ANEXOS

Índice de Anexos

Anexo 1- Plano de estudos aprovado em 1905

	Curso Geral 1ª Secção			Curso Geral 2ª Secção		Curso Complementar Letras /Ciências			
	1ªClasse	2ª Classe	3ªClasse	4ªClasse	5ªClasse	6ªClasse		7ªClasse	
Português	5	4	3	3	3	5	-	5	5
Francês	4	3	3	2	2	-	-	-	-
Inglês ou Alemão	-	4	4	3	3	4	4	4	4
Geografia e História	3	3	2	2	2	-	-	-	-
Ciências Físicas e Naturais	3	2	4	4	4	-	-	-	-
Matemática	5	4	4	3	3	-	5	-	5
Desenho	3	3	3	3	3	-	-	-	-
Educação Física	3	3	3	3	3	2	2	2	2
Latim	-	-	-	3	3	5	-	5	-
História	-	-	-	-	-	3	-	3	-
Filosofia	-	-	-	-	-	1	-	1	-
Geografia	-	-	-	-	-	2	2	2	2
Química	-	-	-	-	-	-	3	-	3
Física	-	-	-	-	-	-	4	-	4
Ciências Naturais	-	-	-	-	-	-	2	-	2

(Decreto de Lei nº 194 de 30 de Agosto de 1905)

Anexo 2- Plano de estudos aprovado em 1918

	Curso Geral 1ª Secção		Curso Geral 2ª Secção			Curso Complementar Letras /Ciências			
	1ªClasse	2ª Classe	3ªClasse	4ªClasse	5ªClasse	6ªClasse		7ªClasse	
Português	5	5	3	3	3	4	3	4	3
Francês	4	3	3	3	3	-	-	-	-
Inglês	-	3	3	3	3	3	3	3	3
Narrativas Históricas	5	5	-	-	-	-	-	-	-
Ciências Físico Químicas	-	-	2	3	3	-	-	-	-
Matemática	5	4	3	3	3	-	4	-	4
Desenho	3	3	3	3	3	-	2	-	2
Ginástica	2	2	2	2	2	1	1	1	1
Latim	-	-	4	3	3	5	-	5	-
História	-	-	2	2	2	3	-	3	-
Propedêutica Filosófica	-	-	-	-	-	2	2	2	2
Geografia	3	2	1	1	1	2	2	2	2
Química	-	-	-	-	-	-	3	-	3
Física	-	-	-	-	-	-	3	-	3
Ciências Naturais	3	3	1	1	1	-	2	-	2
Trabalhos Manuais	3	3	2	2	2	1,5	6	1,5	6
Canto Coral	2	2	1	1	1	-	-	-	-
Alemão	-	-	-	-	-	4	4	4	4
Ciências Físico Naturais	-	-	-	-	-	3	-	3	-
Aulas Práticas de Línguas	-	-	-	-	-	6	-	6	-

(Decreto de Lei nº 4:642, 14 de Julho de 1918)

Anexo 3- Plano de estudos aprovado em 1930

	Curso Geral					Curso Complementar Letras /Ciências			
	1ªClasse	2ª Classe	3ªClasse	4ªClasse	5ªClasse	6ªClasse		7ªClasse	
Português	5	5	3	3	3	4	-	4	-
Francês	4	4	4	1	1	-	-	-	-
Inglês	-	-	-	4	4	2	-	2	-
Geografia e História	-	-	4	3	3	-	-	-	-
Ciências da Natureza	3	3	-	-	-	-	-	-	-
Matemática	4	4	3	3	3	-	5	-	5
Desenho	3	3	2	2	2	-	-	-	-
Ciências Naturais	-	-	-	-	-	-	4,5	-	4,5
Latim	-	-	4	4	4	5	-	5	-
História						3	-	3	-
Filosofia						2	2	2	2
Geografia						2,5	2	2,5	2
Ciências Físico-Químicas						-	6,5	-	6,5
Alemão						4	3	4	3
Ciências Físico Naturais	-		4	4	4	-	-	-	-

(Decreto de Lei nº 18:776, 6 de Agosto de 1930)

Anexo 4- Plano de estudos aprovado em 1936

1º Ciclo

	1º ano	2º ano	3º ano
Aulas:			
Português………………………..	5	5	5
Francês…………………………..	5	5	5
Ciências-geográfico-naturais……	3	3	3
Matemática………………………	3	3	3
Desenho e Trabalhos manuais…..	3	3	3
	19	19	19
Sessões:			
Educação Moral e Cívica………..	1	1	1
Educação Física………………….	2	2	2
Canto Coral……………………..	2	2	2
	5	5	5

2º Ciclo

	4º ano	5º ano	6º ano
Aulas:			
Português-Latim……………....	6	6	6
Alemão ou Inglês……………..	3	3	3
História………………………..	3	3	3
Ciências-fisico –naturais……...	4	4	4
Matemática……………………	3	3	3
	19	19	19
Sessões:			
Educação Moral e Cívica……..	1	1	1
Educação Física………………	2	2	2
Canto Coral…………………...	1	1	1
	4	4	4

3º Ciclo

	7º ano	
	1º Semestre	2º Semestre
Aulas:		
Língua e literatura portuguesa…………………	5	-
Latim…………………………………………..	-	5
Ciências geográficas…………………………..	-	4
Ciências biológicas……………………………	4	-
Ciências físico-químicas………………………	3	5
Matemática…………………………………….	2	2
Organização politica e administrativa da Nação	1	1
Filosofia……………………………………….	4	4
	19	19
Sessões		
Higiene e educação física	2	2
Canto coral	1	1
	3	3

(Decreto de Lei nº27:084 de 14 de Outubro de 1936)

Anexo 5- Plano de estudos aprovado em 1947

1º Ciclo

Língua e História da Pátria ………….. 5
Francês………………………………...5
Ciências Geográfico-Naturais…………4
Matemática……………………………3
Desenho………………………………..3
Total ……….20

2º Ciclo

Português…………………….…3
Francês…………….…………2
Inglês………………………...5
História……………………….3
Geografia…………………….…2
Ciências Naturais…………….2
Ciências Físico-químicas….3
Matemática…………………3
Desenho…………………….1
Total……….24

3º Ciclo

Português ………...4
Latim ………...5
Grego ………...3
Francês ………...3
Inglês ………...3
Alemão ………...5
História ………...4
Filosofia ………...4
Geografia ………...4
Ciências Naturais ………...4
Ciências Físico-químicas …..4
Matemática ………...4
Desenho ………...4
Organização Política e
Administrativa da Nação…..1
Total ……….52

(Decreto de Lei nº 36:507 de 17 de Setembro de 1947)

Anexo 6- Mudanças sucessivas na área da Educação entre 1974 e 1986

22/05/74	O Ministério da Educação e Cultura (MEC)., emite o primeiro despacho onde consta a revisão dos processos de avaliação de conhecimentos dos alunos de diversos graus e ramos de ensino.
23/05/74	Alunos decretam greve em liceus e escolas de Lisboa, até serem atendidas as suas pretensões.
29/05/74	Abolição dos exames para todos os alunos com média de 10 valores nos liceus e colégios.
02/06/74	As Direcções das Associações de Estudantes discutem a sua futura união à escala nacional e a coordenação de acções no terreno do ensino, tendo como perspectiva a sua democratização.
08/07/74	Começam em todo o país os exames dos Ensinos Preparatório e Secundário. Haverá duas chamadas e bastará os alunos terem média de 7,5 valores para serem admitidos a exame; os que obtiverem mais de 9,4 valores serão dispensados. Os alunos que não obtiverem 9,4 no primeiro exame serão chamados para uma segunda chamada, apurando-se, do conjunto das duas chamadas, a melhor classificação. Se esta se situar entre 7,5 e 9,4, terão de ir a exame oral.
17/10/74	É publicado o diploma que torna o Seguro Escolar obrigatório nos ensinos preparatório, secundário e médio.
04/02/75	O MEC confirma que o excesso de faltas aos trabalhos escolares implica a perda de ano.
05/05/75	O MEC muda de nome, passando a chamar-se Ministério da Educação e Investigação Científica (MEIC).
03/06/75	Em risco de desemprego, os professores agregados do Ensino Primário exigem a passagem imediata ao quadro.
03/07/75	Segundo nota informativa do MEIC, são criados 180 postos de Telescola em zonas de difícil acesso a escolas de ensino directo.
09/10/75	Passa a ser obrigatório o ensino de línguas estrangeiras no 7º ano de escolaridade.
26/01/76	O MEIC lança programa de alfabetização de adultos.

08/02/76 O MEIC anuncia novo método de avaliação escolar, a entrar em funcionamento no ano lectivo de 1975/1976.

28/12/76 É criado o sistema público de educação pré-escolar.

22/04/77 É publicado o despacho de regulamentação do novo método de avaliação para o Ensino Preparatório, que se realizará através de provas globais finais, integradas no processo de aprendizagem.

10/08/77 É aprovado em Conselho de Ministros o sistema de transportes escolares.

30/11/77 É extinto, por decisão do Conselho de Ministros, o diploma da 4ª classe, passando a escolaridade obrigatória de seis anos para todos os indivíduos nascidos a partir de 1 de Janeiro de 1967.

30/05/78 É ratificado pela Assembleia da República o diploma sobre a carreira docente.

19/07/78 Por despacho do MEIC, é criada a Comissão Coordenadora para a Formação de Professores.

12/05/80 O ministro da Educação anuncia que, de acordo com a nova Lei de Bases do Ensino, a escolaridade obrigatória passará a nove anos.

06/08/82 O MEIC decide substituir os exames finais por um sistema de avaliação contínua, a ser introduzida no próximo ano lectivo nos ensinos Preparatório e Secundário.

09/02/83 É anunciada um programa de alfabetização para 50 000 adultos durante o ano escolar de 1983.

21/01/85 Por despacho publicado no Diário da República, passa a vigorar no Ensino Preparatório o sistema de avaliação contínua.

08/05/86 Alargamento da escolaridade obrigatória de seis para nove anos.

Matos (1989)

Anexo 7- Grelha de Contabilização de processos criativos

Processos Criativos	**Quantas vezes está presente?**					**Associado a que tipo de problemas?**									**A sua apresentação é feita através de**		**A referência a estes processos é…**	
	Aplicação Prática			Teoria	*Total*	Conteúdo		Dados				Soluções			Texto	Ilustração	Implícita	Explícita
	Exemplos	Problemas Propostos	*Total*			N	NN	SD	DI	DN	DE	SS	SU	MS				
Flexibilidade Perceptiva																		
Imagery																		
Analogias																		
Metáforas																		
Criação de Problemas																		
Descoberta de Problemas																		
Insight																		
Total																		

Anexo 8- Problemas contabilizados no Manual I (1906) segundo o processo criativo estudado

Imagery **-** Nos dois primeiros problemas apresentados está implícita a presença, deste processo criativo porque para a resolução dos mesmos é necessária a elaboração de um esquema. Nos restantes exemplos, é exigida a manipulação mental de figuras, estando por isso sublinhados termos associados à ideia de movimento e manipulação, incluindo a comparação.

1. "Sobre uma recta a partir de um ponto O, um móvel percorre <u>a</u> metros no sentido positivo, depois <u>b</u> metros no sentido negativo, <u>c</u> no sentido também negativo, <u>d</u> ainda no mesmo sentido. A que distância fica o móvel do ponto O no fim do percurso? Aplicar a exemplos numéricos" (p.60).

2. "Dois pontos A e B sobre uma recta estão separados de <u>a</u> metros: dois móveis partem um de A e outro de B, percorrendo, o primeiro, x metros e o segundo y metros, no mesmo tempo, ao longo da recta. O movimento pode dar-se em dois sentidos, tanto para um como para outro móvel, ao que correspondem diversos casos: achar para cada caso a expressão que dá a distância mútua dos móveis num dado momento, e mostrar que, pela consideração de *quantidade algébrica*, as várias expressões reduzem-se a uma única que as compreende a todas, Isto é, pode tratar-se a questão em geral sem distinção de casos" (p.60).

3. "A intuição sensível, tanto da recta como do plano, permite concebe-los <u>prolongados tanto quanto quisermos, indefinidamente</u>" (p.177).

4. "A <u>sobreposição</u> das figuras, por meio de <u>movimento</u> é o processo directo, intuitivo, para reconhecer a sua igualdade" (p.177, 178).

5. "Considere-se agora que a figura foi traçada a tinta, e que enquanto fresca, se aplicou sobre ella papel mataborrão bastante expesso: obtém-se neste papel uma figura também igual à figura primitiva pois ambas coincidem perfeitamente; mas agora não estão situadas na mesma face dos seus planos- a 1ª está no rosto do seus plano e a 2ª no verso do seu. Para vermos a figura no papel mataborrão, é necessário inverte-lo: a figura não apresenta o mesmo aspecto e não pode agora em geral, por simples resvalamento, ser levada à coincidência com a primitiva" (p.178).

6. "Num plano que contem uma recta BB´ pode-se tirar uma perpendicular CC´ por um ponto A d´essa recta, mas não se pode tirar mais do que uma; porque deslocando em torno do ponto A a recta CC´da sua posição, os ângulos adjacentes deixavam de ser iguais e assim a recta não pode ter outra posição de perpendicularidade" (p.179, 180).

7. "Quando dois planos estão sobrepostos pode-se facilmente resvalar um sobre o outro que se deixou fixo no espaço. Separando um dos planos, pode-se mudar a face que estava sobreposta ao outro; como se vê concretamente na folha de papel que estava assente pelo seu verso na taboa de desenho, e que depois se assenta n´elle pelo rosto. Este acto diz-se inversão do plano" (p.176).

8. "Num triângulo, se dois ângulos são iguaes a lados opostos serão também iguaes, e o triângulo será isósceles. Suponhamos que os dois ângulos iguaes são B e C: a demonstração faz-se do seguinte modo, reproduzindo o triângulo por meio de inversão e vendo que os dois triângulos considerados como distintos, teem um lado BC igual a CB e

os dois ângulos adjacentes B e C respectivamente igues aos ângulos C e B, poisque segmento e ângulo são invertíveis, pelo segundo caso da igualdade se conclue que AB igual a AC" (p.186).

9. "Considere-se sobreposto o triângulo B'A'C' sobre outro…" (p.184).

10. "Imagine-se que se inverteu o triângulo, isto é que o verso da porção do plano que elle limita… (p.185).

11. "Num triângulo ABC prolongue-se um lado BC…" (p.186).

12. "Prolongue-se um dos lados, por exemplo BA para D…" (p.188).

13. "Seja a linha quebrada convexa ACDB, envolvida pela linha quebrada qualquer AFGHKB que tem as mesmas extremidades A e B…" (p.189).

14. "Prolongue-se um lado qualquer de uma linha quebrada envolvida…" (p.190).

15. "Tire-se a recta AH que faça com AB um ângulo .." (p.19 1).

16. "Invertendo o plano por uma rotação em volta da recta AB…" (p.193).

17. "Prolongue-se a perpendicular até O'…" (p.194).

18. "Levando os ângulos rectos a coincidirem, os lados BA e B'A' coincidem também isto é os pontos B e B' confundem-se e os lados AC e A' C' ficam sobre a mesma recta…" (p.198).

19. "Seja BAC o ângulo e AD a sua bissectriz, tirem-se as perpendiculares DB, DC de um ponto qualquer D d'ella…" (p.199).

20. "Consideremos agora um ponto E fora da bissectriz: tirem-se as perpendiculares EF, EG aos lados do ângulo; uma delas EG corta necessariamente a bissectriz em um ponto H; baixe-se de H a perpendicular de HI e tire-se o segmento IE" (p.199).

21. "O resvalamento do esquadro ao longo da régua (…). dá-se-lhe o nome de movimento de translação, que vamos definir de um modo geral restricto, todavia, ao movimento das figuras num plano" (p.202).

22. "Duas rectas traçadas num mesmo plano dizem-se paralelas, quando não podem encontrar-se por mais que sejam produzidas em ambos os sentidos. Se duas rectas estiverem neste caso, tire-se uma recta de um ponto O de uma d'ellas para um ponto O' da outra e imprima-se à primeira uma translação segundo a recta OO' de resvalamento: ela virá tomar, pela primeira definição uma posição passante por O' que não encontra a recta na sua posição primitiva" (p.203).

23. "Prolongue-se um dos lados, AB por exemplo, para E…" (p.208).

24. "Dois círculos que têm raios iguaes, são iguaes; e reciprocamente, dois círculos iguaes têm raios iguais. Porque transportando um dos círculos sobre o outro de modo que os centros coincidam, também coincidirão as circunferências sobre os círculos, por terem raios iguais e os círculos confundem-se" (p.210, 21 1).

25. "O diâmetro divide a circunferência e o círculo em duas partes iguaes. Seja o diâmetro AB: imagine-se que se inverteu o plano do círculo, dando-lhe meio giro ao redor de AB…" (p.21 1).

26. "Sejam AEB e A'E'B' os dois arcos iguaes podemos levar o arco AEB para o lugar onde se acha o arco AEB…" (p.212).

27. "Fazendo girar a secante SS' em torno d'um dos seus pontos A de corte" (p.218).

28. "Dividir um segmento de recta dado em duas partes iguaes…" (p.222).

29. "Dividir um arco de círculo em duas partes iguaes…" (p.222).

30. "Tire-se a corda AB e divida-se ao meio pela perpendicular CD, que irá cortar o arco no seu meio" (p.222).

31. "Dividir ao meio um ângulo dado ou construir a sua bissectriz…" (p.223).

32. "Tirar a perpendicular a uma recta por um ponto dado" (p.223).

33. "Num ponto de uma recta construir um ângulo igual a um ângulo dado…" (p.225).

34. "Por um ponto traçar uma parallela a uma recta dada…" (p.225).

35. "Construir um triângulo sendo dados dois pontos, dois lados e um ângulo comprehendido; um lado e dois ângulos; ou três lado" (p.226, 227).

36. "Construir um triângulo rectângulo dados a hypotenusa e um catheto" (p.228).

37. "Fazer passar uma circunferência por 3 pontos dados" (p.228, 229).

38. "Conduzir uma tangente por um ponto dado da circunferência" (p.229, 230).

39. "Tirar a uma circunferência uma tangente paralela a uma recta dada" (p.230).

40. "Por um ponto fora de um círculo, conduzir uma tangente ao círculo" (p.230).

41. "Dividir um segmento em partes proporcionaes a outros segmentos" (p.240).

42. "Construir o quarto segmento proporcional (o quarto proporcional). a três segmentos dados" (p.24 1).

43. "Se dividirmos uma circunferência qualquer em arcos iguaes e unirmos um a um os pontos da divisão por meio de segmentos, ou se por esses pontos tirarmos tangentes à circunferência obteremos de cada um d'estes dois processos, um polygono regular" (p.244).

44. "Com effeito: fazendo girar a circunferência ao redor do seu centro O ela não sai de si mesma…" (p.244).

Analogias

45. e 46. "As 2 formas mais simples e fundamentaes de toda a Geometria, são a linha recta e o plano. Estas formas apresentam-se constantemente à nossa observação. O traço de um raio de sol n´uma atmosphera empoeirada de um recinto às escuras, uma aresta de um bello de crystal, um fio muito fino bem esticado, a aresta de uma boa régua, a superfície de águas tranquillas, as faces dos cristaes, um espelho bem polido, um muro bem aprumado etc, são visões materiaes da ideia abstracta de recta e plano" (p.175, 176).

Explicação: Nesta citação estão implícitas 2 analogias distintas:

- A aresta de um cristal está para a face de um cristal assim como uma recta está para um plano.
- Um raio de sol está para a superfície de águas assim como uma recta está para um plano.

47. e 48. "No movimento do esquadro ao longo da recta, a folha de papel representa um plano fixo P, a régua uma recta deste plano e o esquadro um plano móvel Q, cuja face inferior está sempre aplicada sobre o papel" (p. 202).

Explicação: Estão aqui implícitas as seguintes analogias:

- A folha de papel está para a régua assim como o plano está para a recta
- A folha de papel está para o esquadro assim como o plano fixo está para o plano móvel.

Metáforas

49. "Espaço é o que idearemos no animo quando pensarmos em o nada" (p.175)

Explicação: Está aqui explícita a metáfora: O Espaço é o pensar o nada".

50., 51., 52., 53., 54., 55., 56. e 57. "As 2 formas mais simples e fundamentais de toda a Geometria, são a linha recta e o plano. Estas formas apresentam-se constantemente à nossa observação. O traço de um raio de sol n´uma atmosfera empoeirada de um recinto às escuras, uma aresta de um bello de crystal, um fio muito fino bem esticado, a aresta de uma boa régua, a superfície de águas tranquillas, as faces dos cristaes, um espelho bem polido, um muro bem aprumado etc são visões materiaes da ideia abstracta de recta e plano (p.175, 176).

Explicação: Estão aqui implícitas oito metáforas:

- Uma recta é um traço de um raio de sol.
- Uma recta é um fio muito fino bem esticado.
- Uma recta é a aresta de um cristal.
- Uma recta é uma aresta de uma régua.
- Um plano é um espelho bem polido.
- Um plano é uma superfície de água.
- Um plano é uma face de um cristal.
- Um plano é um muro aprumado.

Criação de Problemas

58. "Sobre uma recta a partir de um ponto O, um móvel percorre a metros no sentido positivo, depois b metros no sentido negativo, c no sentido também negativo, d ainda no mesmo sentido. A que distancia fica o móvel do ponto O no fim do percurso? Aplicar a exemplos numéricos" (p.60).

Explicação: Neste problema o aluno teria de criar exemplos que verificassem a conclusão retirada a partir da resolução do problema.

59. "A adição ordenada de duas desigualdades do mesmo sentido dá uma desigualdade do mesmo sentido das propostas (..). Escreva cada uma das desigualdades na forma de exprimir um número positivo, ou de cada uma exprimir um número negativo e observe que a somma de números positivos é positiva, de negativos é negativa" (p.127).

Explicação: Neste problema o aluno teria de criar exemplos de desigualdades que verificassem cada uma das condições requeridas.

60. "As idades de 2 indivíduos são a e b. Que tempo deve decorrer para que a idade do primeiro seja dupla da do segundo?" (p.134).

Explicação: Este problema considera e explica depois como se pode criar um novo enunciado, um novo problema, cuja resolução seja possível, ao contrário do enunciado inicial.

Descoberta de Problemas

61. "Sobre uma recta a partir de um ponto O, um móvel percorre <u>a</u> metros no sentido positivo, depois <u>b</u> metros no sentido negativo, <u>c</u> no sentido também negativo, <u>d</u> ainda no mesmo sentido. A que distancia fica o móvel do ponto O no fim do percurso? Aplicar a exemplos numéricos" (p.60).

Explicação: Neste problema o aluno descobre que não tem dados suficientes para chegar a uma conclusão única, tem que ponderar algumas hipóteses.

62. "Dois pontos A e B sobre uma recta estão separados de <u>a</u> metros: dois móveis partem um de A e outro de B, percorrendo, o primeiro, x metros e o segundo y metros, no mesmo tempo, ao longo da recta. O movimento pode dar-se em dois sentidos, tanto para um como para

outro móvel, ao que correspondem diversos casos: achar para cada caso a expressão que dá a distância mútua dos móveis num dado momento, e mostrar que, pela consideração de quantidade algébrica, as várias expressões reduzem-se a uma única que as compreende a todas, isto é, pode tratar-se a questão em geral sem distinção de casos" (p.60).

Explicação: Este problema contém na sua estrutura uma referência ao facto de, se não estivesse explicito no seu enunciado, se verificar a descoberta de que a resolução poderia ser feita por outro processo distinto.

63. "Uma sociedade obteve um certo ganho numa especulação comercial. Esse ganho repartiu-se pelos sócios do seguinte modo: o primeiro sócio teve 10 libras e o sexto do resto; o segundo teve 20 libras e o sexto do resto: o terceiro 30 libras e o sexto do resto e assim para os restantes sócios. O ganho ficou desta forma dividido tocando a mesma quantia a cada sócio. Quantos são os sócios, e qual a parte de cada um?" (p.115).

Explicação: Este problema considera e explica depois a descoberta de que o enunciado tinha dados em excesso, que não foram sequer utilizados para a resolução do problema.

64. "Num baile, o nº de homens era o triplo do das senhoras, retiraram-se 5 homens com as suas senhoras, e o nº de homens que ficaram tornou-se o sêxtuplo do das senhoras. Quantas eram as senhoras, e os homens que estavam no início do baile?" (p.117).

Explicação: Neste problema está presente a descoberta de que o problema não tem solução.

65. "Interrogando um par sobre o nº de filhos que tem disse: tenho ao todo 9, excedendo os masculinos em 4 os femininos. Quantos têm de cada sexo?" (p.130).

Explicação: Este problema apresenta na sua estrutura e resolução proposta a descoberta de que o problema não tem solução.

66. "Achar o número de 2 algarismos tal que o quadrado do algarismo das unidades exceda em 1 o triplo do algarismo das dezenas, e que subtraindo-lhe o número formado pelos mesmos algarismos escritos em ordem inversa dê 36 de resto" (p.130).

Explicação: Este problema apresenta na sua estrutura e resolução proposta a descoberta de que o problema não tem solução.

67. "O custo de 7 metros de panno mais 9 mil reis é igual ao custo de 11 metros do mesmo panno mais 17 mil reis: qual é o custo do metro?" (p.13 1).

Explicação: Este problema apresenta na sua estrutura e resolução proposta a descoberta de que o problema não tem solução.

68. "As idades de dois indivíduos são a e b. Que tempo deve decorrer para que a idade do primeiro seja dupla da do segundo?" (p.134).

Explicação: Este problema apresenta na sua estrutura e resolução proposta a descoberta de que o problema não tem solução.

69. "De uma peça de panno de a metros de comprimento, cortam-se três partes, uma de b metros, e duas de a metros cada uma. Que comprimento tem o retalho que ficou na peça e a que condição devem satisfazer os números a, b, c para que a questão seja possível?" (p.60).

Explicação: Neste problema o aluno descobre que este problema admite múltiplas soluções.

Insight

70. "Num baile, o nº de homens era o triplo do das senhoras, retiraram-se 5 homens com as suas senhoras, e o nº de homens que ficaram tornou-se o sêxtuplo do das senhoras. Quantas eram as senhoras, e os homens que estavam no início do baile?" (p.117).

Explicação: Este problema considera e explica depois o facto de induzir um engano, uma vez que a sua solução é impossível no contexto do problema.

71. "Interrogando um par sobre o nº de filhos que tem disse: tenho ao todo 9, excedendo os masculinos em 4 os femininos. Quantos têm de cada sexo?" (p.130).

Explicação: Este problema considera e explica depois o facto de induzir um engano, uma vez que a sua solução é impossível no contexto do problema.

72. "Achar o número de 2 algarismos tal que o quadrado do algarismo das unidades exceda em 1 o triplo do algarismo das dezenas, e que subtraindo-lhe o número formado pelos mesmos algarismos escritos em ordem inversa dê 36 de resto" (p.130).

Explicação: Este problema considera e explica depois o facto de induzir um engano, uma vez que a sua solução é impossível no contexto do problema.

73. "O custo de 7 metros de panno mais 9 mil reis é igual ao custo de 11 metros do mesmo panno mais 17 mil reis: qual é o custo do metro?" (p.13 1).

Explicação: Este problema considera e explica depois o facto de induzir um engano, uma vez que a sua solução é impossível no contexto do problema.

74. "As idades de 2 indivíduos são a e b. Que tempo deve decorrer para que a idade do primeiro seja dupla da do segundo?" (p.134).

Explicação: Este problema considera e explica depois o facto de induzir um engano, uma vez que a sua solução é impossível no contexto do problema.

75. "De uma peça de panno de a metros de comprimento, cortam-se três partes, uma de b metros, e duas de a metros cada uma. Que

comprimento tem o retalho que ficou na peça e a que condição devem satisfazer os números a, b, c para que a questão seja possível?" (p.60).

Explicação: Neste problema o aluno apelaria ao insight, uma vez que apesar de no enunciado se questionar "que comprimento tem", o aluno descobriria que pode ter vários comprimentos, ou seja, múltiplas soluções.

76. "Dois copos de igual capacidade estão, um meio de vinho e o outro meio de água: toma-se do primeiro uma certa quantidade qualquer (por exemplo: uma pequena colher)., e deita-se no segundo, depois toma-se d´este a mesma quantidade da mistura obtida, a qual se vai deitar no copo que tem o vinho. Pergunta-se: a quantidade de vinho que saiu do primeiro copo é maior ou menor que a de água que saiu do segundo?" (p.7 1).

Explicação: Este é um problema enganoso uma vez que pergunta se a quantidade é maior ou menor, quando na realidade é igual. Esta será uma resposta que o aluno obterá certamente de uma forma súbita e inesperada.

Anexo 9- Problemas contabilizados no Manual II (1922) segundo o processo criativo usado

Imagery- Nos três primeiros exemplos apresentados, está presente uma referência à representação mental, à construção de gráficos, portanto à presença deste processo criativo. No quarto problema, para que seja facilitada a resolução do mesmo será útil que o aluno elabore um desenho ou esquema mental, ou seja, use a *Imagery.*

1. "Segundo a última estatística comercial publicada, o movimento comercial da exportação portuguesa de 1910 a 1917 foi o consoante da tabela abaixo. Construir o respectivo diagrama" (p.19).

Anos	1910	1911	1912	1913	1914	1915	1916	1917
Milhares	61	57	61	57	49	59	85	86

2. "Segundo a última estatística demográfica publicada relativamente ao movimento da população, o nº de óbitos na Metrópole no ano de 1907 a 1917 foram os constantes na tabela seguinte. Construir o respectivo diagrama" (p.19, 20).

Anos	1907	1908	1909	1910	1911	1912	1913	1914	1915	1916	1917
Nº de óbitos (milhares).	113.3	115.9	112.4	113.2	130.9	119.6	124.7	118	122.4	129.2	134.7

3. "As temperaturas mínimas em graus centígrados, observadas na 1ª década de Janeiro de 1920 foram, em Lisboa, na Serra da Estrela e em Campo Maior as constantes da tabela junta. Construir o respectivo diagrama" (p.20).

Dias	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lisboa	11.5	10.1	11.6	8.3	6.6	4.4	6.1	6.2	10.5	10.1
Serra da Estrela	2.3	2.3	2.3	2.6	5.5	4.2	1.2	2.5	2	1.6
Campo Maior	9.9	4.9	6.2	5.3	4.2	2.8	2	2.4	4.2	7.9

4. "Dois viajantes passam simultaneamente um na aldeia A, outro na aldeia B, que distam 12 Km uma da outra. O primeiro caminha com a velocidade de 5 Km /h e o segundo com a velocidade de 8Km/h. A que distância se encontrarão?" (p.104).

