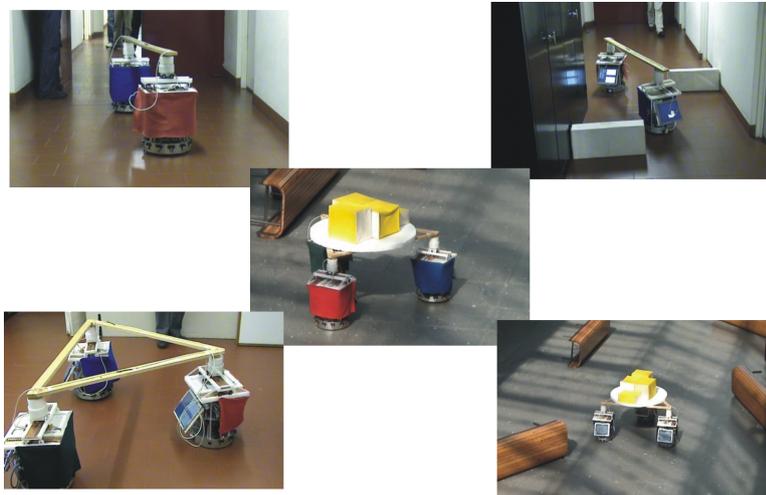


Transporte de objectos por equipas de  
robôs móveis autónomos:  
estratégias de controlo distribuídas baseadas em  
sistemas dinâmicos não lineares



Universidade do Minho

Tese submetida por:

Rui Soares

Orientadores:

Doutora Estela Bicho

Prof. Doutor Carlos Couto

Guimarães, Portugal

2007



# Agradecimentos

A concretização desta tese não teria sido possível sem o apoio de várias pessoas que de uma forma ou de outra me ajudaram na sua realização e a quem não poderei deixar de agradecer.

Em primeiro lugar gostaria de agradecer à minha orientadora, Doutora Estela Bicho, o apoio, científico e psicológico, a paciência e o interesse mostrado pelo trabalho desenvolvido durante a execução desta tese, que foi, sem dúvida, crucial para me guiar nesta tarefa.

Gostaria de agradecer também ao Professor Carlos Couto pelo seu interesse e apoio institucional contínuo.

Também quero agradecer ao Instituto Politécnico do Porto, pelo apoio na concessão da Bolsa PRODEP III.

Quero agradecer à minha Família, em particular aos meus Pais e Irmã Ana que me apoiaram nos momentos mais difíceis ao longo da elaboração deste trabalho.

É claro que não posso esquecer a minha Esposa Cristina pela paciência e incentivos que me deu durante todo o período de elaboração desta tese.

Não posso igualmente deixar de agradecer a todo o Grupo de Robótica Autónoma e Sistemas Dinâmicos do Departamento de Electrónica Industrial, da Escola de Engenharia da Universidade do Minho. Ao Toni Machado o meu sincero obrigado pela sua ajuda na concepção e implementação, pois sem o seu contributo não seria possível apresentar os resultados com robôs reais. Ao Luís Louro um

sentido obrigado pela partilha dos seus conhecimentos e inesgotável paciência e ajuda nas experiências com os robôs reais. Não posso também de deixar de agradecer a todos os restantes membros do Grupo, Nzoji Hipólito, André Moreira, Manuel Carvalheira, Rui Silva e Eliana Costa e Silva, pelas “pequenas grandes ajudas aqui e acolá”.

Ao Prof. Wolfram Erlhagen o meu agradecimento por ter feito a revisão de algumas partes da tese, em especial as que concernem aos sistemas dinâmicos.

Um obrigado à Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT) e ao FEDER através do Projecto CoopDyn (POSI/SRI/38051/2001) e ainda ao Projecto JAST - “*Joint Action Science Technology*” (FP6-IST2, Proj. n.º 003747) que providenciaram os recursos materiais para esta tese de Doutoramento.

Finalmente também não posso esquecer os meus amigos que sempre estiveram ao meu lado: Abel Leça, Nelson Duarte, Dorabela Gamboa, Carla Pereira e Nuno Viana.

Gostaria de agradecer a todos os que me apoiaram e os que não me apoiaram, durante todo este tempo, uma vez que todos de uma forma ou de outra me deram incentivo para que este trabalho chegasse a bom porto.

# Resumo

Nesta tese é usada a teoria dos sistemas dinâmicos como linguagem teórica e ferramenta para o “*design*” de arquitecturas de controlo para equipas de robôs móveis, que têm de transportar um objecto e simultaneamente evitar colisões com obstáculos (estáticos e/ou dinâmicos). Os robôs não têm qualquer conhecimento prévio do ambiente que os rodeia. Este trabalho estende o trabalho desenvolvido anteriormente com dois robôs. É demonstrado que, é possível simplificar a arquitectura de controlo apresentada no trabalho anterior alcançando um comportamento igualmente estável, e também é demonstrado que é possível estender a arquitectura de controlo desenvolvida no trabalho anterior a equipas de três e quatro robôs. Por último é demonstrado que é possível generalizar esta abordagem para  $n$  robôs. A arquitectura de controlo de cada um dos robôs é estruturada em termos de comportamentos elementares. Os comportamentos individuais e a sua integração são gerados/modelados por sistemas dinâmicos não lineares. Por regra de “*design*”, os comportamentos são gerados por séries temporais de soluções atractoras. Para a validação das arquitecturas de controlo recorreu-se, a simulações efectuadas em MATLAB e a implementações em robôs reais, tendo sido os resultados documentados em vídeos. Estes resultados mostram o bom desempenho nos vários cenários testados (cenários com obstáculos estáticos e dinâmicos e ainda cenários bastante congestionados). O comportamento resultante é estável e as trajectórias geradas são suaves, isto porque, à medida que a informação sensorial ou informação comunicada varia, os sistemas adaptam-se e geram concomitantes soluções adequadas.



# Abstract

Dynamical systems theory is used in this work as a theoretical language and tool to design a distributed control architecture for teams of autonomous mobile robots, that must transport a large object and simultaneously avoid collisions with (either static or dynamic) obstacles. The robots have no prior knowledge of the environment. This work extends the previous work with two robots. Here we demonstrate that it's possible to simplify the control architecture presented in previous work and reach an equally stable global behaviour and we also extend the previous work with two robots to teams of three and four robots. Finally it is also demonstrated that it's possible to extend this approach to teams of  $n$  robots. The dynamics of behaviour is defined over a state space of behavior variables, heading direction and path velocity. Task constrains are modeled as attractors (i.e. asymptotic stable states) of a behavioural dynamics. For each robot, these attractors are combined into a vector field that governs the behaviour. By design the parameters are tuned so that the behavioural variables are always very close to the corresponding attractors. Thus the behaviour of each robot is controlled by a time series of asymptotical stable states. Computer simulations and implementations in real robots, documented through videos, demonstrate the success of the robot teams, thus validating the dynamical model architectures.



# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Características das arquitecturas de controlo para sistemas multi-robôs . . . . .	5
1.2	Transporte de objectos por equipas de robôs . . . . .	6
1.2.1	Soluções para sistemas duo-robô . . . . .	6
1.2.2	Soluções para sistemas multi-robô . . . . .	17
1.3	Uma abordagem baseada em sistemas dinâmicos: objectivos desta tese . . . . .	33
1.4	Organização da tese . . . . .	37
<b>2</b>	<b>A abordagem para a geração de comportamentos baseada em sistemas dinâmicos não lineares</b>	<b>39</b>
2.1	Variáveis comportamentais . . . . .	40
2.2	Dinâmica comportamental . . . . .	42
2.2.1	Pontos fixos: atractores e repulsores . . . . .	43
2.2.2	Medição da estabilidade dos pontos fixos . . . . .	45
2.2.3	Integração dos comportamentos elementares . . . . .	47
2.2.4	Velocidade dos atractores . . . . .	48
2.2.5	Bifurcações . . . . .	48

<b>3</b>	<b>As equipas de robôs e os simuladores</b>	<b>49</b>
3.1	A estrutura dos robôs e suas tarefas . . . . .	49
3.2	Comunicação . . . . .	52
3.3	Cinemática . . . . .	52
3.4	Simulador . . . . .	53
<b>4</b>	<b>A arquitectura de controlo do robô “<i>leader</i>”</b>	<b>57</b>
4.1	Dinâmica de atractores para a direcção de navegação . . . . .	60
4.2	Controlo da velocidade . . . . .	64
4.3	Hierarquia das taxas de relaxação . . . . .	66
<b>5</b>	<b>Arquitectura de controlo do robô “<i>helper</i>” na equipa de dois robôs</b>	<b>67</b>
5.1	Dinâmica de atractores para a direcção de navegação . . . . .	70
5.1.1	Valores dos atractores para os diferentes comportamentos . . . . .	70
5.1.2	Variáveis de activação . . . . .	76
5.2	Controlo da velocidade . . . . .	81
5.3	Hierarquia das taxas de relaxação . . . . .	82
5.4	Troca de liderança . . . . .	82
5.5	Resultados da simulação . . . . .	85
5.5.1	Simulação . . . . .	86
5.5.2	Outras simulações . . . . .	109
5.6	Resultados da implementação . . . . .	118
5.7	Sumário e discussão . . . . .	129

---

<b>6</b>	<b>Arquitectura de controlo dos robôs “<i>helpers</i>” na equipa de três robôs</b>	<b>131</b>
6.1	Dinâmica de atractores para a direcção de navegação . . . . .	135
6.1.1	Valores dos atractores para os diferentes comportamentos .	136
6.1.2	Variáveis de activação . . . . .	144
6.2	Controlo da velocidade . . . . .	148
6.3	Hierarquia das taxas de relaxação . . . . .	149
6.4	Troca de liderança . . . . .	150
6.5	Resultados da simulação . . . . .	151
6.5.1	Simulação . . . . .	152
6.5.2	Outras simulações . . . . .	175
6.6	Resultados da implementação . . . . .	183
6.7	Sumário e discussão . . . . .	190
<b>7</b>	<b>Arquitectura de controlo dos robôs “<i>helpers</i>” na equipa de quatro robôs</b>	<b>191</b>
7.1	Dinâmica de atractores para a direcção de navegação . . . . .	191
7.1.1	Valores dos atractores para os diferentes comportamentos .	193
7.1.2	Variáveis de activação . . . . .	204
7.2	Controlo da velocidade . . . . .	208
7.3	Hierarquia das taxas de relaxação . . . . .	209
7.4	Troca de liderança . . . . .	210
7.5	Resultados da simulação . . . . .	210
7.5.1	Simulação . . . . .	213
7.5.2	Outras simulações . . . . .	240
7.6	Sumário e discussão . . . . .	247

<b>8</b>	<b>Generalização da abordagem</b>	<b>249</b>
8.1	Dinâmica de atractores para a direcção de navegação . . . . .	252
8.1.1	Valores dos atractores . . . . .	253
8.1.2	Variáveis de activação . . . . .	267
8.2	Controlo da velocidade . . . . .	272
8.3	Hierarquia das taxas de relaxação . . . . .	273
8.4	Troca de liderança . . . . .	274
8.5	Sumário e discussão . . . . .	275
<b>9</b>	<b>Conclusão</b>	<b>277</b>
9.1	Sumário . . . . .	277
9.2	Trabalho futuro . . . . .	280
<b>A</b>	<b>Apêndice do capítulo 2: descrição das variáveis</b>	<b>283</b>
<b>B</b>	<b>Apêndice do capítulo 3: descrição das variáveis</b>	<b>285</b>
<b>C</b>	<b>Apêndice do capítulo 4: descrição das variáveis</b>	<b>287</b>
<b>D</b>	<b>Apêndice do capítulo 5: descrição das variáveis</b>	<b>291</b>
<b>E</b>	<b>Apêndice do capítulo 6: descrição das variáveis</b>	<b>297</b>
<b>F</b>	<b>Apêndice do capítulo 7: descrição das variáveis</b>	<b>305</b>
<b>G</b>	<b>Apêndice do capítulo 8: descrição das variáveis</b>	<b>313</b>
G.1	Descrição das variáveis . . . . .	313
G.2	Valores dos ângulos para formações de três, quatro, cinco e seis robôs	320

# Capítulo 1

## Introdução

---

Neste capítulo é descrito o estado da arte relativo ao desenvolvimento de arquitecturas de controlo para sistemas multi-robô cuja tarefa consiste no transporte coordenado de objectos. São descritas as duas abordagens mais utilizadas pela comunidade científica e são apresentadas algumas características destas abordagens. São igualmente descritos alguns trabalhos desenvolvidos nesta área pela comunidade científica. Por fim, são apresentados os objectivos deste trabalho que, sumariamente, consistem em responder às seguintes questões em aberto: em primeiro lugar, se é possível simplificar a arquitectura de controlo apresentada em (Soares, 2002; Soares and Bicho, 2002), utilizando obviamente a mesma filosofia, isto é, utilizando a abordagem baseada em comportamentos gerados por sistemas dinâmicos não lineares; em segundo lugar, se é possível estender esta arquitectura ao controlo e coordenação de equipas formadas por três e quatro robôs móveis autónomos, que cooperativamente, efectuem a tarefa de transporte de um objecto desde uma posição inicial até uma posição final em ambientes desconhecidos *à priori* com obstáculos estáticos e/ou dinâmicos; e finalmente se é possível generalizar esta abordagem para  $n$  robôs.

---

Nas últimas duas décadas tem havido muita pesquisa no que diz respeito ao controlo e coordenação de vários robôs móveis, que cooperativamente devem

realizar a tarefa de transporte de objectos de grandes dimensões (ex. (Uchiyama and Dauchez, 1988; Hashimoto *et al.*, 1993b; Arai and Ota, 1996; Wang *et al.*, 1999; Kosuge *et al.*, 2000; Ashairo *et al.*, 2001; Chaimowicz *et al.*, 2001; Pereira *et al.*, 2002; Hirarta *et al.*, 2002; Zaerpoor *et al.*, 2003; Bicho *et al.*, 2004; Zaerpoor *et al.*, 2005; Wang and Silva, 2006)). A motivação advém da potencial utilidade prática que estes sistemas têm em ambientes civis e industriais onde tarefas de manipulação e/ou transporte de objectos estão presentes. Estes sistemas podem ter também uma grande utilidade em ambientes hostis para o homem como é o caso da exploração de outros planetas. Na figura (1.1) é possível ver dois robôs, desenvolvidos pela agência espacial Norte Americana, para o transporte de objectos de grandes dimensões em Marte<sup>1</sup>.

