplo, obriga os alunos a adotarem uma abordagem superficial à aprendizagem e a utilização de memória para armazenar definições e algoritmos processuais. Não há nenhuma evidência de que esta abordagem à aprendizagem conduz automaticamente à compreensão conceitual esperada. (El Gaidi & Ekholm, 2015, p. 26.401.11).

Portanto, nas 14 tarefas para cada curso técnico foram consideradas as especificidades dos alunos, as suas vivências e ocorrências laborais. Elas tiveram por base a identificação do conhecimento matemático informal na elaboração dessas tarefas dos tipos de resolução de problemas e exercícios fundamentados na Etnomatemática, para que, posteriormente, os alunos pudessem resolvê-las.

4.4.3. 2ª Fase: Elaboração e concretização das propostas pedagógicas

A 2.ª fase foi direcionada para a *elaboração e concretização de propostas pedagógicas com situações-problema de contextos profissionais com a finalidade de promover, em contexto escolar, a aprendizagem de conteúdos matemáticos*. Nessa fase, procurou-se recolher dados com o intuito de responder às duas últimas questões de investigação. A fase foi orientada em 2 etapas, que obteve as caracterizações *exploração* e *confronto entre o conhecimento matemático formal e informal*. Sendo assim, a segunda questão norteadora aplicou a categorização *exploração*, com a proposta de responder ao questionamento – Como os alunos do PROEJA exploram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos informais de matemática? E teve a seguinte sequência da técnica/recurso: Análise documental (produções dos alunos realizadas na sala de aula).

No Quadro 6, apresenta-se a distribuição do momento da exploração dos conhecimentos aplicados nas resoluções das tarefas dos alunos.

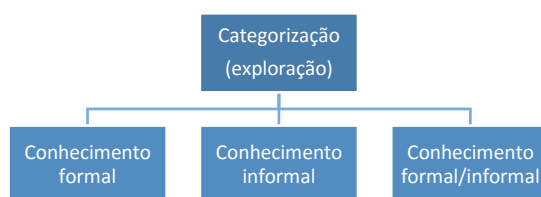
Quadro 6: Período de realização das tarefas pelos alunos

Curso Técnico	Metodologia aplicada	Horas dispensadas	Período
Edificações - 1.º Período	Resolução das tarefas	4 horas/aula (200 minutos)	novembro/2018
Reciclagem - 1º Módulo	Resolução das tarefas	4 horas/aula (200 minutos)	maio/2019

Fonte: Autora (2019).

Para responder aos questionamentos da segunda fase, fez-se a observação no campo de trabalho. Consequentemente, evidenciando os conhecimentos matemáticos informais desses trabalhadores, foram produzidas tarefas com base na Etnomatemática por meio de resoluções de problemas e exercícios. Concluiu-se com a aplicação desses conhecimentos nos conteúdos da matemática formal e fazendo com que os alunos percebessem e se reconhecessem como autores do seu processo de aprendizagem. No entanto, a análise dessa etapa deu-se da seguinte forma, como apresenta a Figura 27.

Figura 27: Procedimento de análise dos resultados da categorização exploração (1.ª etapa)



As resoluções que foram analisadas deveriam determinar um desses conhecimentos ou podendo encontrar ambos os conhecimentos, de forma que a organização do que foi encontrado ficou no formato de uma planilha para que se identificassem, nas análises, os conhecimentos determinados nas resoluções.

A 2.ª etapa da 2.ª fase resultou da terceira e última questão norteadora, utilizando as respectivas técnicas - Como os alunos do PROEJA exploram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos informais de matemática? E teve a seguinte sequência das técnicas/recursos:

- Observação das atividades realizadas na sala de aula;
- Gravação áudio/vídeo das atividades realizadas na sala de aula, o que permitiu recolher informação o mais próximo possível do contexto em que ocorreu (ilustrando as atividades dos alunos);
- Resolução de situações-problema de contexto profissional realizada pelos alunos dos cursos identificados.

O Quadro 7 apresenta os períodos em que foram aplicados os confrontos dos conhecimentos. Nessa etapa, os alunos verificavam as resoluções feitas pelos grupos, e fizeram análises das respostas encontradas, análises dos contextos laborais e análises das resoluções realizadas por eles. As técnicas utilizadas foram as mesmas da segunda questão norteadora.

Quadro 7: Etapa da categorização do confronto do conhecimento informal e formal - Curso Técnico em Edificações

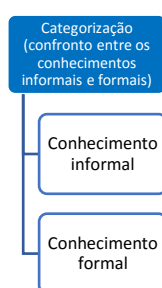
Curso Técnico	Metodologia aplicada	Horas dispensadas	Período
Edificações 1º Período	Confronto dos conhecimentos matemáticos formais e informais	3 horas e 20 minutos 4 horas/aula (200 minutos)	novembro/2018
Reciclagem 1º Período	Confronto dos conhecimentos matemáticos formais e informais	3 horas e 20 minutos 4 horas/aula (200 minutos)	maio/2019

Fonte: Autora (2018/2019).

No confronto, os alunos analisaram as respostas que eles produziram nas tarefas. A estratégia era que sempre um aluno que estivesse inserido na atividade laboral iria ao quadro fazer a explanação de como ele resolveria a situação contextualizada nas tarefas decorrentes das atividades laborais, utilizando o conhecimento matemático informal. Posteriormente, os alunos verificaram e analisaram as resoluções feitas na exploração com as resoluções feitas na contextualização da Etnomatemática dos grupos dos trabalhadores.

O procedimento das análises das resoluções aconteceu conforme apresentado na Figura 28.

Figura 28: Procedimento de análise dos resultados da categorização exploração (2ª etapa)

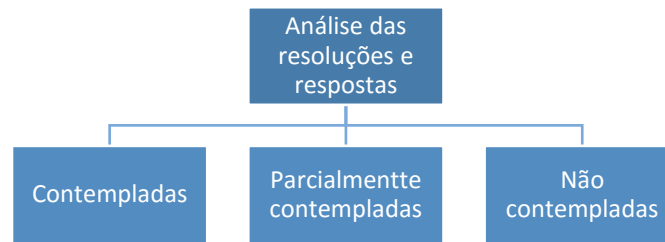


As análises das resoluções feitas pelos alunos no quadro para a turma, com intenção de promover o confronto dos conhecimentos, estabelecidas na 2.ª fase, foram inicialmente por meio do conhecimento matemático informal e por um aluno trabalhador. Na ausência do entendimento e da resolução de um aluno trabalhador, outro aluno poderia se disponibilizar a fazer a resolução da tarefa, porém, sem o critério de ser trabalhador.

Dessa forma, as análises feitas na 2.ª etapa foram organizadas numa planilha com os critérios mencionados na Figura 28.

Para concluir, as resoluções e respostas das tarefas analisadas nas duas etapas seguiram um critério de representação. As tarefas com resoluções e que apresentaram respostas corretas, nas duas etapas, foram consideradas contempladas. As resoluções e apresentação das respostas corretas em uma das etapas foram denominadas de parcialmente contempladas e, não havendo resoluções com respostas corretas, foram identificadas como não contempladas, conforme apresenta a Figura 29.

Figura 29: Procedimento de análise das resoluções e das respostas considerando as duas etapas

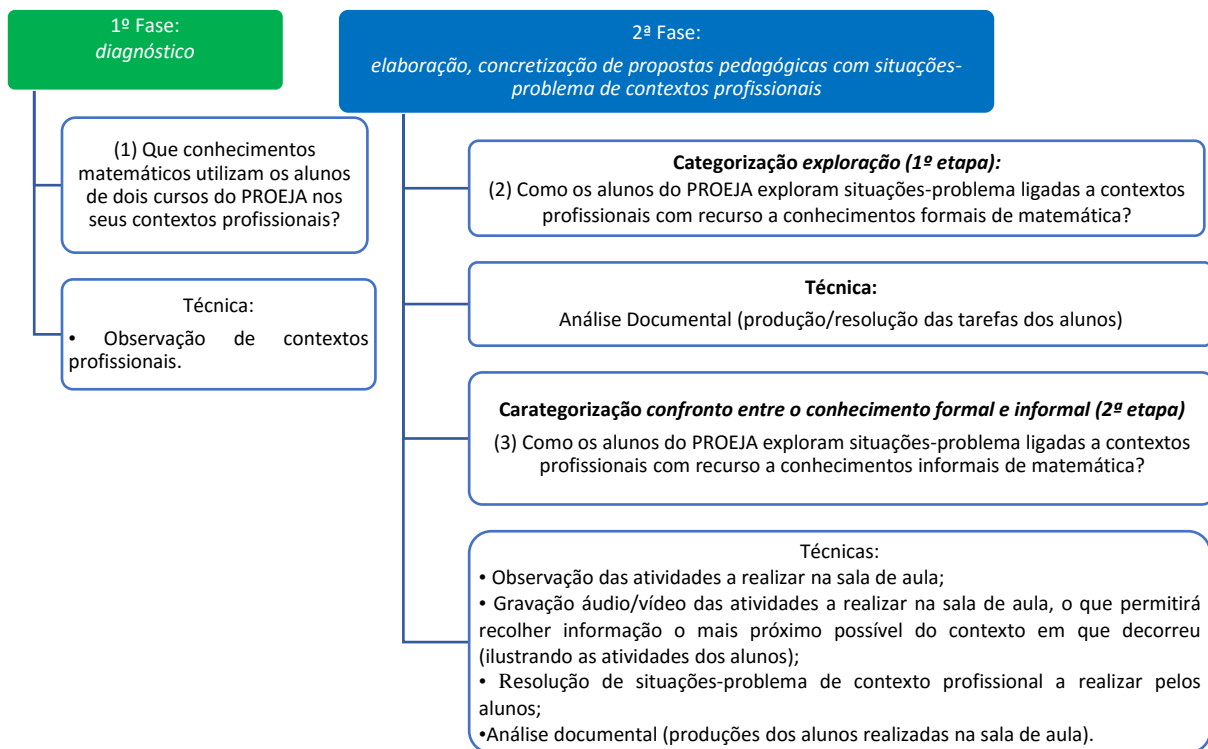


Os critérios apresentados na Figura 29 também foram organizados em uma planilha para se identificar, com mais clareza, a quantidade de acertos, acertos parciais e nenhum acerto, de forma que fosse evidenciado que a aplicação de tarefas contextualizadas nos ambientes laborais promovessem a interação dos conhecimentos matemáticos formais e informais.

Sobretudo, quando o número de acertos for maior, ratifica-se que na maioria das tarefas eles foram contemplados. Evidencia-se que a aplicação das tarefas exploradas dos conhecimentos matemáticos informais e das atividades laborais efetiva a conexão do processo do ensino e da aprendizagem nos conteúdos e nos conhecimentos matemáticos formais.

Como apresenta a Figura 29, a pesquisa proporcionou uma investigação social no sentido de reconhecer os conhecimentos matemáticos informais dos grupos dos trabalhadores mestres de obra, pedreiros, ajudantes de pedreiros e catadores de materiais recicláveis. Isso para que esses profissionais pudessem aplicar os conhecimentos informais no universo acadêmico. A pesquisa envolveu a comunidade numa reflexão sobre a valorização dos saberes laborais dos grupos e sua inserção no conhecimento matemático formal. Auxiliou no processo formativo, contribuindo, assim, para um trabalho de dimensão pedagógica com *insites* de reflexões políticas, contemplando as fases direcionadas, conforme Figura 30.

Figura 30: O caminhar da investigação segundo as questões norteadoras



Diante disso, a investigação nas salas de aula, inicialmente com o tema que foi apresentado em formato de conteúdos, teve o objetivo de identificar as atividades laborais nos conteúdos direcionados para cada grupo de estudo. Ela pontuou e esclareceu diversas possibilidades de como esses alunos exploram as situações-problema acerca dos conhecimentos matemáticos formal e informal.

Por meio dos temas/conteúdos explorados, foram criadas tarefas com ênfase na Etnomatemática com o formato de resolução de problemas e exercícios para o desenvolvimento dos conteúdos. As tarefas partiram dos contextos matemáticos encontrados nas atividades laborais, evidenciando as situações e circunstâncias desenvolvidas nas atividades laborais e as relações dos conteúdos ministrados e direcionados pelos professores responsáveis pelas disciplinas.

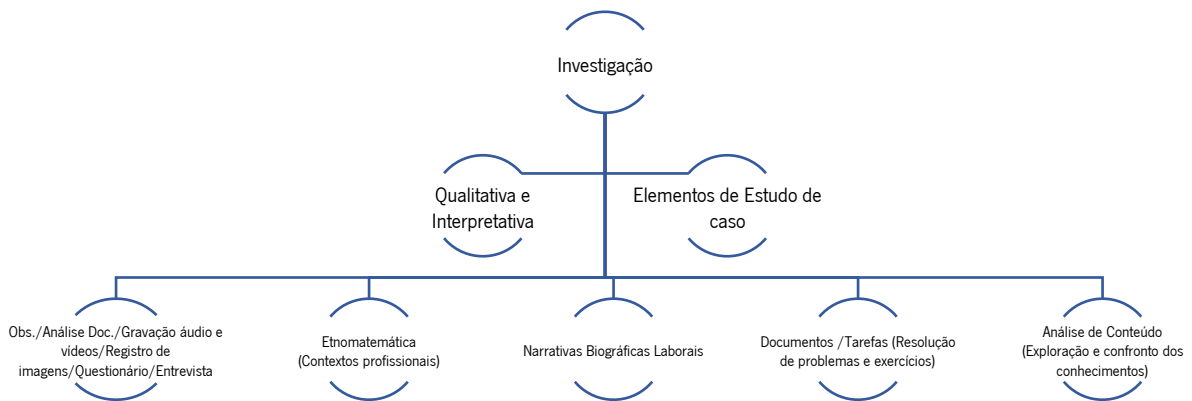
Para se responder aos questionamentos, foram feitas observações das atividades realizadas na sala de aula. Além disso, foram utilizados os recursos tecnológicos como gravações em áudio (GA)/vídeo (GV), registro de imagens (RI) das atividades e notas de campo (NC) e que permitiram recolher informações o mais próximo possível dos contextos em que ocorreram.

Porém, o uso da Etnomatemática, nesta investigação, foi para explorar tarefas que utilizassem os conhecimentos tácitos dos profissionais, no sentido da formação experiencial que é consequência do “que se aprende por meio da experiência. Aprende-se constantemente para dar respostas aos desafios

da vida cotidiana, ou seja, a formação experiencial é interminável por natureza e está intimamente relacionada com a necessidade de sobrevivência” (Fantinato & Moreira, 2015, p. 5).

Dessa forma, no esquema apresentado na Figura 31, faz-se um resumo dos procedimentos efetivados.

Figura 31: Representação do alinhamento da investigação



A investigação, conforme a Figura 31, de natureza qualitativa e interpretativa com ênfase em elementos de um estudo de caso em dois contextos profissionais, teve o seu foco na linha de pesquisa da tendência de ensino Etnomatemática. Essa é indicada para este contexto por ser a prática da matemática para a vida, utilizando as narrativas biográficas como parte de uma das técnicas. Ela possibilitou o estudo da vida das ações laborais dos grupos de alunos trabalhadores, o reconhecimento e valorização dos saberes obtidos por adultos na trajetória de vida, das vivências profissionais aplicadas na educação de adultos (Fantinato & Moreira, 2015).

CAPÍTULO 5

ALUNOS DO CURSO TÉCNICO EM EDIFICAÇÕES

Ao se debruçar sobre alunos PROEJA do Curso Técnico em Edificações, este capítulo começa por efetuar uma caracterização deles. Em seguida, explana a informação recolhida em contextos da prática profissional dos ajudantes de pedreiros e pedreiros na procura de situações que contemplem conhecimentos informais que possam ser explorados na sala de aula na disciplina Matemática. Tais situações deram origem à elaboração de tarefas de contexto profissional de alguns desses alunos, cuja resolução é analisada e interpretada à luz do confronto, o quanto possível, entre o conhecimento informal e formal de tópicos matemáticos.

5.1. Caracterização dos alunos do Curso Técnico em Edificações

O Curso Técnico em Edificações despertou, no 1º semestre de 2018, o interesse de muitos alunos, como comprova os 44 alunos que se matricularam (Dados da Secretaria). Porém, nem todos frequentaram assiduamente as atividades escolares, que geralmente se traduziram entre 10 e 12 alunos por aula. Para além da ausência de alguns alunos, outros se atrasavam ao início das aulas. Tais atrasos deviam-se a várias razões, tais como: transporte urbano; horário de saída do emprego; e espera de alguém que ficasse com os filhos. A ausência de condições para frequentarem o curso fez com que alguns alunos desistissem durante o semestre. Desses alunos, a sua idade variava entre 21 e 51 anos, com uma idade média aproximadamente de 34 anos. As suas idades respondem ao critério de fazer parte da modalidade do ensino PROEJA, visto terem uma idade superior ou igual a 18 anos.

A amplitude dos anos em que os alunos ficaram sem estudar, entre o aluno mais velho e o mais novo da turma, traduz uma variação de tempo de afastamento da escola aproximadamente de 24 anos. As razões que estão por trás desse afastamento são várias, tais como: “gravidez”, “reprovações”, “condições socioeconómicas”, “falta de apoio familiar” e “trabalho”. Após algum tempo, retornaram à escola para conseguir um bom emprego, ingressar no mercado de trabalho e obter uma melhor qualificação. Ao retornarem à escola, a escolha do curso que frequentam deveu-se por incidir na sua atividade profissional (AE3, AE6, AE7, AE9, AE10), por “gostar dessa área” (E1AE8), para prosseguir estudos superiores que permitam a obtenção do curso “de engenharia civil” (E1AE2), para “terminar o ensino médio” (E1AE4) e por permitir um “amplo mercado de trabalho” (E1AE11). Das informações que apresentam, percebe-se que, entre os 11 alunos que responderam ao Q1, sete trabalhavam na área da construção civil. No desenvolvimento das funções profissionais desses alunos, a maioria revela ser novata

na profissão, entre um a quatro anos de experiência, enquanto somente um aluno já trabalhava no ramo há 13 anos. Os alunos manifestam interesse em se qualificarem profissionalmente, o que corrobora um dos objetivos do curso.

Quanto à relação com a disciplina Matemática, 11 alunos (91,7%) manifestam uma atitude favorável, porque: “gosto de números e de raciocínio rápido” (E1AE3); “a Matemática é muito importante para tudo” (E1AE4); “gosto dos cálculos e fórmulas” (E1AE10). Na análise da trajetória escolar dos alunos, sete afirmam que repetiram a disciplina Matemática nos seus estudos anteriores devido a desinteresse em estudar, ao déficit de aprendizagem e por razões de trabalho. Independentemente dessa trajetória, a maioria dos alunos reconhece a necessidade de aprender Matemática nos tempos atuais, para além da proficiência em realizar cálculos, visto ser “indispensável para a vida” (E1AE9) e por ajudar a “conhecer e compreender fenômenos da natureza” (E1AE10).

Apesar do esperado sobre conciliar a prática com a teoria, aplicando metodologias que façam essa interação, os alunos que trabalham na construção civil não viam, no início deste estudo, conexões entre as atividades que realizam nas aulas de Matemática e as que concretizam nos seus contextos profissionais. Questionados sobre o interesse em aprender conteúdos matemáticos a partir de situações de contextos laborais nas aulas de Matemática, a maioria dos alunos (83,3%) vê com agrado a concretização de estratégias de ensino que integrem tarefas que façam emergir tais situações que vivenciam no seu trabalho na construção civil. No entanto, ao serem solicitados a apresentar exemplos de tais situações, alguns alunos apontam o “estudo da umidade do solo” (E1AE2), as “medidas que fazem parte da minha profissão” (E1AE9) e os “cálculos de porcentagem” (E1AE10). Diante de tais respostas, percebe-se que a Matemática não é vista de forma contextualizada, pois a maior parte dos alunos não a identifica nas suas atividades laborais e nem nas suas atividades do cotidiano.

5.2. Conhecimentos matemáticos em contextos da construção civil

Na fase inicial deste estudo, antes da observação nos seus contextos profissionais, os alunos elaboraram um texto sobre a evidência da Matemática no seu dia a dia. Dos textos elaborados pelos alunos que trabalham na construção civil, evidenciam-se noções de contagem das horas, das medidas utilizadas e das dimensões dos compartimentos das obras, como exemplifica o extrato do aluno AE3:

Finalmente chego ao trabalho às 7:55, agora começa outra batalha, trocar de roupas, preparar as ferramentas: trena, nível de mão, nível de mangueira, colher de pedreiro, desempenadeira e régua, agora preparar a argamassa para o contrapiso que leva 3 medidas de areia, 1 de cimento e 2 de água em seguida preparar a areia a ser trabalhada. Medir o quarto. Quarto com 5 metros por 4 metros que dá o total de 20

metros quadrados com 2 centímetros de espessura que conseqüentemente vou gastar 40 metros de argamassa, socar bem, tirar o excesso e acertar com a régua, desempenar com a desempenadeira que tem o formato retangular de 30×20 . (RAE3).

O aluno estabelece a conexão entre situações profissionais e noções que são estudadas na Matemática. Uma das noções que salienta é a contagem do tempo, que também emerge na referência de um outro aluno à pausa no trabalho – “voltamos a cimentar a escada, paramos às 16:00h para descansar um pouco e esperar secar um produto para continuarmos o serviço” (RAE8). A cimentação da escada evidencia a aplicabilidade da Matemática, o que também é referido pelo aluno AE9:

Edificações incluindo no meu dia a dia, como estão em obra em minha casa vou colocar como exemplo da escada da sala; devido o espaço ser bem pequeno tivemos que derrubar uma parede que divide a sala da cozinha para aumentar mais 2 degraus. Sendo 4 metros e 40 comprimento e 87 de largura tendo cada degrau 30×30 cm. (RAE9).

A menção da escada faz emergir medidas de divisões da casa e de degraus entre algumas dessas divisões.

A aplicabilidade da Matemática a partir de medidas do tempo, de quantidades, valores monetários e percentagens é apresentada por um outro aluno:

Fiz uma instalação de uma casa com 4 divisões, o cliente pediu para eu fazer com meu material e para atender a demanda, coloquei 1 rolo de mangueira corrugada, 2 rolos de fio 2,5mm, 3 fitas isolantes, 18 caixas 4x2, 13 tomadas, 2 interruptores, 1 interruptor com tomada e 1 interruptor duplo, totalizando o valor de R\$570,00. Calculei minha mão de obra por divisão, então cobre R\$600,00. Dei também 10% de desconto para ele. Para conseguir terminar o trabalho nos dois dias estipulados pelo cliente eu paguei um ajudante que me cobrou R\$50,00 a diária, fora almoço. Trabalhamos durante 13 horas do sábado e domingo finalizamos em 9 horas de serviço. E para o pagamento ele passou R\$400,00 dividido em 3x no cartão de crédito na madeireira, e me deu R\$650,00 em dinheiro. Tirando o que gastei com os materiais, ajudante, transporte, ainda tive R\$300,00 de lucro. (RAE10).

As referências da aplicabilidade de noções matemáticas nos seus contextos profissionais tendem a ser superficiais e limitadas a situações simples. Os conhecimentos matemáticos identificados pelos alunos do PROEJA nos seus contextos profissionais da construção civil permitem perceber um pouco da realidade vivenciada por eles.

A observação de contextos profissionais teve a finalidade de registrar como os alunos, enquanto profissionais, concretizam as suas atividades e de identificar situações nas quais se aplicam conteúdos matemáticos. Para esse efeito, estabeleceu-se o contato com as empresas e seus empregadores responsáveis pela construção civil onde alguns alunos estavam trabalhando. Dos alunos identificados da possível participação, três empregadores aceitaram a participação da pesquisadora, outros negaram

justificando que se trata de ambientes sujeitos a risco de acidentes. Perante tais restrições, ficou ratificada a participação de dois alunos e de uma aluna que trabalham na construção civil. O acesso da investigadora à observação de contextos profissionais foi autorizado nos dias estabelecidos, contemplados no Quadro 8.

Quadro 8: Período de observação no campo de estudo no ano de 2018

Contextos profissionais	Horas disponibilizadas	Período: abril a novembro	Noções observadas do conteúdo da Matemática
Ambiente 1	5 horas semanais	20 horas (abril/maio)	Razão/Proporção/Medidas/Geometria Plana/ Áreas de figuras planas.
Ambiente 2	5 horas semanais	20 horas (junho/agosto)	Áreas de figuras plana e espacial /Porcentagem/ Regra de três simples/Trigonometria.
Ambiente 3	5 horas semanais	20 horas (setembro/novembro)	Áreas de figuras plana e espacial/Triângulo retângulo/Trigonometria do triângulo retângulo/Resolução de triângulos quaisquer/Volume.
Total de horas	60 horas		

Fonte: Autora (2018).

Para uma melhor compreensão dos conhecimentos mobilizados pelos sujeitos da pesquisa, foram realizadas observações diretas em três ambientes diferentes. O Ambiente 1 foi uma edificação de uma residência localizada na Região Administrativa de Samambaia. Já os Ambientes 2 e 3 tratavam de edificações comerciais, localizadas na Região Administrativa de Taguatinga, que permitiram identificar, na prática concreta, a mobilização de ideias matemáticas como medir, quantificar, comparar, avaliar, que a todo momento são colocadas em diálogo com o conhecimento que os indivíduos adquirem em contato com outros dentro e fora do grupo.

Pelo fato de esta seção tratar de conhecimentos construídos dentro de grupos socioculturais que possuem características próprias, ela expressa um *etno*, mas também faz alusão aos conhecimentos matemáticos que podem ser colocados em diálogos com os conhecimentos culturais de determinados trabalhadores. Nessa perspectiva, aportaram-se características da (Etno)matemática ao englobar tanto os conhecimentos enraizados culturalmente quanto o conhecimento matemático sistematizado e difundido em contextos escolares.

Os alunos do curso manifestam interesse em se qualificarem profissionalmente, o que revela que os conhecimentos considerados etnomatemáticos, adquiridos pela observação, na prática, já não

respondem às atuais necessidades desse grupo de trabalhadores. A dialogicidade entre os conhecimentos etnomatemáticos e os conhecimentos externos ao grupo, como na escola, por exemplo, faz o conhecimento do grupo evoluir. Porém, a característica principal, a observação da prática do mais experiente, permanece. Isso é perceptível na construção das divisões de uma casa (Figura 32).

Figura 32: Divisão das áreas da edificação, as partições – canteiro de obra (FA1)



Geralmente, um pedreiro inicia sua profissão como ajudante de pedreiro. Nessa função, ele auxilia carregando materiais, executando a mistura de massa, entre outras funções, e observa como o pedreiro experiente executa cada tarefa. Nesse processo, o ajudante vai aprendendo pela observação e pouco a pouco vai construindo experiências que o tornarão, mais tarde, um pedreiro capaz de executar as atividades da profissão. É um processo de aprendizagem em que se aprende a medir, a calcular proporções, a quantificação, fazer previsões e avaliar. Aprende-se observando e fazendo.

Para transpor as informações das dimensões da obra, presentes na planta baixa da casa, para o terreno onde será construída, os pedreiros mobilizam ideias matemáticas como comparar e medir. Muito embora as medidas estejam especificadas no desenho, os pedreiros demonstram aprendizagens adquiridas na prática, como o preparo do terreno, posicionamento adequado de acordo com a luz do sol e a ventilação, o uso correto de ferramentas.

A leitura da planta baixa é um momento de diálogo entre conhecimentos etnomatemáticos e conhecimentos externos ao grupo, pois, elaborada por um engenheiro, é feita numa linguagem especializada, fundamentada em parâmetros próprios, e lida por um indivíduo que, geralmente, possui conhecimentos adquiridos e expressos noutra linguagem, embora ambos sejam capazes de executar a mesma tarefa. Nesse caso específico, as ideias matemáticas mobilizadas para a compreensão do desenho, implicitamente, dialogam com as noções de escala e de razão ensinadas no contexto escolar.

As escalas foram utilizadas na transposição das medidas da planta baixa para as medidas exatas do terreno.

Nessa transposição, os pedreiros não ficaram fazendo cálculos teóricos. Eles utilizaram a experiência para determinar o lugar onde cada coluna, cada partição da obra seria estabelecida. Ao perceber que, em determinada medida do desenho, houve um aumento de 10 vezes, o pedreiro compara com o tamanho real e replica o aumento também na construção, no tamanho real, observa a equiparação entre as medidas e vai fazendo os ajustes imprescindíveis de acordo com o tamanho do terreno. Instintivamente, executa cálculos de razão e proporção, mas sua compreensão não se deu pelos algoritmos matemáticos, mas sim pela experiência adquirida.

Ao longo da construção, os pedreiros referiam-se às denominações de perímetro e de área, indicavam as medidas em milímetros, centímetros e metros. Mas o que é perceptível é o trato com tais grandezas, pois não se prendem a cálculos matemáticos teóricos, evidenciando uma habilidade mental para a execução desses cálculos. Às vezes, não faziam referências às medidas ao quadrado quando se tratava da área de uma dada superfície, simplesmente calculavam e falavam a quantidade de metros e o outro sabia que se referia à medida de uma superfície, mesmo sem a explicitação do termo “metros quadrados”.

Para uma pessoa que não participa do grupo, que não compartilha o mesmo modo de vida e trabalho, fica difícil identificar em que momento os profissionais falavam de medidas de superfície e de medidas lineares, mas eles se entendiam. Para esses profissionais, a denominação das unidades de medida não é o mais importante, o que realmente eles buscam é a determinação numérica da situação, a determinação do conhecimento tácito, próprio da sua prática laboral. Está subentendido que, se estão realizando uma medida no chão, ou numa parede, trata-se de um tipo de grandeza, se for uma altura ou comprimento, será outra e isso faz parte dos conhecimentos que vão sendo repassados de geração em geração. Essa forma de medir e comunicar foi sendo aprendida pela observação e pela replicação do que é observado. Eles aprenderam dessa forma quando eram ajudantes e, agora, seus ajudantes estão aprendendo com eles.

A forma como os membros de um grupo cultural se concentram, raciocinam, percebem, memorizam e comunicam reflete aspectos cognitivos que devem ser compreendidos para serem considerados ao pensarmos o ensino, em especial da matemática, pois a compreensão de conceitos específicos não se dá isoladamente, mas numa interação entre sistemas que é viabilizada pela estrutura cognitiva de cada indivíduo. É a estrutura cognitiva que permite a mudança dos esquemas de pensamentos do plano concreto ao plano conceitual presente, como ocorre no processo de confecção dos trançados de painéis, cestos, esteiras, tipiti, redes de pesca, construção de casas, de barcos, de grades. (Costa & Lucena, 2018, p. 122).

A forma como organizam seus pensamentos, comunicam e se entendem entre eles é um dos aspectos comuns aos pedreiros e isso constitui uma das características do *etno* desse grupo.

Após as medições e as devidas demarcações no terreno, os pedreiros iniciam procedimentos de “levantamento” das paredes. Esse processo tem início com uma canaleta, que é um suporte para o início da construção da parede que possui ferragens (Figura 33).

Figura 33: Início do levantamento de uma parede (FA1)



No levantamento da parede, há uma grande mobilização de ideias matemáticas que fundamentam desde a preparação da massa até a determinação da quantidade de tijolos necessários. Na determinação da quantidade de tijolos, estão presentes ideias matemáticas implícitas nas habilidades de medir, comparar, quantificar e prever. Se for analisado na perspectiva do conhecimento escolar, percebe-se a presença de uma situação que requer habilidade para multiplicar e dividir. De acordo com o aluno AE5:

Para descobrir quantos tijolos eu vou usar numa parede, eu tiro por base a altura e a largura do tijolo e desconto a grossura da massa sabendo altura e a largura, 5 tijolo 1 metro, e desconto depois a massa para ter o resultado final, gasto 5 tijolo 1 metro, descontando a massa que dá 1 cm e meio a 2 cm de massa, dando um 1 metro e 5 ou 1 metro e 7 com 5 tijolo. (NCAE5).

Pra saber a quantidade de tijolos que vão ser usado na parede, para uma parede de 4 metros, usando um tijolo de 40 cm de comprimento, é necessário 10 tijolos em cada fileira: 40 vezes 10 tijolo dá 400, que são 4 m. Como a parede tem 3 metros e o tijolo tem 19 cm de altura, então será erguida com 15,8 tijolo, arredondando para 16 tijolo. Então, a quantidade total de tijolo é 10 vezes 16 que dá 160 tijolo. O tijolo mede no lado superior 40 cm vezes 9 cm de altura do tijolo que dá 36.

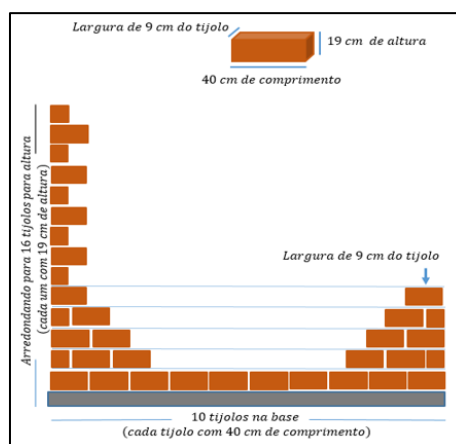
Depois de fazer a canaleta alinhada, a gente inicia para levantar a parede, aonde pode ser erguida diretamente no chão nivelado ou no contrapiso, iniciando com dois tijolos nas pontas para fazer uma prova do alinhamento, novamente. Para esta situação, a gente usa o prumo, que é um instrumento que ajuda para confirmar se os tijolos dos cantos estão no mesmo alinhamento. Aí, depois eu coloco uma linha no sentido

horizontal entre os tijolos das pontas, para ir colocando esses tijolos nesses espaços. Daí, repete o procedimento à medida que a parede for se levantando. (NCAE5).

E com quem ele aprendeu a fazer tudo isso? Aprendeu vendo um pedreiro mais experiente fazer. Aprendeu pela observação e na prática concreta. Certamente, durante o curso de Edificação, ele pode aperfeiçoar sua aprendizagem, a técnica matemática, mas a construção conceitual de como calcular a quantidade de tijolos ele já possuía.

O AE5 também aprendeu, na prática, com os mais experientes, que os tijolos não podem, no processo de levantamento de uma parede, ficar dispostos em colunas “exatas”, paralelas, mas sim a cada dois tijolos deve-se colocar um tijolo acima entre eles, como se destaca na Figura 34. No início de sua vivência no grupo de pedreiros, enquanto aprendiz, ajudante, aprendeu a observar o alinhamento da parede, aprendeu a adequada colocação dos tijolos para que a parede tenha sustentação e a construção não desmorone, aprendeu fazendo. A Figura 34 ilustra a representação da explicação do AE5 relativa à disposição dos tijolos no levantamento da parede.

Figura 34: Representação da disposição de tijolos no levantamento de uma parede



Durante o levantamento da parede, para que não haja desperdício de massa e para manter a disposição adequada das fileiras, a distância entre os tijolos deve ser de 2 cm, o que será preenchido por aproximadamente uma pá de massa. Mas o pedreiro não fica usando nenhum instrumento para determinar essa distância, pois ele aprendeu a determiná-la de modo visual, observando a posição dos tijolos da fileira de baixo, aprendeu na prática.

Na determinação da quantidade de tijolos e da quantidade de massa, os pedreiros lidam com noções de volume, de área, fazem multiplicações, ações fundadas em aprendizagens práticas. Assim,

o mais experiente observa o desempenho do aprendiz e o avalia por comparação com as representações mentais construídas na prática e validadas por seus pares no meio onde as executa.

As representações mentais das coisas percebidas e memorizadas sofrem influência do meio. A percepção do espaço e objetos precisam de contato sensorial com o próprio espaço. [...] Assim sendo, no contexto da etnomatemática, as percepções visuais, auditivas e espaciais decorrem, também, dos significados construídos no convívio sociocultural, por exemplo, a maneira como um sujeito percebe que seu aprendiz cometeu um equívoco [...] evidencia sua percepção visual e sua habilidade para inferir sobre as consequências do ato percebido. (Costa & Lucena, 2018, p. 126).

Desse modo, foi perceptível que todo o processo de levantamento da parede sempre esteve guiado pelas aprendizagens que cada indivíduo adquiriu no contato com os mais experientes do grupo. Embora os alunos estivessem obtendo um aparato técnico, matemático, no curso de Edificação o que prevalecia era a aprendizagem cultural construída na interação com seus pares, no grupo profissional do qual fazem parte. E isso valia tanto para o mais experiente quanto para o aprendiz.

Quando se faz referência à aprendizagem cultural, têm-se como parâmetro as ideias de D'Ambrosio (2005a, p. 59), para quem “a associação, simbiótica, de conhecimentos compartilhados e de comportamentos compatibilizados constitui o que se chama cultura”. Então, embora no grupo de pedreiros haja indivíduos com conhecimentos diferentes, exercem a prática laboral em conjunto, compartilham vantagens e se caracterizam como um só grupo.

Enquanto no Ambiente 1 os alunos estavam iniciando a construção de uma casa, no Ambiente 2 deparou-se com um estado mais avançado do edifício em construção e, conseqüentemente, com situações mais complexas. Nesse ambiente, foi possível a observação do uso de instrumentos/ferramentas, muitas vezes construídos pelos próprios pedreiros, como é o caso do esquadro que pode ser encontrado em lojas de material de construção, mas também confeccionado pelos trabalhadores. Esse instrumento/ferramenta é um artefato metálico de forma triangular (Figura 35), cuja utilização serve para ratificar se existe perpendicularidades entre as paredes.

Evidenciou-se que os pedreiros utilizam essa ferramenta há muitos anos e que o conhecimento etnomatemático está inserido na percepção visual e no entendimento tático de que se trata de um triângulo. Ao utilizar as medidas padrões, eles entendem que o lado maior deve ter a medida exata de 1 metro. Nota-se que eles não realizam muitos cálculos, sendo mesmo a verificação visual. Nessa atividade, conforme explicado pelos sujeitos da pesquisa, eles utilizam um conhecimento que vem passando de geração em geração e que foi criado um padrão para o estabelecimento das medidas do esquadro: 60 cm, 80 cm e 100 cm que fazem com que o ambiente fique no “esquadro”, termo utilizado por todos os

pedreiros, que repassam esse termo e conhecimento aos ajudantes de pedreiros. Tal aprendizagem evidencia um conhecimento etnomatemático.

Figura 35: O esquadro – canteiro de obra (FA2)



Na fala do AE7, percebe-se a assimilação da explicação do uso de um conhecimento adquirido observando e ajudando a prática de outro pedreiro mais experiente, um conhecimento etnomatemático, na utilização do esquadro (Figura 35).

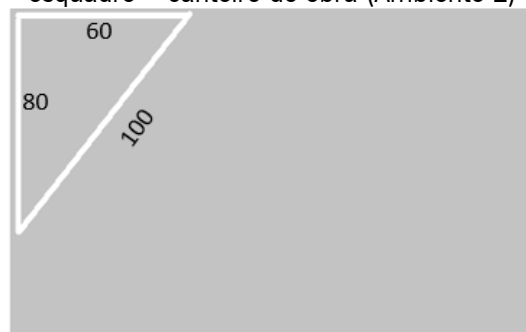
A peça serve para ver se está no esquadro, se o encontro das duas paredes está num ângulo de 90° . Quando não existe esta ferramenta, utilizo uma linha que espicho paralela aos distanciamentos em que desejo ter como referência com as medidas de 60 centímetros e 80 centímetros, anotando as medidas com um lápis e depois verifico o distanciamento das pontas que deve ter 1 metro. (NCAE7)

Vou passar uma medida, é uma medida de suma importância, eu acho que poucas pessoas sabem utilizar ela, é o seguinte, é quando, por exemplo, você quer tirar a prova de que uma casa está no esquadro! Alguma coisa assim, ou o lote está no esquadro, o que que a gente deve fazer, a gente espicha uma linha, uma linha paralela, por exemplo, se quer uma casa com uma distância de um metro e meio da divisa, espicha aquela linha e aí vamos saber se a casa está no esquadro. Qual que é outro fator? Aí a gente pega, tira outra linha no sentido oposto para tirar o esquadro, como que seria, teria duas medidas, pegar a lateral e a frente que o lado mais curto, aí a gente pega aonde encontra as duas linhas que seria o ponto zero, e verificar os 90 graus, se realmente está os noventa graus que é o esquadro da casa. Aí o que você vai ter, se realmente a casa está no esquadro, daí você vai pegar daquele zero aonde encontrar as duas linhas e vai medir, 60 centímetros que eu medi para o lado horizontal, agora eu vou medir para o lado vertical, oitenta centímetros. Então, aí confirma, não pode passar nenhum milímetro a mais, nem para um nem para outro. Aí o que você vai fazer, vai pegar o metro daquele ponto que você marcou sessenta, aí você leva 1 metro no outro que você mediu oitenta, aí ele tem que dar 1 metro exato, se der 1 metro, está no esquadro, essa é a prova real de que qualquer coisa está no esquadro. Então essa medida realmente a gente pega e sempre chama ela, 60, 80 e 1 metro, se deu isso aí, está no esquadro. Essa medida é usada muitas das vezes para tirar esquadro numa sala, para soltar o piso, e outras das vezes a gente é usado sempre é para marcar o início da obra, esse é o correto, sempre tem que tirar essa prova real, que se não tirar muitas das vezes aí casa sai ou a obra sai

1 cm até 3 cm ela fica fora do esquadro, aí quando tira essa prova aí você acha esse erro aí. (NCAE7).

O AE7 esclarece que esse conhecimento foi adquirido no canteiro de obra, no período em que iniciou sua atividade laboral como ajudante de pedreiro. O conhecimento adquirido deu-se nos diálogos existentes entre os ajudantes de pedreiros e pedreiros. Ademais, foi observado que, na ausência dessa ferramenta, os pedreiros demonstram habilidade para confeccionar instrumentos e/ou ferramentas, habilidade desenvolvida na prática, pois usam o recurso das linhas de *nylon*, linhas resistentes e transparentes. Essas linhas substituem a ferramenta “esquadro”. Nessa atividade, percebeu-se que eles não aplicam o conhecimento adquirido no contexto escolar: cálculos teóricos com triângulo retângulo, ângulos, catetos e as relações trigonométricas. Eles usam um conhecimento construído e validado pelo grupo profissional ao qual pertencem. Nota-se que os pedreiros apresentam a seguinte linha de raciocínio (Figura 36):

Figura 36: Representação do raciocínio dos pedreiros das linhas sendo utilizado como recurso um esquadro – canteiro de obra (Ambiente 2)



As linhas de nylon oferecem a mesma técnica do instrumento denominado esquadro. Contudo, as medidas devem permanecer as mesmas para que se tenha o resultado do nivelamento correto, pois, como o conhecimento foi gerado nas ações da prática, as medidas não se alteraram com o decorrer dos tempos. Os pedreiros de outras gerações e com as habilidades de tentativa e erros conseguiram estabelecer as medidas exatas para que ocorresse o alinhamento ideal, com base em suas experiências, e que foi passando de geração em geração das atividades laborais. Para além desses conhecimentos etnomatemáticos, também está contemplada, na fala do aluno, a relevância que o esquadro tem na construção e a preocupação do alinhamento das retas e dos três pontos.

Da observação do trabalho dos pedreiros emerge a preocupação em recorrer a diferentes técnicas de nivelamento, como é o exemplo do uso da mangueira de nível, técnica repassada, que também é aprendida na prática pela observação e no ato de ajudar o sujeito mais experiente. Essa

técnica, de acordo com os pedreiros, é um conhecimento adquirido nos canteiros de obra, na prática concreta, e se configura como um conhecimento próprio da cultura dos pedreiros (Figura 37).

Figura 37: Uso da mangueira de nível – canteiro de obra (FA2)



Nessa atividade, não existe a mobilização de um conhecimento matemático explícito, mas uma aguçada percepção visual. Os pedreiros utilizam a técnica da mangueira de nível, que é uma mangueira transparente comum com o tamanho que o pedreiro precisa. No caso em questão, foi utilizada uma mangueira de 10 m cheia com água. Para evitar que criassem bolhas de ar, a mangueira é esticada sem dobras para que se possa ter internamente o fluxo livre da água. Percebe-se que no uso da técnica não houve nenhum cálculo preciso com o rigor matemático para tal ação, porém, percebe-se que o conhecimento etnomatemático estabelecido implicitamente recorre a um entendimento de volume da água, noções de parâmetros, medidas lineares, sem nenhum critério rígido acompanhado por uma expressão de cálculo formal da quantidade de água. Na prática, os pedreiros aprenderam que a mangueira tem de estar cheia de água e não pode haver entrada de ar, pois, pelo conhecimento matemático tácito, eles percebem que a entrada de ar pode interferir no rigor da medida, sem que houvesse nenhum tipo de cálculo preciso.

A mangueira de nível é uma mangueira transparente com o comprimento que você necessita, e você vai preencher toda ela com água, sem deixar nenhum ar dentro dela, da mangueira da parte com água, tanto que vocês podem ver, igualando as pontas, a água dentro da mangueira se iguala na altura. As duas pontas da mangueira devem ficar paralelas e ficar no mesmo nível da marcação na parede, de forma que a água que esteja dentro fique no mesmo nível, isso é para calibrar a mangueira. Depois faz uma marcação na parede, no nosso caso foi feita a marcação de 1 m. A partir dessa marcação, posiciona a mangueira como ponto do solo a partir da marca de 1 m, faz a marcação para o outro lado da parede paralela de 1 m com ponto no chão e levanta a ponta da mangueira pra que o nível da água fique na mesma medida marcada de 1 m na parede. Quando as duas pontas da mangueira estiver no mesmo nível da marcação da parede de 1 m [nas paredes paralelas], daí pode cimentar o piso para que tudo esteja no mesmo nível. Essa técnica pode ser utilizada para nivelar janelas, trocar o forro do

ambiente, levantar as paredes da obra e mais situações que necessitem de nivelamento. (NCAE7).

Nota-se que nesse procedimento de nivelamento há uma preocupação de se estabelecer marcações com as mesmas alturas de 1 metro nas paredes paralelas e que elas devem estar sem dobras e com a água interna da mangueira sem entrada de ar para que não fossem criadas bolhas porque a entrada de ar pode prejudicar o nivelamento e as informações estarem erradas. Essa ação apresenta a seguinte demonstração, conforme a Figura 37, pois os pedreiros, com as experiências por tentativa e erro, verificaram que, com a entrada de ar, o volume que se preenchia de água não estabelecia o volume correto para se utilizar na técnica com eficiência. E esse conhecimento foi passando para os futuros profissionais da construção civil, de uma forma culturalmente perpetuada. Tal situação evidencia um processo de educação matemática, um processo de ensino de mobilização de ideias matemáticas. Para Knijnik (2000, p. 50), “nosso desafio é enraizar a Educação Matemática na cultura, cultura aqui entendida como algo que as pessoas e os grupos sociais produzem, que não está de uma vez por todas fixo, determinado, fechado nos seus significados”. Ao se observar as atividades desenvolvidas pelos pedreiros, nelas se configuram um espaço para o enraizamento defendido por Knijnik (2000).

Na atividade de assentamentos cerâmicos, o pedreiro tem o conhecimento tácito da medida da superfície em que vai assentar o piso, para estabelecer o tipo e a quantidade necessária para essa área (Figura 38). O AE7 explica como ele realiza essa atividade.

Figura 38: Noção de área para o assentamento cerâmico – canteiro de obra (FA2)



Para se fazer o assentamento é necessário fazer as medições com uma trena, um lado mede 4 e o outro 3, com uma calculadora multipliquei estas medidas e obtive o resultado de 12, e somei na calculadora o resultado com mais 10%, que ficou em 13,2. Essa seria a medida da compra dos pisos para cobrir a área de 12 e os 10% é a margem de desperdícios, de cerâmicas que podem ser quebradas. (NCAE7).

Constata-se que, nos procedimentos utilizados, o aluno AE7, por meio do conhecimento adquirido no canteiro de obras, não faz referência à quantidade de cerâmicas. Ele denomina as medidas

a serem calculadas como lados e, além disso, analisa com uma previsão de 10%, pegando os resultados dos lados que ele multiplicou e somando com os 10% previstos para o desperdício de material. As margens de desperdício também foram originadas do conhecimento etnomatemático. À medida em que foram fazendo as tentativas, verificou-se que a margem seria de 10%, pois os pedreiros sabem de margem e têm-na como fator determinante para as suas ações, no caso o assentamento cerâmico. O conhecimento etnomatemático adquirido faz o reconhecimento dos lados e dos cálculos que serão explorados naquela situação, visto que muitos pedreiros sequer conseguiram concluir seu ensino fundamental, conforme ratifica a pesquisa realizada por Dias et al. (2018). Os autores enfatizam que, geralmente, o conhecimento matemático dos pedreiros não é adquirido na escola porque a maioria não concluiu nem o Ensino Fundamental.

Porém, apesar de ser um índice baixo, alguns, mesmo com o cansaço exposto no olhar e nas ações, puderam dar continuidade aos estudos, como é verificado com os alunos do curso Técnico em Edificações. Dos 12 alunos que frequentavam o curso e que fizeram parte da pesquisa em sala de aula, sendo que 1 não respondeu ao Q1, no entanto, foi indentificado em conversa com o aluno que ele não atuava na construção civil. Sendo assim do total dos 12 alunos, 7 deles estavam atuando como ajudantes de pedreiro, cerca de 58%, pedreiros ou mestres de obra, com motivações de realização pessoal, pois “o processo educacional deve estar atento ao reconhecimento e ao respeito do saber presente no cotidiano do grupo, e também deve ter o compromisso de possibilitar acesso a outros conhecimentos, permitindo ao grupo olhar através de outra perspectiva” (Monteiro & Pompeu, 2001, p. 54).

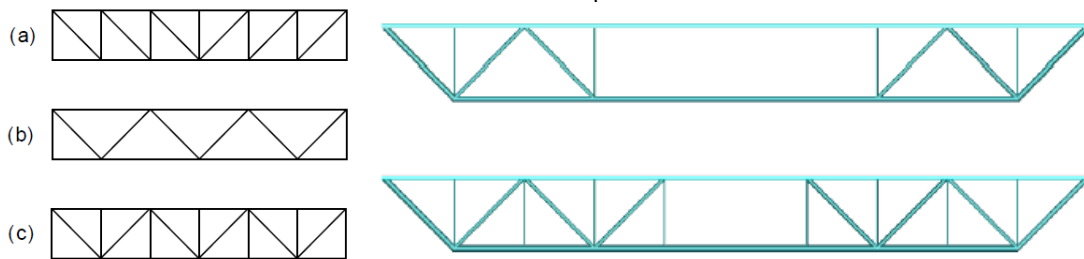
Na observação do Ambiente 3, os pedreiros encontravam-se na construção de uma laje, conforme a Figura 39.

Figura 39: Laje treliçada (FA3)



Sabe-se que o conhecimento etnomatemático dialoga com os saberes formais, principalmente no canteiro de obras. Para se betonar uma laje, é necessário conhecer um elemento da formação da laje, denominada treliça de aço, que auxilia na sustentação da laje, conforme a Figura 40.