Analogias

5. e 6. "Conhecendo já também o que é um ângulo diedro orientado, as considerações anteriores são-lhe aplicáveis, substituindo as palavras ângulo plano por ângulo diedro e a palavra lado pela palavra face e a palavra semi-recta por semi-plano" (p.8).

Explicação: Estão aqui presentes as seguintes analogias:

- O ângulo plano está para o lado assim como o ângulo diedro está para a face.
- O lado está para a semi-recta assim como a face está para o semi-plano.

7. "Bastando substituir a palavra segmento pela expressão arco de circulo e a expressão recta de suporte por circunferência de suporte" (p.9).

Explicação: Nesta citação estabelece-se a seguinte analogia: O segmento está para a recta suporte assim como o arco de círculo está para a circunferência suporte

8. "A adição de ângulos diedros orientados fez-se <u>analogamente</u> à dos ângulos planos e todas as considerações feitas anteriormente são-lhe aplicadas" (p.10).

Explicação: Está aqui explícita a analogia entre a adição de ângulos diedros e a adição de ângulos planos, embora as propriedades transferidas analogamente não sejam referidas explicitamente.

9. "A simplificação e cálculo de fracções algébricas fundamenta-se nos seguintes teoremas perfeitamente análogos aos já conhecidos da aritmética" (p.56).

Explicação: Nesta citação está implícita a analogia entre os teoremas aplicados na aritmética e os aplicados na simplificação de fracções algébricas, apesar de não explicitar quais as propriedades transferidas analogamente.

10. e 11. "Tais como ganhos ou perdas de dinheiro, distâncias para a esquerda ou direita de um ponto, temperaturas acima e abaixo de zero etc." (p.105).

Explicação: Estão implícitas neste pequeno excerto as analogias:

- A distância à esquerda (número negativo) está para a distância à direita (número positivo) assim como a perda de dinheiro está para o ganho de dinheiro.
- A distância à esquerda (número negativo) está para a distância à esquerda (número positivo) assim como a temperatura negativa está para a temperatura positiva.

Metáforas

12. " Recordando agora o já estudado na geometria da 2ª classe, facilmente se compreende que um ponto de uma esfera ficará perfeitamente determinado, considerando 2 círculos máximos situados em 2 planos perpendiculares (…). Na esfera terrestre esses círculos são o equador e o meridiano principal" (p.24).

Explicação: Nesta citação está explícita a metáfora: O equador e o meridiano são os círculos máximos da esfera terrestre.

13. e 14. "Tais como ganhos ou perdas de dinheiro, distâncias para a esquerda ou direita de um ponto, temperaturas acima e abaixo de zero etc." (p.105).

Explicação: Estão aqui implícitas duas metáforas distintas:

- A distância à direita e à esquerda de um ponto é uma temperatura positiva ou negativa;
- A distância à direita e à esquerda de um ponto é uma perda ou ganho de dinheiro.

Criação de Problemas - Estes problemas consideram e explicam a necessidade de se *reescrever* o problema inicial, tendo-se verificado uma solução impossível, de modo a que a solução se adeqúe ao contexto do problema.

15. "Um pai tem 29 anos e o filho 9. Há quantos anos é que a idade do pai era quíntupla da do filho?" (p.103).

16. "Qual é a temperatura a que os termómetros centigrado e Fahrenheit marcam o mesmo nº de graus" (p.103).

17. "Dois viajantes passam simultaneamente um na aldeia A, outro na aldeia B, que distam 12 Km uma da outra. O primeiro caminha com a velocidade de 5 Km /h, o segundo com a velocidade de 8Km/h. A que distancia se encontrarão?" (p.104).

Descoberta de Problemas

18. "Um negociante recebeu vários pagamentos e fez outros, sabendo-se que foi de 4 escudos a diferença entre as receitas e despesas desse dia, pode dizer-se se o seu dinheiro aumentou ou diminuiu?" (p.6).

Explicação: Este problema tem presente na sua estrutura a insuficiência de dados para resolver o problema, sendo por isso ponderadas duas hipóteses de resolução.

19. "Resolver a equação $\frac{3}{4}x + 7 = \frac{x-1}{2} + \frac{x-10}{4}$" (p.73).

Explicação: Este é um problema no qual está presente na sua resolução proposta, a descoberta de que a equação não tem solução.

20. "Resolver o sistema $\begin{cases} 3x - 2y + z = 2 \\ x + y + 2z = 9 \\ 2x - 3y - z = -7 \end{cases}$" (p.92).

Explicação: Este é um problema no qual está presente na sua resolução proposta, a descoberta que o sistema admite um número indeterminado de soluções.

21. "Resolver o sistema $\begin{cases} 3x-6y=7 \\ x-2y=5 \\ 14x-8y+6z=70 \end{cases}$ " (p.92).

Explicação: Este é um problema no qual está presente na sua resolução proposta a descoberta de o sistema não tem solução.

22. "A soma das idades de 3 pessoas é 100 anos, a idade da mais velha é igual à soma das idades das outras duas e a mais nova tem menos dois anos que a segunda. Quais são as idades dessas pessoas?" (p.100).

Explicação: Neste problema está presente a descoberta de que a escolha para incógnita a idade da pessoa mais velha ou da pessoa mais nova, influencia no grau de dificuldade de resolução do problema.

23. "Achar um número tal que aumentado de 4 os $\frac{2}{3}$ desse número se obtêm 7 vezes os seus $\frac{2}{21}$, aumentados de 1" (p.100).

Explicação: Este é um problema no qual está presente, na sua resolução proposta, a descoberta de que o problema não tem solução.

24. "Quantos litros de vinho de $80 o litro se devem juntar a 100 litros de $50 o litro para que o preço da mistura seja 95$00 o hectolitro?" (p.101).

Explicação: Este é um problema no qual está presente, na sua resolução proposta, a descoberta de que o problema não tem solução.

25. "Um número é formado de dois algarismos, a soma do triplo do primeiro com o segundo é 13, e a diferença deles é 2. Quais são os números?" (p.101, 102).

Explicação: Este é um problema no qual está presente, na sua resolução proposta, a descoberta de que o problema não tem solução.

26. "Um pai tem 29 anos e o filho 9. Daqui a quantos anos é que a idade do pai será quíntupla da idade do filho?" (p.103).

Explicação: Na estrutura e resolução proposta do problema está presente a descoberta de que o problema não tem solução, mas que se pode reformular de forma a ser possível resolvê-lo.

27. "Qual é a temperatura a que os termómetros centigrado e o Fahrenheit marcam o mesmo número de graus?" (p.103, 104).

Explicação: Na estrutura e resolução proposta do problema está presente a descoberta de que o problema não tem solução, mas que se pode reformular de forma a ser possível resolvê-lo.

28. "Dois viajantes passam simultaneamente um na aldeia A, outro na aldeia B, que distam 12 Km uma da outra. O primeiro caminha com a velocidade de 5 km/h, o segundo com a velocidade de 8Km/h. A que distancia se encontrarão?" (p.104).

Explicação: Na estrutura e resolução proposta do problema está presente a descoberta de que o problema não tem solução, mas que se pode reformular de forma a ser possível resolvê-lo.

29. "Dois móveis que percorrem uma recta indefinida com movimento uniforme estão simultaneamente em A e A', pontos situados de um lado e de outro de O e cujas distâncias a ele são: OA=20Km, OA'=35Km. Os móveis dirigem-se ambos de A e A' para O, o 1º com velocidade de 4Km/h, o 2º com uma velocidade de 6Km/h pergunta-se qual é a distância de O ao ponto de encontro e qual é o ponto de encontro?" (p.105, 106).

Explicação: Na estrutura e resolução proposta, do problema está presente a descoberta de que o problema não tem solução

30. "Um pai tem 30 anos e o filho 10. Quando é que a idade do 1º é o quíntuplo da do outro?" (p.107).

Explicação: Perante este problema o aluno descobre que a solução obtida é impossível no contexto do problema.

31. "Quanto se deve aumentar aos termos da fracção $\frac{12}{17}$ para que seja igual a $\frac{7}{12}$?" (p.107).

Explicação: Neste problema o aluno descobre que em vez de aumentar se devem diminuir os termos da fracção.

Insight

32. "Um número é formado de dois algarismos, a soma do triplo do primeiro com o segundo é 13, e a diferença deles é 2. Quais são os números?" (p.101, 102).

Explicação: Este é um problema que induz o facto de existirem vários números que verificam essa condição, quando na realidade isso não acontece, porque este é um problema sem solução.

33. "Quantos litros de vinho de $80 o litro se devem juntar a 100 litros de $50 o litro para que o preço da mistura seja 95$00 o hectolitro?" (p.101).

Explicação: Também este é um problema sem solução mas cujo enunciado indicia o contrário, implicando assim um *Insight*.

34. "Quanto se deve aumentar aos termos da fracção $\frac{12}{17}$ para que seja igual a $\frac{7}{12}$? " (p.107).

Explicação: Este é um problema enganoso no qual o aluno se aperceberá subitamente que apesar do enunciado perguntar quanto deve aumentar, na realidade deve-se diminuir.

35. “Resolver a equação $\frac{3}{4}x+7=\frac{x-1}{2}+\frac{x-10}{4}$” (p.73).

Explicação: Este problema considera e explica depois que apesar de no enunciado ser requerida a resolução da equação, esta é uma equação impossível.

36. “Resolver o sistema $\begin{cases} 3x-6y=7 \\ x-2y=5 \\ 14x-8y+6z=70 \end{cases}$” (p.92).

Explicação: Este problema considera e explica depois que apesar de no enunciado ser requerida a resolução do sistema sendo desta forma indiciada a existência de solução, este é um sistema impossível.

37. “Dividir 627 em duas partes cuja diferença seja igual a 15” (p.99).

Explicação: Este é um problema que explica depois como o seu enunciado é enganoso porque induz a um tipo de resolução considerando duas incógnitas, quando pode ser resolvido com apenas uma incógnita.

38. “Achar um número tal que aumentado de 4 os $\frac{2}{3}$ desse número se obtêm 7 vezes os seus $\frac{2}{21}$, aumentados de 1” (p.100).

Explicação: Este problema induz pela sua estrutura a existência de um número e depois explica que tal não acontece, ou seja, que é um problema sem solução.

39. “Um pai tem 29 anos e o filho 9. Daqui a quantos anos é que a idade do pai será quíntupla da idade do filho?” (p.103).

Explicação: Este problema considera pela sua estrutura a existência de certo número de anos e depois explica que tal não acontece, ou seja, este é um problema sem solução.

40. “Qual é a temperatura a que o termómetro centigrado Fahrenheit marcam o mesmo nº de graus?” (p.103, 104).

Explicação: Este problema considera pela sua estrutura a existência de uma temperatura e depois explica que tal não acontece, ou seja, este é um problema sem solução.

41. "Dois viajantes passam simultaneamente um na aldeia A, outro na aldeia B, que distam 12 Km uma da outra. O primeiro caminha com a velocidade de 5 km/h, o segundo com a velocidade de 8Km/h. A que distancia se encontrarão?" (p.104).

Explicação: Este problema considera pela sua estrutura a existência de uma certa distância e depois explica que tal não acontece, ou seja, este é um problema sem solução.

42. "Dois móveis que percorrem uma recta indefinida com movimento uniforme estão simultaneamente em A e A', pontos situados de um lado e de outro de O e cujas distâncias a ele são: OA=20Km, OA'=35Km. Os móveis dirigem-se ambos de A e A' para O, o 1º com velocidade de 4Km/h, o 2º com uma velocidade de 6Km/h pergunta-se qual é a distância de O ao ponto de encontro e qual é o ponto de encontro?" (p.105).

Explicação: Este problema considera pela sua estrutura a existência de uma distância e depois explica que tal não acontece, ou seja, este é um problema sem solução.

43. "Um pai tem 30 anos e o filho 10. Quando é que a idade do 1º é o quíntuplo da do outro?" (p.107).

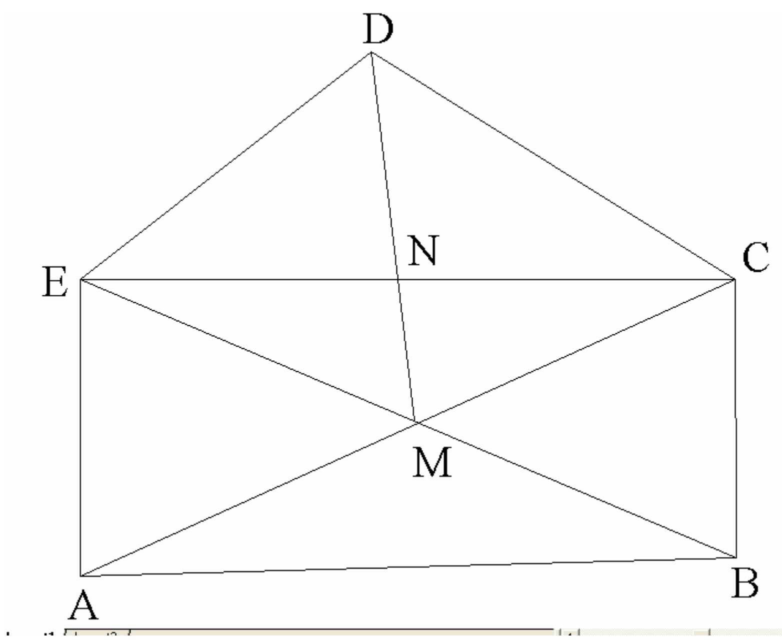
Explicação: Neste problema o aluno descobre que foi enganado pelo enunciado porque obtém como resultado um valor negativo, logo impossível no contexto do problema.

Anexo 10- Problemas contabilizados no Manual III (1923) segundo o processo criativo usado

Flexibilidade Perceptiva - Nos exemplos apresentados, verifica-se uma referência à importância de analisar uma figura no seu todo e nas suas partes, só possível através da utilização deste processo criativo.

1. "Conhecer a forma de uma figura, não é mais do que conhecer a distribuição das suas partes, ou seja, as posições relativas e grandezas dessas partes. Donde se conclui que o que para as figuras parciais é situação, para a figura total é forma e extensão" (p.3).

2. "Dividindo um polígono em triângulos de qualquer maneira que seja…" (p.163).



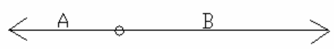
Imagery- Em praticamente todas as citações que serão apresentadas existe uma referência explícita à utilização deste processo criativo, a qual será realçada pelo sublinhado de termos e expressões associadas à manipulação de imagens mentais e construção de esquemas e figuras que auxiliam a compreensão dos conteúdos em questão. Também naqueles em que essa referência não é explícita, é necessário elaborar desenhos e esquemas auxiliares sendo por isso, e também, situações que requerem a utilização da *Imagery.*

3. "Levar uma recta a assentar sobre um plano dado, basta assentar sobre o dito plano dois pontos quaisquer da recta" (p.12).

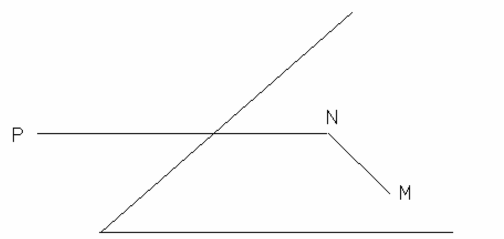
4. "Supondo o segmento AB descrito ou percorrido por um ponto que se move de A para B, ao ponto de partida chama-se origem" (p.17).

5. "Se 2 segmentos não podem coincidir ponto por ponto um deles não cabe dentro do outro" (p.17).

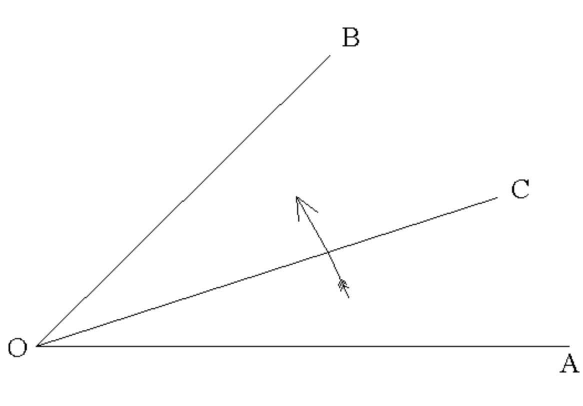
6. "Dados dois segmentos A e B e coloquemo-los topo a topo e no prolongamento um do outro como se representa um no outro" (p.2 1).



7. "Dois pontos do plano pertencem a uma mesma parte quando se pode ir de um para o outro sem encontrar nenhuma das semi-rectas dadas (…)." (p.36).

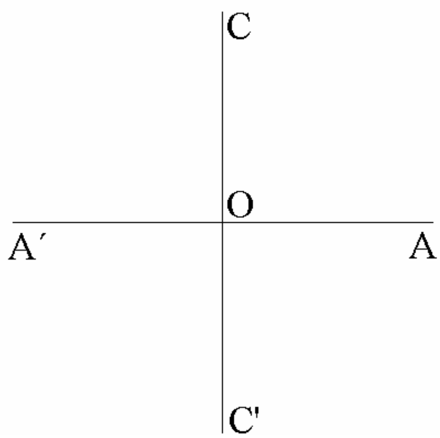


8. " Assim como um segmento de recta se pode supor gerado por um ponto, movendo-se de um extremo ao outro, também podemos supor um ângulo gerado por uma semi-recta que nasce do vértice e se desloca em volta dele, desde um lado até ao outro, como se indica na figura" (p.37).

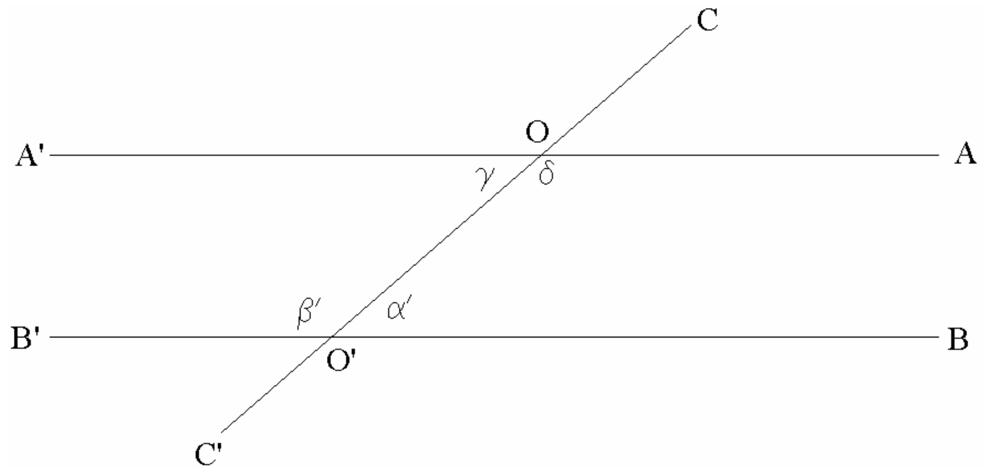


9. "Se fizermos girar o lado OB, no sentido directo até à coincidência com OA, obteremos dois ângulos, ambos eles com os lados sobrepostos (p.37).

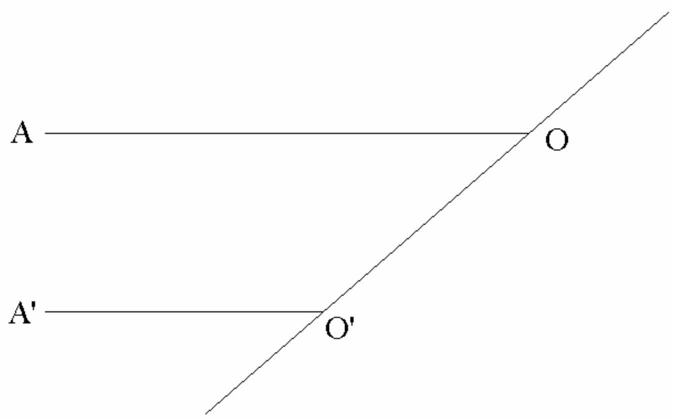
10. "Fazendo uma dobra no plano afigura-se segundo a recta AA′ e assentando o semi-plano superior sobre o inferior, a semi-recta OC virá cair sobre o seu prolongamento, por os ângulos COA′ e A′OC′ serem ambos rectos e portanto iguais (…). Dobremos o plano da figura segundo a recta AA′…" (p.48).



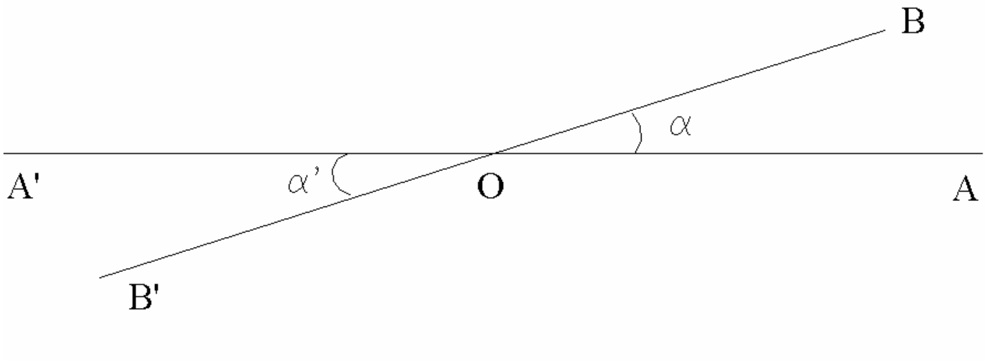
11. "Nestas condições, as figuras planas AOO'B e A'OO'B' são sobreponiveis, isto é, podem fazer-se coincidir ponto por ponto (…). recortando do seu plano a figura AOO'B e levando o ângulo α' a assentar sobre o ângulo γ (…)" (p.53).



12. "Uma recta que vá ocupando, sucessivamente, as posições tomadas pelas rectas do feixe, de sorte a ir coincidindo, sucessivamente, com cada uma delas, diz-se que se move paralelamente a si mesma" (p.56, 57).

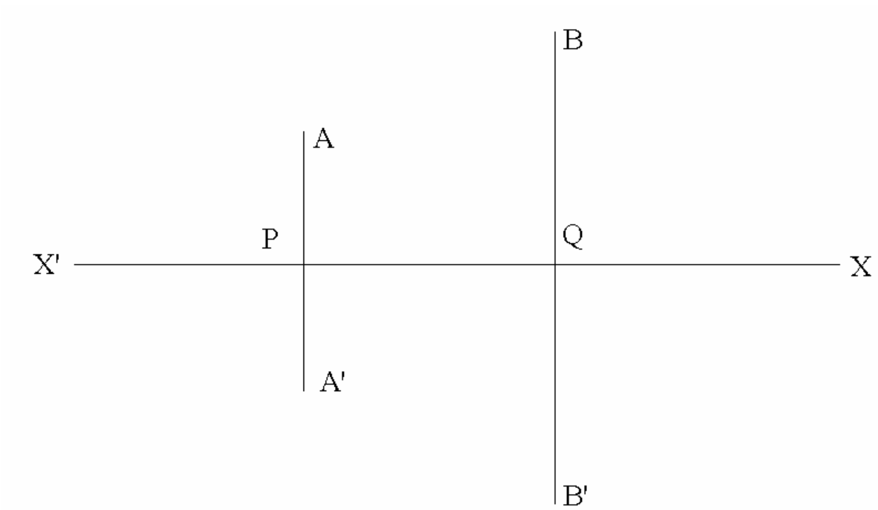


13. " Fazendo rodar no seu plano, e em volta do vértice O, o ângulo AOB (….).



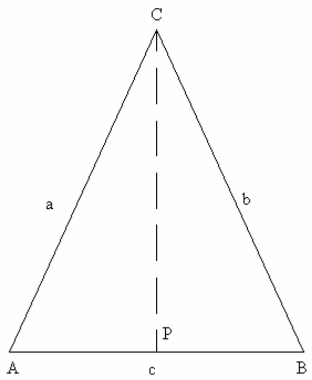
(…). Logo, fazendo a rotação indicada até o ponto A cair sobre A`, o ponto B irá cair sobre B´" (p. 61).

14. "Dobrando o plano da figura segundo o eixo XX', a semi-recta PA cairá sobre PA` (….). E como a coincidência se fez invertendo uma das figuras, estas …" (p.64).

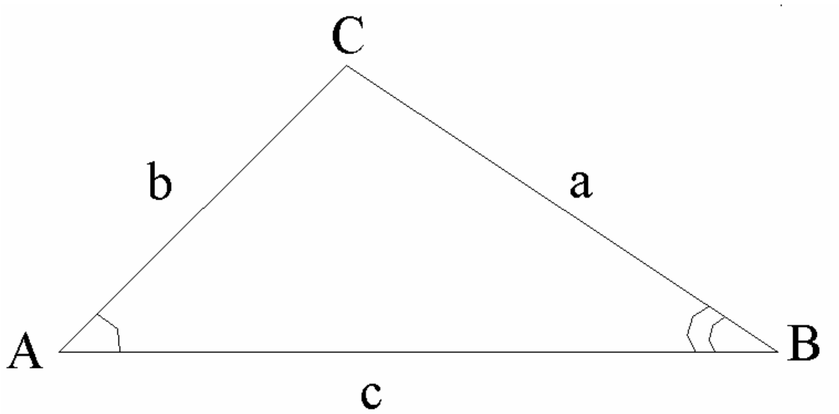


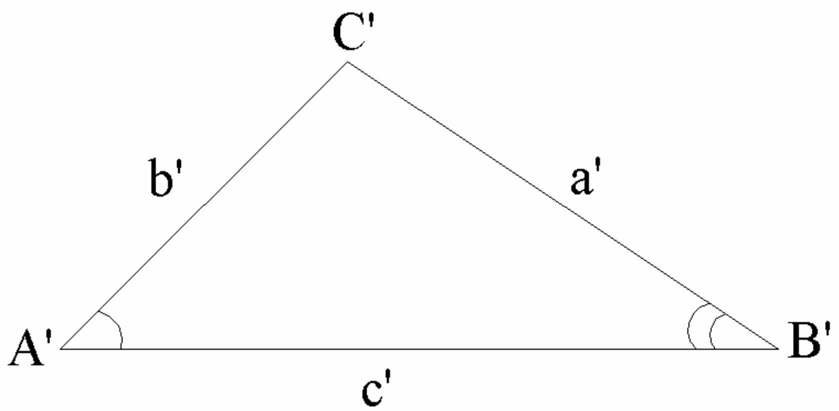
15. "Na verdade, prolongando os lados dum polígono côncavo, as rectas resultantes decompõem o polígono dado em outros" (p.70).

16. "Para tanto, dividamos ao meio o ângulo C (…). dobremos o triângulo ABC segundo a bissectriz C" (p.76).



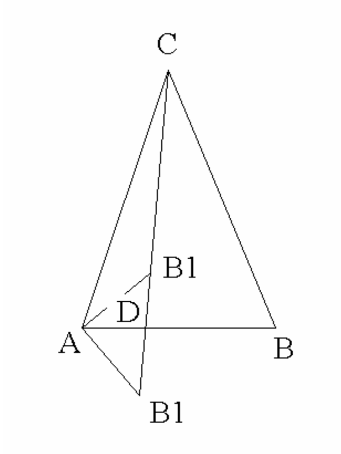
17. "Dois triângulos dizem-se iguais quando se podem fazer coincidir ponto por ponto, segundo a definição geral de igualdade de figuras geométricas. Ora, feita a sobreposição de dois triângulos iguais…" (p.81).



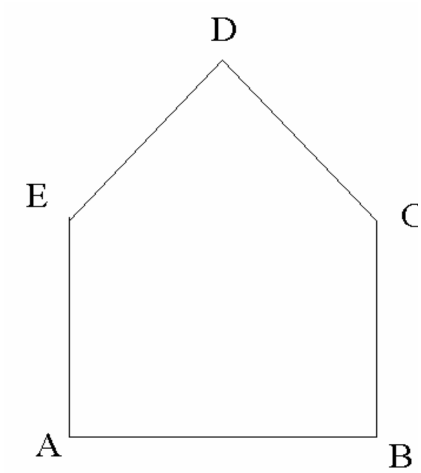


18. "A coincidência dos dois triângulos só poderá ser feita duma maneira, isto é, ou por escorregamento ou por inversão" (p.83).

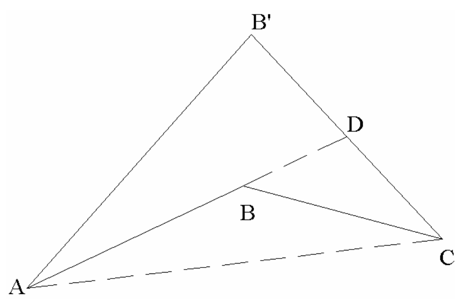
19. "O lado CB, cairá dentro do ângulo ACB " (p.85).



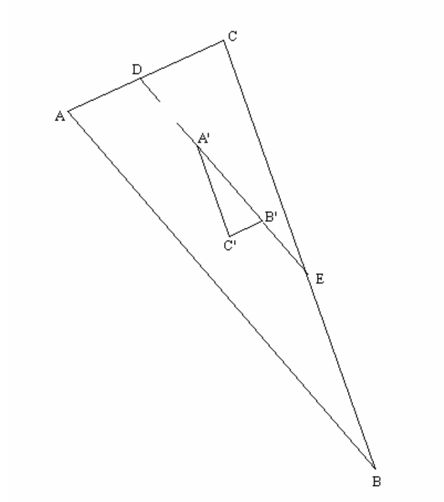
20. "Um polígono qualquer pode ser descrito por um ponto móvel em dois sentidos opostos (…). É o que claramente mostra a figura junta, onde se representa, a posição que tomaria o polígono ABCDE depois de invertido por meio de um movimento feito em torno do lado AE" (p.107).



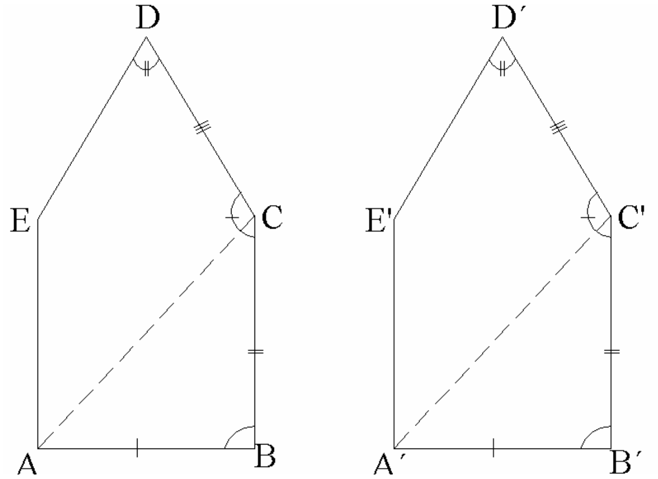
21. "Prolonguemos o lado AB até ao seu encontro com D com a linha envolvente" (p.110).



22. "Prolongando um lado qualquer do polígono… " (p.111).