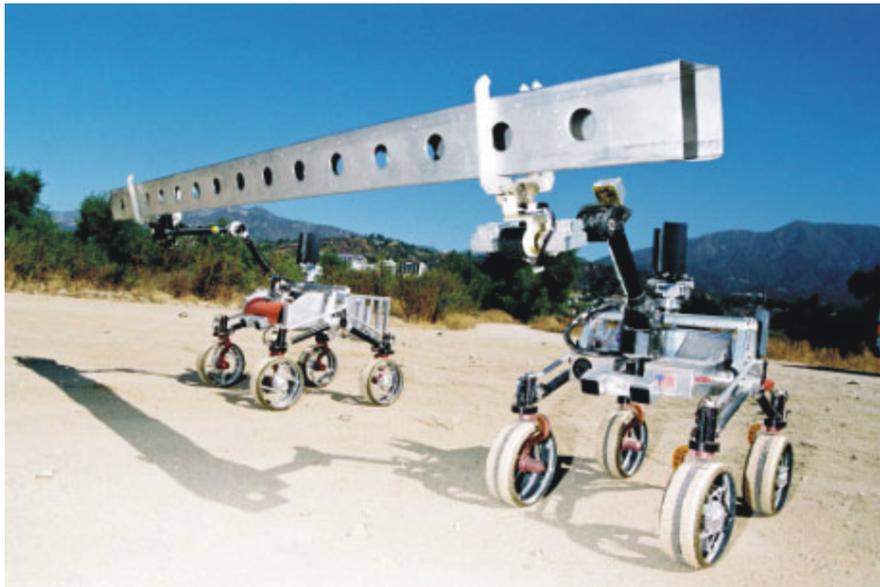


Figura 1.1: Dois robôs desenvolvidos pela agência espacial Norte Americana (NASA) transportando uma viga de metal, de 2,5 metros de comprimento. O objectivo da NASA é usar este tipo de robôs para a exploração espacial com o intuito de transportarem objectos de grandes dimensões.

Um dos problemas importantes e fundamentais no controlo de múltiplos robôs que cooperativamente devem transportar um objecto, é a manutenção de uma configuração geométrica fixa durante o movimento, isto porque, durante a tarefa de transporte é necessário que os robôs coordenem os seus movimentos

<sup>1</sup>Fonte: <http://www-robotics.jpl.nasa.gov/systems>

de forma precisa e com uma margem de erro mínima (Wang, 1991; Lewis and Tan, 1997; Balch and Arkin, 1998; Kosuge *et al.*, 2000; Wang and Kumar, 2002; Pimentel *et al.*, 2002; Zaerpoor *et al.*, 2003; Nishi *et al.*, 2005). Basta pensar que as dimensões de um objecto rígido são fixas, logo a margem de erro tem obrigatoriamente de ser pequena, caso contrário o objecto a transportar poderá cair. De referir ainda que, quanto maior é o número de robôs pertencentes a uma equipa, mais complexo se torna o problema, uma vez que a coordenação do movimento dos robôs tem de ser mais precisa quanto maior o número de robôs. Este problema é exacerbado quando os robôs têm que evitar colisões com obstáculos, pois os robôs têm que se desviar dos obstáculos e simultaneamente coordenar os seus movimentos por forma a que o objecto transportado não caia.

Nem sempre a abordagem utilizada pela comunidade científica foi a mesma. Com efeito, existem dois períodos bem definidos de como abordar este problema: o primeiro vai desde os anos 50 até meados dos 80 e é conhecido como abordagem tradicional ou abordagem centralizada (Mccarthy *et al.*, 1955; Nilson, 1969) e o segundo período vem desde os anos 80 até aos nossos dias é denominado por abordagem comportamental ou abordagem baseada em comportamentos (Brooks, 1992; Mataric, 1992; Brooks, 1997; Arkin, 1998; Mataric, 1998). Uma das razões para a existência destas duas abordagens, isto é, destas duas linhas de pensamento, foi o desenvolvimento tecnológico (para mais detalhes ver (Brooks, 1991)).

O principal conceito das abordagens centralizadas reside na existência de uma unidade central (controlador) que calcula o deslocamento desejado para o objecto e as forças internas necessária para o estabilizar (Hashimoto *et al.*, 1991, 1993b; Uchiyama and Dauchez, 1988; Nakamura, 1990; Koga *et al.*, 1992; Khatib *et al.*, 1996).

Na maior parte dos sistemas centralizados, todos os robôs estão incumbidos de duas tarefas: acompanhar o movimento do objecto (Hashimoto *et al.*, 1991) e estabilizá-lo (Nakamura, 1990; Khatib *et al.*, 1996). Por isso, teoricamente, os

robôs possuem uma alta eficiência para concluir com sucesso a sua tarefa.

Para simplificar os cálculos em alguns sistemas, num mesmo grupo de robôs, há os responsáveis pela estabilidade do objecto e os responsáveis pela sua rotação (Nguyen, 1986; Ahamadabadi and Nakano, 1996; Cherif and Gupta, 1997). Nesta abordagem, apesar de no mesmo grupo existirem robôs com tarefas diferentes, a unidade central continua a ser a mesma para todo o grupo.

Independentemente disto, todos os sistemas centralizados anteriormente apresentados dependem de uma unidade central, por isso, são muito vulneráveis a falhas por parte desta unidade. Além disso, estes sistemas requerem uma larga largura de banda para efectuarem comunicação. Estes sistemas ainda têm um senão que reside na necessidade de um modelo do ambiente que, como é de fácil percepção, nunca é igual ao modelo real (ambiente que rodeia os robôs).

A abordagem mais recente é conhecida por abordagem baseada em comportamentos. O que caracteriza e torna atraente esta abordagem é a não necessidade de modelos dos mundos que rodeiam os robôs. Nesta abordagem o sistema é dividido em múltiplos módulos comportamentais, cada um com uma tarefa diferente em “mente”. Os comportamentos individuais não possuem em si qualquer tipo de inteligência. As acções não são explicitamente planeadas, mas emergem da activação de comportamentos pré-estruturados. No entanto, esta abordagem também possui alguns pontos menos fortes pelo facto de ter uma natureza pouco teórica ou mesmo anti-teórica. A falta de um formalismo teórico, torna difícil, não só a concepção de tais robôs, como também a concepção das suas arquitecturas de controlo, a menos que se realizem testes intensivos com protótipos. No entanto, esta abordagem tornou-se numa forte hipótese para a resolução dos problemas inerentes à abordagem centralizada porque:

- não necessita de modelos dos mundos onde operam os robôs;
- não há uma unidade central de controlo;

- não há separação do sistema em sub-sistema, perceptual, central e de actuação.

## 1.1 Características das arquitecturas de controlo para sistemas multi-robôs

É conveniente salientar alguns conceitos importantes relativos às arquitecturas de controlo para sistemas multi-robôs móveis:

- **Centralização/descentralização:** uma das tarefas mais importantes é definir se uma arquitectura é centralizada ou descentralizada e, neste caso, se é hierárquica ou distribuída. As arquitecturas centralizadas são caracterizadas por um único agente de controlo. Nas arquitecturas descentralizadas distribuídas, todos os agentes são iguais no que diz respeito ao controlo, enquanto que as arquitecturas descentralizadas hierárquicas, são localmente centralizadas;
- **Diferenciação:** podemos definir um grupo de robôs como sendo homogéneo, se as suas capacidades individuais são idênticas, ou caso contrário, heterogéneo. A heterogeneidade introduz complexidade uma vez que a alocação de tarefas é mais difícil, tendo os agentes, a necessidade de modelar outros indivíduos do grupo;
- **Comunicação:** a estrutura de comunicação de um grupo determina o modo de interacção entre agentes. Podemos caracterizar esta interacção em três tipos diferentes:
  - *interacção através do ambiente:* o ambiente é o próprio meio de comunicação e não existe comunicação explícita ou interacção directa entre agentes;

- *interacção através de sensores*: interacções locais que ocorrem entre agentes como resultado de se “sentirem” uns aos outros, mas sem comunicação explícita;
  - *interacção através de comunicação*: comunicação explícita, quer da forma directa, quer através da difusão por/para todos os agentes.
- **Modelação de outros agentes**: é a capacidade de modelar intenções, objectivos, acções e estados de outros agentes.

## 1.2 Transporte de objectos por equipas de robôs

Diversos investigadores propõem diferentes soluções para lidar com o problema da coordenação e controlo de múltiplos robôs de forma a possibilitar o transporte de um objecto. Vamos de seguida ver alguns exemplos dessas soluções para equipas constituídas por dois e mais robôs.

### 1.2.1 Soluções para sistemas duo-robô

Kosuge, Oosumi, Satou, Chiba e Takeo, no trabalho intitulado por “*Transportation of a single object by two decentralized-controlled nonholonomic mobile robots*” (para mais detalhe ver (Kosuge *et al.*, 1998)) propuseram um algoritmo de controlo descentralizado para uma equipa de dois robôs que cooperativamente têm de transportar um objecto. É seguida uma estratégia “*leader-follower*”<sup>2</sup>. O comando de movimento do objecto é fornecido ao robô designado por “*leader*” e o outro robô, isto é, o “*follower*”<sup>3</sup> estima o movimento do robô “*leader*” através do movimento do objecto. Cada robô é controlado de uma forma descentralizada pelo seu próprio controlador. A trajectória desejada do objecto é fornecida ao robô “*leader*” enquanto que o robô “*follower*” estima o movimento desejado do

<sup>2</sup>A tradução mais adequada é “*líder-seguidor*”.

<sup>3</sup>Nesta tese utilizam-se os termos “*follower*” e “*helper*” para nos referir-mos ao robô seguidor.

objecto para poder efectuar o transporte deste em coordenação com o robô “*leader*”. O movimento do robô “*follower*” é caracterizado pela sua velocidade, na sua direcção de navegação, e pela sua orientação. Cada robô possui duas rodas e através de uma apropriada especificação da velocidade de cada roda, é possível especificar a velocidade de translação e a velocidade do movimento de rotação de cada robô. É assumido que os dois robôs não são holonómicos, logo não se podem movimentar livremente relativamente ao chão. Os robôs suportam o objecto por intermédio de uma junta rotacional livre que está localizada no ponto intermédio entre as duas rodas. O comando do movimento é dado ao “*leader*” e o “*follower*” estima a trajectória desejada fornecida ao “*leader*” na direcção do seu movimento de translação. Para o movimento rotacional do robô é utilizado um “*caster*<sup>4</sup>”. O “*caster*” possui um “*offset*”, isto é, um desalinhamento entre o eixo das rodas e da junta rotacional, e vira na direcção da força aplicada pelo “*offset*” a si. Desde que o somatório das forças aplicadas ao robô “*follower*” sejam maiores ou iguais a zero, o “*follower*” ajusta a direcção de navegação com um movimento rotacional mínimo. Caso contrário, o movimento rotacional é superior a  $90^\circ$ , o que coloca o robô “*follower*” numa configuração perpendicular à configuração do robô “*leader*”. Nesta situação o robô “*follower*” não consegue gerar velocidade ao longo da direcção de translação do robô “*leader*”, e então tem de ser controlado segundo dois movimentos diferentes do “*caster*”. A transição entre os dois movimentos depende do sinal do somatório das forças sentidas pelo “*follower*”. Através dos dois tipos de movimentos, o “*follower*” é capaz de alinhar a sua orientação com a direcção da força aplicada ao robô sem necessidade de acções extras. Neste trabalho, no entanto, os autores não entram em linha de conta com o problema de evitar obstáculos e além disso a direcção do movimento é sempre fornecida ao robô “*leader*”.

Aiyama, Hara, Yabuki, Ota e Arai em “*Cooperative transportation by two*

---

<sup>4</sup>A tradução mais adequada é roda de movimento livre, tal como as rodas de uma cadeira giratória.

*four-legged robots with implicit communication*” (para mais detalhe ver (Aiyama *et al.*, 1999)), abordaram o problema do transporte cooperativo de objectos com robôs móveis autónomos com “pernas”. O transporte do objecto requer elevada cooperatividade e o seu controlo elevada autonomia. Foi escolhida um tipo de cooperação autónoma na qual não existe nenhum robô “*leader*” e não é usada comunicação explícita. Os robôs têm as mesmas capacidades, isto é, são homogéneos. Como não é usada comunicação explícita cada robô trabalha autonomamente a partir da sua própria informação sensorial. Os robôs usam a sua informação sensorial e movem-se assincronamente recorrendo para isso, à comunicação implícita que resulta do uso, por cada robô, de um sensor de força/binário com seis graus de liberdade, aplicado ao suporte do objecto. Cada robô possui um suporte onde o objecto transportado assenta, mas que não fixa o objecto transportado. Foi assumido que a configuração de transporte é fixa, isto é, um robô à frente e o outro atrás. É fornecido ao robô da frente a direcção de navegação desejada. É também fornecido aos robôs a informação sobre qual deles é o robô da frente e qual deles o robô de trás. A direcção do transporte é fixa (direcção do eixo dos  $yy$ 's) e é negligenciado qualquer deslocamento na direcção do eixo dos  $xx$ 's. A estratégia de movimento para o robô da frente é a seguinte: se o robô de trás está atrasado, então o robô da frente tem de esperar. O binário em torno do eixo dos  $xx$ 's no suporte do robô indica a posição do objecto. Se o binário é superior em relação a um determinado valor de referência, então o robô da frente reconhece que o robô de trás se atrasou e pára o seu movimento à espera que o robô de trás recupere o atraso. Quando o valor do binário se torna menor que o valor de referência isso significa que o robô de trás está muito próximo e assim o robô da frente tem de acelerar. A estratégia de movimento para o robô de trás é a seguinte: se o robô da frente está muito longe então o robô de trás acelera. Quando o valor do binário em torno do eixo dos  $xx$ 's se torna menor que o valor negativo do valor de referência, significa que o robô da frente se está a adiantar, e assim o robô de trás tem de acelerar. Caso contrário o robô de trás tem de

abrandar e se necessário parar. Neste trabalho não é tido em conta a presença de obstáculos e os robôs só se movimentam em linha recta, não efectuando qualquer tipo de curvas.