Figura 40: Tipos de treliças - Treliças de banzos paralelos tipo (a) Pratt, (b) Warren e (c) Warren modificada e Warren modificada com painel Vierendeel central



Essas peças em aço dão sustentação à laje e auxiliam nos movimentos que acontecem numa edificação. A escolha de cada treliça fica de acordo com o nível e a estrutura de cada construção civil. Devido a essa informação, observou-se o conhecimento etnomatemático adquirido pelos pedreiros no desenvolvimento de encontrar o volume de preenchimento de betão (no Brasil conhecido como concreto) de uma laje treliçada. Nessa atividade, os conhecimentos etnomatemáticos se entrelaçam com os conhecimentos técnicos formais, pois eles aprenderam e reconhecem com as experiências vivenciadas nos canteiros de obra que

A mais utilizada no mercado é a treliçada H8 (TH8), que quer dizer que possui uma altura de 8 *cm* da sua parte cimentada até parte superior treliçada, porém, ela deve possuir mais uma capa de concreto de 4 *cm* para concluir a laje de um imóvel. (NCAE8)

Figura 41: Treliças (Base de concreto e as treliças sem a capa de concreto) (FA3)



Nessa atividade, faz-se a conexão dos conhecimentos adquiridos culturalmente, no meio do canteiro de obras, com as referências do material a ser trabalhado. Nesse processo, os pedreiros sabem que, aplicando seu conhecimento tácito, conseguem betonar a laje (Figura 41), manipulando informações implícitas sobre como calcular o volume de massa de concreto para aplicar na laje, e nas dimensões já padronizadas pelo fabricante. Mas os pedreiros não leram as indicações do fabricante, visto que essas informações foram passadas por meio do conhecimento adquirido na prática. Os diálogos que perpetuam nesses ambientes, eles conseguem identificar qual treliça fará parte do processo de betonar, sem ler rótulos ou quaisquer informações do produto. Assim, AE8 estabeleceu as medidas do comprimento e da largura em metros da laje que será concretada por meio do seu conhecimento informal, utilizando as informações repassadas no ambiente dos canteiros de obra, que perpetuaram e

que, para se betonar a laje com a treliça TH8, os pedreiros deverão utilizar o valor $65 \frac{l}{m^2}$, concluindo a ação de betonar a laje.

[Quando se refere à TH8], é estabelecido a quantidade de litros de $65 \frac{l}{m^2}$. Multiplicar a área encontrada com a quantidade estabelecida no uso de uma TH8. Ter atenção que a quantidade de volume é modificada para cada tipo de treliça. Sendo assim, para betonar eu preciso multiplicar o lado da frente com o lado o outro lado, daí eu multiplico por $65 \frac{l}{m^2}$. Depois divido o valor que foi encontrado por 1 000. Por exemplo, com os valores para as medidas do lado da frente sendo 10 e o outro lado sendo 7, calculando a área eu tenho 70. Depois, para calcular o volume, multiplico o que encontrei com o volume que é estabelecido para a TH8. O volume encontrado em litros vai ser $70 \times 65 \frac{l}{m^2} = 4 550 l$. (NCAE8).

No entanto, na explanação do AE8, confirma-se a conexão dos saberes dialogados e perpetuados nos ambientes culturais do canteiro de obra e a relação que permite encontrar o volume com o valor determinado de $65 \frac{l}{m^2}$, mencionado pelo mestre de obra, que, por sua vez, foi repassando esse conhecimento por gerações. Como segue a cronologia do conhecimento etnomatemático do canteiro de obras, o mestre de obra repassa o que aprendeu para o pedreiro, e o pedreiro repassa o que aprendeu para o ajudante de pedreiro. Essa dinâmica de aprendizagem informal implica observações atentas do processo de aprender, perpassa a Etnomatemática. Isso porque o mestre de obra que chegou ao topo do aprendizado informal iniciou também como ajudante de pedreiro, sem perceber se esta informação estabelecida à TH8 é uma determinação do fabricante ou se derivou do cálculo de algum profissional da obra.

Percebe-se que o pedreiro utilizou o produto dos lados e multiplicou pelo valor determinado para o material da treliça utilizada. Os cálculos foram sem rigor matemático, sem o conhecimento formal da Matemática, de área e volume, porém, o pedreiro ficou atento ao tipo de treliça, pois essas treliças, como já apresentadas, mudam as espessuras e o material. Percebeu-se que, no final do produto dos lados do ambiente onde o pedreiro iria betonar, nesse caso, a laje, ele multiplicou pelo fator determinado e, posteriormente, fez uma equivalência por 1.000, e, assim, determinando o volume que seria aplicado na situação do ambiente determinado. Esse valor de 1.000 é um conhecimento puramente implícito e automático porque é correspondente a 1.000 litros.

Nota-se no cálculo, que é implícita e meramente um aprendizado que foi absorvido com o tempo e repassado pelos seus companheiros de trabalho, sem utilização de fontes que pudessem transformar esse aprendizado como consequência de uma ação que tivesse passado por uma educação formal. Para Dias et al. (2018, p. 46), apesar da falta de escolaridade dos pedreiros, a maioria deles “sabe fazer

leituras de projetos, sabe fazer um orçamento básico de uma obra residencial e sabe os tipos de traços de mistura de concreto utilizado em cada aplicação”.

Em diálogo com o engenheiro civil e o mestre de obra, foi perguntado se eles ensinavam alguns cálculos para os pedreiros, ao que o engenheiro civil prontamente respondeu que

não, somente usamos cálculos já conhecidos informalmente por eles, procuramos contratar pedreiros que façam seu trabalho direito. Não temos tempo para ensinar, precisamos de profissionais que saibam fazer seu trabalho, eles geralmente são apresentados por pessoas de confiança, ou no currículo dele nota a empresa em que ele trabalhou. Na construção civil, verificamos os resultados dos cálculos deles, e quando divergem do nosso, dizemos que o resultado é esse e pronto, ele dá um jeito de fazer o cálculo. (NCEC).

Já o mestre de obra adiantou que, “em quase todos os canteiros de obra, temos uma lousa para fazer cálculos rápidos, mas bem rápidos, sem muito detalhes, e sem muita dificuldade. Mas isso dificilmente ocorre, é tudo muito prático e sem muita dificuldade” (NCMO, 2018). Pela fala do mestre de obra, evidencia-se que os conhecimentos são repassados culturalmente pelos mestres de obra para os pedreiros e esses para seus ajudantes, produzindo um movimento de aprendizagem Etnomatemática, decorrente de práticas fundamentadas, principalmente, em tentativas e erros. Nota-se pelas respostas que as dificuldades, quando são apresentadas pelos pedreiros, são diretamente tratadas com o mestre de obra, ou seja, reforçando a conexão estabelecida dos conhecimentos gerados culturalmente nos canteiros de obra.

Numa outra construção, no Ambiente 3, os pedreiros efetuaram uma armação de ferro com o uso do jargão profissional de sapata, que é um tipo de fundação da construção, de onde saem os pilares de sustentação do imóvel. Internamente, são feitos furos em formato cilíndrico com a máquina perfuradora do solo, que são para descer os tubulões (estacas dos tubulões) (Figura 42).

Figura 42: Furos cilíndricos (FA3)



As sapatas possuem medidas diferentes, conforme refere o aluno AE8:

A sua adaptação depende do tipo de solo, quando for rochoso, arenoso ou úmido. Além disso, os furos têm as mesmas medidas, quando tiver pertencendo a mesma sapata. Para os furos com formato redondo, as medidas podem variar também, [no caso observado o furo possuía um diâmetro de 30 *cm* e profundidade 300 *cm*], depois de acrescentar os vergalhões, que são as estruturas de aço, tanto os furos cilíndricos quanto a sapata devem encher de concreto.

Quantidade de volume que eu uso numa forma, às vezes, eu quero concretar uma viga, a gente precisa saber o volume de concreto para não ter desperdício e nem faltar. Para mim saber quanto eu vou usar, eu pego a profundidade da forma vezes a largura e o comprimento, aí eu vou saber a quantidade certinha que eu vou precisar por metro para mim saber a quantidade que eu vou usar em toda a forma.

Pra concretar, a medida correta é feita em padiola de 40 litros, quando não tem a padiola, a gente faz o traço, ou uma medida, a gente faz 1 pá de cimento e 4 de areia, da mesma forma que se for fazer um concreto, você tira 2 pá de areia e coloca 2 de brita, pra a massa não ficar fraca e não perder a força dela no concreto, porque se colocar mais de areia e mais de brita ela vai ficar areiosa ou britenta, então o cimento acaba ficando fraco e pra num, num, como não tem a padiola fazer o 4 por 1 na pá fica quase a mesma coisa. (NCAE8).

Nota-se que a percepção da edificação e a sua relação com o solo são fatores predominantes para o conhecimento cultural do pedreiro, pois ele não usou recursos tecnológicos, nem recursos científicos ou acadêmicos para o reconhecimento de tal solo, tampouco as profundidades que serão utilizadas nesses furos, dependendo para que suporte servirá a sapata. Percebe-se que, implicitamente, os pedreiros conhecem as relações de parâmetros entre os solos, as suas finalidades e como formar a massa de concreto direcionada para a construção do que se deseja.

Conforme Dias et al. (2018), a maioria dos pedreiros não conhece a formalidade a ser desenvolvida em sua obra, no sentido das normas e alguns padrões de estudos científicos, a não ser o da informalidade, o conhecimento etnomatemático. Isso porque as respostas nas condições do uso da formalidade deram-se que a maioria não sabe de algumas normas técnicas referentes à profissão e não sabe qual a inclinação mínima de um esgoto residencial, como exemplo de uma ação do trabalho mais formal, ou acadêmico.

Nota-se que o conhecimento informal na fala do AE8 traduz-se na linguagem da informalidade e das experiências vivenciadas em sua ação laboral. Ao utilizar as proporções para a realização da massa de concreto, percebe-se a reprodução de conhecimentos etnomatemáticos. As proporções não foram elaboradas por ele naquele momento, mas sim aprendidas a partir das experiências vivenciadas que foram determinantes para a definição da quantidade adequada de areia e brita e que hoje representam as proporções padrões.

Ademais, a padiola, uma ferramenta muito usada nos canteiros de obras, é um recurso utilizado quando não se usa a betoneira. Percebe-se que o nome da ferramenta “padiola” também surgiu de geração por meio de um conhecimento informal, com base em estruturas culturais, pois, para os que não atuam na construção civil, essa ferramenta é denominada de carrinho de mão.

Um pedreiro aprende, na prática, que há uma relação entre os valores numéricos usados como parâmetros, como, para cada 1 pá de cimento corresponde 4 pás de areia. Em outra situação, para se fazer um concreto, utilizam-se 2 pás de areia e 2 pás de brita. E, como regra geral para se fazer o cimento, o pedreiro indica a relação de 4 por 1. Esse conhecimento é adquirido quando se é um ajudante de pedreiro, sendo uma aprendizagem aceitavelmente considerada da Etnomatemática.

Percebe-se que a compreensão das relações está de acordo com a massa de cimento que se pretende produzir. Há um conhecimento prático adquirido na convivência informal da consistência, pois, para quem quiser formar essa massa de concreto, seja mais forte ou mais fraca, essa ação é muito visual. Para estabelecer a consistência da massa de concreto, a compreensão vai além das proporções realizadas, requerendo uma experiência também visual, adquirida com os anos de observações, tentativas e aprendizados informais, de gerações passadas. Desse modo, o pedreiro tem noção de que massa de concreto produzir de acordo com as situações que exijam estruturas mais fortes, assim como estruturas mais fracas.

Porém, na construção do ambiente em causa, por se tratar de uma obra de grande porte, o proprietário optou por comprar essa massa de concreto em grande volume. Dessa forma, os pedreiros não fizeram nenhum cálculo para o preenchimento da sapata e dos furos cilíndricos. Eles foram inserindo o concreto com cuidado, sem medição, até preencher toda a estrutura. Mas, para as realizações de pontos que exigiram menos quantidade de concreto, os pedreiros utilizaram seus conhecimentos informais na mistura da massa de concreto. Percebe-se que sempre há essa interação do aprendizado informal com a tecnologia atual, principalmente em construções de grande porte, auxiliando na atividade laboral dos pedreiros. No entanto, o aluno AE8 informou que, diante do seu aprendizado informal, no universo do seu conhecimento com base nas observações e experiências vivenciadas no canteiro de obra, para se fazer a mistura para o concreto nessa situação dos furos, ele faria com a seguinte

proporção do concreto, utilizando como medidor a padiola, que se pode fazer a medida de 2,5 de areia grossa para 2 carrinhos de pedras, e juntar 3 latas (18 litros) de água, usando 1 saco de cimento, chegando na situação da massa de concreto ser 2,5 carrinhos de areia mais 2 carrinhos de pedras mais 3 vezes 18 litros de água mais 1 saco de cimento. (NCAE8).

O pedreiro não informou o volume que essa proporção corresponderia, mas, por meio de seu conhecimento tácito, ele produziu a massa de concreto que seria usada na situação dos furos cilíndricos. Nota-se que em nenhum momento o pedreiro fez referência ao rigor matemático, no sentido de proporção ou regra de três, tampouco utilizou recursos científicos ou acadêmicos para planejar a estrutura da formação da massa de concreto. Mas, por meio do seu aprendizado informal, cultural, passado entre gerações, de auxiliares de pedreiros, pedreiros e mestre de obra, nota-se que o conhecimento e a solução para as tarefas apresentadas nos canteiros de obras, e sanados pelos pedreiros, são conhecimentos tácitos, ou seja, implícitos na aprendizagem da ação laboral. No entanto, a parte cimentada é denominada pelos pedreiros de sapata, ou seja, que se cobre por completo após o preenchimento dos furos cilíndricos. As medidas, informadas pelos pedreiros, das sapatas (Figura 43), nessa construção, eram de $70\text{cm} \times 85\text{cm}$, $90\text{cm} \times 70\text{cm}$, $120\text{cm} \times 90\text{cm}$, variando de profundidade de 50 cm , 60 cm a 80 cm .

Figura 43: Representação de uma sapata – canteiro de obra (FA3).



Dos cálculos observados (Figura 43), constatou-se que a massa de concreto utilizada para o preenchimento completo da região era a mesma massa usada nos furos cilíndricos. Porém, a massa de concreto também não foi mencionada porque a empresa da edificação compra-a de uma empresa que faz o concreto para grandes áreas, mas a proporção da massa de concreto segue com os dados mencionados. Percebe-se que em todas as situações observadas aplicam-se noções matemáticas e o conhecimento tácito é evidenciado nas ações laborais. Conhecimentos esses que perpetuam culturalmente, seja de uma maneira direta e explícita, como uma forma mais indireta e implícita, enriquecendo o conhecimento etnomatemático.

O contexto social e suas normas culturais são fatores de forte influência no comportamento dos indivíduos. O viver em sociedade leva as pessoas a inventar estratégias e combinar procedimentos para resolver os mais diversos problemas que surgem nessa convivência. A elaboração de estratégias é um processo que implica na combinação de conhecimentos adquiridos com a capacidade de análise de uma

situação-problema; nesse processo estão implícitas as crenças, valores e formas de pensar e posicionar-se frente às situações de acordo ao contexto sociocultural dos sujeitos. (Costa, 2012, p. 20).

As estratégias elaboradas pelos pedreiros, as ferramentas/instrumentos construídos e a forma como repassam seus conhecimentos para seus aprendizes demonstram que eles constituem um grupo com características culturais identificáveis. Independentemente do grupo de pedreiros que se estiver observando, percebe-se que eles mobilizam ideias matemáticas, evidenciam valores e expressam conhecimentos próprios do contexto sociocultural no qual a prática laboral se efetiva. Essa prática laboral configura-se como um espaço propício à contextualização do ensino de Matemática porque é permeada por situações-problema que podem abrir espaço para o diálogo entre conhecimentos etnomatemáticos e conhecimentos matemáticos sistematizados e ensinados na escola. Dessa percepção, criaram-se 14 tarefas, dentre elas, algumas foram contextualizadas por meio da resolução de problemas.

5.3. Diálogos possíveis entre o conhecimento formal e o conhecimento informal

Nas práticas observadas, foram evidenciados conhecimentos etnomatemáticos em várias situações vivenciadas pelos pedreiros. Conhecimentos que foram construídos na tentativa de resolver tarefas próprias do ambiente de trabalho, mas que evidenciam a possibilidade de abertura ao diálogo com conteúdos matemáticos trabalhados no contexto escolar. Verificou-se a utilização da matemática, nos três ambientes, sem a formalização escolar como, por exemplo, em situações que requeriam a utilização da noção de perímetro, a soma das medidas dos lados e as expressões direcionadas para a determinação da área de várias figuras planas, tais como: retângulo, quadrado, triângulo e outras figuras. Foi percebido que a determinação das áreas acontecia de forma simples, pois, ao se depararem com formas mais complexas, os pedreiros utilizam a representação das áreas em partes e depois somam-nas. Numa das observações, os pedreiros estabeleceram a proporção de uma figura da planta baixa de uma edificação, utilizando implicitamente a regra de três ou o produto da escala por um multiplicador comum. Ademais, quando o pedreiro fazia o levantamento de uma parede, surgiram várias ações da Etnomatemática na aprendizagem tácita porque há o entendimento implícito das unidades de medidas das áreas e volumes.

É perceptível que, quando o pedreiro usa o esquadro para verificar o ângulo do canto do piso de uma sala, ele está, intuitivamente, trabalhando com o teorema de Pitágoras, que na escola, geralmente, é apresentado de forma descontextualizada e pautado prioritariamente pela memorização de uma fórmula. Um olhar atento para a prática dos trabalhadores da construção civil é capaz de perceber que,

quando o pedreiro faz o esquadramento (colocar no esquadro) do piso de uma superfície, ele está mobilizando um conjunto de conhecimentos etnomatemáticos que pode, na escola, ser posto em diálogo com conteúdos matemáticos ensinados no 9º ano do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, o que torna a situação um possível contexto para o ensino de Matemática. Na escola, situações similares são apresentadas em exercícios, nas aulas de Matemática, mas o foco é o resultado matemático da aplicação da fórmula $a^2 = b^2 + c^2$, muitas vezes em atividades sem sentido para o aluno e sem a devida discussão do significado da ação matemática, enquanto na prática dos trabalhadores o foco é o resultado da prática concreta, o produto que surge do trabalho e que pode influenciar no *status* (bom ou mau pedreiro) que o indivíduo adquire dentro do grupo ao qual pertence.

No levantamento de situações no terreno onde o pedreiro exerce o seu trabalho, foram evidenciadas várias aplicações que poderiam ser utilizadas nas tarefas direcionadas aos alunos, por meio do conhecimento e (re)conhecimento das atividades desses trabalhadores, no contexto da Etnomatemática, nas atividades laborais dos pedreiros e ajudantes de pedreiros. Observou-se que há um amplo e dinâmico contexto matemático nas atividades laborais dos trabalhadores da construção civil, assim como em todas as ações da humanidade. Com a compreensão da Etnomatemática no universo das atividades laborais da construção civil, elaboraram-se tarefas que incidem sobre a aplicação dos conteúdos estabelecidos no Quadro 9.

Quadro 9: Conteúdos das tarefas exploradas no Plano de Curso (2014)

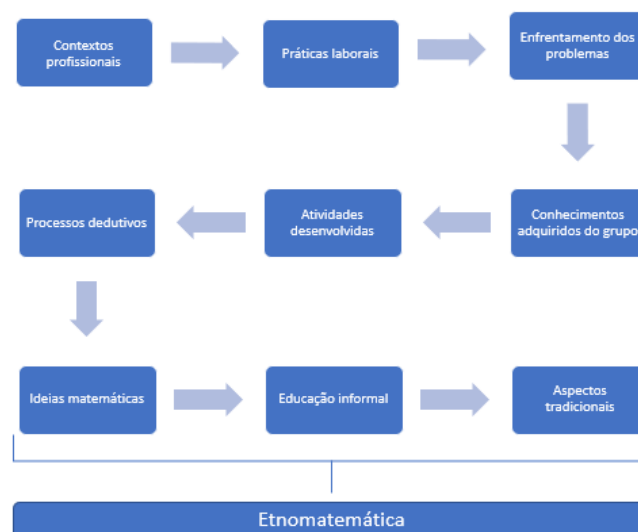
Tarefas	Conteúdos explorados
1	Proporção/Medidas/Geometria Plana
2	Medidas/Noções de Área/Áreas de figuras planas
3	Medidas/Áreas de figuras planas
4	Razão; Porcentagem; Regra de três simples; Áreas de figuras planas
5	Áreas de figuras planas
6	Razão; Porcentagem; Regra de três simples e composta; Alinhamento de três pontos; Áreas de figuras planas
7	Áreas de figuras planas; Volume
8	Razão; Proporção
9	Razão; Proporção
10	Alinhamento de três pontos; Triângulo retângulo; Trigonometria do triângulo retângulo; Resolução de triângulos quaisquer
11	Razão; Regra de Três; Áreas de figuras planas
12	Razão; Regra de Três; Áreas de figuras planas
13	Volume
14	Volume

Perante a informação recolhida da pesquisa exploratória de campo, a elaboração das tarefas de contexto incidu sobre os conteúdos evidenciados e reconhecidos nas atividades laborais. As tarefas enumeradas de 1 a 14 foram elaboradas pela investigadora, por meio do conhecimento informal do profissional da construção civil. Tais tarefas fazem referências aos conteúdos que foram ministrados pelo professor da disciplina.

Por indicação do professor titular da turma, as tarefas foram resolvidas por três grupos (GE1, GE2, GE3) com 4 alunos. A constituição dos grupos ficou ao critério dos alunos, desde que cada grupo integrasse pelo menos um elemento que trabalhasse na construção civil. Para cada tarefa proposta, foram disponibilizados 10 minutos para a sua resolução, no respectivo grupo, e 10 minutos para a explanação de cada grupo no quadro, aos demais colegas, sobre a sua resolução. No desenvolvimento das suas tarefas, os alunos não podiam recorrer a qualquer recurso de apoio para a resolução (livros, internet, entre outros), mas somente ao seu conhecimento formal ou informal. Desse modo, as conexões derivadas do conhecimento etnomatemático e o conhecimento escolar produziram as 14 tarefas direcionadas aos conteúdos explanados a seguir, de forma a compreender o conteúdo, a promover a discussão sobre a resolução das tarefas na turma e a promover o confronto entre o conhecimento formal e o conhecimento informal, quanto possível.

As considerações pertinentes nesta seção esclarecem o processo de análise de alguns elementos do estudo de caso, direcionando os processos para a formalização do estudo e suas contribuições, conforme a Figura 44.

Figura 44: Processo de elementos do Estudo de Caso (2018)



As denominações utilizadas na Figura 44 estabelecem as conexões das ações que envolveram a dinâmica das atividades laborais dos pedreiros. A educação informal aplicada aos indivíduos que aprendem durante seu processo de socialização, nesse caso, o grupo de trabalhadores da construção civil, agrega seus valores e suas culturas no sentido de pertencimento, incluindo os sentimentos gerados pela condição de grupo (Gohn, 2006). Trata-se de uma perspectiva diferente da “matemática no sentido acadêmico, estruturada como uma disciplina” (D’Ambrosio, 2005b, p. 102). Sobretudo, existe a valorização dos saberes que o grupo de trabalhadores apresenta, nas suas atividades socioeconômicas nos saberes adquiridos na constituição das ações de observação, prática e experiência, como reflexo da vida adulta e da educação informal promovida pelas práticas do grupo.

5.3.1. Perímetro de figuras geométricas

Na Tarefa 1 proposta aos alunos, a situação deu-se por divisões dos ambientes, em que se delimitam os perímetros e áreas, com o intuito de contextualizar e analisar a compreensão na adequação das práticas laborais.

Tarefa 1
Um carpinteiro pretende colocar rodapés nas divisões de uma casa. Tendo em consideração as dimensões (em metros) presentes na planta da casa que foi entregue ao carpinteiro, qual a quantidade necessária em metros de rodapé para o Dormitório 1?

Com a Tarefa 1, esperava-se que os alunos compreendessem a utilização da Matemática em contextos do cotidiano ou de trabalho, como é o caso da determinação do perímetro de uma divisão de uma casa, e que desenvolvessem o conceito de perímetro a partir de atividades de aplicação desse conceito.

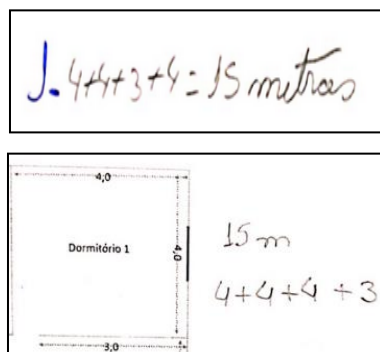
Exploração

Após essas evidências, foram formuladas tarefas que apresentassem os conteúdos matemáticos sobre área e extraídos dos canteiros de obra, com base nas experiências vivenciadas de 7 alunos. Sendo assim, cada grupo estabeleceu uma forma de como conduzir as resoluções, observando as indicações para a compreensão. Antes de iniciar as tarefas, a investigadora indicou que, para uma melhor **compreensão das tarefas**, os alunos deveriam seguir os seguintes passos:

O que o problema pede? O que ele pede é a incógnita?; Vocês devem verificar os dados que o problema apresenta, como as medidas e as comparações de uma unidade do quadrado com as demais medidas apresentadas em cada; Atenção às unidades de medidas; Que letra você vai representar o que o problema pede, e como você vai representar, com que letra?; Quais as condicionantes que existem que relacionam cada unidade do quadrado e a medida em áreas; Você vai verificar se existe razoabilidade nas condicionantes, a unidade de cada quadrado na figura apresentada?; Essa condicionante é suficiente para determinar o que o problema quer?; No caso, da resposta ser sim, então a condicionante é razoável? (GAAI).

As respostas à Tarefa 1 foram efetuadas pelos grupos GE1 e GE2. Foi observado que estes grupos cumpriram o entendimento da tarefa contextualizada e que compreenderam o que se esperava da tarefa. Os alunos do grupo GE3 informaram que não realizaram a tarefa e que ficariam aguardando a explanação dos outros grupos. Na resolução da Tarefa 1, os alunos identificaram a situação geométrica e a divisão espacial, suas medidas e o que a tarefa pedia que determinassem, conforme ilustra a Figura 45.

Figura 45: Resolução da Tarefa 1 pelos grupos GE1 e GE2



Constata-se que os grupos GE1 e GE2 utilizaram a mesma linha de raciocínio com base na figura apresentada na tarefa. Recorrendo à representação simbólica, efetuaram a soma das medidas dos lados e revelam compreensão de que o lado que não apresentava a sua medida tinha a mesma medida do seu lado paralelo. As resoluções foram semelhantes. Nota-se também que as unidades de medidas foram

apresentadas pelos grupos no resultado encontrado, ou seja, fazem menção à unidade de medida metro, por extenso e abreviada.

Grupo 1: A gente verificou primeiro a figura e o que o exercício pedia, depois da gente concluir que a tarefa pedia que fizesse a soma dos lados do quarto 1, a gente viu o valor de cada lado, e fez a soma. (GAA8).

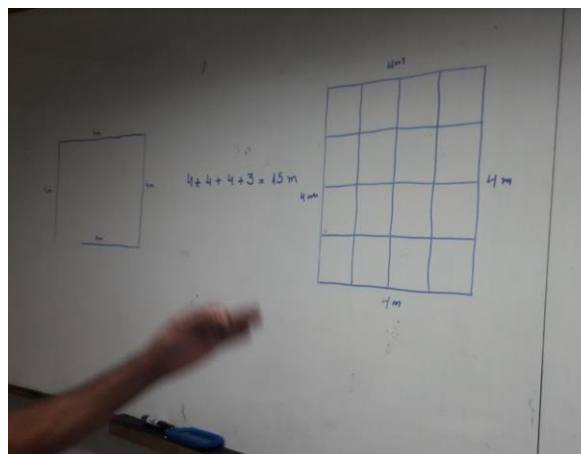
Grupo 2: A gente leu a tarefa e viu a figura, depois observou só o dormitório 1, e a gente viu os lados, depois somou cada lado. (GAAE3).

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

A Tarefa 1 apresenta uma figura com vários ambientes e, na sua resolução, pretende-se que os alunos identifiquem as dimensões para determinar o perímetro de um desses ambientes.

Um elemento do grupo GE2, que é trabalhador na construção civil (AE7), apresentou a resolução da Tarefa 1 no quadro. Começou por fazer a leitura do enunciado da tarefa, enfatizando o que dava e pedia. O aluno acrescentou que “o pedreiro não sabe o que é perímetro, a gente geralmente fala para medir os lados, das laterais, medidas das laterais” (GAAE7). Percebe-se que o termo da matemática formal não é familiarizado pelos pedreiros. Na leitura, o aluno identificou os ambientes (área de serviço, cozinha, dormitório 1, sala, banheiro 1, banheiro 2 e dormitório 2) e enfatizou que a tarefa se referia somente ao dormitório 1, que representou no quadro (Figura 46).

Figura 46: Resolução da Tarefa 1 no quadro pelo aluno AE7 do grupo GE2



O aluno efetuou uma representação pictórica do contexto da situação, referindo “vou fazer o desenho para vocês entenderem e eu explico como fiz” (GAAE7). Registrou as respectivas medidas do dormitório 1, acrescentando a medida de um dos lados que estavam sem medição: “esse lado é igual ao lado da frente, eles têm o mesmo tamanho” (GAAE7).

A tarefa estabelece os dados de um desenho de ambientes de uma casa, uma representação visual de vários ambientes. O que se pretende determinar é a quantidade em metros de rodapés que são necessários para se colocar no dormitório 1. O aluno deve verificar as condições visuais porque nem todos os ambientes fazem parte do que se pede. A observação e a interpretação auxiliam as condições favoráveis para o entendimento da tarefa.

Na Tarefa 1, os grupos GE1 e GE2 identificaram os dados, quanto às medidas apresentadas dos lados, o ambiente a ser trabalhado e a soma da medida dos lados. Esses grupos efetuaram uma interpretação correta do que se esperava e a aplicação adequada do conhecimento matemático. Para executar a tarefa, é necessário um conhecimento prévio, pois apresenta uma situação encontrada em várias experiências vivenciadas pelos alunos nas suas atividades laborais ou como morador de uma casa.

As estratégias direcionadas pelos grupos GE1 e GE2 foram semelhantes. Ambos os grupos utilizaram o mesmo desenvolvimento: leitura, interpretação, observação de toda a figura, verificação do que a tarefa solicitava, verificação dos dados e determinação da soma das medidas dos lados. O grupo GE1 efetuou a soma $4 + 4 + 3 + 4 = 15$ metros, com a representação por extenso da unidade de medida encontrada. Já o grupo GE2 fez a mesma soma, $4 + 4 + 4 + 3 = 15$ m, com a representação da unidade de medida abreviada. Na figura, um dos lados não apresentava a medida correspondente, porém, os grupos identificaram que esse lado tinha a mesma medida do lado paralelo.

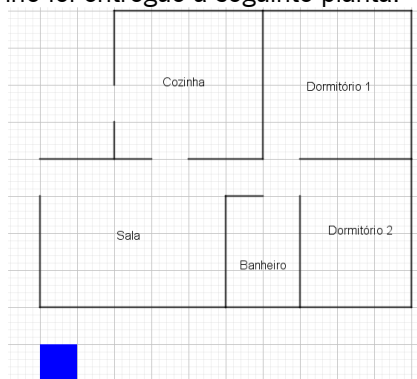
Apesar de ficar evidente o valor da soma, os grupos argumentaram que não poderia ser outro resultado, pois a soma das medidas dos lados é equivalente aos metros que serão utilizados para os rodapés, totalizando 15 metros. Ao serem questionados se havia outra maneira de resolução, um elemento do grupo GE2 afirmou que “poderiam utilizar a sala de aula como representação do ambiente do dormitório 1, dessa forma, a tarefa ficaria mais real, porém, utilizando as medidas apresentadas na Tarefa 1” (GAAE7).

5.3.2. Área de figuras planas e espaciais

Relativamente ao conteúdo “área de figuras geométricas”, foram propostas aos alunos 14 tarefas. Uma dessas tarefas foi a seguinte:

Tarefa 2

Um aluno da turma de Proeja do curso Técnico em Edificações precisa determinar a área de divisões de uma casa, da qual lhe foi entregue a seguinte planta:



Sabendo que cada quadrado, como o sombreado na figura, corresponde a $1 m^2$, quantos:

- m^2 de carpete são necessários para forrar o chão do maior dormitório?
- m^2 de cerâmica são necessários para cobrir o chão da cozinha?

No contexto da tarefa surge um desenho plano de uma casa determinando os ambientes numa folha quadriculada e um quadrado em destaque azul, correspondente a $1m^2$. Com a sua resolução, pretendia-se que os alunos percebessem que, quando se trata de área de uma figura plana, deve-se utilizar a parte interna do ambiente, a superfície, de forma a contextualizar e analisar a compreensão na adequação das práticas laborais, conceitos informais bem estabelecidos pelos pedreiros, mas cuja formalidade é desconhecida pelos trabalhadores.

Com a Tarefa 2, esperava-se que os alunos identificassem as medidas dos lados, as representações das divisões de cada ambiente e suas medidas, exercitassem a leitura e a interpretação do texto, por forma a estabelecer a noção de área. A Tarefa 2, ao efetuar um comparativo entre as unidades de cada quadrado na figura e o metro quadrado de uma área básica, alerta para a noção de que não há dimensões determinadas, mas sim comparativas, de figuras por cada uma unidade inserida nos ambientes.

Exploração

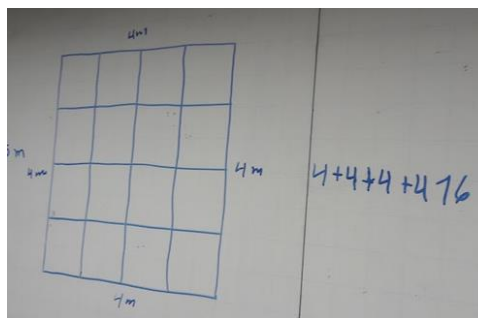
Os alunos deveriam seguir as mesmas orientações dadas para a Tarefa 1. Com base nas habilidades direcionadas à resolução da Tarefa 2, realizada pelo grupo GE1, conforme a resolução na Figura 47, constata-se que os alunos compreenderam a contextualização da situação apresentada.

Figura 47: Resolução do grupo GE1 da Tarefa 2

Handwritten mathematical solution showing two equations: $2-a = 16m^2$ and $b = 16m^2$.

Na resolução do grupo GE2 (Figura 48), o AE7 fez a explanação no quadro. Primeiramente, efetuou um desenho, em seguida fez a correspondência dos quadrados, conforme indicado na tarefa, verificando a quantidade de quadrados em cada linha, mas também ponderou que, se tivesse verificado pela coluna, o resultado seria o mesmo.

Figura 48: Resolução da Tarefa 2 pelo aluno AE7 do grupo GE2



Dessa forma, o AE7 fez a seguinte linha de raciocínio: a linha 1 possui 4 quadrados, a linha 2 possui 4 quadrados, linha 3 possui 4 quadrados e linha 4 possui 4 quadrados, somando a quantidade dos quadrados encontrados nas linhas, $4 + 4 + 4 + 4 = 16$, porém, o sinal de igualdade e a unidade de área não foram apresentados na resolução. O aluno AE7 identificou as quantidades que deverão ser colocadas em metros quadrados de carpete no dormitório e de cerâmica no quarto, e que ambos os ambientes têm “a mesma quantidade de quadrados” (GAAE7).

Os alunos do grupo GE3 informaram que leram a tarefa e contaram os quadrados. Como o quadrado correspondente possuía $1 m^2$, então o resultado da soma dos quadrados para cada ambiente corresponde a $16m^2$ (Figura 49).

Figura 49: Resolução do grupo GE3 da Tarefa 2

-
- Handwritten list of questions and answers:

a) m^2 de carpete são necessários para forrar o chão do maior dormitório? $16m^2$

b) m^2 de cerâmica são necessários para cobrir o chão da cozinha? $16m^2$

A intenção da Tarefa 2 era estabelecer a noção espacial do conceito de área para que os alunos pudessem compreender as planificações e suas correspondências em relação ao quadrado apresentado, e que percebessem a diferença entre perímetro e área. Percebe-se que a unidade de área é bem estabelecida somente pelo grupo GE1. Os demais não apresentaram as unidades, tal como é identificado nos canteiros de obra. Os pedreiros não identificam as unidades de medida, respondendo de forma associada ao conhecimento tácito que carregam em suas memórias e experiências.

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

A tarefa apresenta uma figura e faz um comparativo com uma unidade de um quadrado e estabelece que essa unidade do quadrado representa o valor de $1 m^2$. As medidas não são apresentadas na figura da casa, no entanto, os grupos deveriam fazer o comparativo das situações apresentadas. As incógnitas tratavam-se de quantos metros quadrados seriam necessários para forrar com carpete o chão do maior dormitório e quantos metros quadrados seriam necessários de cerâmica para cobrir o chão da cozinha. Na resolução, os alunos conceberam a área e perceberam que ela determina todo o ambiente interno que se propõe a desenvolver.

O grupo GE3 decidiu fazer a explicação e apresentou o seu plano de execução. O aluno AE9 fez a leitura para todos e explicou o plano de execução do seu grupo:

Primeiro a gente viu toda a figura. Depois, lemos a tarefa e vimos que a tarefa quer saber do dormitório e da cozinha. E no dormitório 1 ele quer colocar tapete e na cozinha é cerâmica. A gente viu que o material usado não faz diferença para a tarefa, se é carpete ou cerâmica. Depois vimos o quadradinho azul e fizemos relação do quadradinho azul com o lugar escolhido. Depois contamos a quantidade de quadradinhos de cada lugar, os dois deram 16 quadradinhos. Como o quadradinho azul tem $1 m^2$, a gente viu que ele tem 16 quadradinhos, então ficou $16 m^2$, para os dois. (GAAE9).

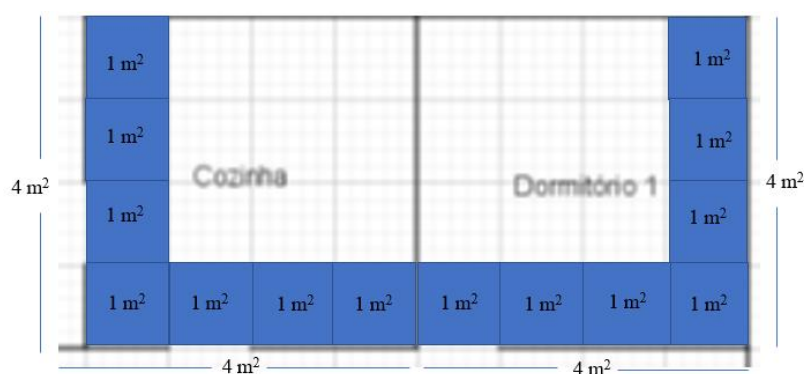
A resposta do grupo GE3 não difere da do grupo GE2. Ao serem questionados como haviam procedido com as resoluções, ambos os grupos informaram que seguiram a mesma linha de raciocínio do grupo GE1, mas o grupo GE3 informou que a ordem foi diferente, “primeiro ler, depois a gente viu a figura” (GAAE9).

Os alunos utilizaram todos os dados e conseguiram fazer a conexão do quadrado com $1 m^2$, utilizado como referência. Apesar de a figura apresentar outras partes da casa, conseguiram identificar quais os ambientes a serem explorados e correlacionados. Um aluno do grupo GE3 informou que “poderia fazer multiplicando os lados” (GAAE9). A estratégia estava correta, mas a tarefa apresentada formaliza a concepção visual e geométrica de área, estabelecendo o conceito de área e sendo

representada como toda a parte interna do ambiente orientado, e suas respectivas unidades de medidas, como medidas de áreas.

Na análise das respostas corretas, a investigadora explanou o procedimento da relação do produto dos dois lados, perguntando se eles perceberam que os ambientes tinham 4 quadrados em cada linha e 4 quadrados em cada coluna. Os grupos GE1 e GE3 perceberam somente quando o grupo GE2 resolveu a tarefa no quadro. Utilizando o produto das medidas dos lados, conforme a representação na Figura 50, percebe-se, nas respostas encontradas nos grupos GE1 e GE3, a unidade de medida de área representada.

Figura 50: Produto da base pela altura de uma figura plana



A intenção consistiu em estabelecer a noção geométrica do conceito de área e que eles pudessem compreender o plano cartesiano e suas correspondências em relação ao quadrado apresentado. O grupo GE3 fez a explanação no quadro pelo AE7, explicando os cálculos efetuados, por meio da quantidade de quadrados em cada linha apresentada do ambiente. No entanto, outra forma de apresentar poderia ser utilizando o produto entre as medidas dos lados, ou seja, a relação matemática de expressão área do quadrado. Fica evidente que a figura é um quadrado, porém, com base nessa mesma explanação, o professor pode explorar o conceito das figuras geométricas, afirmando que o quadrado também se define como um retângulo. No entanto, o grupo GE1 soube resolver e compreender o contexto da tarefa, utilizando a área do quadrado, $A = l \times l = l^2$.

Tarefa 3

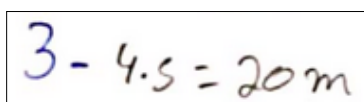
Numa obra observada por alunos do PROEJA, do curso Técnico em Edificações, foi preciso revestir uma parede de $4m \times 5m$ com quadrados de cortiça de $1m$ de lado. Quantos quadrados de cortiça com $1m$ de lado foram precisos para revestir a parede?

Na Tarefa 3, esperava-se do aluno uma interpretação textual de conhecimentos matemáticos formais para o desenvolvimento da sua resolução. Com as tarefas apresentadas anteriormente, foram introduzidos os conceitos de perímetro, área e de unidades de medidas, através de representações pictóricas e simbólicas que ajudaram os alunos a formular uma linha de raciocínio para o desenvolvimento da resolução.

Exploração

Com base nas perspectivas de grandezas e medidas, a Tarefa 3 trata das dimensões da cortiça necessária para revestir uma parede. O grupo GE1 compreendeu a tarefa parcialmente, encontrando uma das respostas para se determinar a variável, sendo o produto das medidas da parede. No entanto, não determinaram a área de cada cortiça com a forma de um quadrado com 1 m de lado. Dessa forma, a resposta foi parcialmente contemplada (Figura 51).

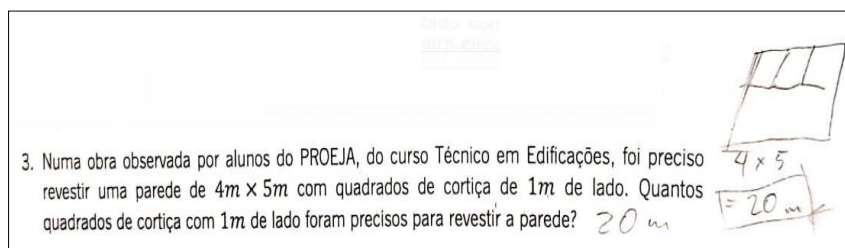
Figura 51: Resolução da Tarefa 3 pelo grupo GE1



A rectangular box containing the handwritten equation $3 - 4.5 = 20\text{m}$ in blue ink.

O grupo GE2 seguiu a mesma linha de resolução do grupo GE1. Determinou o produto das medidas da parede, mas não considerou as medidas da cortiça, conforme ilustra a resolução da Figura 52.

Figura 52: Resolução da Tarefa 3 pelo grupo GE2



A screenshot of a handwritten solution for Tarefa 3. On the left, the text reads: "3. Numa obra observada por alunos do PROEJA, do curso Técnico em Edificações, foi preciso revestir uma parede de $4\text{m} \times 5\text{m}$ com quadrados de cortiça de 1m de lado. Quantos quadrados de cortiça com 1m de lado foram precisos para revestir a parede?". To the right of the text, the number "20 m" is written. Further right, there is a hand-drawn diagram of a rectangle divided into a 4×5 grid of smaller squares. Below the diagram, the text " $4 \times 5 = 20\text{m}$ " is written.

O grupo GE2 recorreu a uma representação pictórica para perceber a colocação dos quadrados de cortiça na parede. A falta de rigor no trabalho com as medidas de área nos seus contextos reflete-se na indicação da unidade de medida da área em questão.

Na resolução do grupo GE3, os alunos efetuaram o produto de 5 m por 4 m e indicaram corretamente que a área de parede a ser revestida é de 20 m^2 . Porém, não consideraram a área do quadrado de uma cortiça, tal como os grupos GE1 e GE2 (Figura 53).

Figura 53: Resolução da Tarefa 3 pelo grupo GE2

3. Numa obra observada por alunos do PROEJA, do curso Técnico em Edificações, foi preciso revestir uma parede de $4m \times 5m$ com quadrados de cortiça de $1m$ de lado. Quantos quadrados de cortiça com $1m$ de lado foram precisos para revestir a parede? $20m^2$

Os três grupos apresentaram uma resposta parcialmente correta à Tarefa 3, pois não indicaram a quantidade de quadrados de cortiça com 1 metro de lado, o que revela dificuldade na identificação do que a tarefa pede para ser determinado.

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

Enquanto a Tarefa 2 faz uma representação da unidade de um quadrado com a noção de área, a Tarefa 3 não apresenta figuras para serem estabelecidas.

O aluno (AE8) do grupo GE1, que é um trabalhador da construção civil, decidiu fazer a explanação no quadro da resolução da Tarefa 3. Começou por referir que “numa situação do trabalho, com um medidor, tipo uma régua, uma trena ou um laser, meço uma parede e depois a outra, mas antes verifico se a parede está no prumo. Com as medidas tiradas multiplico com uma calculadora” (GAAE8). Tendo como referência tais procedimentos, o aluno conclui que “então, uma parede mede 4 e outra 5, multiplica 4 por 5, que dá 20, esse é o total de cortiça que se deve comprar” (GAAE8). Ao ser interpelado por um aluno do grupo GE2, que questionou sobre a unidade de medida que ficou somente $20m$, o AE8 considerou “não colocar a unidade em metro quadrado, não faz o pedreiro errar o cálculo, a experiência de muitos anos de trabalho, faz acertar, faz pela noção do tempo e da experiência do serviço” (GAAE8). Um outro aluno questionou o que seria uma cortiça, ao que o AE8 elucidou tratar-se de “um material de origem vegetal que também se usa na construção civil para vários produtos, é tipo rolha de champagne” (GAAE8). O termo cortiça é muito utilizado na construção civil e conhecido pelos profissionais da área, porém, não é conhecido por alguns alunos do Curso de Edificações, que provavelmente passarão a conhecer quando frequentarem os módulos mais avançados.

As respostas dos grupos GE1 e GE3 levaram a uma nova leitura da tarefa para enfatizar “Quantos quadrados de cortiça de lado de 1 metro foram precisos para revestir uma parede?”. O confronto entre a resposta do grupo GE1, que resultou do produto das medidas da parede e traduzido por $20m$, e a resposta do grupo GE3, que traduziu o produto das medidas da parede por $20m^2$, fez evidenciar que a incógnita da tarefa não se tratava de unidades de medida, de área ou de comprimento, mas sim da quantidade de quadrados de cortiça de 1 m de lado. A investigadora explanou que

uma das alternativas seria que os Grupos encontrassem a área da parede e a área da cortiça, e depois dividir o resultado encontrado da área da parede com a área do quadrado da cortiça, utilizou-se 1 m para facilitar a compreensão e resolução da tarefa. (GAI).

Os alunos reconheceram que não compreenderam devidamente a tarefa antes da nova leitura na turma. Percebe-se que a formalidade da matemática apresenta dificuldades na interpretação textual da tarefa e, conseqüentemente, na sua resolução.

Tarefa 5

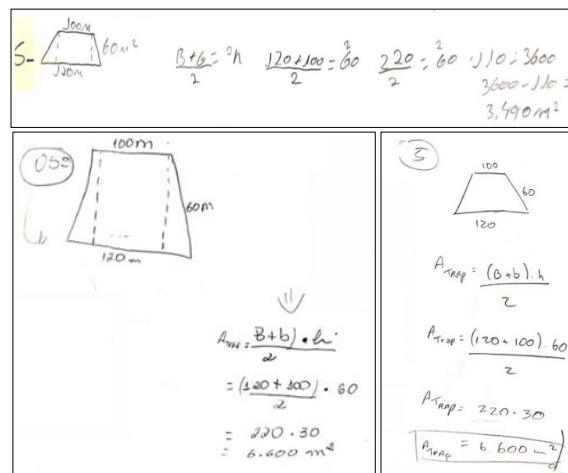
De modo a rentabilizar o terreno que comprou, o Sr. José pretende construir uma casa no formato de um trapézio, cuja base tem 100 m de base menor, 120 m de base maior e 60 m de altura. Que área desse terreno ocupa a casa?

A Tarefa 5 tem como objetivo levar o aluno a desenvolver soluções que possam determinar a área de um terreno com a forma de trapézio, sendo conhecidas as medidas das suas bases e da altura.

Exploração

A Tarefa 5 contextualiza uma situação da construção civil. Os três grupos realizaram a resolução efetuando uma representação pictórica, tal como ilustram as suas resoluções (Figura 54).

Figura 54: Resolução da Tarefa 5 pelos grupos GE1, GE2 e GE3



O grupo GE1 apresentou o esboço e suas medidas lineares, porém, a resolução não expressa a variável da tarefa (Figura 54). Percebe-se que, na sua resolução, não foi indicada convenientemente a expressão e nem o cálculo, pois, apesar de apresentar metade da soma das bases, a medida da altura

foi elevada ao quadrado, e na conclusão foi subtraído o quadrado da altura. Na resolução do Grupo 2, observa-se que o trapézio foi abstraído no formato de um trapézio isósceles, e as dimensões das bases foram determinadas de forma adequada, porém, a representação da altura, tal como no grupo GE1, foi apresentada no segmento oblíquo. Na mesma linha de raciocínio, procedeu o grupo GE3, seguindo o mesmo esboço do tipo do trapézio.

Grupo 1: Primeiro lemos a tarefa e fomos fazendo o desenho, depois colocamos os valores dos lados e depois lemos de novo o que a tarefa queria, tentamos lembrar a fórmula do trapézio, mas não lembramos. (GAAE2).

Grupo 2: A gente leu a tarefa para todos do grupo, lemos a incógnita e marcamos, a gente fez o desenho e organizou as medidas, depois lembrou a fórmula do trapézio e colocou o valor de cada um na fórmula, e determinou a incógnita. (GAAE5).

Grupo 3: Um membro do grupo leu a tarefa e o que a tarefa pedia, para todos ficarem espertos para saber o que achar. Depois, um colega fez a figura, lembramos da fórmula e fomos colocando as unidades em cada lugar da fórmula, e resolvemos a tarefa. (GAAE6).

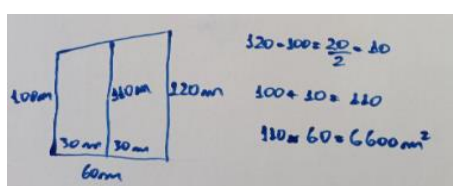
Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

Na resolução da Tarefa 5, os grupos GE2 e GE3 conseguiram determinar a incógnita. As medidas lineares apresentadas na tarefa eram para uma aplicação direta na expressão utilizada para determinar a área no formato de um trapézio.

O aluno AE9 do grupo GE3, trabalhador da construção civil, foi ao quadro apresentar a resolução da Tarefa 5.

Na construção civil, o pedreiro não trabalha com figuras nem fórmulas, ele nem sabe o que é trapézio, quando ele vê uma figura diferente, ele divide a área em várias partes, dividindo por quadros, em várias etapas, até conseguir a medida, dividindo por partes, por etapas, que trabalhe só os dois lados. [...] Como calcular na obra a área de uma figura dessas, que tem um lado e outro lado maior ainda, como que a gente faz, a gente tem 60 metros de comprimento, na lateral direita eu tenho 120 metros, na outra lateral eu tenho 100 metros. Você vai fazer o cálculo da seguinte forma de 100 para 120 falta 20, dividido no meio dá 10, então significa que 100 mais 10 é 110, então no meio dá 110, no centro eu tenho 110 m, aí você vai pegar para o cálculo, 60 vezes 110, que dá 6.600 metros quadrados. (GAAE9).