23. "Suponhamos, pois, que deslocamos o polígono ABCDE e levamos o triângulo ABC à coincidência com A'B´C'…" (p.112).



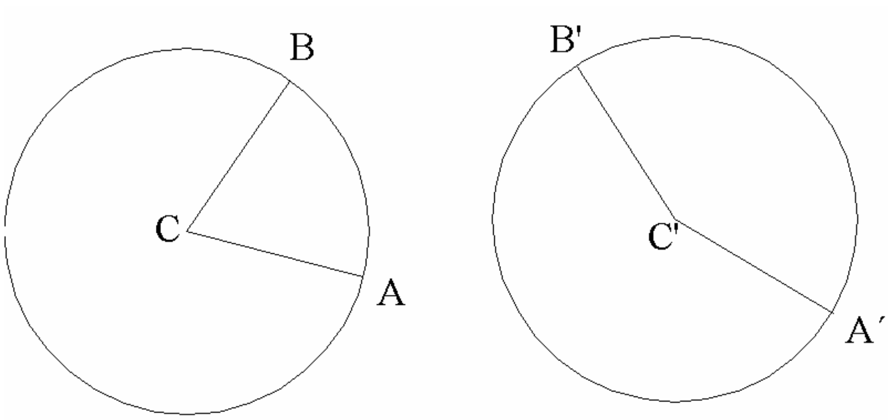
24. "Dois polígonos iguais podem decompor-se de muitos modos em triângulos e de tal sorte que as partes dum e doutro sejam iguais, cada uma cada uma" (p.113).

25. "Assentando o plano duma sobre o da outra de modo que os centros fiquem coincidindo, as circunferências também ficarão em coincidência" (p.123).

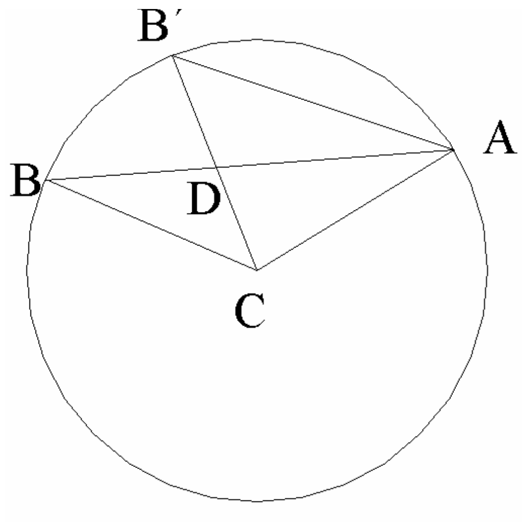
26. "Se fizermos rodar uma circunferência em volta do centro e no seu plano, ela pôr-se-há em movimento sem deixar de ocupar os mesmos pontos que ocupava quando em repouso. É manifesto que estas definições de igualdade e desigualdade gozam das mesmas propriedades das definições correspondentes dadas para os segmentos de recta e que, portanto, os arcos do mesmo círculo ou de círculos iguais formam uma classe contínua de grandezas" (p.124).

27. "Basta colocá-los topo a topo, sobre a mesma circunferência, para obter a sua soma que é a parte da circunferência coberta simultaneamente pelas parcelas" (p.125).

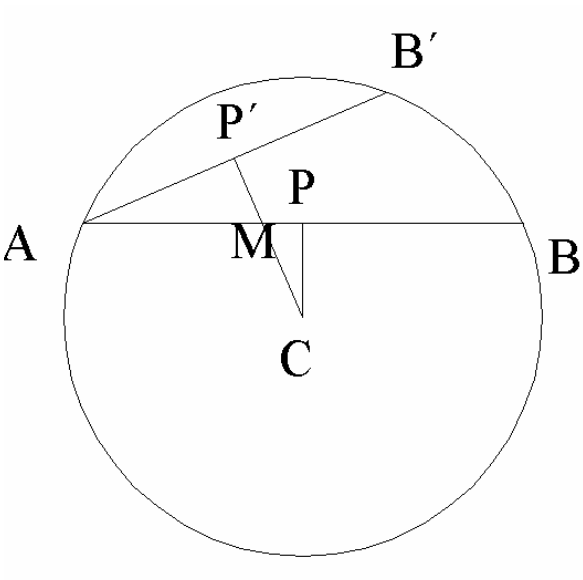
28. "Assentando o ângulo menor sobre o maior. O arco do menor assentará sobre o arco do maior, (por serem iguais os seus raios)" (p.127).



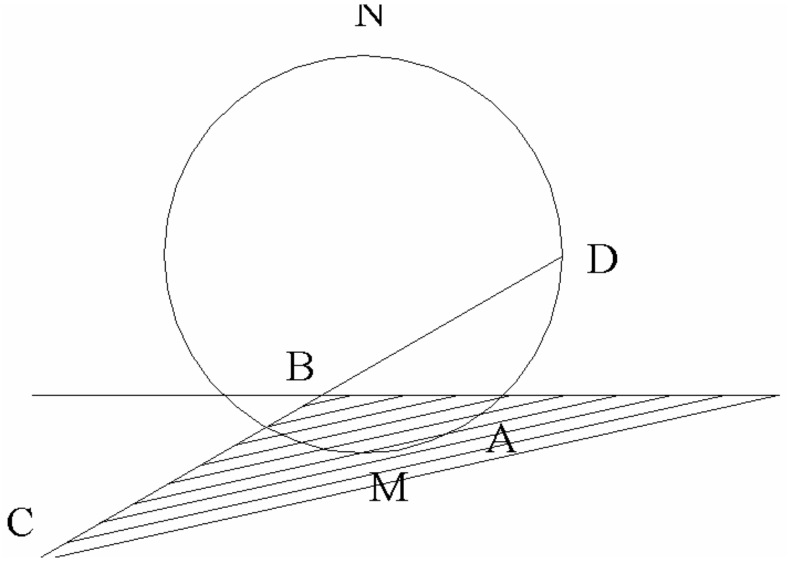
29. "Assentando os dois arcos um sobre o outro, de modo que o extremo de um (…). o outro extremo B' cairá dentro do arco maior" (p.131).



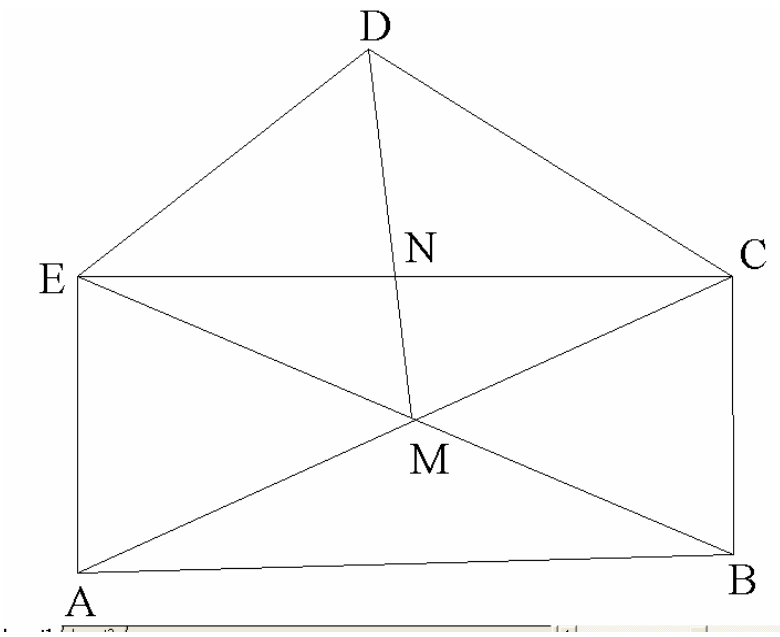
30. "O ponto B cairá dentro do arco AB" (p.133).



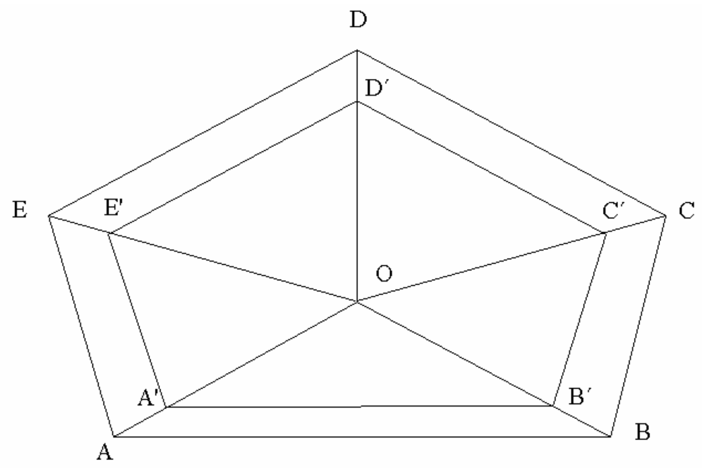
31. "Ângulo ex-inscrito é o ângulo formado por uma corda com o prolongamento de outra que passa pelo mesmo ponto da circunferência, como se representa na figura junta, com o ângulo ABC" (p.136).



32. "<u>Dividindo</u> um polígono em triângulos de qualquer maneira que seja…" (p.163).



33. "<u>Levemos um ponto</u> dum dos polígonos à <u>coincidência com o seu homólogo</u>" (p.167).



34. " Por 3 pontos dados, A, B e C, por exemplo façamos passar um círculo e seja D o ponto em que ele corta a recta OD" (p.170).

35. "Dividir um segmento de recta em 2, 3, 4, …, n, partes iguais" (p.19 1).

36. "Dado um triângulo, construir o seu simétrico, em relação a um ponto e em relação a um eixo" (p.192).

37. "Dada uma circunferência de que se desconhece o centro, determinar o diâmetro" (p.192).

38. "Tirar por um ponto dado, uma tangente a uma circunferência" (p.192).

39. "Traçar a circunferência que passa por 2 pontos dados e é tangente a uma recta dada" (p.192, 193).

40. "Dadas duas rectas e um ponto, traçar a circunferência que passa pelo ponto dado e é tangente às duas rectas dadas" (p.193).

41. "Dadas três rectas, construir a circunferência que lhes é tangente" (p.193).

42. "<u>Inscrever numa circunferência</u> o pentágono regular" (p.194).

43. "<u>Inscrever num círculo</u> o hexágono regular" (p.194).

44. "<u>Inscrever num círculo</u> o decágono regular" (p.194).

Analogias

45. "A igualdade de segmentos de recta, goza das propriedades de igualdade de números inteiros e o mesmo sucede com a desigualdade dos segmentos que goza também das propriedades de desigualdade dos mesmos números" (p.18).

Explicação: Está aqui subjacente a transposição analógica das propriedades de igualdade e desigualdade de números inteiros para a igualdade e desigualdade de segmentos de recta.

46. "É manifesto que a adição de ângulos e a sua operação inversa gozam das mesmas propriedades da adição e subtracção de segmentos" (p.40).

Explicação: Nesta citação, está explícita a transposição analógica das propriedades da adição e subtracção de ângulos para a adição e subtracção de segmentos.

47. e 48. "Á custa da adição definir-se-ia, <u>analogamente</u>, a subtracção, a multiplicação, a divisão por um inteiro e a divisão de dois arcos de círculo, tal como se fez para os segmentos de recta" (p.125).

Explicação: Neste pequeno excerto estão referenciadas as seguintes analogias:

- A adição de dois arcos de círculo está para a subtracção de arcos de círculo assim como a adição de segmentos de recta está para a subtracção de segmentos de recta.
- A multiplicação por um inteiro de um arco de círculo está para a divisão por um inteiro de um arco de círculo assim como a multiplicação por um inteiro de um segmento de recta está para a divisão por um inteiro de um segmento de recta.

49. "Se A, B, C e D forem 4 segmentos de recta, satisfazendo a relação $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$ " (p.150).

Diz-se que os ditos segmentos são proporcionais e $\frac{medA}{medB}=\frac{medC}{medD}$

Explicação: Nesta definição está presente a forma tradicional de uma analogia matemática: a medida de A está para a medida de B assim como a medida de C está para a medida de D.

Descoberta de Problemas

50. "Dada uma circunferência de que se desconhece o centro, determinar o diâmetro" (p.192).

Explicação: Neste problema o aluno descobre que não tem dados suficientes para resolver o problema, logo tem que ponderar algumas hipóteses de resolução.

51. "Tirar por um ponto dado, uma tangente a uma circunferência" (p.192).

Explicação: Neste problema o aluno descobre que de acordo com a posição do ponto o problema pode ter uma, duas ou nenhuma solução.

52. "Traçar a circunferência que passa por 2 pontos dados e é tangente a uma recta dada" (p.192, 193).

Explicação: Tal como no problema anterior, também aqui há a descoberta de que o número de soluções é variável de acordo com a posição da recta em relação aos pontos.

53. "Dadas duas rectas e um ponto, traçar a circunferência que passa pelo ponto dado e é tangente ás duas rectas dadas" (p.193).

Explicação: Este é mais um problema com três hipóteses de soluções de acordo com a posição do ponto definido.

54. "Dadas três rectas, construir a circunferência que lhes é tangente" (p.193).

Explicação: Neste problema o aluno descobre que este problema admite uma, duas ou nenhuma solução em função das posições relativas das rectas.

***Insight* -** Em todos os enunciados apresentados é indiciada a existência de uma solução para cada um dos problemas, quando na realidade isso não acontece. São situações, portanto, que induzem o aluno em erro, proporcionando a descoberta súbita desse facto.

55. "Dada uma circunferência de que se desconhece o centro, determinar o diâmetro" (p.192).

56. "Tirar por um ponto dado, uma tangente a uma circunferência" (p.192).

57. "Traçar a circunferência que passa por 2 pontos dados e é tangente a uma recta dada" (p.192, 193).

58. "Dadas duas rectas e um ponto, traçar a circunferência que passa pelo ponto dado e é tangente ás duas rectas dadas" (p.193).

59. "Dadas três rectas, construir a circunferência que lhes é tangente" (p.193).

Anexo 11- Problemas contabilizados no Manual IV (1956) segundo o processo criativo usado

Imagery - Nos dois problemas apresentados está presente a utilização deste processo criativo, uma vez que um requer um desenho e outro a construção de um referencial para ser possível a sua resolução.

1. "Desenhe um termómetro e figure por pontos as seguintes temperaturas: -2º; +10º; -8º; +4º (cada grau é representado por 2mm)." (p.47).

2. "Os pontos A (-2, 1). B (2, 1). C (2,-3) são três vértices consecutivos dum quadrado. Marque estes pontos e diga quais são as coordenadas do quarto vértice D do quadrado" (p.82).

Analogias

3. "Analogamente o saldo credor duma casa comercial é por convenção um saldo positivo, enquanto que uma temperatura abaixo de zero é uma temperatura negativa" (p.11).

Explicação: Nesta citação está explícita a seguinte analogia: O saldo credor está para um saldo positivo assim como uma temperatura abaixo de zero está para uma temperatura negativa.

4. "Dir-se-há por exemplo, que no dia 2 de Janeiro, nas Penhas Douradas, o termómetro marcou a temperatura de -3,5, quando assim significar que esta temperatura foi de 3,5 graus negativos, ou abaixo de zero. Analogamente se dirá que as contas de determinado banco comercial acusam, no fim de certo ano económico, o saldo de +4500 contos, o que equivale a afirmar que tal saldo é positivo, isto é que traduz um lucro de 4500 contos" (p.11).

Explicação: Nesta citação é reforçada a analogia da citação anterior.

5. "Aos conceitos geométricos à *esquerda de* ou *à direita de* faremos corresponder, respectivamente, os conceitos aritméticos de *menor* ou *maior do que*…" (p.13).

Explicação: Neste pequeno excerto está presente a analogia entre a posição de um elemento geométrico e o valor de um conceito aritmético, ou seja, o conceito " à esquerda" está para o conceito de "menor" assim como o conceito " à direita" está para o conceito de maior.

6., 7. e 8. "O custo de uma quantidade de arroz é função do seu peso
O comprimento duma circunferência é função do seu raio
A área de um cubo é função do comprimento da sua aresta" (p.74).

Explicação: Nestas três frases estão presentes três analogias:

a. O custo de uma quantidade de arroz está para o seu peso assim como o comprimento de uma circunferência está para o seu raio.
b. O comprimento de uma circunferência está para o seu raio assim como área de um cubo está para o comprimento da sua aresta.
c. O custo de uma quantidade de arroz está para o seu peso assim como a área de um cubo está para o comprimento da sua aresta.

9. e 10. "…para fixar ideias, consideremos como é uso – os *depósitos* como quantias *positivas*; enquanto os levantamentos serão quantias *negativas.* Essas quantias são, em contabilidade comercial ou bancária, inscritas, respectivamente, sob as rubricas *Haver* e *Deve*" (p.19).

Explicação: Estão aqui presentes as seguintes analogias:

a. O Haver está para o Deve assim como as quantias positivas está para as quantias negativas.
b. Os depósitos estão para os levantamentos assim como as quantias positivas estão para as quantias negativas.

11. "…os comboios que circulam na linha do Norte passam, como se sabe, na estação de Coimbra. Daqui os podemos observar, ora dirigindo-se

para o Porto, ora dirigindo-se para Lisboa. Suponhamos que a **origem** dos percursos é a Estação de Coimbra e convencionemos ser positivo o sentido Coimbra-Porto; o sentido Coimbra-Lisboa será então negativo. Deste modo a posição dum comboio é determinada por um número relativo, que indica a distância dessa posição à estação de Coimbra - número que será positivo ou negativo conforme o comboio estiver entre Coimbra e Porto ou entre Coimbra e Lisboa. Admitamos agora que as velocidades dos comboios que marcham *para* o Porto são positivas; serão negativas as velocidades dos que se dirigem *para* Lisboa" (p.29).

Explicação: Nesta citação está presente a analogia entre o percurso de circulação ferroviária à direita e à esquerda e o sinal do número relativo negativo e positivo.

Metáforas

12. "Analogamente o saldo credor duma casa comercial é por convenção um saldo positivo, enquanto que uma temperatura abaixo de zero é uma temperatura negativa" (p.1 1).

Explicação: Nesta citação está explicita a metáfora: Um saldo (positivo ou negativo). é um valor de temperatura (positiva ou negativa).

13., 14., 15. e 16. "…para fixar ideias, consideremos como é uso – os *depósitos* como quantias *positivas*; enquanto os levantamentos serão quantias *negativas.* Essas quantias são, em contabilidade comercial ou bancária, inscritas, respectivamente, sob as rubricas *Haver* e *Deve*" (p.19).

Explicação: Nesta citação estão presentes as seguintes metáforas:

- A quantia negativa é o " deve" comercial
- A quantia positiva é o "haver" comercial.
- A quantia negativa é um levantamento comercial.
- A quantia positiva é um depósito comercial.

17., 18., 19., 20. e 21. "O comprimento do metro padrão, a latitude de Lisboa, a área de certo campo de jogos, são invariáveis, isto é, **constantes**; é também constante a razão entre o comprimento de qualquer circunferência e o seu diâmetro. Pelo contrário, a velocidade de um automóvel durante o seu trajecto Lisboa-Porto, a população de Lisboa, o número de vendas mensais que uma casa comercial efectua durante um ano, constituem exemplos de **variáveis"** (p.73).

Explicação: Nesta citação estão presentes as seguintes metáforas:

- Uma constante é a latitude de Lisboa
- Uma constante é a área de certo campo de jogos
- Uma variável é a velocidade de um automóvel
- Uma variável é a população de Lisboa
- Uma variável é o número de vendas semanais de uma casa comercial

22. "…os comboios que circulam na linha do Norte passam, como se sabe, na estação de Coimbra. Daqui os podemos observar, ora dirigindo-se para o Porto, ora dirigindo-se para Lisboa. Suponhamos que a **origem** dos percursos é a Estação de Coimbra e convencionemos ser positivo o sentido Coimbra-Porto; o sentido Coimbra-Lisboa será então negativo. Deste modo a posição dum comboio é determinada por um número relativo, que indica a distância dessa posição à estação de Coimbra - número que será positivo ou negativo conforme o comboio estiver entre Coimbra e Porto ou entre Coimbra e Lisboa. Admitamos agora que as velocidades dos comboios que marcham *para* o Porto são positivas; serão negativas as velocidades dos que se dirigem *para* Lisboa…" (p.29).

Explicação: Nesta citação está implícita a metáfora: Uma estação de comboio é a origem de um referencial.

Descoberta de Problemas

23. "…Consideremos a equação $4x = 8$ e a equação $4x + 7 = 8 + 7$ obtida da anterior pala adição do número 7 a ambos os seus membros. A 1ª equação traduz o problema: " Qual é o numero cujo quádruplo é 8?". A 2ª equação traduz o problema " Qual é o numero cujo quádruplo adicionado de 7 é igual a 8+7 ?" (p.155).

Explicação: Neste pequeno excerto, é considerada e explicado como descobrir um problema, um enunciado que possa ser traduzido por uma equação dada.

24. " Consideremos a equação $x + 2 = 14$ e a equação $3 \times (x + 2) = 3 \times 14$ que se obteve da anterior multiplicando ambos os membros por 3. A 1ª equação traduz o problema " A soma dum certo número com o número 2 é igual a 14". Qual é o número?". A 2ª equação traduz o problema "O triplo da soma dum certo número com o número 2 é igual ao triplo de 14. Qual é esse número?" (p.159).

Explicação: Neste pequeno excerto, é considerada e explicado como descobrir um problema, um enunciado que possa ser traduzido por uma equação dada.

25. "…Pode suceder que uma expressão algébrica não tenha valor numérico para *certos valores* atribuídos às letras. É o que sucede com a expressão algébrica $\frac{b}{2a + b}$ para $b = 1$ e $a = -\frac{1}{2}$. Com efeito, para estes valores, a expressão algébrica transforma-se em $\frac{1}{0}$ que não tem significado, porque a divisão por *zero* é impossível" (p.65).

Explicação: Dada a expressão algébrica, é considerado e explicado através de texto que podem ser descobertos determinados valores de a e b para os quais a expressão não tem significado.

26. “Calcule os valores numéricos das seguintes expressões:

g). $\dfrac{x^2}{x-\frac{1}{2}}$ para $x=\dfrac{1}{2}$ “ (p.68).

Explicação: Neste problema o aluno descobre a impossibilidade de calcular o valor da expressão com o valor atribuído à incógnita x.

27. ”Calcular dois números, sabendo que a diferença entre o quádruplo de um deles e o triplo do outro é igual a 11 “ (p.148).

Explicação: Este problema considera e explica depois a descoberta de que o problema admite múltiplas soluções.

28. ” Qual é o número cujo quadrado é maior do que -9?” (p.213).

Explicação: A estrutura e a resolução dada deste problema contemplam a descoberta de que não existe um único número que verifique essa condição, mas que esta é verificada com todos os números.

29. “Qual é o numero cujo quadrado é menor do que -4?” (p.214).

Explicação: A estrutura e a resolução dada deste problema contemplam a descoberta de que não existe um único número que verifique essa condição.

Insight

30. “…Pode suceder que uma expressão algébrica não tenha valor numérico para *certos valores* atribuídos às letras. É o que sucede com a expressão algébrica $\dfrac{b}{2a+b}$ para $b=1$ e $a=-\dfrac{1}{2}$. Com efeito, para estes valores, a expressão algébrica transforma-se em $\dfrac{1}{0}$ que não tem significado, porque a divisão por *zero* é impossível” (p.65).

Explicação: Este exemplo dado explica o facto de que, se não estivesse já resolvido, o aluno perante aqueles valores a atribuir a **a** e a **b,** não conseguiria determinar o valor da expressão, ao contrário do que o enunciado induziria.

31. "Calcular dois números, sabendo que a diferença entre o quádruplo de um deles e o triplo do outro é igual a 11 " (p.148).

Explicação: Este problema considera e explica depois que ao contrário do que é pedido no enunciado, não existem apenas dois números que verifiquem estas condições mas sim vários números.

32. "Qual é o número cujo quadrado é maior do que -9?" (p.213).

Explicação: A estrutura e a resolução dada deste problema explicam que afinal não existe apenas um número, mas vários números que verificam esta condição, sendo por isso o enunciado enganoso.

33. "Calcule os valores numéricos das seguintes expressões:

g). $\dfrac{x^2}{x-\dfrac{1}{2}}$ para $x=\dfrac{1}{2}$ " (p.68).

Explicação: Neste problema o aluno é surpreendido com o facto de não ser possível calcular o valor numérico da expressão com o valor atribuído à incógnita.

34. "Qual é o numero cujo quadrado é menor do que -4?" (p.214).

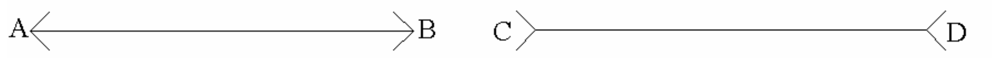
Explicação: A estrutura e a resolução consideram e explicam que não existe um único número que verifique essa condição, ao contrário do que é induzido pelo enunciado.

Anexo 12- Problemas contabilizados no Manual V (1960) segundo o processo criativo usado

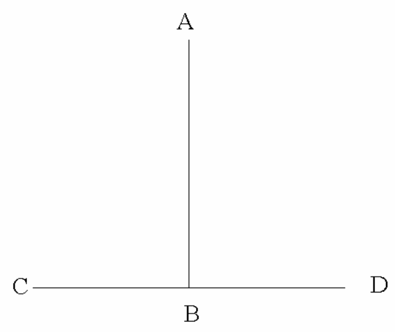
Flexibilidade Perceptiva - Nos exemplos seguintes existe a referência explícita a este processo criativo, demonstrando como uma mesma figura pode ser percepcionada de formas diferentes e por vezes erradas.

1., 2., 3. e 4. "Os nossos sentidos levam-nos muitas vezes a conclusões erradas. Assim, quando se está num comboio parado tem-se a sensação de que ele está em movimento desde que passe ao lado outro comboio; se pusermos na água um lápis ele parece quebrado no ponto em que emerge da água"

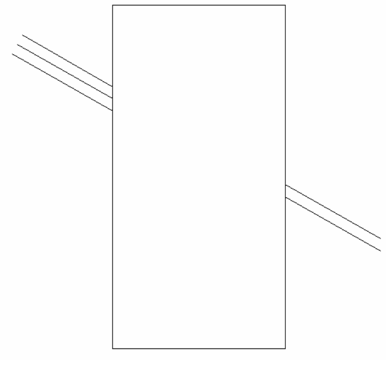
"Nesta figura o segmento AB parece menor do que o segmento CD" (p.2 1).



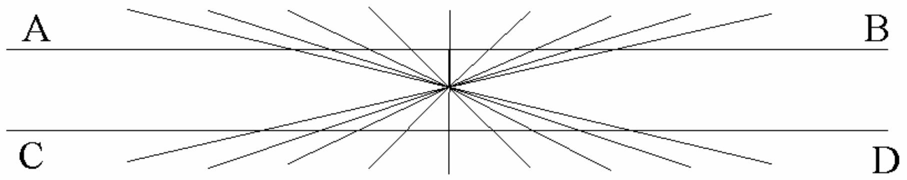
"Nesta figura, por sua vez, AB parece maior que CD" (p.21).



"Na figura seguinte não é fácil ver quais são os segmentos que pertencem à mesma recta" (p.21,22).



"Nesta figura AB e CD não parecem linhas rectas mas sim linhas curvas" (p.21,22).



Imagery- São apresentados problemas onde é explícita a referência à manipulação de figuras, estando sublinhados alguns termos indicadores dessa mesma referência e ainda alguns problemas que implicam, no seu processo de resolução, a elaboração de figuras (mentais ou não) como meios facilitadores.

5. "Qual é o <u>número de graus que fazem os ponteiros de um relógio</u>, quando são:
   a) 3 horas?
   b) 4 horas?
   c) 6 horas?
   d) 1 hora e 30 minutos?" (p.17).

6. "Qual é o menor <u>nº de graus de que se deve rodar</u> o ponteiro dos minutos para adiantar um relógio de:
   1. Meia hora?
   2. 5 minutos?
   3. 12 minutos? " (p.17).

7. "Para acertar um relógio, <u>rodou-se o ponteiro dos minutos</u> de um ângulo de 60º. Quantos minutos há de diferença entre a hora verdadeira e aquela que o relógio marcava?" (p.17).

8. “Se (fig. 32). ∢COE = ∢AOE, provar que ∢ b= ∢d” (p.26).

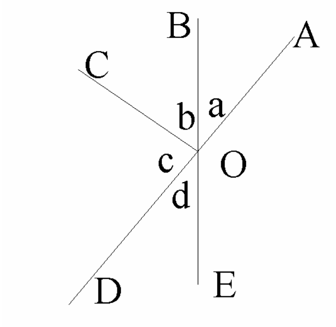


Fig 32

9. “Se (fig 33) ∢ a= ∢h, provar que ∢ a= ∢c” (p.26).

10. “Se (fig 33) ∢c=∢f, provar que ∢g=∢b “ (p.26).

11. “Se (fig 33) ∢b é suplemento do ∢h, provar que ∢g=b∢“ (p.26).

12. “Se (fig 33) ∢c é suplemento de ∢ e, provar que ∢b=∢f” (p.26).

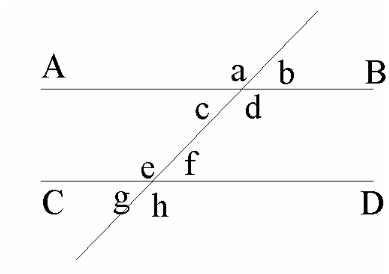


Fig.33

13. “A fig. 48 representa uma ilha em que uma vara está colocada no ponto B. Pretende-se determinar a distância de um ponto A, situado em terra, ao ponto B. Para isso, determinou-se a distância de dois pontos A e C e mediu-se o ∢ACB e o ∢ CAB. Marcou-se, em seguida, em terra, o ∢ACD e o ∢CAD, respectivamente iguais aqueles ângulos, como está indicado na fig. 48.

    Dizer qual é distancia que se deve determinar, em terra, para obter a distância de A a B. Justificar a resposta” (p.33).