Kosuge, Takeda e Hirata em “*Decentralized motion control of two tracked mobile robots transporting a single object in coordination based on function allocation concept*” (para mais detalhe ver (Kosuge *et al.*, 2000)) propuseram um controlo descentralizado baseado num conceito de alocação de funções para o transporte de um objecto rígido, por uma equipa de dois robôs, que simultaneamente, para além da tarefa de transporte, têm de evitar colisões com obstáculos. Este trabalho utiliza uma estratégia de controlo descentralizada do tipo “*leader - follower*” (tal como em (Kosuge *et al.*, 1998)). É assumido que o objecto a transportar é rígido e que é suportado pelos dois robôs através de uma junta rotacional que cada um deles possui. Neste sistema a orientação do objecto é determinada pela posição da junta rotacional do robô “*leader*” e pela posição da junta rotacional do robô “*follower*”. A posição do “*follower*” é controlada por forma a que este alinhe a sua orientação com a direcção do movimento do objecto através de um movimento opoente ao movimento do objecto. Isto não constitui tarefa fácil uma vez que a dinâmica do movimento opoente por parte do “*follower*”, em relação ao movimento do objecto, depende da força aplicada ao “*follower*”. A tarefa evitar colisões com obstáculos é concretizada através do controlo da direcção do movimento de translação do “*follower*” independentemente do movimento do “*leader*”. No entanto, para evitar colisões com obstáculos é assumida uma distância mínima entre o centro do objecto a transportar e um determinado obstáculo, o que implica que tem de existir um conhecimento prévio da localização dos obstáculos. Como os robôs não têm quaisquer outros sensores não é claro, e os autores não mencionam, como é calculada a distância do centro do objecto ao obstáculo. Também não é explicado como é que o requisito de uma distância mínima é imposta pela arquitectura de controlo.

Hirata, Kosuge, Asama, Kaetsu e Kawabata no trabalho intitulado “*Coor-*

*designated transportation of a single object by multiple mobile robots without position information of each robot*” (para mais detalhe ver (Hirata *et al.*, 2000)) propuseram um algoritmo de controlo descentralizado para o movimento de uma equipa de dois robôs que em coordenação têm de transportar um objecto. Neste algoritmo, cada robô é controlado como se tivesse um “*caster*” e o transporte do objecto é concretizado sem o uso de informação relativa às relações geométricas existentes entre os robôs. Este mecanismo do tipo “*caster*” é concretizado através de “*software*”. Quando é fornecido ao robô, designado por “*leader*”, o comando de movimento do objecto, este aplica uma força/binário ao outro robô, designado por “*follower*”, através do objecto. O “*caster*” virtual do “*follower*” roda na direcção do movimento permitindo-lhe assim transportar o objecto em coordenação com o robô “*leader*”. Para concretizar um movimento do tipo “*caster*” é necessário definir três sistemas de coordenadas num robô: sistema de coordenadas da base, sistema de coordenadas do robô e sistema de coordenadas do “*caster*”. A origem dos três sistemas de coordenadas são coincidentes e estão localizadas no centro do sensor força/binário. O sistema de coordenadas do robô é fixo e move-se juntamente com este. A orientação do sistema de coordenadas da base não é modificada mesmo que a orientação do robô se modifique. A força/binário aplicada ao robô é medida neste sistema de coordenadas. O sistema de coordenadas do “*caster*” roda em torno da sua origem para minimizar o movimento rotacional do suporte da roda. A direcção do eixo dos  $xx$ 's do sistema de coordenadas do “*caster*” é definida como a sua direcção de navegação. Um servo-motor controlador de velocidade movimentava cada roda do robô. Partindo do pressuposto de que cada roda gira com uma velocidade angular específica, é possível gerar o movimento de translação da roda do “*caster*” baseado na força aplicada ao robô. Quando é fornecida a trajectória desejada ao robô “*leader*”, este começa a movimentar-se na sua direcção intencional e aplica uma força/binário ao robô “*follower*” através do objecto. Se o sistema de coordenadas do “*caster*” do “*follower*” pode rodar na direcção da força aplicada pelo robô “*leader*” instantaneamente, o movimento

do objecto suportado pelos dois robôs é caracterizado como um movimento rotacional do objecto em torno de um ponto. Durante o movimento rotacional do objecto em torno de um ponto, o ângulo relativo, entre o ângulo entre o sistema de coordenadas do “*caster*” e o sistema de coordenadas da base, e o ângulo entre o sistema de coordenadas do robô e o sistema de coordenadas da base, não se modifica. Assim sendo, o movimento rotacional em torno de um ponto é concretizado através de dois tipos movimentos para cada robô. Um desses movimentos é o movimento ao longo do eixo dos  $xx$ 's do sistema de coordenadas do “*caster*”, de cada robô. O “*follower*” estima o movimento do “*leader*” em relação ao movimento rotacional em torno da origem do sistema de coordenadas do robô, através de um algoritmo. Partindo de um pressuposto de que a força externa aplicada ao objecto é desprezável, e que os robôs são controlados usando os mesmos parâmetros, a soma das forças aplicadas em cada um dos eixos do sistema de coordenadas da base de cada robô têm de ser iguais a zero. Para concretizar o movimento rotacional do objecto em torno de um ponto o “*follower*” tem de rodar o sistema de coordenadas do seu “*caster*” na direcção da força aplicada pelo “*leader*” instantaneamente. Para esse fim o “*offset*” do sistema de coordenadas do “*caster*” tem de ser ajustado, isto porque, o valor do “*offset*” afecta fortemente a velocidade angular do sistema de coordenadas do “*caster*”. Neste trabalho os autores não abordam o problema de como evitar obstáculos.

Ashairo, Chang, Mali e Yamashita com o trabalho intitulado “*A distributed ladder transportation algorithm for two robots in a corridor*” (para mais detalhe ver (Ashairo *et al.*, 2001)), abordaram a questão do transporte de uma escada por dois robôs num corredor que tem uma curva à direita de  $90^\circ$ . Para isso apresentam um algoritmo distribuído no qual cada robô processa o seu próprio movimento baseado na posição corrente e final da escada, na localização das paredes e no movimento do outro robô que é observado indirectamente através da ligação entre os robôs e a escada. Os robôs estão ligados aos extremos da escada através de uma mola flexível, que funciona como sensor de força localizado nos

seus centros. Durante o movimento, se o comprimento da escada é maior do que a distância entre os centros dos robôs há uma separação. Para que esta separação não seja tal que o objecto transportado caia, a força exercida pelas molas de cada um dos robôs na escada tem de ser igual. Cada robô, em primeiro lugar, processa individualmente, sem ter em atenção a coordenação do movimento, a trajectória entre a sua posição inicial e final. Para gerar estas trajectórias os robôs usam pontos de controlo, definidos por si próprios, que indicam as localizações no espaço por onde os robôs irão passar. Em seguida, cada robô começa então o seu movimento, executando repetidamente, iterações até alcançarem as suas posições finais. Em cada iteração os robôs calculam um vector de movimento e movem-se da sua posição actual para uma nova posição. A consecução deste movimento depende, quer da possibilidade de seguir a trajectória planeada, quer da cooperação dos dois robôs na rotação da escada de modo a atingir uma posição final evitando, por um lado, a queda da escada, e por outro a sua colisão com a parede. Este vector movimento resulta da combinação de três vectores: o vector alvo, o vector de rotação e o vector de correcção. O vector alvo é um vector unitário que representa a tentativa dos robôs seguirem a trajectória planeada. Como já foi referido, antes dos robôs iniciarem o movimento calculam a sua trajectória entre a sua posição inicial e a sua posição final. Para gerar esta trajectória usam pontos de controlo. Durante o movimento, os robôs procuram, primeiramente, o ponto de controlo mais próximo de si e a partir daí procuram o *n'ésimo* (os autores estipularam que  $n = 5$ ) ponto de controlo da trajectória planeada. O vector alvo aponta na direcção onde se encontra o *n'ésimo* ponto de controlo. O vector de correcção representa a tentativa dos robôs rodarem a escada desde a sua orientação inicial até à final. Os vectores de rotação são ambos perpendiculares à escada e em direcções opostas. O vector de correcção representa a tentativa de reduzir a distância entre os dois robôs para evitar que a escada transportada caia. Estes três vectores são depois combinados e assim obtido o vector movimento. No entanto, este vector mesmo depois de calculado pode

ser modificado caso os robôs detectem colisões com as paredes. Nesta situação o vector movimento é dividido em duas componentes ortogonais e destas é eliminada a que aponta na direcção da parede e, assim sendo, a outra componente será o vector de movimento. Apesar dos autores referirem que os robôs poderiam operar em ambientes com outros obstáculos para além das próprias paredes do corredor, nenhuma simulação foi executada com outros, a não ser com as próprias paredes do corredor.

O grupo de trabalho constituído por Pereira, Pimentel, Chaimowicz e Campos abordam o problema do transporte cooperativo de um objecto por uma equipa de dois robôs propondo uma arquitectura de controlo do tipo “*leader-follower*”. Para mais detalhe ver os seguintes trabalhos: “*Coordination of multiple mobile robots in an object carrying task using implicit communication*” (Pereira *et al.*, 2002) e “*On the development of cooperative behavior-based mobile manipulators*” (Pimentel *et al.*, 2002). No primeiro trabalho (Pereira *et al.*, 2002) os autores focam o controlo dos robôs e no segundo trabalho são identificados os comportamentos básicos dos robôs. Para este grupo de trabalho o robô que lidera o grupo (designado em tempo real) é responsável por conduzir o grupo no ambiente. A troca de liderança é concretizada através do uso de comunicação implícita, a qual tem como vantagem, a dependência total dos controladores da informação recolhida pelos sensores locais de cada robô. A tarefa dos robôs consiste no transporte de um objecto desde uma posição inicial até uma posição final num ambiente desconhecido. Com o objectivo de segurar apropriadamente o objecto transportado, os robôs usam um mecanismo sensível à força. Os robôs conseguem localizar-se a si próprios no ambiente através do uso de sensores. Uma das grandes dificuldades no controlo de manipuladores móveis em ambientes desconhecidos é a detecção e o consequente movimento para evitar colisões com obstáculos. Nestas situações os robôs têm de recuar. O robô designado por “*leader*” está habilitado a transferir a liderança sempre que o grupo necessite de recuar. O “*follower*” apenas lidera o grupo durante curtos períodos de tempo. O conceito de empréstimo de liderança é

definido da seguinte maneira: o “*leader*” empresta a sua autoridade ao “*follower*”, o qual tem de a devolver depois de um determinado período de tempo ou quando requisitada pelo “*leader*”. Cada robô tem dois modos básicos de controlo: liderar e seguir. A comunicação é considerada rara ou mesmo inexistente, fazendo assim o controlo recair sobre a informação sensorial local de cada robô. O movimento do robô é controlado como função da sua interacção com o objecto. Neste sentido, o robô que lidera o grupo navega numa determinada direcção enquanto o outro robô tenta manter as forças e os binários aplicados ao objecto constantes. Inicialmente, o objecto está em equilíbrio uma vez que o somatório das forças aplicadas a este são zero. Quando o “*leader*” começa a movimentar-se o vector resultante aponta na direcção do movimento. Ao mesmo tempo, o “*follower*” move-se por forma a que o somatório das forças aplicadas ao objecto seja mantido igual a zero. Como a posição do alvo é desconhecida para o “*follower*”, quando este recebe a liderança, não sabe que direcção seguir. No entanto, por observação do percurso seguido pelo “*leader*”, imediatamente antes da troca de liderança, o “*follower*” recua numa trajectória espelhada à trajectória seguida pelo “*leader*” antes do empréstimo da liderança. A troca de liderança é feita sempre que o “*follower*” detecte que o “*leader*” recua e sem recurso a comunicação explícita. Este grupo de trabalho identifica os seguintes cinco comportamentos como sendo os comportamentos básicos dos robôs: “*function*”, é o comportamento responsável pela negociação do estado principal do robô (liderar ou seguir); “*world*”, é o comportamento responsável por observar o mundo em redor do robô por forma a activar o comportamento “*avoid*”, quando forem detectados obstáculos, ou o comportamento “*goal*”, quando não forem detectados obstáculos; “*goal*”, é responsável pelo movimento do robô na direcção do alvo; “*avoid*”, permite ao robô efectuar uma tentativa para evitar a colisão com um obstáculo antes do empréstimo da liderança; e por último “*grasp*”, controla a posição do robô por forma a que este aplique sempre uma força apropriada ao objecto. O comportamento “*function*” inicia os estados principais nos dois robôs (um como líder e outro como segui-

dor). Se não há obstáculos por perto então o comportamento “*goal*” é activado e o robô “*leader*” navega na direcção do alvo. Os sinais de controlo gerados pelo comportamento “*goal*” são combinados com os sinais de controlo do comportamento “*grasp*” por forma a limitar as velocidades angular e linear, para que o robô “*leader*” sustente o objecto com segurança. Entretanto, o robô “*follower*” tem o comportamento “*grasp*” activo, o qual é responsável por gerar comandos para os motores por forma a gerar movimentos para controlar as forças aplicadas ao objecto através do ajustamento da posição e orientação relativamente ao objecto. Se o comportamento “*world*” do robô “*leader*” detecta obstáculos, o comportamento “*avoid*” é activado e o robô “*leader*” tenta gerar uma trajectória para contornar o obstáculo. Os sinais de controlo do comportamento “*avoid*” são combinados com os sinais de controlo do comportamento “*grasp*” para evitar que o objecto caia. Se o robô “*leader*” não consegue contornar o obstáculo, então o comportamento “*function*” troca o estado principal dos robôs, passando assim o robô “*follower*” a liderar o grupo. Nestes trabalhos e a propósito da troca de liderança, o robô “*follower*” quando recua não tem conhecimento se estão ou não presentes obstáculos atrás de si, o que caso se verifique, pode resultar numa colisão. O facto de o robô “*follower*” recuar numa trajectória espelhada à do robô “*leader*” antes do empréstimo da liderança, obriga à necessidade de memorização da trajectória por parte do robô “*follower*”. Os autores assumem que os robôs podem colidir com os obstáculos daí o uso de sensores de contacto.