Figura 55: Resolução da Tarefa 5 pelo aluno AE9



Os alunos indicaram ter percebido que o AE9 não utilizou a “fórmula do trapézio” (Figura 55), mas utilizou o procedimento que é aplicado na fórmula do trapézio. Percebe-se que os anos de experiência na construção civil fizeram com que os pedreiros utilizassem o conhecimento tácito, passado de geração em geração, que é estabelecido quando os trabalhadores da construção civil iniciam sua experiência como ajudante de pedreiro. Foi também percebido que o esboço do AE9 representou outra forma do trapézio, permitindo aos outros alunos verificar que, mesmo sem o uso da “fórmula”, o AE9 aplicou-a sem que soubesse, de forma indireta.

Um outro aluno do grupo GE3, AE6, partilhou com os demais uma outra resolução também efetuada no seu grupo. Primeiramente, fez um esboço no formato de um trapézio e as marcações das bases e da altura. Após o esboço, AE6 apresentou a expressão do cálculo da área de um trapézio:

AE6: A fórmula que permite determinar a área de um trapézio é $A_{trap.} = \frac{(B+b).h}{2}$ em que B é a base maior, b é a base menor e h é a altura. Substitui os valores em cada letra indicada $A_{trap.} = \frac{(120+100).60}{2} = \frac{(220).60}{2} = 220.30 = 6.600m^2$. (GAAE6).

Ao comparar as resoluções dos dois alunos do grupo GE3, o aluno AE2 considerou que “a resolução sem a fórmula é mais fácil de fazer e lembrar, apesar de ser muito parecida com a explicação com a fórmula” (GAAE2). Foi unânime entre os alunos que a forma explanada por AE9 facilita a compreensão, ao invés de memorizar a “fórmula” que permite determinar a área do trapézio.

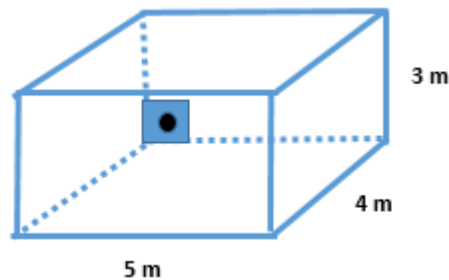
Na Tarefa 5, foi verificado que o grupo GE1 não conseguiu chegar ao resultado esperado, apesar da representação da figura do trapézio e suas dimensões estarem corretas, com exceção da representação da altura. No entanto, a expressão da área da figura no formato de trapézio não contemplou a resolução. Os grupos GE2 e GE3 efetuaram uma resolução correta da tarefa. Os alunos, ao se depararem com a resolução do grupo GE3 realizada pelo aluno AE9, puderam constatar que, ao utilizar o conhecimento informal, o desenho do trapézio foi direcionado ao trapézio retângulo, e que a resolução utilizou o procedimento do cálculo da área de um trapézio. Por meio de um conhecimento tácito, foram aplicadas somente as operações básicas resultantes da compreensão de se analisar a figura para o entendimento da resolução e da descoberta da variável.

Os alunos aperceberam-se que, ao utilizar as figuras do trapézio, outras soluções poderiam também ser realizadas, podendo dividir a figura, conforme referiu o aluno AE9 no início de sua explicação, tal como fazem os pedreiros ao fracionar as áreas para então conseguir calcular a área total. Por conseguinte, o aluno AE9 afirmou que essa forma de “fazer o cálculo por partes é a forma mais comum no canteiro de obras” (GAAE9).

A Tarefa 6 apresenta uma divisória de uma casa com a forma de um paralelepípedo e as respectivas medidas. As incógnitas tratam de encontrar a área que deverá ser preenchida por azulejos e a quantidade de azulejos.

Tarefa 6

Com intuito de finalizar as paredes da cozinha de uma edificação, os profissionais da área da construção civil tiveram que calcular a sua área, sendo que a cozinha possui forma de um paralelepípedo e possui as seguintes dimensões:



- Para colocar azulejos nas paredes da cozinha até ao teto que quantidade (em m^2) de azulejos tem que comprar o Sr. José?
- Caso os azulejos tenham a forma de um quadrado com 10 cm de lado, quantos azulejos têm que comprar o Sr. José?

Nesta tarefa, espera-se que o aluno conheça a forma de um paralelepípedo e consiga resolver de forma contextualizada situações de sua futura profissão, aplicando conhecimentos formais que adquiriu nos seus estudos.

Exploração

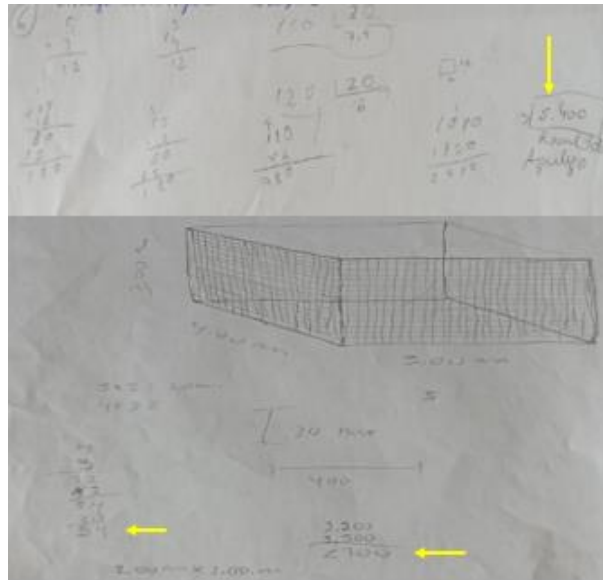
Os grupos apresentaram as suas resoluções, seguindo as orientações dadas para a resolução da tarefa, conforme apresentado na Figura 56, em que os alunos fazem a leitura e seguem os passos orientados no início.

Figura 56: Grupo seguindo os passos orientadores para a resolução



Na resolução do grupo GE1, os alunos determinaram a área correta das paredes recorrendo às operações básicas da Matemática. Para responder à primeira incógnita, os alunos deste grupo efetuaram a soma das áreas encontradas (Figura 57).

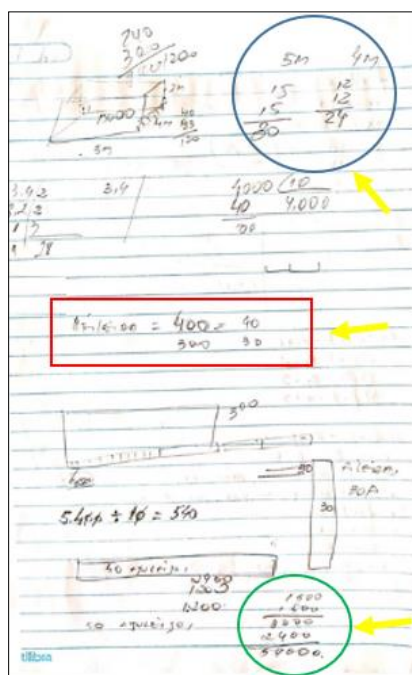
Figura 57: Resolução da Tarefa 6 pelo grupo GE1



O grupo GE1 efetuou o produto da dimensão 4×3 , em seguida por dois, pela existência de duas paredes com as mesmas dimensões (paredes paralelas), e somou a 30, produto das medidas $5 \times 3 \times 2$ (paredes paralelas com as mesmas dimensões), mas sem a apresentação da unidade de área. Em relação à segunda variável, o grupo GE1 também apresentou o resultado correto, porém, a resolução apresenta a quantidade de azulejos em duas paredes. Isso porque os alunos verificaram a quantidade de azulejos por linha e coluna, multiplicando os resultados, que obtiveram 1200 azulejos na parede $3 m \times 4 m$ e 1500 azulejos na parede $3 m \times 5 m$, perfazendo 2700 azulejos. Na conclusão, apresentaram 5400 azulejos, o que resulta do dobro, pelo fato de serem quatro paredes paralelas entre si. Na sua resolução, o grupo GE1 efetuou um esboço do paralelepípedo com as representações dos azulejos. Tal esboço proporcionou uma realidade tridimensional para que tivessem uma percepção da realidade a ser aplicada.

O grupo GE2 apresentou a resolução na mesma linha de raciocínio do grupo GE1. Identificou a primeira variável, efetuou o produto das medidas das paredes e somou os valores obtidos. Todavia, não apresentou a soma das áreas das paredes para que concluísse a área total.

Figura 58: Resolução da Tarefa 6 pelo grupo GE2



Percebe-se (Figura 58) que o grupo GE2 fez a distribuição dos azulejos por linha e coluna, como apresentado, e finalizou com o produto da quantidade dos azulejos da linha e da coluna das paredes com as dimensões $3\text{ m} \times 4\text{ m}$, possuindo 40 azulejos na linha e 30 azulejos na coluna, resultando em 1200 azulejos, somando o mesmo valor, tendo em vista a parede paralela ter as mesmas dimensões. A parede com as dimensões $3\text{ m} \times 5\text{ m}$ possui 50 azulejos na linha e 30 azulejos na coluna, o que o levou a obter 1500 azulejos, que também foi somado pelo mesmo valor da quantidade de azulejos, devido apresentar uma parede paralela com as mesmas dimensões.

Grupo 1: Foi lida toda a tarefa, ficamos bem atentos no que a tarefa queria, na área e a quantidade de azulejos, depois desenhamos para melhorar o início do nosso cálculo e ver que figura trabalhar. O desenho ajudou bastante resolver a tarefa. A parte mais difícil foi na quantidade de azulejos, depois vimos que tinha que fazer de fileira usando a medida de um azulejo na área nas fileiras. (GAA1).

Grupo 2: Depois de ler a tarefa, primeiro achamos a área total da parede, depois a medida do azulejo para saber a quantidade de azulejo que vai colocar em cada parede, daí achou a área e depois a quantidade de azulejo necessário para cobrir, pegando a medida do azulejo pela área que vai ter para assentar o azulejo. (GAAE3).

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

A Tarefa 6 inclui uma figura, ambiente denominado de cozinha, no formato de um paralelepípedo, apresentando as dimensões lineares das paredes, com o objetivo de identificar a área

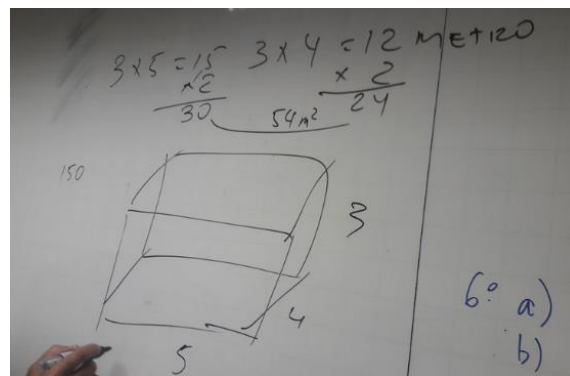
total das paredes e a quantidade de azulejos que será utilizada para cobrir todas as paredes. No entanto, os dados apresentados foram as dimensões lineares de cada lado e as dimensões do azulejo, para que se pudesse encontrar as incógnitas, sendo a área total e a quantidade de azulejos.

Um aluno do grupo GE2, AE3, trabalhador da construção civil, prontificou-se para explicar a resolução da Tarefa 6, enfatizando como o mesmo seria tratado no contexto da construção civil pelos pedreiros.

Primeiro deve ser feito o desenho para ajudar, depois vê as medidas das paredes, e calcula a área. Os pedreiros não se preocupam com medidas da área, apesar da gente saber que no nosso conhecimento é área, mas aqui a gente coloca, porque a gente sabe que deve colocar, mesmo assim, a gente esquece às vezes. Você pega as medidas de uma parede e multiplica, depois multiplica por dois, porque são duas paredes iguais, somando no final as áreas das paredes que foram multiplicadas". (GAEE3).

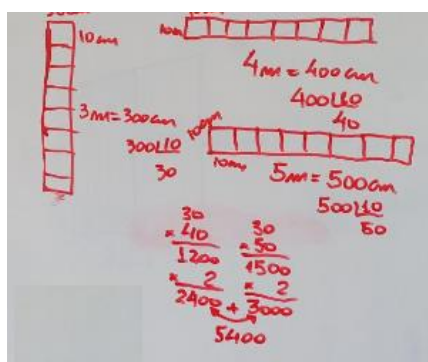
Porém, o aluno AE3 apresentou as unidades de medida de área na lateral direita de sua resolução, e incluiu a informação na soma das áreas (Figura 59).

Figura 59: Resolução da Tarefa 6 pelo aluno AE3 do grupo GE2



Para dar continuidade à explicação, o aluno AE9, do grupo GE3, fez questão de salientar como o pedreiro faria essa situação dos azulejos, como ilustra a Figura 60, que apresenta a linha de raciocínio que os dois grupos utilizaram para o encontro da variável.

Figura 60: Resolução da Tarefa 6 pelo aluno AE9 do grupo GE3



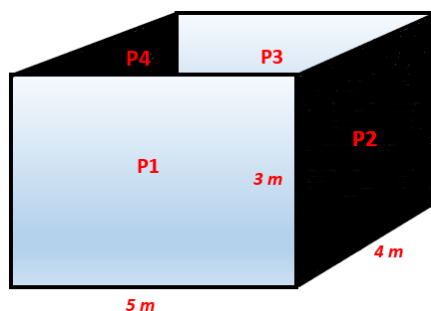
As resoluções dos alunos AE3 e AE9 seguem uma resolução num ambiente da construção civil. O aluno AE9 iniciou esboçando as “fileiras de tijolos” da altura e da base de cada parede, transformou mentalmente as unidades de metros para centímetros e posteriormente apresentou o seu raciocínio com base nas experiências vivenciadas e aprendidas nas atividades laborais da construção civil. Os cálculos das áreas e a transformação da unidade de medidas de metros para centímetros resultaram da sua aprendizagem escolar.

A gente desenha e muda de metro para centímetro, multiplicando por 100, depois divide o total da medida da altura da parede 300 *cm* com a medida do azulejo de 10 *cm*, acha 30 azulejo, e faz assim para as medidas de 4 *m* que é 400 *cm* e dá 40 tijolo e na medida de 5 *m* que é igual a 500 *cm* vai dar 50 azulejo. Agora que tem a quantidade de azulejo, multiplica a quantidade de azulejo encontrado na altura pela quantidade de azulejo do comprimento das paredes, 30 azulejo x 40 azulejo, que dá 1200, depois faz com 30x50, que dá 1500. Para fechar, multiplica por dois, por causa das paredes iguais, 1200x2 que é 2400 e 1500x2 que é 3000, soma 2400+3000 que dá 5400. (GAAE9).

No desenvolvimento apresentado por AE9, aplicam-se as operações básicas e posteriormente as fileiras. Na quantidade de azulejos na base da parede e na coluna da parede, AE9 utilizou a área do retângulo, porém, de forma subentendida.

A resolução dos grupos fez emergir a aplicação do conhecimento informal da construção civil, o que foi confrontado com o conhecimento matemático utilizando a formalidade dos dados encontrados na tarefa. Os alunos identificaram o polígono que construíram para o ambiente da cozinha. A sua formação de quatro paredes no formato de retângulos, sendo as paredes paralelas congruentes, sugere que não é necessário encontrar as áreas das quatro paredes, mas sim encontrar a área de uma das paralelas e multiplicar por dois, conforme ilustra a Figura 61, em que a parede P1 é paralela à parede P3 e a parede P2 é paralela à parede P4.

Figura 61: Representação das paredes paralelas e suas dimensões



Concluiu-se que a área a ser determinada é a de retângulos com as dimensões fornecidas: (i) P1 e P3 são paredes paralelas e com medidas iguais: $A_{r(p1)} = base \times altura = b \times h = 5m \times 3m = 15 m^2$, então $A_{r(p3)} = 15 m^2$, totalizando $A_{r(p1p3)} = 30m^2$; (ii) P2 e P4 são paredes paralelas e com medidas iguais: $A_{r(p2)} = base \times altura = b \times h = 4m \times 3m = 12 m^2$, então, $A_{r(p4)} = 12 m^2$, totalizando $A_{r(p2p4)} = 24m^2$. Concluiu-se com a soma de todas as áreas, $A_t = A_{r(p1p3)} + A_{r(p2p4)} = 30m^2 + 24m^2 = 54m^2$. Ao finalizar o cálculo da área das paredes com a formalidade da matemática, o próximo passo consistiu em encontrar a área de um azulejo. O azulejo tem a forma da figura plana de um quadrado: $A_{r(azulejo)} = base \times altura = b \times h = 0,10 m \times 0,10m = 0,01m^2$, ou $A_q(azulejo) = lado \times lado = l \times l = l^2 = 0,10 m \times 0,10 m = 0,01m^2$. Depois de encontrar a área total das paredes e a área de um azulejo, deve-se fazer a divisão da área total das paredes com a área do azulejo:

$$\text{Quantidade de azulejos} = \frac{A_t}{A_{r(azulejo)}} = \frac{54 m^2}{0,01m^2} = 5400 \text{ azulejos}$$

Com a explanação da formalidade da matemática, os alunos perceberam que a matemática formal é bem mais prática, organizada e rápida em se encontrar as incógnitas da tarefa apresentada.

5.3.3. Porcentagem

Tarefa 4

Numa construção de uma zona habitacional, um aluno do PROEJA foi confrontado com a seguinte situação: pretende-se construir no terreno da entrada dessa zona um jardim circular inscrito num quadrado com $20 m$ de lado. A parte restante do quadrado foi preenchida com cimento. Que percentagem do terreno não foi jardinado?

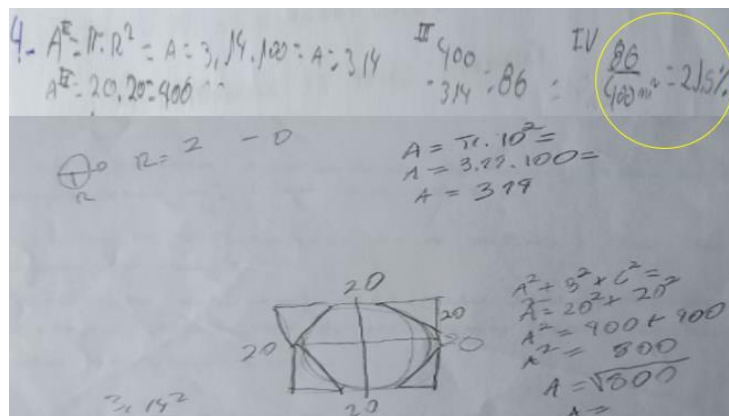
A Tarefa 4, embora faça referência a uma figura geométrica com um nível de complexidade maior do que as tarefas anteriores, não a ilustra de forma intencional para exigir mais da habilidade de um pensamento abstrato na construção da ideia abstrata.

Exploração

As resoluções dos três grupos apresentaram a resposta correta. O grupo GE1 fez um esboço que traduz informação da tarefa, aplicando a expressão da área do quadrado, $A_Q = l^2$, da circunferência, $A_C = \pi r^2$, e o Teorema de Pitágoras, $a^2 = b^2 + c^2$, muito útil na geometria e essencial na trigonometria, aplicando-se em um triângulo retângulo, pois possui um ângulo de 90 graus, também denominado de ângulo reto. O triângulo retângulo possui 3 lados, o lado mais comprido é oposto ao ângulo reto, chamado de hipotenusa, os dois outros lados menores são determinados como catetos. Alguns autores como Souza (2013) determinam esses lados pela representação das letras minúsculas (a) hipotenusa, (b) cateto, (c) cateto, de forma, que se tem a expressão da hipotenusa ao quadrado (a^2) = ao comprimento do lado menor ao quadrado (b^2) + o comprimento menor do outro lado ao quadrado (c^2).

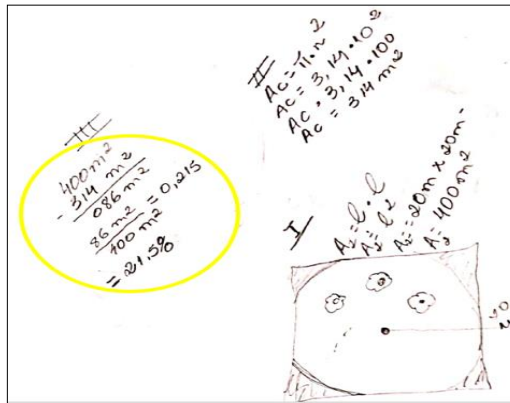
No entanto, o grupo percebeu que a aplicação da expressão do Teorema de Pitágoras não os auxiliaria na resolução da tarefa. Por fim, determinaram a porcentagem através da razão entre o menor valor da área e o maior valor da área (Figura 62).

Figura 62: Resolução da Tarefa 4 pelo grupo GE1



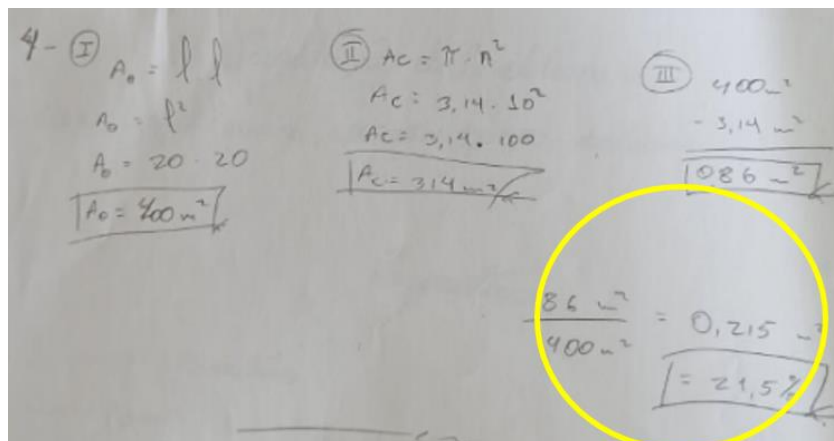
Os alunos do grupo GE2 também aplicaram as expressões das áreas do quadrado e da circunferência. Posteriormente, subtraíram os valores das áreas e dividiram o resultado obtido pelo valor da área maior (do quadrado) (Figura 63).

Figura 63: Resolução da Tarefa 4 pelo grupo GE2



Da mesma forma, o grupo GE3 fez a sua resolução, conforme Figura 64, seguindo a mesma linha de raciocínio dos demais grupos. Porém, este grupo não efetuou qualquer esboço que o ajudasse a compreender a tarefa.

Figura 64: Resolução da Tarefa 4 pelo grupo GE3



As resoluções analisadas seguiram a mesma linha de desenvolvimento, não se distinguindo um direcionamento utilizado nos canteiros de obra, pois a matemática formal fez-se presente em todas as resoluções.

- Grupo 1: Primeiro lemos a tarefa e desenhamos como seria, depois entendemos que a incógnita é a porcentagem do terreno que não foi jardinado, tirando a outra parte do terreno todo, que tem a forma de um quadrado. (GAEE4).
- Grupo 2: Fizemos um desenho que ajudou a entender o que é pedido, a porcentagem da parte que não foi feito o jardim circular inscrito, dentro de um quadrado, e calculamos. (GAEE12).
- Grupo 3: A leitura foi feita duas vezes, porque uns não entenderam, depois um colega fez o desenho e explicou a parte do terreno que seria jardinado, o círculo

inscrito, inscrito porque está dentro do quadrado, depois foi entendido a incógnita, ela é a parte que não foi feito o jardim. (GAAE6).

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

A Tarefa 4 apresenta os dados do lado de um terreno com a forma de um quadrado, determinando os lados. E, internamente no terreno, pretende-se fazer um jardim no formato circular inscrito. O aluno, para resolver a tarefa, deve saber o que é uma figura circular inscrita num quadrado. Por meio dos dados dos lados desse quadrado, pode-se determinar o diâmetro da circunferência e o raio, conseguindo, assim, determinar as áreas. O que se pretende determinar é a porcentagem que a área do jardim será correspondente à área do terreno.

Ao verificar que os grupos resolveram a tarefa da mesma forma, e puramente aplicando a matemática formal, solicitei que algum aluno que trabalhasse na construção civil efetuasse a resolução no quadro como se faz nos canteiros de obra. O aluno AE7 prontificou-se a fazer a explanação.

Quando o pedreiro está trabalhando ele não fala de quadrado, de retângulo, de porcentagem, de círculo inscrito, essas coisas. Mas o pedreiro sabe e conhece as figuras, por exemplo: trabalha com o estribo quadrado, retangular, sextavado e um redondo, que muitos chamam de circo, também. O pedreiro vê a obra e vai fazendo o cálculo que aprendeu na obra. Nesse caso, multiplica os lados do terreno e acha a área, que entende que é a área maior, depois para encontrar a forma redonda, pega o valor de 3,14, que é o Pi, mas muitos pedreiros não chamam de Pi, mas todos conhecem o valor do Pi, e multiplica pelo raio ao quadrado. De seguida diminui a área maior pela área menor e divide o resultado que deu da diminuição pela área maior e multiplica por 100, porque é porcentagem. (GAAE7).

Figura 65: Resolução da Tarefa 4 pelo aluno AE7 do Grupo 2

The image shows handwritten mathematical work on a whiteboard. It is organized into two columns: (MAIOR) and (MENOR).
Under (MAIOR):
 $A = 20 \cdot 20 = 400$
Under (MENOR):
 $A = 3,14 \cdot 10 \cdot 10 = 314$
Below these, a subtraction is performed:
$$\begin{array}{r} 400 \\ - 314 \\ \hline 86 \end{array}$$

Then, a division is shown:
$$\frac{86}{400} = 0,215 = 21,50$$

A explanação do aluno AE7 (Figura 65) evidencia a aplicação da matemática formal. O aluno AE11 questionou “como eles sabem o que é Pi e o valor dele na obra?” (GAAE11). Este questionamento levou o aluno AE9 a clarificar que

Os pedreiros mais experientes vão passando para os ajudantes de pedreiros, ninguém entra na construção civil sem ser ajudante de pedreiro, então o pedreiro que vai

passando para os outros. A gente sabe que se pegar o metro de alguma coisa redonda, e dividir pelo raio, a gente encontra o Pi, pode ser qualquer tamanho. (GAEE9).

Da intervenção desses alunos emerge que a resolução de uma situação similar pelos profissionais da construção civil é próxima da resolução efetuada pelos alunos.

Na análise das resoluções dos alunos, salientou-se na turma a necessidade de se calcular, numa primeira instância, as áreas do círculo e do quadrado. O valor da área do quadrado foi o obtido pelos alunos, $A_Q = l \times l = l^2 = (20m)^2 = 400 m^2$, como também o valor da área do círculo, $A_C = \pi r^2 = 3,14 \cdot (10m)^2 = 314 m^2$. Posteriormente, aplica-se a subtração dos valores das áreas, tendo em vista que se deve excluir a área que não foi jardinada, no caso a área do círculo, $A_Q - A_C = 400 m^2 - 314 m^2 = 86 m^2$. Ao determinar a área que não será jardinada, faz-se a correspondência dos valores, utilizando a regra de três, podendo também utilizar a razão entre elas. A prioridade consiste em conciliar os conteúdos com as resoluções apresentadas.

<i>Área</i>	<i>Porcentagem</i>
$400 m^2$	100%
$86 m^2$	x
$400 m^2 \times x = 86 m^2 \times 100\%$	
$x = \frac{8600 m^2 \%}{400 m^2}$	
$x = 21,5\%$	

O aluno AE7 considerou que a relação do Pi seria a razão entre o comprimento da circunferência e o diâmetro, $C = 2\pi r = 2 \times 3,14 \times 10m = 62,8 m$. Ao se encontrar o comprimento da circunferência, divide-se o valor encontrado com o lado do terreno, que também é referente ao diâmetro do terreno no formato de um círculo para verificar a razoabilidade que existe entre a circunferência e o diâmetro: $Pi = \frac{62,8m}{20m} = 3,14$.

As resoluções foram, assim, confirmadas pela matemática formal, e a aplicação da Matemática informal também é perpetuada nos ambientes laborais da construção civil.

Tarefa 11

É necessário saber a quantidade do reboco para preencher uma área com 30 metros linear de parede por 2,80 metros de altura, considerando uma margem de 10% na área total para os desperdícios e/ou imprevistos. Determine a quantidade da área a ser rebocada.



Nessa tarefa, apresenta-se a figura de uma parede que necessita ser rebocada, termo utilizado nos canteiros de obra, para se dizer colocar concreto na parede. A tarefa apresenta as medidas de comprimento da base e da altura, porém, é dada a informação sobre o desperdício de concreto, dado com 10%. Pretende-se encontrar a área com o acréscimo do desperdício.

Exploração

As resoluções dos três grupos a esta tarefa foram similares, como ilustra a seguinte Figura 66:

Figura 66: Resolução da Tarefa 11 pelos grupos GE1, GE2 e GE3

The figure shows three separate boxes containing handwritten mathematical work:

- Top box (GE1):** $30 \cdot 2,80 = 84 + 10\% \text{ Total} = 92,4$
- Middle box (GE2):** $11 \cdot 2,80 \times 30 = 84$
 $84 + 10\% = 92,4$
- Bottom box (GE3):** $30 \times 2,80 = 84 + 10\% = (92,4)$

Os três grupos utilizaram conhecimento informal e a calculadora para encontrar a porcentagem.

Grupo 1: Vimos a figura, as medidas da tarefa que são 2,8 e 30, achando o resultado determinamos a porcentagem na calculadora, somando. (GAAE1).

Grupo 2: Fizemos igual ao Grupo 1, ficamos focados na variável, porque a porcentagem confundiu um pouco, não sabíamos se era com os 10% ou sem. (GAAE5).

Grupo 3: Tivemos a mesma dúvida se a área devia ser com a porcentagem. (GAA11).

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

A tarefa apresenta uma figura para que o aluno possa visualizar e compreender os termos utilizados na construção civil, no caso a palavra “rebocada”, pois alguns alunos possuem outras profissões ou se encontram desempregados e assim os termos utilizados nos canteiros de obras não lhes são familiares. Mas, ao apresentar o desenho, eles entenderam que seria para concretar a parede. Durante a leitura, os grupos GE2 e GE3 ficaram com dúvida se era para utilizar a porcentagem na área para fazer o concreto.

O aluno AE10, que trabalha na construção civil, apresentou a resolução do seu grupo: “pega as medidas do muro e multiplica os lados, como tem porcentagem, o resultado soma com 10% na calculadora” (Figura 67).

Figura 67: Resolução da Tarefa 11 pelo aluno AE10 do grupo GE3

Handwritten calculation: $30 \times 2,80 = 84 + 10\% = 92,4$

Quando o aluno AE10 explicou a linha de raciocínio segundo o contexto da sua atividade laboral, os outros grupos afirmaram seguir também os mesmos procedimentos. Nenhum dos grupos resolveu a multiplicação das unidades das medidas dos comprimentos.

Levando em consideração o desenvolvimento dos grupos, constata-se que não apresentavam as unidades de área. Desse modo, sugeriu-se que “vamos identificar a figura plana que é formada pelo muro, essa figura plana é o retângulo que possui base, sendo a medida linear da base e a altura”. Aplicando a matemática formal, obteve-se:

$$A_r = \text{base} \times \text{altura} = b \times h = 30 \text{ m} \times 2,8\text{m} = 84 \text{ m}^2,$$

Após ser encontrado o valor da área, recorreu-se à regra de três simples utilizando o conteúdo do currículo do curso Técnico em Edificações.

<i>Área total m²</i>	<i>porcentagem</i>
84 m^2	→ 100%
$x \text{ m}^2$	→ 10%
$100 \times x = 84 \times 10$	
$x = \frac{84 \times 10}{100}$	
$x = 8,4 \text{ m}^2$	

Para concluir, foram somados os valores das áreas: $A_t = 84 \text{ m}^2 + 8,4 \text{ m}^2 = 92,4 \text{ m}^2$. A resolução apresentada recorreu à matemática formal com o intuito de elevar a compreensão dos conteúdos direcionados para a matemática escolar.

Tarefa 12

Para se construir uma parede de um cômodo, com as medidas de 6 metros linear por 3 metros de altura. Quantos tijolos serão necessários para a construção da mesma? Utilize os tijolos de 6 furos com dimensões 9 cm (largura) x 14 cm (altura) x 19 cm (comprimento) – Residencial e considere 10% a mais da área total da parede (margem de erro e/ou margem de quebra).



A Tarefa 12 é muito semelhante à Tarefa 11, porém, com o acréscimo do preenchimento da parede de tijolos. Os dados são as dimensões de comprimento da parede, no sentido da base e da altura, e as dimensões do tijolo que são necessárias para subir a parede, sendo então um raciocínio a mais, tratando do conteúdo de porcentagem. Apresenta-se também uma visualização para que o aluno possa entender o processo que deve resolver. Pretende-se determinar a quantidade de tijolos que deve ser utilizada para subir a parede mencionada.

Exploração

O grupo GE2 efetuou o produto das medidas da base e da altura, fez o esboço do tijolo com suas respectivas dimensões e uma tentativa para calcular a porcentagem mencionada na tarefa (Figura 68).

Figura 68: Resolução da Tarefa 12 pelo grupo GE2

Handwritten work on a chalkboard showing calculations for the number of bricks and a percentage adjustment. The work includes a diagram of a brick with dimensions 9, 14, and 19. The calculations are as follows:

$$12 - 6 \cdot 3 = 18 \text{ mT.}$$
$$18 \cdot 25 = 450 \text{ mT.}$$
$$= 495$$
$$450 = 100$$
$$\times \times 10$$
$$100 = 4500$$
$$\times = \frac{4500}{100}$$
$$450 + 45 = 495$$

Diferentemente da Tarefa 11, este grupo não estabelece uma transformação das unidades das medidas, que deveria ocorrer, pois foram apresentadas na tarefa medidas em metros e centímetros. Nota-se que o grupo GE2 encontrou corretamente a área total para se subir a parede com os tijolos e determinou o volume do tijolo ao encontrar o resultado de $2,394 \text{ m}^3$. Posteriormente, multiplicou a área por 25, que não se percebe de onde saiu esse valor, e o produto resultou em 450. Os alunos fizeram uma tentativa de aplicar uma regra de três simples para encontrar a porcentagem.

O grupo GE3 seguiu a mesma linha de raciocínio da Tarefa 11 (Figura 69):

Figura 69: Resolução da Tarefa 12 pelo grupo GE3

Handwritten work showing calculations: $0,19 \times 0,14 = 0,0266 \div 18 = 144$ (circled) and $6 \times 19 = 114 \times 3 = 342 + 10\% = 376,2$ (with 12 circled next to it).

Este grupo multiplicou medidas diferentes, metro com centímetro, ao multiplicar a medida da base da parede (comprimento) de 6m com a medida da base do tijolo (comprimento) de 19cm e depois multiplicou por 3, sendo o resultado somado à porcentagem solicitada na tarefa. Os resultados encontrados pelos grupos das unidades das medidas de comprimento eram inexistentes, pois efetuaram o produto de unidades de medidas diferentes. O único acerto obtido foi o resultado 18, que representa a área da parede. As áreas da parede e a do tijolo não foram realizadas de forma que pudessem determinar a solução da tarefa. Percebe-se que houve uma confusão de ideias e organização na resolução do grupo GE3.

Grupo 2: Tivemos dificuldade em resolver, entendemos que podíamos fazer igual ao outro, mas a medida do tijolo confundiu. (GAAE12).

Grupo 3: Definimos o que a tarefa queria, a quantidade de tijolo, e também vimos o tamanho da parede e do tijolo, ficamos com dúvida se era para usar toda a medida do tijolo. (GAAE6).

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

Na Tarefa 12, nenhum aluno quis participar da sua resolução no quadro, pois eles perceberam que as resoluções não foram satisfatórias. O aluno AE12 afirmou que “apesar de ser parecido com o outro, a medida do tijolo confundiu muito” (GAAE12). Perante a reação dos alunos, foi oportuno realçar que

A tarefa dá as unidades de medidas da parede, base e altura, que deveria ser preenchida com os tijolos. Para que pudesse ser feito o preenchimento, era necessário saber a área da parede e acrescentar a porcentagem estabelecida no final, podendo utilizar a regra de três. De seguida, transformar as unidades de medidas que são utilizadas na área de um tijolo, de centímetros para metro, encontrando a área de um tijolo. Depois devemos fazer a divisão da área da parede com a área de um tijolo, todas com as mesmas unidades de área. Vocês devem ficar atentos com essas unidades, pois quando elas são diferentes, o correto é transformar todas numa única unidade para que possa melhorar o cálculo e desenvolver a resolução. (GAI).

Os alunos deveriam aplicar uma das seguintes resoluções da matemática formal. Primeiramente, determinar a área da parede: $A_{r(\text{parede})} = \text{base} \times \text{altura} = b \times h = 6 \text{ m} \times 3 \text{ m} = 18 \text{ m}^2$

Após encontrar a área, pode-se utilizar a regra de três simples, utilizando o conteúdo do currículo do curso Técnico em Edificações, para determinar a margem de erro ou margem de quebra, conforme explicação, e aplicar a soma na área da parede determinada.

$$\begin{array}{r}
 \text{Área total } m^2 \qquad \qquad \text{porcentagem} \\
 18 m^2 \qquad \qquad \qquad \rightarrow 100\% \\
 x \qquad \qquad \qquad \qquad \rightarrow 10\% \\
 100\% \cdot x = 18m^2 \cdot 10\% \\
 x = \frac{18m^2 \cdot 10\%}{100\%} \\
 x = \frac{180m^2 \cdot \%}{100 \%} \\
 x = 1,8 m^2
 \end{array}$$

Na resolução efetuada com a turma, utilizando a regra de três, encontrou-se a área referente aos 10%. Para concluir, deve-se somar as áreas: $A_t = 18 m^2 + 1,8 m^2 = 19,8 m^2$.

Em seguida, transformaram-se as unidades de medidas de centímetros para metros, utilizando o conteúdo da regra de três simples, para as duas medidas do tijolo, altura e base (comprimento), conforme item *a* e *b*.

<p>a) <i>Unidade cm</i> <i>Unidade m</i></p> <p>100 cm → 1 m</p> <p>19 cm → x</p> <p>$100cm \times x = 19cm \times 1m$</p> <p>$x = \frac{19cm \times m}{100cm}$</p> <p>$x = 0,19 m$</p>

<p>b) <i>Unidade cm</i> <i>Metros</i></p> <p>100cm → 1m</p> <p>14cm → x</p> <p>$100 \times x = 14cm \times 1m$</p> <p>$x = \frac{14cm \times m}{100cm}$</p> <p>$x = 0,14 m$</p>

Após a transformação das unidades de medidas em metros, foi determinada a área do tijolo.

$$A_{r(tijolo)} = base \times altura = b \times h = 0,19 m \times 0,14 m = 0,0266m^2$$

Para finalizar, dividiu-se a área total da parede, que deve ser preenchida com os tijolos, pela área total de um tijolo.

$$\text{Quantidade de tijolos} = \frac{A_t(\text{parede})}{A_r(\text{tijolo})} = \frac{18 m^2}{0,0266m^2} \cong 677 \text{ tijolos}$$

No entanto, levando-se em conta os 10% da margem de erro ou desperdício e utilizando-se umas das resoluções por meio do conteúdo estudado pelos alunos, tem-se

<i>Tijolos</i>	<i>Área</i>
677	100%
x	10%
$x \times 100\% = 677 \times 10\%$	
$x = \frac{677 \times 10\%}{100\%}$	
$x = 67,7 \text{ tijolos}$	

Determinando, o total de $677 \text{ tijolos} + 67,7 \text{ tijolos} \cong 745$ tijolos considerando-se a margem de erro ou desperdício.

Percebe-se que a resolução utilizou recursos que foram usados para a resolução de tarefas anteriores, mas, apesar de os alunos terem feito as resoluções passadas, nenhum dos grupos conseguiu realizar com êxito a resolução e definir suas estratégias.

5.3.4. Volume

Na Tarefa 7, apresentou-se uma circunstância para que se trabalhasse o conteúdo de volume do poliedro no formato de um paralelepípedo. O aluno deve compreender a formação da figura com as três dimensões, encontrando o volume para que possa organizar os dados mencionados na tarefa.

Tarefa 7

O proprietário da construção de uma residência ganhou de presente de seu familiar uma caixa d'água no formato de um paralelepípedo, porém, ele não se informou quantos litros de água a mesma comportaria e quer saber quantos litros de água tem de gastar para enchê-la. Como a caixa d'água tem 2 *m* de comprimento e de largura e 1 *m* de altura, quantos litros de água precisa para enchê-la?

Essa tarefa apresenta as dimensões do comprimento e da altura de um paralelepípedo. Essa informação dada justamente para que o aluno pudesse identificar e produzir uma conceituação da figura. Pretende-se determinar o volume, em litros, estabelecido para a caixa d'água.

Exploração

Somente o grupo GE2 resolveu a tarefa, o que se traduziu na organização dos dados e na verificação das unidades de medida de comprimento. Constatou-se que cumpriu com o entendimento da tarefa contextualizada.

Figura 70: Resolução da Tarefa 7 pelo grupo GE2

Handwritten work showing the calculation of volume in cubic meters and its conversion to liters. The work is written in a box and includes the following text:

$$\begin{aligned} \text{Cubo} &: 2 \times 2 \times 1 \\ &: 2\text{m} \times 2\text{m} \times 1\text{m} \\ & 4\text{m}^3 \end{aligned} \quad \begin{aligned} 1\text{m}^3 &: 1000 \text{ litros} \\ 4\text{m}^3 & 4.000 \text{ litros} \end{aligned}$$

A resolução do grupo se deu conforme a esperada (Figura 70). Os alunos utilizaram os princípios corretos do volume de um paralelepípedo, verificaram as unidades e a sua conversão e efetuaram uma proporcionalidade entre os volumes em metros cúbicos e em litros.

Grupo 2: Depois de anotarmos as medidas, perguntamos o que era um paralelepípedo. Um de nós respondeu que o tijolo era um paralelepípedo e assim percebemos o que a tarefa queria, que é o volume em litros. Achamos o volume em metros cúbicos e depois foi feita a mudança. A gente que trabalha na obra sabe que 1 metro cúbico tem 1000 litros. Daí, para achar o volume, é só multiplicar toda a medida dada. (GAAE7).

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

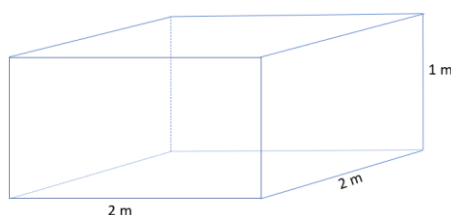
A Tarefa 7 não apresenta qualquer figura, desafiando os alunos a formalizar a construção de um modelo que represente um paralelepípedo e, assim, conseguir passar da abstração para a concretização da figura. As medidas foram informadas na tarefa, não havendo necessidade de converter unidades, porém, para encontrar o volume, eles precisam converter unidades de metros cúbicos para litros. Um aluno do grupo GE2, AE7, que é pedreiro, efetuou a sua explanação.

O volume, na construção civil, é encontrado multiplicando todas as medidas, então pegamos 2 metros de largura e 2 metros de comprimento e a altura de 1 metro, e multiplicamos todas elas. Depois fizemos a mudança do volume, porque o que encontramos foi em metros cúbicos, e 1 metro cúbico tem 1000 litros, todo pedreiro sabe disso, e se eu tenho 4 metros cúbicos eu tenho 4000 litros. (GAAE7).

No final da sua explanação, o aluno AE7 perguntou à turma se “alguém tem dúvida do que eu expliquei?” (GAAE7). Os alunos deixaram evidente que tinham compreendido a sua explicação.

De modo a sistematizar o conhecimento que deriva da resolução da tarefa, foi confirmado à turma que a resolução apresentada estava correta e que a linha de raciocínio estabelecida pelo grupo GE2 corresponde a uma das resoluções esperadas. Foram confirmados os dados da tarefa, no caso, as medidas de comprimento, 2m de largura e de altura, e 1m de altura, e efetuei uma representação pictórica de um paralelepípedo, o formato da caixa d'água, conforme Figura 71.

Figura 71: Representação pictórica de um paralelepípedo



Na identificação das medidas, importa verificar as suas unidades, para, em seguida, se poder aplicar a fórmula que permite calcular o volume de um paralelepípedo, enfatizando que é um poliedro, pois “são considerados aqueles que apresentam faces planas e não rolam” (Oliveira & Costa, 2010). Em seguida, foi efetuada a seguinte explanação no quadro:

Para se obter o volume de um paralelepípedo retângulo, deve-se observar que ele é proporcional a cada uma das suas dimensões. Isso quer dizer que, se forem mantidas, por exemplo, constantes a largura e a altura e se for multiplicado o comprimento por um número natural n , o volume ficará também multiplicado por n . A expressão para se calcular o volume de um paralelepípedo é, formalmente, *Volume do paralelepípedo* = (área da base) × (medida altura): $V = A_b \times altura$; $V = (2m \times 2m) \times 1m = 4 m^3$.

Ao se determinar o volume, V , foi percebido que o resultado obtido se encontrava em metros cúbicos, e o que se pretendia era em litros. Dessa forma, foi efetuada a conversão através do conteúdo já estudado por eles, aplicando a regra de três simples.

<i>Volume em m^3</i>	<i>Volume em litros</i>
$1 m^3$	1000 litros
$4 m^3$	x
$1 m^3 \times x = 4 m^3 \times 1000 \text{ litros}$	
$x = \frac{4000 m^3 \times \text{litros}}{1 m^3}$	
$x = 4000 \text{ litros}$	

Na conversão das medidas, evidenciou-se o conhecimento instituído de que $1 dm^3 = 1l$, o que surge explícito na consideração de que $1m^3 = 1000l$, pois $1m^3 = 1000dm^3$.

Na sequência, os alunos foram desafiados a resolver a Tarefa 13, que segue a mesma linha de raciocínio da Tarefa 7.

Tarefa 13

A viga é parte de uma edificação que proporciona sustentação. Para concretar uma viga de um prédio é necessário quanto de volume, sabendo que as medidas em metros da viga são, respectivamente, $30 \times 20 \times 3,60$?

Os valores dimensionados não foram apresentados sobre o que se tratava, determinando qual o valor do comprimento, altura e largura, pois o objetivo era que os alunos compreendessem que, apesar da não indicação, o resultado proporcionado dependia da identificação do formato de uma viga.

Exploração

A resolução dos grupos GE2 e GE3 contempla a resposta esperada, através de uma representação simbólica, conforme ilustra a Figura 72.

Figura 72: Resolução da Tarefa 13 pelos grupos GE2 e GE3

$$13 - 30 \times 20 \times 3,60 = 2,160$$
$$13) 30 \times 20 = 600 \times 3,60 = 2,160 \times 1000 =$$

As resoluções de ambos os grupos apresentam o entendimento do volume, traduzido pelo produto das três dimensões que formam uma representação próxima de um prisma. Porém, o grupo GE3 estabelece igualdades sem o devido rigor que o conhecimento formal exige, como também multiplica o valor do volume por 1000, sem se perceber a sua origem.

Grupo 2: O que se quer é o volume, e não pediu em litros. Alguns não sabiam o que era viga e como era o formato de uma viga, mas eu expliquei. (GAAE7).

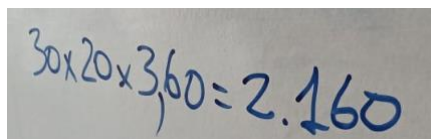
Grupo 3: Expliquei o que era uma viga e para que serve, depois anotamos as medidas que foram dadas da viga. No final pede o volume, que pensamos que fosse em litros, e não multiplicamos o volume. (GAAE11).

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

A Tarefa 13 segue a linha de raciocínio da Tarefa 7. Indica as unidades de medida de comprimento, como largura, altura e comprimento, mas sem especificações quanto aos valores apresentados. Ademais, a tarefa não apresenta representações pictóricas. Um aluno do grupo GE3, AE9, disponibilizou-se a fazer a explanação da resolução da tarefa.

A dica para se calcular o concreto ou areia de uma viga, ou de vigamentos, é uma viga muito grande, para construção de grande porte, de 30m, 20m e 3,60 m, ela tem de ser fabricada a pedido, não acha já pronta. Depois multiplica tudo e acha o volume, e não precisa mudar pra litros. (GAEE9).

Figura 73: Resolução da Tarefa 13 pelo grupo GE3



A photograph of a piece of paper with a handwritten calculation in blue ink: $30 \times 20 \times 3,60 = 2.160$. The numbers are written in a casual, slightly slanted style.

A resolução feita no quadro (Figura 73) pelo AE9 foi efetuada de forma direta, por meio de um conhecimento tácito, com um raciocínio mais informal, sem estabelecer qual expressão usaria na resolução e sem apresentar as unidades de volume como parte da resolução, de uma forma utilizando uma construção da matemática formal. Apesar de não construir uma linha de raciocínio mais formal, a resposta está correta, porém, é necessário considerar a unidade de medida tanto das dimensões da viga quanto as de volume.

Na procura de salientar, em termos formativos, o que mais de significativo se retira da resolução da tarefa em análise, foram enfatizados os pontos principais, explicando o que é uma viga, “sendo um elemento que faz parte de uma edificação para suportar as modificações temporais que essa construção irá sofrer, como peso, vento, desgaste temporal, sendo um elemento importante na edificação que proporciona a sustentação” (A1). Posteriormente, foram apresentados os dados que a tarefa informa, sendo os valores das medidas em metros $30 \times 20 \times 3,6$. A tarefa não indica que valor é da largura, da altura e do comprimento da viga. Como se trata de uma invariância na aplicação da fórmula que permite determinar o volume de um prisma, procurou-se destacar a propriedade comutativa da multiplicação através das seguintes resoluções, enfatizando, assim, um conhecimento formal:

Resolução 1 (usando a base com as medidas 30x20)

$$V = A_b \times h = (30 \text{ m} \times 20 \text{ m}) \times 3,6 \text{ m} = 2160 \text{ m}^3$$

Resolução 2 (usando a base com as medidas 30x3,6)

$$V = A_b \times h = (30 \text{ m} \times 3,6 \text{ m}) \times 20 \text{ m} = 2160 \text{ m}^3$$

Resolução 3 (usando a base com as medidas 20x3,6)

$$V = A_b \times h = (20 \text{ m} \times 3,6 \text{ m}) \times 30 \text{ m} = 2160 \text{ m}^3$$

Porém, na construção civil, na altura da observação no campo, constatei que as leituras foram feitas respectivamente: comprimento x largura x altura. No caso, da Tarefa 13, a Resolução 1 estaria condizente com as leituras realizadas pelos profissionais da construção civil.

Na Tarefa 14, foi utilizado o termo de um instrumento muito utilizado na construção civil, denominado pelos profissionais de “padiola”.

Tarefa 14

Um pedreiro estava sem a padiola no canteiro de obras. Sabe-se que a padiola comporta até 40 litros. Indique qual técnica apresentada abaixo ele poderá utilizar como medida sem o recurso da padiola para cobrir uma laje de $10m \times 8m \times 2m$.

- (1) Procedendo com a proporção de 1 saco de cimento (50 Kg); 4 latas de 18 litros de areia; 6 latas de 18 litros de brita; 1 lata e $\frac{1}{2}$ de 18 litros de água. (8 latas de concreto - estruturas mais leves)
- (2) Procedendo com a proporção de 1 saco de cimento (50 kg), 8 latas e $\frac{1}{2}$ de 18 litros de areia; 11 latas e $\frac{1}{2}$ de 18 litros de brita; 2 latas de 18 litros de água. (14 latas de concreto - estruturas fortes).