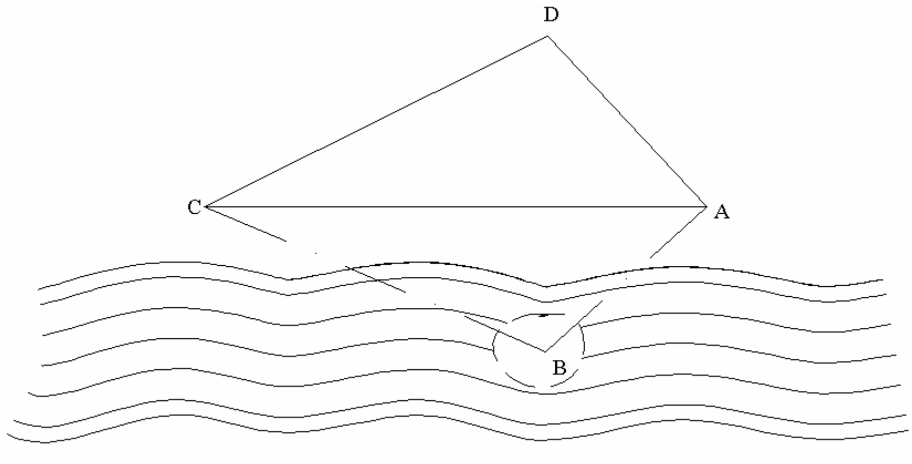


fig. 48

14. "Pretende-se medir a largura de um rio que é dada pela distância de dois pontos A e B (fig. 49). Traçou-se uma recta que forma um ângulo recto com AB e mediram-se os dois segmentos BD=DC. Seja E o ponto onde a recta, definida pelos pontos A e D, intersecta CE, que forma um ângulo recto com BC. Dizer qual é a distância que se deve determinar para obter a distância pedida. Justificar a resposta" (p.33).

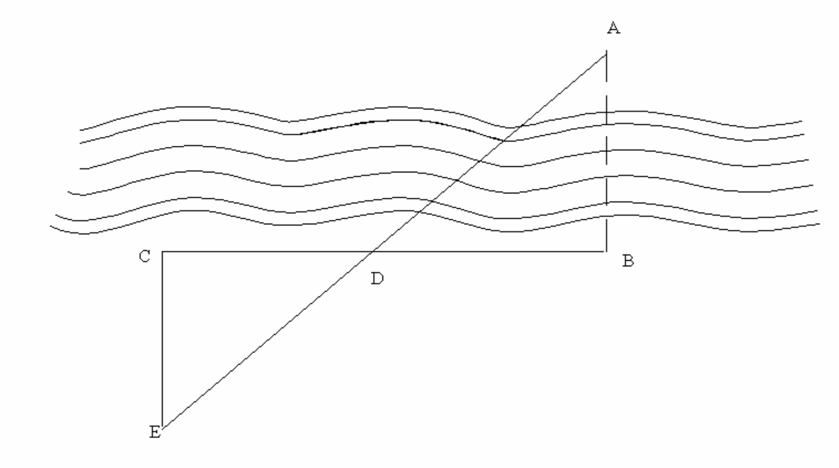


fig. 49

15. "A e B são dois pontos situados em duas ilhas (fig. 50) cuja distância se pretende determinar. Seja C um ponto existente em terra que está na recta definida pelos pontos A e B, e marque-se CE de maneira que forme um ângulo recto com AC, sendo D o ponto médio de CE.

Sejam F e G os pontos onde as recta BD e AD intersectam a recta EG, que forma um ângulo recto com CE. Justificar que a medida de FG dá a distância pedida" (p.33).

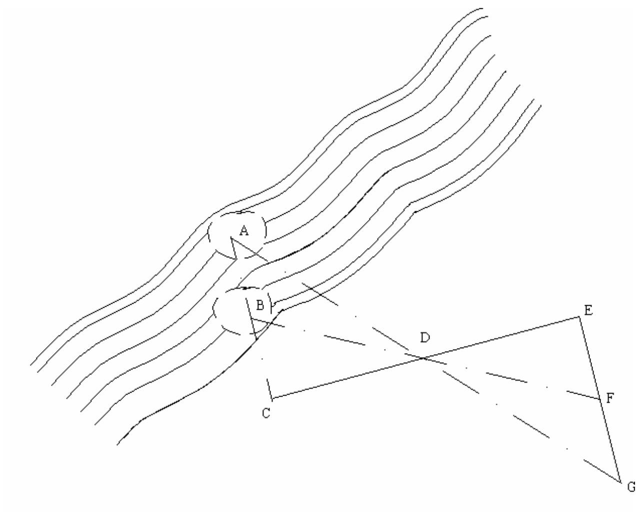


fig. 50

16. "A fig. 55 representa uma elevação de terreno que separa A e B cuja distância se pretende determinar. Para o fazer, colocou-se uma vara em C e marcou-se AC=CD e BC=CE. Provar que a distancia pedida é a medida de AD" (p.35, 36).

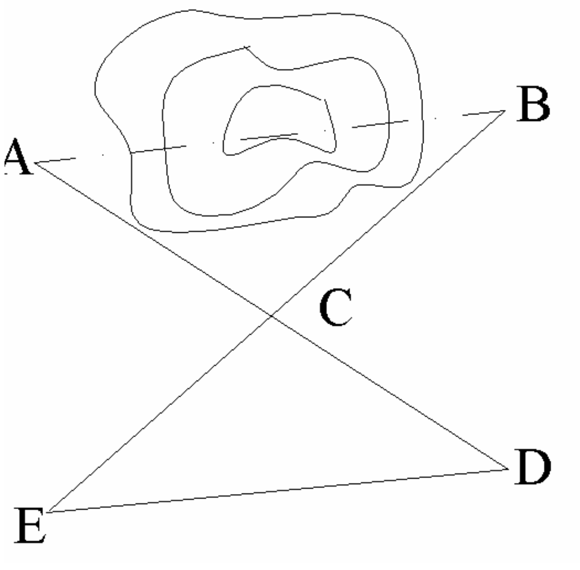


fig. 55

17. "A fig. 56 representa um muro M que separa dois pontos A e B cuja distância se pretende determinar. Marcou-se para isso, no terreno, uma recta BC e uma perpendicular AD aquela recta num segmento BD=DC. Dizer qual é a linha que se pode medir de forma a se obter a distância de A a D. Justificar a resposta" (p.36).

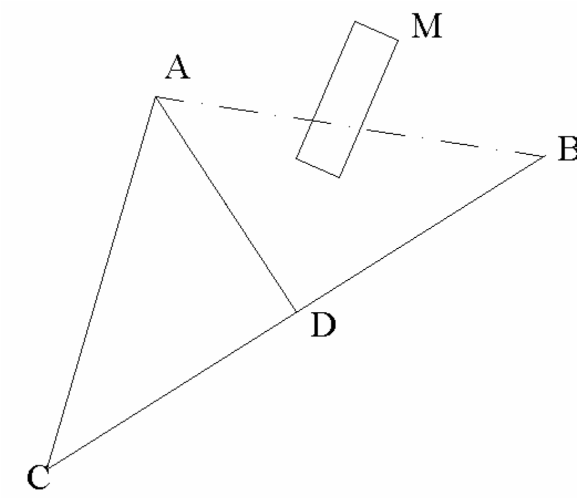


fig. 56

18. "Um carpinteiro deseja construir um telhado de forma que as vigas iguais AB e BC (fig. 65) assentem sobre uma trave horizontal AC. Para verificar a horizontalidade da trave AC suspendeu-se, do ponto B um fio-de-prumo BP. Quando AP e PC tiverem o mesmo tamanho o problema está resolvido? Justifica a resposta" (p.39).

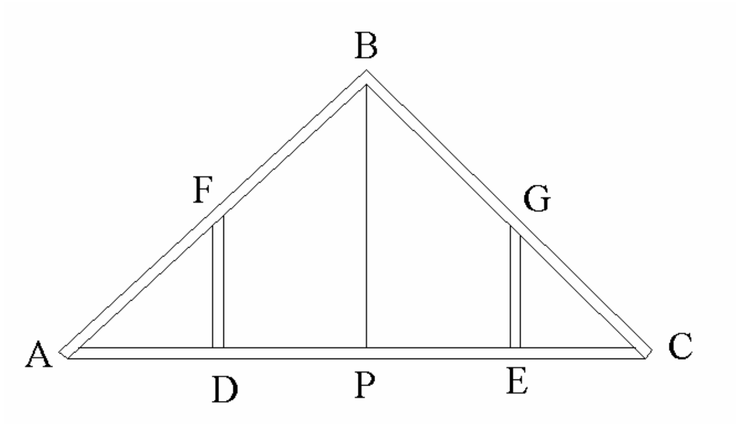


fig. 65

19. "No instrumento da fig. 66 AB=AC e BD=DC, sendo D uma parte móvel que desliza na régua AE. Dado um ângulo, para desenhar a bissectriz faz-se coincidir AB com um dos lados e AC com o outro.
A bissectriz pedida é AD. Justificar a construção" (p.46).

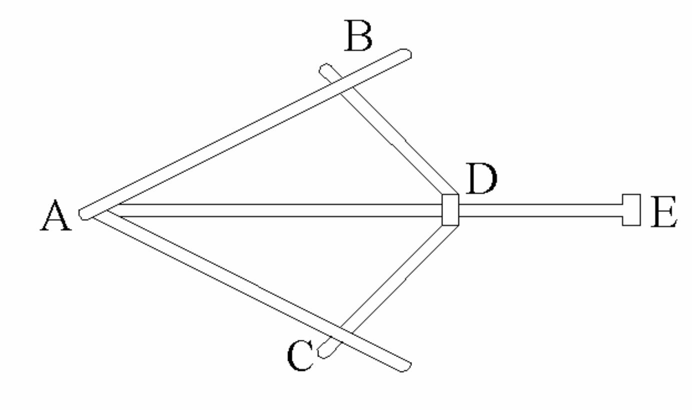


fig. 66

20. "A fig. 67 representa o tabuleiro de uma ponte, sendo ACB um poderoso cabo de aço fixado fortemente nos pontos A e B equidistantes do ponto D (AC=CB). Justificar que, naquelas condições, desde que o cabo não quebre a ponte não se pode encurvar nem abater" (p.40).

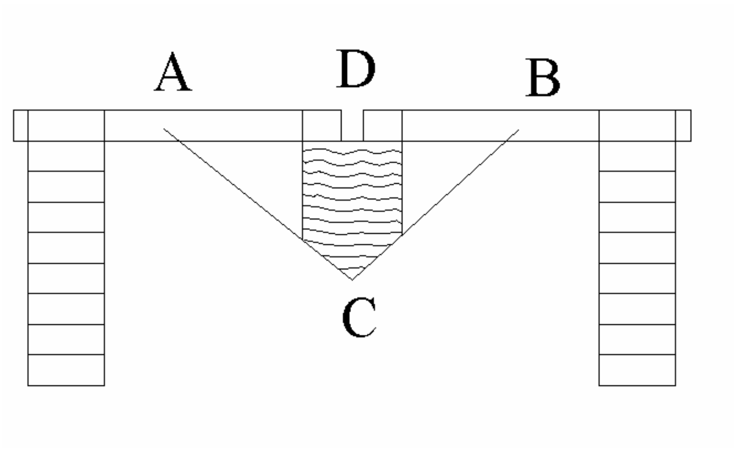


fig. 67

21. "Pretende-se determinar a distância dos pontos A e B separados por uma casa (fig. 68) para isso, marcou-se no terreno o triangulo ACD, medindo-se os lados AC e AD. Construiu-se, em seguida o triângulo

CDE, cujos lados CE e DE são iguais, respectivamente a AC e AD. Justificar que a distância de E a B é igual à dos pontos A e B" (p.40).

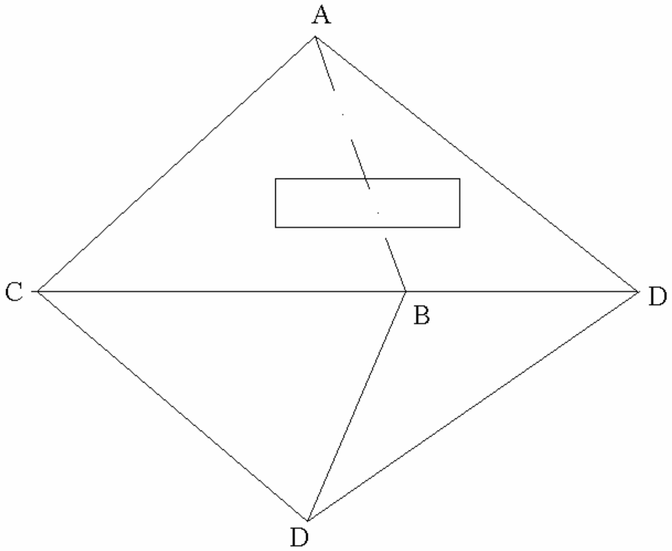


fig. 68

22. "Dado o ângulo BAC (fig. 69)., para se determinar a sua bissectriz, com o auxílio do esquadro, <u>podem-se marcar sobre os lados do ângulo dois segmentos AB=AC e colocar o esquadro de forma que</u> os seus bordos passem por B e C e as medidas marcadas sejam iguais. A recta AD é a bissectriz pedida" (p.40, 41).

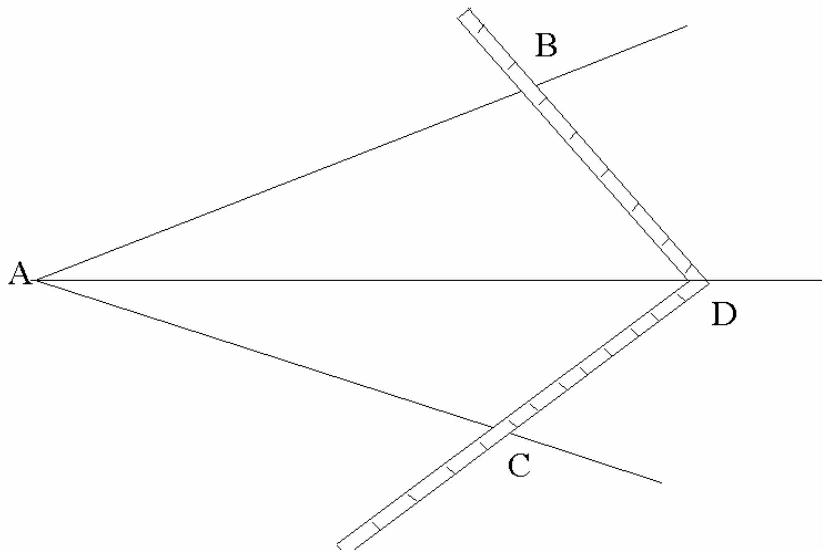


fig 69

23. "O $\triangle$ABC é isósceles, de base AB. Seja D um ponto do prolongamento do lado BC, para o lado do vértice C. Trace-se o segmento AD. Demonstrar que DA<DB" (p.45).

24. "Dado o $\triangle$ABC isósceles de base AB, marcar sobre o lado AC um ponto D. Traçar o segmento BD. Demonstrar que BD> AD" (p.49).

25. "Prolonguemos AB para o outro lado de EF e marquemos um segmento BD=AD; trace-se o segmento CD" (p.52).

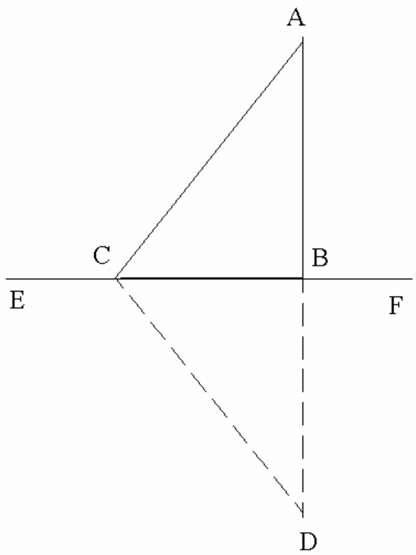


fig. 82

26. "Desloque-se o triângulo MNP e sobreponha-se NP a BC, ficando M para o lado oposto de A em relação a BC" (p.56).

27. "Demonstrar que a recta que une os vértices de dois triângulos isósceles, com a mesma base, é perpendicular ao meio da base" (p.56).

28. "Provar que o segmento de recta que une o vértice de um triângulo isósceles com o meio da base é perpendicular à base" (p.56).

29. "Demonstrar que o ponto médio da base de um triângulo isóscele está equidistante dos braços. (Sugestão: unir aquele ponto com o vértice oposto à base)" (p.58).

30. "Se a (fig. 92). BO e CO são as bissectrizes dos ângulos externos do △ ABC, respectivamente em B e C, demonstrar que o ponto O existe na bissectriz do ∢A" (p. 58).

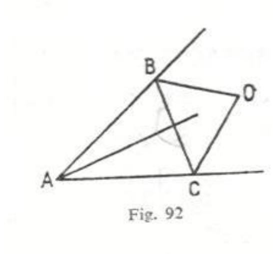


fig. 92

31. "Demonstrar que coincidem o eixo, a altura e a mediana relativa à base de um triângulo isósceles assim como a bissectriz de um ângulo oposto à base" (p.6 1).

32. "Na fig. 116 está representada uma régua AB e duas posições do mesmo esquadro em que o mesmo bordo assenta na régua AB. Que posição relativa têm as rectas CD e MN? Justificar a resposta" (p.70).

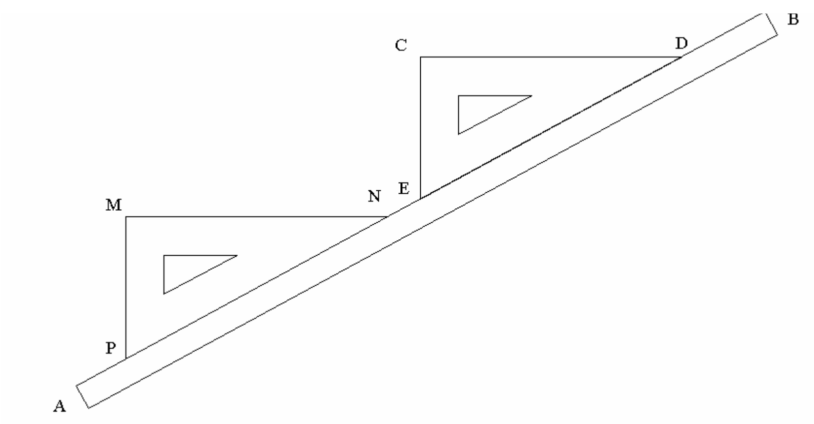


fig. 116

33. "Na fig. 117 estão traçadas várias rectas desenhadas na folha de papel, tendo-se usado, para isso, uma régua em T. a parte superior da régua assenta do bordo do papel. Justificar que as rectas desenhadas são paralelas" (p.70).

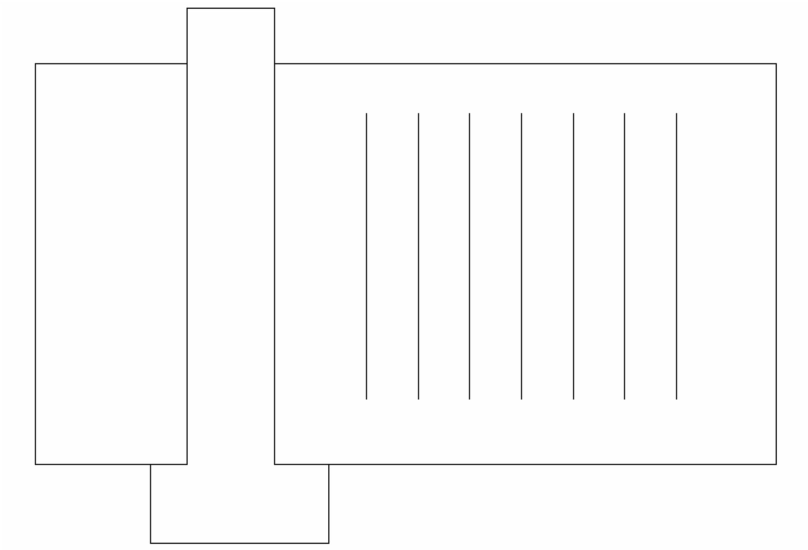


fig. 117

34. "Prolongue-se o lado BC do ∢ a" (p.74).

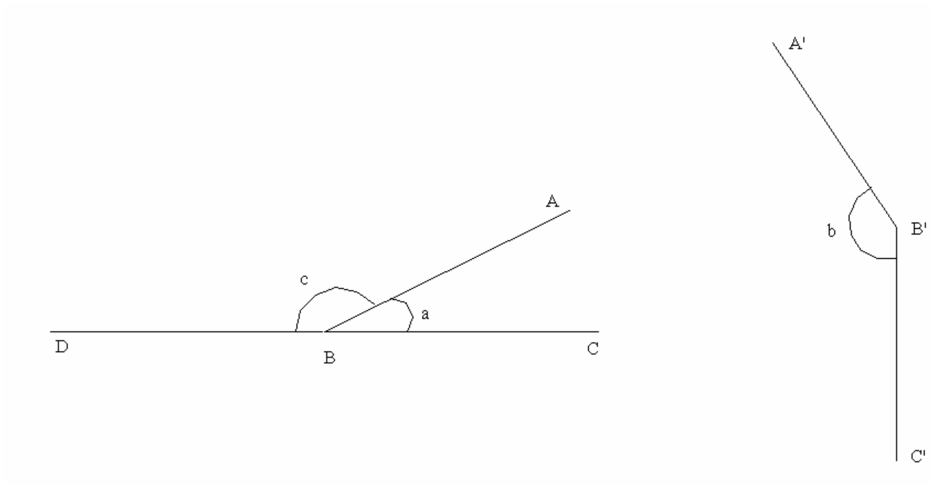


fig. 125

35. "Demonstrar que se a soma de dois ângulos é igual ao terceiro o triângulo é rectângulo" (p.79).

36. "Demonstrar que, se as duas rectas são paralelas, as bissectrizes de dois ângulos internos do mesmo lado da secante são perpendiculares" (p.80).

37. "Demonstrar que dois triângulos equiláteros são iguais e têm alturas iguais" (p.80).

38. "Trace-se um segmento AB=TU. Com centro em A descreva-se um arco de circunferência de raio igual a MN e, com centro em B, outro arco de circunferência de raio igual a RS" (p.86).

39. "Com centro em C, traçam-se dois arcos de circunferência, que intersectam a recta AB nos pontos D e E.
Com centro no ponto D e raio maior do que metade de DE, traça-se um arco de circunferência. Este arco (fig. 159) está traçado para o lado oposto de C em relação a AB. Com mesmo raio e centro em E, traça-se outro arco de circunferência, que intersecta o anterior no ponto F.
Os pontos C e F definem a recta pedida" (p.89).

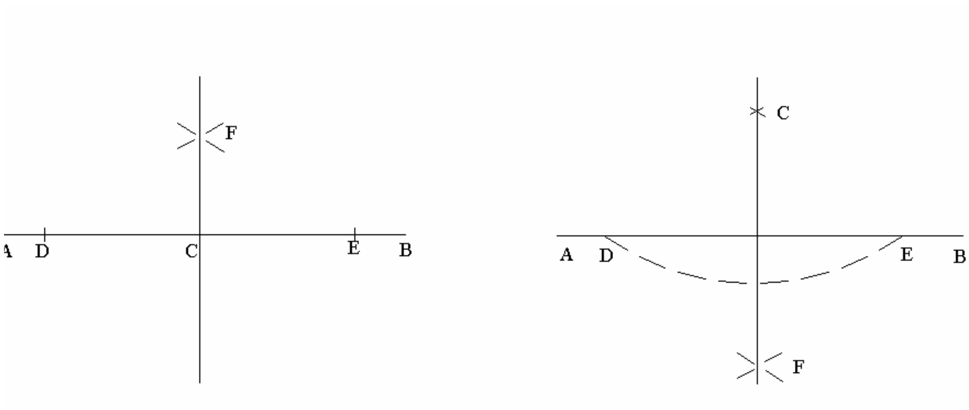


fig 159

40. "Se um triângulo é isósceles, demonstrar que a bissectriz do ângulo externo oposto à base, é paralelo à base" (p.82).

41. "João comprou um esquadro e, para verificar se ele tinha um ângulo recto resolveu traçar uma recta AB (fig. 162). e, em seguida, ajustou-lhe um dos bordos do esquadro, traçando a recta CB. Mudou depois a posição do esquadro ficando este na posição indicada na fig. 162. Dizer se o <ADC é recto, agudo ou obtuso. Justificar a resposta" (p.91).

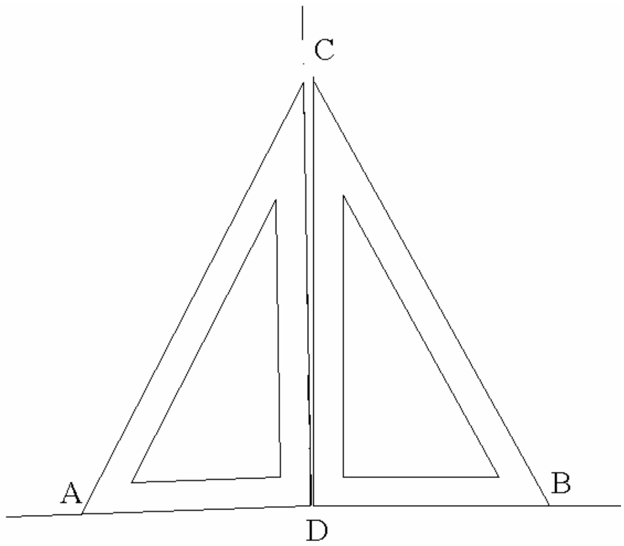


fig 162

42. "Com centro no vértice B, trace-se um arco de circunferência, que intersecta os lados BA e BC do ângulo ABC respectivamente nos pontos D e E.

    Com centros em D e E, tracem-se dois arcos de circunferência, com o mesmo raio, que se encontram no ponto F.

    A bissectriz pedida é a semi-recta de BF" (p.91).

43. "Se pelos vértices A e B do $\triangle$ABC, obtusângulo em C, tirarmos paralelas, aos lados BC e AC, qual é o quadrilátero formado?" (p.96).

44. "Se pelos vértices A e B do $\triangle$ABC, rectângulo em C, tiramos paralelas, respectivamente, aos lados BC e AC, qual é o quadrilátero formado?

Que condição se deve verificar para que o quadrilátero obtido seja um quadrado?" (p.96, 97).

45. "Se por um ponto de um dos braços de um triângulo isósceles tirarmos uma paralela à base, como se chama cada uma das partes em que ficou dividido o triângulo?" (p.97).

46. " Se unirmos por um segmento de recta os pontos médios das bases de um trapézio isósceles, como se chama cada uma das partes em que o trapézio ficou dividido?" (p.97).

47. "Se por um dos pontos da base de um triângulo isósceles tirarmos uma paralela a um dos braços e uma perpendicular ao outro, como se chama cada uma das partes em que o triângulo ficou dividido?" (p.97).

48. "Trace-se um segmento AB=RC e tome-se AB para um dos lados de um ângulo igual a ∢a. Marque-se, a partir de A, no outro lado do ângulo (sem ser AB)., um segmento AC=MN.
Por C, tire-se uma paralela a AB e, a partir de C, marque-se um segmento CD=RC. Una-se, o segmento, B com D" (p.100).

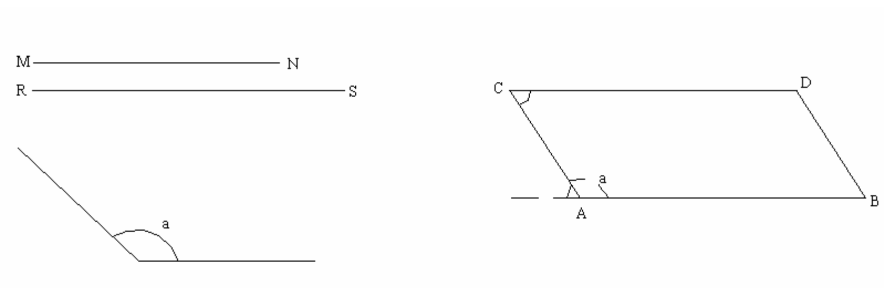


fig. 179

49. <u>"Construir um paralelogramo em que</u> dois lados consecutivos sejam iguais aos segmentos AB e CD e o ângulo por eles formado seja igual ao ∢a (fig. 180)" (p.100).

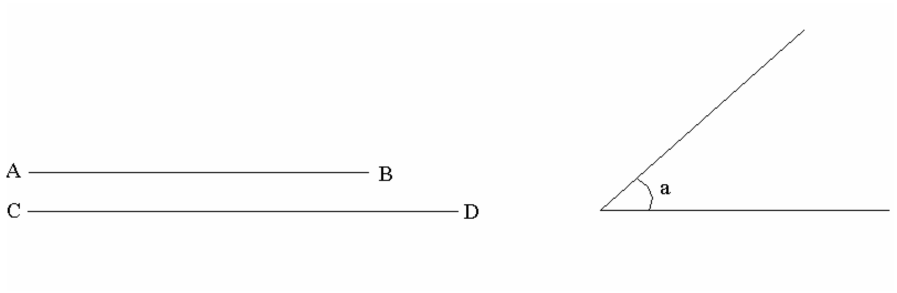


fig. 180

50. <u>"Construir um rectângulo em que</u> dois dos lados sejam iguais aos segmentos AB e CD (fig. 182)" (p.10 1).

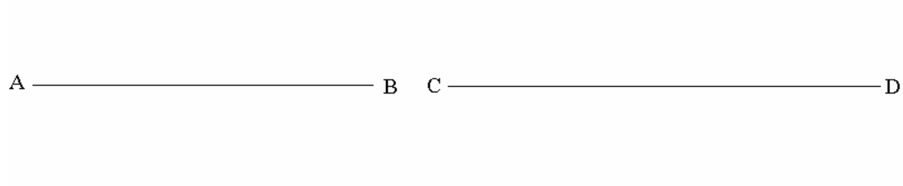


fig. 182

51. <u>"Construir um trapézio rectângulo cujas bases</u> sejam iguais aos segmentos AB e CD e a altura ao segmento EF (fig. 194)" (p.107).

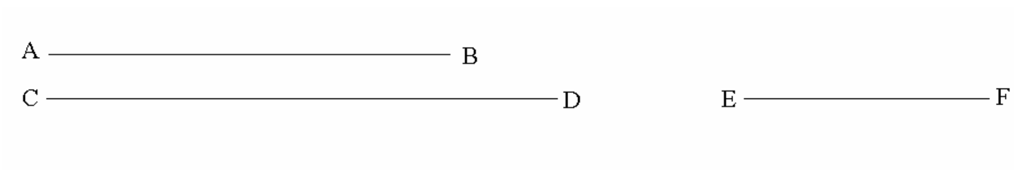


fig. 194

52. <u>"Construir um trapézio isósceles cujas bases</u> sejam iguais aos segmentos AB e CD e a altura ao segmento EF (fig. 195)" (p.107).

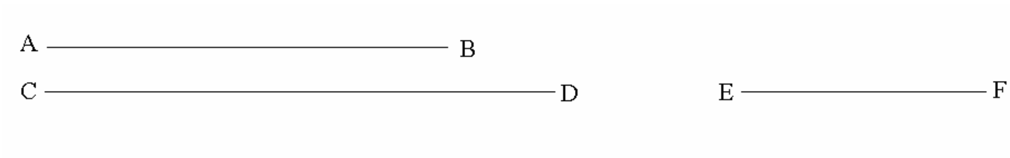


fig. 195

53. "Construir um trapézio cujas bases sejam iguais aos segmentos AB e CD, um dos lados, oblíquo ás bases, igual ao segmento EF e o ângulo que este lado forma com a base menor igual ao ∢a (fig. 196)" (p.107).