Velasquez, Takahashi e Nakano em 2004 com o trabalho “*Graspless coordinated transportation over natural flat terrain*” (para mais detalhe ver (Velasquez *et al.*, 2004)) apresentaram um método que coordena as acções de uma equipa de dois robôs, com capacidades limitadas, cuja tarefa consiste no transporte de um objecto. O objecto tem uma distribuição de massa uniforme. O transporte é feito em terrenos relativamente planos. O controlo é feito de uma forma distribuída, sem que cada robô fixe rigidamente o objecto e sem comunicação explícita. O objecto desliza sobre o topo dos robôs (no suporte preparado para esse fim) pro-

vocando assim forças internas. O controlador de cada robô ajusta a velocidade deste de acordo com a posição relativa do robô em relação ao objecto, tornando assim possível ter um controlo distribuído sem comunicação explícita entre os robôs. Não é necessário qualquer sensor de força porque o objecto pode deslizar sobre o topo dos robôs gerando assim mudanças nas velocidades dos robôs por forma a corrigir as suas posições. Cada robô possui um braço cuja amplitude varia entre uma posição máxima ( $d_{MAX}$ ) e uma posição mínima ( $d_{MIN}$ ). A posição relativa entre o robô e o objecto é medida através do braço. A posição de repouso do braço é definida como posição alvo. No estado de equilíbrio ambos os robôs movem-se com a mesma velocidade. Cada robô movimenta-se com uma velocidade cuja magnitude varia proporcionalmente à abertura do braço. Longe da posição relativa desejada, enquanto um dos robôs aumenta a sua velocidade o outro robô faz o oposto. Nas posições extremas nenhum dos robôs pode exceder os limites de velocidade predefinidos. A característica proporcional entre o erro da posição e o erro da velocidade, permite que o objecto seja posicionado na situação de equilíbrio. Inicialmente os robôs são posicionados equidistantemente do centro de massa do objecto. Um dos robôs movimenta-se originando um deslocamento enquanto o outro robô movimenta-se com uma velocidade mais reduzida. O movimento do primeiro robô faz com que este se aproxime do centro de massa do objecto, o que provoca o aumento do seu limite de fricção e reduz a sua velocidade. O aumento de fricção neste robô provoca o deslizamento do objecto no outro robô. O robô onde se está a dar o deslizamento terá que aumentar a sua velocidade por forma a corrigir a sua posição relativamente ao centro de massa do objecto. Esta situação mantém-se até que os dois robôs assumam posições simétricas. Após atingidas as posições simétricas os robôs têm que igualar as suas velocidades. Os robôs adquirem a mesma velocidade quando a soma dos erros das suas posições é igual a zero, ou quando são simétricas. Por forma a garantir a convergência para a posição alvo os robôs devem operar dentro de uma área definida por área de convergência. Cada robô, se se encontrar fora desta área

pode corrigir esta situação aumentando a sua velocidade acima do valor predefinido. Cada robô ajusta a sua orientação com o objecto da seguinte forma: o robô “*follower*” tem de estar permanentemente alinhado, e o robô “*leader*” modifica o ângulo de orientação do alinhamento, para uma orientação predefinida quando é necessário rodar o objecto. Quando o robô “*follower*” não está alinhado com o objecto, é necessário corrigir a velocidade de acordo com a orientação instantânea do objecto relativamente ao centro. Este trabalho apesar de ter em atenção os possíveis obstáculos que possam aparecer no ambiente que os rodeia, tem uma limitação relativamente à forma dos obstáculos. Também é imposto que o objecto transportado tem de ter uma distribuição uniforme de massa. Além disso estes robôs não podem operar em qualquer tipo de terreno, este tem de ser quase plano.

### 1.2.2 Soluções para sistemas multi-robô

Igual estudo para equipas de robôs com três ou mais elementos está a ser levado a cabo pela comunidade científica. Com o acréscimo do número de robôs acresce também a dificuldade na sua coordenação e no seu controlo de forma a possibilitar o transporte de um objecto. Vamos de seguida ver alguns exemplos dessas soluções para equipas de três ou mais robôs.

O grupo de trabalho constituído por, Hashimoto, Oba e Zenitani no trabalho intitulado “*Coordinative object-transportation by multiple industrial mobile robots using coupler with mechanical compliance*” (para mais detalhe ver (Hashimoto *et al.*, 1993a)) propuseram uma abordagem coordenada para o movimento de uma equipa de robôs móveis industriais, cuja tarefa consiste no transporte cooperativo de um objecto. O transporte do objecto é baseado no movimento assíncrono dos robôs. O sistema de transporte é designado por “*Metros*” (“*Multiple Transfer Robots System*”). É assumido que cada robô possui duas rodas independentes. O mecanismo de acoplamento é ligado a uma paleta a qual permite o transporte de

objectos com formas variadas. Este mecanismo de acoplamento sofreu posteriormente um aperfeiçoamento/alteração, permitindo assim uma maior flexibilidade aos robôs e “transformando” assim os robôs em robôs manipuladores. Este novo mecanismo de acoplamento foi apresentado pelos autores num trabalho posterior intitulado por “*Object-transportation control by multiple wheeled vehicle-planar cartesian manipulator systems*” (para mais detalhe ver (Hashimoto *et al.*, 1995)). A palete, que se encontra ligada ao mecanismo de acoplamento, possui uma rede de comunicação que torna possível uma comunicação rápida entre os robôs. O movimento do objecto é controlado pela força e pelo binário resultantes produzidos pelos robôs, por isso é necessário que cada robô possa gerar uma força em qualquer direcção do plano. O mecanismo de acoplamento é constituído por uma junta prismática passiva com dois graus de liberdade, uma junta rotacional com um grau de liberdade e por um suporte onde assenta a palete. A flexibilidade do mecanismo de acoplamento é implementada com a introdução de molas nas juntas prismáticas, as quais podem expandir-se e retrair-se ao longo de cada uma das juntas. Esta flexibilidade permite movimentos relativos entre cada robô e o objecto. A junta rotacional permite que o robô rode sobre si próprio livremente em qualquer direcção. O mecanismo de acoplamento permite que cada robô exerça em qualquer direcção a força adequada ao objecto baseada no controlo da posição e orientação desde que as constantes das molas sejam conhecidas. Para concretizar o controlo da posição e orientação de cada robô, as rodas são movimentadas por acção de um controlador, que garante uma velocidade de rotação das rodas desejada em qualquer instante. O sistema é constituído por um robô designado por “*leader*” e mais três robôs designados por cooperantes. O robô “*leader*” define o comportamento do objecto e comunica-o a todos os robôs cooperantes. Por sua vez, os robôs cooperantes com a informação fornecida pelo “*leader*” tentam concretizar o comportamento pretendido. A informação fornecida pelo “*leader*” aos robôs cooperantes sobre o comportamento do objecto resume-se à força e ao binário resultantes a aplicar ao objecto. Esta informação é distribuída equita-

tivamente por todos os robôs cooperantes, que com esta informação calculam a posição e orientação desejadas em relação ao objecto. Para evitar os erros devido às constantes das molas ou ainda devido a fricções, o valor do sensor de força do mecanismo de acoplamento é realimentado para o cálculo da força e orientação desejadas de cada robô. Este trabalho não aborda o problema de evitar colisões com obstáculos.

Em 1996 Arai e Ota com o trabalho “*Dwarf intelligence - A large object carried by seven dwarves*” (para mais detalhe ver (Arai and Ota, 1996)) discute a inteligência de um grupo de vários robôs, usando como analogia o comportamento nos duendes dos contos de fadas. Os duendes são semelhantes aos seres humanos, mas mais pequenos, muito mais inteligentes que os insectos e capazes de realizar tarefas semelhantes às realizadas pelos humanos, como por exemplo, transporte de objectos. As tarefas a realizar podem ser planeadas antes de executadas. Cada duende é inteligente até um determinado ponto, mas não o suficiente para a realização de certas tarefas sem cooperação, isto é, sem a ajuda de outros. A pequena habilidade física juntamente com a sua pequena inteligência é designada pelos autores como “*Dwarf intelligence*”. Cada membro tem a capacidade de realizar planeamento “*off-line*”, no entanto a maior parte do planeamento é feito “*on-line*”. Esta inteligência resulta de uma combinação da abordagem baseada em comportamentos e da abordagem centralizada. A cooperação é necessária porque os vários membros de uma equipa sofrem interacções entre si. Essas interacções são classificadas como: físicas, geométricas e informativas. As interacções físicas dizem respeito às forças sentidas/exercidas pelos/nos vários membros da equipa. As interacções geométricas são as que permitem manter as posições e velocidades de cada membro coerentes e uma configuração geométrica durante o movimento. As interacções informativas dizem respeito às informações trocadas entre os diversos membros da equipa. A inteligência emerge da integração destes três níveis e da excelente integração destes três níveis resulta um comportamento inteligente. O planeamento das tarefas para os diferentes três níveis é feito em

conjunto, uma vez que em separado o número de combinações seria proibitivo. Para efectuar este planeamento, os autores apresentam um algoritmo designado por “*Virtual Impedance Method*”. As características deste algoritmo são: podem ser geradas forças atractivas e repulsivas; características do movimento podem ser expressas por um pequeno conjunto de parâmetros; as diversas forças reais e virtuais podem ser sumariadas para os três diferentes níveis e assim unificadas; e este método efectua planeamento “*on-line*”, mas o planeamento “*off-line*” deve ser efectuado antes. São apresentadas pelos autores dois tipos de tarefas cooperativas, são elas, transporte e manuseamento de um objecto. A tarefa de manuseamento é discutida *à priori* em relação à tarefa de transporte, para serem evitados riscos como o de ultrapassar a capacidade de carga dos robôs ou mesmo o de não garantir a estabilidade do objecto. O algoritmo proposto começa, dependendo da forma do objecto e do número de robôs, por uma estimativa do centro de massa do objecto a transportar e na conseqüente determinação do arranjo inicial dos robôs para suportarem o objecto. O segundo passo consiste no movimento dos robôs para as respectivas posições determinadas no primeiro passo. Os robôs em seguida levantam o objecto e verificam os valores dos sensores a fim de verificarem se estão ou não nas posições correctas. No fim deste segundo passo é calculado o centro de massa do objecto, agora com os robôs em contacto com o objecto. O próximo passo do algoritmo consiste em determinar o arranjo final dos robôs e por fim os robôs movem-se para o arranjo final. De realçar que a diferença entre o primeiro e o terceiro passo, reside na estimativa/cálculo do centro de massa do objecto. A tarefa de transporte tem de satisfazer três condições: aproximação do alvo, manter o objecto estável e evitar colisões com obstáculos. O algoritmo apresentado pelos autores é constituído por três etapas. A primeira etapa consiste na aquisição de informação do ambiente. De seguida é efectuado um planeamento “*off-line*” do movimento do objecto e por fim o planeamento do movimento dos robôs. Os diferentes algoritmos foram validados em simulação. No entanto, há que salientar que foi assumido, para as simulações efectuadas, que

os obstáculos tinham uma forma poligonal conhecida e que um robô sozinho era capaz de segurar no objecto.

Lewis e Tan abordam em “*High precision formation control of multiple robots using virtual structures*”, para mais detalhe ver (Lewis and Tan, 1997), abordaram o que no seu entender é a chave do problema da robótica cooperativa, isto é, a manutenção de uma configuração geométrica durante o movimento. Assim sendo os autores apresentam o conceito de *estrutura virtual*. Usando esta ideia é desenvolvida uma estratégia de controlo que força um conjunto de robôs a comportarem-se como se fossem partículas embutidas numa estrutura rígida. Os robôs são encarados como partículas embutidas na estrutura. As restrições normalmente impostas mecanicamente numa estrutura real são aqui impostas por uma estratégia de controlo. Um corpo rígido é composto por um conjunto de pontos de massa fixos tais que a distância entre quaisquer dois pontos desse corpo é constante. Estes pontos podem ser vistos como estacionários em relação a uma estrutura de referência a qual se move no espaço. A esta estrutura, designada pelos autores como *estrutura virtual*, é imposta um sistema de controlo com a finalidade de manter as relações geométricas. A solução apresentada pelos autores é capaz de gerar movimentos para os robôs e simultaneamente satisfazer duas condições: progressão numa dada direcção e manutenção de uma rígida relação geométrica entre si. Esta solução é baseada na ideia de que quando um campo de forças virtual é exercido numa *estrutura virtual*, os robôs irão mover-se na direcção onde a força exercida foi sentida. Por sua vez a posição e orientação da *estrutura virtual* é determinada pelas posições relativas dos robôs. Assim sendo, a *estrutura virtual* move-se para acompanhar os movimentos dos robôs e os robôs movem-se para acompanhar o movimento da *estrutura virtual*. Este facto realça o controlo bidireccional desta solução. O algoritmo de controlo é composto por quatro etapas: alinhar a *estrutura virtual* com a posição actual dos robôs; mover a *estrutura virtual* em translação e/ou rotação; calcular as trajectórias individuais de cada robô para que estes se movam para as direcções desejadas; e ajustar as

velocidades desejadas dos robôs para que estes consigam percorrer a trajectória desejada. Para alinhar a *estrutura virtual* com os robôs é definido um mapeamento onde um determinado ponto da *estrutura virtual* corresponde a um robô. O mapeamento, efectuado para todos os robôs, é definido quando o sistema é inicializado. O alinhamento é conseguido minimizando o erro entre a posição actual dos robôs e as suas respectivas posições correspondentes na *estrutura virtual*. O movimento da estrutura é conseguido adicionando um deslocamento e/ou uma rotação. A amplitude e magnitude do deslocamento depende da tarefa a executar e da capacidade dos robôs. Se o deslocamento estiver dentro do alcance dos robôs, então não haverá erros na próxima iteração, caso contrário, os erros aparecem. O passo seguinte do algoritmo consiste no cálculo das velocidades para que estes se movam para as posições desejadas. Um movimento muito rápido faz com que os robôs ultrapassem as posições desejadas. Os robôs têm de estar nas posições desejadas na próxima iteração. Por isso o cálculo da velocidade utiliza o tempo de execução do algoritmo. Os requisitos de comunicação dependem de três factores: do número de robôs na formação; dos bits necessários para codificar a posição de cada robô; e o período de actualização do ciclo de controlo dos robôs. Esta solução assenta num sistema centralizado, o que como é evidente, está sujeito às desvantagens do uso de sistemas centralizados, como por exemplo, falhas por parte da unidade central. Além disso os autores não abordam a questão de evitar colisões com obstáculos.