Na resolução dessa tarefa, os alunos eram confrontados com a técnica de cobrir uma laje de uma edificação, que deve ser consistente, pois forma o piso de uma construção de dois ou mais andares, mesclado por vigas e interpostos com paredes de tijolos. Devido ao suporte que a laje terá de receber, sua estrutura de concreto deverá ser mais fortalecida.

Exploração

Os três grupos determinaram o volume, mas sem observar que a resposta seria um dos itens *a* ou *b*. Nas suas resoluções, através de representações simbólicas, determinaram os volumes sem indicar as respectivas unidades de medida. Somente o grupo GE3 fez uma menção da unidade em metros, não correspondendo à unidade de volume (Figura 74).

Figura 74: Resolução da Tarefa 14 pelos grupos GE1, GE2 e GE3

The image shows three lines of handwritten calculations on a light background. The first line is $10 \times 8 \times 2 = 160$. The second line is circled and reads $(14) 10 \times 8 \times 2 = 160$. The third line is $14 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 2 = 160m$.

Os três grupos (Figura 74) calcularam o volume sem responder à técnica que deveria ser utilizada. Ao encontrarem o volume, não determinaram a alternativa correta. O grupo GE1 multiplicou as medidas das dimensões dadas, mas não multiplicou também as unidades de medida para que, assim,

identificassem a unidade de volume, pois as respostas eram todas em litros. O grupo GE2 aplicou o produto das medidas das dimensões, mas sem multiplicar as unidades dessas medidas. O grupo GE3 seguiu a mesma linha de raciocínio, apresentando no resultado uma unidade de comprimento e não de volume. Constata-se que houve um equívoco na resolução dos três grupos, o que não lhes permitiu obter a resposta correta.

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

A Tarefa 14 apresenta um equipamento de obra, denominado pelos pedreiros de padiola, e informa o volume que o equipamento suporta, 40 litros. Pretendia-se que fosse determinada a técnica que deveria ser utilizada para cobrir a laje com as dimensões dadas.

O aluno AE1, trabalhador da construção civil, do grupo GE1, fez uma tentativa de resolução da tarefa, apresentando o mesmo desenvolvimento que foi realizado no seio do seu grupo.

O grupo resolveu multiplicar as medidas e foi encontrado o valor de 160, sabemos que o resultado foi de m^3 , mas não entendemos o que se queria. Eu acho que não lemos bem o texto. Lendo de novo, se fosse na obra, eu optaria pela opção 2, está escrito de estruturas fortes, na opção 1 fala que é só para estruturas mais leves. Na obra, chamamos isso de traço, cada traço serve para algumas partes da construção, a gente tem concreto mais fraco e mais forte, vai depender da construção. O concreto mais fraco não tem muita resistência, serve para fazer forro, a gente chama de concreto magro, aí tem o concreto forte, que é estrutural, mas também tem o não estrutural, então para a laje tem que ser o concreto forte. (GAAE1).

Nenhum grupo mencionou algo que contribuísse para a discussão da resolução da tarefa, apesar de ela resultar do que foi observado e extraído das possibilidades e experiências vivenciadas pelos trabalhadores da construção civil.

Aproveitando a intervenção do aluno AE1, a investigadora informou aos alunos que, ao se verificar a proporção dada pela opção 1, na descrição há a informação de que aquela proporção de concreto é para estruturas mais leves, e que de fato a proporção da opção 2 está descrita que é para estruturas mais fortes, e a laje é uma estrutura forte. Apesar de os alunos manifestarem ter compreendido o que era pedido, a tarefa exigia um pouco mais de interpretação. Percebe-se que os alunos não tiveram esse cuidado em manter uma leitura mais atenta ao que se propôs.

5.3.5. Razão e proporção

O conteúdo de razão e proporção é muito utilizado na construção civil, principalmente na apresentação da planta baixa, o desenho da casa planejada. Por meio da planificação, percebe-se a razão entre as medidas reais e do desenho da casa na planta baixa, e a proporção entre as divisórias

dos ambientes, evitando a desproporcionalidade. A razão e a proporção estão ligadas, pois, para que haja uma proporção, é necessário existir duas ou mais razões.

Tarefa 8

Num condomínio residencial vai-se dar início a várias construções de casas. Em cada quadra há três terrenos (Terreno 1, Terreno 2 e Terreno 3). A figura representa o posicionamento dos mesmos. Que medida (x) deve ter o fundo do Terreno 3 para se iniciar a base do muro?



A Tarefa 8 apresenta um terreno subdividido por três divisões e suas respectivas medidas. O terreno 3 não apresenta uma das medidas, que pode ser determinada através do Teorema de Tales.

Exploração

Na resolução da tarefa pelo grupo GE2, através de representações simbólicas, percebe-se que, primeiramente, fizeram a soma das medidas dadas para determinar a medida desconhecida. Ao aperceberem que tal estratégia não fazia sentido, estabeleceram uma proporção entre as medidas dos lados correspondentes (Figura 75).

Figura 75: Resolução da Tarefa 8 pelo grupo GE2

$$\textcircled{8} \quad 30 + 20 = 50$$

$$35 + x = 50$$

$$x = 50 - 35$$

$$\underline{15}$$

$$\frac{35}{30} = \frac{x}{20}$$

$$30x = 35 \cdot 20$$

$$30x = 700$$

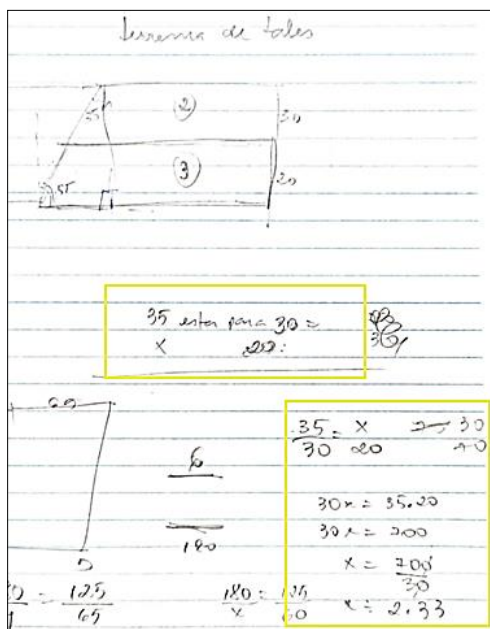
$$x = \frac{700}{30}$$

$$x = 23,33$$

Ao estabelecerem tal proporção, os alunos revelam conhecer o Teorema de Tales, o que se traduz na identificação de dois segmentos de reta transversais a três segmentos de retas paralelos.

Os alunos do grupo GE3 seguiram a mesma linha de desenvolvimento do que o grupo GE2. Da leitura do enunciado da tarefa, identificaram o conteúdo matemático necessário para resolvê-la e efetuaram uma representação pictórica da tarefa (Figura 76).

Figura 76: Resolução da Tarefa 8 pelo grupo GE3



Ao aplicarem o Teorema de Tales, os alunos recorreram à representação simbólica para estabelecer uma regra de três simples e, em seguida, uma proporção entre as razões dos comprimentos dos segmentos determinados sobre cada um dos segmentos transversais.

Em termos gerais, os alunos do grupo GE1 não se recordaram da aplicação do Teorema de Tales e os outros dois grupos recorreram às seguintes estratégias:

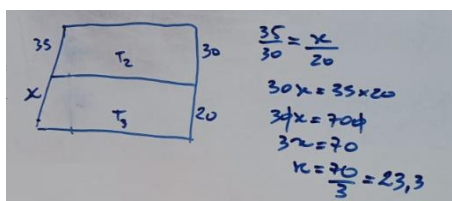
- Grupo 2: Parece fácil, vimos as medidas no desenho e conferimos o que era o x do desenho, a única forma de resolver foi fazendo a comparação dos terrenos. (GAAE12).
- Grupo 3: Apresenta a medida das divisões dos terrenos, falta o lado do fundo do Terreno 3. A gente percebeu que tinha de fazer uma equivalência dos lados para encontrar x , lembramo-nos do Teorema de Tales, que trabalha as retas e lados proporcionais. (GAAE10).

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

Na resolução da Tarefa 8, esperava-se que os alunos, no término da leitura, visualizassem a figura para que conseguissem desenvolver uma linha de raciocínio e direcionar a estratégia de resolução. As dimensões dos terrenos foram mencionadas para que o aluno conseguisse fazer uma relação de

razão e posteriormente a proporcionalidade. Nesse caso, podendo aplicar o conteúdo mencionado pelo grupo GE3, o Teorema de Tales. No entanto, nenhum aluno que trabalha na construção civil contribuiu para a resolução desse cálculo, com base nas experiências vivenciadas nas atividades laborais. O aluno AE5 afirmou que “na obra a gente não mede assim, a gente usa os equipamentos que tem na obra para medir, temos a trena laser, que ajuda medir distâncias longas, e quando não tem a laser, usamos a trena convencional” (GAAE5). Por sua vez, o aluno AE12, do grupo GE2, que não trabalha na construção civil, resolveu apresentar o desenvolvimento da aplicação do Teorema de Tales, conforme a Figura 77.

Figura 77: Resolução da Tarefa 8 pelo aluno AE12



O aluno AE12 fez uma representação pictórica do terreno e efetuou a seguinte explicação recorrendo ao seu conhecimento formal:

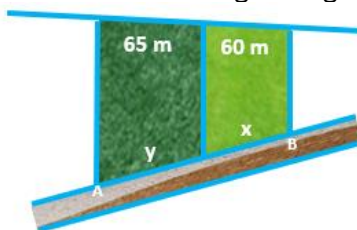
No desenho conseguimos ver as retas paralelas que formam as retas dos lados do terreno e o lado do meio, assim conseguimos lembrar das retas paralelas e das transversais, do Teorema de Tales. Aplicando as proporções, no nosso caso, temos que o lado 35 está para o lado x , e o lado 30 está para o lado 20, e aplicamos a multiplicação entre as igualdades, achando o valor de x . (GAAE12).

Conseqüentemente, ao serem confrontados sobre a aplicação do Teorema de Tales em situações da construção civil, o aluno AE5 afirmou que “vou fazer esse cálculo na obra para ver se a resposta bate com o cálculo. Mas só serve se for transversal, dois lados transversal?” (GAAE5).

A Tarefa 9 contempla também o conteúdo de razão e proporção, apresentando as medidas e exigindo a mesma linha de raciocínio da Tarefa 8, com um maior nível de dificuldade. Espera-se que o aluno resolva a tarefa observando os dados das medidas e a correspondência que pode estabelecer entre as razões que originam a proporção. As incógnitas, y e x , são as dimensões desconhecidas que auxiliam a passar os dados abstratos para uma compreensão mais concreta e visual.

Tarefa 9

O mestre de uma obra desenhou uma representação de dois terrenos, registrando as medidas dos mesmos conforme ilustra a seguinte figura:



Determine as medidas das frentes dos terrenos, sabendo que as suas laterais são paralelas e que a medida de $\overline{AB} = 180 \text{ m}$.

Exploração

Os alunos do grupo GE1 não resolveram a tarefa. Na análise das resoluções dos grupos GE2 e GE3, nota-se que as razões foram aplicadas corretamente, através de conhecimentos formais adquiridos na escola. Os alunos do grupo GE2 recorreram a representações simbólicas para estabelecerem a proporção entre a razão definida pela medida do segmento de reta $[AB]$ e a medida do segmento de reta colocado na mesma reta transversal e a razão definida pelas dimensões dos segmentos correspondentes da outra reta transversal (Figura 78).

Figura 78: Resolução da Tarefa 9 pelo grupo GE2

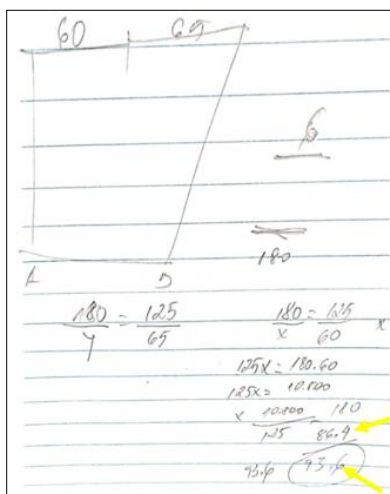
9
 $\overline{AB} = 180 \text{ m}$
 $x = 60 \text{ m}$

$$\frac{180}{y} = \frac{125}{65}$$
$$y \cdot 125 = 180 \cdot 65$$
$$y \cdot 125 = 11700$$
$$y = \frac{11700}{125}$$
$$y = 93,6$$
$$\begin{array}{r} 180 \\ - 93,6 \\ \hline 86,4 \end{array}$$

Ao encontrar o valor de y , o grupo optou por subtrair este valor pela medida do segmento de reta $[AB]$ para determinar o valor de x , de forma que a resolução foi aplicada com a compreensão e o uso da matemática formal.

A resolução do grupo GE3 expressa a utilização da representação pictórica e da representação simbólica, determinando as medidas desconhecidas através da utilização do conhecimento formal relativo ao Teorema de Tales (Figura 79).

Figura 79: Resolução da Tarefa 9 pelo grupo GE3



Na clarificação à turma das suas estratégias, um dos alunos dos grupos GE2 e GE3 referiu o seguinte:

- Grupo 2: Nós usamos a mesma forma de resolução da Tarefa 8, só apareceu uma incógnita a mais, que tivemos de subtrair no final. (GAAE12).
- Grupo 3: Percebemos que tinha de fazer do mesmo jeito do anterior, mas, para usar o Teorema de Tales, temos de verificar se as retas estão transversais e paralelas, depois resolver com as mesmas medidas que usamos de um lado com o outro lado. (GAAE11).

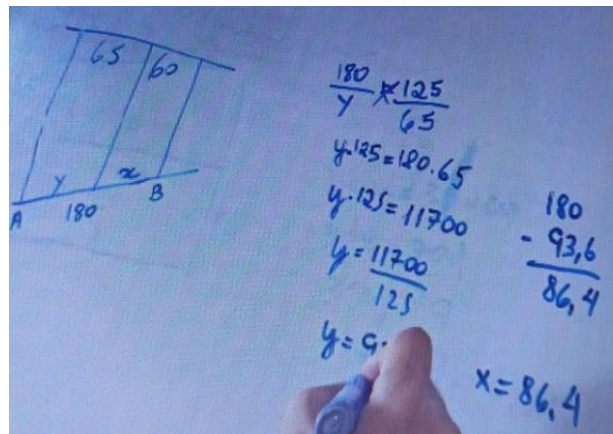
Confronto entre o conhecimento matemático formal e informal

A Tarefa 9 mostra a representação pictórica de dois terrenos, com as medidas do segmento transversal da parte de trás e a medida da soma do lado transversal da frente do terreno. O aluno deveria estabelecer as razões entre as medidas dos lados correspondentes, conforme o Teorema de Tales.

Como na resolução da Tarefa 8 não foi aplicado nenhum conhecimento informal, o aluno AE5, que trabalha na construção civil, afirmou que, para a resolução de uma situação dessas, os profissionais utilizam os instrumentos de medição, instrumentos tecnológicos: “na situação da planta baixa, usamos bastante, também quando faz as medidas do cimento, brita, água, areia, na pintura, eu consigo ver esse cálculo de muitas formas, mas não assim, é mais de uma forma de cálculo mental” (GAAE5, 2018).

Para a explanação da resolução da Tarefa 9, o aluno AE11, do grupo GE3, disponibilizou-se a apresentar no quadro branco (Figura 80).

Figura 80: Resolução da Tarefa 9 por um aluno do grupo GE3



A resolução do aluno ilustra o desenvolvimento de um raciocínio aplicando conhecimento formal, similar ao desenvolvido pelo grupo GE2, através da aplicação do Teorema de Tales.

Temos de ver que esses lados são transversais e que os lados que cortam esses terrenos são paralelos, podemos usar o Teorema, o desenho mostra o lado AB que é soma dos lados de x e y , que é 180, e do outro lado do terreno, se somar os lados $60 + 65$, vamos ter 125. Então vamos fazer a organização, o lado da soma de 180 m com qualquer um dos lados que fazem parte dessa soma, pode ser o x ou y , mas na nossa resolução colocamos o y , então ficou $\frac{180}{y}$, depois pegamos outro lado somado que deu 125 e pegamos um dos lados que faz parte da soma, como pegamos o y na soma do 180, vamos pegar o 60 que está no mesmo terreno de y , pra ficar $\frac{125}{60}$, e finalizamos com $\frac{180}{y} = \frac{125}{60}$. Depois multiplicamos cruzado e achamos o y que deu 86,4, depois é só subtrair o y com o 180 que achamos o x . (GAAE11).

Como os alunos não estabeleceram qualquer relação entre a tarefa dada e alguma situação de contexto da construção civil, considerou-se oportuno salientar que

o uso da razão, proporção e do Teorema de Tales auxiliam as resoluções que possam apresentar situações que utilizem aspectos que fazem parte do contexto das práticas laborais do grupo dos profissionais da construção civil. Alguns exemplos como, para encontrar medidas, porém, é necessário ter como parâmetro outra situação com as mesmas características dadas. Pode-se utilizar em escalas, no caso uma planta baixa, podendo utilizar na comparação de distâncias, tempo, preços das mercadorias, e outros recursos a mais, porém, é necessário que tenha sempre um comparativo para o início da resolução. Sabemos que hoje há vários recursos tecnológicos que auxiliam grandemente nossas ações laborais, mas é importante que nós, profissionais, possamos nos qualificar de forma que saibamos como são realizadas essas resoluções, por isso é necessário compreender a matemática formal. Afinal, a tecnologia é feita por uma pessoa ou grupo de pessoas que elaboraram a ferramenta tecnológica utilizando o conhecimento formal". (GAI).

Seguindo o conteúdo de razão e proporção, a Tarefa 10 apresenta uma situação por meio de uma construção mental da aplicação de um triângulo retângulo.

Tarefa 10

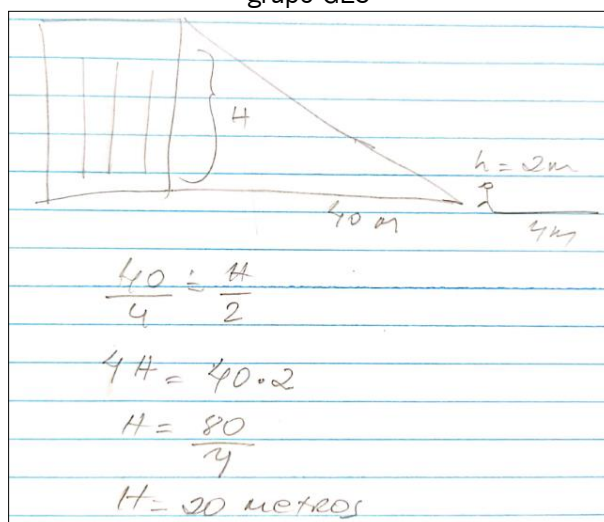
Um Mestre de Obras recebeu uma imagem que identifica a grandeza (proporção) que se pode constituir entre a altura do edifício, a altura da pessoa e suas respectivas sombras. Qual a relação que o Mestre de Obras pode fazer para que se possa encontrar as dimensões da altura do prédio? Tendo em vista que será necessário saber a relação da altura para se fazer a limpeza externa do prédio. (Efetua um desenho que represente o teu raciocínio)

Nessa situação, destaca-se o uso da proporção e que há um fator de comparação, no caso, o edifício e uma pessoa. A tarefa tem como objetivo reconhecer a construção mental do raciocínio do entendimento das comparações dos desenhos.

Exploração

A única resolução apresentada foi a do grupo GE3, através de uma representação pictórica e da representação simbólica (Figura 81). A tarefa não apresenta dados numéricos, medidas e nem variáveis a serem descobertas por meio da resolução.

Figura 81: Representação da compreensão da semelhança de triângulos e os lados proporcionais pelo grupo GE3



Para melhorar o entendimento da tarefa, os alunos do grupo GE3 criaram uma situação com dados que lhes permitissem resolver a tarefa. O grupo esboçou e criou os dados das dimensões altura e sombra do prédio, respectivamente H m e 40 m, assim como os dados do homem, como altura e

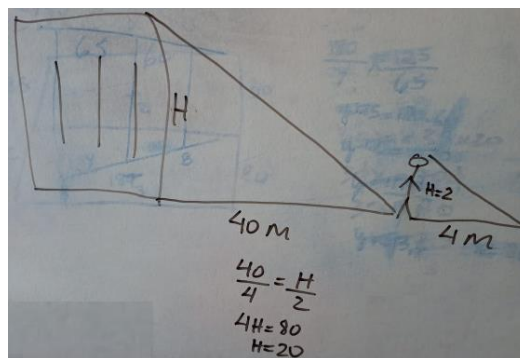
sombra, respectivamente 2m e 4m. Dessa forma, o grupo conseguiu estabelecer as relações, pois se trata do comparativo das figuras formadas pelo prédio e pelo homem. Através da razão existente entre as grandezas determinadas pelas alturas e pela sombra, o aluno pode determinar qualquer uma das variáveis que fosse questionada. Portanto, o esboço apresentado pelo grupo GE3 contemplou o que se solicitava.

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

A Tarefa 10 tem como objetivo verificar se o aluno consegue compreender as informações dadas na tarefa e transpô-las para uma representação, saindo da abstração por meio da leitura e construindo uma representação pictórica, percebendo os conteúdos razão, proporção, semelhança de figuras, ângulos e regra de três, conteúdos estudados pelos alunos. Um aluno do grupo GE3, AE12, foi ao quadro apresentar a resolução do seu grupo (Figura 82).

Quando se faz o desenho nota que criou duas figuras, dois triângulos, em que os dois são parecidos, só que o do prédio é bem grande e o triângulo formado pelo homem é pequeno. Comparando os dois triângulos, podemos criar a razão entre eles, com os mesmos lados do triângulo grande com o triângulo pequeno. (GAAE12).

Figura 82: Explicação do AE12 sobre a Tarefa 10



Acrescentamos os dados dos tamanhos da sombra e o tamanho da pessoa, e a incógnita foi a altura do prédio, depois podemos comparar fazendo a razão, do tamanho da sombra do prédio com a sombra do homem $\frac{40}{4}$, e altura do prédio sobre a altura do homem $\frac{H}{2}$, depois organizamos, e depois multiplicamos cruzado e achamos a incógnita H. (GAA12).

No final da explicação do aluno AE12, foi questionado à turma se “alguém que trabalha na construção civil já fez um cálculo dessa forma na obra, já viu uma situação parecida? (GAI). Os alunos que trabalham na construção civil afirmaram não ter feito nenhum cálculo semelhante. Mas o aluno AE8

informou que “existem muitos casos que o pedreiro compara situações de figuras parecidas, uma maior e outra menor, mas a gente continua usando os instrumentos de medição, não faz esse cálculo” (GAAE8).

A resolução apresentada por um aluno do grupo GE3 revelou ser criativa e explicativa, apesar de utilizar a matemática formal.

Síntese

A investigação delineou-se com entrevista, pesquisa de campo, aplicação para a resolução das tarefas em sala de aula e intervenção. Nesse sentido, a entrevista inicial no formato de questionário com perguntas abertas e fechadas, com o propósito em conhecer os alunos do Curso Técnico em Edificações, produziu uma resposta em relação às idades dos alunos, o tempo que eles estiveram fora das salas de aulas, os motivos que os fizeram parar de estudar durante um determinado tempo, a identificação dos que estavam atuando na construção civil, entre outras informações que consolidaram uma caracterização do grupo a ser investigado.

Diante disso, a realização da pesquisa de campo foi possibilitada conforme as informações do questionário, pois foram identificados os sujeitos que estavam em atividade laboral da construção civil para a ocorrência da investigação e, posteriormente, determinando os três ambientes para a realização da pesquisa qualitativa e interpretativa.

Na pesquisa foi identificada diversas possibilidades de se trabalhar os conteúdos matemáticos. As situações são demasiadamente ricas nas possibilidades, não somente na exploração da Matemática, mas da Física, Química, Português, Biologia, Artes, Antropologia, Sociologia, entre outras áreas. As experiências evidenciadas deram suporte para a criação das 14 tarefas, algumas de aplicação direta de conceitos e outras de nível um pouco mais complexo. Porém, sempre com o cuidado de direcionar os conteúdos já estudados pelos alunos.

Ainda na pesquisa exploratória, foram realizadas observações, entrevistas e registro das ações laborais que deram suporte para a criação das 14 tarefas apresentadas no momento da intervenção em sala de aula, que foi dividida em dois momentos. No primeiro momento, que totalizou 4 horas/aula (200 minutos), os alunos resolveram as tarefas em grupo, pois os 12 alunos se organizaram na divisão de 3 grupos com 4 membros cada, com o objetivo de que pudessem resolver as tarefas sem interferência alguma, somente com os seus conhecimentos formais e informais. Ademais, a distribuição da divisão de grupos foi uma determinação do professor da turma, devido ele não poder ceder mais aulas para a investigação.

No entanto, para compor o grupo, deveria ter no mínimo 1 aluno que estivesse trabalhando como ajudante de pedreiro ou pedreiro. Assim, cada grupo foi contemplado com mais de 1 aluno que estava atuando na construção civil.

No segundo momento, ocorreu a intervenção, sendo direcionadas 4 horas/aula (200 minutos) aos alunos para confrontar o seu conhecimento matemático formal e informal, que emergiu de situações do contexto laboral utilizando o método de ensino da Etnomatemática sobre a “resolução das tarefas”. Das situações elaboradas e extraídas do contexto do conhecimento (etno)matemático dos pedreiros, em muitas delas os profissionais sabiam desenvolver aplicando o conhecimento informal, em outros momentos conheciam suas atividades na tarefa, e se reconheceram como sujeitos da sua própria formação, porém, não sabiam utilizar a forma de resolução do conhecimento formal.

Para se verificar como os alunos desenvolveram as resoluções das tarefas, foi necessário sintetizar os resultados para uma melhor compreensão e visualização dos que deram sustentação para o desenvolvimento feito por eles. O Quadro 10 apresenta as atividades direcionadas à exploração das tarefas, com base nas atividades laborais da construção civil e da construção do conhecimento etnomatemático dos trabalhadores, sendo que a maioria das atividades, cerca de 85,7%, foi contemplada e parcialmente contemplada com as suas resoluções e as tarefas encontradas no desenvolvimento.

Quadro 10: Caracterização das respostas dos grupos

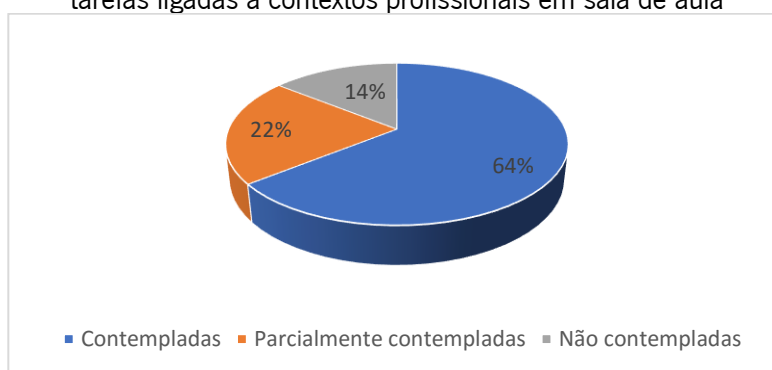
Tarefas	Situação	Conteúdos que podem ser explorados	Dificuldades
1	Contemplada	Proporção/Medidas/Geometria Plana	Não houve
2	Contemplada	Medidas/Noções de Área/Áreas de figuras planas	Não houve
3	Parcialmente contemplada	Medidas/Áreas de figuras planas	Interpretação do texto; Representação da unidade de medida
4	Contemplada	Razão; Porcentagem; Regra de três simples; Áreas de figuras planas	Não houve
5	Contemplada	Áreas de figuras planas	Não houve
6	Contemplada	Razão; Porcentagem; Regra de três simples e composta; Alinhamento de três pontos; Áreas de figuras planas	Não houve
7	Parcialmente contemplada	Áreas de figuras planas; Volume	Somente 1 grupo resolveu
8	Contemplada	Razão; Proporção	Não houve
9	Contemplada	Razão; Proporção	Não houve
10	Parcialmente contemplada	Alinhamento de três pontos; Triângulo retângulo; Trigonometria do triângulo retângulo; Resolução de triângulos quaisquer	Somente 1 grupo resolveu
11	Contemplada	Razão; Regra de Três; Áreas de figuras planas	Não houve

12	Não contemplada	Razão; Regra de Três; Áreas de figuras planas	Não souberam utilizar as expressões corretas para os cálculos
13	Contemplada	Volume	Não efetivou a conversão de medidas
14	Não contemplada	Volume	Interpretação de texto

Nota-se que, das 14 tarefas, duas não foram contempladas, pois nenhum dos grupos desenvolveu a resolução corretamente, porém, a 14 evidenciou que foi uma interpretação errada da tarefa. Sobretudo, as tarefas 3, 7 e 10 foram parcialmente contempladas, pois na Tarefa 3 o Grupo 1 não fez a representação da multiplicação das unidades, mas o resultado numérico está correto; nas tarefas 7 e 10 somente 1 grupo apresentou a resolução. O termo contemplado nas representações das tarefas indica que houve acerto na resposta.

Em virtude da análise das resoluções dos grupos, entende-se que 64% foram contempladas, mas, ao levar em consideração as tarefas que foram contempladas e parcialmente contempladas, essa porcentagem aumenta para 86%. Considerando uma porcentagem pequena de 14% das tarefas não contempladas, confirma-se que a utilização do conhecimento informal/etnoconhecimento com as tarefas de forma contextualizada, conforme o Gráfico (Figura 83), produz um resultado positivo para se utilizar como estratégia de ensino para aprendizagem.

Figura 83: Resultados das análises das resoluções de como os alunos do PROEJA exploraram as tarefas ligadas a contextos profissionais em sala de aula



A representação implica afirmar que as tarefas direcionadas foram satisfatórias. De acordo com o resultado, os grupos ratificaram a facilidade que se tem na compreensão das tarefas baseadas em contexto das atividades laborais, na construção de modelos por meio das tarefas, vendo as atividades como produtivas para o processo de ensino e de aprendizagem.

No entanto, nas etapas de exploração e de confronto dos conhecimentos, o Quadro 11 apresenta a análise das duas etapas das resoluções das 14 tarefas, na *exploração* realizada pelos grupos e

posteriormente na aplicação do *confronto entre os conhecimentos matemático formal e informal* (Quadro 11).

Quadro 11: Análise documental dos alunos de Edificações – etapas: exploração e confronto

Categorias	Exploração	Confronto
Tarefa 1	conhecimento informal	conhecimento informal
Tarefa 2	conhecimento informal	conhecimento informal
Tarefa 3	conhecimento informal	conhecimento informal
Tarefa 4	conhecimento formal	conhecimento informal
Tarefa 5	conhecimento formal	conhecimento informal
Tarefa 6	conhecimento informal	conhecimento informal
Tarefa 7	conhecimento formal	conhecimento informal
Tarefa 8	conhecimento formal	conhecimento formal
Tarefa 9	conhecimento formal	conhecimento formal
Tarefa 10	conhecimento formal	conhecimento formal
Tarefa 11	conhecimento informal	conhecimento informal
Tarefa 12	conhecimento informal	Não apresentou solução
Tarefa 13	conhecimento informal	conhecimento informal
Tarefa 14	conhecimento informal	conhecimento informal

Fonte: Autora (2020).

Nota-se, no Quadro 11, que, na primeira etapa da *exploração* das 14 tarefas, 8 foram resolvidas pelo conhecimento informal e 6 pelo conhecimento formal. Na segunda etapa do *confronto entre os conhecimentos matemáticos formal e informal*, os alunos conseguiram resolver 10 tarefas por meio do conhecimento informal e em 1 tarefa não conseguiram desenvolver uma resolução para a situação determinada. Sobretudo, das tarefas propostas por meio da contextualização laboral, 12 delas tiveram resoluções que determinaram as respostas corretas.

Para tanto, caso os alunos pudessem escolher as tarefas direcionadas no processo de ensino e de aprendizagem, os 12 alunos informaram que prefeririam aprender com tarefas contextualizadas na prática do trabalho.

Sobretudo, o desenvolvimento do estudo de campo e as ações provenientes que resultaram do campo promoveram a elaboração das estratégias que nortearam esta investigação, conforme Figura 84.

Figura 84: Processo da pesquisa de campo e seu sequenciamento nas soluções das tarefas com base no conhecimento informal/(etno)conhecimento



Nesse sentido, por meio desse sequenciamento, evidencia-se que as metodologias do ensino da Matemática, quando diversificadas, contribuem positivamente para o processo de ensino e aprendizagem. Sobretudo, deve-se alternar as metodologias para não se tornar um processo cansativo e repetitivo na aprendizagem. Diante das respostas aos questionamentos que direcionaram a investigação, o capítulo a seguir será feito com a mesma sequência, apresentando alguns elementos do estudo de caso dos alunos do curso Técnico em Reciclagem.

CAPÍTULO 6

ALUNOS DO CURSO TÉCNICO EM RECICLAGEM

A investigação possui elementos de um estudo de caso. Então, após aplicar esses elementos no estudo de caso dos alunos PROEJA do Curso Técnico em Edificações, este capítulo dá continuidade à aplicação desses elementos no estudo desenvolvido com os alunos PROEJA do Curso de Reciclagem. A explanação decorre sobre a caracterização desses alunos. Posteriormente, apresenta a pesquisa exploratória realizada nos ambientes laborais, galpão dos catadores de materiais recicláveis, na busca de ocorrências em que se identificassem as noções matemáticas nas ações laborais considerando os conhecimentos informais. No término das observações, nos ambientes laborais, das atividades reconhecidas nas ações do trabalho, essas foram apresentadas no formato de tarefas para que os alunos pudessem resolvê-las, de forma que, dispostos em 2 grupos. Posteriormente, dividiu-se em dois momentos para a apresentação do *feedback* dessas tarefas: exploração e confronto dos conhecimentos matemáticos formais e informais.

6.1. Caracterização dos alunos do Curso Técnico em Reciclagem

O Curso Técnico em Reciclagem iniciou no 2º semestre de 2018 com 29 alunos matriculados (Dados da secretaria). No entanto, somente 8 a 12, dos 29 alunos, assistiram às aulas com assiduidade. Os motivos apresentados pelos alunos em relação aos seus atrasos e ausências deveram-se ao cansaço, a não ter com quem deixar os filhos, ao horário de saída do emprego e ao transporte urbano. De acordo com os motivos apresentados, percebe-se que esses fatores contribuíram para que os alunos desistissem de permanecer no curso no semestre. Os alunos possuíam idades entre 21 e 50 anos, com uma idade média, aproximadamente, de 28 anos. Considerando a amplitude dos anos que os alunos ficaram sem estudar, desde o menor tempo ao maior tempo sem estudo, esse afastamento traduziu-se na variação de tempo de 36 anos e 7 meses.

Os motivos que fizeram os alunos desistir de seus estudos por um determinado tempo foram por consequências da “gravidez”, “mudança de cidade”, “trabalho”, “problemas familiares”, “casamento”, “localidade da escola” e “problemas de saúde”. Ademais, constatou-se que, após o período de paralisação dos estudos, os motivos que os fizeram retornar foram conseguir um bom trabalho e buscar uma melhor qualificação na área:

“Terminar meus estudos e me formar em uma profissão” (E1AR1);

“Minha busca de conhecimento e qualificação para o mercado de trabalho” (E1AR4);

“Por causa da minha profissão e também por se tratar na área do meu trabalho Reciclagem” (E1AR5);
“Hoje em dia nós somos nada sem estudo” (E1AR7);
“Os filhos já estão grandes então decidi recuperar o tempo perdido, fora que o curso técnico é um ótimo recomeço” (E1AR9);
“Aperfeiçoar o meu conhecimento, porque passei por uma situação muito difícil em uma empresa onde eu trabalhei” (E1AR11);
“Crescer profissionalmente para ajudar minha família” (E1AR12).

Contudo, para alguns alunos, a escolha do curso deu-se por incidir na sua atividade profissional (AR1, AR2, AR3, AR4, AR5, AR6). Para os demais, deveu-se: “porque é integrado com o ensino médio” (E1AR7); ao “horário do curso” (E1AR8); “pelo curso técnico” (AR9); “as oportunidades no futuro que o curso vai trazer para a população com a reciclagem” (AR12).

Percebe-se, pelas informações, que seis alunos atuam como profissionais da reciclagem, como catadores de materiais recicláveis, um motorista, um caseiro, uma copeira e três estavam desempregados. Em relação ao tempo de trabalho nas atividades apresentadas, a média é de 8 anos, sendo o menor tempo de 2 anos e o maior de 12 anos. Nota-se que não é um grupo de trabalhadores que ingressou recentemente no mercado de trabalho, visto que apresentou uma média de tempo considerada de experiência.

Devido às informações dos alunos no que diz respeito ao retorno de seus estudos, apresentando interesse de se qualificarem profissionalmente, percebe-se que há um contributo para o objetivo do curso Técnico em Reciclagem. Sendo que o objetivo da criação dos cursos, na modalidade PROEJA, é justamente para fazer a inclusão desses alunos que ficaram por um tempo afastados das escolas e devido à idade, sendo acima de 18 anos, agregar o curso ao profissionalismo.

Relativamente à disciplina Matemática, como disciplina integrante do currículo do curso que frequentam, oito alunos (66,6%) manifestam ter uma afinidade com esta disciplina, o que resulta das seguintes afirmações: “quero aprender” (E1AR1); “gosto de números” (E1AR2); “sempre gostei de resolver problemas” (E1AR3); “porque hoje tudo que faço tem a matemática” (E1AR5); “preciso aprender mais” (E1AR7); “porque como construtor me ajuda nos cálculos” (E1AR10).

De acordo com a trajetória escolar, cinco alunos repetiram a disciplina atendendo às dificuldades em aprender Matemática e um aluno pelo excesso de faltas. Apesar de alguns alunos terem reprovado em algum momento na disciplina Matemática, os 12 alunos, atualmente, veem necessidade de aprender Matemática, por estar presente “na política, na economia e na agricultura” (E1AR10), assim como “para administrar a casa e outras situações pessoais fora dela” (E1AR12). Sobretudo, é enfatizado que o Curso Técnico em Reciclagem deve pautar pela sua organização curricular.

De um modo geral, os alunos consideram que a Matemática é útil para os auxiliar em outras disciplinas. No entanto, cerca de oito alunos percebem a associação entre os conteúdos trabalhados em sala de aula e a sua profissão ou em outra profissão. Quando questionados sobre a possibilidade de aprender os conteúdos matemáticos explorando situações dos contextos laborais, a maioria (88,8%) informou que vê com agrado a conexão de estratégias de ensino com as tarefas que possam ser associadas às situações vivenciadas pela reciclagem, tal como ilustram as seguintes afirmações: “o curso é de reciclagem e eu trabalho com isso” (E1AR1); “pois a Matemática é exigida em todos os trabalhos” (E1AR5); “às vezes o que eu aprendo em sala eu pratico na rua ou no serviço” (E1AR9); “eu acho que tudo que fazemos faz parte da Matemática” (E1AR11). Percebe-se que nenhum aluno consegue apresentar uma conexão entre os conteúdos trabalhados na sala de aula com as atividades laborais.

Os alunos do curso Técnico em Reciclagem integram, em média (28 anos), uma faixa etária de pessoas mais velhas, em comparação ao ensino médio regular, no qual os alunos têm uma média de 14 anos de idade. No que diz respeito às reprovações na disciplina Matemática, potencial fator de afastamento da escola, foram poucas quando frequentaram anteriormente a educação formal. A maioria dos alunos afirma gostar da Matemática e de aprender conteúdos dessa disciplina através de tarefas de contexto laboral.

6.2. Conhecimentos matemáticos em contextos da reciclagem

Os conhecimentos matemáticos que dialogam com os conhecimentos culturais dos trabalhadores de materiais recicláveis de galpão contribuem para a sua sistematização no contexto escolar. Assim, como foi observado na construção civil, as referências da aplicabilidade de noções matemáticas nos seus contextos profissionais tendem a ser superficiais e limitadas a situações simples. Os conhecimentos matemáticos do contexto profissional verificaram a realidade que esses profissionais vivenciam as atividades, que a maioria das resoluções realizadas nos ambientes laborais são pelo conhecimento tácito, utilizando o conhecimento informal. Porém, foi observado que os conhecimentos etnomatemáticos adquiridos pelos alunos, catadores de materiais recicláveis, não são tão explorados como os conhecimentos etnomatemáticos adquiridos pelos alunos da construção civil. No entanto, todos os conteúdos propostos foram contemplados para o primeiro módulo do curso, sendo os alunos desse módulo que fizeram parte da investigação.

De acordo com o proposto, foi estabelecido o acompanhamento dos alunos no estudo de campo para se verificar as conexões da matemática informal, do conhecimento tácito introduzido nas ações dos alunos do curso Técnico em Reciclagem. As observações no contexto profissional de catador de material

reciclável de galpões objetivaram o registro de como os alunos, na situação de profissionais, realizam suas atividades e ainda identificar situações em que se aplicam conteúdos matemáticos. Para esse fim, inicialmente, foram solicitadas 20 horas para cada local, que os representantes não aceitaram, permitindo 15 horas para cada localidade. Diante disso, o acesso que tive à observação de contextos profissionais foi autorizado nos dias estabelecidos, contemplados no Quadro 12.

Quadro 12: Período de observação no campo de estudo no ano de 2019

Contextos profissionais	Horas disponibilizadas	Período: abril a novembro
Cooperativa 1	5 horas semanais	15 horas (fevereiro/março)
Cooperativa 2	5 horas semanais	15 horas (março/abril)
Total de horas	30 horas	

Os dias das observações contribuíram para identificar, na prática, a mobilização de ideias matemáticas, assim como os profissionais da construção civil, como medir, quantificar, comparar, avaliar, equacionar, presentes em todas as ações apresentadas nos diálogos com o conhecimento que os sujeitos obtêm na socialização com outros, dentro e fora do grupo, com os colegas de sala de aula e colegas do trabalho. No entanto, 6 alunos trabalhavam em cooperativas, denominadas de COOP1 e COOP2; 4 alunos trabalhavam na COOP1 e 2 desses alunos trabalhavam na COOP2. A COOP1 localiza-se na RA da Estrutural e COOP2 localiza-se na RA da Asa Sul.

Com o término do lixão da Estrutural em 2018, fez-se necessário apresentar uma solução para que os catadores de materiais recicláveis pudessem ter trabalho e renda. Nesse sentido,

alguns municípios têm procurado dar também um aspecto social aos seus programas de reciclagem, formando cooperativas de catadores que atuam na separação de materiais recicláveis dos resíduos sólidos urbanos (RSU). As principais vantagens da utilização de cooperativas de catadores contemplam: geração de emprego e renda; resgate da cidadania dos catadores que em sua maioria são moradores de rua; redução das despesas com os programas de reciclagem; organização do trabalho dos catadores nas ruas evitando problemas na coleta e no armazenamento de materiais em logradouros públicos e residências; e redução de despesas com a coleta, transferência e disposição final dos resíduos separados pelos catadores. (Santos et al., 2018, p. 58).

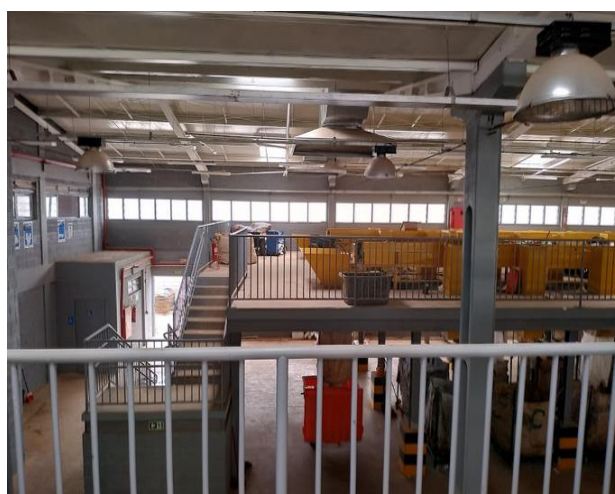
Para se ter acesso aos ambientes, são obrigatórios os seguintes acessórios de equipamentos de proteção individual (EPI): máscaras, óculos de segurança, luvas e botas, conforme apresentados na Figura 85.

Figura 85: Acessórios de segurança de uso individual e de proteção obrigatória – COOP1



Os ambientes apresentam materiais e maquinários que trazem perigos de acidente e substâncias que possam ter perigo à saúde, como materiais que possuem substâncias tóxicas, vidros quando não armazenados adequadamente para descartes e resíduos hospitalares que não foram descartados na destinação de armazenamento adequado. Verificou-se que há equipamentos de grande porte, conforme Figura 86, que podem danificar partes do corpo e que, apesar de apresentarem materiais selecionados, é muito comum aparecer materiais que não são recicláveis ou que contenham material de produtos químicos danosos misturados entre os recicláveis.

Figura 86: Apresentação de equipamentos de grande porte – COOP1



No entanto, o direcionamento foi para a análise dos conhecimentos informais e que pudessem ser explorados nos conteúdos das aulas de Matemática do curso Técnico em Reciclagem no primeiro módulo. No primeiro dia do campo de estudos nos dois ambientes, fiz a minha apresentação como investigadora e apresentei o foco da pesquisa na procura de conhecimentos informais adquiridos na ação laboral.

Em relação à separação de materiais, o catador de materiais recicláveis deve ter um conhecimento profundo dos produtos a serem analisados e separados (Figura 87).

Figura 87: Saco de seleção dos produtos – COOP1



Observa-se, na Figura 87, que os materiais se encontram diversificados, porém, quando esse produto é despejado na esteira, acontece a separação com determinadas caracterizações dos produtos. Para cada tipo de produto, os valores em reais são diversificados no mercado, uns apresentam mais valor do que outros. A compreensão matemática já ocorre na esteira, a associação mental do produto e do valor ocorre instantaneamente, ou seja, ao olhar para um produto de alumínio, o catador já faz a associação ao valor que esse produto tem para o mercado.

Para cada lata de alumínio a gente já faz uma ligação do preço que ela tem, a gente tem aqui muita coisa de reciclagem, temos pp que é plástico colorido, que é baldes, bacias, banheira de bebê, brinquedos, vasos plásticos, tem os que é plástico mais enrijecido e que é mais barato, capa de televisão. (NCAR1).

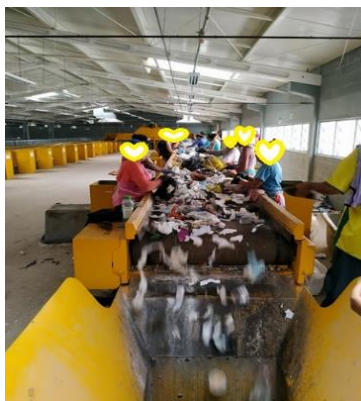
Para melhor entendimento, questionei o aluno AER1 que estava na atividade laboral sobre a relação de medida de volume que costumava lidar diariamente no trabalho.

A gente faz muito de ml para litro e litro para toneladas por exemplo se a gente sabe que 1t tem 1000 kg e tem 1000 lts e, 1 litro tem 1000 ml, então se eu quero passar 3.000 kg de material de um produto, eu sei que eu tenho 3 toneladas desse material, e se eu quero passar 5000 ml, eu sei que tem 5 litros. (NCAER1).

Na sequência, questionei o aluno como efetua o cálculo mental e onde aprendeu essas correspondências entre os valores dos litros e da massa, ao que respondeu: “se 1000 litros têm 1 tonelada então, 3000 tem 3, os volumes aprendi muito cedo, quando criança” (NCAR1, 2019). Porém, não soube explicar que operação efetuou. Percebe-se que, no cálculo mental, aprendizado implícito, foi aplicado o conteúdo da regra de três simples, embora não soubesse explicar com formalidade como se faz essa resolução matemática e nem que operação foi utilizada. Para um outro aluno, “basta dividir a quantidade de litros por mil para encontrar a tonelada” (NCAR3).

Na Figura 88, os trabalhadores selecionam os materiais de acordo com o local onde são encontrados.

Figura 88: Esteira para seleção dos produtos – COOP1



Em cada ponto, há um recipiente de alumínio que armazena temporariamente os lixos já separados por categorias. No recipiente, existe uma indicação por etiquetas de identificação do material que deve ser armazenado no momento em que sai da esteira. Cada um catador fica responsável por recolher um material específico, de acordo com o seu posicionamento, pois ao lado dele há uma cesta de alumínio onde deverá ser colocado o material recolhido. As etiquetas apresentam a denominação de jornal, alumínio, sucata, latinha, material plástico (mp), polipropileno (pp), vidro, aço, cobre, conforme apresenta a Figura 89.

Figura 89: Recipiente com as etiquetas de sucata e jornal para seleção dos produtos – COOP1



O aluno AE3 informou que o posicionamento dos trabalhadores vai sendo alterado no decorrer da semana, de forma que todos tenham a movimentação alternada nos produtos. Nota-se que nessa ação há um conhecimento de tempo, valor, mercadoria, distância, e outras noções matemáticas. Os conhecimentos informais, produzidos pela Etnomatemática, adquiridos pelos sujeitos do grupo dos trabalhadores da reciclagem, foram conhecimentos, em sua maioria, abstratos, com raciocínios intuitivos, sem formalidade.

A Figura 90 apresenta o material alumínio, o saco de armazenamento dos materiais, que é denominado pelos profissionais de *bag*, que afirmam ter de volume $1 \times 1 \times 1 m^3$.

Figura 90: Material de alumínio armazenado no bag – COOP2



Na observação, na COOP2, identificaram-se as mesmas ações, os mesmos conhecimentos informais vistos na COOP1. Nesse sentido, o saco é o elemento principal da indicação das horas trabalhadas. O aluno AR5 explicou como funciona a dinâmica da relação das horas trabalhadas com as *bags*:

Bag, imagina um saco grande, e ele tem que encher esse saco durante 6 horas de trabalho, se ele encher um *bag*, imagina um saco grandão de 1x1x1 de um metro, o cara tem que encher 6 *bag* desses durante 6 horas. Mas, aí, vamos dizer que ele não enche nas 6 horas, só enche 4, então, para ficar bem claro, encheu 6 *bag* em 6 horas, dá 1 *bag* por hora, se ele encher 4 *bag* ele teria 4 horas, se ele enche 2 *bag* ele tem 2 horas, porque isso, tem gente que enrola e faz menos, e aquele que está trabalhando para valer, no caso, se eu não tivesse essa meta aqui, ele ganharia o que ele não fez, ganharia o que o outro estava fazendo. (GAAR5).

Sendo as horas trabalhadas de 6 horas diárias, utiliza-se a relação das *bags* para confirmar se o catador efetivou as 6 horas diárias, tendo de encher 6 *bags* de $1m^3$. Essa relação ratifica as horas trabalhadas e a sua produção diária. Essa informação é da COOP2, pois, na COOP1, a relação das *bags* é dividida igualmente para os demais associados. O lucro diário é para todos os associados, independentemente da quantidade de *bags* preenchidas por catador.

Após acumular os materiais nas *bags*, tem-se o processo de venda por produtos, que ficam prensados para a venda (Figura 91). Cada produto tem uma referência de valor. A COOP2 apresentou uma tabela dos valores em moeda corrente que receberam de acordo com os produtos vendidos de um referido mês.

Figura 91: Material Pet¹ prensado de um dia – COOP2



¹Material plástico denominado PET é a forma abreviada de politereftalato de etileno.