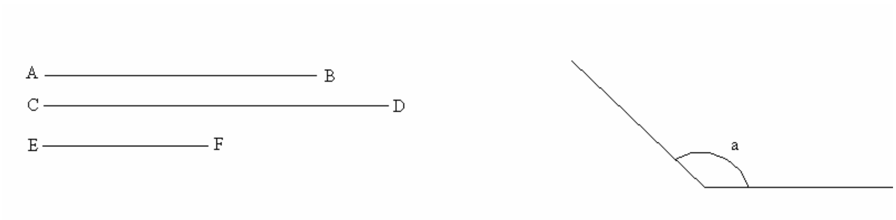


fig. 196

54. "Se os pontos médios dos braços de um triângulo isósceles forem unidos com o ponto da base, demonstrar que se obtém um losango" (p.111).

55. "Se os pontos médios dos catetos de um triângulo rectângulo forem unidos ao ponto médio da hipotenusa, demonstrar que se obtém um rectângulo" (p.111).

56. "Na fig. 202, AB, CD e EF são rectas e OE é a bissectriz do △AOC. Demonstrar que OF é a bissectriz do △BOD" (p.112).

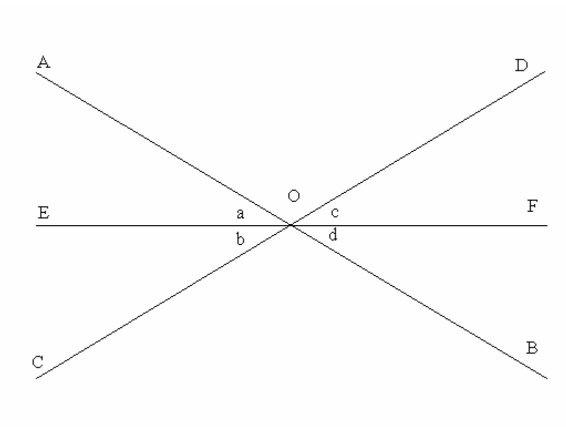


fig. 202

57. "Demonstrar que, se a bissectriz de um ângulo interno de um triângulo é perpendicular ao lado oposto, o triângulo é isósceles" (p.112).

58. "Se (fig. 203). BC, AB, AD, CD e AO=OC, demonstrar que AD=BC" (p.112).

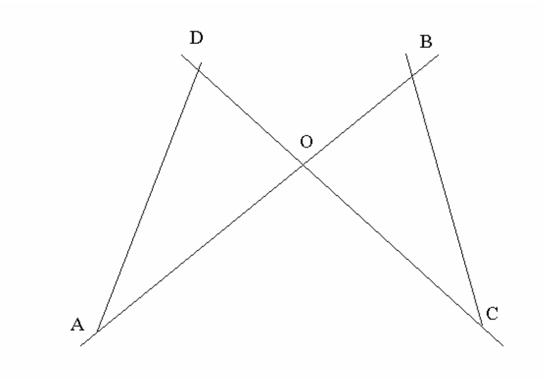


fig.203

59. "Demonstrar que são iguais as alturas correspondentes a lados iguais de dois triângulos iguais" (p.113).

60. "Demonstrar que são iguais as medianas correspondentes a lados iguais de dois triângulos iguais" (p.113).

61. "Demonstrar que, se os vértices de um △ABC existem sobre os lados do △DEF, o perímetro deste triângulo é maior do que o daquele" (p.113).

62. "Se do vértice A do △ABC acutângulo tirarmos a altura relativa ao lado BC, os segmentos em que este lado fica dividido são maiores ou menores do que os lados adjacentes? Justifica a resposta" (p.113).

63. "Demonstrar que são iguais os segmentos das perpendiculares baixadas de dois vértices de um triângulo para a mediana relativa ao outro vértice" (p.113).

64. "O △ABC é equilátero. Prolongue-se o lado AB, a partir do ponto A, de um segmento AD=AB e trace-se o segmento CD. Demonstrar que o ∢D=30^0" (p.114).

65. "Construir uma recta passando por um ponto e que faça um ângulo de 45^0 com uma recta que não passa por aquele ponto" (p.115).

66. "Demonstrar que, se as diagonais de um rectângulo são perpendiculares, o rectângulo é um quadrado" (p.116).

67. "Demonstrar que, se as diagonais de um paralelogramo são iguais, o paralelogramo é um rectângulo. (sugestão: demonstrar primeiramente que são iguais os ângulos adjacentes ao mesmo lado)" (p.116).

68. "Se (fig. 217). ABCD e BEFC são paralelogramos, demonstrar que AEFD é um paralelogramo" (p.116).

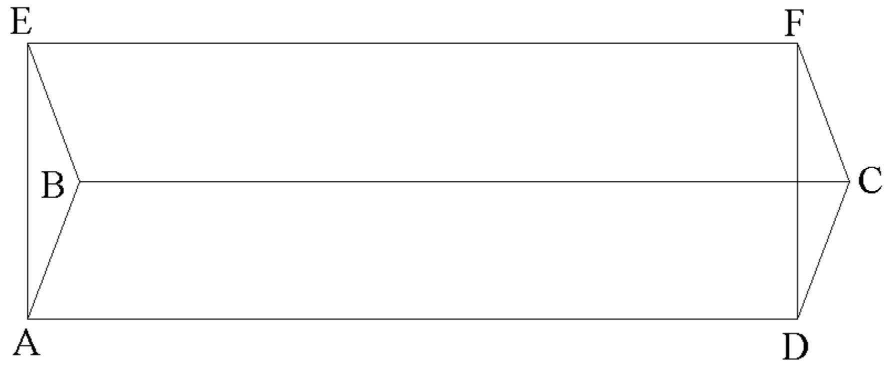


fig. 217

69. "Se uma diagonal de um paralelogramo bissecta um ângulo, demonstrar que bissecta o ângulo oposto" (p.116).

70. "Se pelos vértices de um triângulo tirarmos paralelas a cada um dos lados opostos, demonstrar que o triângulo obtido tem os lados duplos dos do primitivo triângulo. Se no paralelogramo ABCD se prolongar os lados AB e CD, em direcções opostas, dos segmentos AE=CF, demonstrar que o quadrilátero BFDE é um paralelogramo" (p.117).

71. "Construir o paralelogramo em que dois lados consecutivos meçam 2 centímetros e 5 centímetros e a diagonal 6 cm" (p.117).

72. "Construir o losango em que um dos lados meça 3 cm e uma diagonal 5 cm" (p.117).

73. "Construir um trapézio isósceles cuja base menor meça 4 cm, o lado obliquo às bases 2 cm e uma diagonal 5 cm" (p.117).

Analogias

74. "De uma forma análoga se demonstraria que os outros pares de ângulos correspondentes são iguais" (p.68).

Explicação: Aqui está explícita a analogia entre as demonstrações de igualdade entre vários pares de ângulos, embora não estejam referidas as propriedades transferidas analogamente.

Metáforas

75. e 76. "Um fio perfeitamente estendido ou o bordo de uma boa régua dão-nos a ideia de um segmento de recta" (p.11).

Explicação: Nesta citação estão presentes duas metáforas:

- Um segmento de recta é um fio estendido;
- Um segmento de recta é o bordo de uma régua

Anexo 13- Problemas contabilizados no Manual VI (1977) segundo o processo criativo usado

Flexibilidade Perceptiva – Nas duas situações apresentadas, o aluno observa as figuras e não se limita apenas ao que é mais óbvio, distinguindo entre a figura no seu todo e as suas partes.

1. "Quantos vectores estão assinalados na figura?" (p.105).

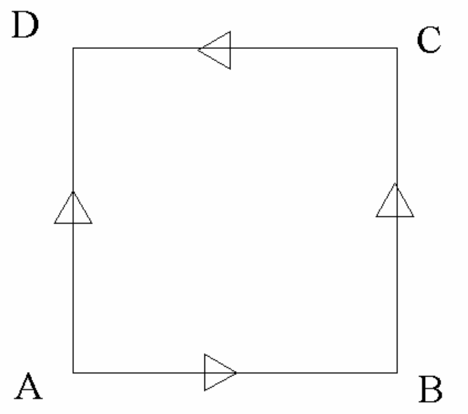


fig. 72

2. "Na técnica, na arte e na natureza observam-se variadíssimas figuras isométricas, em especial figuras com eixos ou centros de simetria, as quais, por isso denotam uma grande harmonia visual" (p.204).

Imagery **-** Nos problemas e situações apresentadas, é requerida de forma implícita ou explicita a construção de diagramas, gráficos, esquemas ou desenhos, ou seja, uma representação que permita mais facilmente resolver o problema proposto.

3. "Dois automóveis partem, simultaneamente e em sentidos contrários, das localidades A e B, distanciadas 280 km. Um deles sai de A à velocidade média de 80 km/h e o outro de B, a 60 km/h. a quantos quilómetros de A se cruzam os dois veículos?" (p.70).

4. "Tomemos para domínio da relação P o conjunto D={0,2,4,6}.

   P = { (0,0)., (2.4)., (2,2)., (6,4)., (4,4)., (6,6). }

   P é reflexiva? E anti-simétrica?

   Construa o gráfico cartesiano relativo a" (p.83).

5. e 6.-"No conjunto P={2,3,5} considere definida a relação binária R, tal que R = { (2,2)., (2,3)., (2,5)., (3,3)., (3,5)., (5,5). }

   Represente a relação R:

   a).Por meio de um gráfico de setas.

   b).Por meio de um gráfico cartesiano" (p.86).

7. "Num conjunto A de alunas do 1º ano do liceu estudemos a relação binária R definida pela condição « x tem a mesma idade que y ».

   A= {b, c, d, e, f ,g}" (p.88).

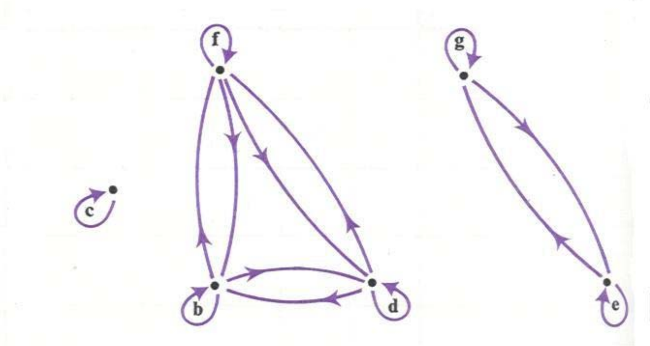


fig. 43

8. “Com o auxilio do compasso, represente no caderno diário mais alguns segmentos de recta iguais a [MN]” (p.92).

fig. 47

9. “Por um ponto P do plano passa uma infinidade de rectas contidas nesse plano fig. 51. Como suporte do segmento nulo [PP] pode escolher-se qualquer das rectas a que pertence o ponto p. Assim a direcção de [PP] é indeterminada. Imagine o movimento de um ponto P sobre A” (p.95).

10. “E qual será a soma de dois vectores com a mesma direcção, sentidos opostos e com o mesmo comprimento?” (p.108).

11. e 12. “ No domínio I= {0, 1, 2, 3} as relações binárias T e V são definidas, respectivamente, por x=y+1 e por x-y=0

a) Num diagrama sagital represente e relação T.

b) Num gráfico cartesiano represente a relação V” (p.111).

13., 14. e 15.- “Na figura 83 [ABCD] é um rectângulo

a) A preto marque o vector soma $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

b) A azul assinale o vector soma $\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AC}$

c) A vermelho trace o vector soma $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{(-BC)}$ “ (p.112).

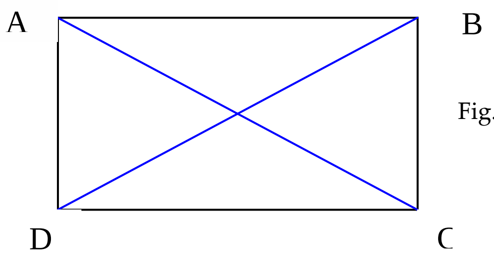


Fig. 83

16., 17., 18. e 19. "Dados os vectores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ (fig. 84)., <u>represente</u>:

a).O vector simétrico de $\vec{a}$

b).O vector soma de $\vec{a} + \vec{b}$

c).Um vector $\vec{x}$ tal que $\vec{a}+\vec{x}=\vec{b}$

d).Um vector $\vec{y}$ tal que $\vec{b}+\vec{y}=\vec{a}$ " (p.112).

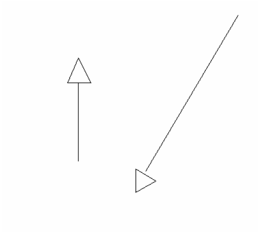


fig. 84

20., 21. e 22. "Os pontos E, F, G e H são os vértices de um quadrado. Faça as construções que julgar necessárias e <u>represente</u>, depois, cada um destes vectores soma.

a).$(\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FG})+\overrightarrow{GH} =$

b).$\overrightarrow{EH}+(-\overrightarrow{FG})=$

c).$(\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{GF})+\overrightarrow{FE} =$ " (p.112).

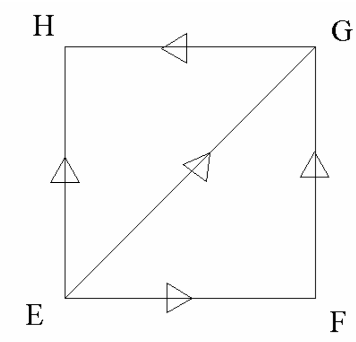


fig. 85

23. e 24. "Observe a posição dos 3 vectores $\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{JL} e \overrightarrow{LI}$ "

Determine:

a).$\overrightarrow{IJ}+(\overrightarrow{JL}+\overrightarrow{LI})=$

b).$(\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{IL})+\overrightarrow{JL}=$

(p.112).

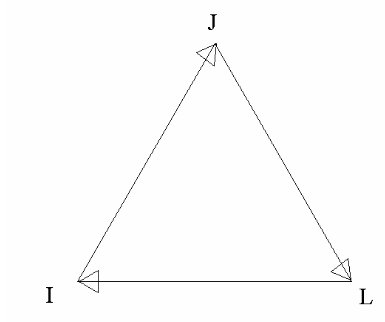


fig. 86

25. "Construamos um conjunto G de poetas célebres e um conjunto H de países (fig. 94) e tomemos o operador «país de»" (p.120).

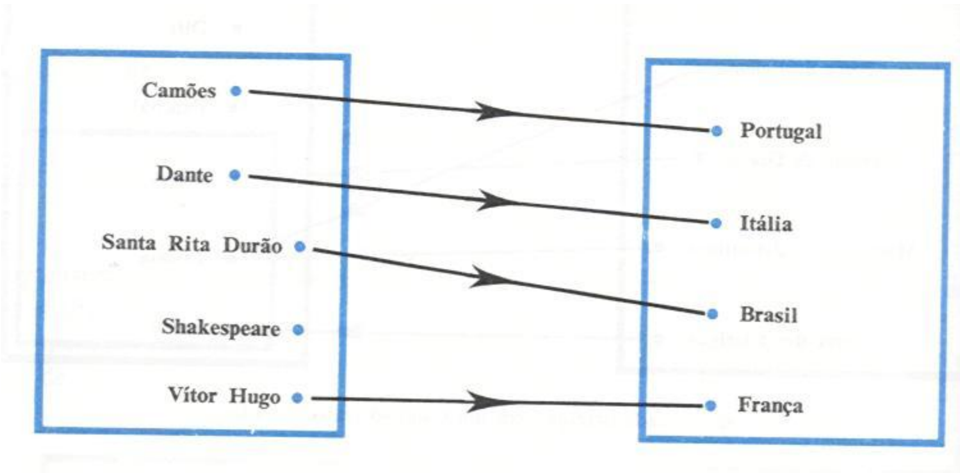


fig. 94

26. "Dados os conjuntos A={5, 10, 15, 20} e B={1, 2, 3} considere uma correspondência de A para B definida por meio desta tabela $\begin{pmatrix} 5 & 10 & 15 & 20 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

a) <u>Represente-a por meio de um diagrama sagital</u>" (p.133).

27. "Dados os conjuntos D={-3, -2, -1, 2} e E={2, 5, 3, 17} estabeleceu-se entre eles uma correspondência f de tal modo que f(-3).=10 f(-2).=5

f(- 1).=2 f(2).=5

b) Nu<u>m diagrama sagital represente </u>f" (p.133).

28. " As funções definidas por $y = \frac{3}{x}$ e $y = -\frac{1}{4x}$ têm por domínio o conjunto dos números relativos com excepção do numero zero. <u>Construa a imagem geométrica de cada uma</u>" (p.161).

29. " Observe a figura 134 onde se representa o rectângulo [ABCD] e o vector $\vec{t}$. <u>Façamos corresponder a cada um dos pontos</u> A, B, C, e D a respectiva soma com o vector $\vec{t}$ " (p.164).

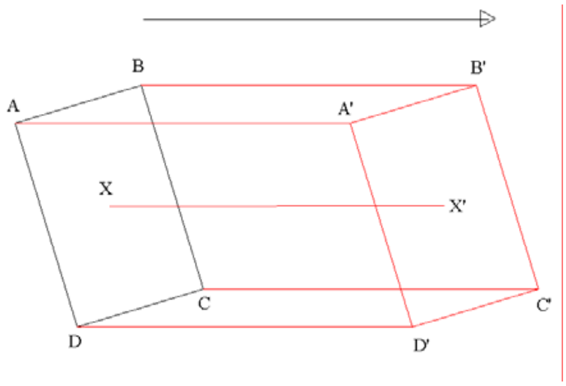


fig. 134

30. " Dada uma recta r do plano e um vector $\vec{u}$, é possível <u>obter a imagem</u> de r <u>pela translação</u> $T_{\vec{u}}$ " (p.166).

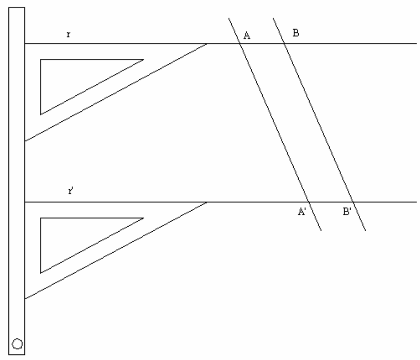


fig. 135

31. "Dado um ângulo ECD e um vector $\vec{x}$ é <u>possível determinar o transformado desse ângulo pela translação associada a</u> $\vec{x}$ " (p.167).

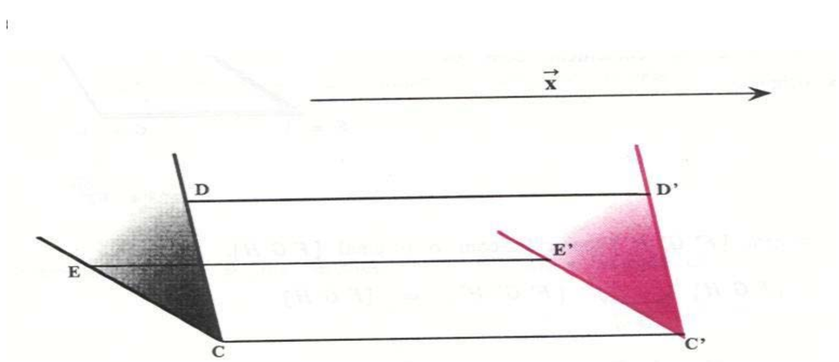


fig. 136

32. "Dado um triângulo [FGH] e o vector nulo $\vec{0}$, é possível <u>determinar a sua imagem pela translação</u> definida por $\vec{0}$ " (p.168).

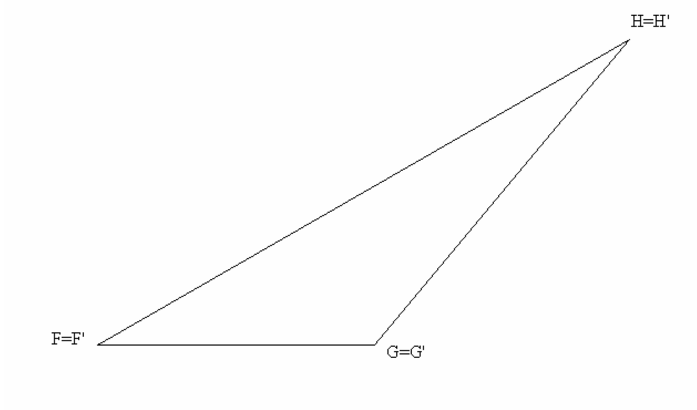


fig. 137

33. "O quadrilátero [A´B´C´D´] <u>resultou</u> de [ABCD] pela <u>translação associada ao vector</u> $\vec{a}$ " (p.169).

34. "[GHIJ] é um quadrado (fig 14 1). <u>Construa a imagem deste polígono</u> dada pela translação $T_{\overrightarrow{JG}} \circ T_{\overrightarrow{HI}}$ " (p.172).

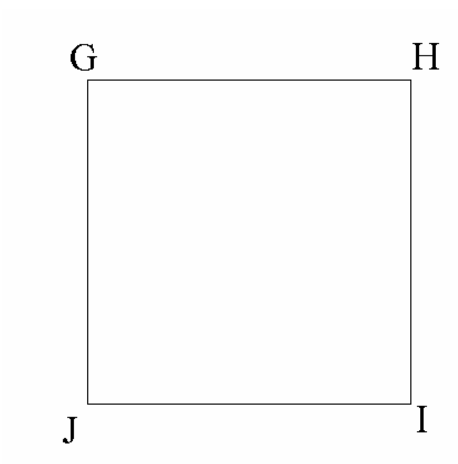


fig. 141

35., 36. e 37. "[ABC] é um triângulo rectângulo (fig. 142).

Numa folha do seu caderno diário <u>represente:</u>

- O triangulo [A'B'C'], imagem de [ABC] pela translação associada ao vector $\vec{c}$
- O transformado de [ABC] dado por $T_{\vec{a}}$
- A imagem de [ABC] dada por $T_{\vec{b}}$ "(p.172).

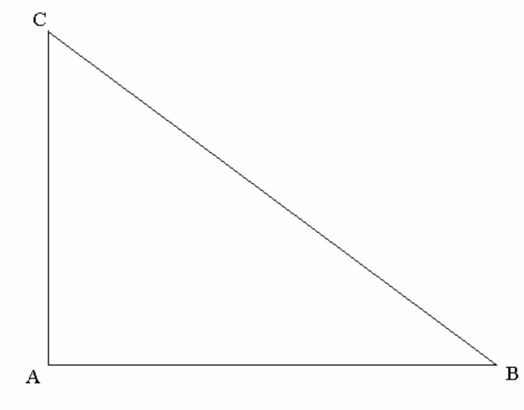


fig. 142

38., 39. e 40. "A figura 143 mostra um hexágono [ABCDEF] de centro O

a) Construa a imagem de {ABCDEF] dada pela translação $T_{\vec{AB}}$

b) Na translação $T_{\vec{AB}}$, qual é a imagem do centro O do polígono?

c) Determine a imagem de [ABCDEF] dada pela aplicação composta.

$T_{\vec{BE}}$ o $T_{\vec{AB}}$ " (p.172).

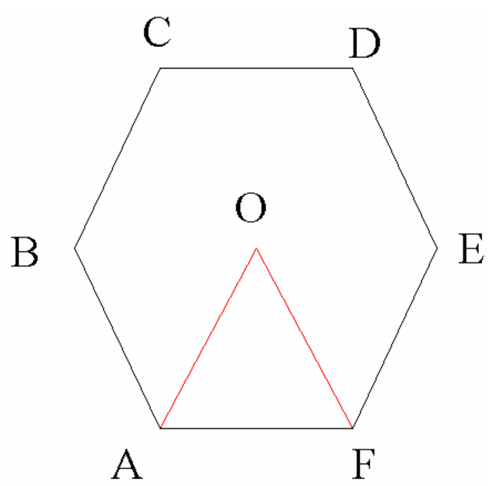


fig. 143

41., 42., 43. e 44. "As diagonais do rectângulo [IJLM] intersectam-se no ponto C (fig. 144). Relativamente a esta figura:

a) Indique os segmentos orientados que podem representar o vector $\vec{ij}$

b) Determine o vector soma $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{IC}$

c) Construa o transformado de [IJLM] pela translação $T_{\overrightarrow{MC}}$

d) Desenhe a imagem de [IJLM] dada pela translação definida por $\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{LJ}$ " (p.173).

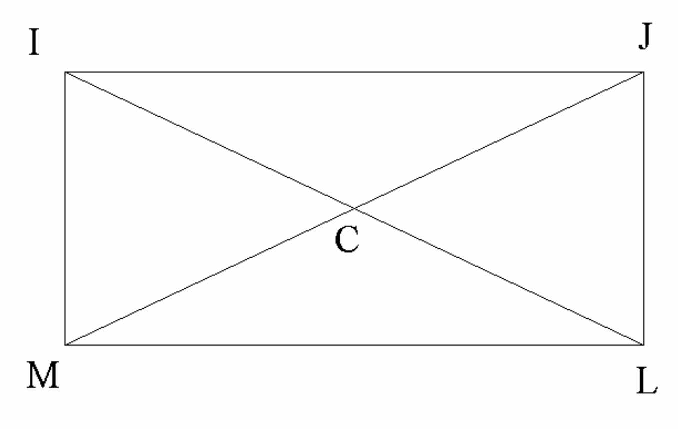


fig. 144

45. "A translação definida pelo vector $\vec{AB}$ faz corresponder à recta S a recta

A mesma translação aplica a recta t em si própria

Deste modo… " (p.174).

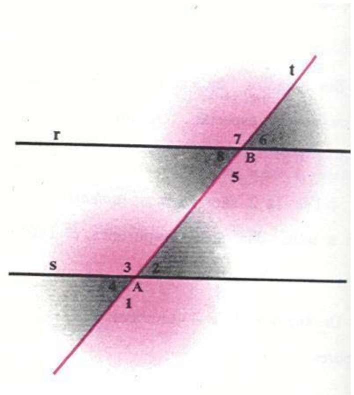


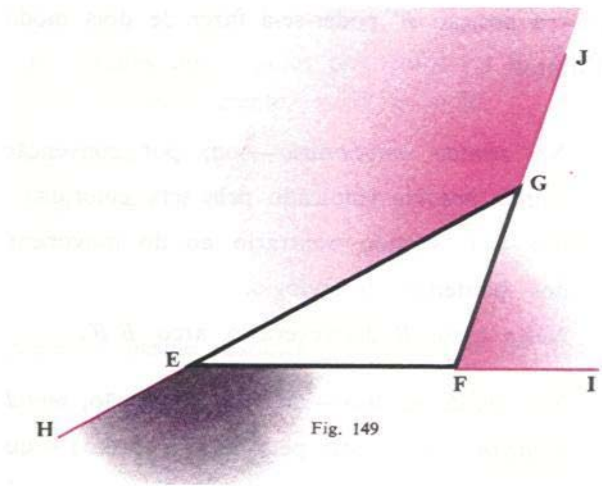
fig. 145

46., 47. e 48. "No triângulo [AFG] os ângulos externos encontram-se assinalados com a cor (fig. 149).

a) $G\hat{F}I = F\hat{G}E + ...$

b) $E\hat{G}J = ... + E\hat{F}G$

c) $F\hat{E}H = ... + ...$" (p.177).



49. "O ponto N, ao mover-se no plano manteve a mesma distância relativamente ao ponto fixo C (fig. 153). O ponto N′ foi obtido pela deslocação de N em torno de C que é o centro da rotação" (p.179).

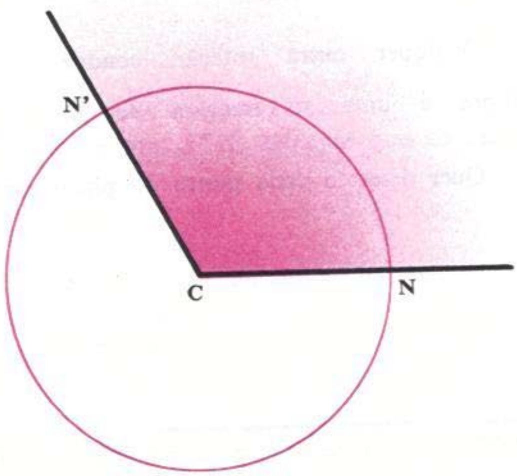


fig. 153

50. "B′ é a imagem de B dada pela rotação do centro A e ângulo de medida + 40^0

B′′ é a imagem de B dada pela rotação do centro A e ângulo de medida + 70^0

Qualquer outra rotação conduz sempre a uma só imagem de B

Quer dizer: a cada ponto do plano corresponde, por uma rotação, uma e uma só imagem" (p.180).

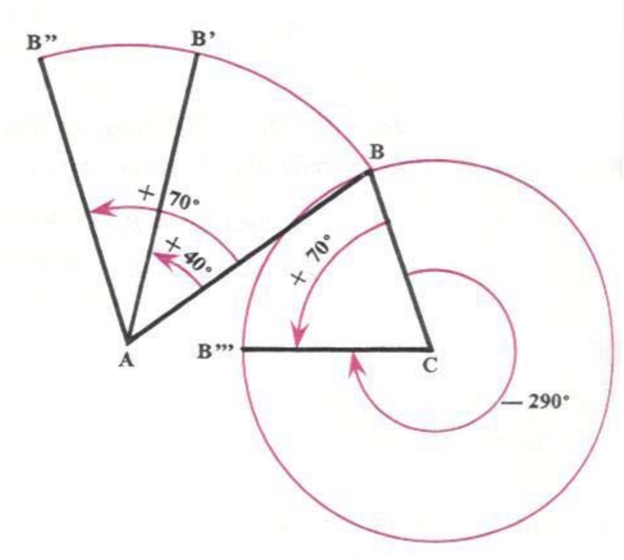
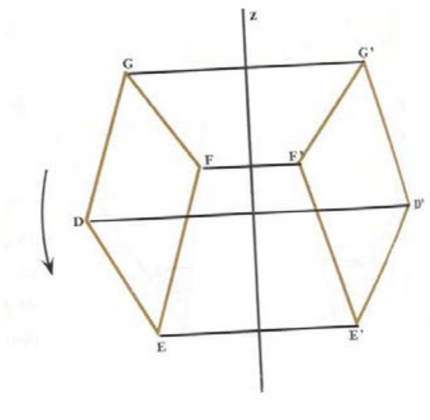


fig. 154

51. "Imaginemos uma recta r e um ponto O não pertencente a r (fig. 175). Vamos determinar a imagem de r dada pela rotação de centro O e ângulo de medida + 120^0, isto é, por R (O, +120^0)" (p.200).



52. "O ângulo BAC e o ponto O estão representados na fig. 156. Que resulta da rotação R (O, -90^0)?" (p.184).