Ahmadabadi, Nakano, Wang, Baruni e Zaerpoor constituem outro grupo de trabalho que se dedica ao estudo de transporte de objectos por equipas de robôs. Este grupo apresenta um estudo de uma arquitectura distribuída aplicada a equipas de robôs móveis, com capacidades limitadas, que cooperativamente devem transportar um objecto. O grupo de trabalho denomina a sua estratégia por estratégia “*constrain and move*” (para mais detalhe ver (Ahmadabadi and Nakano, 2001; Zaerpoor *et al.*, 2003, 2005)). Segundo a estratégia “*constrain and move*”, para rodar um objecto em torno de um ponto fixo, os robôs têm que restringir

o movimento do objecto nas direcções  $x$  e  $y$  e produzir um binário adequado em torno do eixo de rotação do objecto. Para mover o objecto numa direcção rectilínea, os robôs restringem o movimento do objecto numa direcção perpendicular ao percurso desejado e empurram-no ao longo do percurso. Para manter estável o objecto no ponto de contacto robô-objecto, o objecto tem sempre de se manter dentro do cone de fricção e o robô não pode puxar o objecto na sua direcção. Os comportamentos necessários para estabilizar o ponto de contacto robô-objecto são os seguintes: não puxar o objecto; a junta base móvel-braço deve produzir um binário nulo; e o objecto deve ser mantido na zona de fricção. Para manter as restrições ao movimento do objecto quando este roda em torno de um ponto fixo, os robôs têm de controlar o seu ângulo objecto-braço. No mínimo são necessários três robôs para imobilizar o centro de rotação do objecto. Para restringir o movimento do objecto, as direcções dos braços dos robôs têm de se interceptar no centro de rotação desejado. Também o ângulo entre cada par das direcções dos três braços tem de ser inferior a  $180^\circ$ . Os comportamentos necessários para concretizar estas restrições são os seguintes: manter o ângulo robô-objecto no seu valor inicial; não movimentar a junta braço-base móvel na direcção do braço; e seguir o objecto numa direcção perpendicular ao braço. Também no mínimo são necessários três robôs para restringir o movimento do objecto quando este tem de ser movimentado em linha recta. São necessários mais dois robôs para movimentar o objecto em linha recta. Os robôs responsáveis por restringir o movimento do objecto são posicionados por forma a que o seu braço esteja numa direcção perpendicular ao percurso do objecto, o que é o mesmo que dizer que o ângulo braço-objecto tem de ser mantido dentro de um determinado valor de referência. Cada robô movimenta a sua base móvel por forma a que o seu ponto de contacto com o objecto não se mova na direcção do seu braço. Os comportamentos necessários para concretizar estas restrições são os seguintes: manter o ângulo robô-objecto dentro de um determinado valor de referência; não puxar o objecto; e conduzir o ponto de contacto robô-objecto para o percurso definido. Para permi-

tir movimentos em trajectórias aleatórias (pré-designadas) a trajectória do centro de rotação e a orientação do objecto são dadas como três funções temporais. A posição e velocidade do centro de rotação representam a posição e velocidade do objecto, respectivamente. Quando num determinado instante o objecto não se encontra no percurso desejado, a velocidade desejada do objecto é recalculada por forma a eliminar o erro existente. A função designada por *percurso desejado* retorna a posição desejada do objecto em cada instante. Assim sendo o erro é a diferença entre o valor retornado e a actual posição do objecto. Para compensar este erro a velocidade é recalculada de forma proporcional ao erro calculado. No trabalho desenvolvido por este grupo a trajectória desejada é fornecida aos robôs e o problema de evitar colisões com obstáculos não é abordado.

O grupo de trabalho constituído, entre outros, por Chaimowicz, Sugar, Kumar e Campos, e à semelhança do trabalho realizado por este grupo para sistemas duo-robô, estenderam o seu trabalho a sistemas multi-robô. No trabalho intitulado “*An architecture for tightly coupled multi-robot cooperation*” (para mais detalhe ver (Chaimowicz *et al.*, 2001)), apresentam uma arquitectura para controlar um sistema multi-robô que se baseia nos mesmos princípios que a arquitectura apresentada para sistemas duo-robô. Assim sendo, também neste trabalho, a arquitectura apresentada permite a designação do robô “*leader*” e possibilita a redesignação dos robôs “*followers*” em tempo real. Também aqui, os robôs são capazes de trocar a liderança entre si durante a execução de uma tarefa. O robô “*leader*” possui um planeador que planeia o seu trajecto e transmite a todos os “*followers*” uma estimativa da sua posição e velocidade. Também neste trabalho, e à semelhança do trabalho desenvolvido para dois robôs, existem dois métodos de troca de liderança: requisição ou rejeição da liderança. Um robô requisita a liderança quando não é capaz de seguir o planeamento efectuado pelo “*leader*” ou quando vê caminho livre para alcançar o seu objectivo. A rejeição da liderança acontece quando o robô “*leader*” não é capaz de concluir uma tarefa ou quando a sua liderança numa determinada tarefa termina. Este grupo de trabalho pos-

teriormente e com o intuito de que os robôs realizassem o seu objectivo final de forma mais eficiente, adaptando-se a mudanças no ambiente e melhorando a sua prestação em benefício da equipa, propuseram uma metodologia para a execução de tarefas cooperativas. Neste trabalho intitulado por “*Dynamic role assignment for cooperative robots*” (para mais detalhe ver (Chaimowicz *et al.*, 2002)), a metodologia apresentada é baseada numa atribuição dinâmica das tarefas na qual os robôs durante a cooperação são capazes de trocar entre si a execução das mesmas. Assumindo dinamicamente as suas tarefas e trocando entre si a execução de tarefas os robôs são assim capazes de executar o objectivo final de forma mais eficiente. Este mecanismo de atribuição dinâmica de funções, permite a uma equipa constituída por vários robôs uma eficaz coordenação na execução de tarefas cooperativas. O grupo de trabalho definiu três tipos de tarefas: “*Allocation*”, em que o robô assume uma nova tarefa depois de ter concluído a execução de outra; “*Reallocation*”, em que o robô interrompe a tarefa que está a executar para começar ou continuar outra tarefa; e “*Exchange*”, dois robôs podem trocar entre si a realização de tarefas, onde cada um assume a tarefa do outro. Um aspecto importante consiste em definir quando um robô deve mudar de tarefa. No processo de “*allocation*”, quando o robô detecta que acabou a tarefa corrente assume outra. No processo de “*reallocation*”, o robô tem de saber quando deve desistir da actual tarefa para dar início a outra tarefa. Para isso é usada uma função que permite ao robô medir a utilidade de uma dada tarefa. No processo de “*exchange*”, os robôs trocam as tarefas entre si. No trabalho realizado por este grupo, é sempre assumido que existe um planeamento prévio das trajectórias e não é claro como é que é abordado o problema de evitar obstáculos.

Kato, Inoue, Arai e Mae no trabalho intitulado “*Cooperative control and force limitation for multiple robots in single object transportation*” (para mais detalhe ver (Kato *et al.*, 2001)) propuseram um método de controlo em que todos os robôs são controlados pelo mesmo algoritmo mas podem ter tarefas diferentes. Uma tarefa é expressa pela posição desejada do objecto e pela matriz de peso

associada. Cada robô calcula estes valores independentemente das tarefas dos outros robôs. Este método não necessita de comunicação em tempo real entre os robôs e é independente do número de robôs. Os robôs transportam cooperativamente o objecto para a posição desejada, a qual consiste no ponto médio ponderado de todas as posições desejadas de cada um dos robôs. Cada robô pode assumir dois modos diferentes, o modo “*leader*” e o modo “*follower*”. O robô no modo “*leader*” move o objecto ao longo da trajectória desejada, uma vez que este robô é o responsável pela tarefa de seguir a trajectória desejada. O objectivo de todo o sistema consiste no transporte do objecto segundo a trajectória indicada pelo robô “*leader*”. Quando, um outro robô detecta um obstáculo, tem então a responsabilidade de afastar o objecto do obstáculo. Para isso este robô tem de calcular segundo a sua perspectiva qual a posição desejada. Este robô entra no modo “*leader*” com a tarefa evitar obstáculos. O percurso desejado tem de ser modificado para o ponto médio ponderado entre as posições desejadas calculadas pelos robôs, para que os robôs transportem o objecto e evitem a colisão com o obstáculo. As forças internas entre os robôs e o objecto têm de ser mantidas dentro de certos valores de referência para que não entrem em conflito e o objecto possa ser transportado em segurança. A validação dos resultados é apenas feita através de simulações.

No trabalho intitulado “*Motion control of multiple Dr. Helpers transporting a single object in cooperation with a human based on map information*” (para mais detalhe (Hirarta *et al.*, 2002)), Hirarta, Takagi, Kosuge, Asama, Kaetsu e Kawabata propuseram um algoritmo de controlo descentralizado para uma equipa de vários robôs móveis que em cooperação com um humano devem transportar um objecto baseados num percurso gerado a partir de um mapa do ambiente que rodeia os robôs. Cada robô é controlado como se possuísse uma dinâmica do tipo “*caster*” e comunica com o humano através de uma força intencional aplicada por este num ponto designado por ponto operacional. O ponto operacional é definido como o ponto de contacto entre o humano e o objecto. A implemen-

tação do algoritmo de controlo é baseada num sistema de controlo passivo por forma a garantir uma estável interacção humano-robôs no transporte de um objecto. O ponto representativo é o ponto de contacto entre cada robô e o objecto, que no caso é uma junta rotacional. É assumido que este ponto representativo se move ao longo do percurso gerado por cada robô, tendo por base um mapa fornecido do ambiente que os rodeia, baseado numa força intencional aplicada por um humano. O controlo de cada robô é implementado em torno do ponto representativo e um servo-motor é utilizado para controlar a velocidade de cada roda da base omnidireccional de cada robô. Partindo do pressuposto de que cada roda gira com uma velocidade angular específica, é então gerado o movimento do suporte da roda. Para controlar a orientação do ponto representativo do objecto, é implementado um controlador para cada robô em torno do seu ponto representativo baseado na força aplicada pelo humano. Quando o ponto representativo do objecto está distante do percurso gerado por cada um dos robôs, é implementada uma força atractiva virtual que retorne o ponto representativo do objecto, ao percurso predefinido. A amplitude da força atractiva virtual depende da distância entre o ponto representativo do objecto e um determinado ponto do percurso. Se um humano depara com obstáculos, este pode evitar colisões entre os obstáculos e o objecto transportado, bastando para isso que imprima ao objecto uma força/binário intencional com uma amplitude maior quando comparada com a amplitude da força atractiva virtual, apesar de nestas situações os pontos representativos não seguirem exactamente o percurso predefinido. Neste trabalho os robôs têm a necessidade de ter um mapa do ambiente que os rodeia, que como é de fácil percepção nunca é igual ao modelo real. Os robôs não evitam directamente os obstáculos, isto é, só os evitam dependendo da acção do humano.

No trabalho intitulado “*Decentralized control of multiple mobile manipulators handling a single object in coordination*” (para mais detalhe (Kume *et al.*, 2002)), Kume, Hirata, Wang e Kosuge propuseram um algoritmo de controlo descentralizado para uma equipa constituída por vários manipuladores móveis

que cooperativamente devem transportar um objecto. O algoritmo proposto é do tipo “*leader-follower*”, mas segundo o pressuposto de não utilizar as relações geométricas entre os robôs que maioritariamente este tipo de algoritmos utiliza. Quando é fornecido um comando de movimento ao robô “*leader*” este aplica uma força/binário a todos os outros robôs através do objecto. Os “*casters*” virtuais dos “*followers*” direccionam-se na direcção do robô “*leader*”. Podem ser executados três tipos de movimentos pelos “*casters*” virtuais: movimento de translação da roda segundo a direcção de navegação da roda; movimento rotacional da roda em torno do eixo rotacional; e movimento rotacional da junta esférica em torno de si própria. O problema de evitar colisões com obstáculos não é abordado.

No trabalho intitulado “*A decentralized control system for cooperative transportation by multiple non-holonomic mobile robots*” (para mais detalhe ver (Yang *et al.*, 2004)), Yang, Watanabe, Izumi e Kiguchi propuseram um sistema de controlo descentralizado para o transporte cooperativo de um objecto usando uma equipa de quatro robôs. Cada robô é constituído por uma base com duas rodas independentes. O robô “*leader*”, está equipado com dois braços rígidos que são manipulados simultâneamente. O robô “*leader*” planeia e manipula o movimento omnidireccional do objecto através de uma estratégia de controlo que assenta no controlo da velocidade. Os robôs “*followers*”, estão equipados com dois braços passivos, e cooperativamente transportam o objecto mantendo constante a sua posição relativa ao objecto. Os braços dos robôs estão ligados aos robôs através de uma junta rotacional. Um dos extremos dos braços possui um ponto de contacto com o objecto capaz de agarrar o objecto com firmeza. A outra extremidade está ligada à base móvel através de uma junta rotacional. Esta junta está localizada numa linha que passa pelo ponto central da distância entre as duas rodas, por forma a permitir aos robôs um maior grau de liberdade. São utilizados sensores para medir o ângulo entre os braços de cada robô e a variação de comprimento de cada braço. O movimento omnidireccional do objecto é planeado e manipulado pelo robô “*leader*” através dos seus dois braços. Este planeamento também pode

ser feito previamente. O controlo deste robô é feito actuando na sua velocidade recorrendo a um servo do tipo PI. No caso dos robôs “*followers*”, o movimento para manter constante a posição relativa ao objecto é conseguida através da variação do comprimento dos braços. Os pontos de contacto com o objecto e a junta rotacional onde ligam os braços e pela qual estes estão ligados à base móvel do robô formam um triângulo. A distância entre os dois pontos de contacto robô-objecto é constante. Quando o objecto se move, a posição destes três pontos são alteradas e conseqüentemente o comprimento dos braços. Os robôs “*followers*” movimentam-se por forma a anularem a variação do comprimento dos seus braços e a manterem constantes as distâncias entre três pontos do triângulo. O grupo de robôs não evita colisões com obstáculos.

O grupo de trabalho constituído por Wang, Takano, Hirata e Kosuge, propõem um método de controlo descentralizado para o transporte de objectos por equipas de robôs móveis (para mais detalhe ver (Wang *et al.*, 2004b,a)). Este método utiliza uma estratégia do tipo “*leader-follower*”, a qual consiste num robô “*leader*”, responsável por empurrar o objecto e sem qualquer tipo de garra para o segurar, e vários robôs “*followers*”. Durante o transporte do objecto, a trajectória desejada é fornecida ao robô “*leader*”, baseados na força/binário gerados pelo objecto. É introduzida uma variável designada por *força interna* no controlo de cada robô, por forma a que no trabalho de estimativa por parte dos robôs “*followers*” sobre o percurso do robô “*leader*”, estes entrem em linha de conta com as acções de empurrar e puxar. A acção puxar não é utilizada aqui no seu sentido literal mas apenas indica a intenção do robô “*leader*” de abrandar ou recuar. Uma vez que a soma das forças/binários internos não contribui para o movimento do objecto, esta tem de ser igual a zero. O mesmo acontece quando o sistema está em equilíbrio. Quando os robôs manipulam o objecto são geradas forças e binários. A força gerada, no sentido robô-objecto, resulta da acção do robô empurrar o objecto. O binário gerado depende da magnitude da força de contacto. Para uma manipulação estável do objecto é assumido que o robô “*leader*” apenas pode

empurrar o objecto e que não há deslizamentos no ponto de contacto robô-objecto. O sistema distribuído permite que o robô “*leader*” procure outro ponto de contacto com o objecto. É assumido que os robôs “*followers*” seguram firmemente o objecto e que não há modificações da sua posição ou orientação relativamente ao objecto durante o transporte. O robô “*leader*” apenas pode procurar um novo ponto de contacto com o objecto após o sistema ter parado. O robô “*leader*” gera uma força resultante da manipulação do objecto. Essa força é decomposta em duas: força na direcção perpendicular à superfície de contacto robô-objecto resultante da acção de empurrar o objecto; e força na direcção paralela à superfície de contacto robô-objecto que resulta da fricção entre robô-objecto e depende da magnitude da força perpendicular que se faz sentir na superfície de contacto robô-objecto. Com a acção baseada na força de empurrar, perpendicular à superfície de contacto, e o binário aplicado pela superfície, o objecto pode ser transportado até à posição destino. A *força interna* aplicada ao objecto é modificada de acordo com o movimento dos robôs e do objecto. Esta *força interna* é implementada por forma a garantir que o objecto é transportado de uma forma estável, modificando as magnitudes das *forças internas* geradas por todos os robôs durante o transporte. O robô “*leader*” não consegue seguir um caminho arbitrário, este tem de ser fornecido ao robô. No trabalho desenvolvido por este grupo a trajectória é fornecida ao robô “*leader*” e o trabalho apenas está validado em simulação. Além disso os robôs não se desviam de obstáculos.