Os materiais recicláveis são vendidos na forma prensada. A Tabela 2 ilustra o raciocínio do aluno AR2 e a explanação que foi apresentada sobre as quantidades previstas na produção de 1 mês, por quilo. Os valores das mercadorias apresentam como esses materiais são organizados.

Tabela 2: Previsão de produção da COOP2 referente a um mês (2019)

Empresa	Material	Peso	Total	Valor	Total
1	Papelão	kg	8.470	R\$ 0,47	R\$ 3.980,90
2	Latinha	kg	1.220	R\$ 2,53	R\$ 3.086,60
3	Sucata	kg	5.880	R\$ 0,60	R\$ 3.528,00
4	Pet	kg	8.460	R\$ 1,50	R\$ 12.690,00
4	Mp	kg	4.320	R\$ 1,40	R\$ 6.048,00
4	PP	kg	4.670	R\$ 0,90	R\$ 4.203,00
4	Vidro	kg	128.020	R\$ 0,01	R\$ 1.280,20
Total			161.040		R\$ 34.816,70

Fonte: Cooperativa 2 (2019).

Como os cálculos são com grandes valores, eles utilizam recurso tecnológico para fazer a operação, com a seguinte organização: primeira coluna, a representação da empresa; segunda coluna, discriminação do material; terceira coluna, representação da medida do peso do material; na quarta coluna, a medida de volume total do material; na quinta, o valor em reais da unidade de cada material por quilograma; na sexta, o preço total a pagar do volume de cada material. Porém, a unidade de volume usual é a venda de material por quilo ou tonelada. Na sétima coluna, o total dos valores que o material recebeu da empresa.

É importante enfatizar que foi observado, nessas cooperativas, que não havia profissionais tecnólogos, nem contadores e nem administradores. São os catadores que colocam a cooperativa para funcionar, muitos deles sem escolaridade e sem qualificações técnicas e acadêmicas para tal designação, de forma que alguns estão fazendo o curso de Reciclagem para se aprimorarem em técnicas da educação formal.

Dando continuidade à exposição dos materiais no que diz respeito à quantidade dos materiais recolhidos, foi observado que existiam algumas mercadorias que estavam discriminadas em unidades de volumes diferentes. Perante tal fato, questionei o aluno AR2 “como você faz a conversão do cm^3 para o volume, sendo que são duas grandezas diferentes?” (NCR2), ao que respondeu:

Não sei, a gente pesa, todo catador tem que ter uma balança, e toda cooperativa também tem que ter uma balança, mas a balança da cooperativa tem que ser grande, a gente não sabe fazer essa mudança, quando um catador de rua chega para vender a mercadoria, a mercadoria é pesada na frente dele. (NCAR2).

As mercadorias na cooperativa são armazenadas nas *bags* que comportam 1 m^3 e são vendidas em quilos ou toneladas, conforme a representação da Tabela 2. O total de quilos das mercadorias arrecadados num mês foi de 161.040 quilos e a cooperativa recebeu das vendas dos materiais o valor de R\$ 34.816,70. Esse valor será dividido entre os associados (catadores), que serão retirados dos valores individuais o valor de 20% da contribuição da Previdência do INSS (Instituto Nacional de Seguridade Social), 10% para reserva da cooperativa e 5% do Fundo de Amparo dos Trabalhadores. O aluno AE5 exemplifica como a situação de uma produção diária funciona e como se distribui a arrecadação na COOP2. Explica a situação da meta e as porcentagens que os catadores contribuem com o lucro que recebe de sua atividade laboral porque os catadores de cooperativas não são assalariados, ganham por produção, pois os associados são considerados como proprietários.

Ela começa no início da produção, para que um cooperado não ganha o que ele não fez, como é que isso funciona. Cada posto de trabalho nosso tem uma cota para a pessoa fazer, tá certo, tem como... para ficar claro, tem um local lá que é o posto 1, posto 1 é obrigado tirar 6 *bag* de material durante 6 horas de trabalho... isso tem que ser a meta dele. Tudo que eu faço é meu, de que forma, vamos dizer que eu recebo R\$ 100,00, 20% do que eu ganho, da minha produção, eu pago o meu INSS, 10% da minha produção fica guardado caso acontecer uma eventualidade quebrar uma máquina, a gente tem caminhão que carrega o material que eu faço, todo mundo contribui para manter a cooperativa. Tem a porcentagem, desses R\$ 10,00, 20% é do INSS, entendeu agora, vai tirar 10% da reserva e 5% que é o FATS, então isso tudo entra, você pega o 100% tira 20% - 100, sobra 80 no caso, estou fazendo uma conta redonda, desses 80 você tira menos 10% que é a reserva aí vai sobrar 72, e depois tira os 5% do FATS, e a sobra é o que divide. FATS é uma contribuição de ação social para a Cooperativa, é obrigatório, Fundo de Amparo Social, a gente tira 5% de toda produção anual, e vamos fazer uma ação social numa região que muita gente da cooperativa é, aí chega um certo valor, a gente vai ver o que fazer, entra em acordo com todo mundo, e vamos fazer uma ação social lá, incentivar alguma coisa ligada à reciclagem, é pra isso que serve essa situação. (GAAR5).

No final de sua explicação, perguntei ao aluno AR5 “onde e quando aprendeu a fazer esses cálculos, quem passou esse conhecimento para você?” (NCI). O aluno AR2, que estava próximo, respondeu:

A maioria do catador de material reciclável da cooperativa foi catador de rua, e a gente faz muito cálculo para vender o lixo que a gente encontra, quando a gente chega na cooperativa, para não ser enganado, o colega nosso, que fica responsável da cooperativa por eleição, que também é catador e está mais tempo na cooperativa informa a porcentagem que tem que ser tirada do nosso trabalho. A gente vai passando a informação para quem entra, porque tem que assinar o contrato. (GAAR2).

O aluno AR5 acrescentou que

A porcentagem de 20% é do Governo Federal, 10% e 5% é do acordo dos cooperados, a gente faz na calculadora mesmo. Ninguém ensinou, eu aprendi com o tempo trabalhando nas ruas e os colegas foi passando para a gente. A gente não aprendeu na escola. Cooperativa é um grupo que formou empreendedor individual, o grupo é uma associação. Cooperativa, imagina que você quer montar uma empresa, mas você não tem capital para montar só, entendeu, aí você fala, você quer entrar como minha sócia, aí você entra com 5 e a outra com 5%, cooperativa é isso. Todos nós somos associados, todos nós entramos com uma contraparte, que contraparte é essa, vamos falar em 100 que é um número redondo e fica mais fácil, se eu tiver 100 associados, eu teria R\$ 2.500,00 que o pessoal entrava com R\$2.500,00 para manter a cooperativa já, vamos dizer assim, com o capital, então cada um entra na cooperativa com R\$ 2.500,00 de capital, e quando eu decidir sair, eu recebo a minha contraparte se eu ficar 10 meses. (GAAR5).

O catador de materiais recicláveis, quando inicia o trabalho na cooperativa, recebe as informações dos descontos que irá ter na sua produção, e para ser associado é necessário estar de acordo com esses descontos e com a forma de trabalho proposta. O aluno AR5 afirmou que a média de associados na cooperativa é de 70 membros. Ao questioná-lo sobre “que materiais que a cooperativa vende?” (GAI, 2019), esse aluno respondeu:

plástico, praticamente todos, eu posso falar, eu vou falar o nome do plástico, seda, o que é seda é um material de lixo que às vezes você conhece com outro nome, você vai no seu banheiro e coloca aquele saco preto, aquele saco preto que vem embalado um presente também, você compra uma televisão e vem aquele plástico, aquele plástico fino, temos a pet, a pet você conhece, aí temos a mangaba que o material de kboa² (é uma marca de alvejante/água sanitária), balde que você usa na sua casa e quebra, é um material diferente que não é pet, é outro plástico diferente, vendemos o plástico filme que é seda, vendemos pet, mangaba, balde, bacia, e você vai ouvir muito um chamado PAD, por que PAD? Porque ele é de alta, ele é propoetileno³, quando você pega e recicla e vai para a indústria é triturado, aí ele é derretido, ele vira poletileno, aí ele volta pra cadeia de novo para fazer aquele material que você estava usando antigamente. Imagina um vidro de Kboa, aquele vidro de Kboa lá de 5 litros, a gente pega ele aqui vai para a indústria, a gente tritura ele, ele lava, ele derrete e volta como polietileno para fazer aquele litro de novo. A pet é praticamente isso, mas a pet tem outras funções que é faz corda, tapete de carro, vassoura e faz a própria pet, e tem vários segmentos que a pet consegue fazer. (GAAR5).

Nessa situação, apresenta-se implicitamente a relação matemática do conhecimento etnomatemático, considerando a relação de rendimentos igual ao valor do preço do tipo do material reciclável, multiplicado pela quantidade do peso desse material, multiplicado com a hora trabalhada, com a representação matemática de $R = V(m) \times Q(p) \times h$. O catador tem esse conhecimento

² É uma marca de alvejante/água sanitária muito vendida no Brasil.

³ Prolipropileno é um tipo de plástico com capacidade de ser moldado por meio de aquecimento, sendo um termoplástico, com propriedades muito semelhantes ao polietileno.

tácito, de forma implícita, pois, em algumas situações, os catadores de materiais recicláveis não possuem escolaridade, mas sabem que, para ter o seu rendimento, usam o conhecimento tácito dessa relação, conforme Figura 92.

Figura 92: Modo de operação do profissional na seleção do material reciclável e o ponto – COOP2



A Figura 92 apresenta a catadora de materiais recicláveis fazendo a separação do material destinado para o ponto onde ela se encontra naquele dia. É notável que eles fazem essa relação implicitamente, tendo em vista que, antes de ingressarem na cooperativa, alguns trabalharam como catadores de material reciclável de rua, pois, segundo o IPEA,

No Brasil, existem cerca de 400 mil catadores de materiais recicláveis. Pesquisa aponta que parte desses trabalhadores está na faixa dos 40 anos, tem baixa escolaridade, recebem em média 570 reais, e, em sua maioria, são pretos e pardos. Contudo, por meio de associações e cooperativas, eles vêm se formalizando no mercado e deixando de serem invisíveis para a sociedade. (Goes & Carvalho, 2016, p. 1).

Ao deixar de serem invisíveis, eles procuram se qualificar para terem uma melhor qualidade de vida, na compreensão de se verticalizar na sua formação. Por isso, dos 12 que fizeram parte da investigação, 6 deles trabalham como catadores de materiais recicláveis. Dialogando com o conhecimento informal de sua profissão, a aplicação do conhecimento formal concilia com o conhecimento escolar, como Knijnik (2000) denomina. Conciliando esse conhecimento, devido à experiência de anos de trabalho como catador de materiais recicláveis, indaguei “qual material é mais rentável?” (GAI, 2019), ao que o aluno AR5 enfatiza que o material mais rentável é a pet, pois,

hoje para nós, a não mais a latinha é mais caro que a pet, Ok! Mas a latinha dá menos que a pet, entendeu, se você falar em um quilo, hoje a latinha e o cobre é muito mais rentável, mas porque a...se você falar em 1 quilo, o quilo de cobre hoje vende a R\$ 30,00 e o quilo da latinha é...aqui a gente vende R\$ 2,50, e o quilo de pet R\$ 1,50. Só que na nossa produção quando a gente tira 1 quilo de cobre a gente tira 3 toneladas de pet, entendeu? Então, aqui para nós o mais rentável é a pet. (GAAR5).

Posteriormente, indaguei “como fica a parte da venda desses produtos na divisão entre vocês?” (GAI, 2019), ao que o aluno clarificou que

a parte de venda desse material, vamos falar de 2 pessoas só, depois você só multiplica quantas pessoas você quiser, então duas pessoas só, 1 pessoa trabalhou 1 dia e cumpriu a meta dele que deu 6 horas de trabalho e a outra pessoa trabalhou no mesmo posto e trabalhou as 6 horas, mas só conseguiu uma meta de 4. Então, durante 1 dia as 2 pessoas a 1 e a 2, as duas pessoas fez dez horas, tá e daí, as 10 horas serviu pra quê? Você pega o material que elas fizeram, as duas pessoas, vende e vamos dizer que o material vendido deu R\$ 10,00, tá e agora como vai funcionar? Aí você vai pegar 10 horas e dividir por R\$ 10,00, deu quantos reais a hora? 1, e se uma pessoa trabalhou naquele dia e cumpriu a meta e fez 6 horas e 6×1 que é igual a R\$ 6,00 e outro como foi mais lento, fez 4 horas, vai ganhar 4×1 que é igual a 4, R\$ 4,00, o que isso? A produção de R\$ 10,00 foi dividida pelos dois. (GAAR5).

Percebe-se que os cálculos utilizados por eles garantem o mínimo de cidadania para o comprometimento dos direitos esperados na situação de trabalhadores pelo Estado. De fato, os alunos que responderam aos questionamentos estão ingressando no nível médio e, observando o tempo de anos trabalhados, têm de 2 meses a 12 anos, como citado anteriormente. Entende-se que todos já utilizavam esses cálculos há muito mais tempo, aplicando os conhecimentos matemáticos informais. Informais por quê? Porque esses conhecimentos não foram aprendidos no ambiente da educação formal ou não formal, não houve um professor ou um profissional que lhes ensinasse o modo de operacionalizar as situações encontradas nas atividades laborais. Logo, pensa-se sobre o catador de rua, pois os profissionais que se encontram hoje, como catadores de galpão, eram catadores de rua.

Em Brasília – DF havia o maior lixão aberto da América Latina, localizava-se no entorno do Parque Nacional de Brasília (PNB), a cerca de 20 quilômetros do Palácio do Planalto, com aproximadamente 174 ha de área. Recebeu o nome de “lixão da Estrutural” por causa de sua proximidade com a DF-095, conhecida por Estrutural – estrada de ligação entre o Plano Piloto e as regiões administrativas de Taguatinga e Ceilândia. O lixão foi criado há mais de 50 anos, junto com a construção de Brasília. (Hoefel et al., 2013, p. 776).

Atualmente, o lixão foi desativado, não há mais o lixão a céu aberto com seus catadores de lixo lutando por sobrevivência. Foram criadas cooperativas de catadores de materiais recicláveis de galpões, promovendo a dignidade e o sonho de poder crescer profissionalmente para esses profissionais, tão vitais para o mundo, para a população e para o território onde se encontram.

A Figura 93 apresenta outros tipos de materiais, plásticos, papel e pilha. Esses materiais contribuem com a renda da Cooperativa, sendo que, como já foi informado anteriormente, cada produto tem um valor no mercado, alguns mais lucrativos e outros menos.

Figura 93: Materiais recicláveis diversos: material plástico, papel e pilha – COOP2



Com base nos produtos e suas vendas, questionei “como o catador fica sabendo do valor que ele tem de receber no final do mês, devido a sua atividade laboral?” (GAI). Nesse caso, o aluno AR5 respondeu:

Todos os cálculos, tudo que a gente faz é às claras, tudo é publicado, tem que ter um conhecimento só, não precisa de tanto conhecimento, quantas horas trabalhadas, o dia que eles fizeram a coleta, e lá tem até um fiscal para toda hora sabendo o que um tá fazendo ou não, eu vou mostrar porque que eles sabem, [AR5 mostrou a planilha denominada Cooperados], aqui tem o nome de cada um, e aqui toda vez que sai qualquer produção dele (catador) o fiscal vem lá e coloca, saiu 2, ele vem cá e coloca, Ok! Quando a gente pega isso aqui (planilha), e essa pessoa fez o 6 dele (6 *bags*), e o volume que ele cabe depende do material, tem material que ele vai caber 15 kg, tem material que vai caber 30 kg, tem material que ela vai caber 600 kg, entendeu, vidro quando você joga ele quebra e é muito pesado, ferro nem se fala, vai dar em torno de uns 200 kg de ferro se colocar dentre dele (*bag*), a pet é em torno de uns 25 a 35 kg, a seda uns 15 kg é um plástico leve, a pet e mangaba vai tudo junto. Os produtos não podem misturar, cada um fica no posto chamado extrator, olha esse aqui ele tá no posto que só pega seda, esse posto chama seda, a gente temos esse aqui, boca 2 vidro, boca 3 *pet*, boca 4 papelão, boca 5 revista, e assim vai até, e vai marcando fulano fez 1 saco, beltrano 2 sacos, aí no final a gente soma a quantidade de *bags* que ele fez, meio *bag*, 3 *bag*, 4 *bag*, 6 *bag*. (GAR5).

Os extratores que AR5 faz menção, também denominados de coletores, são os recipientes onde são depositados os determinados produtos, pois, para cada produto, há um extrator. Os questionamentos eram feitos para os alunos AR2 e AR5, pois foram os alunos liberados na COOP2 para fazer o meu acompanhamento em campo. Os demais não poderiam parar suas atividades para tal acompanhamento, tendo em vista que cada hora parada seria interromper a linha de produção e isso reflete no lucro da cooperativa. As observações foram voltadas mais para as ações laborais e a identificação da matemática aplicada nas atividades laborais, de acordo com os conteúdos vistos pelos alunos.

Portanto, nota-se que nas atividades laborais dos catadores de materiais recicláveis a matemática informal é uma matemática básica, sem muita complexidade. O uso das operações básicas é essencial para que eles possam cumprir suas atividades. Diante dessa perspectiva, analisando os

conteúdos vistos pelos alunos do curso de Reciclagem e as ações laborais deles, as tarefas elaboradas foram contextualizadas no universo dessas atividades.

6.3. Diálogos possíveis entre o conhecimento formal e o conhecimento informal – Curso Técnico em Reciclagem

A metodologia de ensino Etnomatemática auxiliou nas observações desse contexto para se verificar as ações e extrair delas os conteúdos matemáticos que podiam ser trabalhados e desenvolvidos para aplicação da educação formal. Dessa forma, contextualizaram-se essas ações com base nas resoluções de problemas sobre os conteúdos vistos pelos alunos, no Quadro 13.

Quadro 13: Trecho do Plano de Curso do módulo 1 da disciplina Matemática

Habilidades	Bases Tecnológicas
<ul style="list-style-type: none"> ● Adicionar, subtrair, multiplicar e dividir números naturais, decimais e fracionários. ● Calcular porcentagens. ● Resolver equações e situações-problema de equações do 1º e do 2º grau. ● Resolver sistemas lineares pelos métodos de adição e substituição. ● Operar com regra de três simples e composta; 	<ul style="list-style-type: none"> ● Tipos de grandeza e suas transformações. ● Análise de gráficos, tabelas e diagramas. ● Expressões numéricas envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão. ● Potenciação e suas Propriedades ● Números Decimais e Fracionários. ● Porcentagens, Regra de Três Simples e Composta.

Fonte: Plano de Curso Técnico em Reciclagem (2018).

Os conteúdos que foram observados e ministrados pelo professor no período da investigação são os seguintes: Tipos de grandezas e suas transformações; Expressões numéricas envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão; Números Decimais e Fracionários; Porcentagens; Regra de Três Simples e Composta. Dessa forma, os conteúdos explorados no estudo de campo foram direcionados sob esse olhar, tendo em vista que os demais conteúdos não puderam ser explorados, pois os alunos ainda não tinham visto o conteúdo.

Das análises decorrentes das observações da pesquisa exploratória de campo surgiu a elaboração das tarefas com exploração do contexto confirmado e reconhecido nas atividades laborais. As tarefas elaboradas foram de 1 a 14, explorando o conhecimento informal do profissional catador de material reciclável. No entanto, as tarefas fazem referências aos conteúdos já ministrados pelo professor de Matemática responsável pela turma, pois não poderia dissociar dos conteúdos obrigatórios previstos no curso Técnico em Reciclagem. Para seguir a mesma linha de estratégia utilizada no curso de Edificações, as tarefas foram desenvolvidas por 2 grupos. Destaca-se que o número de alunos que estavam presentes nos dias das resoluções era de 7 alunos, diferentemente do grupo do curso de

Edificações que teve participação de 12 alunos. Ao utilizar a mesma estratégia para a resolução das tarefas pelos alunos, a sua organização foi estabelecida da seguinte forma: Grupo 1 ficou com 4 alunos e, desses, 2 trabalhavam com reciclagem; e o Grupo 2 com 3 alunos e, desses, 1 trabalhava com a Reciclagem, os demais em outras áreas ou desempregados. A quantidade de tempo estabelecida para que os grupos desenvolvessem as resoluções foi de 10 minutos e 10 minutos para a explanação, que seria feita aos demais colegas no quadro, esse tempo foi apenas como indicativo. No entanto, algumas tarefas passaram o tempo indicado, como em outras tarefas o tempo utilizado foi muito menor que os 10 minutos. De forma que, as resoluções e explicações transcorreram no tempo cedido pelo professor responsável da disciplina, adequando-se devidamente com a duração das aulas permitidas para a investigação. Ao resolver as tarefas, os alunos não poderiam utilizar recursos de apoio (livros, internet, celulares, entre outros), sendo permitido somente a calculadora.

Por meio da primeira entrevista, evidenciaram-se as características dos alunos, que oportunizaram conhecer quais deles estavam atuando como catadores de material reciclável. Perante essa informação, estabeleceu-se uma observação direta nos ambientes laborais, com o objetivo de ver as conexões que derivavam do conhecimento etnomatemático e o conhecimento acadêmico. Dessas conexões, foi possível extrair contextos e agregar as informações aos conteúdos já ministrados pelo professor de Matemática da turma no primeiro semestre do curso, o que possibilitou a compreensão do conteúdo, promovendo que a resolução das tarefas produzisse um confronto entre o conhecimento formal e o conhecimento informal, quando houvesse possibilidade.

Portanto, a investigação delineou-se sobre os contextos profissionais práticas laborais, conhecimentos adquiridos do grupo, atividades desenvolvidas, processos dedutivos, ideias matemáticas, educação informal, aspectos tradicionais. Considerou-se a Etnomatemática como base para introduzir esses aspectos no contexto da investigação, no sentido do conhecimento matemático informal determinado por grupo de trabalhadores (Knijnik et al., 2019) de materiais recicláveis.

6.3.1. Grandezas e suas transformações

A Tarefa 1 explora a atividade diária de um catador de material reciclável em sua prática diária, no contexto laboral, o produto das latinhas. Esse material é muito abundante no meio da sustentabilidade e sua procura é muito grande no mercado. A tarefa faz uma correspondência entre as quantidades de latinhas e a renda mensal do catador.

Tarefa 1

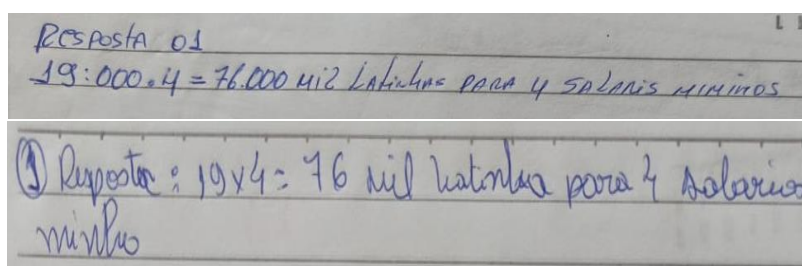
Catadores necessitam juntar 19 mil latinhas para ganhar um salário mínimo por mês (considerando o mês de 30 dias). Quanto ele precisará juntar para ganhar 4 salários?

Nessa tarefa, espera-se que o aluno compreenda e desenvolva a regra de três que é utilizada para determinar uma medida quando se têm três referências, contando que essas medidas produzam, no mínimo, duas razões para se aplicar a proporção entre elas. Na sua resolução, emergem as noções de razão, proporção, grandezas e medidas.

Exploração

Após a formulação das tarefas baseadas nos contextos laborais da reciclagem, tendo como referência os conteúdos já estudados, ocorreram as explanações pelos alunos. Ambos os grupos efetuaram a resolução da tarefa, conforme Figura 94.

Figura 94: Resolução da Tarefa 1 pelos grupos GR1 e GR2



Observa-se, na resolução, que ambos os grupos utilizaram a mesma linha de raciocínio, aplicando exclusivamente a operação com números e fazendo o produto entre a quantidade de latinhãs e o valor da quantidade de salário determinado. Percebe-se que não foi desenvolvida nenhuma associação ao conteúdo da regra de três simples. A única diferença entre as resoluções foi a representação que cada grupo optou por mostrar os valores da quantidade de latinhãs em suas resoluções, diferente do que é exposto na tarefa. Os grupos apresentaram como 19 mil (GR1) e 19.000 (GR2).

Para verificação das estratégias realizadas pelos grupos nas resoluções das tarefas, ao se perceber que muitos alunos tinham dificuldade para estabelecer uma sequência na organização e elaboração das resoluções das tarefas, o aluno AR2 sugeriu que “vamos criar uma estratégia comum para que os colegas sigam a mesma condução” (GAAR2). Dessa forma, estabelecendo uma estratégia para que os alunos conseguissem desenvolver a resolução da tarefa, foi sugerido que os grupos atendessem, quando possível, às seguintes etapas: leitura; releitura; organização os dados; compreensão

da variável; aplicação do conteúdo da Matemática; verificação da condicionante e razoabilidade; resolução da tarefa; e resultado da tarefa.

Grupo 1: Leitura, organização dos dados, compreensão da variável, conteúdo não foi identificado, verificação da condicionante e razoabilidade, resolução da tarefa e resultado da tarefa. (NCAR12).

Grupo 2: Leitura, compreensão da variável, organização dos dados, conteúdo não foi identificado, verificação da condicionante e razoabilidade, resolução da tarefa e resultado da tarefa. (NCAR3).

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

A Tarefa 1 apresenta três grandezas em que se pode usar o conteúdo da regra de três simples, diretamente proporcional. Dessas três grandezas, podem ser utilizadas somente duas delas para determinar o valor da incógnita. Pretende-se que o aluno desenvolva uma proporção que determine a quantidade de latinhas para que o catador consiga ter uma renda de 4 salários mínimos por mês. Nesse caso, o aluno AR5, membro do Grupo 1, prontificou-se a explicar o desenvolvimento que foi aplicado pelo grupo, assim como o desenvolvimento que ele aplica nas atividades das práticas laborais como catador de materiais recicláveis. O desenvolvimento foi o mesmo aplicado na Figura 95, visto que o grupo multiplicou o valor das 19 mil latinhas por 4 salários mínimos. Com o objetivo de instigar os alunos a argumentar e desenvolver o raciocínio matemático, seja formal ou informal, instiguei o aluno AR5 a fazer referências ao conhecimento informal.

O grupo não conseguiu identificar o conteúdo, não foi lembrado por ninguém. O cálculo foi a multiplicação direta na calculadora, assim como a gente faz, como os catadores fazem. Todos os catadores, até os que não tiveram estudo, fazem assim, porque eles têm que saber para não ser enganado quando vender a mercadoria dele, e quando ele precisar de mais dinheiro no momento de aperto. (GAAR5).

Sendo assim, os grupos apresentaram suas soluções sem recorrer ao conteúdo da matemática formal, embora a tarefa proporcionasse as três grandezas que poderiam ser utilizadas para o desenvolvimento da regra de três simples utilizando somente duas grandezas e três dados. Como os dias trabalhados são iguais para as duas situações, assim se determina a incógnita que seria o quarto elemento da grandeza da quantidade de latinhas que se esperava como resultado. No entanto, os grupos GR1 e GR2 satisfizeram as expectativas de aplicar a matemática informal na resolução da tarefa. Ao serem confrontados pela regra de três simples, os alunos recordaram o conteúdo ministrado pelo professor de Matemática. Para o aluno AR9, “fazer a multiplicação é bem mais rápida, mas para aprender o conteúdo é bem mais fácil” (NCAR9).

Dando prosseguimento à resolução de tarefas, a Tarefa 2 indica a técnica da utilização da regra de três composta e inversamente proporcional, questionando a quantidade de latinhas que o catador necessitaria para produzir uma renda de 2 salários mínimos no prazo de 22 dias. A variável exige um nível de complexidade um pouco superior da tarefa anterior. Além de aplicar a regra de três composta, os grupos deveriam dividir o resultado encontrado com os dias trabalhados, caso resolvessem aplicar a matemática formal.

Tarefa 2

Em relação aos dados da tarefa anterior, considerando os dias trabalhados em 22 dias, para ganhar dois salários mínimos, quantos latinhas de alumínio o catador de materiais recicláveis necessita recolher por dia?

A tarefa possui, em seus dados, três grandezas, as quantidades das latinhas, o salário proporcional à quantidade de latinhas e os dias trabalhados (latinhas, salário e dias). O aluno, percebendo essas grandezas, poderia desenvolver parte da solução por meio da regra de três. Porém, no que diz respeito à resolução mais informal, há uma certa dificuldade para achar a variável solicitada.

Exploração

Na resolução apresentada pelos grupos GR1 e GR2, observa-se que somente o GR1 fez uma tentativa de resolução aplicando uma operação de números (Figura 95). Na resolução do GR1, aparecem dados que não foram mencionados nas Tarefas 1 e 2. Os alunos desse grupo realizaram operações entre números utilizando a multiplicação e a divisão. Presume-se que não atentaram aos dados e que ocorreu uma dificuldade na comunicação e organização da Matemática, seja formal e informal.

Figura 95: Resolução da Tarefa 2 pelos grupos GR1 e GR2

Resposta = 2
 $998 \div 0,75 = 1330,66 \times 2 = 2661,33 \div 44 = 60,48$

② Resposta: para ganhar dois salários mínimos ele precisa recolher 60,48

A resposta do GR2 foi a mesma dada pelo GR1, mas não apresenta uma resolução nem uma linha de raciocínio que pudesse ser apresentada na determinação da incógnita da tarefa. Ambos os grupos conseguiram determinar a incógnita da tarefa, apesar de aplicarem os conhecimentos gerados. GR1 apresentou por meio do conhecimento matemático informal e o GR2 não apresentou o

desenvolvimento da resposta encontrada, nem sequer houve uma aproximação da resolução possível para determinar a incógnita desejada da tarefa. Estratégias dos grupos foram as seguintes:

- Grupo 1: Leitura, releitura 4 vezes, não houve a organização dos dados, os dados não foram compreendidos, os dias de trabalho mudou, ocorreu a identificação da variável, não reconhecimento do conteúdo, não foi entendido a condicionante e razoabilidade, uma tentativa da resolução, encontrou o resultado da tarefa. (NCAR2).
- Grupo 2: Leitura, releitura, não teve organização dos dados, identificação da variável, não reconhecimento do conteúdo, não teve entendimento da condicionante e razoabilidade, não teve resolução da tarefa e apresentou o resultado. (NCAR3).

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

Para esta tarefa, o aluno necessitaria utilizar a matemática formal através do uso da regra de três composta inversamente proporcional, pois os dias não foram proporcionais na situação apresentada. Para o aluno AR3, “o que dificultou foram os dias que diminuíram e o salário aumentou” (NCAR3, 2019). Dessa forma, entende-se que a dificuldade foi os dias que diminuíram, mas o salário e a quantidade de latinhas teriam de aumentar. Na tentativa do entendimento da Tarefa 2, este aluno, catador de material reciclável e membro do GR2, decidiu apresentar a sua resolução (Figura 96).

Figura 96: Resolução da Tarefa 2 pelo aluno AR3 do Grupo 2

$$\begin{aligned} 19.000 &= 633,34 \cdot 30 \\ \times &\rightarrow 22 \end{aligned}$$

$$\frac{633,34}{\times 8} = 5.066,666$$

$$19.000 - 5.066,66 = 13.933,34 + 13.933,34 = 27.866,68$$

$$\frac{27.866,68}{22} = 1.266$$

Na sua apresentação (Figura 96), o aluno AR3 iniciou utilizando os dados da Tarefa 2. Eu pego o valor de 19 mil de latinhas que ele recolheu em 30 dias e divido por 30, para saber a quantidade do dia, a gente encontra o resultado de 633,34 latinhas por dia, depois multiplico por 8, que são os dias que faltam para completar os 30 dias, e que não vou contar, porque são só 22 dias. Daí, diminuo o total das latinhas do mês com o 5.066,6 (latinhas), que é o resultado dos 8 dias que não contam, que é 1 semana que ele não trabalhou, porque só trabalhou 22 dias. Pego os 19 mil e diminui com o de uma semana que ele não trabalhou, 19000-5.066,6 que é igual 13.933,4 (latinhas em 22 dias), isso é para ganhar 1 salário mínimo, mas como são dois salários mínimos, então a gente soma esse mesmo valor 13.933,4+13.933,4 que dá 27.866,8 (latinhas), mas a tarefa quer saber do recolhimento por dia, é só dividir o total encontrado da soma por 22 (dias), o resultado é 1.266 (latinhas). (GAAR3).

A resolução do aluno AR3 não teve nenhuma similaridade com o desenvolvimento e respostas apresentadas pelos grupos GR1 e GR2. Para que AR3 desenvolvesse a sua linha de raciocínio, foi necessário ler e reler quatro vezes a tarefa e, durante o desenvolvimento, recorrer a releituras dos dados e do que a tarefa pretendia, pois se perdia na sua resolução em alguns momentos. No entanto, o aluno teve êxito na sua resolução, pois contemplou o que a tarefa queria que determinasse, a quantidade diária de latinhas referentes aos 22 dias trabalhados para se ganhar 2 salários mínimos. O aluno AR3 afirmou que “se aparecesse uma dificuldade dessa no trabalho, eu ia fazer assim, no que aprendi com a profissão” (GAR3). Os cálculos desenvolvidos pelo aluno AR3 seguem uma linha de raciocínio bem delineada e promovendo uma condicionante e razoabilidade em seu desenvolvimento, e com isso tendo um resultado exitoso.

Na procura do resultado referente aos 22 dias, pode-se aplicar e identificar a resolução pelo conteúdo regra de três simples, para que o aluno possa compreender a resolução das grandezas e suas operações. Confrontados com este conteúdo, os alunos expressaram que se recordam, mas que não conseguiam organizar os dados, tal como exemplificam as seguintes afirmações: “não lembro como faz” (GAAR3); “lembro o conteúdo, mas não sei aplicar, ainda mais com esses tantos de informação, eu não sei organizar” (GAAR12).

Explorando ainda o conteúdo da regra de três simples, a Tarefa 3 desafia a utilizar os dados para se aplicar esta regra, de forma diretamente proporcional, com grandezas. A incógnita que se pede na tarefa é o valor em reais correspondente aos 10 kg de latinhas de alumínio.

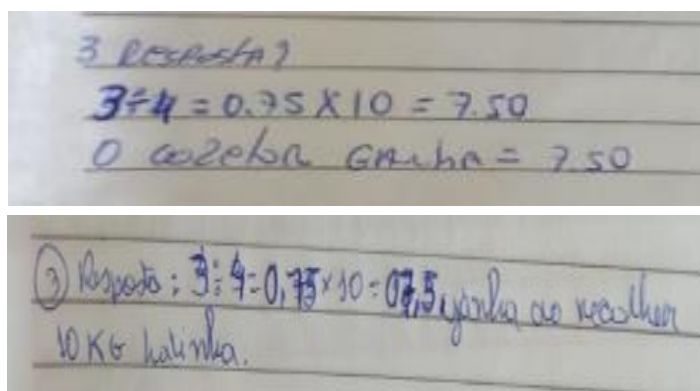
Tarefa 3

4 kg de latinhas de alumínio custam nas Cooperativas uma média de R\$ 3,00. Quanto ele ganhará ao recolher 10 kg de latinhas de alumínio?

Exploração

Nas resoluções dessa tarefa, mesmo não aplicando a formalidade do conteúdo matemático, os alunos tiveram êxito ao considerar o desenvolvimento por meio das operações básicas com números. Os grupos determinaram a unidade do preço por quilo e depois multiplicaram pela quantidade que se pedia, referente aos 10 kg de latinhas de alumínio (Figura 97).

Figura 97: Resolução da Tarefa 3 pelos grupos GR1 e GR2



As respostas determinadas pelos grupos foram exitosas, através das seguintes estratégias:

- Grupo 1: Leitura, organização dos dados, identificação da variável, não reconhecimento do conteúdo, condicionante e razoabilidade, resolução da tarefa e resultado da tarefa. (NCAR12).
- Grupo 2: Leitura, organização dos dados, identificação da variável, não reconhecimento do conteúdo, condicionante e razoabilidade, resolução da tarefa e resultado da tarefa. (NCAR9).

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

A Tarefa 3 apresenta uma correspondência de duas grandezas diretamente proporcionais, a quantidade de latinhas por quilo e os valores em reais dessas quantidades. Para apresentar a resolução da linha de raciocínio para os demais grupos, o aluno AR2, que é catador de material reciclável, fez a explanação de como resolveu a tarefa, com base nos conhecimentos laborais.

Verificou-se que a resolução não foi diferente das resoluções dos grupos, porém, a resolução do grupo (Figura 98) estabeleceu um raciocínio cognitivo sem o uso da calculadora. Na primeira resolução, o aluno deverá saber dividir um número menor por um maior, de forma que, ao apresentar a situação, se o aluno ou o trabalhador não tiver calculadora no momento da resolução, ele não poderá efetivar com mais presteza o seu desenvolvimento. Porém, na segunda resolução, o aluno ou trabalhador não terá necessidade do auxílio de uma calculadora.

Figura 98: Resolução da Tarefa 3 pelo aluno AR2

$$\begin{array}{r}
 3,00 \text{ RS} \\
 \div 4 \times 6 \\
 \hline
 0,75 \text{ R\$} \\
 \times 10 \text{ KG} \\
 \hline
 7,50
 \end{array}$$

$4 \rightarrow 3,00$
 $+4 \quad 6,00$
 $\hline 8 \quad +1,50$
 $\hline 7,50$

O desenvolvimento que determinou a resolução de AR2 foi o seguinte:

Na matemática que eu aplico no trabalho, eu vou apresentar dois jeitos, primeiramente, eu vou dividir o valor dos 3 reais pela quantidade de 4 quilos, encontrando o valor de 1 kg, depois multiplicando com os 10 kg, para achar o valor desses 10 kg, e que encontrei 7,5 reais. Também pode fazer assim, 4 kg é 3,0 reais, e se dobrar vai ser 8 kg é 6,0 reais, 8 kg para 10, falta 2, que é a metade de 4 kg que vai valer 1 real e cinquenta centavos, se pra 8kg tem 6,0 mais a metade de 3,0 reais que é 1,5, fechando com 7 reais e cinquenta centavos. (GAAR2).

Diante das resoluções dos grupos e do aluno AR2, percebeu-se que as resoluções foram similares, porém, a segunda foi diferenciada. Os grupos GR1 e GR2, assim como o aluno AR2, determinaram com êxito as respostas.

Os alunos compreenderam a importância da leitura de tarefa para a sua compreensão da linguagem matemática, da organização dos dados para que se possa estabelecer o caminho a ser dado, do ponto fundamental da tarefa que é a identificação da variável e estabelecer uma estratégia de identificar o caminho a ser trabalhado para encontrar a incógnita.

Seguindo o conteúdo da Regra de Três, a Tarefa 4 apresenta uma atividade muito usual para quem é catador de material reciclável de rua. Os dados da tarefa apresentaram a ação de locomoção que os catadores de materiais de rua utilizam para armazenar os materiais em suas buscas, sendo automóveis com caçambas, extensores, carroças ou carrinhos para os produtos que encontram no caminho percorrido. Entretanto, essa ação não é feita pelos catadores de materiais recicláveis de galpão.

Tarefa 4

Um catador de Material Reciclável percorre a pé, em média, 5 km/h . Ele demora 30 minutos para percorrer a distância entre o ponto de coleta de *A* e *B*. Em quanto tempo o catador faria o mesmo percurso, caso a velocidade média da sua passada fosse de $6,5 \text{ km/h}$?



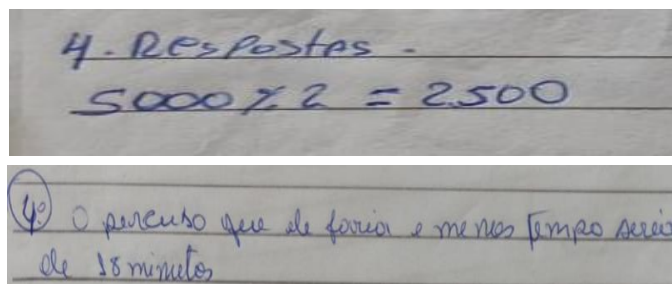
De certa forma, eles fizeram uma avaliação do trajeto, do custo, do tempo e da quantidade de materiais disponíveis no percurso. Então, a Tarefa 4 é muito comum e conhecida pelos alunos que estão na área. A Tarefa 4 aplica um trajeto por um determinado distanciamento, indicando o tempo percorrido com um tipo de recurso de locomoção. A variável está em descobrir o tempo que o catador gastaria com as mesmas condições de locomoção, porém, com uma velocidade mais rápida que a anterior.

O aluno deveria atender à organização dos dados e à verificação da variável, pois as grandezas são inversas, porém, permanecem as mesmas sem necessidade de efetuar uma transformação de unidades, ocorrendo que, no aumento ou diminuição dos valores das grandezas, uma procede de grandezas opostas.

Exploração

As respostas dadas pelos grupos foram as representadas na Figura 99. Na análise dos resultados, evidencia-se que o GR1 não teve êxito na sua resposta e nem na organização dos dados, assim como no entendimento do contexto apresentado.

Figura 99: Resolução da Tarefa 3 grupos A1 e A2



Percebe-se que o GR1 representou 5 km/h na resolução como 5.000 e dividiu por 2. Entende-se que a divisão ocorreu devido ao tempo de que 30 minutos corresponde à metade de 1 hora. Como o texto cita a situação de hora e minutos, presume-se que o GR1 utilizou esse entendimento para a sua resolução.

Na resolução do GR2, percebe-se que o grupo não desenvolveu nenhum raciocínio que apresentasse o resultado que eles determinaram, sendo 18 minutos. Desse modo, não houve um contributo na resolução mais eficiente para que pudesse ser analisado.

Percebe-se que os grupos não conseguiram associar os dados da tarefa com o conteúdo já conhecido por eles e nem houve a possibilidade por meio de operações com números. Ao questionar os alunos do GR2 “Como o grupo 2 chegou à resposta de 18 minutos?” (GAI), um membro do grupo, AR3, respondeu:

Eu entendi que os minutos iam diminuir, porque ele aumentou a velocidade e fez o mesmo caminho, mas pensei que para cada 1 hora ele fez todo esse percurso na velocidade 5 km/h, então o percurso dado foi 2,5 km para cada 30 minutos. Agora, vendo que ele aumentou para 6,5 km/h, a gente pensa que ele acelerou, então gastou menos tempo, ele tinha que chegar mais cedo que do jeito anterior, a gente chutou para 18 minutos, pegando a distância e dividindo pelos minutos, a gente não conseguiu fazer o cálculo. (GAAR3).

Grupo 1: Leitura, releitura de 2 vezes, não organização dos dados, identificação da variável, não reconhecimento do conteúdo, não foi percebido a condicionante e razoabilidade, resolução da tarefa e resultado da tarefa. (NCAR12).

Grupo 2: Leitura, releitura, não organização dos dados, identificação da variável, não reconhecimento do conteúdo, não vendo a condicionante e razoabilidade, não resolução da tarefa e resultado da tarefa. (NCAR9).

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

Diferentemente da Tarefa 2, a Tarefa 4 não teve êxito na situação da resolução por meio do conhecimento informal. Houve um entendimento do aluno AR3 das grandezas inversas, mas não houve um entendimento da organização dos dados para determinar a variável que a tarefa solicitava. Na Tarefa 4, não houve a apresentação da resolução por meio do conhecimento informal. Os alunos não conseguiram compreender como resolver o processo. Portanto, a resolução, por meio do conhecimento informal, não foi possível avaliar, visto que nenhum grupo apresentou a solução correta da tarefa direcionada.

A Tarefa 5 apresenta os dados que envolvem os catadores de materiais recicláveis para fazer uma coleta numa determinada área. No entanto, a tarefa apresenta duas grandezas, os catadores e os dias, traduzindo uma regra de três simples inversa.

Tarefa 5

Estava previsto recolher material reciclável, numa determinada área, por três catadores em 10 dias. Quantos dias economizariam caso fossem contratados, antes do início da recolha, mais 2 catadores?

Na sua resolução, o aluno deveria perceber essa inversão das grandezas, verificar que há somente duas grandezas, de forma que, com essas informações, poderia resolver pelo conteúdo da Regra de Três Simples Inversamente Proporcional ou aplicar conhecimentos matemáticos informais.

Exploração

Os grupos GR1 e GR2 apresentaram as suas resoluções corretamente, indicando o total dos dias que economizariam. Porém, ao fazer o cálculo por meio da regra de três, o resultado indica o total dos dias trabalhados. As resoluções seguiram a mesma linha de raciocínio e sem apresentação de um conteúdo da matemática formal, para além das operações elementares (Figura 100).

Figura 100: Resolução da Tarefa 5 pelos grupos GR1 e GR2 (2018)

Resposta = 5
 $10 \div 5 = 2 \times 2 = 4$
economizaria 4 dias

(5) Resposta: economizaria 4 dias
 $10 \div 5 = 2 \times 2 = 4$

Os 10 dias que foram direcionados aos 3 catadores foram divididos pelo novo número de catadores para se fazer o trabalho na mesma área: 10 dias / 5 catadores. Acharam o valor numérico e multiplicaram esse resultado por 2, que é referente aos dois catadores que foram incluídos. Diante das resoluções apresentadas, ambos os grupos seguiram a mesma estratégia.

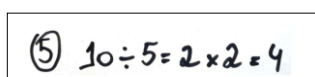
Grupo 1: Leitura, organização dos dados, identificação da variável, não reconhecimento do conteúdo, condicionante e razoabilidade, resolução da tarefa e resultado da tarefa. (NCAR12).

Grupo 2: Leitura, organização dos dados, identificação da variável, não reconhecimento do conteúdo, condicionante e razoabilidade, resolução da tarefa e resultado da tarefa. (NCAR9).

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

A tarefa apresenta duas grandezas e os dados são inversamente proporcionais. O aluno tinha de identificar os valores e suas grandezas e ter a percepção da inversão dos valores, pois, à medida que se aumentam dois trabalhadores com as mesmas condições do trabalho executado com 3 trabalhadores, os dias irão reduzir. A incógnita trata-se dos dias que a coleta seria feita, acrescentando mais dois novos catadores no início da coleta, com as mesmas condições anteriores. Para participar e compartilhar do conhecimento informal, um elemento do grupo GR1, AR5, que é catador de material reciclável de galpão, disponibilizou-se a fazer sua explanação para os alunos, conforme o direcionamento de uma resolução do conhecimento informal (Figura 101).

Figura 101: Resolução da Tarefa 5 realizada pelo aluno AR5

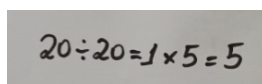

$$\textcircled{5} \quad 10 \div 5 = 2 \times 2 = 4$$

O aluno iniciou sua explanação fazendo uma leitura para a turma e posteriormente fez referência aos dados:

Os dados da tarefa são 10 dias, 3 catadores, x dias e 5 catadores, trabalhando na mesma área de coleta. Eu identifiquei, verifiquei que, aumentando os catadores, o tempo diminui. Então, eu tenho que pegar os 10 dias dividir pela quantidade dos catadores acrescentando no início os mais dois, que ficam 5 catadores, o resultado é 2 dias e depois multiplico pelos 2 que acrescentaram, dando 4 dias que eles vão ter economizado, que é o x dias procurado. (GAAR5).

A resposta está correta porque, ao subtrair os 4 dias dos 10 dias, restariam 6 dias de trabalho. Perante tal resolução, questioneei a turma “se o texto estivesse escrito da seguinte forma: Estava previsto recolher material reciclável, numa determinada área, por quinze catadores em 20 dias. Quantos dias economizariam caso fossem contratados, antes do início da recolha, mais cinco catadores?” (GAI, 2019). Prontamente, o aluno AR5 fez a resolução no quadro (Figura 102).

Figura 102: Resolução da Tarefa 5 com novos dados pelo aluno AR5


$$20 \div 20 = 1 \times 5 = 5$$

Nota-se que a resolução feita pelo AR5 apresenta exatamente os dias que seriam economizados, e não os dias que seriam efetuados o trabalho, pois a resposta é de fato os 5 dias que eles economizariam, diferentemente dos 15 dias que eles concluiriam suas atividades laborais. A resolução, por meio da matemática formal, determina a variável correta do que a tarefa solicita.

Na Tarefa 8, os alunos deveriam fazer uma análise dos dados informados e, a partir dessa análise, dariam continuidade às respostas das Tarefas 9 e 10. Observa-se que a tarefa apresenta uma aplicação dos dados nas ações laborais dos catadores, determinando o total de lixo plástico gerado, total incinerado, total reciclado e a representação percentual da relação entre produção e reciclagem, de acordo com a tarefa contextualizada na realidade vivenciada nas suas atividades laborais.

Tarefa 8

Na análise dos dados em toneladas de lixo plástico, encontre a quantidade em porcentagem de lixo plástico reciclado no Brasil conforme os dados.

Pais	Total de lixo plástico gerado	Total incinerado	Total reciclado	Relação produção e reciclagem
Estados Unidos	70.782.577	9.060.170	24.490.772	34,60%
China	54.740.659	11.988.226	12.000.331	21,92%
Índia	19.311.663	14.544	1.105.677	5,73%
Brasil	11.355.220	0	145.043	
Indonésia	9.885.081	0	362.070	3,66%
Rússia	8.948.132	0	320.088	3,58%
Alemanha	8.286.827	4.876.027	3.143.700	37,94%
Reino Unido	7.994.284	2.620.394	2.513.856	31,45%
Japão	7.146.514	6.642.428	405.834	5,68%
Canadá	6.696.763	207.354	1.423.139	21,25%

Fonte: WWF / Banco Mundial (*What a Waste 2.0: A Global Snapshot of Solid Waste Management to 2050*)

Tarefa 9

Diante da informação contemplada, como descreve a reciclagem de plásticos no Brasil?

Tarefa 10

O Brasil produz equivalente a 11.355.220 milhões de toneladas de lixo plástico por ano, isto corresponde a quantos quilos?

A Tarefa 9 surge como consequência da análise dos dados mencionados na Tarefa 8. Questiona como é o nível de reciclagem aplicado no Brasil em comparação aos demais países. Em seguida, na Tarefa 10, pede-se que o aluno determine a correspondência das toneladas para quilos, aplicando uma transformação de grandezas.

Exploração

Com base na resolução da Tarefa 8, o grupo GR1 não conseguiu seguir uma linha de raciocínio que pudesse contemplar as respostas das Tarefas 8 e 10. O grupo conseguiu responder à Tarefa 10, conforme análise dos dados apresentados no quadro. Observa-se que, na resolução (Figura 103), o grupo acerta no valor do lixo plástico gerado, assim como no valor total do lixo reciclado no Brasil. O grupo

multiplicou o valor do lixo gerado pelo lixo reciclado que resultou no valor determinado, 1.646.995,174. No entanto, pelo entendimento do grupo, o resultado encontrado tratava-se da porcentagem que não seria a resposta correta. Em relação à resposta da Tarefa 9, a mesma foi contemplada e, de acordo com a Tarefa 10, o grupo GR1 compreendeu que deveria fazer a conversão das toneladas referidas no quadro no item do total de lixo plástico gerado para a unidade de peso em quilos.