53. "Para se obter o transformado de [ABCD] dado por R (M, +80^0) vamos determinar primeiro a imagem de cada um dos vértices A, B, C e D" (p.184, 185).

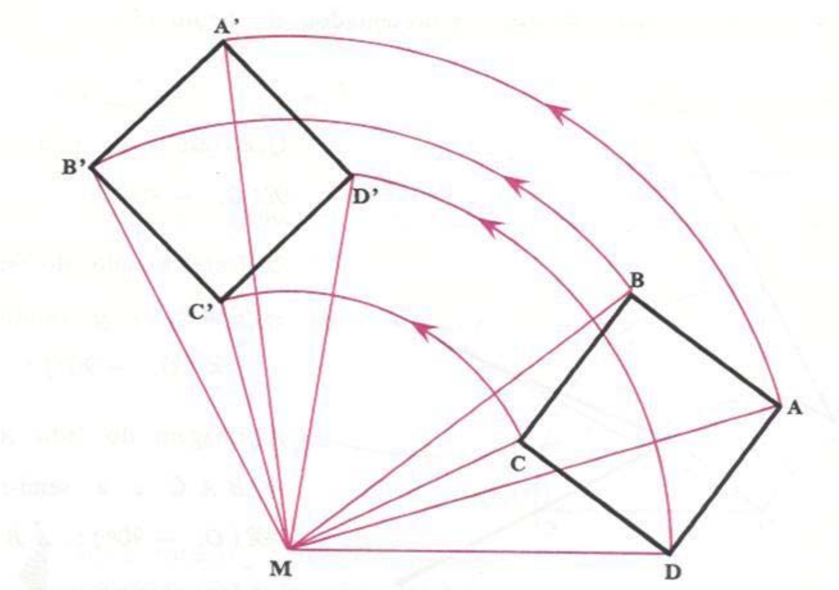


fig. 157

54. "Represente o segmento de recta AB e determine a imagem de [AB] dada pela rotação R (A, -50^0)" (p.185).

55., 56. e 57. "[EFG] é um triângulo equilátero fig. 158. Determine então:

a) o transformado de [EFG] dado por R (E, +60^0).

b) A imagem de [EFG] dada por R (F, +60^0).

c) O transformado [EFG] dado por R (G, +60^0)." (p.185).

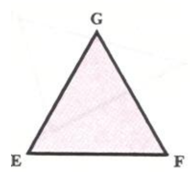


fig. 158

58. “[HIJL] é um quadrado (fig. 159).

a) O vértice I tem como imagem o ponto L por uma rotação do centro H; qual é, neste caso, o valor do ângulo de rotação?” (p.185).

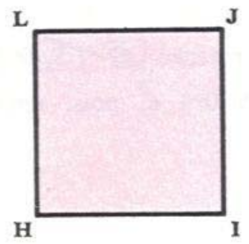


fig. 159

59. “Dada uma circunferência de centro O, qual será a sua imagem dada por uma rotação cujo centro é o ponto O?” (p.186).

60. “Por uma rotação do centro V e ângulo α, o segmento de recta XY foi transformado no segmento de recta X’Y’ ” (p.187).

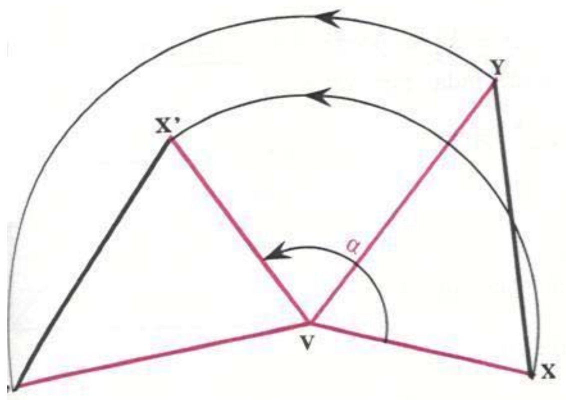


fig. 161

61. “A rotação do centro O e ângulo +180º aplica o triângulo [XYZ] no triângulo [X’Y’Z’]” (p.188).

62. "Qual é o simétrico do quadrado [EFGH] relativamente a O, ponto de intersecção das diagonais (fig 164)?" (p.189).

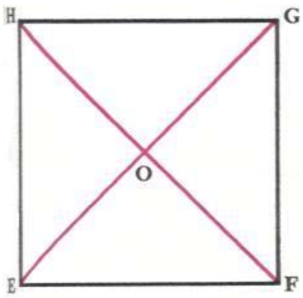


fig. 164

63. "Construa um rectângulo [ABCD] e o seu simétrico em relação ao vértice A" (p.189).

64. "Dada uma recta p e um ponto X tal que $X \in p$, determine o simétrico de p, a respeito de X. A recta p será invariante nessa transformação? Porquê?" (p.189).

65. "Represente uma semi-recta $\dot{D}E$.

- Determine a simétrica $\dot{D}E'$ de $\dot{D}E$, relativamente à origem" (p.189).

66. "Trace o ângulo ABC

- Desenhe o simétrico de $\sphericalangle$ ABC , a respeito do vértice B" (p.190).

67. "Um triângulo equilátero terá centro de simetria? E um losango? E um pentágono regular? E um octógono regular?" (p.190).

68. "Vamos determinar a imagem de A pela $\Re(C,+40^{\circ})$ " (p.190).

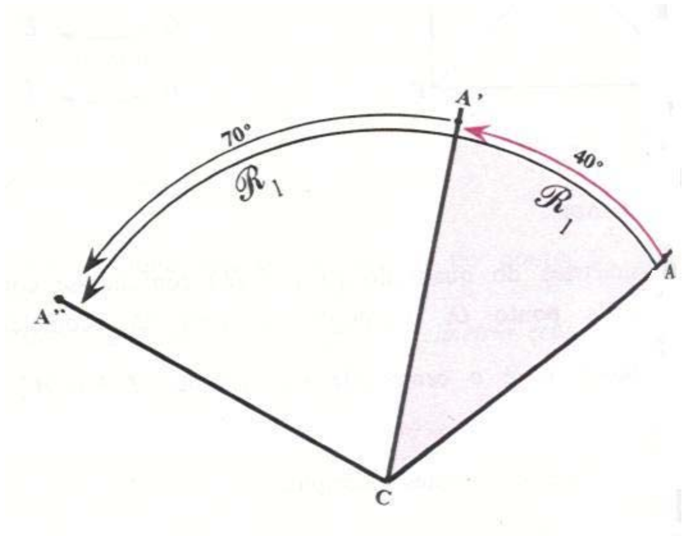


fig. 165

69. “Agora determinemos primeiro a imagem de $A_{1'}$ do ponto A dado pela rotação $\Re_2\,\Re_2$ e, depois, construamos o transformado de A_1 dado por $\Re_1$ “ (p.19 1).

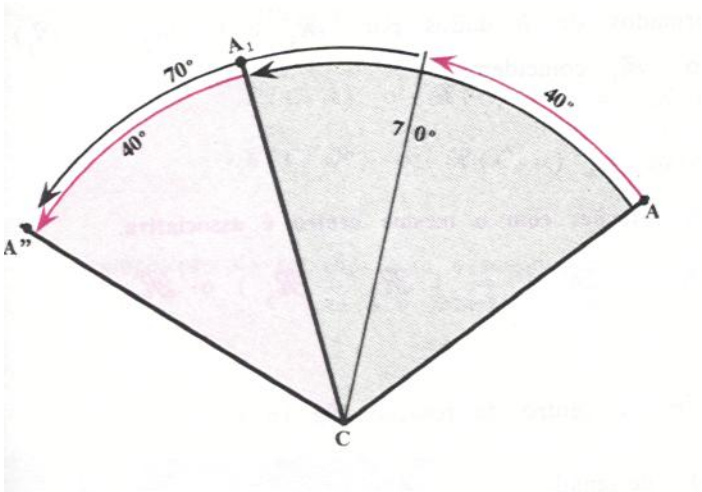
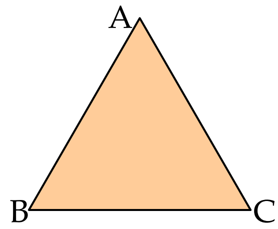


fig. 166

70. “Pela rotação $\Re(C,\alpha)$ (…). o segmento de recta EF é aplicado em [E´F´], (…). pela rotação inversa (…). o segmento de recta E´F´ é transformado em [EF]” (p.192).

71. "[ABC] é um triangulo equilátero fig. 168



Considere as rotações $\begin{matrix}\Re_1 = \Re(A,+60^{\circ}) \\ \Re_2 = \Re(A,+120^{\circ})\end{matrix}$

fig.168

<u>Determine o transformado</u> de [ABC] pela rotação composta $\Re_2 \circ \Re_1$ " (p.193).

72. "Sabe-se que $\Re(A,+20^{\circ}) \circ \Re(A,+70^{\circ}) = \Re(A,+100^{\circ})$. <u>Haverá outra rotação</u> que composta com $\Re(A,+70^{\circ})$, nos conduza ao mesmo resultado? Justifique" (p.194).

73., 74. e 75. "A amplitude de cada um dos ângulos internos do polígono regular [ABCDEF] é 120^{0}.

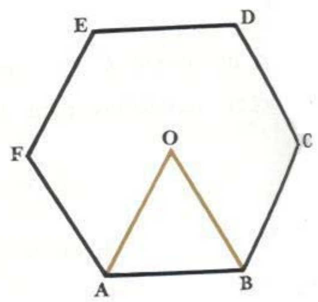


fig. 169

- <u>Determine a imagem</u> deste hexágono pela rotação de centro A e ângulo $+60^{0}$. Por esta rotação, qual é o transformado do centro O do polígono?
- <u>Pela rotação</u> $\Re(O,-60^{\circ})$ onde se aplica o vértice C de [ABCDEF]?
- <u>Faça a construção</u> da imagem de [ABCDEF] pela rotação composta $\Re(O,-60^{\circ}) \circ \Re(O,+120^{\circ})$ " (p.194).

76. "O ponto P é aplicado em Q pela translação associada ao vector $\vec{t}$ " (p.194).

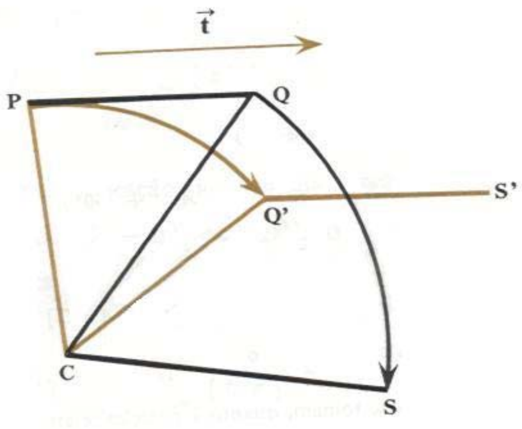


fig. 170

77. e 78. "Represente uma recta r, um vector $\vec{v}$ e um ponto O, tal que $O \notin r$.

- Determine o transformado de r pela aplicação composta $T_{\vec{v}} \circ \Re(O,+90^{o})$
- Represente a imagem de r pela aplicação composta $\Re(O,+90^{o}) \circ T_{\vec{v}}$ "

  (p.196).

79. e 80. "[ABC] é um triangulo equilátero

fig. 171

- Determine a imagem de [ABC] pela aplicação composta $\Re(B,+120^\circ)\circ T_{\overrightarrow{AB}}$. O triângulo será invariante para esta transformação? Porquê?
- Construa o transformado de [ABC] pela aplicação composta $T_{\overrightarrow{AB}}\circ\Re(O,+90^\circ)$ " (p.196).

81. "Determinemos o simétrico do segmento EF. Em relação ao eixo α " (p.198).

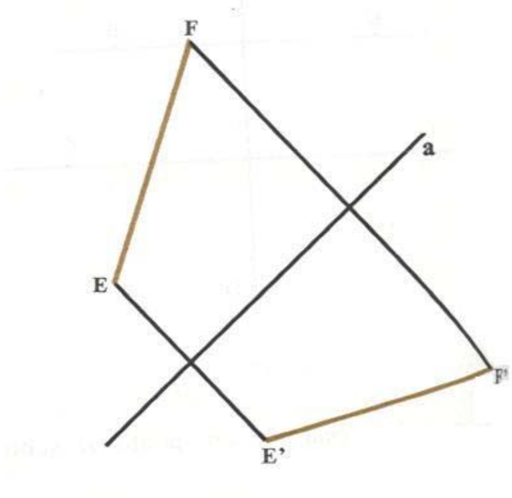


fig. 173

82. "Construamos o simétrico do ângulo ABC relativamente ao eixo m " (p.199).

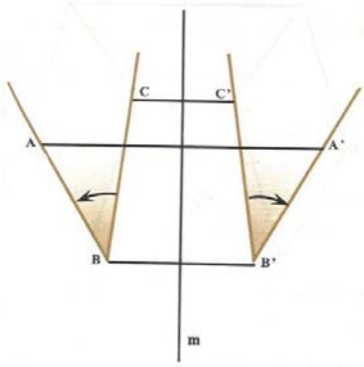


fig. 174

83. "<u>Construamos o simétrico</u> do quadrilátero [DEFG], em relação ao eixo de simetria *z*" (p.200).

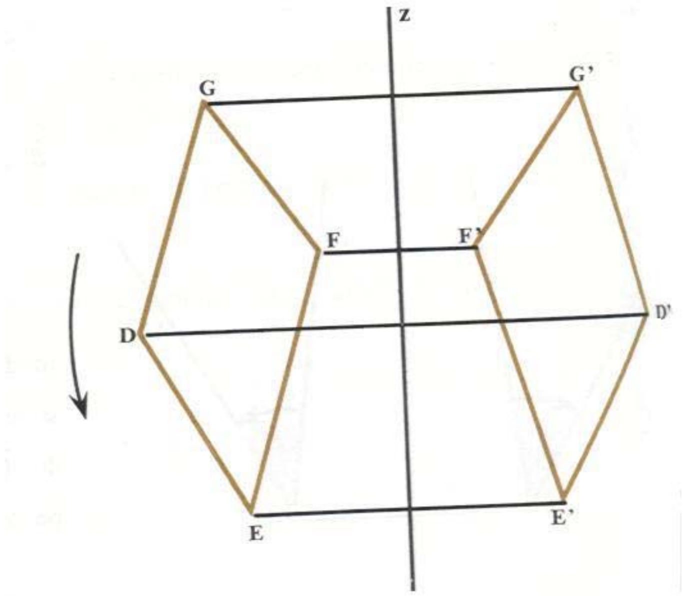


fig. 175

84. "<u>Determinemos o simétrico</u> de [LMNO] relativamente à recta suporte da diagonal LN" (p.200).

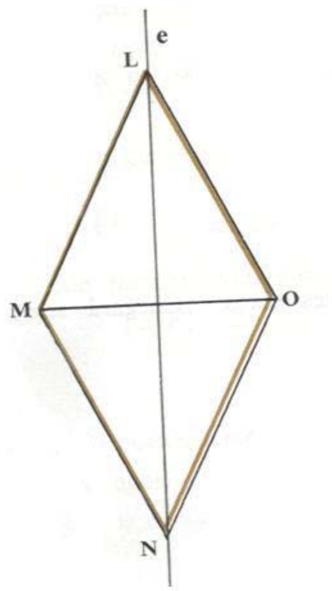


fig. 176

85. "Num círculo C qualquer recta que passe pelo centro é eixo de simetria de C. Quantos eixos de simetria se podem imaginar num círculo?" (p.201).

86. "Num quadrado Q as rectas que contêm as diagonais são eixos de simetria de Q. Num quadrado haverá outros eixos de simetria" (p.20 1).

87. "Um triângulo equilátero tem três eixos de simetria que são as rectas suporte das suas alturas. E um triângulo isósceles, mas não equilátero, quantos eixos de simetria terá?" (p.201).

88. e 89. "O triângulo [HIJ] é rectângulo em I .

Construa o simétrico de [HIJ]:

- em relação a um eixo *m* suporte de [IJ]
- -relativamente a um eixo *n*, suporte de [HJ]" (p.201).

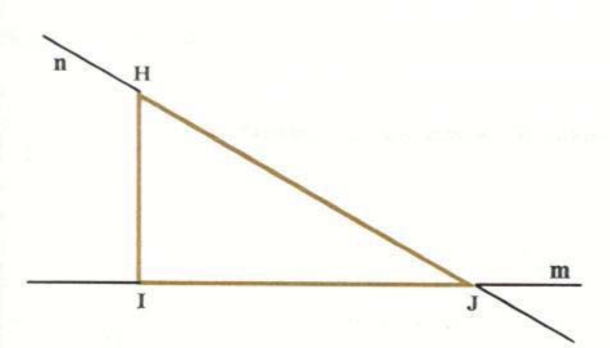


fig. 177

90. "Considere duas rectas perpendiculares *a* e *b* e tome a recta *a* para eixo de simetria (fig 178).

Qual é neste caso, o simétrico de b?" (p.202).

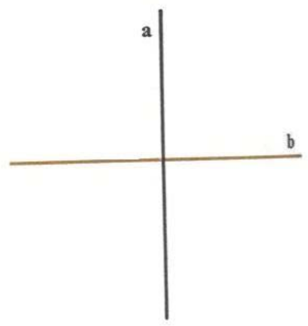


fig. 178

91. “ Em relação à recta *e* construa o simétrico do polígono representado fig 179” (p.202).

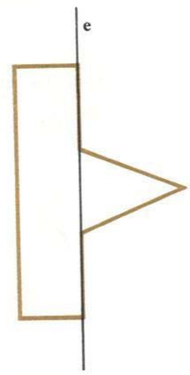


fig. 179

92. “Dado um triângulo [EFG] e um segmento HI, geometricamente igual ao lado EF, vamos construir um outro triângulo, geometricamente igual a [EFG] em que um dos lados seja [HI]” (p.205).

93. “Construamos também um triângulo negativamente igual a [EFG], em que um dos lados seja [HI]” (p.206).

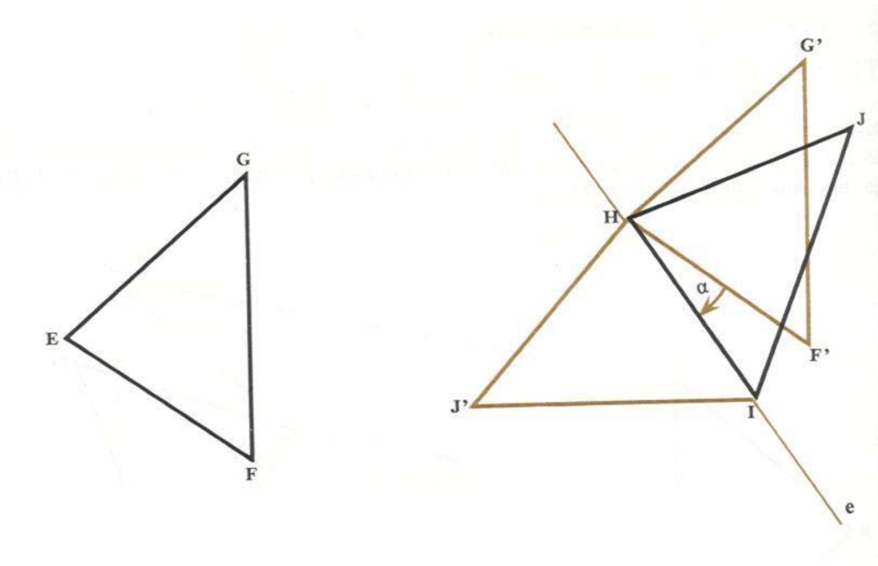


fig. 181

94. "Poderá construir um triângulo rectângulo se souber apenas os comprimentos dos catetos? Justifique" (p.213).

95. "Poderá construir-se um triangulo isósceles com 2,8 dm de perímetro e em que o comprimento de um dos lados seja 1,5 dm? Porquê?" (p.215).

96., 97., 98. e 99. " $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são os comprimento dos raios de duas circunferências e $\overline{AC}$ é a distancia dos respectivos centros. Indique a posição relativa dessas circunferências em cada uma destas situações:

a). $\overline{AB} = 10cm$ $\overline{CD} = 5cm$ $\overline{AC} = 8cm$

b). $\overline{AB} = 8cm$ $\overline{CD} = 4cm$ $\overline{AC} = 13cm$

c). $\overline{AB} = 20cm$ $\overline{CD} = 2cm$ $\overline{AC} = 1{,}8cm$

d). $\overline{AB} = 6cm$ $\overline{CD} = 10cm$ $\overline{AC} = 4cm$ " (p.215).

100. "Na figura 205, [OB] $\perp x$ e $\overline{BA} = \overline{BC}$. Tome para eixo de simetria a recta que contém [OB] e trace depois o simétrico de [OD] " (p.217).

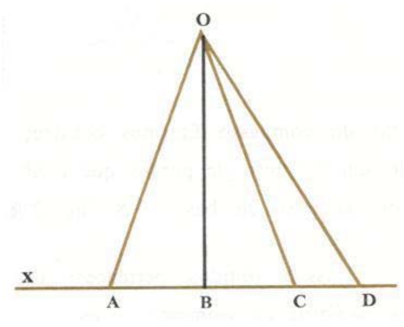


fig. 205

101. “Consideremos um ângulo ABC e <u>construamos o seu transformado</u> por uma simetria cujo eixo é o suporte do lado $\dot{B}A$” (p.220).

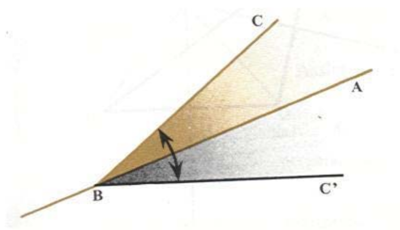


fig. 212

102. <u>“Como construir uma circunferência</u> tangente aos lados de um ângulo?” (p.221).

103. “<u>Construa um triângulo</u> equilátero [EFG] e determine o seu circuncentro A e o seu incentro B. Em relação aos pontos A e B que se verifica” (p.223).

104. “<u>Desenhe</u> um triangulo [HIJ] tal que Î=90º e, com a letra D, <u>indique o respectivo circuncentro”</u> (p.223).

105. "Dado um segmento de recta MN com 4cm de comprimento, trace as circunferências que admitem [MN] como corda e tenham um raio com 5cm" (p.223).

106. "Os pontos A, B e C indicam a posição de três casas situadas a igual distância de uma cabine telefónica X. Faça a construção adequada para assinalar o local onde fica essa cabine" (p.223).

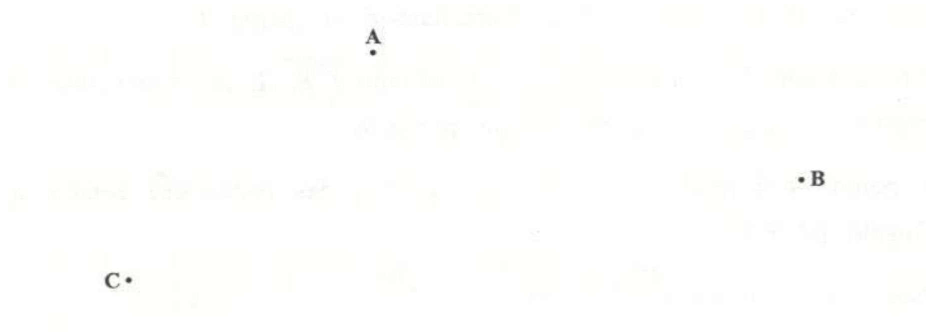


fig. 21

107. "O segmento de recta AB representa uma avenida e os pontos E e L indicam a posição de dois estabelecimentos de ensino situados no mesmo lado dessa artéria fig 219. Com a letra P indique o lugar onde deve ser colocada uma paragem de autocarros que fique a igual distância de E e L" (p.224).

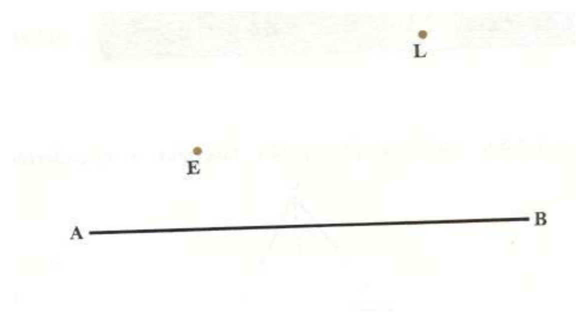


fig. 219.

108. "Construamos o triangulo [MNO] cujos vértices são os pontos médios de [ABC]. Os lados dos dois triângulos são paralelos, cada um a cada um. Assim, ao traçarmos as mediatrizes dos lados do triângulo [ABC]

vê-se que elas são rectas que contêm as alturas do triângulo [MNP] fig. 222" (p.226).

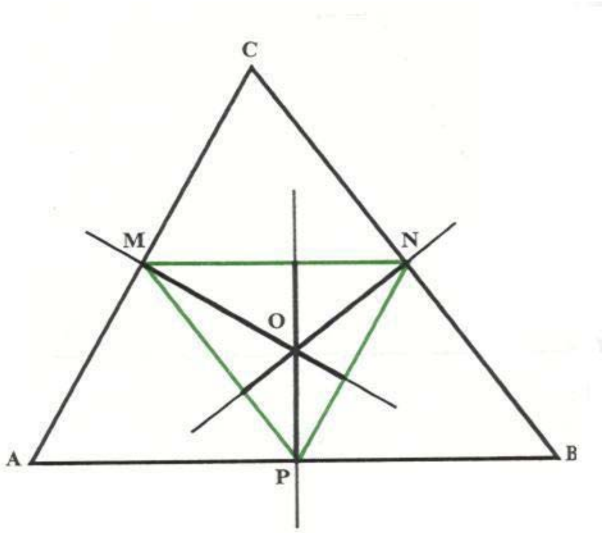


fig. 222

109. "Construa um triangulo [FGH] tal que $\overline{FG} = 6cm$; $\hat{F} = 50^{o}$; e $\overline{HF} = 5cm$. Determine depois o ortocentro X de [FGH] " (p.227).

110. "Desenhe um triângulo rectângulo [IJK] em que J é o vértice do ângulo recto. Onde se situa o ortocentro de [IJK]?" (p.227).

111. " $\overline{LM} = 2cm$; $\overline{MN} = 2cm$; $\overline{NL} = 5cm$. Represente o triângulo [LMN] e, com a letra Z, assinale o respectivo ortocentro. O ponto Z pertence a [LMN]?" (p.227).

112. e 113. "Determine geometricamente a posição do baricentro do triângulo [XYZ] se

a). $\overline{XY} = 6cm$ $Y\hat{X}Z = 70^{o}$ $X\hat{Y}Z = 45^{o}$

b). $\overline{XY} = 7cm$ $Z\hat{X}Y = 90^{o}$ $\overline{XZ} = 4,5cm$" (p.230).

114. e 115. "No triangulo [ABC], $\overline{AB} = 8cm$; e a mediana relativa ao lado AB tem 6cm de comprimento e forma, com o lado oposto, um ângulo de 60^0.

a). <u>Faça a construção</u> do triângulo [ABC]

b). <u>Determine a posição</u> do baricentro" (p.230).

116. e 117. "No triângulo [DEF], $\overline{DE} = \overline{EF}; \overline{DF} = 5cm;$ e a mediana relativa ao lado DF tem 5,4 cm de comprimento.

a). <u>Construa</u> [DEF]

c). <u>Determine geometricamente a posição</u> do ortocentro e do baricentro de [DEF]" (p.230).

Analogias

118., 119., 120., 121., 122., 123., 124., 125., 126. e 127. "Representemos essa transformação num diagrama

Complete então

(objecto, imagem).	(Barcelos, cavado).	(Aveiro,………….).
(………, Sado).	(Tete,…………...).	(Beira, …………..)."

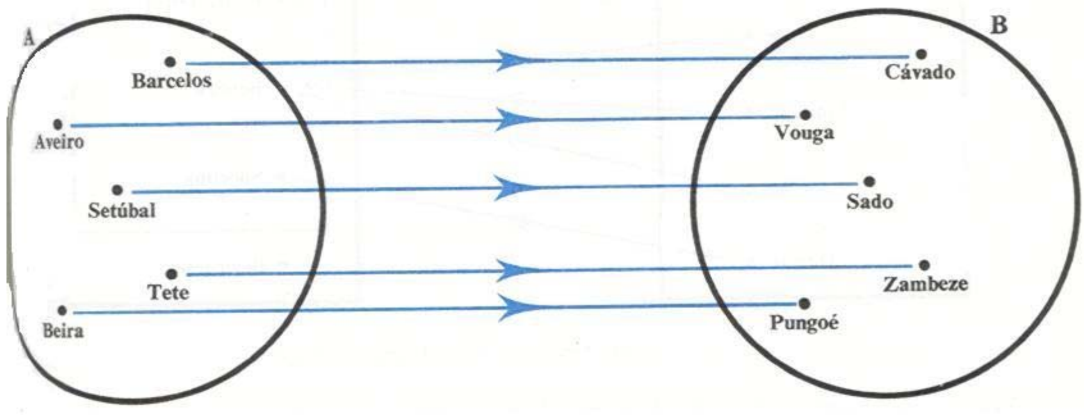


fig. 91- (p.117 e 118).

Explicação: Nesta citação estão implícitas 10 analogias distintas:

- Barcelos está para i rio Cavado assim como Aveiro está para o rio Vouga

- Barcelos está para o rio cavado assim como Setúbal está para o rio Sado
- Barcelos está para o rio Cavado assim como Tete está para o rio Zambeze
- Barcelos está para o rio Cavado assim como Beira está para o rio Pungoé
- Aveiro está para o rio Vouga assim como Setúbal está para o rio Sado
- Aveiro está para o rio Vouga assim como Tete está para o rio Zambeze
- Aveiro está para o rio Vouga assim como Beira está para o rio Pungoé
- Setúbal está para o rio Sado assim como Tete está para o rio Zambeze
- Setúbal está para o rio Sado assim como Beira está para o rio Pungoé
- Tete está para o rio Zambeze assim como Beira está para o rio Pungoé"

128., 129. e 130. "A temperatura, a altitude e o tempo, por exemplo, são grandezas variáveis em dois sentidos opostos. Podemos traduzir o resultado da medição de qualquer uma delas se recorrermos a um novo conjunto numérico: o dos números relativos" (p.20).

Explicação: Nesta citação estão implícitas 3 analogias distintas:

- A temperatura positiva está para a temperatura negativa assim como os números positivos estão para os números negativos
- A altitude positiva está para a altitude negativa assim como os números positivos estão para os números negativos
- O futuro está para o passado assim como os números positivos estão para os números negativos, considerando o presente como o zero.

131. "No sentido positivo é o sentido contrário ao do movimento dos ponteiros do relógio. O sentido negativo é o sentido do movimento dos ponteiros do relógio" (p.178).

Explicação: Está aqui implícita a analogia: O sentido positivo está para o sentido contrário ao do movimento dos relógios assim como o sentido negativo está para o sentido do movimento dos relógios.