Nishi, Mori, Konishi e Imai no trabalho intitulado “*An Asynchronous Distributed Routing System for Multi-robot Cooperative Transportation*” (para mais detalhe ver (Nishi *et al.*, 2005)), propuseram um sistema distribuído de geração de trajectórias para o transporte cooperativo por equipas de robôs. O foco principal deste trabalho é a melhoria da eficiência comportamental, através da redução do tempo de computação e através da troca assíncrona de informação, para lidar com as restrições cooperativas entre os robôs. Cada robô gera uma solução, isto é, uma trajectória desejada, baseado na troca de informação das soluções encon-

tradas por cada robô. Um sistema distribuído de optimização é implementado em múltiplos processadores com computação paralela. O “*layout*” do modelo do sistema é assumido como tendo duas dimensões. O modelo do sistema é constituído por alguns nós e limites, onde cada nó representa um local onde cada robô pode parar ou virar, enquanto que cada limite representa uma pista (caminho) para os robôs. Para a geração das trajectórias é assumido que: é sempre indicado a cada robô um nó inicial e um nó final, sendo que nenhum destes nós fornecidos aos vários robôs pode ser repetido; cada robô conhece o mapa do modelo do “*layout*”; é permitido aos robôs viajarem em cada pista nos dois sentidos; cada robô só pode parar ou virar em cada nó; e a velocidade dos robôs é constante. O problema de geração de trajectórias para o transporte cooperativo resume-se na tentativa de cada robô em determinar a trajectória óptima, minimizando o tempo que demorará a percorrer essa mesma trajectória e simultaneamente satisfazendo as restrições inerentes ao transporte cooperativo. As restrições impostas aos robôs são as seguintes: cada robô não pode navegar para um nó que não pertença à sua trajectória desejada; e dois robôs não podem navegar do nó onde se encontram para outro nó comum ao mesmo tempo. Numa primeira fase, cada robô gera a sua trajectória óptima (percurso mais curto) desde o nó onde se encontra até à posição alvo, não entrando nesta fase com possíveis colisões com outros robôs. De seguida todos os robôs trocam entre si as suas trajectórias óptimas. Caso se verifique que não há conflitos (colisões) entre as diversas trajectórias, os robôs dirigem-se para a sua posição alvo. Caso contrário, baseados na informação trocada entre si os robôs recalculam uma nova trajectória óptima. Este trabalho apresenta resultados práticos, no entanto, os autores não esclarecem por exemplo que tipo de suporte é utilizado para sustentar o objecto transportado. Também neste trabalho não é abordado o problema de evitar colisões com obstáculos.

No trabalho intitulado “*Cooperative Transportation by Multiple Robots with Machine Learning*” (par mais detalhe ver (Wang and Silva, 2006)), Wang e Silva integram aprendizagem por reforço e algoritmos genéticos num sistema robótico

multi-agente, onde os problemas que surgem no transporte/manuseamento de um objecto são resolvidos por estes dois métodos. A arquitectura multi-agente, a aprendizagem evolutiva e o controlo híbrido força/posição, são incorporados, permitindo assim ao sistema operar de forma robusta, flexível e autónoma. Nesta arquitectura existem quatro agentes de “*software*” e dois agentes físicos (robôs). Cada agente possui intenções e objectivos e está equipado com capacidades sensoriais e de decisão. Os agentes podem comunicar e trocar informação entre si acerca do ambiente que os rodeia. Baseados na sua informação sensorial e na informação sensorial dos outros agentes, um agente tomará a decisão e determinará uma acção para mover o objecto ou “*afectar*” o ambiente que rodeia os robôs de uma determinada forma. Os quatro agentes de “*software*” constituem o sub-sistema de coordenação de alto nível. Estes agentes cooperam e coordenam-se entre si por forma a gerar uma estratégia de cooperação óptima e enviam-na depois aos dois agentes físicos (robôs). Os dois agentes físicos recebem comandos dos quatro agentes do sub-sistema de alto nível. Existe ainda um agente de visão para adquirir e processar as imagens que retira do ambiente que rodeia os agentes físicos. Este agente de visão analisa as imagens captadas, calcula as localizações e orientações exactas dos robôs, do objecto e dos obstáculos, e envia essa informação para todos os agentes. É usado um agente de aprendizagem evolutivo nesta arquitectura para desempenhar o papel de aprendiz, monitor e conselheiro. O algoritmo de aprendizagem e as capacidades de tomada de decisão são combinadas neste agente. Primeiro, recolhe dos outros agentes informação do ambiente, dos robôs, do objecto e dos obstáculos. Em seguida analisa essa informação e determina a estratégia de cooperação óptima para que a tarefa seja executada com sucesso. Finalmente, determina a tarefa dos outros agentes e monitoriza a tarefa destes. Todos os agentes trabalham em cooperação e coordenação para que o objecto seja transportado cooperativamente para a sua posição alvo enquanto evita colisões com obstáculos, sejam eles estáticos ou dinâmicos. A capacidade de aprendizagem é concretizada neste trabalho através do uso da aprendizagem por

reforço e de algoritmos genéticos. O primeiro é usado para determinar uma estratégia de cooperação apropriada através de interações com o ambiente, enquanto que o algoritmo genético providência uma rápida procura e consequente determinação da solução individual óptima. Os dois algoritmos são implementados em separado. Ambos são capazes de determinar a estratégia de cooperação de um robô de acordo com o ambiente actual que os rodeia. Depois ambas as soluções são analisadas probabilisticamente, para assim determinar qual das duas é a mais vantajosa para os robôs. As soluções encontradas consistem na determinação da força e ângulo a aplicar ao objecto para o seu transporte. Existe ainda um outro tipo de solução/acção que consiste em desviar de um obstáculo, se tal for possível, do caminho do objecto transportado. Este trabalho apresenta simulações (onde foram simulados três robôs) e implementações (onde foram utilizados dois robôs), sendo que na simulação apresentada o agente de visão não existe, o que obriga inicialmente os robôs a procurarem o objecto no ambiente que os rodeia. O robô que encontra o objecto, é o robô que terá a tarefa de planeamento da solução óptima e terá que a comunicar a todos os outros robôs. Na implementação apresentada, o agente de visão já é utilizado, o que coloca a questão, se este agente falha e não estando os robôs preparados para calcular a solução óptima, poderão ou não concluir a tarefa.

### 1.3 Uma abordagem baseada em sistemas dinâmicos: objectivos desta tese

O trabalho apresentado nesta tese é baseado na chamada *abordagem dinâmica para a robótica* (para as ideias básicas ver (Schöner and Dose, 1992; Schöner *et al.*, 1995) e sua extensão e aplicação a robôs físicos dotados de modestos recursos sensoriais e computacionais (Bicho and Schöner, 1997; Bicho *et al.*, 1998; Bicho, 1999, 2000)). As ideias base desta abordagem são:

- o conceito de *variáveis comportamentais*: estas descrevem, estruturam e internamente representam o comportamento, isto é, o estado do sistema. Por exemplo, para a navegação de um robô autónomo num ambiente desconhecido, cuja tarefa é dirigir-se desde uma posição inicial até uma posição final designada por alvo e simultaneamente evitar colisões com obstáculos, podemos definir como variáveis comportamentais, a *directão de navegação* e a *velocidade* de translação do robô;
- o princípio da *dinâmica comportamental*: segundo o qual o comportamento é gerado através de soluções assintoticamente estáveis de sistemas dinâmicos, especificados na forma de equações diferenciais ordinárias.

Os trabalhos até aqui executados foram implementados, num robô autónomo (ex. (Schöner *et al.*, 1995; Bicho and Schöner, 1997; Bicho *et al.*, 1998; Bicho, 1999, 2000; Bicho *et al.*, 2000; Menzner, 2000; Menzner *et al.*, 2000; Althaus, 2003)) e também, simulados e/ou implementados, para navegação em formação (formações flexíveis) de vários robôs (Large *et al.*, 1997; Monteiro and Bicho, 2002; Bicho and Monteiro, 2003; Monteiro *et al.*, 2004) e tarefas de transporte por equipas duo-robô (Soares and Bicho, 2002; Bicho *et al.*, 2002; Soares, 2002; Bicho *et al.*, 2003, 2004). Nesta tese é investigado, em primeiro lugar, se é possível simplificar a arquitectura de controlo apresentada em (Soares, 2002; Soares and Bicho, 2002), utilizando obviamente a mesma filosofia, isto é, onde o transporte coordenado baseado em comportamentos é gerado por atractores de sistemas dinâmicos não lineares. Em seguida, é investigado, se é possível estender esta arquitectura ao problema de controlo e coordenação de equipas constituídas por três e quatro robôs móveis autónomos, que cooperativamente, efectuem a tarefa de transporte de um objecto desde uma posição inicial até uma posição final em ambientes desconhecidos com obstáculos estáticos e dinâmicos. Por fim é investigado se é possível generalizar esta abordagem para  $n$  robôs.

Tal como em (Soares, 2002), é assumido que os robôs são idênticos e baseados em robôs móveis físicos utilizados por Bicho, Louro e Erlhagen (para mais detalhe ver ex. (Bicho, 2000; Bicho *et al.*, 2004)). Os robôs não têm qualquer conhecimento prévio do ambiente que os rodeia.

No caso da arquitectura de controlo para dois robôs, foi escolhida uma estratégia descentralizada e distribuída do tipo “*leader-helper*” (ver figura 1.2) e para as arquitecturas de controlo de três e quatro robôs foi escolhida uma estratégia descentralizada e distribuída do tipo “*leadership-neighbourhood*” (ver figura 1.3). De salientar, tal como já foi referido anteriormente, nesta tese, os termos “*helper*” e “*follower*” têm o mesmo significado.

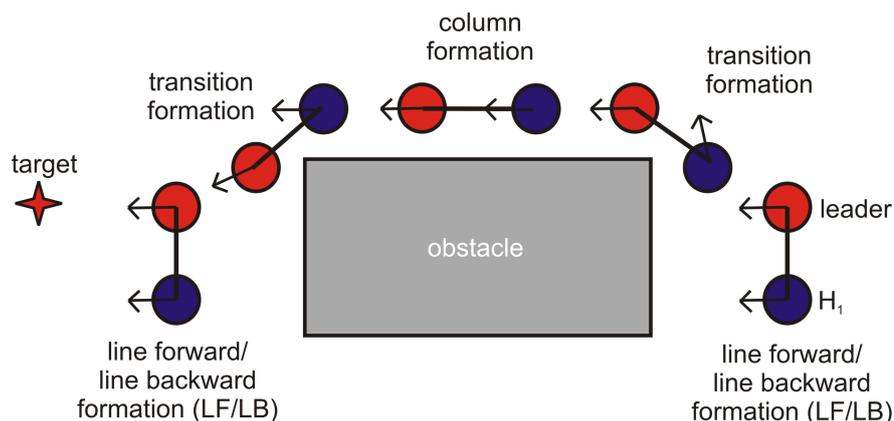


Figura 1.2: Transporte cooperativo de um objecto por uma equipa de dois robôs num ambiente desconhecido. Escolheu-se por defeito que os robôs têm de transportar o objecto mantendo uma formação “*line forward / line backward*” (LF/LB). Quando devido à presença de obstáculos, não é possível ao robô “*helper*” manter a formação “*line forward / line backward*”, este deve navegar em formação “*transition*” ou “*column*”. O robô “*leader*” navega desde uma posição inicial até uma posição final designada por alvo, enquanto que o outro robô, o “*helper*”, toma o “*leader*” como referência e tem de manter em todos os instantes uma distância e orientação desejadas (isto é, formação desejada) em relação ao robô “*leader*”, por forma a ajudar este robô na tarefa de transporte.