Na resolução do grupo GR2 (Figura 103), percebe-se que a resposta não foi o produto do valor do lixo plástico produzido com o valor da relação da produção e reciclagem, não contemplando a resposta esperada. No resultado da Tarefa 9, o grupo analisou que, em comparação aos demais países, o Brasil apresentou um valor muito baixo no total de lixo plástico reciclável, de forma que a resposta está correta. Em relação à resposta da Tarefa 10, a conversão das grandezas de toneladas para quilos, a operação realizada foi o valor total de lixo plástico gerado multiplicado por 12, e que esse valor não se verifica em nenhuma informação dada na Tarefa 8. Sendo assim, a resolução não foi contemplada.

Figura 103: Resolução das Tarefas 8, 9 e 10 pelos grupos GR1 e GR2

8 - $11.355.220 \times 145.043$
 $= 1.646.995.174$

8 - $11.355.220$

9 - Resposta

10 - $11.355.220 \times 1000 = 11.355.220.000$

Resp. 08 1.646.995.174
 R =

Resp: 30

R = 31.355.220
 12x = 336,2 262.64

Resposta 9
 Brasil

Percebe-se que os grupos não contemplaram a variável da Tarefa 8, não organizaram os dados e nem aplicaram uma resolução por meio do conhecimento matemático formal e nem informal. Na resposta à Tarefa 9, que se trata da observação e comparação com os demais valores determinados para cada país, os grupos realizaram essa análise por meio dos dados. Ademais, na resposta da Tarefa 10, somente o GR1 conseguiu determinar o que se pedia. As estratégias utilizadas foram:

- Grupo 1: Leitura, organização dos dados, identificação da variável, reconhecimento do conteúdo, condicionante e razoabilidade não entendida, resolução da tarefa e resultado da tarefa. (NCAR7).
- Grupo 2: Leitura, organização dos dados, identificação da variável, não reconhecimento do conteúdo, condicionante e razoabilidade, resolução da tarefa e resultado da tarefa. (NCAR10).

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

Na resolução da tarefa contextualizada, é apresentado um quadro com as informações dos dados do total de lixo plástico gerado, incinerado, reciclado e a relação entre produção e reciclagem, de vários países. Por meio da leitura e interpretação dos dados, os alunos poderiam identificar algumas situações e desenvolver comparativos entre os dados. As Tarefas 9 e 10 utilizam os dados para determinar seus questionamentos. Assim, o aluno deveria analisar as informações do quadro e responder às Tarefas 8, 9 e 10. Com base nas tarefas mencionadas, o aluno AR2, membro do GR2, decidiu apresentar como ele resolveria essa Tarefa. Então, o aluno AR2 começou por fazer a leitura da tarefa. Quando terminou, destacou as variáveis, sendo a porcentagem de lixo plástico reciclado no Brasil, como apresenta a reciclagem de plásticos no Brasil e a conversão de 11.355.220 milhões de toneladas de lixo plástico por ano a quilos.

Bem, na Tarefa 8, na organização, eu tenho que ver as informações da terceira e quarta coluna para responder à quinta. Professora, vou ser sincero, eu não sei ver a porcentagem quando se tem dois valores para tirar a porcentagem, eu sei tirar a porcentagem do valor, mas não dos valores tirar a porcentagem. (GAAR2).

Questionei se algum aluno saberia desenvolver essa resolução, e a resposta “não” foi unânime. Solicitei ao aluno AR3 que desse continuidade às demais tarefas que estavam atreladas à Tarefa 8.

Na Tarefa 9, eu vi, vendo a coluna da quantidade de material reciclável que o Brasil é o valor mais baixo de todos os países. E na Tarefa 10, eu posso multiplicar a tonelada por mil, esse eu sei fazer, porque no trabalho é muito comum fazer a mudança, de quilo para tonelada e tonelada para quilo. (GAAR2).

O aluno AR2 aplicou, na sua resolução, o produto do material reciclável em toneladas por 1.000, enfatizando que “então, é só fazer a mudança” (GAAR2, 2019). Depois de o aluno AR2 fazer a sua explanação, percebe-se que as respostas foram contempladas nas Tarefas 9 e 10. Compreendendo as informações dadas no quadro, a interpretação, a organização das ideias e do universo da lógica matemática foram absorvidas por AR2.

Ao resolver com os alunos as tarefas por meio do conhecimento matemático formal, prontamente se recordaram dos conteúdos revistos. O aluno AR3 afirmou que “o jeito que eu calculei é mais rápido, é difícil lembrar desses passos todos” (GAAR3). A resolução por meio do conhecimento formal amplia as diversas maneiras de se aplicar a matemática com o intuito de se responder a uma necessidade matemática apresentada, de forma que o aluno possa estabelecer a linguagem matemática com os seus

conteúdos e conseqüentemente as suas resoluções adequadas para, assim, determinar com certeza o que se solicita.

Na Tarefa 13, descreve-se uma situação que é encontrada na atividade laboral dos catadores, que faz menção ao produto de material reciclável, uma camisa que utiliza uma quantidade determinada de rolo para sua fabricação, utilizando o recurso de uma máquina de tricô. O produto, camisa, é reciclável, após um certo tempo de uso. A resolução da tarefa, além da aplicação da matemática formal, leva os alunos ao conhecimento do produto de sua ação laboral.

Tarefa 13

Uma camisa de manga longa de 130 gramas é produzida com apenas um único rolo de 500 metros de fio, tecida sem costura numa máquina de tricô 3D. A peça leva uma hora para ficar pronta. Depois de um certo tempo de uso, a malha é devolvida na loja pelo consumidor para ser enviada de volta à fábrica para reciclagem. Na fábrica, a malha é cuidadosamente picotada e depois transformada quimicamente num novo rolo de fio, para ser reutilizado na máquina de tricô e tecer uma “malha de fio único” com novo *design*. Para se produzir 150 camisas de manga longa, serão necessários quantos rolos de 500 metros de fio?

Com essa tarefa, espera-se que o aluno identifique os dados informados e perceba a valorização do seu trabalho no contexto social e ambiental, no aproveitamento do produto. A tarefa informa alguns dados que são importantes para a sua resolução, na determinação da quantidade de rolos que são necessários para se produzir 150 camisas.

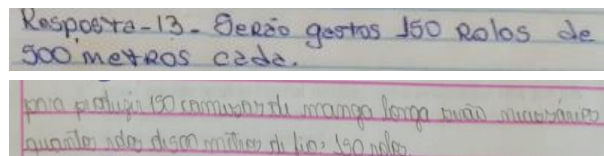
Exploração

Diante das análises das resoluções dos grupos GR1 e GR2, verificou-se que alcançaram o objetivo de uma tarefa com aplicação da regra de três, pois proporciona que o aluno resolva e elabore situações que utilizam relações de proporcionalidade, nesse caso direta, entre duas grandezas. A tarefa apresenta informações que não são necessárias para o desenvolvimento da resolução e direciona um grau de dificuldade baixo, tendo em vista que as tarefas foram criadas com uma alternância de dificuldade. As tarefas foram alternadas nos níveis de dificuldade, pois o fato de apresentar 14 tarefas era necessário fazer a criação de situações menos complexas, que pudessem alternar os níveis de compreensão e raciocínio. Porém, a tarefa repassa contextos socioculturais e ambientais.

As respostas dos grupos foram exitosas, visto que as resoluções explicitam o produto entre cada rolo com a quantidade de camisas para a produção. No entanto, as resoluções, por meio da regra de três, indicariam que os alunos tinham a compreensão do uso do conteúdo, do conhecimento formal, e

que saberiam organizar os dados na aplicação de uma proporção. A Figura 104 apresenta as respostas dadas pelos grupos GR1 e GR2.

Figura 104: Resolução da Tarefa 13 pelos grupos GR1 e GR2



A Figura 104 não apresenta a resolução, pois se diagnosticou que eles fizeram mentalmente a solução, mas, quando eu indaguei os alunos “Qual a resolução que vocês fizeram para obter a resposta?” (GAI), os alunos AR2 e AR9 responderam que utilizaram a multiplicação de 150 camisetas por 1 rolo de 500 metros de fio. Apesar de a tarefa apresentar valores que não iriam fazer parte da resolução, os alunos conseguiram organizar o pensamento e utilizar os dados necessários para a resolução, porém, para aplicar a resolução, os alunos não reconheceram o conteúdo a ser explorado na tarefa.

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

As resoluções dos grupos apresentam um resultado objetivo, direto e rápido. Para Ponte (2005), “Tal como muitas outras questões matemáticas, esta poderá ser um problema para certos alunos de certas idades, enquanto que para outros não passará de um simples exercício” (p. 2). No entanto, um método que poderia ser aplicado com um nível de dificuldade maior seria estabelecer uma organização dos dados da tarefa utilizando uma equação, mas esse conteúdo ainda não havia sido ministrado para os alunos.

Para a apresentação no quadro da resolução da tarefa, o aluno AR3 prontificou-se a fazer a explanação no contexto laboral:

Eu vou fazer só a leitura e se uma situação dessas aparecesse para os catadores, na situação do contexto laboral, a resolução seria feita da mesma forma que foram feitas pelos grupos, fazendo a multiplicação da quantidade de 1 rolo pelas 150 camisetas, de forma que se tem 150 rolos. (GAR3).

Para o aluno AR5, “usando a regra de três é mais difícil, a tarefa coloca os dados que confundem os 130 gramas e 500 rolos, por causa disso, tem que ler com cuidado e ver a matemática na tarefa” (GAR5), enquanto que, para o aluno AR3, “a matemática formal é mais complicada, acho que ajuda com os dados altos” (GAR3). Percebe-se que, em algumas situações, a matemática formal torna a resolução

um processo mais demorado, porém, é necessário que as tarefas sirvam para que os alunos possam colocar em prática os conhecimentos já adquiridos (Ponte, 2005).

A tarefa 14 apresenta uma situação contextualizada dos valores do produto da lata de alumínio e garrafa pet, fazendo uma relação do produto com o rendimento mensal do profissional.

Tarefa 14

Com estes números em mente, fica mais fácil entender porque os catadores dão atenção especial às latinhas de alumínio: Enquanto elas chegam a valer 3.700 reais por tonelada (ou R\$3,70 por quilo), a tonelada de garrafa PET, segundo material de maior valor, rende no máximo R\$ 1.780, ou R\$ 1,78 por quilo.

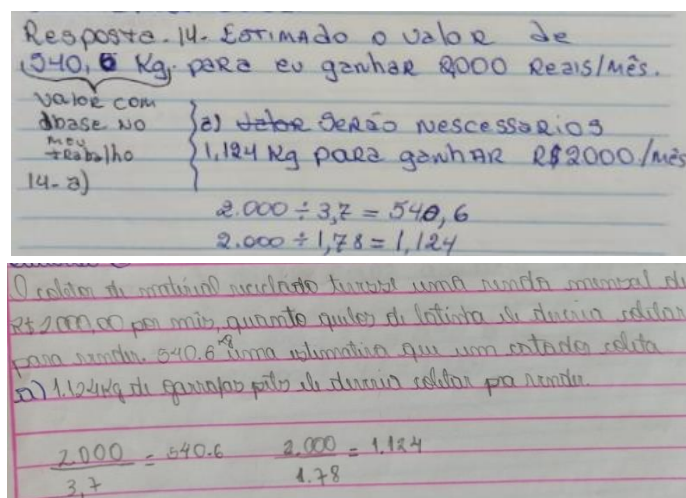
- Para que o catador de material reciclado tivesse uma renda mensal de R\$ 2.000,00 por mês, quantos quilos de latinha ele deveria coletar para vender?
- Para que o Coletor de material reciclado tivesse uma renda mensal de R\$ 2.000,00 por mês, quantos quilos de garrafa pet ele deveria coletar para vender?

Na tarefa 14, o aluno deve aplicar duas grandezas para se utilizar a regra de três, ou pode utilizar os conhecimentos informais apreendidos no contexto laboral, ou em outros ambientes.

Exploração

Observa-se, nas respostas dos grupos GR1 e GR2, que eles conseguiram encontrar a variável que a tarefa pedia (Figura 105). As respostas foram determinadas com êxito, porém, para determinar a variável da tarefa, não foi aplicada a regra de três de forma explícita. Mas é percebido que a realização do cálculo é a fase final da resolução da regra de três.

Figura 105: Resolução da Tarefa 14 realizada pelos grupos GR1 e GR2



Nas resoluções apresentadas pelos grupos, os resultados estavam corretos. As estratégias dos grupos foram:

Grupo 1: Leitura, organização dos dados, identificação da variável, não reconhecimento do conteúdo, condicionante e razoabilidade, resolução da tarefa e resultado da tarefa. (NCAR5).

Grupo 2: Leitura, organização dos dados, identificação da variável, não reconhecimento do conteúdo, condicionante e razoabilidade, resolução da tarefa e resultado da tarefa. (NCA3).

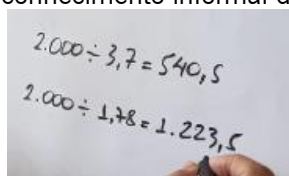
Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

A tarefa apresenta os dados sobre os valores dos produtos mais vendidos no universo dos materiais recicláveis, lata de alumínio e garrafa *pet*. Os valores determinados na tarefa são indicados para a unidade de medida por quilo e por tonelada, podendo o aluno aplicar qualquer uma das unidades para se trabalhar nas suas resoluções. As variáveis são em relação ao salário de R\$ 2.000,00 mensais e à quantidade de ambos os produtos para se obter esse rendimento.

Para a execução da explanação no quadro para os demais alunos, o aluno AR5, que é membro do GR1 e catador de material reciclável, prontificou-se a repassar aos colegas como é o processo de desenvolvimento no âmbito laboral.

O cálculo é bem simples, usando a divisão do salário para o valor de quilo de cada produto, com esse jeito acha a quantidade de quilos, toneladas, gramas, o que quiser achar. Esse cálculo é muito usado pelos catadores, porque direto se faz a comparação do quanto ele quer ganhar com a quantidade que ele deve coletar. (GAAR5)

Figura 106: Resolução por meio do conhecimento informal da Tarefa 14 realizada pelo aluno AR5


$$2.000 \div 3,7 = 540,5$$
$$2.000 \div 1,78 = 1.223,5$$

O aluno AR5 determinou (Figura 106) os resultados da quantidade de latinhas de 540,5 (540 quilogramas e 5 decigramas) e da quantidade de garrafas *pet* 1.123,5 (um quilo e cento e vinte três gramas e 5 decigramas). Percebe-se que os cálculos foram feitos somente aplicando a divisão entre números. Porém, com as informações da Tarefa 14, pode-se introduzir o conteúdo da Regra de Três Simples, de forma que os alunos possam conhecer os conceitos e as resoluções por meio do conteúdo direcionado. Nota-se ainda que os grupos arredondaram os valores que eles encontraram na calculadora.

A Tarefa 14 apresenta duas grandezas, quilos ou toneladas, valores do material da lata de alumínio e garrafas *pet*. Quando o aluno se depara com grandezas, há uma possibilidade de se aplicar

a regra de três, tendo em vista que esse conteúdo é muito utilizado em várias situações da matemática. A regra de três facilita a resolução para vários tipos de grandezas, mas, para que isso aconteça, o aluno deverá compreender as grandezas que a tarefa possui, como os dados.

Em jeito de síntese, em nenhuma situação das tarefas apresentadas, os alunos recorreram à Regra de Três. Todos os grupos aplicaram os seus conhecimentos informais nas situações vivenciadas pelo trabalhador do material de reciclagem. As tarefas posteriores relacionam-se com o conteúdo de percentagem, que foi muito apresentado nas situações vivenciadas pelos catadores em suas atividades laborais.

6.3.2. Porcentagem

A percentagem é um conteúdo que faz parte da Matemática Financeira, de forma que envolve diretamente as ações das atividades dos catadores de material reciclável. Apesar de muitos apresentarem um nível de escolaridade baixa, foi identificado, por meio das observações feitas no campo de estudo, nos ambientes laborais, que os profissionais utilizam conhecimentos matemáticos informais para sua permanência no mercado de trabalho.

A Tarefa 6 apresenta uma contextualização de um dos resultados que beneficia a saúde social da população, pois, ao coletar os materiais recicláveis, diminui a possibilidade de aumentar os criadores de proliferação do mosquito *Aedes Aegypti*, que é o responsável, por ser hospedeiro, por transmitir a doença que leva um número bem expressivo de contaminação.

Tarefa 6

O acúmulo de lixo leva a uma proporção de doenças indesejadas. A doença Dengue é transmitida pelo mosquito *Aedes Aegypti*, hospedeiro, infectando o humano com o vírus da dengue. Alguns materiais recicláveis acumulam águas das chuvas, transformando-se num recipiente de reprodução para os mosquitos. Considere a seguinte notícia:

“Dengue avança no Centro-Oeste, que registra 40% dos casos do país [...]. No total, o Brasil teve 247 mil casos prováveis de dengue no ano passado [...]” (Revista Saúde, 2019).

Com base nesses dados, qual a quantidade de pessoas que foram contaminadas em relação à percentagem indicada na população da Região Centro-Oeste?

As resoluções apresentadas pelo grupo GR1 contemplam a variável esperada e a do grupo GR2 não contemplou. Pela observação no ambiente laboral, foi percebido que os profissionais utilizam muito a calculadora para a resolução da percentagem, mas, quando querem exemplificar uma situação que

envolva porcentagem, usam números inteiros. Foi percebida uma dificuldade para se trabalhar a porcentagem utilizando somente o cálculo mental. Os grupos apresentaram diferentes resoluções, porém, o GR1 não teve acerto e o GR2 teve êxito na resposta (Figura 107).

Figura 107: Resolução da Tarefa 6 realizada pelos grupos GR1 e GR2

6. 247
- 40% = 207

resposta 06
247 x 40% = 98.8

Pela análise da resolução do grupo GR1, percebe-se que ele apresentou o 247 mil como o todo e subtraíram por 40, dando o resultado de 207 mil, que, posteriormente, foi dividido por 100. Presume-se que seja devido à aplicação da porcentagem, finalizando com a resposta de 2,07.

Na resposta do grupo GR2, foi apresentado o 247 mil como o todo da situação referente à porcentagem e multiplicou pela porcentagem indicada na tarefa, 40%, dando o resultado de 98.8 mil pessoas, preenchendo, assim, o requisito da tarefa.

Somente o resultado do GR1 não satisfaz a resposta. O grupo organizou os direcionamentos do entendimento cognitivo, conforme as estratégias apresentadas:

Grupo 1: Leitura, organização dos dados, identificação da variável, reconhecimento do conteúdo, existe condicionante e razoabilidade, resolução da tarefa e resultado da tarefa. (NCAR7).

Grupo 2: Leitura, organização dos dados, identificação da variável, reconhecimento do conteúdo, condicionante e razoabilidade, resolução da tarefa e resultado da tarefa. (NCA9).

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

A Tarefa 6 inicia a contextualização da contribuição que a coleta de materiais recicláveis proporciona à saúde ambiental e social, visto que são diminuídos os criadouros dos mosquitos hospedeiros. Os dados apresentados, na tarefa, são a porcentagem de 40% de pessoas que apresentaram a doença no Centro-Oeste, e que no país inteiro o número de contaminados foi de 247 mil pessoas. A variável da tarefa é o total de pessoas que representam os 40% da região mencionada. Para se fazer a explanação, conforme a resolução feita por um catador, de forma que aplique o seu conhecimento na exploração da situação determinada na tarefa, o aluno AR3 prontificou-se a apresentar a sua resolução para os demais colegas, conforme Figura 108.

Figura 108: Resolução da Tarefa 6 realizada pelo AR3

Handwritten calculation: $40\% \times 247 \text{ ml} = \frac{9,880}{100} = 98,9 \text{ ml}$. To the right, a small table shows $\begin{matrix} 247 \\ -40\% \\ \hline 148,2 \end{matrix}$.

Quando eu li a tarefa, vi que tinha a porcentagem, li novamente, porque quando a gente envolve porcentagem, é difícil entender de quem tem que tirar ou colocar, então a gente fica bem atento aos dados. Eu considerei que os 40% tinha que ser tirado do valor das pessoas que ficaram contaminadas no Brasil, esse valor era de 247 mil, depois quando eu li novamente a “Dengue avança no Centro-Oeste, que registra 40% dos casos do país”, Centro-Oeste é nossa região, então entendi que os 40% era só daqui. Então, eu pego os 40% e multiplico pelo valor das pessoas contaminadas no Brasil e o resultado foi 9,880, depois divido por cem, porque é porcentagem, e tem o resultado de pessoas que pegaram dengue aqui, no Centro-Oeste. (GAAR3).

Nota-se, na resolução do aluno AR3, que ele aplicou a porcentagem duas vezes, no início do produto e no final, quando determinou a resposta. Ao lhe perguntar “em que momento você aprendeu a fazer esses cálculos de porcentagem?” (GAI), o aluno afirmou que “desde quando mexi com reciclagem, eu acho que tinha uns 14 anos, tinha que ajudar minha família e aprendi assim, mas sempre usando calculadora, para ficar mais rápido” (GAR3). Ao finalizar a explanação, o aluno AR3 informou que também fazia de outra maneira na calculadora: “Tem muita gente que faz assim, pega os 247 mil e subtrai por 40%, e acha a resposta, dá certo também, eu costumo fazer das duas maneiras, dessa maneira eu faço mais” (GAR3).

Verificando as respostas que deram o resultado correto, como a resolução do GR2 e do AR3, nota-se que a resolução do GR2 recorre ao conhecimento informal, e a resolução do aluno AR3 também foi feita por meio do conhecimento informal, apesar de o conteúdo Porcentagem já ter sido apresentado aos alunos. A resolução do grupo GR2 estava de acordo com as normas do conhecimento formal, porém, a resolução do grupo foi por meio do conhecimento informal porque os alunos fizeram o produto do valor principal multiplicando direto na calculadora pelo valor de 40%. Mas foi analisado que o grupo utilizou a opção de resolução do produto do valor principal pela porcentagem indicada. No caso, a resposta apresenta o valor referente aos 40% das pessoas que foram contaminadas na região Centro-Oeste. Portanto, dentre as resoluções possíveis na aplicação do conhecimento formal, tem-se a propriedade fundamental das proporções $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$, ou adotando a organização e utilizando a regra de três simples, observando as duas grandezas que são diretamente proporcionais. As resoluções tanto utilizando os conhecimentos formais, adotadas pelo grupo GR2, quanto pela resolução por meio do conhecimento informal do AR3 foram contempladas para o desenvolvimento. A partir das possibilidades apresentadas, os alunos identificaram as possibilidades das resoluções.

A Tarefa 7 faz referência ao lixo que é gerado no país e ao lixo que é gerado na região Centro-Oeste, região dos grupos que estão participando da investigação.

Tarefa 7

Os lixos gerados em alguns locais possuem um destino adequado por meio de políticas públicas preocupadas com o meio ambiente. Dessa forma, o Distrito Federal possui um lixo gerado (toneladas/dia): 4.126; lixo coletado (t/dia): 4.091 Destinação final adequada (t/dia).

Qual a porcentagem em relação ao lixo gerado do Distrito Federal no universo do lixo gerado no Brasil que foram de 64 milhões de toneladas no ano de 2018?

Espera-se que o aluno compreenda a importância dos conhecimentos dos profissionais, no caso da investigação do conhecimento matemático informal, e que os alunos trabalhadores que estão atuando na área possam reconhecer suas ações no contexto da matemática acadêmica.

Exploração

A Tarefa 7 apresenta uma aplicação muito usual na atividade laboral dos catadores. Porém, os dados da tarefa são números grandes determinando a produção anual do lixo gerado no Brasil e fazendo uma relação percentual com o lixo gerado no Distrito Federal. A porcentagem faz parte do cotidiano e é muito trabalhada no contexto da realidade no universo comercial. O objetivo é que o aluno possa expandir a significação de porcentagem, as maneiras de registro e de resolução, de forma que possa entender e fazer a sua representação com várias configurações, compreendendo que se trata de razões que se podem aplicar nos contextos laborais.

Figura 109: Resolução da Tarefa 7 realizada pelos grupos GR1 e GR2

The image shows two pieces of paper with handwritten mathematical work. The top piece shows the calculation $64 - 4.126 = 59.874$. The bottom piece is a table with the heading 'Prop. 07' and two rows of calculations: $4.126 = 123.75$ and $4.091 = 122.763$.

Observa-se, na Figura 109, que os grupos não tiveram êxito nas suas resoluções. O grupo GR1 conseguiu identificar o valor do lixo gerado em 2018 no Brasil e fez a relação com o lixo gerado em Brasília. Porém, a resolução aplicada foi a operação entre números, no caso, efetuando a subtração desses valores, $64 - 4.126 = 59.874$. Porém, o grupo atribuiu esse valor como se fosse a porcentagem

encontrada por ele, atribuindo 59%. A resolução não teve êxito, pois não determinou a resposta correta e nem aplicou nenhuma das formas de resolução que poderiam ser usadas para o desenvolvimento.

Na resolução do G2, houve a correspondência de dois valores, determinando uma igualdade nos valores do lixo gerado e do lixo coletado do Distrito Federal, cada um correspondendo a uma igualdade. Mas a igualdade não fez sentido para se determinar a resposta. Dessa forma, o grupo G2 não teve êxito na sua resolução.

As estratégias dos grupos foram:

Grupo 1: Leitura, organização dos dados, identificação da variável, não reconhecimento do conteúdo, condicionante e razoabilidade não foi entendido, resolução da tarefa e resultado da tarefa. (NCAR7).

Grupo 2: Leitura, organização dos dados, não identificou a variável, não reconheceu o conteúdo, não viu sentido na condicionante e razoabilidade, não fez a resolução da tarefa e nem achou o resultado da tarefa. (NCA10).

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

A Tarefa 7 apresenta um certo nível de dificuldade, pois o aluno teria de identificar o valor do lixo gerado anualmente no Distrito Federal, sendo que a tarefa menciona nos dados toneladas por dia, e a relação foi feita com o lixo gerado anualmente no Brasil. Os alunos depararam-se com as grandezas do tempo diferentes, no caso ano e dia, além de apresentar valores altos, toneladas. Na resolução da Tarefa 7, nenhum aluno manifestou interesse em fazer a explanação no quadro porque, como refere o aluno AR3, “os números são altos e não consegui resolver, penso que os colegas também tiveram essa dificuldade, eu não soube identificar a relação que se pedia para resolver, eu sei que é porcentagem, mas não sei resolver” (GAAR3). Os demais alunos também ratificaram que não souberam desenvolver uma linha de raciocínio com os dados determinados da tarefa. Os alunos tinham dificuldades para fazer operações com números altos na calculadora, devido ao ponto. Na calculadora, o ponto é representado somente nas situações do sistema decimal referentes aos décimos, centésimos e milésimos, não fazendo a representação das unidades de milhares, milhões e bilhões. Percebeu-se que há uma dificuldade, mesmo com o uso de um recurso tecnológico, visto que as operações com números grandes prejudicam o desenvolvimento do raciocínio dos alunos. No desenvolvimento das resoluções apresentadas pelos grupos GR1 e GR2, eles não contemplaram a tarefa, não utilizaram o conhecimento matemático informal e nem o conhecimento matemático formal.

Na Tarefa 11, é dada uma tabela dos produtos que se reciclam e os anos de duração desses produtos na natureza. O que se espera do aluno é que ele perceba a importância de sua atividade no universo escolar.

Tarefa 11
 Considere os dados do seguinte quadro:

MATERIAL	TEMPO MÉDIO DE DECOMPOSIÇÃO
Vidro	Indeterminado
Isopor	Indeterminado
Espunjas	Indeterminado
Cerâmicas	Indeterminado
Pneus	Indeterminado
Alumínio	Até 500 anos
Plásticos	Até 450 anos
Metais	450 anos
Sacolas plásticas	Cerca de 100 anos
Aço	Mais de 100 anos
Embalagens PET	Mais de 100 anos
Nylon	30 anos
Gomas de mascar	5 anos
Filtro de cigarro	5 anos
Papel e papelão	6 meses

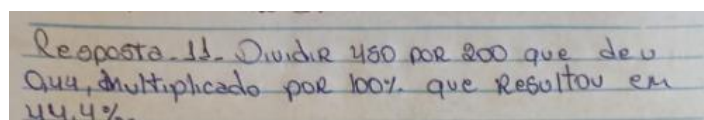
Em quantos por cento um objeto de plástico perderá parte de seu material na natureza em 200 anos?

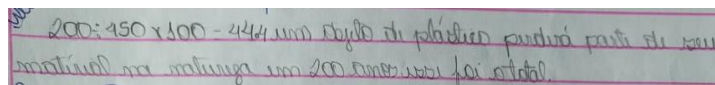
Nesse sentido, o conteúdo Porcentagem é aplicado nesta tarefa que faz uma relação do tempo dos produtos de plásticos no período de 200 anos. Nessa situação, podem ser verificados os conceitos da porcentagem e da razão existentes entre os dados.

Exploração

A variável da tarefa é a porcentagem dos dados referentes ao material plástico e ao tempo médio desse material de decomposição na natureza. Os grupos GR1 e GR2 apresentaram a mesma resposta (Figura 110). Os grupos dividiram o valor de 450 por 200, que determinou a incógnita, aplicando a resolução do conhecimento matemático formal.

Figura 110: Resolução da Tarefa 11 pelos grupos GR1 e GR2 (2019)





200 = 450 x 100 = 44,44% (plástico produzido para o seu material na natureza um 200.000.000 foi total).

As estratégias dos grupos foram:

Grupo 1: Leitura, organização dos dados, identificação da variável, reconhecimento do conteúdo, condicionante e razoabilidade, resolução da tarefa e resultado da tarefa. (NCAR7).

Grupo 2: Leitura, organização dos dados, identificou a variável, reconheceu o conteúdo, viu sentido na condicionante e razoabilidade, resolução da tarefa e o resultado da tarefa. (NCAR9).

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

A resolução da tarefa exige uma compreensão na organização dos dados do quadro apresentado, identificando a porcentagem estabelecida nas relações entre os dados, no caso, do material plástico. Para a explanação da resolução, modelo organizado pelo conhecimento matemático informal, o aluno AR3, que é também catador de material reciclável, afirmou que aplicou a mesma resolução dos demais: “Eu faço assim, pego a calculadora, pego o 200 dividido por 450 que deu o resultado de 0,44 e depois multipliquei por 100 que deu o resultado de 44,44%” (GAAR3). Percebe-se que as resoluções, às vezes, são realizadas por meio do conhecimento formal e informal, entrelaçando-se os conhecimentos. Eles se associam de forma que muitos não conseguem perceber que as resoluções aplicadas tratam-se de resoluções também do conhecimento formal, não se tendo clareza de qual conhecimento foi perpetuado.

A tarefa estabelece uma situação muito aplicada no cotidiano das pessoas, pois é muito utilizada nas situações de negócios e comércios. Essas situações são muito usuais na vida de cada um, alguns com uma aplicação mais diária e outros de forma mais esporádica, tanto para os que compreendem o processo por meio do conhecimento formal quanto para os que compreendem somente no processo do conhecimento informal.

Na Tarefa 12, tem-se uma contextualização do universo da reciclagem, com a preocupação em relação à produção e ao desperdício dos alimentos produzidos, desde sua produção até o transporte e consumo.

Tarefa 12

Durante “o ciclo de produção, transporte e armazenamento de determinado alimento, estima-se que haja entre 40% e 60% de perda. Porém, não acaba por aí. Dentro de nossas casas, desperdiçamos cerca de 20% dos alimentos consumidos. Isso pode acontecer por vários motivos: uma compra mal planejada que faz com que o alimento não seja consumido durante o prazo de validade; falta de cuidados no acondicionamento e manipulação do alimento; consumo não consciente, com desperdício de talos, folhas e cascas que poderiam ser utilizadas já que são grandes fontes de nutrientes” (Dionysio & Dionysio, s/d, p. 20).

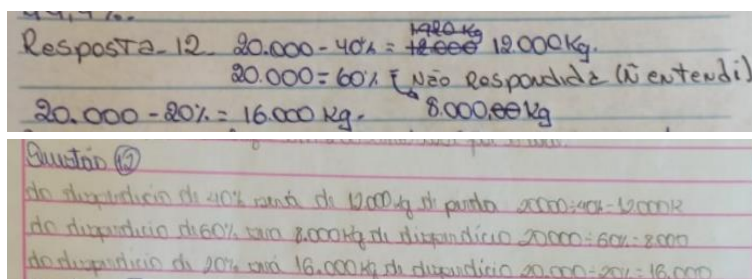
Numa produção de 20.000 toneladas de alimentos, quais são os valores que se perdem diante das porcentagens citadas no texto?

Esperava-se que nessa atividade, além de identificar a resolução por meio dos conhecimentos formais e informais, os alunos pudessem fazer uma reflexão por meio dos desperdícios dos números apresentados. A relação de desperdício encontra-se em dois momentos na produção e transporte que corresponde a uma variação de 40% a 60%, e no segundo momento nos consumidores, ocorrendo mais 20% de desperdício. Para que os alunos tivessem a percepção do quanto é grande esse desperdício, foi utilizado o valor de 200.000 toneladas, que deveria verificar diante dos desperdícios apresentados no primeiro e segundo momentos.

Exploração

Os grupos GR1 e GR2 apresentaram a mesma linha de raciocínio (Figura 111), a resolução do valor da produção indicada subtraindo pelas porcentagens determinadas no primeiro momento, produção e transporte, e posteriormente utilizando o mesmo valor da produção inicial aplicando a subtração da porcentagem do segundo momento, no caso o consumo.

Figura 111: Resolução da Tarefa 12 pelos grupos GR1 e GR2 (2019)



Os alunos não conseguiram interpretar que são duas fases dos desperdícios da produção, a primeira na própria produção e transporte, que indica uma variação de 40% a 60%, e a segunda que acontece quando esses produtos chegam ao consumidor, indicando um desperdício dos resultados

referentes ao primeiro momento. Dessa forma, as respostas contemplam parcialmente o questionamento, visto que eles conseguiram responder as porcentagens corretas dos valores do primeiro momento de 40% e 60% da produção de 20.000 toneladas. Porém, ao analisar somente as respostas na aplicação do conhecimento formal e informal, percebe-se que foram usualmente adequadas e estabelecem uma resolução correta do processo, com exceção da última porcentagem que ambos os grupos apresentaram o valor que não era desperdiçado, pois, ao efetuar a operação que foi feita pelos grupos, a resposta é de 4.000, havendo uma informação incorreta, na perspectiva da tarefa.

Verifica-se que, na resolução do GR1 (Figura 111), os alunos escrevem “não respondida, não entendi” (NCG1, 2019). Essa situação emerge do não entendimento do grupo na resolução, no sentido de que a porcentagem do segundo momento seria em cima do valor de 20.000 toneladas, ou seria dos valores retirados no primeiro momento das porcentagens de 40% e 60%, e que posteriormente foi verificada essa condição na situação do confronto e do *feedback* da investigadora.

As estratégias dos grupos:

Grupo 1: Leitura, organização dos dados, identificação da variável, reconhecimento do conteúdo, condicionante e razoabilidade, resolução da tarefa e resultado da tarefa. (NCAR5).

Grupo 2: Leitura, organização dos dados, identificação da variável, reconhecimento do conteúdo, viu sentido na condicionante e razoabilidade, resolução da tarefa e o resultado da tarefa. (NCAR3).

Confronto entre conhecimento matemático formal e informal

A resolução da tarefa contextualizada faz uma aplicação do conteúdo Porcentagem e apresenta um valor da produção de um certo alimento, 20.000 toneladas, e é a partir desse determinado valor que o aluno deveria fazer as correspondências das porcentagens. Contudo, o aluno deveria observar a situação indicada e a interpretação da circunstância apresentada sobre os valores que se perdem, pois há uma implicação do trajeto desse produto até a casa dos consumidores. Com o produto → transporte e armazenamento → alimentos consumidos (casa), assim, verificam-se as porcentagens respectivas aos valores referentes aos 40% e 60% das 20.000 toneladas. Então, a partir das respostas determinadas, deviam fazer as porcentagens dos 20% dos desperdícios do consumo.

O aluno AR3 disponibilizou-se a explicar sua forma de resolução, salientando que o procedimento que os catadores usam nos ambientes laborais é da mesma forma que ele irá fazer a apresentação.

Eu pego os 20.000 e diminuo na calculadora por 40 e depois aperto o sinal de porcentagem, deu 8.000 de desperdício, depois, do mesmo jeito, pego 20.000 e

diminuo por 60 e aperto o sinal de %, deu 12.000, e da mesma forma faço com os 20%, pego Os 20.000 e diminuo 20 e aperto o sinal de porcentagem que dá 4.000 de desperdício. (GAAR3).

Mediante a resposta do aluno AR3 apresentou na última parte, o aluno AR12 acrescentou que os grupos confundiram que a resposta seria diminuir a resposta que achou com o total, porque os grupos acharam os 4.000 e diminuíram com os 20.000 que deu 16.000, o povo entendeu que era os 16.000, o entendimento foi errado. [...] na nossa resposta o desperdício do consumo ficou maior que o desperdício do produto e transporte, e não contamos com a situação depois do desperdício, e na verdade faz sentido o cálculo ser depois do desperdício da produção e transporte, porque é depois disso que chega na nossa mesa. (GAAR12).

Percebe-se que, até no entendimento do AR3, a resolução do segundo momento não foi correta. Porém, as demais resoluções foram contempladas, de forma que os cálculos feitos seguiram o modo como os catadores de material reciclável praticam há muitos anos. Essa forma de aplicar a porcentagem é muito comum no universo da atividade laboral, até mesmo por outros grupos de trabalhadores.

Síntese

Diante da pesquisa, ratificaram-se várias possibilidades de se aplicar a Matemática do universo dos trabalhadores catadores de material reciclável, com aplicações ricas em seus conhecimentos laborais. A partir desse reconhecimento, foram produzidas 14 tarefas, possibilitando desde exercícios como problemas. A pesquisa de campo foi dividida em dois momentos: no ambiente COOP1, que se efetivou 15 horas distribuídas em 3 dias, e no ambiente COOP2, destinada mesma quantidade de horas. As ações em sala de aula foram inicialmente com a aplicação das tarefas, de forma contextualizada nas ações integradas à reciclagem, para que os alunos pudessem resolvê-las por meio de seus conhecimentos. Após a exploração das resoluções das tarefas contextualizadas, com ênfase na Etnomatemática, feitas pelos alunos, ocorreu o confronto das ideias, dos conhecimentos matemáticos formais e informais.

Diagnosticou-se que, das 14 tarefas propostas, os alunos identificaram suas atividades laborais e pertencimento de suas ações. No entanto, em nenhuma das tarefas, as resoluções foram efetivadas pela matemática formal aplicando o conteúdo da regra de três e porcentagem, a maioria foi pela aplicação do conhecimento matemático informal.

As atividades extraídas e elaboradas do universo do contexto do conhecimento (etno)matemático dos catadores, a maioria (12 tarefas) foi resolvida por meio do conhecimento informal, sendo que uma foi uma resposta textual e em outra foi aplicado o conhecimento matemático formal. Dado que, diante

das resoluções, apresenta-se o Quadro 14 que resultou das análises da exploração dos conhecimentos matemáticos formal e informal.

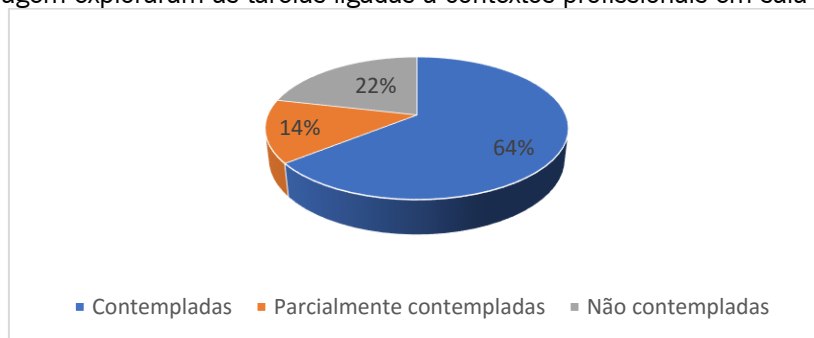
Quadro 14: Caracterização das respostas dos grupos

Tarefas	Situação	Conteúdos que podem ser explorados	Dificuldade
1	Contemplada	Grandezas e suas transformações/Regra de Três simples direta	Não houve
2	Parcialmente contemplada	Grandezas e suas transformações/Regra de Três composta inversa	No conhecimento matemático formal, mas foi contemplada com a resolução da matemática informal
3	Contemplada	Grandezas e suas transformações/Regra de Três simples direta	Não houve
4	Não contemplada	Grandezas e suas transformações/Regra de Três simples inversa	houve
5	Contemplada	Grandezas e suas transformações/Regra de Três simples inversa	Não houve
6	Contemplada	Porcentagem	Somente o grupo 1 não soube desenvolver a resolução
7	Não Contemplada	Porcentagem	Houve
8	Não Contemplada	Grandezas e suas transformações/Regra de Três/Porcentagem	Não houve resolução
9	Contemplada	Grandezas e suas transformações/Regra de Três/Porcentagem	Houve
10	Contemplada	Grandezas e suas transformações/Regra de Três/Porcentagem	Contemplada na exploração
11	Contemplada	Porcentagem	Não houve
12	Parcialmente contemplada	Porcentagem	Os grupos não corresponderam à porcentagem do consumo em casa
13	Contemplada	Grandezas e suas transformações/Regra de Três simples inversa	Não houve
14	Contemplada	Grandezas e suas transformações/Regra de Três simples inversa	Não houve

Das 14 tarefas, duas não foram contempladas, nenhum dos grupos desenvolveu a resolução corretamente e conseqüentemente as respostas não foram corretas. Na situação encontrada, apresenta-se uma porcentagem de 78% de respostas corretas das tarefas, dos contemplados e parcialmente contemplados, sendo que 64% foram contempladas, 14% parcialmente contempladas e 22% não contempladas.

Considerando uma porcentagem menor, de 22% das tarefas não contempladas, confirma-se que o emprego do conhecimento informal/etnoconhecimento utilizando as tarefas contextualizadas resulta uma aplicação positiva como estratégia de ensino e aprendizagem, conforme o Gráfico (Figura 112).

Figura 112: Resultados das análises das resoluções de como os alunos do PROEJA do curso de Reciclagem exploraram as tarefas ligadas a contextos profissionais em sala de aula



Conclui-se que as tarefas foram satisfatórias, conforme os dados apresentados, porém, há de se considerar que, das 13 tarefas que deveriam aplicar resoluções, somente uma tarefa foi efetivada pelo conhecimento matemático formal, aplicando o conteúdo já estudado por eles.

No comparativo das resoluções de cada tarefa, assim como os acertos, o Quadro 15 apresenta o desenvolvimento da cada tarefa seguindo as etapas da exploração e do confronto entre os conhecimentos.

Quadro 15: Análise documental referente aos alunos de Reciclagem – etapas: exploração e confronto

Categorias	Exploração	Confronto
Tarefa 1	conhecimento informal	conhecimento informal
Tarefa 2	conhecimento informal	conhecimento informal
Tarefa 3	conhecimento informal	conhecimento informal
Tarefa 4	conhecimento informal	não apresentou resolução
Tarefa 5	conhecimento informal	conhecimento informal
Tarefa 6	conhecimento informal	conhecimento informal
Tarefa 7	conhecimento informal	não apresentou resolução
Tarefa 8	não apresentou resultado	não apresentou resolução
Tarefa 9	conhecimento informal	conhecimento informal
Tarefa 10	conhecimento informal	conhecimento informal
Tarefa 11	conhecimento informal	conhecimento informal
Tarefa 12	conhecimento informal	não apresentou resolução
Tarefa 13	conhecimento informal	conhecimento informal
Tarefa 14	conhecimento informal	conhecimento informal

Na etapa da *exploração* das tarefas, 13 delas foram realizadas por meio do conhecimento informal. Na resolução do *confronto* dos conhecimentos, os alunos conseguiram resolver 10 tarefas por meio do conhecimento informal. Ademais, das 14 tarefas propostas com base na contextualização laboral, 11 delas conseguiram ter êxito em suas respostas, determinando a resposta correta. Sobretudo,

notou-se que não houve nenhuma resolução das tarefas utilizando o conhecimento formal, não foi utilizado o conteúdo já apresentado e conhecido pelos alunos no decorrer do curso.

Diante das caracterizações feitas pelos grupos de alunos, foi possível conhecer e compreender as situações específicas, como alguns dados pessoais e as perspectivas em relação à Matemática. Posteriormente, as ações retiradas das atividades laborais conciliaram com a produção de tarefas, que contribuíram para que ocorresse a *exploração* dessas tarefas e *o confronto dos conhecimentos* em suas resoluções.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES

A presente investigação procura contribuir com o processo do ensino e da aprendizagem formal de conteúdos matemáticos, pois ambos caminham a par, embora nem sempre se efetivem juntos, pois ensinar não implica diretamente aprender. Com base nas situações que instigaram a pesquisa em explorar o conhecimento matemático informal em contextos profissionais, com o auxílio da literatura, fez-se o estudo que, tendo como referência o objetivo geral, buscou responder aos questionamentos que nortearam a investigação. Dessa forma, este capítulo sistematiza os resultados que emergem das ideias mais importantes que se evidenciaram nos ambientes laborais e escolares. A intenção da investigação foi promover alternativas de ensino que pudessem efetivar a aprendizagem e que os professores pudessem aplicar métodos e recursos alternativos no sentido de poder alcançar as especificidades de cada grupo e cada aluno, de modo que os alunos trabalhadores pudessem reconhecer as suas ações laborais como parte do processo acadêmico.

7.1. Síntese do estudo

Esta investigação debruçou-se sobre a educação matemática voltada para os profissionais da educação com o intuito de contribuir com um olhar sobre a realidade vivenciada pelos alunos de PROEJA, de modo que essa realidade e esse cotidiano paralelo aos estudos acadêmicos possam ter conexões para se produzir atividades que fossem fruto de suas ações, no caso os ambientes do trabalho. Tais pressupostos possuem características que integram ideais da Etnomatemática, pois se trata do conhecimento matemático informal de dois grupos de trabalhadores, explorando-se a Matemática inserida nas realidades vivenciadas. Partiu-se do pressuposto de que a “Etnomatemática produz a interação dos conhecimentos e aprendizagens, o saber/fazer de formas de cada grupo, valorizando o conhecimento que perpetuou e continuará sendo perpetuado, fazendo uma integração dos contextos vivenciados com a educação formal (Oliveira & Veiga, 2020a, p. 5).

Por mais notório que seja para alguns grupos de trabalhadores, no caso do grupo de alunos do curso Técnico em Reciclagem, não foi possível vislumbrar a utilização de conhecimentos informais que possibilitassem a elaboração de tarefas mais complexas do que as que foram aplicadas neste estudo. No entanto, consegui extrair conteúdos matemáticos dos ambientes laborais e elaborá-los dentro das situações-problema que foram exploradas, utilizadas com predominância nas tarefas produzidas com um alinhamento teórico, contextualizando as ações laborais dos alunos.

A temática possui relevância na contemporaneidade porque, diante das diversas modalidades de ensino, deve-se buscar alternativas para que ocorra aprendizagem, conforme orientações das leis e normas regulamentadas pelo Estado. As instituições que promovem as diversas modalidades de ensino podem auxiliar com cursos de capacitação sobre como planejar e integrar ações que fortaleçam as atividades direcionadas para a realização do processo de ensino e de aprendizagem. Porém, “a capacidade desses programas de efetivamente alcançar o objetivo de incluir jovens e adultos no mundo do trabalho depende da combinação de muitas variáveis relacionadas aos planos econômico, cultural, político e pedagógico” (Freitas et al., 2011, p. 8).

Atualmente, existem diversos campos de estudo que podem ser utilizados para as demandas da educação formal, bem como campos da informalidade que podem ser utilizados para a exploração das atividades direcionadas ao conteúdo proposto, de forma que promova a interação dos conhecimentos informais e formais. Neste estudo, busco promover a interação entre os conhecimentos matemáticos informais e formais na educação escolar, de forma contextualizada, favorecendo “a educação, na abordagem histórico-cultural [que] tem a função de contribuir para a integração social através da apropriação da cultura e a função de construção da própria identidade do sujeito” (Mendes et al., 2013, p. 114).

O estudo teve como objetivo averiguar o conhecimento matemático adquirido por alunos do PROEJA em atividades realizadas em contexto profissional e escolar. De modo a concretizar este objetivo, busquei responder às seguintes questões de investigação:

- Que conhecimentos matemáticos utilizam os alunos de dois cursos do PROEJA nos seus contextos profissionais?
- Como os alunos do PROEJA exploram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos formais de matemática?
- Como os alunos do PROEJA exploram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos informais de matemática?

Diante das questões norteadoras, a investigação teve como sujeitos participantes alunos do primeiro módulo/semestre do Curso Técnico em Edificações e Técnico em Reciclagem. Esses cursos são ofertados pelas Escola 1 e Escola 2, assim referidas para salvaguardar o seu anonimato. Nesses ambientes institucionais, participaram 12 alunos de cada curso. Esse número resultou de uma mera coincidência, traduzindo a quantidade de alunos que frequentaram cada um dos cursos. Os alunos do

curso de Edificações deram origem a um subgrupo de alunos trabalhadores da construção civil, totalizando sete trabalhadores. Desses alunos, três fizeram parte da investigação de estudo de campo, identificado por três ambientes (A1, A2 e A3). Quanto ao curso de Reciclagem, também se formou um subgrupo de seis alunos trabalhadores de materiais recicláveis, que fizeram parte do estudo de campo, identificado pelos ambientes COOP1 e COOP2.

Atendendo à natureza do objetivo e das questões de investigação, o estudo adotou uma abordagem qualitativa e interpretativa, na procura de compreender os significados que os participantes da investigação dão às suas ações (Erickson, 1986). A adoção desta abordagem deve-se ao entendimento de que a atividade humana é identificada essencialmente por uma experiência social e que cada sujeito cria constantemente, por meio de suas experiências e vivências, seus significados, “o que remete para a consideração da relação entre as suas perspectivas e as condições ecológicas da acção em que se encontram implicados” (Viseu, 2008, p. 164). Tal pressuposto é traduzido pelas narrativas dos discursos quer no que respeita às ações laborais dos alunos trabalhadores, quer às ações determinadas pelo contexto escolar.

No início da investigação, fez-se uma abordagem nas salas de aula dos alunos dos referidos cursos, com o intuito de aplicar um questionário com um conjunto de questões que permitisse recolher informação que ajudasse a caracterizar os alunos. Cada curso técnico deu origem a um estudo de caso, o qual foi organizado por duas fases. A primeira fase foi denominada de *diagnóstico*, que teve por finalidade obter informação cuja análise permitisse responder ao primeiro questionamento com o estudo de campo – espaço onde foi explorado o conhecimento matemático informal. A segunda fase, cuja informação obtida permitiu responder ao segundo e terceiro questionamentos, resultou da *elaboração e concretização de situações-problema de contextos* profissionais. Essa fase teve por finalidade promover o debate entre os conhecimentos informais e formais de conteúdos matemáticos dos alunos trabalhadores que participaram deste estudo. Essa fase foi dividida em duas etapas: (1) exploração dos conhecimentos matemáticos formais e informais na realização de tarefas decorrentes da observação do estudo de campo; e (2) confronto entre os conhecimentos formais e informais.

O desenho do estudo de caso apresenta a especificidade da informação que resulta da análise dos dados recolhidos em cada um dos contextos. O quadro teórico que fundamentou esta investigação teve como referência as contribuições das teorias de aprendizagem, do conhecimento formal e informal, da Etnomatemática e resolução de problemas, admitindo a sua natureza teórica e prática. Desse modo, ao perceber os conhecimentos matemáticos formais e informais do contexto acadêmico e laboral, buscou-se construir novos horizontes na produção e aplicação de atividades acadêmicas, proporcionando ao

professor uma *práxis* integradora. A reflexão que se faz é que o professor e o aluno considerem as experiências vivenciadas nas atividades laborais para que possa dar sentido às atividades da educação formal, especialmente quando se trata de um público da modalidade do ensino PROEJA, devido às suas especificidades.