Metáforas

132., 133., 134., 135., 136., 137., 138., 139., 140. e 141. "Representemos essa transformação num diagrama

Complete então

(objecto, imagem). (Barcelos, cavado). (Aveiro,………….).

(………, Sado). (Tete,…………...). (Beira, …………..) " (p.117 e 118).

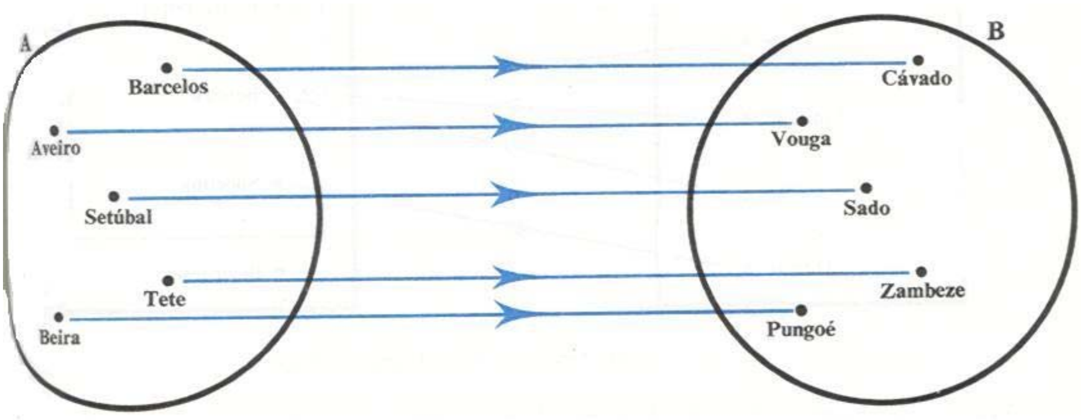


fig. 91

Explicação: Estão aqui implícitas dez metáforas:

- O Cavado é a imagem de Barcelos
- O Vouga é a imagem de Aveiro
- O Sado é a imagem de Setúbal
- O Zambeze é a imagem de Tete
- O Pungoé é a imagem de Beira
- Barcelos é o objecto do Cavado
- Aveiro é o objecto do Vouga
- Setúbal é o objecto do Sado
- Tete é o objecto do Zambezes
- Beira é o objecto de Pungo

142. "O sentido positivo é o sentido contrário ao do movimento dos ponteiros do relógio. O sentido negativo é o sentido do movimento dos ponteiros do relógio" (p.178).

Explicação: Está aqui implícita a metáfora: Os movimentos dos ponteiros do relógio são os sentidos positivo ou negativo.

143., 144., 145., 146., 147., 148., 149., 150., 151., 152., 153. e 154. "Construamos um conjunto G de poetas célebres e um conjunto H de países (fig. 94). e tomemos o operador «país de»" (p.120).

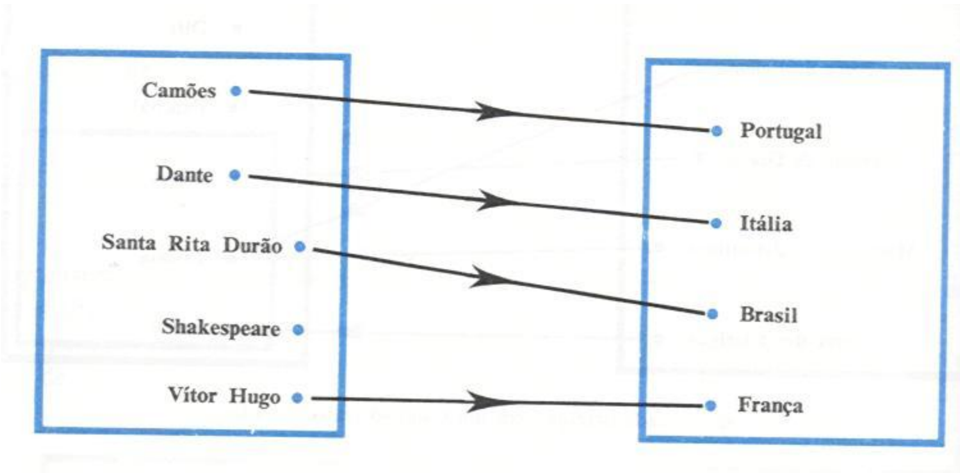


fig. 94

Explicação: Estão aqui presentes as seguintes metáforas:

- Camões é o Dante de Portugal
- Camões é a Santa Rita Durão do Portugal
- Camões é o Vítor Hugo de Portugal
- Dante é o Camões de Itália
- Dante é a Santa Rita de Durão de Itália
- Dante é o Vítor Hugo de Itália
- Santa Rita de Durão é o Camões do Brasil
- Santa Rita de Durão é o Dante do Brasil
- Santa Rita de Durão é o Vítor Hugo do Brasil
- Vítor Hugo é o Camões de França
- Vítor Hugo é o Dante de França
- Vítor Hugo é a Santa Rita de Durão de França

Criação de Problemas

155. "O Carlos e o Luís têm, respectivamente, 7 e 10 anos. Daqui a quanto tempo a idade de um é quádrupla da idade do outro? (Faça a interpretação do resultado) " (p.66).

Explicação: Neste problema o aluno descobre que tem uma solução impossível, deve reescrever o enunciado do problema.

156., 157. e 158. "Escreva o enunciado de um problema que possa traduzir-se por cada uma destas equações:

- $2x + 5 = 3x$
- $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 8$
- $x + 2x + \frac{3x}{2} = 180^{o}$ " (p.170).

Explicação: Nos exemplos apresentados são dadas três equações e partir dessas são criados enunciados de problemas que possam ser traduzidos por essas mesmas equações, existindo assim a criação de problemas.

Descoberta de Problemas

159. "O Francisco e a Margarida têm, respectivamente 19 e 13 anos. Daqui a quanto tempo a idade do Francisco será dupla da idade da Margarida?" (p.65).

Explicação: Este problema considera e explica a descoberta de que o problema não tem solução.

160. "O Carlos e o Luís têm, respectivamente, 7 e 10 anos. Daqui a quanto tempo a idade de um é quádrupla da idade do outro? (Faça a interpretação do resultado) " (p.66).

Explicação: Neste problema o aluno descobre que o problema não tem solução.

161. "A correspondência h: $x \mapsto \frac{1}{x^2 - 1}$ não é uma aplicação de Q em Q, mas sim uma aplicação de Q \ {-1, 1} em Q. Porquê?" (p.143).

Explicação: Neste problema, o aluno tem que descobrir porquê a impossibilidade de ser aplicação num domínio e ser aplicação noutro diferente.

162. "Em N_0 a subtracção será uma aplicação de $N_0 * N_0$ em N_0? Porquê?" (p.144).

Explicação: Neste problema, o aluno tem que descobrir e justificar a impossibilidade de ser aplicação nos conjuntos definidos.

163. "$y = \frac{3}{x}$ é uma expressão analítica da função que traduz a proporcionalidade inversa entre y e x em que 3 é constante de proporcionalidade. Não se trata de uma função linear. Porquê?" (p.155).

Explicação: Este problema considera na sua estrutura e explica na sua resolução dada a descoberta de que para ser função linear poderia ser atribuído à variável independente x qualquer valor, o que não acontece se se atribuir o valor 0.

164. "Será possível construir outros triângulos isósceles que admitam [AB] para base" (p.217).

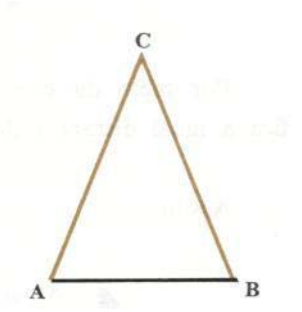


fig. 206

Explicação: Este problema considera na sua estrutura e explica na sua resolução que é possível a construção de mais do que um triângulo isósceles e descobre ainda que os vértices desses triângulos pertencem a uma recta denominada mediatriz do segmento de recta AB

Insight

165. "O Francisco e a Margarida têm, respectivamente 19 e 13 anos. Daqui a quanto tempo a idade do Francisco será dupla da idade da Margarida?" (p.65).

Explicação: Este problema é enganoso porque induz a existência de solução quando essa não existe no contexto do problema.

166. "O Carlos e o Luís têm, respectivamente, 7 e 10 anos. Daqui a quanto tempo a idade de um é quádrupla da idade do outro? (Faça a interpretação do resultado) " (p.66).

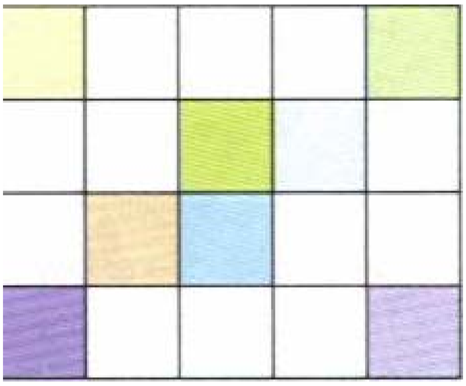
Explicação: Neste problema o aluno descobre que o problema é enganoso porque o resultado obtido é impossível, só seria possível se no enunciado em vez de estar "daqui a quanto tempo" perguntasse "há quanto tempo".

Anexo 14- Problemas contabilizados no Manual VII (1998) segundo o processo criativo usado

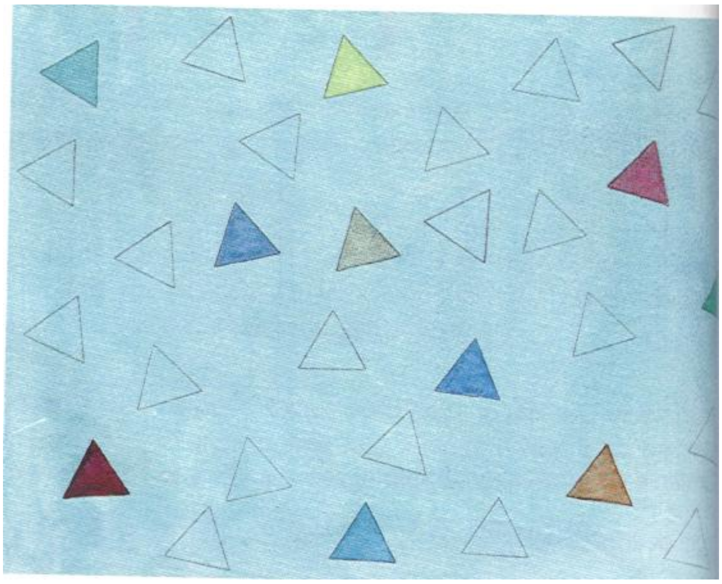
Flexibilidade Perceptiva- Nas situações apresentadas é exigido ao aluno alternância de focalização perceptiva (colorida/ não colorida)., distinção entre a parte e o todo e ainda a identificação de figuras e formatos.

1. "Considere os 20 quadrados da figura

Qual é a percentagem dos coloridos? " (p.81, Parte 1).



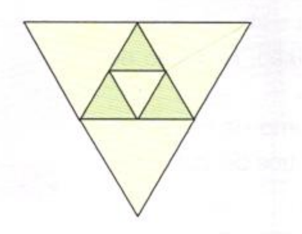
2., 3. e 4. "Observe a figura e indique se é Verdadeiro ou Falso



a) Estão coloridos 30% dos triângulos
b) A razão dos triângulos coloridos para o total de triângulos é de 1:2
c) Estão coloridos um terço dos triângulos da figura" (p.86, Parte 1).

5. "Observe a figura. Os triângulos são todos equiláteros.

   Qual das seguintes afirmações é verdadeira?



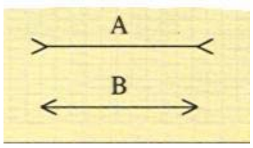
   A razão da parte amarela para a parte verde é:

   (A). $\frac{3}{4}$ (B). $\frac{4}{3}$ (C). $\frac{3}{10}$ (D). Nenhuma das anteriores" (p.94, parte 1).

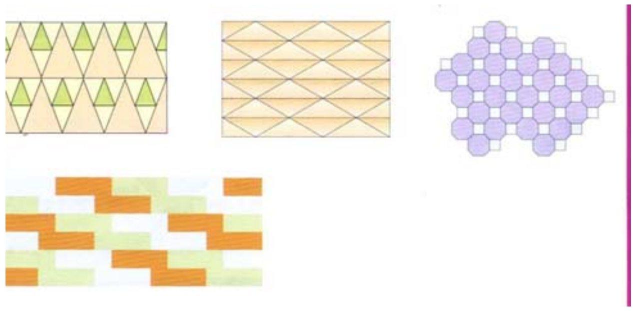
6. "Os trabalhadores que comem na cantina da fábrica estão na figura com um fundo de cor.

   - Escreva na forma simplificada, a razão dos trabalhadores que comem na cantina para os que não comem na cantina" (p.94, Parte 1).

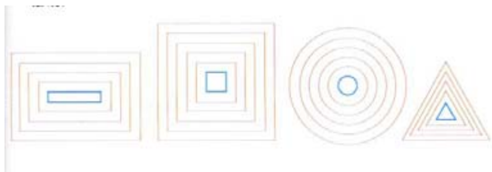
7. "Qual é maior?" (p.103).



8. "Represente as figuras que foram usadas nas seguintes tecelagens" (p.125, Parte 1).



9. “Um professor pediu a cada um dos alunos que desenhasse um conjunto de figuras semelhantes. O João apresentou um conjunto de figuras que se obtinham de uma inicial (a azul)., acrescentando sucessivamente uma banda de largura constante”



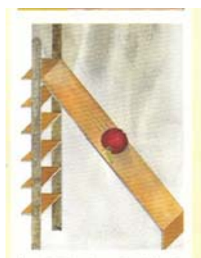
a)Quando o João expôs o seu trabalho, logo duas colegas afirmaram

- Não obtiveste figuras semelhantes em todos os desenhos - disse a Ana

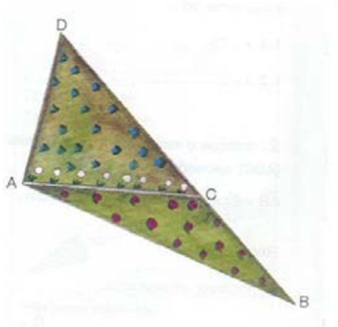
- Não, eu acho que em todos os desenhos o João obteve figuras semelhantes - disse a Carla

Quem tem razão?” (p.127, Parte 1).

10. “A maça está a cair num plano inclinado. Na figura estão representados vários planos” (p.87, Parte 2).



11. "Observe a figura. Quantos triângulos estão representados na figura" (p.124, Parte 2).



12. "Em fotografias obtidas em jornais ou revistas identifique quadriláteros" (p.126, Parte 2).

13., 14., 15. e 16. "Identifique, se existir:

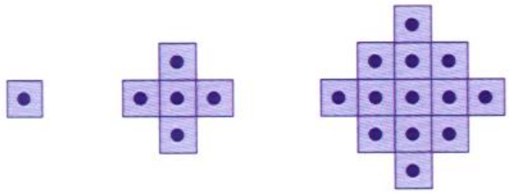
a). o paralelogramo que tem quatro lados iguais e as diagonais diferentes

b). o quadrilátero que tem diagonais perpendiculares e do mesmo comprimento

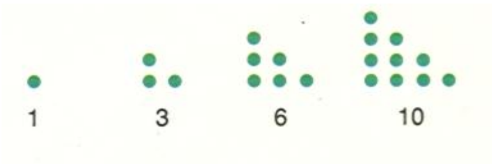
c). o paralelogramo em que as diagonais não se bissectam

d). o quadrilátero que tem somente dois lados paralelos e um ângulo recto " (p.129 Parte 2).

17. – "Qual será a próxima figura para a seguinte sequência?" (p.45, Parte 1).



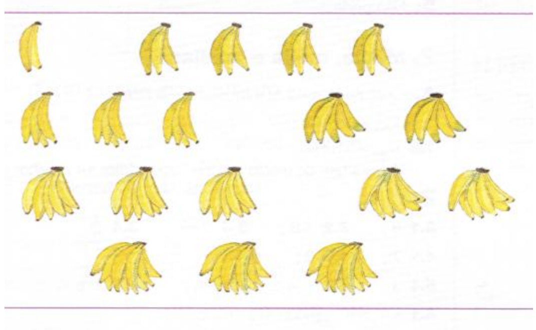
18. “Observe o padrão:



Faça o esquema e diga quais são os dois próximos números da sequência” (p.45, Parte 1).

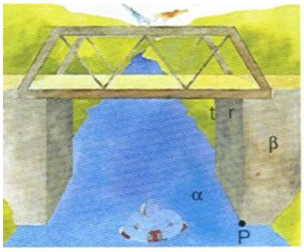
19. “Construa um gráfico de barras e um gráfico circular para ilustrar a situação (em relação ao número de figuras geométricas de cada tipo).” (p.23, Parte 2).

20. “Construa uma tabela de frequências de acordo com os dados



Represente os dados usando um gráfico de barras” (p.39, Parte 2).

21., 22. e 23. "Observe a figura.



Acerca dos planos e das rectas nela representados, indique:

a). uma recta concorrente com um plano

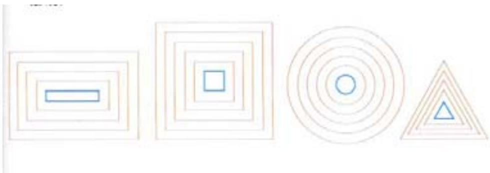
b).uma recta aposta a um plano

c).uma recta paralela a um plano" (p.89, Parte 2).

Imagery- Os problemas apresentados implicam a elaboração de esquemas ,gráficos como auxiliares da resolução assim como a manipulação mental de figuras e comparação das mesmas.

24. "Observe para cada alínea, os pares de figuras, a sua forma e o seu tamanho. Diga em que casos, as figuras parecem semelhantes e, no caso afirmativo, geometricamente iguais" (p.109, Parte 1).

25. "Um professor pediu a cada um dos alunos que desenhasse um conjunto de figuras semelhantes. O João apresentou um conjunto de figuras que se obtinham de uma inicial (a azul)., acrescentando sucessivamente uma banda de largura constante.



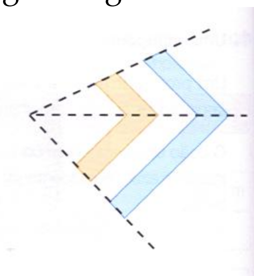
<u>Se o João tivesse continuado a desenhar bandas</u> de largura constante ao rectângulo, acabava por obter um quadrado, ou esse quadrado é apenas uma miragem?" (p.127, Parte 1).

26., 27. e 28. "Das seguintes afirmações, e de acordo com as figuras quais são as falsas.

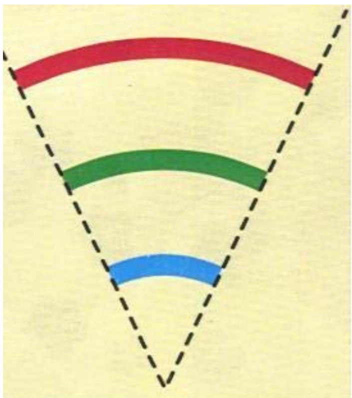
1- Dois círculos são sempre semelhantes

2- Os polígonos da figura ao lado são semelhantes.

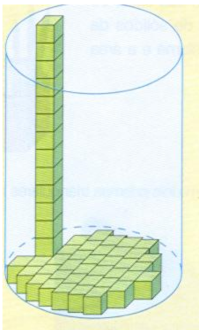
3- Os rectângulos da figura seguinte são semelhantes" (p.128 Parte 1).



29. "Qual é o arco que tem maior curvatura?" (p.63, Parte 2).

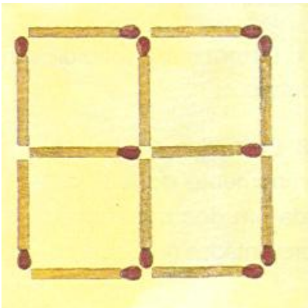


30. "Para calcular o volume do cilindro <u>imagina-se quantos cubos cabiam</u> dentro do cilindro" (p.98, Parte 2).



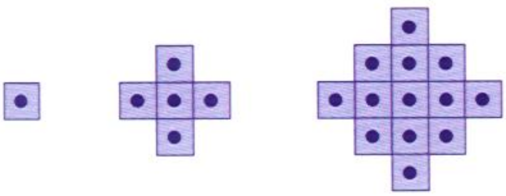
31. "Como colocar 12 vasos de flores em seis filas de 4 vasos em cada fila?" (p.11, Parte 1).

32. "Movimente dois fósforos de modo a formar 6 quadrados" (p.31, Parte 1).

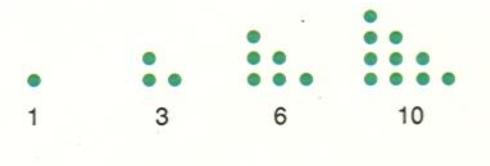


33. "Duas mulheres e seus maridos, muito ciumentos, precisam de atravessar um rio num barco que apenas leva duas pessoas de cada vez. Os maridos ciumentos nunca deixam a sua mulher com outro homem, a não ser que ele esteja presente. Quantas viagens terão de fazer?" (p.39. Parte 1).

34. "Qual será a próxima figura para a seguinte sequência?" (p.45, Parte 1).



35. “Observe o padrão:



<u>Faça o esquema</u> e diga quais são os dois próximos números da sequência” (p.45, Parte 1).

36. “A Ana foi tirar fotocópias de um livro de poemas para ela e para alguns amigos.

Da página 10 pediu 3

Da página 15 pediu 5

Da página 20 pediu 10

Antes de entrar na loja observou a tabela de preços

<u>Construa uma tabela e um gráfico</u> considerando o número de fotocópias tiradas e o custo e diga, justificando, se existe ou não proporcionalidade directa entre as duas grandezas” (p.74, Parte 1).

37. “Sabendo que num dado banco, 80 contos rendem, ao fim de um ano, 16 contos de juros, determine:

i. a solução de 1.1 <u>através de um gráfico”</u> (p.76, Parte 1).

38. "Obtenha figuras semelhantes à figura A usando quadrículas diferentes" (p.104, Parte 1).

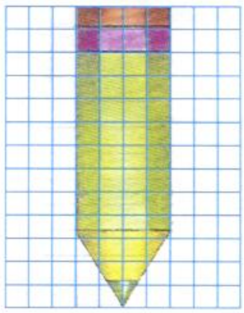
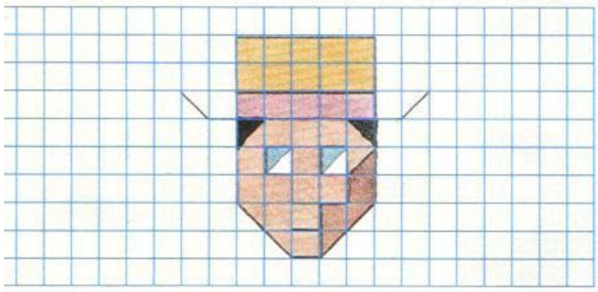
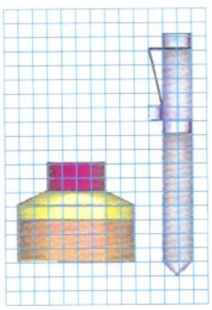


fig. A

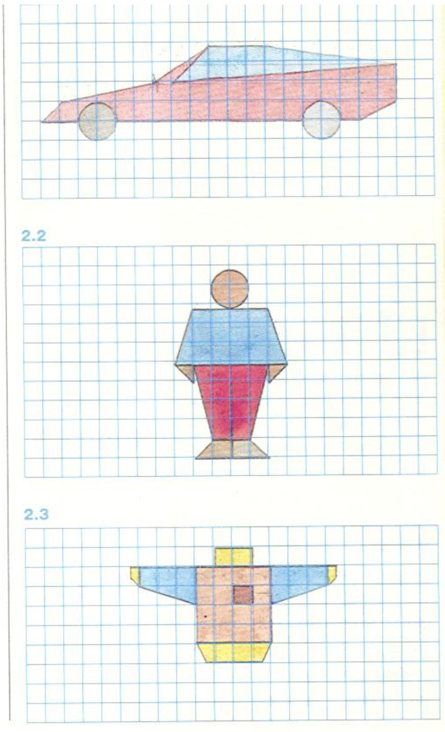
39. "Use quadrículas diferentes para obter figuras semelhantes à figura dada" (p.104, Parte 1).



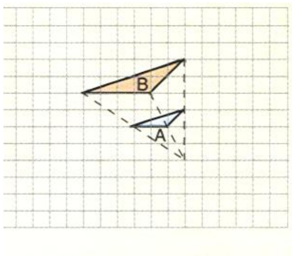
40. "Obtenha figuras semelhantes à figura seguinte " (p.105, Parte 1).



41., 42. e 43. "Represente no seu caderno quadriculado figuras semelhantes às figuras seguintes" (p.105 Parte 1).

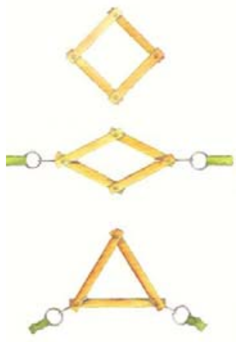


44. "Observe a figura

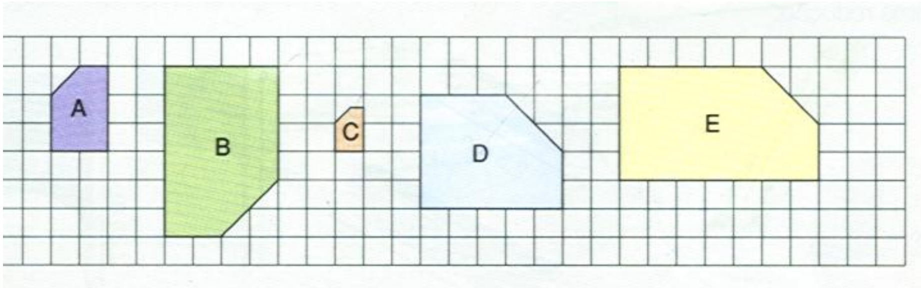


Construa um outro triângulo C semelhante aos triângulos A e B. indique a razão de semelhança que utilizou" (p.115, Parte 1).

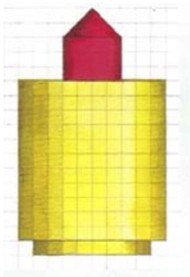
45. "Observe como o triângulo é um polígono diferente" (p.116, Parte 1).



46. "Quais dos polígonos desenhados são semelhantes ao polígono A" (p.119, Parte 1).



47. e 48. "A figura seguinte representa um frasco de perfume.

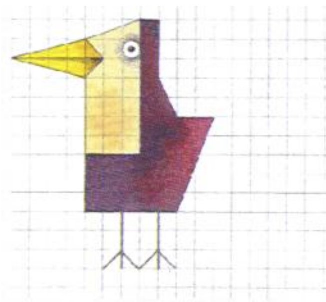


a). Desenhe no seu caderno uma figura semelhante e indique a razão de semelhança que utilizou.

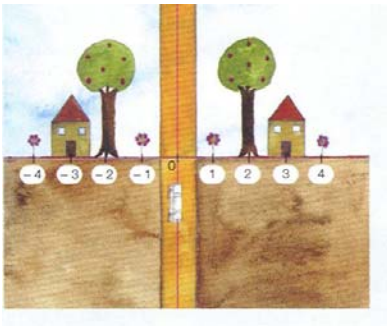
b). Desenhe no seu caderno uma figura que mantenha a amplitude dos ângulos mas não seja igual à figura dada" (p.119, Parte 1).

49. "Desenhe dois rectângulos que sejam semelhantes e dois rectângulos que não sejam semelhantes" (p.125, Parte 1).

50. "Desenhe no seu papel quadriculado duas figuras diferentes, mas semelhantes à figura seguinte" (p.129, Parte 1).



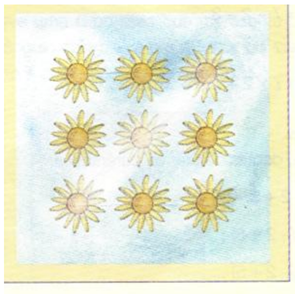
51. "Dada a figura



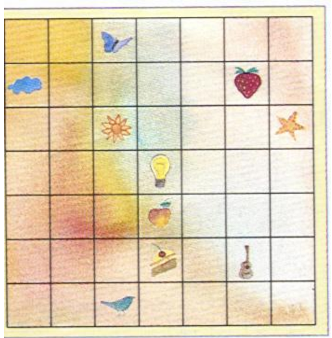
- Existe simetria na paisagem para quem viaja na estrada. Justifique esta afirmação" (p.148, Parte 1).

52. "Considere as expressões $(+3)+(+2)$ e $(-6)+(+5)$. <u>Crie uma imagem</u> para cada uma e calcule o seu valor" (p.155, Parte 1).

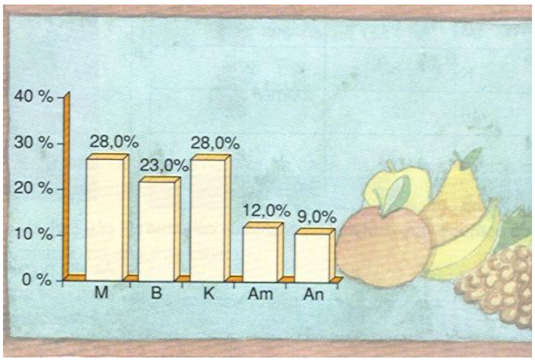
53. "Sem levantar o lápis e apenas <u>com quatro segmentos de recta, una os nove malmequeres"</u> (p.171, Parte 1).



54. "<u>Quantas linhas rectas se pode traçar</u> contendo cada uma três desenhos?" (p.177 Parte 1).

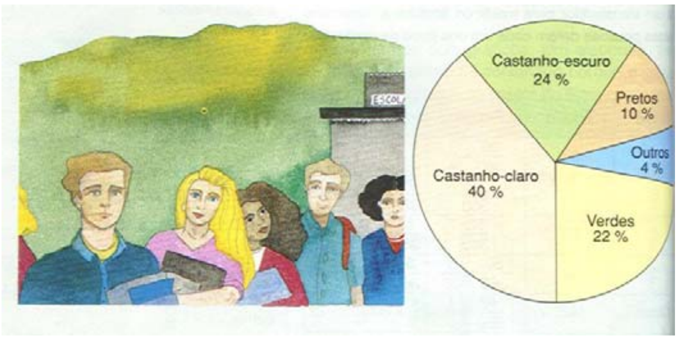


55. "O gráfico seguinte tem a designação de gráfico de barras. Os gráficos de barras são muito utilizados em estatística



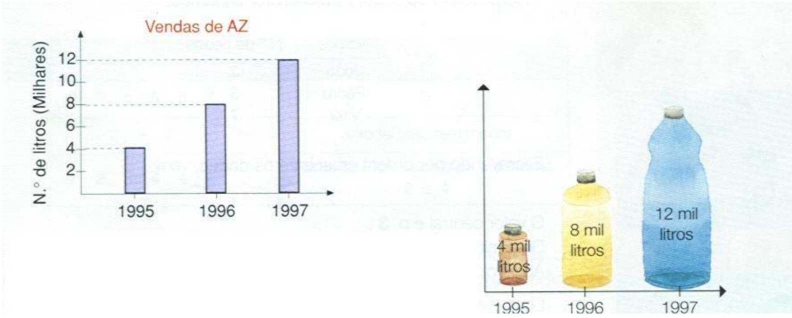
- Com os dados de gráfico anterior pode-se também construir um gráfico circular" (p.16, Parte 2).