A arquitectura de controlo de cada robô, para cada um dos casos (transporte cooperativo de objectos por equipas de dois, três, quatro e  $n$  robôs), é estruturada em termos de comportamentos elementares. Os comportamentos individuais e a sua integração são gerados/modelados por sistemas dinâmicos não lineares. O benefício desta abordagem é que as propriedades matemáticas associadas a estes

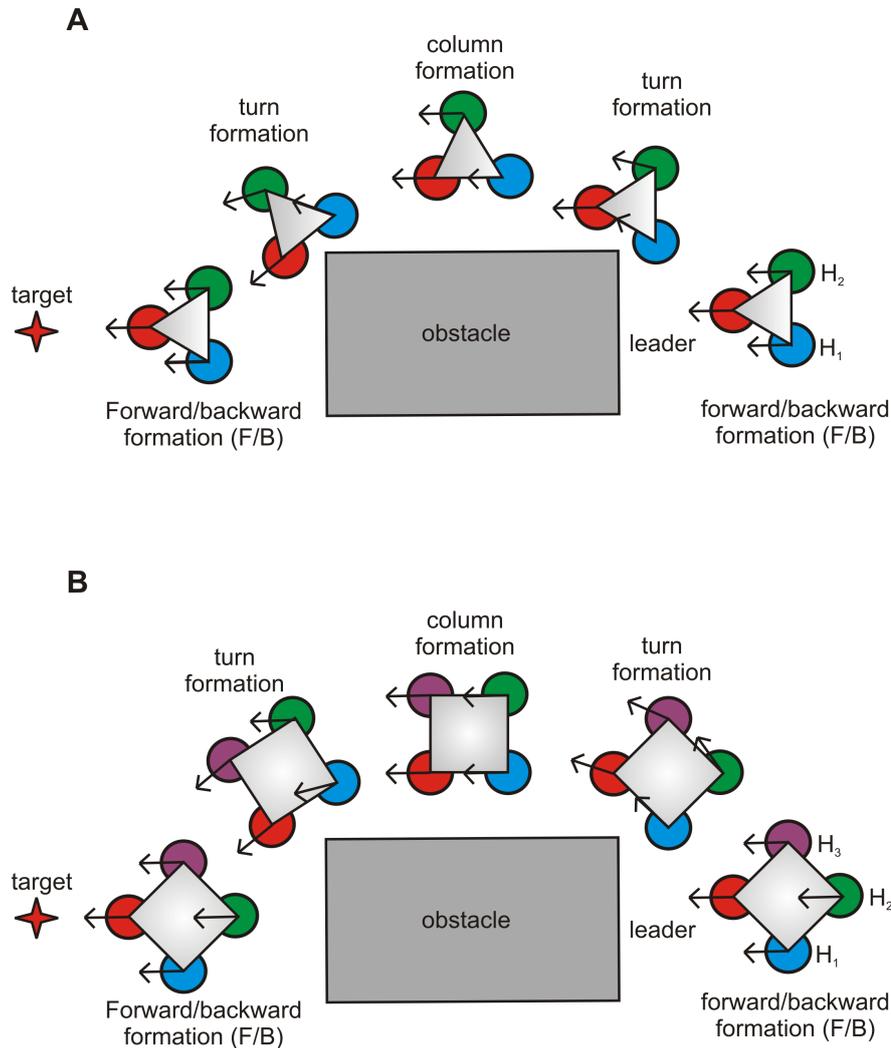


Figura 1.3: Transporte cooperativo de um objecto por uma equipa de três (Painel A) e quatro (Painel B) robôs num ambiente desconhecido. Tal como para a equipa duo-robô, por defeito os robôs têm de transportar o objecto mantendo uma formação “*forward / backward*” (F/B). Quando devido à presença de obstáculos, não for possível aos robôs “*helpers*” manterem a formação “*forward / backward*”, devem navegar em formação “*turn*” ou “*column*”. Painel A: os robôs “*helpers*”, tomam o “*leader*” e o “*helper*” oposto como referência. Painel B: o robô  $H_1$  toma como referência o robô “*leader*” e o robô  $H_3$ . O robô  $H_3$  toma como referência o robô “*leader*” e o robô  $H_1$ . O robô  $H_2$  toma como referência o robô  $H_1$  e o robô  $H_3$ . Em qualquer um dos casos (Painel A e Painel B), os robôs “*helpers*” têm de manter em todos os instantes uma distância e orientação desejadas em relação aos seus robôs de referência por forma a cooperarem com estes na tarefa de transporte.

conceitos permitem, simultaneamente, a integração dos sistemas e garantem a estabilidade do comportamento global.

## 1.4 Organização da tese

A restante parte da tese encontra-se organizada da seguinte forma:

No Capítulo 2 são apresentados os princípios básicos para a geração de comportamentos baseados em sistemas dinâmicos não lineares.

No Capítulo 3 é apresentada a estrutura dos robôs, as suas tarefas e os simuladores usados nesta tese.

No capítulo 4 é apresentada a arquitectura de controlo do movimento do robô “*leader*”, e ao fazê-lo é dada uma ideia geral dos conceitos básicos e princípios da abordagem dinâmica para a geração de comportamentos tal como é aplicada no domínio da robótica.

No Capítulo 5 é descrita a arquitectura de controlo simplificada para a coordenação do movimento do robô “*helper*” em relação ao robô “*leader*”, na tarefa de transporte, para o caso do transporte cooperativo de objectos por uma equipa de dois robôs.

Nos Capítulos 6 e 7 são descritas as arquitecturas de controlo desenvolvidas para a coordenação do movimento dos robôs “*helpers*”, na tarefa de transporte de um objecto para uma equipa de três e quatro robôs, respectivamente.

No Capítulo 8 é feita a generalização da abordagem baseada em sistemas dinâmicos não lineares para equipas de  $n$  robôs.

Por fim no Capítulo 9 é feito o sumário e discussão dos resultados obtidos e descritas as perspectivas quanto a trabalho futuro.



## Capítulo 2

# A abordagem para a geração de comportamentos baseada em sistemas dinâmicos não lineares

---

Neste capítulo é apresentada de uma forma muito resumida os princípios básicos para a geração de comportamentos de sistemas dinâmicos não lineares propostos por Schöner, Dose e Engels em 1995, tal como apresentado por Bicho em (Bicho, 2000).

---

A abordagem dinâmica para a geração de comportamentos, apresentada em detalhe por Schöner, Dose e Engels em 1995 (para mais detalhes ver (Schöner *et al.*, 1995)), providencia um conjunto de conceitos e princípios que são baseados na teoria matemática dos sistemas dinâmicos. Estes conceitos são utilizados como linguagem teórica, com a qual podem ser construídas arquitecturas de controlo para robôs móveis autónomos. As ideias base desta linguagem são:

- o conceito de *variáveis comportamentais*: as quais descrevem um comportamento particular e definem dimensões particulares nas quais o comportamento pode variar;

- o conceito de *dinâmica comportamental*: de acordo com o qual é possível gerar comportamentos através de soluções atractoras de sistemas dinâmicos.

## 2.1 Variáveis comportamentais

Para a concepção de um comportamento no contexto da abordagem dinâmica, o primeiro passo, consiste em encontrar variáveis que permitam descrever, parametrizar e internamente representar o estado do sistema, isto é, o comportamento. Estas variáveis são designadas por variáveis comportamentais. Elas definem as dimensões comportamentais nas quais o comportamento pode variar. Um instante específico do comportamento, corresponde a um ponto no espaço da dimensão comportamental. As variáveis comportamentais devem ser escolhidas por forma a preencherem os seguintes requisitos:

- em qualquer instante de tempo, um comportamento tem de estar associado a um valor específico da correspondente variável comportamental e a cada tarefa tem de estar associado um valor ou conjunto de valores destas variáveis;
- os valores especificados para uma variável comportamental, que representam uma tarefa, têm de ser independentes do seu valor actual;
- tem de ser possível especificar os valores obtidos pelos sensores a bordo da plataforma robótica;
- as variáveis comportamentais devem permitir a implementação de sistemas de controlo que imponham os seus valores num sistema de actuadores.

Dando um exemplo para melhor clarificar os requisitos apresentados acima. Na tarefa de navegação de um robô autónomo, o movimento deve ser controlado por forma a que direcções onde residem obstáculos sejam evitadas, enquanto que a

direcção onde reside o alvo é alcançada. Para exprimir o comportamento que este movimento representa no ambiente que rodeia o robô (relativamente a um eixo arbitrário, externo mas fixo,  $x$ ), a direcção de navegação,  $\phi$ , é uma variável comportamental adequada, desde que (ver figura 2.1):

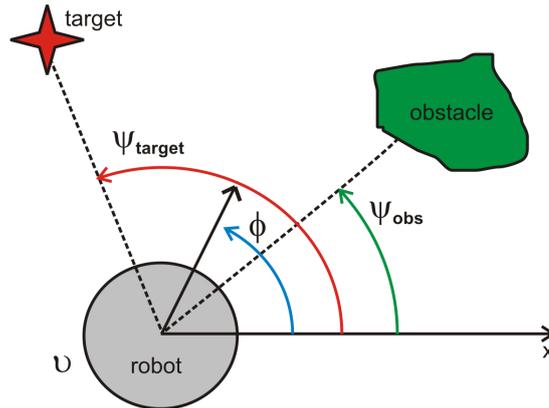


Figura 2.1:  $\phi$  e  $\vartheta$  são as variáveis comportamentais escolhidas para gerar o movimento do robô na direcção do alvo enquanto, simultaneamente, evita colisões com obstáculos.  $\psi_{obs}$  especifica um valor que tem de ser evitado pela direcção de navegação do robô, enquanto que  $\psi_{target}$  especifica um valor desejado para a direcção de navegação.

- a tarefa de movimento na direcção do alvo enquanto evita colisões com obstáculos possa ser expressa por valores independentes da direcção de navegação. A direcção  $\psi_{target}$ , representa a direcção na qual reside o alvo visto da actual posição do robô em relação ao eixo externo, arbitrário mas fixo,  $x$ , enquanto que  $\psi_{obs}$ , representa a direcção na qual o obstáculo é visto. O movimento na direcção do alvo, o qual representa um valor desejado para a dinâmica comportamental, está associado com  $\phi = \psi_{target}$ . Ao contrário, do movimento na direcção do obstáculo, que está associado a  $\phi = \psi_{obs}$ , que é naturalmente um valor indesejado para a dinâmica comportamental;
- se o robô gira sobre si mesmo, os valores de  $\psi_{target}$  e  $\psi_{obs}$ , desejados ou indesejados, em relação à direcção de navegação mantêm-se, isto é, os valores de  $\psi_{target}$  e  $\psi_{obs}$ , não dependem do valor actual da direcção de navegação  $\phi$ . Uma vez que os valores que representam o comportamento a ser realizado

( $\phi = \psi_{target}$  representa a aquisição do alvo e  $\phi = \psi_{obs}$  representa evitar colisões com obstáculos) são independentes do valor actual da direcção de navegação, os comportamentos individuais podem ser implementados independentes um do outro;

- os sensores da plataforma robótica podem especificar os valores de  $\psi_{target}$  e  $\psi_{obs}$ , desde que se consiga estimar a orientação do robô no ambiente que o rodeia;
- a direcção de navegação pode facilmente ser controlada através de comandos incrementais aos motores do robô.

## 2.2 Dinâmica comportamental

O passo seguinte consiste em gerar valores no tempo para as variáveis comportamentais, os quais controlam o comportamento do robô. Com este propósito é implementado um sistema dinâmico para as variáveis comportamentais. Matematicamente, estes sistemas dinâmicos são contínuos no tempo e são definidos por uma equação diferencial na qual as variáveis de estado são as variáveis comportamentais. Por exemplo, para a direcção de navegação,  $\phi$ , o sistema dinâmico define a taxa de variação da direcção de navegação em função do seu valor actual, isto é:

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = f(\phi(t), \text{parâmetros}) \quad (2.1)$$

A função  $f(\cdot)$  define um campo vectorial, isto é, a cada ponto no espaço é associado um vector  $f(\phi)$ . Cada um destes vectores determina a direcção na qual e a taxa de variação com a qual o sistema se irá mover da posição onde está ancorado.

### 2.2.1 Pontos fixos: atractores e repulsores

Como princípio de implementação, estamos interessados em soluções particulares dos sistemas dinâmicos designadas por pontos fixos ou soluções de equilíbrio. Estas soluções são os pontos nos quais o campo vectorial é nulo,

$$\left. \frac{d\phi(t)}{dt} \right|_{\phi=\phi_{\text{ponto fixo}}} = f(\phi_{\text{ponto fixo}}) = 0 \tag{2.2}$$

Pontos fixos são soluções constantes dos sistemas dinâmicos, onde o sistema não muda de estado. Mas dizer que um sistema está “preso” num estado não significa que ele é estável (ver figura 2.2).

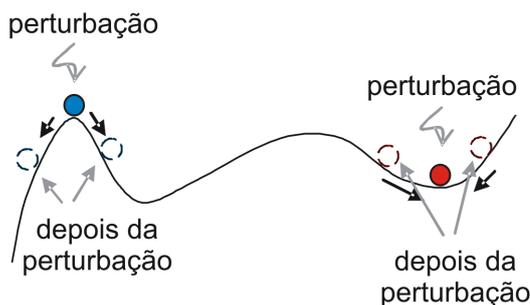


Figura 2.2: Pontos de equilíbrio estáveis e instáveis. Inicialmente as duas bolas estão em repouso e em equilíbrio. No entanto, se aplicarmos uma pequena perturbação em cada uma das bolas elas comportam-se de forma diferente. Enquanto que a bola azul, depois de aplicada a perturbação, cai para a esquerda ou para a direita, a bola vermelha oscila para a esquerda e para a direita mas no fim desta oscilação retorna ao ponto de equilíbrio. Já a bola azul não retorna novamente ao ponto de equilíbrio. Assim sendo, designamos por ponto de equilíbrio instável o ponto onde está localizada a bola azul e por ponto de equilíbrio estável o ponto onde está localizada a bola vermelha.

Para um sistema dinâmico de uma variável a estabilidade do ponto fixo pode facilmente ser medida graficamente (ver figura 2.3).

Nos painéis A e C da figura 2.3 estão representados um sistema dinâmico linear e não linear, respectivamente. Estes dois sistemas dinâmicos têm um ponto fixo em  $\phi = \phi_A$ . Porque o declive neste ponto é negativo, o ponto fixo é assintoticamente estável. Neste caso o ponto fixo é também designado por atractor,

porque atrai a variável comportamental para o valor especificado por si. Para verificar isto basta considerar um ponto ligeiramente à direita de  $\phi_A$ , por exemplo  $\phi_1$ . Neste ponto como a taxa de variação da variável comportamental é negativa o sistema adquire valores cada vez mais próximos do ponto fixo. Analogamente para valores ligeiramente à esquerda de  $\phi_A$ , por exemplo  $\phi_2$ , a taxa de variação da variável comportamental é positiva pelo que a variável comportamental assume valores cada vez mais próximos do ponto fixo. Quando o sistema chega ao ponto fixo fica nesse ponto. Os campos vectoriais de ambos dos sistemas dinâmicos comportam-se como forças atractivas que “arrastam” o sistema para o ponto fixo. Por isso, por exemplo, para o comportamento alcançar um alvo, a direcção na qual está localizado o alvo é um valor desejado para a direcção de navegação do robô, podemos tornar esta direcção num atractor erigindo um campo vectorial, com um zero nessa direcção e com um declive negativo. O alcance das variáveis comportamentais segundo o qual é exercido a força atractiva pode ser ilimitada (figura 2.3: Painel A) ou limitada (figura 2.3: Painel C). Por isso, um conceito importante associado aos pontos fixos atractores é a bacia de atracção. Para um dado atractor, esta bacia de atracção diz respeito à região do espaço na qual todas as condições iniciais são abrangidas pelo atractor.