7.2. Conclusões do estudo

A investigação proporcionou identificar situações do trabalho que integrassem as atividades a desenvolver na educação formal. O estudo promoveu a convicção da necessidade de se oportunizar aos alunos da modalidade do ensino PROEJA a interação entre os seus conhecimentos informais, produzidos nas suas atividades profissionais do dia a dia, e os seus conhecimentos adquiridos no contexto escolar. Os ambientes laborais e a sala de aula oportunizaram a obtenção de dados, cujo tratamento e análise deram origem à informação que permitiu responder às questões norteadoras desta investigação.

7.2.1. Que conhecimentos matemáticos utilizam os alunos de dois cursos do PROEJA nos seus contextos profissionais?

A procura de se extrair, nas ações laborais dos alunos trabalhadores, situações que contemplassem o conhecimento matemático informal fez com que, numa primeira instância, se fundamentasse o próprio conceito de conhecimento informal, o que levou, a posteriori, para a Etnomatemática, pois ambos caminham juntos, em especial na Educação Matemática. Assim, acolheu-se o conceito de Etnomatemática na visão de diferentes autores, compartilhando com a “perspetiva do que é a Matemática por um determinado grupo, sem obrigatoriedade de que seja necessariamente um grupo étnico, como o termo nos conduz a pensar” (Ferreira, 2018, p. 15). Para D’Ambrosio (1998), o termo *etno* é aceito de forma ampla referindo-se ao contexto cultural, abarcando as linguagens, os jargões, códigos de comportamentos e símbolos; a *matema* é a raiz da explicação, do conhecimento, do entendimento; e a *tica* (*tchne*) refere-se às técnicas encontradas no desenvolvimento da raiz do conhecimento. Knijnik et al. (2019) reforçam que, embora atualmente os grupos isolados sejam pouquíssimos, nos grupos atuais há sempre um diálogo entre outros grupos e conhecimentos imersos nessas interações.

A transposição de tais pressupostos para os ambientes de trabalho dos alunos de Edificações leva a considerar que esses alunos se deparam com situações matemáticas em todas as atividades laborais, o que remete a concluir que o ambiente da construção civil é extremamente rico, podendo proporcionar os mais variados conteúdos direcionados à Matemática. Este resultado tem implicações

pedagógicas ao nível das interações entre a Matemática e a Física, a Matemática e a Química, dentre outras áreas. Tais implicações corroboram as recomendações atuais para o ensino de Matemática, que enfatiza a interdisciplinaridade (Viseu & Rocha, 2020), como também a utilização das recomendações do projeto pedagógico dos cursos em questão.

As atividades laborais derivaram da ação produzida pelos alunos trabalhadores, tais como: fazer a massa de concreto; nivelar paredes e outras construções; utilizar ferramentas (mangueira de nível, esquadro e outras); efetuar medições; determinar volumes e áreas; dentre outras. Nessas atividades, a manipulação era direta e os raciocínios dos alunos eram rápidos/automáticos, que, na sua maioria, estavam corretos na efetivação de cálculos da massa de concreto, do distanciamento desejado, da área determinada, do volume, da proporção utilizada, da regra de três, do posicionamento dos ambientes referentes ao sol e à sombra. Tratavam-se de atividades que faziam emergir ações mecanizadas, apreendidas com a prática e através do conhecimento prático transmitido pelos mestres das obras, com ligações diversas a conteúdos matemáticos, aplicando o conhecimento informal. Sobretudo, “trata-se de uma análise da interação do conhecimento tácito reconhecido nos contextos profissionais e utilizados como metodologia de ensino para a inserção do conhecimento explícito” (Oliveira & Veiga, 2020b, p. 63).

Em muitas situações, evidenciou-se o uso de expressões que são utilizadas na sala de aula, advindas do conhecimento formal da Matemática, como as áreas do retângulo, que implicitamente os alunos trabalhadores conseguem evidenciar que o quadrado se trata de um retângulo e que o volume de objetos (figura tridimensional) que se apresentam com figuras planas no formato de retângulos e quadrados calcula-se por meio do produto das dimensões em “jogo”. Mas os alunos trabalhadores não possuem as conceituações do quadrado, retângulo, triângulo e outras figuras planas e tridimensionais. Eles reconhecem algumas figuras básicas, mais usuais, mas não sabem as suas definições e propriedades, tampouco a utilização de expressões para efetuarem cálculos. Porém, quando os alunos trabalhadores se deparam com situações em que precisam calcular o volume de figuras tridimensionais que não sejam um paralelepípedo reto ou um cubo, eles não conseguem efetivar, pois a prática de anos de trabalho e a transmissão do conhecimento matemático informal de gerações para gerações não “ensinam” como calcular o volume das outras formas geométricas.

Conclui-se que os ambientes laborais dos alunos do curso de Edificações fazem emergir diversos conhecimentos matemáticos, que podem ser aplicados em conteúdos do nível superior para contextualizar as tarefas e ainda aplicar o conteúdo de Limites, Derivadas e Integral, nas situações da Geometria, áreas e volumes. Algumas ações laborais permitem supor que há uma interação entre os

conhecimentos matemáticos, informais e formais, ao se identificar o valor do Pi. Alguns conhecimentos formais estão inseridos nessa realidade, porém, é como se perguntar quem nasceu primeiro, se foram os conhecimentos matemáticos informais que geraram o valor do Pi, ou os conhecimentos matemáticos formais que o determinaram?

Segundo Boyer e Merzbach (2019), cerca de 450 a.C., um viajante grego e historiador narrativo, chamado Heródoto, conheceu a riqueza e a complexidade das obras do Egito. Ao conversar e registrar as narrativas, Heródoto ficou admirado com as conquistas dos trabalhadores que estavam à margem do Nilo. Nesse sentido, Heródoto acreditou que a Geometria tivesse origem do Egito. Passado um século, o filósofo Aristóteles atribuiu a busca da geometria aos egípcios. Dessa forma, as histórias narradas e suas contribuições nas conquistas matemáticas vão além dos conhecimentos registrados, propiciando “o debate, que se estende bem além das fronteiras do Egito, sobre creditar o progresso em matemática aos homens práticos (os demarcadores de terras ou ‘esticadores de corda’ ou aos elementos contemplativos da sociedade” (Boyer & Merzbach, 2019, p. 29).

Os estudos de campo, na exploração dos conhecimentos matemáticos informais dos alunos do curso de Edificações, proporcionaram identificar conteúdos que já tinham sido estudados pelos alunos, tais como: Razão; Proporção; Medidas; Áreas de figuras planas e espaciais; Porcentagem; Regra de três simples; Trigonometria e Volumes.

Relativamente aos alunos do curso de Reciclagem, constata-se que, nas suas ações laborais, eles utilizam conhecimentos elementares da Matemática. As suas atividades resultam de um trabalho mecânico e individual, que, na sua maioria, traduz-se na separação dos materiais em pé, por horas, tendo alguns minutos de repouso. Porém, eles não percebem que usam a Matemática em suas atividades, o que é corroborado no estudo realizado por Santos e Araújo (2020), para quem “alguns profissionais como, por exemplo, o pedreiro, a cozinheira, a lavadeira, utilizam a matemática em seu trabalho sem perceber, de forma intrínseca, mas esses profissionais, na maioria das vezes, não têm o conhecimento formal” (p. 168).

O uso dessa matemática resulta da aprendizagem apreendida no convívio com os outros. Assim acontece com os alunos de Reciclagem. Os conhecimentos matemáticos que usam nos seus contextos não foram tão diversificados, explicitamente, como os alunos da construção civil. Mas há também uma diversidade de conhecimentos nos ambientes observados da qual foi possível extrair conhecimentos informais nas ações laborais. Tais conhecimentos derivam da capacidade de cálculo da quantidade de latinhas que deveriam efetivar no dia, dos valores das unidades de toneladas, das seleções dos materiais recicláveis e seus valores de mercado, da velocidade da esteira na seleção dos produtos, do combustível

que se usa para fazer o trajeto para coletar os materiais nas lixeiras das ruas, da proporcionalidade dos dias de trabalho e a remuneração mensal, das conversões das unidades de medidas e do volume, do volume da utilização da *bag*, do material prensado, dos cálculos que são usados para fazer a divisão do rendimento mensal aos cooperados (rateio), entre outros.

Esses profissionais tendem a não reconhecer qualquer conteúdo matemático e nem percebem o potencial que existe nas suas ações no que respeita a aplicações de conteúdos matemáticos. No caso desses trabalhadores, os conteúdos direcionados para o estudo foram: tipos de grandezas e suas transformações; expressões numéricas envolvendo adição, subtração, multiplicação e divisão; números decimais e fracionários; porcentagens; regra de três simples e composta. Retratar esses conhecimentos é “pensar na matemática que está envolvida no meio social dos alunos” (Santos & Araújo, 2020, p. 169), é fazer do aluno protagonista do seu aprendizado, de modo que possa ser reconhecido no universo do mundo acadêmico, servindo as suas ações laborais de motivação e interação para o processo de ensino e, sobretudo, de aprendizagem. Segundo Oliveira et al. (2019), apresentar direcionamentos de “estratégias a serem desenvolvidas por meio de ações educativas significativas no espaço escolar por docentes é pertinente tendo em vista as necessidades do aprender dos educandos, a Etnomatemática presente no trabalho dos Catadores de Materiais Recicláveis é uma delas” (Oliveira et al., 2019, p. 765). Os ambientes observados foram favoráveis para a exploração dos conhecimentos identificados. Os catadores de materiais recicláveis são cadastrados e são membros das cooperativas onde exercem suas atividades laborais, mas existem ainda “muitos dos catadores [que] não estão cadastrados ou ainda não participam de cooperativas, associações” (Oliveira et al., 2019, p. 766).

A observação direta nos ambientes laborais dos catadores de materiais recicláveis fez emergir, além de identificar os conhecimentos informais dos alunos trabalhadores, um maior conhecimento da rotina e da vida difícil desses alunos, que são membros desse grupo. Importa verificar as melhores formas de acolher esses alunos, da modalidade PROEJA, para que o Estado possa dar oportunidades de crescimento profissional e, conseqüentemente, pessoal e familiar, porque, ao marginalizar uma parte da população ou uma parte dos trabalhadores, compromete uma geração. Conclui-se que os conhecimentos matemáticos informais que os alunos utilizam em seus contextos laborais são diversos, porém, não com tanta diversidade em comparação às ações laborais dos trabalhadores da construção civil, mas possibilitam a interação dos conteúdos direcionados.

Constatou-se que a investigação direta nos ambientes laborais e sobre a Etnomatemática dos catadores de materiais recicláveis foram muito enriquecedoras, pois, além de identificar os

conhecimentos informais do grupo, foi possível conhecer um pouco da rotina e da difícil vida dos nossos alunos que são membros desse grupo.

Entende-se que a pesquisa escolar tem um papel de reflexão e de grande importância no processo de construção para a melhoria da educação formal, pois apresenta “ferramentas que facilitam a formação e a aprendizagem com autonomia, através de atuações da prática reflexiva com criticidade, que priorizam descobrir, questionar, analisar, comparar, criticar, avaliar, sintetizar, argumentar, criar.” (Dias et al., 2014, p. 1).

7.2.2. Como os alunos do PROEJA exploram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos formais de matemática?

A ideia de formular tarefas com propostas a partir dos contextos laborais teve o intuito de perceber como os alunos exploram situações-problema laborais utilizando a aprendizagem formal. Os alunos do curso de Edificações exploraram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos formais de matemática na resolução de tarefas sobre porcentagem, áreas de figuras planas e espaciais, volume, razão e proporção.

Na determinação da área de situações que contemplavam o quadrado e a circunferência, os alunos resolveram corretamente as tarefas propostas através da aplicação das fórmulas que permitiam determinar a área dessas figuras. Na determinação da área de cada figura apresentada, os alunos expressaram compreender que teriam de subtrair a área do quadrado com a área da circunferência, aplicando posteriormente a resolução da porcentagem. Em tais procedimentos, os alunos revelam capacidade de memorização de fórmulas apreendidas no contexto escolar, a partir da resolução de situações pelo professor, muitas das vezes sem compreender como se obtêm e qual o significado dessas fórmulas. A centralidade da atividade do professor remete para concepções do ensino comportamentalista, em que se acredita que o aluno aprende a partir da repetição e da imitação do que o professor faz (Antonello, 2005).

Nas análises das atividades determinadas, e que foram realizadas pela aprendizagem formal, percebeu-se que elas obtinham uma representação de expressões mais complexas e não usuais na construção civil. No caso da situação já citada, determinou-se uma figura circunscrita, envolvendo duas figuras geométricas, um círculo inscrito num quadrado. Os alunos resolveram com as devidas expressões que resultam do uso da aprendizagem formal, compreendendo os conceitos das figuras apresentadas, inclusive de uma figura circunscrita, determinando qual ficaria inscrita. Ademais, os alunos perceberam que o lado do quadrado seria igualmente o raio da circunferência, de forma que eles conseguiram

apresentar as definições de raio, o que seria a sua representação na figura e fazer a relação do lado do quadrado, compreendendo que se tratava de uma figura no formato de um quadrado com todos os seus lados iguais.

Os alunos recorreram às expressões que permitiam determinar a área de um quadrado, $A_Q = l.l$ ou l^2 , e a área de um círculo, $A_C = \pi \times r^2$, mas alguns não determinaram as unidades das áreas, sobretudo, em relação aos conteúdos que envolviam a geometria. Para o professor desenvolver esse conteúdo sobre áreas, as metodologias utilizadas no ensino e na aprendizagem são inúmeras, possuem muitas modalidades, temas e problemas (Gohn, 2006). Os professores possuem um leque de situações que lhe permite trabalhar esse conteúdo a partir de situações contextualizadas.

Na pesquisa de campo, os canteiros de obra, os mestres de obra e os pedreiros utilizavam o valor do Pi para o aplicar em alguns cálculos de áreas de figuras circulares, o que remete a considerar que essa representação faz parte dos conhecimentos, formal e informal, dos alunos.

No entanto, apesar de obterem corretamente os valores das áreas do quadrado e da circunferência com que se depararam, os alunos não resolveram com formalidade a porcentagem solicitada, pois as resoluções tanto pelo conhecimento formal quanto pelo informal são parecidas. Eles dividiram a área menor pela área maior dando um resultado decimal, denotando que a porcentagem advém do produto da representação decimal por cem.

Na determinação da porcentagem, os alunos utilizaram a aprendizagem informal. Caso o uso fosse da matemática formal, eles poderiam utilizar a resolução por meio da regra de três ou pelo produto entre a taxa percentual da área em estudo pela área jardina. Por exemplo, no cálculo das porcentagens, na educação formal, utilizam-se os conceitos de taxa e o entendimento da porcentagem. Quando se diz 20% de algo, estamos considerando 20 partes em cada cem, sendo uma razão centesimal. Nas ocorrências de aprendizagem informal, não se levam em conta esses conceitos, porém, eles entendem que os 100% tratam-se de um todo, evidenciando estratégias diferentes. Antonello (2005) ratifica que muitos autores concluem, em sua análise, que há elementos significativos de aprendizagem formal em situações informais e elementos de informalidade em situações formais, pois os dois estão indissoluvelmente inter-relacionados. Para Werquin (2010), quando as instituições que promovem a educação formal reconhecem o conhecimento informal dos alunos, “isso ajudaria a chegar àqueles que não sabem que adquiriram competências através de canais de aprendizagem não formais e informais ou que esses resultados têm um valor potencial” (p. 10). E, “segundo, todas (ou quase todas) as situações de aprendizagem contêm atributos de formalidade/informalidade, mas a natureza e o equilíbrio entre elas variam significativamente de situação a situação” (Antonello, 2005, p. 187).

Na resolução de situações-problema em que se explorou o volume de um paralelepípedo, os alunos identificaram a expressão a ser utilizada, recordaram por meio do conhecimento formal conduzido pelo professor em sala de aula, de forma que conseguiram resolver denominando-o de cubo, porém, o objeto a ser estudado tratava-se de um paralelepípedo reto. Sendo assim, identifica-se que os alunos ainda não firmaram o conhecimento formal das figuras estudadas, mas compreenderam a utilização do volume de um paralelepípedo reto e como determiná-lo por meio da aprendizagem formal. A exploração do conhecimento formal sobre volumes de sólidos determinou que os alunos calculassem o volume de um paralelepípedo retângulo como se tratasse de um cubo. Percebe-se que eles não têm presente a inclusão de classes. Por essa razão, há diferenças nas expressões que permitem determinar os seus volumes, apesar de o cubo também ser considerado um paralelepípedo, porém, nem todo paralelepípedo é um cubo. Apesar de perceber que as conceituações não foram evidenciadas, houve um entendimento correto de se determinar a solução do que se pedia.

Na determinação da área de um trapézio isósceles, os alunos tiveram êxito nas suas resoluções que fazem emergir conhecimentos adquiridos por meio da aprendizagem formal, aplicando a expressão da área do trapézio. Entretanto, alguns alunos expressaram na sua resolução confundir a aplicação da expressão correta com a expressão $h^2 = \frac{(B+b)}{2}$. Tal confusão indicia dever-se a um conhecimento pouco organizado devido à pouca aplicação da fórmula que permite determinar a área de um trapézio na sala de aula. O fato de os alunos já terem apreendido o cálculo da área do trapézio permitiu que resolvessem com êxito por meio da aprendizagem formal. Apesar de os alunos resolverem por meio da aprendizagem formal, a resolução apresentada no confronto dos conhecimentos mostra a natureza e inter-relação dos conhecimentos.

Nas situações que apelavam à compreensão das relações de proporcionalidade, os alunos utilizaram o conhecimento formal aplicando as proporcionalidades dos segmentos de reta formados por retas paralelas “cortadas” por retas transversais.

Nas situações de proporcionalidade utilizando o Teorema de Tales, percebeu-se que as resoluções foram exitosas, visto que os alunos conseguiram efetivar aplicando o conteúdo. Eles souberam identificar que, quando se apresentam retas transversais, podem utilizar o conhecimento formal da proporcionalidade. No caso de as retas de um feixe de paralelas determinarem segmentos congruentes sobre uma transversal, então elas determinam segmentos congruentes sobre qualquer outra transversal a esse feixe. Porém, ao utilizar as medidas dos segmentos estabelecendo duas razões e definindo-as como iguais, a regra da proporcionalidade que deveria ser $\frac{35}{x} = \frac{30}{20}$, foi aplicada pelos alunos com a

representação da regra da proporcionalidade $\frac{35}{30} = \frac{x}{20}$, ainda assim permanece válida. No entanto, essa proporcionalidade aplicada por eles não leva em consideração o conceito do Feixe de Retas Paralelas, mas sim resolveram a proporcionalidade dos lados opostos formados pelas retas transversais. Mas, ao resolverem pela propriedade fundamental das proporções, multiplicando meios pelos extremos, os resultados obtidos foram corretos, iguais ao desenvolvido pela proporcionalidade dos lados paralelos, pois a proporcionalidade estava válida.

Numa das resoluções, houve uma tentativa de somar os segmentos e indicar que a soma desses segmentos seria igual ao segmento que se pretendia determinar, no caso $30 + 35 + 20 = x$, porém, foi percebido que eles desistiram dessa resolução, talvez por verem que o resultado encontrado seria inferior ao lado determinado. Ademais, para determinarem o lado de uma das divisões, os alunos dividiram 700 por 30, obtendo como resposta o valor 2,33, o que traduz o conflito que resulta para os alunos a representação da vírgula. Quando se apercebem que incorrem num equívoco de cálculo, os alunos tendem a efetuar a divisão utilizando a calculadora, o que traduz hábitos adquiridos nos seus contextos de trabalho.

Na outra proporção sobre os feixes de retas paralelas por duas transversais, os alunos utilizaram a proporcionalidade correta, dos segmentos semelhantes que foram interceptados pela transversal. Aplicando o conceito, no caso, uma das proporcionalidades usadas foi $\frac{180}{y} = \frac{125}{65}$. Eles usaram a proporcionalidade das somas dos lados com um dos lados proporcionais. Entende-se que, ao fazer a proporção da soma dos lados com cada lado que fez parte da somatória, permitiu-se que o aluno atribuísse a proporcionalidade conforme definição.

Relativamente ao conteúdo de razão e proporção, os alunos resolveram as situações-problema com que se depararam através da aplicação do seu conhecimento adquirido na aprendizagem formal. Percebeu-se que, nos ambientes da construção civil, os recursos utilizados para se fazer essas medições são exclusivamente ferramentas tecnológicas, medidores de distâncias. No entanto, a resolução por meio da aprendizagem formal foi realizada com êxito, o que significa que esse conteúdo foi claramente apreendido pelos alunos de Edificações. Essa aprendizagem formal efetivada estimula e direciona ao objetivo de uma certificação e titulação, de forma que os sujeitos possam alcançar graus mais avançados (Gohn, 2006).

Os alunos não perceberam que eles não fizeram a proporcionalidade corretamente, porém, apresentaram a proporcionalidade conforme a definição. Para os alunos, os dois procedimentos estavam corretos. Nesse sentido, Werquin (2010) fala sobre a valorização da aprendizagem não formal para adultos e estimular o aprendizado informal nos campos que favorecem a educação formal para acelerar

o processo desses alunos trabalhadores adultos. Para esse autor, pode-se “não ser percebido diretamente, o que muitas vezes torna as formalidades de reconhecimento muito difíceis para aqueles que não estão cientes desse subproduto da aprendizagem não formal ou dos resultados potenciais relacionados” (2010, p. 23).

Em relação à semelhança de triângulos, uma das ilustrações na tarefa determinou valores para que eles pudessem aplicar a aprendizagem formal. Diagnosticou-se que os alunos utilizaram as representações do triângulo retângulo e as proporcionalidades da sua sombra comparando com um sujeito, de forma que aplicaram com êxito as situações de proporcionalidade, e semelhanças de triângulos, exemplificando com dois triângulos com tamanhos distintos.

As resoluções de situações-problema sobre proporcionalidade e semelhanças possibilitaram perceber que as tarefas, quando exigiam um pouco mais de complexidade no seu desenvolvimento, com determinações de figuras e de situações não encontradas com frequência em seus ambientes laborais, os alunos recorriam ao conhecimento formal. Para Gohn (2006), na aprendizagem formal, espera-se que a aprendizagem seja efetivada, porém, nem sempre isso ocorre. Então, em algumas situações, quando isso não ocorreu, os alunos, da modalidade PROEJA, recorreram à aprendizagem informal.

Nas análises das resoluções feitas para determinar as medidas dos lados da figura apresentada, percebe-se que houve uma preferência pela exploração do conhecimento resultante da aprendizagem formal. Pelo fato de esses profissionais utilizarem recursos tecnológicos para tal ação, eles conseguiram assimilar os conteúdos trabalhados pelo professor por meio do conhecimento formal, tendo em vista que não desenvolvem essas resoluções por meio da aprendizagem informal. No entanto, conclui-se que não se pode afirmar quais os motivos que levaram os alunos a resolver por meio do conhecimento formal. É necessário compreender o porquê das escolhas das resoluções ora pelo conhecimento formal e ora pelo conhecimento informal.

Porém, em relação às análises das observações no estudo de campo, as tarefas que foram resolvidas pelos alunos pela aprendizagem formal não são muito usuais nas atividades laborais, como a situação da razão e proporção aplicando o Teorema de Tales, que eles utilizam medidores tecnológicos.

Em relação aos alunos do curso de Reciclagem, não foi revelada nenhuma resolução das tarefas na exploração das situações-problema ligadas a contextos profissionais utilizando resoluções por meio da aprendizagem formal dos conteúdos apresentados e dos conteúdos já vistos por eles em sala de aula. Os alunos do curso de Reciclagem aplicaram seus conhecimentos nos conteúdos de grandezas e porcentagens por meio da aprendizagem formal das operações básicas e da aprendizagem informal, e que serão apresentadas na seção seguinte.

Portanto, conclui-se que a resposta do segundo questionamento da investigação foi que os alunos do PROEJA exploram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos formais de matemática de forma muito eficiente. Isso porque os resultados comprovaram a eficiência das resoluções das situações-problema, porém, os alunos do curso de Edificações, na maioria das tarefas, e os alunos do curso de Reciclagem somente resolveram por meio do conhecimento informal.

7.2.3. Como os alunos do PROEJA exploram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos informais de matemática?

Os alunos do curso de Edificações, quando resolveram as tarefas propostas, utilizaram, na sua maioria, a aprendizagem informal, resultado encontrado na pesquisa realizada por Antonello (2005) sobre a “Articulação da aprendizagem formal e informal: seu impacto no desenvolvimento de competências gerenciais”. As resoluções dos alunos foram, em sua maioria, com base nas resoluções utilizando operações básicas, cálculos muito utilizados nas resoluções dos ambientes laborais, sem a formalização de um conteúdo matemático e sem o conhecimento desses profissionais sobre a aplicação dos conteúdos matemáticos inseridos no currículo escolar. Knijnik (2001) faz um ponderamento sobre esses conhecimentos informais que a “Educação Matemática está se repensando, revendo sua própria trajetória, para que possa dar conta destes múltiplos processos que se instalaram em nossas vidas e frente aos quais a escola, ainda perplexa, tem lidado, ora com desprezo, ora com imobilismo” (p. 19).

Os alunos do curso de Edificações exploraram as situações-problema do conteúdo de Perímetro de Figuras Geométricas sem utilizar a expressão determinada para esse cálculo. No entanto, percebeu-se que, na resolução, eles utilizaram o raciocínio correto, mas sem formalidade, o que traduz uma prática de cálculo muito comum nos canteiros de obra. Dessa forma, “a validade e a credibilidade das qualificações obtidas através do reconhecimento de resultados de aprendizagem não formais e informais pode ser fortalecido pela melhoria de aspectos específicos do processo de reconhecimento” (Werquin, 2010, p. 11).

Nas situações sobre os conteúdos de Área de figuras planas e espaciais, somente uma foi resolvida por meio da aprendizagem formal. As demais foram resolvidas pela aprendizagem informal. Detectou-se que os alunos não resolveram utilizando a expressão da figura plana (retângulo) $A_r = b \times h$, mas fizeram, sim, a contagem dos quadrados e depois aplicaram o produto; e outros alunos aplicaram a somatória dos quadrados, que foi exitosa quanto à resposta pretendida. Entretanto, evidenciou-se que os alunos não conseguiram calcular o processo inverso, de apresentar uma determinada área e calcular a quantidade de cortiça que seria usada para essa área, pois não

conseguiram determinar a resposta da quantidade de quadrados de cortiça que deveria obter para revestir a parede. Apesar de ser uma ação muito comum entre os alunos trabalhadores da construção civil, percebe-se que eles não fizeram uma leitura atenta à proposta. Essa resolução seria muito ligada ao próprio desenvolvimento do raciocínio que eles utilizam na construção civil. A correspondência dos quadrados pela área, no caso, seria aplicação inversa à correspondência da área para cada quadrado. Bonotto (2005) argumenta “que imergir os alunos em situações que podem estar relacionadas às suas próprias experiências direta e são mais consistentes com uma disposição de fazer sentido, permite para aprofundar e ampliar sua compreensão do escopo e da utilidade de matemática” (p. 317). A situação inversa não permitiu que eles pudessem dar a resposta que a tarefa pretendia, porém, perceberam que a ausência da resposta foi por falta de entendimento da leitura, conseqüentemente não tendo êxito na resposta final. No entanto, Werquin (2010, p. 15) ratifica que, quanto aos procedimentos da aprendizagem informal, “se forem reconhecidos, eles podem encorajar as pessoas a retornar para a aprendizagem formal. Por exemplo, reconhecimento total ou parcial da aprendizagem”.

Em situação semelhante à anterior, os alunos determinaram a quantidade de azulejos para cobrir a parede desejada, mas se esperava que as resoluções de todas as áreas das figuras fossem apresentadas por meio da matemática formal, pois, para se calcular a quantidade de azulejos, seria necessário resolver o cálculo das áreas das paredes e dos azulejos que possuem as mesmas formas, no caso a figura de um retângulo. Diagnosticou-se, porém, que não foi aplicada dessa forma, mas sim pela resolução com o uso das operações matemáticas, utilizando soma, subtração, divisão e produto, sem a formalização das expressões de áreas aplicadas na matemática formal.

No conteúdo de Porcentagens, as resoluções foram apresentadas, em sua maioria, pela aprendizagem informal. Porém, em uma das tarefas, apresentava-se também na seção anterior um terreno de um jardim circular inscrito num quadrado com 20 m de lado, indicando que a parte restante do quadrado foi preenchida com cimento. A tarefa pedia a representação em porcentagem do terreno que não foi jardinado. Os alunos aplicaram as resoluções corretas das áreas das figuras e a subtração delas, com o intuito de confirmar a área que sobraria e que não foi cimentada, porém, a resolução da porcentagem foi feita com a divisão da área que sobrou pela área total, apresentando o resultado em forma decimal, o que levou os alunos a multiplicar a representação decimal por cem, transformando-a em percentual. Apesar de parte das resoluções ter sido feita pela aprendizagem formal, a resposta em relação à porcentagem foi efetivada pela aprendizagem informal. No entanto, Antonello (2005) já indicava as inter-relações dos aprendizados.

Noutra situação pretendia-se saber a quantidade do reboco para preencher uma área com 30 metros linear de parede por 2,80 metros de altura, considerando uma margem de 10%, na área total, para os desperdícios e/ou imprevistos. As resoluções foram o produto das dimensões apresentadas e, para encontrar a porcentagem, os alunos utilizaram a calculadora, fazendo o seguinte desenvolvimento pegando o valor da área encontrada, no caso foi $84 + 10\% = 8,4 + 84 = 92,4$. Percebe-se que os alunos não utilizaram a formalização da porcentagem como uma taxa percentual ou podendo utilizar a regra de três.

Na análise da situação de construir uma parede de um cômodo, com as medidas de 6 metros linear por 3 metros de altura, os alunos utilizaram o produto das medidas e determinaram a área, porém, sem apresentação da unidade de área; e o outro grupo apresentou a unidade de área como MT, pois, para os alunos, essa seria a representação de metros, não fazendo a representação correta de metros.

Percebe-se que os conhecimentos se confundem em saber se é informal ou formal, visto que muitos pedreiros sem escolaridade nenhuma resolvem a área do retângulo dessa forma, embora afirmem que, para se calcular essa área, deve-se multiplicar “os lados”. Bonotto (2005) sugere que um dos objetivos na interação do conhecimento formal e informal é de “examinar a relação entre matemática informal fora da escola e matemática formal na escola e as formas de cada uma pode informar o outro no desenvolvimento do conhecimento matemático abstrato” (p. 314). Nessa mesma tarefa, pretendeu-se calcular 10% a mais da área para efeito de desperdício ou margem de erro. Numa das resoluções, foi determinado o valor, porém, eles não apresentaram com clareza os cálculos das resoluções e, sim, aplicaram o produto das dimensões dos tijolos (comprimento e altura) e depois dividiram pela área total da parede.

No entanto, nessa resolução não foi feita a conversão necessária das áreas para se encontrar a área total, tendo em vista que os tijolos estavam sob a unidade de medida em centímetros e a parede em unidade de medida em metros. Os alunos poderiam converter tanto a unidade de medida do tijolo quanto a unidade de medida da parede, e depois aplicar a divisão entre elas, mas esse cálculo não foi apresentado dessa forma.

Percebe-se que houve uma dificuldade para se apresentar a resolução. Porém, eles multiplicaram as medidas dos tijolos convertidas em metros e encontraram a área em metros quadrados, mas não apresentaram as unidades de área na solução. Posteriormente, dividiram a área da parede que estava em metros e dividiram pela área dos azulejos $18 \div 0,0266 \cong 677$, e somaram o resultado $677 + 10\% = 744$. Todos os cálculos foram feitos na calculadora. Os alunos exploraram esse conteúdo pela aprendizagem informal, cálculos muito utilizados pelos trabalhadores nos canteiros de

obra. Entretanto, não se pode desconsiderar o conhecimento informal que esses alunos detêm, como se eles iniciassem seu processo no estudo formal, como um ser vazio. Nessa perspectiva, “esta é uma abordagem equivocada, pois o mais importante é identificar sua integração” (Antonello, 2005, p. 186).

Nas situações-problema sobre o conteúdo de Volume, esse foi apresentado e resolvido pela aprendizagem informal, visto que o cálculo é muito utilizado nos canteiros de obra pelos trabalhadores da construção civil. Eles sabem que, para calcular o volume do formato de um paralelepípedo reto, são usados os produtos das três medidas, largura, comprimento e altura, mas não compreendem que o cálculo do volume está direcionado ao formato da figura plana da base do objeto e sua altura, sendo o volume de um prisma e cilindro V_{Pr} e $V_C = A_b \times h$. Alguns alunos não compreendem que o objeto se trata de um paralelepípedo retângulo porque não identificam as representações geométricas formalmente estabelecidas na educação formal, a não ser aquelas que são comuns a todos, como o quadrado, o triângulo e o círculo. Ao considerar o formato do objeto, no caso um cilindro, eles não conseguiam efetuar o cálculo do volume nos canteiros de obra. Eles faziam o concreto com uma estimativa mental, utilizando a experiência profissional e cobriam a área determinada. Sobretudo, os alunos não perceberam a conceituação do volume dos poliedros e prismas, porém, em muitas situações, os alunos realizaram com êxito as resoluções do volume. No caso, a necessidade de se “identificar e analisar as possíveis articulações entre as práticas organizacionais e os processos de aprendizagem formais e informais, a luz da aprendizagem experiencial” (Antonello, 2005, p. 185).

Numa situação de proporção, os alunos deveriam somente apresentar quais das proporções usariam para a determinada ação, no caso, a proporcionalidade da construção de uma laje, sendo uma estrutura forte. Tanto os alunos trabalhadores da construção civil quanto os alunos não trabalhadores não determinaram a resposta, apesar de constar em uma das alternativas que aquela proporção era destinada para construções fortes. Porém, não tiveram êxito na interpretação do texto. Caso a tarefa tivesse indicando para determinar o volume de concreto que usaria na área determinada, os alunos teriam acertado, pois eles souberam resolver e determinar o volume, porém, sem a representação da unidade de volume.

Percebeu-se que os alunos não souberam resolver pela forma conceitual do volume, e sim pela aplicação laboral e que se pode concluir pela forma utilizada para o objeto no formato de um paralelepípedo reto, entretanto, pela resolução da matemática informal. Werquin (2010) ratifica que “o reconhecimento fornece maior visibilidade e, portanto, valor potencial para os resultados da aprendizagem e as competências das pessoas no mercado de trabalho” (p. 8).

Verificou-se que, em algumas situações, esses conhecimentos são semelhantes, porém, a matemática formal conceitua e formaliza o porquê das coisas. No caso, os profissionais dos canteiros de obra não sabem explicar as suas formas de resoluções e afirmam que aprenderam desse modo, como o caso do volume do paralelepípedo.

Compreendeu-se que os alunos do curso de Edificações exploram as tarefas resolvendo, em sua maioria, pelo conhecimento informal, porém, não se pode afirmar que as resoluções feitas por meio do conhecimento informal tenham sido por ser mais prático, ou por ser mais fácil para eles, ou por não saberem resolver pelo conhecimento formal. Constatou-se que as tarefas feitas por meio de resoluções do conhecimento formal apresentavam mais complexidade no uso da proporcionalidade das interseções de retas paralelas por retas transversais, aplicando o Teorema de Tales e do terreno no formato do trapézio.

Conclui-se que, quando as tarefas são extraídas das atividades laborais, os alunos apresentaram resolvê-las com êxito, tendo em vista que nove foram exitosas e duas parcialmente exitosas. Esse resultado faz com que os alunos trabalhadores da construção civil, além do seu aprendizado informal, fortaleçam a sua aprendizagem formal. Isso porque a aprendizagem formal os qualifica e os certifica quanto à formalidade da aprendizagem e com novos aprendizados tecnológicos, de forma que se qualificam diante de tantas tecnologias e inovações que decorrem do processo evolutivo e natural da sociedade.

Segundo Santos e Araújo (2020), “com o passar dos anos e a evolução tecnológica, as construções passaram a ser mais elaboradas, passaram a exigir mão de obra qualificada em várias áreas” (p. 170). Desse modo, “a matemática é utilizada em quase todas as atividades da sociedade atual, se encontra presente em todas as tecnologias que utilizamos no nosso cotidiano e também nos instrumentos de trabalho de diversos profissionais” (Santos & Araújo, 2020, p. 175). Com isso, devido à tecnologia, algumas aplicações matemáticas não dependem dos cálculos dos profissionais, mas, sim, da tecnologia que se apresenta.

Diante dessa situação, os canteiros de obras evidenciaram que os trabalhadores não sabem a expressão matemática de se calcular a área de um quadrado, o volume de um paralelepípedo reto, mas eles sabem que, para calcular a área, basta multiplicar comprimento e altura, ou, como eles dizem, “multiplicar os lados”. Ademais, foi diagnosticado, nos ambientes observados, que muitos trabalhadores da construção civil não possuíam a formação da educação primária.

Eles exploraram as tarefas, predominantemente, por meio das operações básicas da Matemática e raramente utilizaram expressões definidas para o uso dos seus cálculos, assim como os cálculos não

possuem uma formalidade nos seus seguimentos. Contudo, percebeu-se que eles utilizaram, em algumas situações, o valor do Pi (π), que, por sinal, souberam explicar o porquê desse valor, mas afirmaram não ter aprendido na educação escolar, e sim nos canteiros de obras.

Conclui-se que, com as tarefas que emergiram da exploração dos ambientes laborais, pelos resultados obtidos, os alunos apresentaram mais facilidade e compreensão delas. Pelas falas escutadas durante o processo da investigação, os alunos sentiram-se motivados em aprender com o que eles já conheciam. E, em relação aos alunos que não atuavam na construção civil, esses também se sentiram motivados em aprender com tarefas contextualizadas na construção civil, tarefas formuladas no futuro contexto da formação deles, no caso, Técnico em Edificação. Dessa forma, o reconhecimento das aprendizagens dos alunos trabalhadores “permite que o capital humano seja implantado em toda a economia de forma mais produtiva, dando às pessoas acesso a empregos que correspondem melhor às suas verdadeiras habilidades” (Werquin, 2010, p. 9). A contextualização permite um “ensino de qualidade que incentiva os professores a começar o planejamento instrucional com contextos da vida real. Este incide sobre a aplicação ativa das competências adquiridas e conhecimentos em um contexto”, não permitindo somente a concentração nas habilidades básicas e nos conhecimentos formais adquiridos (Lubrica et al., 2018, p. 111).

Os alunos do curso de Reciclagem exploraram as tarefas por meio exclusivo do conhecimento matemático informal. Em nenhuma das tarefas propostas, houve resoluções por meio da aprendizagem formal da matemática, nem um esboço da possibilidade de resolução. No conteúdo de Grandezas e suas transformações, os alunos resolveram por meio das operações básicas da Matemática, adição, subtração, multiplicação e divisão, sem aplicação da matemática formal direcionada aos conteúdos já estudados por eles. Esperava-se que resolvessem aplicando o conhecimento matemático formal. Ainda utilizaram muito o recurso da calculadora para efetuarem as operações mencionadas.

O conteúdo de Grandezas e suas transformações, utilizando a regra de três, não foi apresentado em suas resoluções. Mas, mesmo não apresentando as resoluções na aplicação da regra de três, a maioria das respostas teve êxito, utilizando predominantemente as quatro operações e calculadora. Diante disso, “trilhar caminhos que direcionem às descobertas de estratégias a serem desenvolvidas por meio de ações educativas significativas no espaço escolar por docentes é pertinente tendo em vista as necessidades do aprender dos educandos”. Portanto, Etnomatemática se faz presente nas ações laborais dos Catadores de Materiais Recicláveis (Oliveira et al., 2019, p. 765).

No conteúdo de Porcentagem, os alunos também não exploraram os conceitos e propriedades desse conteúdo, pois, quase na maioria das suas resoluções, usaram a calculadora e resolveram com o

uso da subtração ou adição da porcentagem colocadas nas tarefas. No caso, resolveram com o valor apresentado na tarefa subtraindo ou somando pela porcentagem solicitada, com a representação matemática da seguinte forma: $y = x - \%$ ou $y = x + \%$. Desse modo, reconhecendo seus saberes, auxiliam em sua permanência na escola, pois “pode tornar mais fácil para abandono escolar para retornar ao aprendizado formal, dando-lhes uma segunda chance” (Werquin, 2010, p. 9). A exemplo da resolução da tarefa 6, os alunos utilizaram a calculadora, assim como, em todas as resoluções, de forma que, para resolver ou verificar a porcentagem dos 40% representados pelo avanço da Dengue no Centro-Oeste, e que o país registrou 247 mil casos prováveis em 2019, os alunos resolveram subtraindo o valor total da porcentagem determinada, $98,8 = 247 - 40\%$, encontrando a resposta de que 98,8 mil pessoas tiveram dengue no Centro-Oeste em 2019.

Porém, em algumas situações, os alunos utilizaram a mesma linha de raciocínio e não tiveram êxito. Constatou-se que, como os alunos utilizavam muito a calculadora para fazer seus cálculos, ao se depararem com números grandes, eles não souberam representá-los na calculadora, no caso da representação dos 64 milhões de toneladas.

Na situação dos alunos do curso de Reciclagem, destaca-se que a maioria apresentou resultado de suas resoluções por meio do conhecimento informal, utilizando efetivamente as operações básicas de soma, subtração, multiplicação e divisão. Desse modo, os alunos não conseguiram ou decidiram não associar nenhuma tarefa com o conhecimento matemático formal adquirido pelos conteúdos já vistos em sala de aula.

Conclui-se que o professor deve compreender e valorizar os modos apresentados de “se fazer Matemática, reconhecer a Matemática presente no cotidiano das pessoas conforme suas vivências, realidades, necessidades enquanto prática de aprendizagem a ser aplicada na sua própria vida quando necessário é uma estratégia pertinente para a superação dos desafios cotidianos enfrentados” pelos sujeitos da pesquisa e muitos alunos de outros grupos laborais (Oliveira et al., 2019, p. 768).

Explorar as diversas formas da Matemática presentes nas ações do cotidiano admite que “valorizar essas diversas possibilidades é um caminho constante que deve ser utilizado de modo a trabalhar tais vivências no universo escolar para que o educando conheça um leque de possibilidades quanto ao uso da matemática em sua vida” (Oliveira et al., pp. 767-768).

Ademais, verificou-se que os alunos possuem uma grande dificuldade para resolver cálculos com números grandes. Para fazer os cálculos das operações básicas, eles utilizavam a calculadora, e sem o uso dela não conseguiam organizar uma linha de raciocínio para se resolver a situação-problema.

Conclui-se que os alunos do curso Técnico em Reciclagem não apresentaram o conhecimento matemático formal em suas resoluções, conteúdos já vistos por eles. Portanto, os alunos desse curso exploram situações-problema ligadas a contextos profissionais com recurso a conhecimentos informais de matemática, compreendendo a contextualização decorrente de suas atividades laborais, do conhecimento etnomatemático, das experiências laborais vivenciadas e dos conhecimentos perpetuados no grupo. Os cálculos utilizados foram, predominantemente, aplicação das operações com números, sem apresentar expressões, proporcionalidades, razões e regras estabelecidas. Sobretudo, reconhecer essa aprendizagem permite “ajudar a reequilibrar a equidade entre as gerações” (Werquin, 2010, p. 9).

De acordo com as pesquisas no campo teórico e empírico, as conclusões foram que os ambientes desses grupos de trabalhadores promovem uma conexão muito intensa e produtiva no universo da Matemática, podendo interagir com vários conteúdos além dos que foram apresentados nesta investigação e a Etnomatemática do pedreiro fortaleceu a convicção do sucesso da predileção dessa abordagem.

Os resultados têm o potencial de desenvolver uma ação em conjunto, alunos e professores, em prol de um novo paradigma da educação formal da modalidade PROEJA, podendo contribuir para a construção de ações pedagógicas em suas diversas modalidades de ensino. As respostas encontradas nesta investigação poderão permitir aos alunos contextos que fluam debates para que surjam novas ideias e sugestões de como melhorar essa interação dos conhecimentos.

E, para contribuir com o professor em sua trajetória nas suas atividades laborais, são sugeridas elaborações de tarefas que possam emergir dos conhecimentos matemáticos informais dos alunos trabalhadores. Werquin (2010) enfatiza a importância de se verificar os “benefícios do reconhecimento de formas não formais e resultados de aprendizagem informal e feito um balanço das políticas e práticas em países da OCDE. As políticas de reconhecimento podem desempenhar um papel significativo em uma estrutura coerente de aprendizagem” (p. 12). Werquin (2010) considera que os espaços são diversos e existentes para se aprimorar as práticas docentes de forma a permitir o reconhecimento do capital humano que as pessoas possuem. Nesse sentido, “O desafio para os formuladores de política é encontrar o equilíbrio certo, desenvolvendo processos de reconhecimento que gerem benefícios líquidos para os indivíduos e para a sociedade em geral” (Werquin, 2010, p. 12).

Para tanto, a investigação teve um olhar sobre a aprendizagem construtivista, pois “o domínio dos conteúdos é fundamental para poder ensinar afinal, não é possível ensinar o que não se sabe, hoje já é também unanimidade que ao conhecimento específico, o professor deve agregar conhecimentos

outros” que façam conexões com os conteúdos do processo de ensino e de aprendizagem (Nogueira, 2007, p. 83).

Nesse sentido, a aprendizagem construtivista pondera a ação ativa tanto do sujeito quanto do meio no processo de aprendizagem, de forma que o conhecimento seria construído a partir da influência mútua do sujeito com o meio, e que esse conhecimento “em virtude das constantes modificações do homem e do mundo, nenhum conhecimento pode ser considerado acabado, pois está sempre se transformando” (Nogueira, 2007, p. 85).

Ademais, diante do pressuposto desta tese de que nos seus contextos profissionais os alunos trabalhadores lidam informalmente com conceitos matemáticos, o que faz emergir a relevância de as estratégias de ensino atenderem aos conhecimentos adquiridos e aplicados em contextos informais, que deu origem ao objetivo e nas 3 questões que nortearam a investigação, validou-se e percebeu-se que as conexões das atividades laborais dialogam com o que se espera de uma aprendizagem construtivista.

No entanto, em relação aos alunos, em alguns momentos, percebeu-se um aprendizado acrítico, memorística, os alunos recorreram muito ao método de memorização ao invés de uma reflexão crítica que os levem a entender os procedimentos, um aprendizado descontextualizado. Notou-se que a aprendizagem adquirida pelos alunos apresentou ser decorrentes, em seus estudos anteriores, de uma aprendizagem sem uma participação ativa dos alunos no processo do ensino e de aprendizagem.

Portanto, quanto às tendências de ensino da Matemática, as leituras educacionais podem promover caminhos que nos auxiliem na condução da prática de ensino, sugerindo alternativas de didáticas, atividades e situações-problema que mobilizem os professores em uma ação diversificada. A investigação não afirma que essa é a melhor forma de se ratificar a aprendizagem, mas um contributo para a educação formal explorar os conteúdos do conhecimento informal, utilizando e evidenciando as experiências das atividades laborais, em especial dos cursos técnicos ofertados.

Como as metodologias e didáticas no ambiente educacional são diversas, e permanecerão diversas, devido à sua dinâmica, evolução e globalização, a investigação confirma a importância de se alternar os métodos e didáticas no ensino de forma que contemple e efetive a aprendizagem.

7.3. Limitações do estudo

O estudo proporcionou à investigadora ratificar a importância de pesquisas desenvolvidas por professores para que se promovam estudos que façam conexões do universo escolar e fora dele. O universo acadêmico é rico em criar oportunidades e, por meio de pesquisas, podem ser sugeridas

políticas públicas para aperfeiçoar cada vez mais o processo de ensino e de aprendizagem, tendo em vista que a educação formal está em uma constante mudança.

Porém, a pesquisa requer que o investigador ultrapasse barreiras. Nesse sentido, as limitações foram muitas, mas a maior delas foi a dificuldade de os professores cederem horários de suas aulas para aplicação da pesquisa nas salas de aula, pois, devido os professores das disciplinas possuírem horários já organizados para ministrar suas aulas e conteúdos do semestre/módulo, a investigação interferia no seu cronograma. Dessa forma, não foi cedida a quantidade de horas pretendida para a investigação, visto que o professor faz uma verdadeira corrida contra o tempo. Sendo assim, foi necessário fazer alterações no número de encontros nas salas de aula.

Diante disso, as tarefas tiveram de ser realizadas na dinâmica de grupo. No início, seria a realização das tarefas individualmente, porém, demandaria mais aulas cedidas para a aplicação das tarefas contextualizadas e o confronto entre os conhecimentos, assim como a adequação à solicitação dos alunos e professores com a necessidade de se trabalhar em grupo para otimizar o tempo.

O cansaço mental e físico que a maioria dos alunos trabalhadores apresentou no momento das aulas e da pesquisa foram fatores limitadores para que eles explorassem mais a investigação, assim como participassem mais ativamente.

Sugere-se para os futuros pesquisadores que, ao fazerem uma dinâmica em que os alunos tenham de resolver tarefas, façam no mínimo 5 e no máximo 10, pois se percebeu que 14 tarefas causaram um certo cansaço mental. Muitos alunos já apresentavam um cansaço mental e físico, uma vez que a maioria saiu do trabalho para a escola.

Os acessos aos ambientes laborais apresentaram muitas dificuldades, pela especificidade da atividade laboral e riscos de acidentes que poderiam ser causados nos canteiros de obra e nas cooperativas.

Por fim, vivenciar a realidade de muitos alunos permite uma reflexão das dificuldades enfrentadas por eles. A torcida é para que os alunos possam seguir confiantes de uma oportunidade única de crescimento pessoal e profissional, sobretudo, ter consciência de que somos parte integrante desse processo. Para que eles possam alcançar esses sonhos, faz-nos pensar e refletir sobre a importância da empatia no universo acadêmico.

7.4. Sugestões para futuras investigações

No caminhar da minha trajetória como investigadora, deparei com situações que me fizeram refletir como professora. A realidade vivenciada por nossos alunos é muito diferente de muitas realidades

vividas por nós. Isso não quer dizer que alguns não tenham tido essas experiências antes da formação como professor, pois já ouvi vários depoimentos de colegas de trabalho acerca das dificuldades das suas trajetórias.

Nesse sentido, é necessário que o professor conheça quem são seus alunos, principalmente nas atividades laborais, para que possa desenvolver atividades que contribuam com a Ciência Matemática e suas aplicações, e que possa considerar o conhecimento matemático informal dos nossos alunos para a construção da aprendizagem interagindo com o conhecimento matemático formal.

Sugerem-se algumas investigações, na situação de avaliação em que o aluno responde somente por conhecimento matemático informal, sem desenvolver o conteúdo solicitado, como será que o professor deverá avaliá-lo? Como interfere na transmissão de exemplos totalmente abstratos no processo do ensino para a aprendizagem desse aluno?

Dessa forma, são sugeridas também pesquisas de caracterização dos diversos grupos de trabalhadores para que as instituições de ensino possam conhecer seus alunos, e que tenham parâmetros fundamentados na ciência de como se caracterizam esses grupos, assim como investigações que identifiquem os conhecimentos matemáticos informais dos grupos (etnomatemáticos) e investigações que possam promover metodologias, didáticas e atividades direcionadas ao processo de ensino e de aprendizagem.