56. "Elabore um gráfico de barras com a informação retirada dos dados do problema" (p.22, Parte 2).



57. "Construa um gráfico de barras e um gráfico circular para ilustrar a situação (em relação ao número de figuras geométricas de cada tipo)" (p.23, Parte 2).

58. "O gráfico de barras seguinte refere o número de vendas do refrigerante AZ.



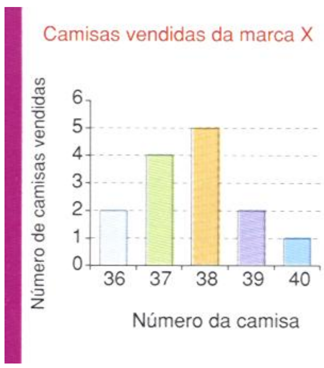
Este gráfico pode ser substituído, de forma correcta, pelo gráfico que se encontra ao lado? Justifique a resposta" (p.23, Parte 2).

59. "A Ana, o Bruno e a Carla venderam postais pintados por eles para comprar um computador. Ao fim de cada semana registaram o dinheiro obtido, como mostra a tabela.

	Dinheiro em escudos		
	Ana	Bruno	Carla
1.ª semana	3750	3000	3650
2.ª semana	3250	3900	2800
3.ª semana	2900	4400	3250
4.ª semana	4100	4000	3700

Construa um gráfico circular que dê informação acerca da percentagem que cada um ganhou relativamente ao total obtido pelos três" (p.35, Parte 2).

60. "Observe o gráfico.

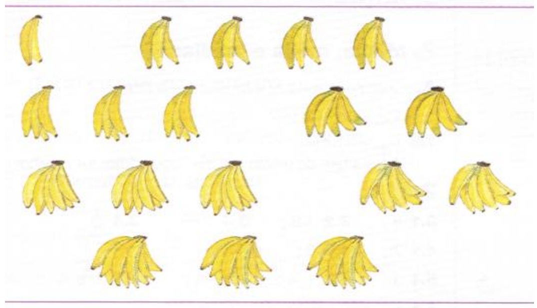


a).Desenhe um gráfico circular que mostre a mesma informação" (p.36, Parte 2).

61. "Construa o gráfico circular correspondente aos dados da tabela" (p.38, Parte 2).

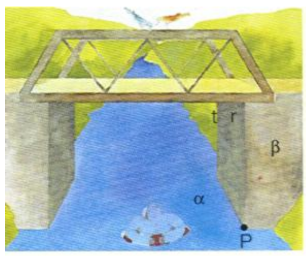
Continente	Área em milhões de km	Fracção	Ângulo
Ásia	44,5		
Europa	10,5		
África	30,5		
América	42,0		
Outros	22,5		
Total			

62. "Construa uma tabela de frequências de acordo com os dados



Represente os dados usando um gráfico de barras" (p.39, Parte 2).

63., 64. e 65.- "Observe a figura.



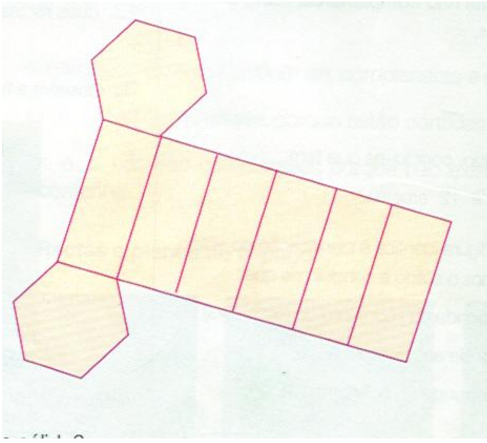
Acerca dos planos e das rectas nela representados, indique:

a). uma recta concorrente com um plano

b).uma recta aposta a um plano

c).uma recta paralela a um plano" (p.89, Parte 2).

66. "Na figura seguinte representa-se a planificação de um sólido.

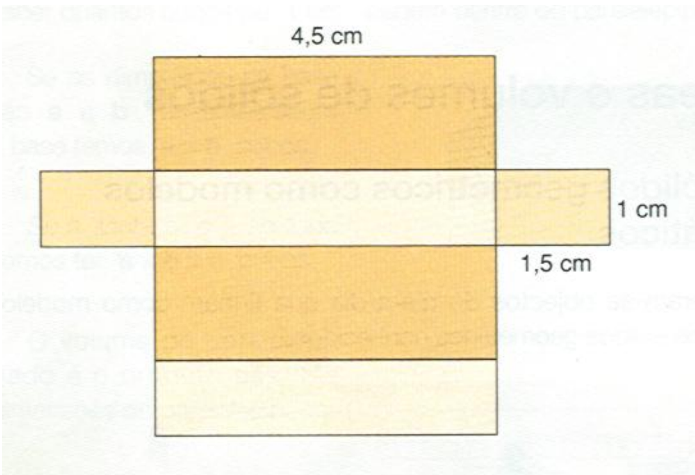


<u>Desenhe outra planificação</u> diferente para o mesmo sólido" (p.90, Parte 2).

67., 68., 69., 70. e 71. "Na figura está representado sobre uma mesa um aquário com a forma de um paralelepípedo rectângulo. Para designar um plano dos representados na figura basta indicar 3 pontos não alinhados desse plano: por exemplo o plano da base do aquário pode ser designado por AHG ou HGF ou AFG. O plano da mesa é α. Indique, da figura:

- dois planos paralelos
- três rectas paralelas à recta AB
- quatro rectas concorrentes à recta CH
- quatro rectas paralelas ao plano α
- quatro rectas concorrentes ao plano ABE" (p.91, Parte 2).

72. e 73."Observe a figura.



Desenhe planificações para paralelepípedos rectângulos que tenham as dimensões:

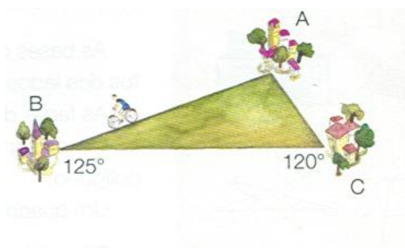
- 4cm 2cm e 3cm
- 6cm 6cm e 2cm" (p.91, Parte 2).

74. e 75. "Construa se possível um triangulo cujos lados medem:

- 2,5 cm 8 cm 7cm
- 1,3 dm 0,2dm 0,8dm" (p.107, Parte 2).

76. "Se duas figuras são geometricamente iguais, decalcando uma com papel vegetal, verifica-se que é sobreponivel à outra" (p.108, Parte 2).

77. "O Nuno foi de bicicleta da cidade A até à cidade B e da cidade B até C, regressando à cidade A. Os ângulos que teve de rodar para mudar de direcção estão indicados na figura ao lado. Qual das cidades B ou C, está a maior distancia de A? Justifique" (p.125, Parte 2).



78. "Construa um rectângulo sabendo que o ângulo das duas diagonais é de 40º e uma das diagonais tem 5cm de comprimento" (p.130, Parte 2).

79. "Resolva o problema anterior substituindo o rectângulo por um paralelogramo. Quantas soluções tem o problema?" (p.130, Parte 2).

80. "No geoplano represente quadriláteros com a mesma área e formas diferentes" (p.130, Parte 2).

81. e 82. "Utilize desenhos para verificar se são ou não verdadeiras ou falsas as seguintes afirmações:

- A soma dos ângulos internos de qualquer quadrilátero é 360º
- Em qualquer quadrilátero a soma dos ângulos opostos é 180º" (p.130, Parte 2).

83., 84., 85. e 86."Construa um triângulo [ABC] sabendo que:

a).- $\overline{AB} = 5cm$ $\overline{BC} = 7cm$ $\overline{AC} = 6cm$

b).- $\overline{AB} = 7cm$ $\hat{A} = 60°$ $\hat{B} = 40°$

c).- $\overline{AB} = 5cm$ $\overline{BC} = 6cm$ $\hat{B} = 45°$

d).- $\overline{AB} = 5cm$ $\overline{BC} = 7cm$ $\hat{B} = 40°$ " (p.113, parte2).

Analogias

87. e 88. " No contexto da adição algébrica de números inteiros relativos aparece o seguinte esquema:

+ ganhar + adepto

- perder - adversário"(p.149, Parte 1).

Explicação: Estão aqui implícitas duas analogias:

- O sinal + está para o sinal – assim como ganhar está para perder.

- O sinal + está o sinal – para assim como ter um adepto está para ter um adversário.

89. "Numa equação aparece sempre o símbolo =. Este símbolo que se lê igual tem a ver com equilíbrio. Numa balança, o equilíbrio consegue-se quando são iguais as massas nos dois pratos" (p.46 Parte 2).

Explicação: Está aqui implícita a analogia: Os pratos da balança estão para o equilíbrio assim como os termos de uma equação estão para o sinal =.

Metáforas

90., 91. e 92. "Numa equação aparece sempre o símbolo =. Este símbolo que se lê igual tem a ver com equilíbrio. Numa balança, o equilíbrio consegue-se quando são iguais as massas nos dois pratos" (p.46, Parte 2).

Explicação: Estão aqui presentes três metáforas:

a. A equação é a balança equilibrada
b. Os termos de uma equação são os pratos de uma balança
c. O sinal = é o equilíbrio da balança

93. "Imaginemos o tampo de uma mesa prolongado até ao infinito e sem espessura. O Universo ficou dividido em duas partes. A divisão foi feita por um plano" (p.87, Parte 2).

Explicação: Está aqui implícita a metáfora: Um plano é um tampo de uma mesa infinita e sem espessura a dividir o universo.

Criação de Problemas- Nos problemas seguintes o aluno tem de criar enunciados, problemas e situações

94. "Observe os objectos que o rodeiam (portas, janelas, mesas, tectos). e que lhe lembram rectângulos. Faça uma estimativa para a área e perímetro de cada um" (p.16, Parte 1).

95. "Sendo **a** o custo de uma maça e **b** o custo de uma pêra, o que representa a expressão 3a+6b? Escreva outras expressões e indique o seu significado" (p.47, Parte 1).

96. "Dividi dois números inteiros escritos com um algarismo e obtive 0,6. De que número se tratava? Invente outros problemas" (p.49, Parte 1).

97. "Pense num número, tire-lhe 2, multiplique o resultado por 4, adicione 16, divida por 4 e tire o número em que pensou. O resultado foi 2. Porquê? Invente um problema idêntico a este" (p.53, Parte 1).

98. "Invente problemas e usando a tabela aplique uma regra de três simples para os resolver" (p.80, Parte 1).

CÂMBIOS	98/01/22	
	NOTAS E MOEDAS	
	Compra	Venda
EUA (Dólar)	186$	189$
Alemanha (Marco)	101$6	103$1
França (Franco)	30$2	30$8
Espanha (Peseta) ,	1$19,8	1$22,3
Itália (Lira)	$1	$10,8
Grã-Bretanha (Libra)	303$3	306$8
CEE (ECU)		
Holanda (Florim)	90$2	91$5
Bélgica (Franco)	4$87	5$02
Suiça (Franco)	124$7	126$2
Japão (Iene)	1$42	1$47,5
Suécia (Coroa)	23$08	23$58
Noruega (Coroa)	24$63	25$13
Dinamarca (Coroa)	26$64	27$14
Finlândia (Markka)	33$56	34$16
Irlanda (Libra)	255$5	259$5
Grécia (Dracma)	$6	$68
Canadá (Dólar)	129$2	131$2
Áustria (Xelim)	14$42	14$92
África do Sul (Rand)	34$9	38$4

99.“Dê exemplos de figuras semelhantes em objectos do dia-a-dia” (p.109, Parte 1).

100. “Invente outras situações, junte o que deve a Nini, o que tem a Nini e, no final, indique a sua situação financeira” (p.156, Parte 1).

101. “O slogan (informar para decidir). da responsabilidade do INE, transmite uma mensagem acerca do interessa da estatística. Apresente exemplos que confirmem esse interesse” (p.23, Parte 2).

102., 103., 104., 105., 106. e 107. “Para cada uma das seguintes equações, escreva a pergunta que ela traduz e indique a solução:

a). $5 + x = 15$

b). $a + 6 = 0$

c). $x - 5 = 3$

d). $3y = 3$

e). $-2 = 2a$

f). $5 = x + 8$” (p.50, Parte 2).

108. “Ao observarmos uma equação devemos dar-lhe um sentido. Por exemplo seja a equação $x + 10 = 42$. Poderíamos pensar: Num cesto tínhamos um certo número de laranjas, juntamos-lhe dez e ficamos com 42 laranjas. Quantas laranjas tínhamos no cesto?

Considere agora a equação $a - 12 = 42$

Conte uma “história” que dê sentido à equação e em seguida resolva-a” (p.51, Parte 2).

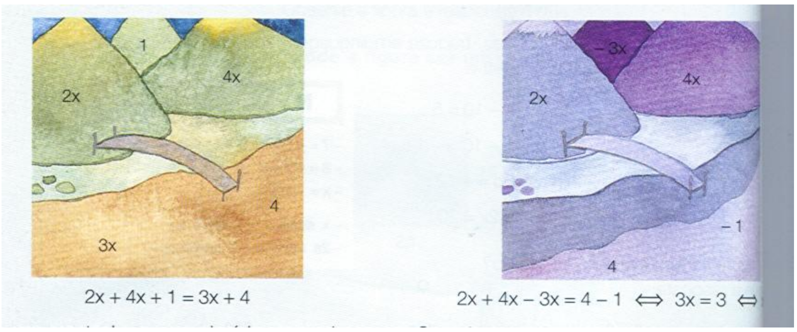
109., 110. e 111. "Se x representa o número de abelhas que está numa colmeia. Escreva uma pergunta que possa ser traduzida por cada uma das equações seguintes e responda à pergunta que formulou:

$a) 80 + x = 3000$

$b) x - 100 = 800$ "(p.51, Parte 2).

$c) 2x = 600$

112. "



Existia uma montanha e uma planície separadas por um rio com uma ponte. Na montanha viviam os termos x e na planície os termos independentes. Durante o dia os termos x vinham trabalhar para a planície e alguns termos independentes trabalhavam na montanha.

$2x + 4x + 1 = 3x + 4$

Quando era noite todos regressavam às suas casas. Mas quando passavam pela ponte tinham de trocar de roupa pois havia grandes diferenças de temperatura entre a montanha e a planície.

$2x + 4x - 3x = 4 - 1 \Leftrightarrow 3x = 3 \Leftrightarrow x = 1$

Imagine situações idênticas à apresentada, escreva as equações respectivas e resolva-as" (p.54, Parte 2).

113., 114. e 115. "Escreva um enunciado de um problema de modo que a equação que o traduza seja

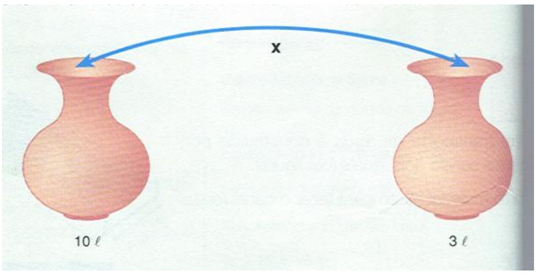
Impossível

Indeterminada

Possível e determinada" (p.62, Parte 2).

116. "Invente um problema que possa ser traduzido pela equação $x+x+1+x+2=2(x+1)$" (p.67, Parte 2).

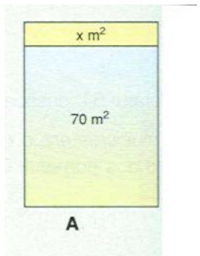
117."Observe a figura:



Um vaso tem 10 litros se sumo e outro tem 3 litros de sumo

Invente um problema, inspirado na figura, que possa ser traduzido pela equação: $10+x=2(3+x)$" (p.70, Parte 2).

118. "Invente um problema relativo à figura que possa ser traduzido pela equação $2(30+x)=70+x$" (p.70, Parte 2).

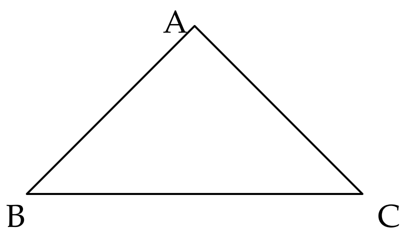


Descoberta de Problemas

119. "Como colocar 12 vasos de flores em seis filas de 4 vasos em cada fila?" (p.11, Parte 1).

Explicação: Neste problema o aluno descobre que o problema não tem solução.

120."Pode desenhar uma linha recta que intersecte os 3 lados do triângulo [ABC]?" (p.18, Parte 1).



Explicação: Neste problema o aluno descobre que o problema não tem solução.

121. “Duas mulheres e seus maridos, muito ciumentos, precisam de atravessar um rio num barco que apenas leva duas pessoas de cada vez. Os maridos ciumentos nunca deixam a sua mulher com outro homem, a não ser que ele esteja presente. Quantas viagens terão de fazer?” (p.39, Parte 1).

Explicação: Neste problema, o aluno descobre que o problema tem uma solução pouco óbvia.

122. “Considere a equação $2(30+x)=220$ invente uma situação onde ela tenha sentido, inspirando-se na imagem e resolva-a” (p.61, Parte 2).

Explicação: Neste problema, o aluno descobre um enunciado adequado à equação e à situação definida

123. “Pense num número, tire-lhe 2, multiplique o resultado por 4, adicione 16, divida por 4 e tire o número em que pensou. O resultado foi 2. Porquê? Invente um problema idêntico a este” (p.53, Parte 1).

Explicação: Neste problema, o aluno descobre uma explicação não óbvia para atingir a solução esperada.

124. “O Pedro foi ao supermercado, com 1000 escudos, comprar três pacotes de leite e 3kg de farinha. A mãe do Pedro sabia que um pacote de leite custava 120 escudos, mas não sabia quanto custava 1kg de farinha. O Pedro entregou à mãe 150 escudos. De imediato a mãe disse que teria de haver engano. Como é que a mãe do Pedro chegou a esta conclusão” (p.53, Parte 1).

Explicação: Neste problema, o aluno descobre o raciocínio efectuado pela mãe do Pedro, na ausência de um dado à partida fundamental.

125. “Um pastor vivia de um lado do rio e encontrava-se na outra margem um cesto de alfaces, um lobo e uma ovelhinha. Ele tinha um barco

muito frágil e em segurança só podia levar de cada vez um dos animais ou o cesto das alfaces. Se o lobo ficasse sozinho com a ovelha comi-a. Se a ovelha ficasse sozinha com as alfaces comi-as. Como havia de fazer para chegar a casa com os três em segurança" (p.52, Parte 1).

Explicação: Há medida que vai tentando resolver este problema, o aluno vai descobrindo outros problemas e criando sucessivas alternativas de resolução.

126. "Sete gatos apanham sete ratos em sete minutos. Quantos gatos são necessários para apanharem 70 ratos em 70 minutos?" (p.75, Parte 1).

Explicação: Neste problema, o aluno descobre que a solução não é aquela que o final do enunciado induz.

127. "Fui comprar uma camisa e fizeram-me um desconto de 150%! O que terá acontecido na loja?" (p.78, Parte 1).

Explicação: Neste problema, o aluno tem que descobrir e ponderar várias situações possíveis.

128. "Justifique se um patrão aceitaria a existência de proporcionalidade directa entre o número de operários a trabalhar numa obra e o tempo gasto nessa obra" (p.84, Parte 1).

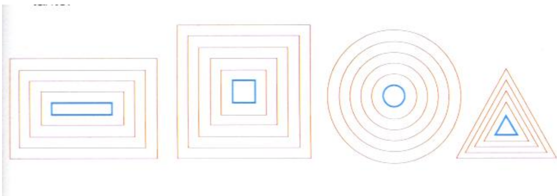
Explicação: Neste problema, o aluno descobre e poderá analisar se a situação é vantajosa ou não.

129. "Uma maça pesa tanto como três ameixas ou como doze nozes. Quantas nozes pesam tanto como uma ameixa?" (p.89, Parte 1).

Explicação: Este problema, à partida, parece ter dados insuficientes, mas o aluno descobre que relacionado os dados fornecidos consegue chegar à solução.

130. "Um professor pediu a cada um dos alunos que desenhassem um conjunto de figuras semelhantes. O João apresentou um conjunto de

figuras que se obtinham de uma inicial (a azul), acrescentando sucessivamente uma banda de largura constante.



a). Quando o João expôs o seu trabalho, logo duas colegas afirmaram

- Não obtiveste figuras semelhantes em todos os desenhos - disse a Ana

- Não, eu acho que em todos os desenhos o João obteve figuras semelhantes - disse a Carla

Quem tem razão?" (p.127, Parte 1).

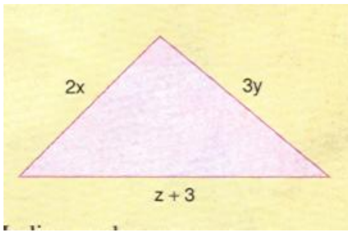
Explicação: Neste problema o aluno descobre, pondera e justifica várias hipóteses de resposta.

131., 132. e 133. "Indique valores para x, y e z de modo que o triângulo seja:

a).- equilátero

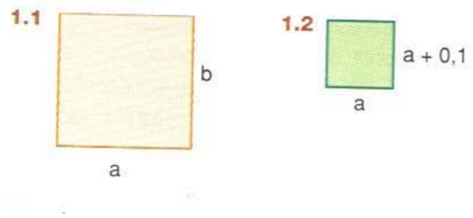
b).- isósceles

c).- escaleno" (p.165, Parte 1).



Explicação: Neste problema, o aluno descobre que existem múltiplas soluções para cada tipo de triângulo.

134. "As figuras seguintes podem representar quadrados? Justifique" (p.166, Parte 1).



Explicação: Este problema apresenta e explica na sua resolução a descoberta da impossibilidade da segunda situação representar um quadrado.

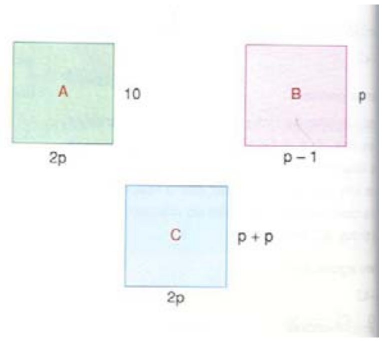
135. "Qual é maior a^3 ou a^4? Justifique a resposta dando exemplos" (p.179, Parte 1).

Explicação: Neste problema, o aluno descobre que nem sempre o que é mais óbvio é a solução correcta.

136. "Pode existir uma equação só com termos independentes? Justifique" (p.49, Parte 2).

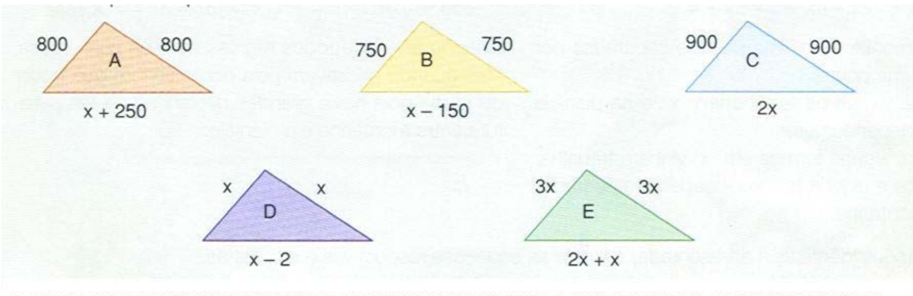
Explicação: Neste problema, o aluno descobre a impossibilidade de ser uma equação de acordo com as condições definidas.

137. "Pode a figura ser um quadrado?" (p.52, Parte 2).



Explicação: Este problema considera e explica a descoberta da impossibilidade da segunda situação, B, representar um quadrado.

138. "Pode a figura ser um triângulo equilátero? Justifique a resposta" (p.53, Parte 2).



Explicação: Neste problema, o aluno descobre a impossibilidade da quarta situação, D, representar um quadrado.

139. "A D. Ana queria saber a idade da D. Josefina sem lha perguntar directamente.

Ana: Pensa na tua idade mas não me digas. Multiplica por 5, adiciona 4 e subtrai a tua idade. Divide por quatro e diz-me a resposta

Josefina: 80

Ana: fiquei a saber que tens 79 anos

Josefina: que espertinha tu és!!!!" (p.73, Parte 2).

Explicação: Neste problema, o aluno descobre o raciocínio desenvolvido na situação apresentada.

140. "Adivinhar o dia em que amiga nasceu.

O João disse à Ana:

- Pensa no dia em que nasceste
- Multiplica por 2
- Adiciona 10
- Multiplica por 50
- Subtrai 500
- Adiciona o número que represente o mês em que nasceste.

Quanto te deu?

A Ana respondeu: 3012

O João disse: nasceste em 30 de Dezembro

A Ana perguntou e se me tivesse dado 410

O João respondeu: diria que nasceste a 4 de Outubro.

Como funciona este método de descoberta da data de nascimento" (p.79, Parte 2).

Explicação: Neste problema, o aluno descobre o raciocínio desenvolvido na situação apresentada.

141. "A soma de quatro números pares consecutivos é 56. Determine os números" (p.67, Parte 2).

Explicação: Neste problema, o aluno descobre que o problema não tem solução.

142. "O dobro da diferença entre um número e 5 é igual à diferença entre o dobro do número e 10. Determine o número" (p.67, Parte 2).

Explicação: Neste problema, o aluno descobre que o problema tem múltiplas soluções

143. "Será possível desenhar uma circunferência com 30cm de raio com um compasso em que os "braços" medem 10cm?" (p.114, Parte 2).

Explicação: Neste problema, o aluno descobre que o problema não tem solução.

144. "Num barco estavam dois pais e dois filhos à pesca. Cada um pescou um peixe, mas só trouxeram 3 para casa. Explique porquê" (p.30, Parte 2).

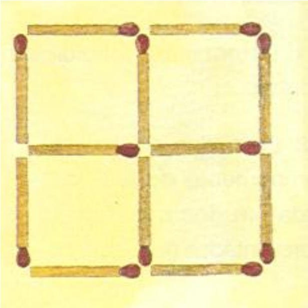
Explicação: Neste problema, o aluno descobre que não estão no barco 4 pessoas como parece mas apenas 3

Insight

145. "Como colocar 12 vasos de flores em seis filas de 4 vasos em cada fila?" (p.11, Parte 1).

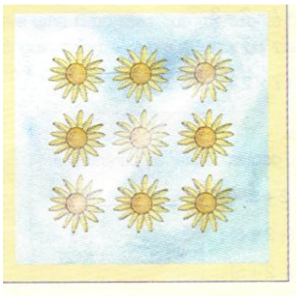
Explicação: Neste problema o aluno tem de substituir a representação mental inicial da situação por outra que aparentemente era menos óbvia.

146. “Movimente dois fósforos de modo a formar 6 quadrados” (p.31, Parte 1).



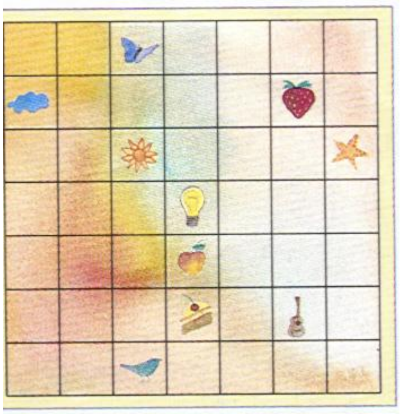
Explicação: Neste problema, o aluno tem de substituir a representação mental inicial da situação por outra que aparentemente era menos óbvia.

147. “Sem levantar o lápis e apenas com quatro segmentos de recta, una os nove malmequeres” (p.171, Parte 1).



Explicação: Neste problema, o aluno tem de substituir a representação mental inicial da situação por outra que aparentemente era menos óbvia.

148. “Quantas linhas rectas se pode traçar contendo cada uma três desenhos?” (p.177, Parte 1).



Explicação: Neste problema, o aluno tem de substituir a representação mental inicial da situação por outra que aparentemente era menos óbvia.

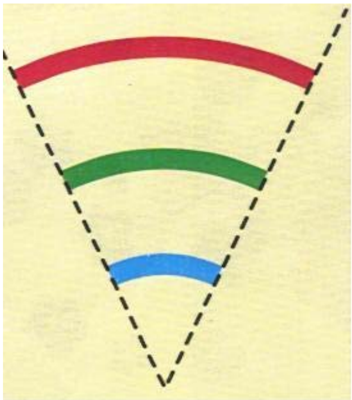
149. "Qual é maior a^3 ou a^4? Justifique a resposta dando exemplos" (p.179, Parte 1).

Explicação: Este problema é enganoso porque induz a uma solução que só é correcta para alguns valores de a.

150. "Num barco estavam dois pais e dois filhos à pesca. Cada um pescou um peixe, mas só trouxeram 3 para casa. Explique porquê" (p.30, Parte 2).

Explicação: Este problema é enganoso porque o enunciado induz que estão 4 pessoas no barco, quando de facto só estão 3.

151. "Qual é o arco que tem maior curvatura?" (p.63, Parte 2).



Explicação: Este problema é enganoso porque nenhum dos arcos tem uma curvatura maior do que a do outro, como é induzido, são todas iguais.

152. "A soma de quatro números pares consecutivos é 56. Determine os números" (p.67, Parte 2).

Explicação: Este problema é enganoso porque não existem números que respeitem a condição exigida.

153. "O dobro da diferença entre um número e 5 é igual à diferença entre o dobro do número e 10. Determine o número" (p.67, Parte 2).

Explicação: Este problema é enganoso porque não existe um número mas sim vários números possíveis.

154. "Como colocar 12 vasos de flores em seis filas de 4 vasos em cada fila?" (p.11, Parte 1).

Explicação: Neste problema o aluno descobre subitamente que não é possível colocar os 12 vasos nas posições definidas.

155. "Sete gatos apanham sete ratos em sete minutos. Quantos gatos são necessários para apanharem 70 ratos em 70 minutos?" (p.75, Parte 1).

Explicação: Este é um problema no qual o aluno é induzido em erro e na tentação de responder 70 quando a resposta não é essa a mais óbvia.