Sob esse ponto de vista, fica a sugestão de que mais pesquisadores possam direcionar as suas investigações ampliando as diversidades dos conhecimentos matemáticos informais identificados nesses grupos. Portanto, pontua-se que os resultados da investigação poderiam ultrapassar as fronteiras limitadas pelo que foi proposto, porém, é necessário, como toda investigação que fazemos, como cientistas, saber o momento certo de parar.

Espera-se que o resultado deste estudo contribua para que os planos de ensino dos professores, planejamento das aulas, os regulamentos institucionais da educação formal, as políticas públicas voltadas para a educação possam incluir o conhecimento informal e as ações laborais dos alunos trabalhadores para interagir com o conhecimento formal. Espera-se assim que essa dinâmica seja utilizada como alternativa de se levar o conteúdo matemático, visto que as resoluções foram feitas em sua maioria pelo conhecimento informal e que obtiveram êxitos em suas respostas.

Diante do estudo realizado e das respostas encontradas, as sugestões são para que se promovam pesquisas que tratem do desenvolvimento de estudos que fortaleçam os confrontos dos conhecimentos formal e informal, procurando analisar as relações das diversidades do universo no mundo do trabalho e seus espaços.

Recomenda-se que as pesquisas direcionadas à Etnomatemática possam contribuir no enfrentamento de desafios para a mudança de paradigmas dos alunos trabalhadores e pertencentes a outros grupos, com incentivo a conhecer esses grupos que integram alunos trabalhadores na educação escolar.

Sugiro a contribuição do estudo para o desenvolvimento na área de Educação Matemática, da Matemática Pura e Aplicada, além do importante papel que tenho no desenvolvimento do tripé ensino, pesquisa e extensão no Instituto Federal de Brasília, instituição da qual sou servidora, abrangendo para as demais instituições de ensino e pesquisa.

Nesse sentido, estimulam-se iniciativas em pesquisas das tendências de ensino da Matemática, Etnomatemática, Modelagem Matemática, História da Matemática, Resolução de Problemas, e outras tendências que possam agregar a este estudo. Essa característica tem contribuições para estudos acadêmicos de docência, melhoria do ensino, pesquisa e extensão acolhendo a comunidade local.

Portanto, a investigação proporcionou experiências vivenciadas em ambientes nunca explorados por mim, e que a pesquisa contribuiu para essa interação. A exploração e o confronto dos conhecimentos criaram discussões em sala de aula que me fizeram refletir sobre as minhas próprias didáticas.

REFERÊNCIAS

- Angelin, P. E. (2010) Profissionalismo e Profissão: Teorias Sociológicas e o Processo de Profissionalização no Brasil. *REDD – Revista Espaço de Diálogo e Desconexão*, 3(1), pp. 1-16.
- Antonello, C. S. (2005). Articulação da aprendizagem formal e informal: seu impacto no desenvolvimento de competências gerenciais. *Revista Alcance*, 12(2), 183-209.
- Ascher, M. (2005). As figuras do Kolam. In *Etnomatemática o modo ocidental de contar não é o único. Povos de diferentes regiões e culturas desenvolveram métodos próprios de solucionar problemas que são usados até hoje. Revista Scientific American*, 35, pp. 68-73.
- Ausubel, D. P. (2003). *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva*. Tradução Lígia Teopisto. 1ª Ed. Plátano.
- Bail, V. S. (2002). *Educação Matemática de Jovens e Adultos – Trabalho e Inclusão*. Florianópolis: Editora Insular.
- Bardin, L. (1977). *Análise de Conteúdo*. Editora Edições.
- Baroni, R. L. & Nobre, S. (1999). A pesquisa em História da Matemática e suas relações com a Educação Matemática. In BICUDO, M. A. V. *Pesquisa em educação: Concepções e perspectivas* (pp. 129-149). Editora Unesp.
- Bassey, M. (2003). *Case study research in educational settings*. Editora: Open University Press.
- Becker, F. (2009). *O que é construtivismo? Desenvolvimento de Aprendizagem sob o enfoque da psicologia II*. Editora: UFRGS – PEAD.
- Berlin, D. F. (2016). Using place-based pedagogy to contextualize and integrate Science and Mathematics Education. *Ανακτήθηκε απ.* http://www.uwyo.edu/wisdome/_files/documents/berlin.pdf, 5.
- Bezerra, N. J. F., & da Silva, L. J. (2018). A Resolução de Problema como uma Tendência na Educação Matemática: Análise com professores da Rede Estadual de Roraima. *Fórum de Integração Ensino, Pesquisa, Extensão e Inovação Tecnológica do IFRR-e-ISSN 2447-1208*, 5(1).
- Bicudo, M. A. V. (1999). Explicitando o significado de Filosofia da Educação Matemática. In M. A. V. Bicudo (Org.), *Pesquisa em educação: Concepções e perspectivas* (pp. 23-47). Editora Unesp.
- Bicudo, M. A. V. (2018). Processos formativos: experiências estéticas In Silva, R. S. R. (Org.). *Filosofia da educação matemática: sua importância na formação de professores de matemática* [recurso eletrônico] (pp. 29-45). Editora Fi.
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2003). *Modelagem Matemática no Ensino*. 3ª ed. Editora Contexto.
- Boyer, C. B., & Merzbach, U. C. (2019). *História da matemática*. Editora Blucher.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Uma introdução à teoria e aos métodos. Porto Editora.

- Bonotto, C. (2005). How informal out-of-school mathematics can help students make sense of formal in-school mathematics: The case of multiplying by decimal numbers. *Mathematical thinking and learning*, 7(4), 313-344.
- Borba, M. C. (1999). Tecnologias Informática na Educação Matemática e reorganização do pensamento. In M. A. V. Bicudo (Org.), *Pesquisa em educação: Concepções e perspectivas* (pp. 285-296). Editora Unesp.
- Brasil. (1988). *Constituição da República Federativa do Brasil*. promulgada em 5 de outubro de 1988. 35 ed. atual e ampl. Editora Saraiva, 2005. (Série Legislação Brasileira).
- Brasil. (2006). *Decreto n° 5.840*, de 13 de julho de 2006. Institui, no âmbito federal, o Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos - PROEJA, e dá outras providências. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2006/decreto/d5840.htm
- Brasil. (1996). *Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional- LDB*. Lei n° 9.394, de 20 de dezembro de 1996.
- Brasil. (1999). Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. *Parecer CNE/CEB n° 16/99*, aprovado em 05 de outubro de 1999. Assunto: Diretrizes curriculares nacionais para a Educação Profissional de Nível Técnico. <http://www.mec.gov.br/semtec/educprof/Legislatecnico.shtm>
- Brasil. (2007). Ministério da Educação - Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica: Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos - PROEJA. *Documento Base*. Brasília, DF, agosto de 2007.
- Bruner, J. (1999). *Para uma teoria da educação*. Editora Relógio d'Água.
- Cachapuz, A., Praia, J., & Jorge, M. (2004). Da Educação em Ciência às orientações para o Ensino das Ciências: um repensar epistemológico. *Ciência & Educação*, 10(3), 363-381.
- Cascas, M. G. A. & Terán, A. F. (2014). Educação formal, informal e não formal na educação em ciências. *Revista em Tela*, 10(2), 1-10.
- Clarke, D., & Roche, A. (2018). Using contextualized tasks to engage students in meaningful and worthwhile mathematics learning. *The Journal of Mathematical Behavior*, 51, 95-108.
- Coll, C., & Martí, E. (2004). Aprendizagem e desenvolvimento: a concepção genético-cognitiva da aprendizagem. In Coll, C., Marchesi, A. & Palacios, J. (Orgs). *Desenvolvimento psicológico e educação* (pp. 45-78). Tradução Fátima Murad. 2 ed. Editora Artmed.
- Cosme, G. M. (2011). EJA e seu processo de (re)construção: aprendendo com a própria história. Freitas, R. C. O.; Jordane, A.; Schimidt, M. Q.; Paiva, M. A. V. (Orgs). *Repensando o PROEJA: concepções para a formação de Educadores*. (pp. 19-48). Editora Ifes.
- Costa, L. F. M. (2009). *Los tejidos y las tramas matemáticas. El tejido ticuna como soporte para la enseñanza de las matemáticas* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia-Sede Amazonia).

- Costa, L. F. M. (2012). *A Etnomatemática na educação do campo, em contextos indígena e ribeirinho, seus processos cognitivos e implicações à formação de professores*. Dissertação de Mestrado. Programa de Mestrado em Educação em Ciências na Amazônia, Universidade do Estado do Amazonas – UEA, Manaus, Amazonas.
- Costa, L. F. M., & Lucena, I. C. R. (2018). Etnomatemática: cultura e cognição matemática. *REMATEC*, v. 13, n. 29, p. 120-134.
- Costa, L. F. M., & Oliveira, A. M. L. (2009). *O cotidiano e a Matemática: uma experiência no curso de formação de professores indígenas*. BK Editora.
- D'Ambrosio, U. (1998). *Etnomatemática*. Editora Ática.
- D'Ambrosio, U. (1999). A história da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In M. A. V. Bicudo (Org.), *Pesquisa em educação: Concepções e perspectivas* (pp. 97-115). Editora Unesp.
- D'Ambrosio, U. (2005a). *Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade*. Editora Autêntica.
- D'Ambrosio, U. (2013). *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Editora Autêntica.
- D'Ambrosio, U. (2005b). Sociedade, cultura, matemática e ensino. *Educação e Pesquisa*, 31(1), 99-120.
- D'Ambrosio, U. (2005c). Volta ao mundo em 80 matemáticas. In: Etnomatemática o modo ocidental de contar não é o único. Povos de diferentes regiões e culturas desenvolveram métodos próprios de solucionar problemas que são usados até hoje. *Revista Scientific American*, 35, 7-13.
- D'Ambrosio, U. (2019). O Programa Etnomatemática e a Crise da Civilização. *HIPÁTIA-Revista Brasileira de História, Educação e Matemática*, 4(1), 16-25.
- Dias, E. G., Alves, A. D. S. M., Oliveira, J. S., & da Silva, A. L. (2018). Qualificação de pedreiros atuantes na construção civil de uma cidade Norte Mineira. *DESAFIOS-Revista Interdisciplinar Da Universidade Federal Do Tocantins*, 5(2), 41-50.
- Dias, M. P. C., Hubner, R. A., Paniago, S. D. (2014). Para que Serve a Pesquisa em Educação?. *Revista Gestão Universitária*. Disponível em <http://www.gestaouniversitaria.com.br/artigos/para-que-serve-a-pesquisa-em-educacao>.
- Djebbar, Ahmed. (2005). Poemas matemáticos. In: Etnomatemática o modo ocidental de contar não é o único. Povos de diferentes regiões e culturas desenvolveram métodos próprios de solucionar problemas que são usados até hoje. *Revista Scientific American*, 35, 34-35.
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M. Wittrock (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (pp. 119-161). Editora Macmillan.
- El Gaidi, K., & Ekholm, T. (2015). Contextualizing calculus with everyday examples to enhance conceptual learning. In *2015 122nd ASEE Annual Conference and Exposition; Washington Convention Center/Seattle*; (Vol. 122, No. 122nd ASEE Annual Conference and Exposition: Making Value for Society).

- Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). (2016). *Prova de Redação e de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, prova de Matemática e suas Tecnologias*. INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, pp. 1-32.
- Fainguelernt, E. K.; Nunes, K. R. A. (2012). *Matemática: Práticas Pedagógicas para o Ensino Médio*. Editora Penso.
- Fantinato, M. C., Ricardo, J., Mafra, S., & de Jesus Meira, C. (2018). Formação de pesquisadores em Etnomatemática: a experiência do GETUFF. *Ensino em Re-Vista*, 25(3), 630-649.
- Fantinato, M. C., & Moreira, D. (2015). Formadores de adultos: dilemas e práticas profissionais na área de matemática. *Educ. Pesqui*, 67-82.
- Ferreira, N. D. A. (2018). *Análise Etnomatemática para atividades de pedreiros: uma proposta de adequação do ensino de matemática para o Novo Ensino Médio*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Alagoas, Macéio, AL, Brasil.
- Fiorentini, D. (1995). Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. *Revista Zetetiké*, 3(1), 1-38.
- Flick, U. (2013). *Introdução à metodologia de pesquisa: um guia para iniciantes*. Penso Editora.
- Freitas, R. C. O., Jordane, A., Schimidt, M. Q., & Paiva, M. A. V. (Orgs). (2011). *Repensando o PROEJA: concepções para a formação de Educadores*. Editora Ifes.
- Garcez, A., Duarte, R., & Eisenberg, Z. (2011). Production and analysis of video recordings in qualitative research. *Educação e Pesquisa*, 37(2), 249-261.
- Gardner, H. (1995). *Inteligências múltiplas: a teoria na prática*. (p. 12-36). Editora Artmed.
- Gerdes, (2011). *Pitágoras Africano: um estudo em cultura e Educação Matemática*. Editora Maputo.
- Gerhardt, T. E., Ramos, I. C. A., Riquinho, D. L., & Santos, D. L. (2009). Estrutura do Projeto de Pesquisa. In Gerhardt, T. E.; Siveira, D. T. *Métodos de pesquisa*. Editora da UFRGS.
- Giusta, A. D. S. (2013). Concepções de aprendizagem e práticas pedagógicas. *Educação em Revista*, 29(1), 20-36.
- Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2008). Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática - Acta Scientiae*. 10(2), 8–37.
- Goes, F. L. & Carvalho, G. (2016, março 5). Panorama Ipea discute a situação dos catadores no Brasil. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – IPEA. Recuperado de https://www.ipea.gov.br/portal/index.php?option=com_content&view=article&id=27665&catid=255&Itemid=2.
- Gohn, M. G. (2006, março). Educação não-formal na pedagogia social. *In: Congresso Internacional de Pedagogia Social*. Proceedings online... Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. Recuperado de: http://www.proceedings.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=MSC000000009200600010034&lng=en&nrm=abn.

- GoogleMaps (2021, jun. 25). Recuperado de <https://www.google.com.br/maps/dir/-15.7801129,-47.9851927/Instituto+Federal+de+Bras%C3%ADlia+-+Estrutural+-+%C3%81rea+Especial+01+Cidade+do+Autom%C3%B3vel,+Bras%C3%ADlia+-+DF,+71200-020/@-15.7965152,-47.9712954,1189m/data=!3m1!1e3!4m9!4m8!1m0!1m5!1m1!1s0x935a31050fde414f:0x882d5ec750d52ad5!2m2!1d-47.969218!2d-15.7934192!3e0?hl=pt-BR&authuser=0>
- Grobe, C. S. (2014). Mathematics learning with multiple solution methods: effects of types of solutions and learners' activity. *Instructional Science*, 42(5), 715-745.
- Guimarães, G. L., Chianca, T. C. M., Goveia, V. R., Mendoza, I. Y. Q., de Matos, S. S., & de Oliveira Viana, L. (2017). A contribuição de Imre Lakatos para a análise epistemológica do Programa Brasileiro De Pós-Graduação Em Enfermagem. *Texto & Contexto Enfermagem*, 26(1), 1-9.
- Healy, L. (2019, fevereiro 19). Collaborations between teachers and researchers aimed at building an inclusive mathematics education. [Comunicação Oral] *XLVIII Summer School/ XI Summer Workshop in Mathematics*. Universidade de Brasília – UnB.
- Hoefel, M. D. G., Carneiro, F. F., Santos, L. M. P., Gubert, M. B., Amate, E. M., & Santos, W. D. (2013). Acidentes de trabalho e condições de vida de catadores de resíduos sólidos recicláveis no lixão do Distrito Federal. *Revista Brasileira de Epidemiologia*, 16, 774-785.
- Iezzi, G., Dolce, O., Degenszajn, D., Périgo, R., Almeida, N. (2016). *Matemática: Ciência e Aplicações*. 9ª ed. Editora Saraiva.
- Imovelweb. (2018). *Lotes em invasões do DF: venda ilícita e m2 mais caro da cidade*. Recuperado em 04 de agosto, 2018, de <http://www.imovelweb.com.br/noticias/mercado-imobiliario/lotes-em-invasoes-do-df-venda-ilicita-e-m2-mais-carro-da-cidade/>
- Klein, L. R. (2003). *Alfabetização de jovens e adultos*. Editora Universo.
- Knijnik, G. (1996). *Exclusão e resistência educação matemática e legitimidade cultural*. Editora Artes Médicas.
- Knijnik, G. (2000). O político, o social e o cultural no ato de educar matematicamente as novas gerações. In Matos, J.F., & Fernandes, E. (eds.), *Actas do PROFMAT2000*. Associação de Professores de Portugal, 48-60.
- Knijnik, G. (2001). Educação matemática, exclusão social e política do conhecimento. *Bolema*, 14(6), 12-28.
- Knijnik, G., Wanderer, F., Giongo, I. M., & Duarte, C. G. (2019). *Etnomatemática em movimento*. Editora Autêntica.
- Knijnik, G. (2020, janeiro 20). Educação Matemática, Exclusão Social e Política do Conhecimento – I Seminário Online de Educação Matemática Inclusiva. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=Cfaa19blJg8>
- Lakatos, I. (1989). *La metodología de los programas de investigación científica*. Editora Alianza.

- Leão, R. S., Alves, S. C. O., & Oliveira, A. M. L. (2012). Modelagem Matemática nos recursos tecnológicos – software Cabri-Géomètre II – na aplicação da disciplina de Geometria Plana. In: Oliveira, A. M. L., Alves, S. C. O., & Soares, S. C. (Orgs.). *Propostas & contribuições: educação, saúde e política*. (pp. 46 – 57). Bk Editora.
- Libâneo, J. (1992). *Democratização da Escola Pública (A Pedagogia Crítico-Social dos conteúdos)*. Editora Loyola.
- Lubrica, P., Montemayor, J. L., Angiwan, E., & Capili, A. (2018). Contextualizing Teaching Practices in a Diversified Classroom: An Assessment. *International Journal of Teaching and Education*, 6(2), 108-124.
- Machado, S. D. A. (2008). *Aprendizagem em matemática*. Editora Papirus.
- Magalhães, J. M. M. (2016). *Aprendizagem de conteúdos matemáticos de cálculo por alunos do 1º ano de cursos de engenharia: contextos e materiais didáticos*. Tese de Doutorado, Instituto de Educação da Universidade do Minho - Braga, Portugal.
- Maia Neto, J. M., Marinho, K. K. D. O., & Oliveira, A. M. L. (2012). A ludicidade como estratégia de ensino na Resolução de Problemas. *Anais da Semana de Licenciatura*, (3).
- Mangin, L. (2005). O enigma dos quipos. In *Etnomatemática o modo ocidental de contar não é o único. Povos de diferentes regiões e culturas desenvolveram métodos próprios de solucionar problemas que são usados até hoje*. *Revista Scientific American*, 35, pp. 14-17.
- Marchon, F. L. (2016). *Educação matemática e Etnomatemática: entrelaçamentos e possibilidades filosóficas*. 1. ed. Editora Appris.
- Martín, E., & Solé, I. (2004). A aprendizagem significativa e a teoria da assimilação. In Coll, C., Marchesi, A. & Palacios, J. (Orgs.). *Desenvolvimento psicológico e educação* (pp. 60-76). Tradução Fátima Murad. 2 ed. Editora Artmed.
- Mendes, A. k. S., Magalhães, C. V. A., Azevedo, G. M. E, Vale, J. G. S., & Souza, M. S. (2013). Atendimento aos estudantes com Transtornos Globais do Desenvolvimento – TGD e com Deficiências Múltiplas–DMU na Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica. In: Nascimento, F. C., Florindo, G. M. F., Silva, N. S. (Orgs.). *Educação profissional e tecnológica inclusiva: um caminho em construção* (pp. 111-121). Editora IFB.
- Micotti, M. C. (1999). O ensino e as propostas pedagógicas. In M. A. V. Bicudo (Org.), *Pesquisa em educação: Concepções e perspectivas* (pp. 153-167). Editora Unesp.
- Morais, R. S. & Onuchic, L. D. L. R. (2014). Uma abordagem histórica da Resolução de Problemas. In: Onuchic, L. D. L. R.; Allevato, N. S. G.; Noguti, F. C. H.; Justulin, A. M. (2019). *Resolução de problemas: teoria e prática*. (pp. 17 – 34). Paco Editorial.
- Monteiro, A. e Pompeu Jr., G. 2001. *A matemática e os temas transversais*. Editora Moderna.
- Monteiro, S., Pissaia, L. F., & Nunes, J. C. A. (2019). Etnomatemática: Um campo empírico para análise de estudos de um Evento Científico. *Research, Society and Development*, 8(8), 21.

- Montoya, A. O. D. (2009). *Teoria da aprendizagem na obra de Jean Piaget* (Vol. 10). Editora Unesp.
- Nascimento, M. G. O., Silva, S. S., Severino Filho, J. (2016). Etnomatemática das Profissões: a importância da Matemática na profissão de um pedreiro. *Anais da XVII Semana da Matemática - Ciência, Tecnologia e Comunidade*.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Nogueira, C. M. I. (2007). As teorias de aprendizagem e suas implicações no ensino de matemática. *Acta Scientiarum. Human and Social Sciences*, 29(1), 83-92.
- Ogasawara, J. S. V. (2009). *O conceito de aprendizagem de Skinner e Vygotsky: um diálogo possível*. Monografia de Especialização, Departamento de Educação da Universidade do Estado da Bahia, Salvador, Brasil.
- Oliveira, A. M. L. (2010). *La práctica del trabajo infantil y las consecuencias de esta actividad em la calidad de vida escolar: El caso de los alumnos de la enseñanza fundamental de la escuela Estadual Waldomiro Peres Lustoza, Manaus, Estado de Amazonas, 2006 - 2008*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Nacional da Colômbia - UNAL, Programa de Pós-Graduação em Estudos Amazônicos.
- Oliveira, A. M. L. (2013). Resultados Preliminares: Levantamento aos anos de estudo no Ensino Fundamental dos alunos e alunas na Modalidade de Ensino Proeja – Curso de Edificações e os Números em Relação ao Gênero. *Brazilian Journal of Education, Technology and Society (BRAJETS)*, 4(1), 114-126.
- Oliveira, A. M. L., & Alves, S. C. O. (2011). Alunos da Universidade do Estado do Amazonas, Centro de Ensino Superior de Tabatinga, na construção de Brasília em maquete. In: Oliveira, A. M. L. (Org.). *Ensino, pesquisas e concepções*. (pp. 21-34). Bk Editora.
- Oliveira, A. M. L., & Costa, L. F. M. (2010). Introdução ao desenho geométrico. BK Editora.
- Oliveira, A. M. L., & Veiga, F. A. V. (2020a). A percepção inicial da Etnomatemática no ensino PROEJA em dois contextos profissionais. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 15(1), 1-21.
- Oliveira, A. M. L., & Veiga, F. A. V. (2020b). O conhecimento mobilizado por alunos do PROEJA em suas práticas laborais: contexto para o ensino de matemática. *Marupiará | Revista Científica do CESP/UEA*, (7), 62-80.
- Oliveira, M. F., Marques, J. G. N. & Neves, A. C. (2015). Condicionantes da aprendizagem da matemática: uma revisão sistêmica da literatura. *Educ. Pesqui.*, São Paulo, 41(4), p. 1023-1037.
- Oliveira, R. B., Azevedo, J. B., da Silva, M. S. M., Farias Silva, A., Abreu, M. P., Oliveira, S. B., & Targiino, J. R. (2019). A Vivência dos Catadores de Materiais Recicláveis presente na Escola: uma experiência Etnomatemática. *ID on line Revista Multidisciplinar e de Psicologia*, 13(45), 763-772.
- Onrubia J., Rochera, M. J. & Barberà E. (2004). O ensino e aprendizagem da matemática: uma perspectiva psicológica. In Coll, C., Marchesi, A. & Palacios, J. (Orgs). *Desenvolvimento psicológico e educação* (pp. 327-341). Tradução Fátima Murad. 2 ed. Editora Artmed.

- Onuchic, L. R. (1999). Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In M. A. V. Bicudo (Org.). *Pesquisa em educação: Concepções e perspectivas* (pp. 199-218). Editora Unesp.
- Onuchic, L. R. & Allevato, N. S. G. (2004). Novas reflexões sobre o ensino aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In Bicudo, M. A. V.; Borba, M. C. (Orgs.). *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. Editora Cortez.
- Onuchic, L. R., & Allevato, N. S. G. (2011). Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema-Mathematics Education Bulletin*, 73-98.
- Ostermann, F., & Cavalcanti, C. J. D. H. (2010). *Teorias de aprendizagem: texto introdutório*. Editora Alegre: UFRGS.
- PDAD (2019). Pesquisa Distrital por Amostra de Domicílios SCIA Estrutural 2018 – Companhia e Planejamento do Distrito Federal. Recuperado de <http://www.codeplan.df.gov.br/wp-content/uploads/2020/06/SCIA-Estrutural.pdf>
- Palangana, I. C. (2015). *Desenvolvimento e aprendizagem em Piaget e Vigotski: a relevância do social*. Editora Summus.
- Piaget, J. (2003). *Seis estudos de psicologia*. 24ª ed. 3ª reimpressão. Editora Forense Universitária.
- Phillips, B. S. (1974). *Pesquisa Social*. Editora Agir.
- Polya, G. (1995). *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimpressão. Editora Interciência.
- Polya, G. (2006). *A arte de resolver problemas*. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Editora Interciência.
- Polya, G. (2003). *Como resolver problemas* (Tradução do original inglês de 1945). Editora Gradiva.
- Polya, G. (1985). O ensino por meio de problemas. *Revista do professor de matemática*, 7, 11-16.
- Pontes, E. A. S., Pontes, E. G. S., da Silva, R. C. G., & da Silva, L. M. (2018). Abordagens Imprescindíveis no Ensino Contextualizado de Matemática nas Séries Iniciais da Educação Básica. *RACE-Revista de Administração do Cesmac*, 1, 3-15.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Editora APM.
- Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3(1), 3-18.
- Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2012). O papel do contexto nas tarefas matemáticas. *Interações*, 8(22).
- Polettini, A. F. F. (1999). Análise das experiências vividas determinando o desenvolvimento profissional de Matemática. In BICUDO, M. A. V. *Pesquisa em educação: Concepções e perspectivas* (pp. 247-261). Editora Unesp.
- Pozo, J. I., & Crespo, M. Á. G. (2009). *Aprendizagem e o Ensino de Ciências. Do Conhecimento Cotidiano ao Conhecimento Científico*. 5ª ed. Editora Artmed.

- Proença, M. C. (2020). Análise do conhecimento de professores recém-formados sobre o ensino de matemática via resolução de problemas. *Revista de Educação Matemática*, 17, 01-18.
- Romanatto, M. C. (2012). Resolução de problemas nas aulas de Matemática. *Revista Eletrônica de Educação*, 6(1), 299-311.
- Rosa, M., & Orey, D. C. (2006). Abordagens atuais do Programa Etnomatemática: delinendo-se um caminho para a ação pedagógica [Current approaches in the ethnomathematics as a program: Delineating a path toward pedagogical action]. *Bolema*, 19(26), 19-48.
- Rosa, M., & Orey, D. C. (2012). A modelagem como um ambiente de aprendizagem para a conversão do conhecimento matemático. *Bolema* [online], 26(42). Recuperado abril 12, 2020, de http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2012000100012
- Rosa, M., & Orey, D. C. (2011). Ethnomathematics: the cultural aspects of mathematics. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de La Educación Matemática*, 4(2), 32-54.
- Rosa, P. D. S. (2013). *Uma introdução à pesquisa qualitativa em ensino de ciências*. Editora Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.
- Sadalla, A. M. F. D. A., & Larocca, P. (2004). Autoscopia: um procedimento de pesquisa e de formação. *Educação e Pesquisa*, 30(3), 419-433.
- Sales, R. L. (2013). *Remix Narrativo no Projeja: Jovens tecendo sentidos sobre os saberes do trabalho e da educação com os fios da Arte e da experiência*. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Brasília, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação.
- Santana Filho, A. F. (1997). *Noções de Integral: para o 2º grau de introdução ao cálculo integral*. Valer Editora.
- Santos, A. M., & Araujo, V. S. (2020). Matemática na Construção Civil. *Multidebates*, 4(4), 167-181.
- Santos, C., Bisognin, R. P., Souza, E. L., Guerra, D., Vasconcelos, M. C. (2018). Perfil socioeconômico de catadores de materiais recicláveis de um pequeno município no Noroeste do Rio Grande do Sul. *Revista Extensão em Foco*, 1 (15), 56-70.
- Santos, J. D., & Dalto, J. O. (2012). Sobre análise de conteúdo, análise textual discursiva e análise narrativa: investigando produções escritas em Matemática. *Anais do V seminário internacional de pesquisa em Educação Matemática. Rio de Janeiro*.
- Silva, C. R., Gobbi, B. C., & Simão, A. A. (2005). O uso da análise de conteúdo como uma ferramenta para a pesquisa qualitativa: descrição e aplicação do método. *Organizações rurais & agroindustriais*, 7(1), 70-81.
- Silva, G. R. (2012). *Cultura e Matemática, Diálogos com as Diferenças: um estudo de caso da Etnomatemática do Assentamento Rural Natur de Assis*. Dissertação de Mestrado. Instituto de Humanidades, Artes e Ciências - Programa Multidisciplinar de Pós-Graduação em Cultura e Sociedade, Universidade Federal da Bahia.

- Silva, L. C. & Souza, P. H. (2012). O Proeja e o perfil de seus alunos no Curso Técnico de Edificações. *Revista Itinerarius Reflectiones*, 8(2), 01-15.
- Silva, M. (2009). *Complexidade da formação de professores: saberes teóricos e saberes práticos*. Editora Cultura Acadêmica.
- Silveira, F. L. D. (1996). A metodologia dos programas de pesquisa: a epistemologia de Imre Lakatos. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, 13(3), 219-230.
- Skinner, B. F. (2003). *Ciência e comportamento humano* (Vol. 10). Editora Martins Fontes.
- Skinner, B. F. (1974). *Sobre o behaviorismo*. Tradução MP Villalobos. Editora Cultrix.
- Skovsmose, O. (2013). *Educação Matemática Crítica – A questão da democracia*. 6ª edição. Editora Papirus.
- Smith, G. A. (2002). A educação baseada-em-lugar. Aprender a estar onde estamos. *Phi Delta Kappan*, 83(8), 584-594.
- Sobel, J. (2005). *A educação baseada-em-Lugar: conectando salas de aula e comunidades*. Great Barrington, MA: Sociedade do Orion.
- Schoenfeld, A. H. (1991). On mathematics as sense-making: An informal attack on the unfortunate divorce of formal and informal mathematics. In J. F. Voss, D. N. Perkins, & J. W. Segal (Eds.), *Informal reasoning and education* (pp. 311–343). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Sosa, E. (2018). *Conocimiento reflexivo Creencia apta y conocimiento reflexivo*. Prensas da Universidad de Zaragoza.
- Sousa, A. C. G. & Barreto, M. C. (2013). Formação de Professores que ensinam Matemática e Registros de Representação Semiótica. In M. C. Barreto et al. (Orgs), *Matemática, aprendizagem e ensino* (pp. 17-32). Editora EdUECE.
- Souza, J. R. (2013). *Novo olhar matemática*. 2 ed. Editora FTD.
- Valadares, J. (2011). A teoria da aprendizagem significativa como teoria construtivista. *Aprendizagem Significativa em Revista*, 1(1), 36-57.
- Viseu, F. A. V. (2008). *A formação do professor de Matemática, apoiada por um dispositivo, de interação virtual no estágio pedagógico*. Tese de doutorado, Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal.
- Viseu, F., & Rocha, H. (2020). Interdisciplinary technological approaches from a mathematics education point of view. In L. Leite, E. Oldham, A. Afonso, F. Viseu, L. Dourado, & H. Martinho (Eds.), *Science and mathematics education for 21st century citizens: challenges and ways forward* (pp. 209-229). New York, USA: Nova Science Publishers. (ISBN: 978-1-53618-334-4)
- Viotto Filho, I. A. T., Ponce, R. D. F., & Almeida, S. H. V. D. (2009). As compreensões do humano para Skinner, Piaget, Vygotski e Wallon: pequena introdução às teorias e suas implicações na escola. *Psicologia da Educação*, 29, 27-55.

- Vygotsky, L. S. (2002). *A formação social da mente. O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores* (J. Cipolla Neto, LSM Barreto, & SC Afeche, Trans.)
- Watson, J. B. (2008). Clássico traduzido: a psicologia como o behaviorista a vê. *Temas em psicologia*, 16(2), 289-301.
- Watson, J. B., Tolman, E. C., Titchener, E. B., Lashley, K. S., & Thorndike, E. L. (2009). *Behaviorism: Classic Studies*. IAP.
- Werquin, P. (2010). *Recognising non-formal and informal learning outcomes, policies and practices: Outcomes, policies and practices* (Vol. 2009, No. 35). OECD publishing.
- Widjaja, W. (2013). The Use of Contextual Problems to Support Mathematical Learning. *Indonesian Mathematical Society Journal on Mathematics Education*, 4(2), 157-168.
- Yin, R. K. (2001). *Estudo de caso: planejamento e método*. Editora Bookman.
- Yin, R. K. (2015). *Estudo de Caso: Planejamento e métodos*. Editora Bookman.
- Zagzebski, L. T. (1996). *The dilemma of freedom and foreknowledge*. University Press on Demand.
- Zilio, D. (2010). *A natureza comportamental da mente: behaviorismo radical e filosofia da mente*. Editora Cultura Acadêmica.

ANEXOS

ANEXO A: DECLARAÇÃO DO REGISTRO DA PESQUISA NO INSTITUTO FEDERAL DE BRASÍLIA (COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA)



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília

DECLARAÇÃO

Declaro, para todos os fins, que a docente Ana Maria Libório de Oliveira, matrícula 2346921 registrou nesta instituição sua pesquisa de doutorado intitulada: "A aprendizagem de Matemática por alunos do PROEJA: um estudo com alunos de dois contextos profissionais". A investigação teve início em 2018 com previsão de término para 2021, e, parte dos estudos de campo foram realizados no Instituto Federal de Brasília. Sendo assim, declaro que esta pesquisa está registrada nos assentos funcionais da docente e que teve a carga horária destinada a ela e que incorpora a carga horária total da docente nesta instituição.

Documento assinado eletronicamente por:

- Antonio Dantas Costa Neto, COORDENADOR DE CURSO - FUC1 - CC, em 04/06/2021 16:19:02.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 04/06/2021. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifb.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 263114

Código de Autenticação: bcae928998



Brasília, 4 de junho de 2021.



Campus Estrutural
Área Especial nº 01, Quadra 16, Cidade do
Automóvel/SCIA, ESTRUTURAL / DF, CEP
71.255-200

ANEXO B: DECLARAÇÃO DO REGISTRO DA PESQUISA NO INSTITUTO FEDERAL DE BRASÍLIA (COORDENAÇÃO DE PESQUISA E INOVAÇÃO)



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília

DECLARAÇÃO

Declaro para os devidos fins que a servidora **Ana Maria Libório de Oliveira**, matrícula SIAPE número 2346921, possuiu registrado na Pró-Reitoria de Pesquisa e Inovação o processo de liberação de horas de pesquisa número 23510.022814.2017-05, que tratava do projeto de doutorado intitulado "**A aprendizagem de Matemática por alunos do PROEJA: um estudo com alunos de dois contextos profissionais**" pelo período de outubro de 2017 a março de 2020. Durante este período a servidora cumpriu com a entrega de toda documentação necessária. O processo foi encerrado após publicação da Resolução 31 de 2019 - RIFB/IFB, que determinou que os processos de pós-graduação deveriam ser encaminhados para à Pró-Reitoria de Gestão de pessoas.

(documento assinado eletronicamente)

Aline Auxiliadora Tireli Miranda

Coordenadora de Pesquisa e Inovação

Portaria n° 544, de 06 de março de 2019

Documento assinado eletronicamente por:

- **Aline Auxiliadora Tireli Miranda, COORDENADOR - FG2 - CDPI**, em 07/06/2021 14:33:14.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 07/06/2021. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifb.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 263596
Código de Autenticação: 84fbf8f00d



Brasília, 7 de junho de 2021.

Campus Estrutural
Área Especial n° 01, Quadra 16, Cidade do

ANEXO C: QUESTIONÁRIO APLICADO NA INVESTIGAÇÃO PARA OS ALUNOS DOS DOIS CURSOS TÉCNICOS

I. Dados Pessoais

1. Quantos anos você tem?
2. Antes de ingressar no curso de PROEJA que frequenta, quanto tempo ficou sem estudar? Quais foram as razões que o levaram a parar de estudar? Quais foram as razões que fizeram você retomar os estudos?
3. O que o levou a escolher o curso que frequenta?
4. Atualmente está a trabalhar? Se sim, qual é a sua profissão? Há quanto tempo você exerce a sua profissão atual?
5. O curso que frequenta tem alguma ligação com sua atual profissão?

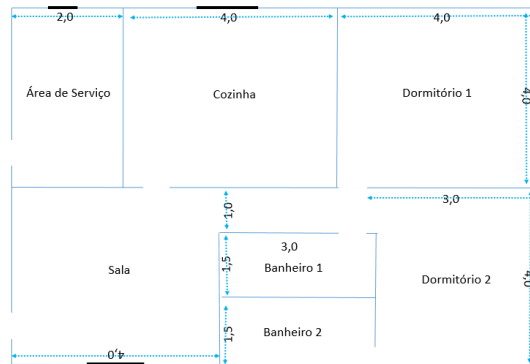
II. Perspetivas sobre a disciplina de matemática

1. Você gosta da disciplina de Matemática? Que razões justificam a sua resposta?
2. Considera-se um bom aluno a matemática? Na sua trajetória escolar já repetiu alguma vez a disciplina de Matemática? Se sim, que razões aponta que causaram essa repetição?
3. Que razões você aponta para que a Matemática seja uma disciplina pouco apreciada por muitos alunos?
4. Na sua perspectiva, quais são as finalidades da aprendizagem de matemática?
5. O que gosta mais de fazer nas aulas de matemática? E o que gosta menos de fazer?
6. Para se sentir motivado em aprender conteúdos matemáticos, como deviam ser as aulas de matemática?
7. Você considera que os conteúdos de Matemática são úteis no seu trabalho? Se sim, dê exemplos de situações em que aplica conhecimentos matemáticos?
8. Você considera que a disciplina de Matemática é útil para outras situações da sua vida além do trabalho? Se sim, dê exemplos de algumas situações.
9. Você acha que a Matemática é útil para auxiliar você nas outras disciplinas que tem no currículo do seu Curso?
10. Você vê alguma associação entre os conteúdos trabalhados em sala de aula e a sua profissão ou outra profissão que você conheça? Justifique a sua resposta.
11. O que pensa da possibilidade de aprender conteúdos matemáticos a partir de situações da sua atividade profissional? Quais as suas vantagens na sua aprendizagem? E desvantagens?

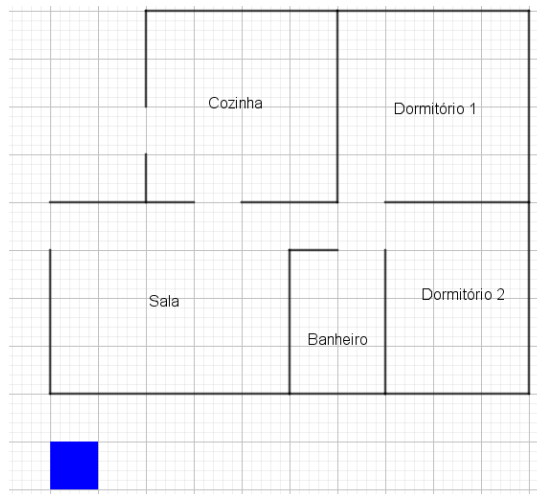
ANEXO D: TAREFAS EXPLORADAS E ELABORADAS DO CONTEXTO PROFISSIONAL DOS ALUNOS DO
CURSO DE EDIFICAÇÕES

Resolução de Problemas

1. Um carpinteiro pretende colocar rodapés nas divisões de uma casa. Tendo em consideração as dimensões (em metros) presentes na planta da casa que foi entregue ao carpinteiro, qual a quantidade necessária de rodapé para o Dormitório 1?



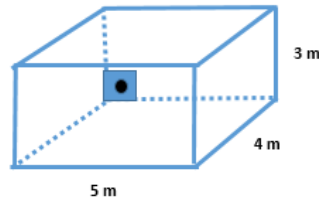
2. Um aluno da turma de Proeja do curso Técnico em Edificações precisa de determinar a área de divisões de uma casa, da qual lhe foi entregue a seguinte planta:



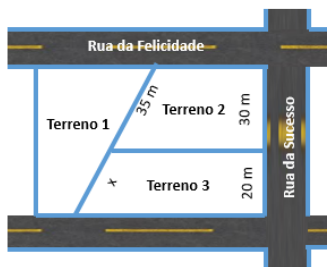
Sabendo que cada quadrado, como o sombreado na figura, corresponde a $1 m^2$, quantos:

- a) m^2 de carpete são necessários para forrar o chão do maior dormitório?
- b) m^2 de cerâmica são necessários para cobrir o chão da cozinha?
3. Numa obra observada por alunos do PROEJA, do curso Técnico em Edificações, foi preciso revestir uma parede de $4m \times 5m$ com quadrados de cortiça de $1m$ de lado. Quantos quadrados de cortiça com $1m$ de lado foram precisos para revestir a parede?
4. Numa construção de uma zona habitacional, um aluno do PROEJA foi confrontado com a seguinte situação: pretende-se construir no terreno da entrada dessa zona um jardim circular inscrito num quadrado com $20 m$ de lado. A parte restante do quadrado foi preenchida com cimento. Que percentagem do terreno não foi jardinado?

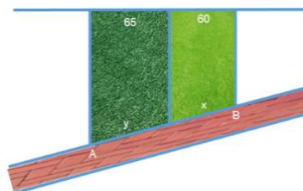
- De modo a rentabilizar o terreno que comprou, o Sr. José pretende construir uma casa no formato de um trapézio, cuja base tem 100 m de base menor, 120 m de base maior e 60 m de altura. Que área desse terreno ocupa a casa?
- Com intuito de finalizar as paredes da cozinha de uma edificação, os profissionais da área da construção civil tiveram que calcular a sua área, sendo que a cozinha possui forma de um paralelepípedo e possui as seguintes dimensões:



- Para colocar azulejos nas paredes da cozinha até ao teto que quantidade (em m^2) de azulejos tem que comprar o Sr. José?
 - Caso os azulejos tenham a forma de um quadrado com 10 cm de lado, quantos azulejos têm que comprar o Sr. José?
- O proprietário da construção de uma residência ganhou de presente de seu familiar uma caixa d'água, no formato de um cubo, porém ele não se informou quantos litros de água a mesma comportaria e quer saber quantos litros de água tem que gastar para a encher. Como a caixa d'água tem 2 m de comprimento e de largura e 1 m de altura, quantos litros de água precisa para a encher?
 - Num condomínio residencial vai-se dar início a várias construções de casas. Em cada quadra há três terrenos (Terreno 1, Terreno 2 e Terreno 3). A figura representa o posicionamento dos mesmos. Que medida (x) deve ter o fundo do Terreno 3 para que se inicie a base do muro?



- O mestre de uma obra desenhou uma representação de dois terrenos, registrando as medidas dos mesmos conforme ilustra a seguinte figura:



Determine as medidas das frentes dos terrenos, sabendo que as suas laterais são paralelas e que a medida de $\overline{AB} = 180\text{ m}$.

- Um Mestre de Obras recebeu uma imagem que identifica a grandeza (proporção) que se pode constituir entre a altura do edifício, a altura da pessoa e suas respectivas sombras.

Qual a relação que o Mestre de Obras pode fazer para que se possa encontrar as dimensões da altura do prédio? Tendo em vista que será necessário saber a relação da altura para se fazer a limpeza externa do prédio. (Efetua um desenho que represente o teu raciocínio)

11. É necessário saber a quantidade do reboco para preencher uma área com 30 metros linear de parede por 2,80 metros de altura, considerando uma margem de 10% na área total para os desperdícios e/ou imprevistos. Determine a quantidade da área a ser rebocada:




12. Para se construir uma parede de um cômodo, com as medidas de 6 metros linear por 3 metros de altura. Quantos tijolos serão necessários para a construção da mesma? Utilize os tijolos de 6 furos com dimensões 9 cm (largura) x 14 cm (altura) x 19 cm (comprimento) – Residencial e considere 10% a mais da área total da parede (margem de erro e/ou margem de quebra).



13. A viga é parte de uma edificação que proporciona sustentação. Para concretar uma viga de um prédio é necessário quanto de volume? Sabendo que as medidas em metros da viga são respectivamente $30 \times 20 \times 3,60$.
14. Um pedreiro estava sem a padiola no canteiro de obras. Sabe-se que a padiola comporta 40 litros. Indique qual técnica apresentada abaixo, ele poderá utilizar como medida sem o recurso da padiola para cobrir uma laje de $10m \times 8m \times 2m$.
- (1) Procedendo com a proporção 1 pá de cimento e 4 pás de areia úmida. (40 litros – contra piso e coluna)
 - (2) Procedendo com a proporção 2 pás de areias e 2 pás de britas. (20 litros – para demais estruturas fortes)

ANEXO E: TAREFAS EXPLORADAS E ELABORADAS DO CONTEXTO PROFISSIONAL DOS ALUNOS DO CURSO DE RECICLAGEM

Tarefas

1. Os catadores necessitam de juntar 19 mil latinhas para ganhar um salário mínimo por mês (considerando o mês de 30 dias). Quanto eles precisam de juntar para ganhar 4 salários mínimos?
2. Considerando os dias trabalhados em 22 dias, para ganhar dois salários mínimos quantos quilos de latinhas de alumínio o catador de materiais recicláveis necessita recolher por dia?
3. O custo de 4 kg de latinhas de alumínio nas Cooperativas é de R\$ 3,00. Quanto o catador ganha ao recolher 10 kg de latinha de alumínio?
4. Um catador de Material Reciclável percorre a pé, em média, 5 km/h. Ele demora 30 minutos para percorrer a distância entre o ponto de coleta de A e B. Em quanto tempo o catador faria o mesmo percurso, caso a velocidade média da sua passada fosse de 6,5 km/h?
5. Estava previsto recolher material reciclável, numa determinada área, por três catadores em 10 dias. Quantos dias economizariam caso fossem contratados, antes do início da recolha, mais 2 catadores?
6. O acúmulo de lixo leva a uma proporção de doenças indesejadas. A doença Dengue é transmitida pelo mosquito *Aedes Aegypti*, hospedeiro, infectando o humano com o vírus da dengue. Alguns materiais recicláveis acumulam águas das chuvas, transformando-se num recipiente de reprodução para os mosquitos.
Considere a seguinte notícia:
“Dengue avança no Centro-Oeste, que registra 40% dos casos do país [...]. No total, o Brasil teve 247 mil casos prováveis de dengue no ano passado [...]” (Revista Saúde, 2019).
Com base nesses dados, qual a quantidade de pessoas que foram contaminadas em relação à porcentagem indicada na população da Região Centro-Oeste?
7. Os lixos gerados em alguns locais possuem um destino adequado por meio de políticas públicas preocupadas com o meio ambiente. Dessa forma, o Distrito Federal possui um Lixo gerado (toneladas/dia): 4.126 Lixo coletado (t/dia): 4.091 Destinação final adequada (t/dia).
Qual a porcentagem em relação ao lixo gerado do Distrito Federal no universo do lixo gerado no Brasil, pois foram geradas 64 milhões de toneladas no ano de 2018?

8. Na análise dos dados em toneladas de lixo plástico, encontre a quantidade em porcentagem de lixo plástico reciclado no Brasil conforme os dados.

País	Total de lixo plástico gerado	Total incinerado	Total reciclado	Relação produção e reciclagem
Estados Unidos	70.782.577	9.060.170	24.490.772	34,60%
China	54.740.659	11.988.226	12.000.331	21,92%
Índia	19.311.663	14.544	1.105.677	5,73%
Brasil	11.355.220	0	145.043	
Indonésia	9.885.081	0	362.070	3,66%
Rússia	8.948.132	0	320.088	3,58%
Alemanha	8.286.827	4.876.027	3.143.700	37,94%
Reino Unido	7.994.284	2.620.394	2.513.856	31,45%
Japão	7.146.514	6.642.428	405.834	5,68%
Canadá	6.696.763	207.354	1.423.139	21,25%

Fonte: WWF / Banco Mundial (*What a Waste 2.0: A Global Snapshot of Solid Waste Management to 2050*)

9. Diante da informação contemplada, como descreve a reciclagem de plásticos no Brasil?
10. O Brasil produz equivalente a 11.355.220 milhões de toneladas de lixo plástico por ano, isto corresponde a quantos quilos?
11. Considere os dados do seguinte quadro:

MATERIAL	TEMPO MÉDIO DE DECOMPOSIÇÃO
Vidro	Indeterminado
Isopor	Indeterminado
Esponjas	Indeterminado
Cerâmicas	Indeterminado
Pneus	Indeterminado
Alumínio	Até 500 anos
Plásticos	Até 450 anos
Metais	450 anos
Sacolas plásticas	Cerca de 100 anos
Aço	Mais de 100 anos
Embalagens PET	Mais de 100 anos
Nylon	30 anos
Gomas de mascar	5 anos
Filtro de cigarro	5 anos
Papel e papelão	6 meses

Em quantos por cento um objeto de plástico perderá parte de seu material na natureza em 200 anos?

12. Durante “o ciclo de produção, transporte e armazenamento de determinado alimento, estima-se que haja entre 40% e 60% de perda. Porém, não acaba por aí. Dentro de nossas casas, desperdiçamos cerca de 20% dos alimentos consumidos. Isso pode acontecer por vários motivos: uma compra mal planejada que faz com que o alimento não seja consumido durante o prazo de validade; falta de cuidados no acondicionamento e manipulação do alimento; consumo não consciente, com desperdício de talos, folhas e cascas que poderiam ser utilizadas já que são grandes fontes de nutrientes” (Dionysio & Dionysio, s/d, p. 20).

Numa produção de 20.000 toneladas de alimentos, quais são os valores que se perdem diante das porcentagens citadas no texto?

13. Uma camisa de manga longa de 130 gramas é produzida com apenas um único rolo de 500 metros de fio, tecida sem costura numa máquina de tricô 3D. A peça leva uma hora para ficar pronta. Depois de um certo tempo de uso, a malha é devolvida na loja pelo consumidor para ser enviada de volta à fábrica para reciclagem. Na fábrica, a malha é cuidadosamente picotada e depois transformada quimicamente num novo rolo de fio, para ser reutilizado na máquina de tricô e tecer uma ‘malha de fio único’ com novo *design*.

Para se produzir 150 camisas de manga longa serão necessários quantos rolos de 500 metros de fio?

14. Com esses números em mente, fica mais fácil entender porque os catadores dão atenção especial às latinhas de alumínio: Enquanto elas chegam a valer 3.700 reais por tonelada (ou R\$3,70 por quilo), a tonelada de garrafa PET, segundo material de maior valor, rende no máximo R\$ 1.780, ou R\$ 1,78 por quilo.

Para que o Coletor de material reciclado tivesse uma renda mensal de R\$ 2.000,00 por mês, quanto quilos de latinha ele deveria coletar para vender?