Contrariamente, quando o declive num ponto fixo é positivo (Painel B e D da figura 2.3), o ponto fixo é um ponto instável, e por isso, designado por repulsor, porque repele o sistema do seu valor. Para verificar isto basta considerar um ponto ligeiramente à esquerda de  $\phi_B$ , por exemplo  $\phi_3$ . Neste ponto como a taxa de variação da variável comportamental é negativa, o sistema adquire valores cada vez mais afastados do ponto fixo. Analogamente para valores ligeiramente à direita de  $\phi_B$ , por exemplo  $\phi_4$ , a taxa de variação da variável comportamental é positiva pelo que a variável comportamental assume valores cada vez mais afastados do ponto fixo. Neste caso o campo vectorial erige uma força repulsiva. Neste ponto fixo a taxa de variação da variável comportamental é zero mas basta uma pequena perturbação para que o sistema se afaste deste ponto. Assim sendo,

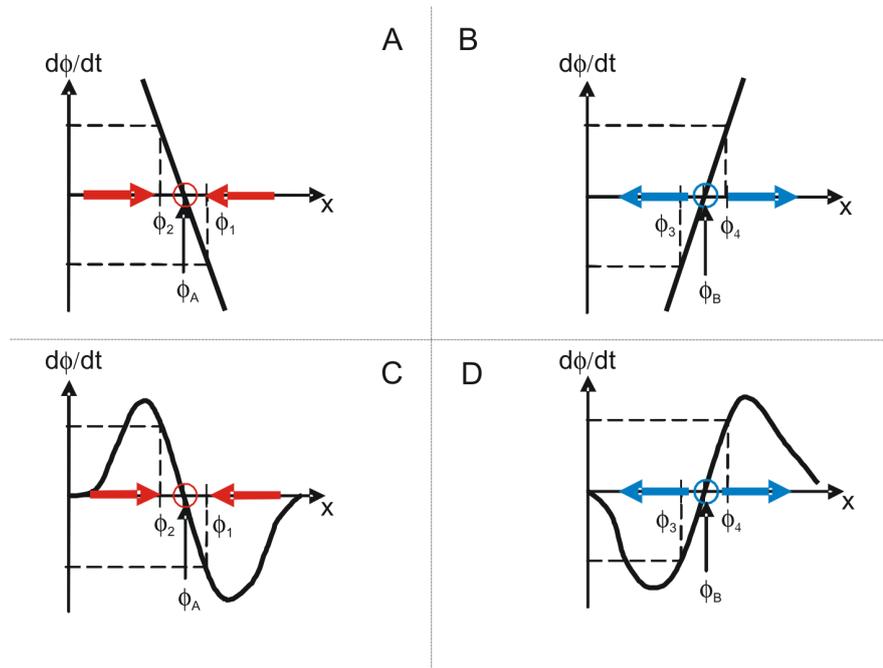


Figura 2.3: Quatro painéis de sistemas dinâmicos de uma variável: a taxa de variação de  $d\phi/dt$  está definida como função de  $\phi$ . Os pontos onde  $d\phi/dt$  é igual a zero ( $\phi_A$  e  $\phi_B$ ) são os pontos fixos da dinâmica e o declive de  $d\phi/dt$  indica a sua natureza. Painel A: o sistema dinâmico é linear com um ponto fixo em  $\phi = \phi_A$ . O declive neste ponto fixo é negativo. Isto faz deste ponto fixo um ponto atrator. O sistema converge no tempo para o estado definido pelo ponto fixo. Painel B: o sistema dinâmico é linear com um ponto fixo em  $\phi = \phi_B$ . O declive no ponto fixo é positivo, tornando assim o ponto fixo num ponto repulsor. O sistema diverge no tempo do estado definido por este ponto fixo. Painel C: um sistema dinâmico não linear com um ponto fixo em  $\phi = \phi_A$ . Tal como no sistema dinâmico linear, este converge para  $\phi_A$ . Painel D: um sistema dinâmico não linear com um repulsor em  $\phi = \phi_B$ . Tal como no Painel B o sistema diverge deste ponto fixo. A direcção das setas indica a evolução no tempo da variável comportamental.

por exemplo, um obstáculo pode ser modelado erigindo uma força repulsiva na direcção em que este está localizado, e assim evitar que a direcção de navegação do robô tome essa direcção. A bacia de repulsão, isto é, a região no espaço na qual se fazem sentir os efeitos de repulsão podem ser ilimitados (Painel B da figura 2.3) ou limitados (Painel D da figura 2.3).

### 2.2.2 Medição da estabilidade dos pontos fixos

Para os sistemas dinâmicos lineares (Painel A e B da figura 2.3) o declive determina a força atractiva ou repulsiva de um ponto fixo. No caso de um ponto

fixo atractor, quanto mais íngreme for o declive neste ponto mais forte é a força de atracção exercida por este ponto e mais rápido o sistema relaxa para o ponto fixo atractor depois de uma perturbação. Para um ponto fixo repulsor, quanto mais íngreme for o declive neste ponto mais forte é a força de repulsão exercida por este ponto e mais rápido o sistema se afasta do ponto fixo repulsor depois de uma perturbação. Por isso o declive representa a estabilidade do sistema nos pontos fixos. Uma vez que a relaxação é exponencial, pode ser caracterizada por uma taxa de relaxação. Por exemplo, se uma perturbação inicial coloca o sistema dinâmico descrito no Painel A da figura 2.3 no ponto fixo  $\phi_A$ , então o sistema evolui no tempo de acordo com a seguinte solução:

$$\phi(t) = \phi_A + (\phi_1 - \phi_A) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.3)$$

onde  $\tau$  determina o tempo de relaxação com o qual o sistema se aproxima do ponto fixo  $\phi_A$ . Quando o sistema atinge uma distância  $|\phi_1 - \phi_A|$  relativamente ao atractor, o sistema reduz esta distância através de um factor e num intervalo de tempo  $\tau$ . A relaxação é mais rápida, quanto mais pequeno for o valor do intervalo de tempo  $\tau$ . Por isso,  $\tau$  pode ser usado para caracterizar quantitativamente a estabilidade do sistema nos pontos fixos.  $\tau$  pode ser obtido através do inverso do declive do campo vectorial no ponto fixo

$$\tau = - \left[ \frac{df(\phi)}{d\phi} \Big|_{\phi = \phi_{\text{ponto fixo}}} \right]^{-1} \quad (2.4)$$

Valores negativos de  $\tau$  indicam que o respectivo ponto fixo é repulsor.  $\tau = 0$  indica que o ponto fixo é semi-estável.

Para sistemas dinâmicos não lineares (Painel C e D da figura 2.3) com pontos fixos hiperbólicos<sup>1</sup> podemos usar o método de linearização para caracterizar a

---

<sup>1</sup>Os pontos fixos são designados por hiperbólicos quando não têm valor próprio no eixo imaginário.

estabilidade dos pontos fixos (Perko, 1991; Crawford, 1991). Por exemplo, a estabilidade do atrator  $\phi_A$  do sistema dinâmico não linear descrito no Painel C da figura 2.3 pode ser obtido aproximando este sistema dinâmico a um sistema dinâmico linear na vizinhança do ponto fixo  $\phi_A$ . Expandindo o campo vectorial  $f(\phi)$  numa série de Taylor em torno do ponto fixo  $\phi_A$  e mantendo apenas os termos de primeira ordem é produzido a dinâmica com um campo vectorial linear,

$$\frac{d\phi}{dt} = f(\phi) \approx \left( \frac{df(\phi)}{d\phi} \Big|_{\phi = \phi_A} \right) (\phi - \phi_A) \quad (2.5)$$

cuja solução tem a forma da equação 2.3 e onde a constante de tempo,  $\tau$ , é dada pelo inverso do declive do campo vectorial no ponto fixo, tal como para um sistema dinâmico linear. Assim sendo,  $\tau$ , dada pela expressão (2.4) pode também ser usada para calcular a estabilidade dos pontos fixos de um sistema dinâmico não linear. Fortes variáveis comportamentais têm tempos de relaxação muito curtos.

### 2.2.3 Integração dos comportamentos elementares

A dinâmica comportamental completa é construída a partir das contribuições individuais, as quais são adicionadas para formar o campo vectorial completo. Cada força erigida representa uma restrição no comportamento que está a ser implementado. Pelo facto do alcance das forças erigidas ser limitado, o sistema dinâmico resultante é não linear. O sistema é implementado por forma a estar em todos os instantes num ou muito perto de um atrator da dinâmica resultante, para que assim o comportamento global seja gerado através de uma série temporal de soluções atractoras dos sistemas dinâmicos. Desta forma podemos usar ferramentas como a teoria qualitativa de sistemas dinâmicos (Perko, 1991; Crawford, 1991; Scheinerman, 1996) e a análise de bifurcações locais, para efectuar a concepção de arquitecturas de robôs autónomos e para, quantitativamente, avaliar a sua concordância com as especificações.

Cada força modela um comportamento elementar. A taxa de relaxação de cada comportamento elementar determina qual o peso da sua contribuição na dinâmica comportamental final. Assim a hierarquia das taxas de relaxação também determinam a hierarquia dos comportamentos. Comportamentos prioritários têm taxas de relaxação superiores.

### 2.2.4 Velocidade dos atractores

O movimento de um robô autónomo traz consigo a ideia da variação das direcções ditas desejadas e indesejadas, bem como da magnitude das forças de atracção e repulsão erigidas. Desta feita, as contribuições individuais do campo vectorial variam no tempo e conseqüentemente, os pontos atractores do sistema dinâmico podem também variar. Dada a importância do sistema se manter sempre num ou perto de um ponto fixo atractor, é essencial controlar o ritmo a que estes atractores se movem, para que o sistema seja capaz de “perseguir” de muito próximo os atractores em movimento. Para tal, não será difícil deprender que é necessário considerar uma taxa de relaxação bastante superior ao tempo com que os atractores se movimentam.

### 2.2.5 Bifurcações

A forma do campo vectorial da equação (2.1) é dependente de parâmetros. Por isso se os valores dos parâmetros mudam o que pode levar a bifurcações na dinâmica. As bifurcações correspondem a mudanças qualitativas no número, natureza ou estabilidade dos pontos fixos de um sistema dinâmico. A teoria da bifurcação permite a tomada de decisões, por “*design*”, em pontos onde o sistema tem de mudar de um tipo de solução para outro, isto é, de um tipo de comportamento para outro. Permitir ao sistema o uso de bifurcações é permitir que o robô “decida” qual o comportamento mais adequado para um determinado instante (para mais detalhe ver (Bicho, 2000)).

## Capítulo 3

# As equipas de robôs e os simuladores

---

Aqui são apresentados os robôs que foram utilizados ao longo desta tese. Em qualquer uma das equipas, os robôs são idênticos mas têm tarefas diferentes. É ainda descrita a comunicação entre os robôs, a cinemática dos robôs e os simuladores escritos em MATLAB que são usados nesta tese para as diferentes equipas de robôs.

---

### 3.1 A estrutura dos robôs e suas tarefas

Todos os robôs são idênticos e iguais ao protótipo ilustrado na figura (3.1). É neste robô móvel que se baseiam as simulações/implementações das arquitecturas de controlo que se apresentam nesta tese. Os robôs foram construídos pelo Grupo de Robótica Autónoma e Sistemas Dinâmicos do Departamento de Electrónica Industrial, da Escola de Engenharia da Universidade do Minho. A base de suporte do objecto, no seu estado actual, foi desenvolvida por Toni Machado (Machado, 2005).

Apesar de fisicamente todos os robôs serem idênticos, o robô “*leader*” e os “*helpers/followers*” têm tarefas diferentes. O controlo e coordenação dos vários

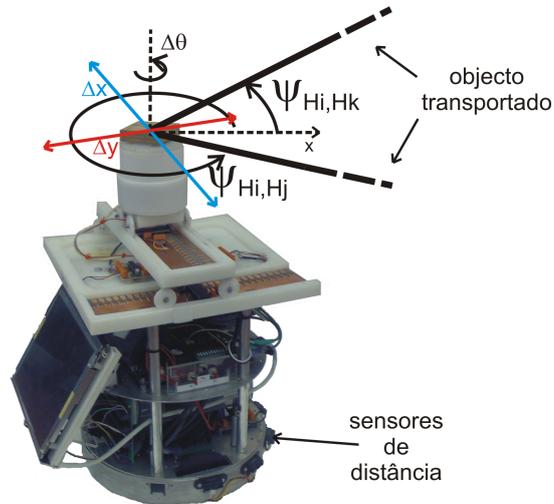


Figura 3.1: Cada robô tem sete sensores de distância. Estes sensores estão montados num anel que está centrado no eixo de rotação do robô. Os sensores são usados para medir a distância a obstruções que os robôs encontrem pelo caminho, nas direcções onde estes sensores apontam. Cada sensor tem um alcance máximo de 60 cm e uma gama de detecção angular de 30°. Cada robô possui ainda um suporte onde assenta o objecto transportado. Este suporte consiste em duas juntas prismáticas e uma junta rotacional passiva que permitem obter, a direcção segundo a qual o robô “helper” “vê” o(s) seu(s) ponto(s) de referência (outro(s) robô(s)) a partir da sua posição actual  $\psi_{H_i, H_k}$ ,  $\psi_{H_i, H_j}$ , deslocamentos ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ) e orientação ( $\Delta \theta$ ), do objecto. Daqui em diante,  $H_k = leader, H_1$ ;  $H_i = H_1, H_2, H_3$ ;  $H_j = H_1, H_3$ ;  $H_i \neq H_k \neq H_j$ .

robôs, assenta no seguinte:

- o comportamento de cada robô é controlado individualmente;
- o robô “leader” conhece a posição do alvo, e a sua tarefa consiste em navegar desde uma posição inicial até uma posição final designada por “target”;
- o robô “leader” comunica ao(s) robô(s) “helper(s)” a sua velocidade e direcção de navegação actuais;
- o robô “leader” necessita de saber qual a dimensão do conjunto, objecto e restante equipa de robô(s). A dinâmica *evitar colisões com obstáculos* entra em linha de conta com a dimensão do conjunto para que não só o robô “leader”, quando na presença de um obstáculo detectado, passe em segurança, mas também toda a equipa.
- cada robô “helper” ( $H_1$ ,  $H_2$  e  $H_3$ ) tem de manter em todos os instantes

uma orientação e distância correctas em relação ao(s) seu(s) ponto(s) de referência;

- na equipa constituída por dois robôs, por defeito o robô “*helper*” tem de navegar numa formação “*line forward / line backward*”, no entanto se a presença de obstáculos não o permitir, o robô “*helper*” deverá navegar numa formação “*transition*” ou “*column*”;
- na equipa constituída por três e quatro robôs, por defeito os robôs “*helpers*” têm de navegar numa formação “*forward / backward*”, no entanto se a presença de obstáculos não o permitir, os robôs “*helpers*” deverão navegar numa formação “*turn*” ou “*column*”;
- nas equipas constituídas por três e quatro robôs todos os robôs comunicam entre si o valor da sua direcção de navegação ( $\phi_{leader}$ ,  $\phi_{H_1}$ ,  $\phi_{H_2}$  e  $\phi_{H_3}$ );
- também nas equipas constituídas por três e quatro robôs, cada robô “*helper*” comunica o valor da magnitude da dinâmica do seu comportamento *evitar colisões com obstáculos*, bem como o valor da respectiva função potencial;
- os robôs “*helpers*” a partir de  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta \theta$ , estão habilitados a medir a direcção na qual “vêm” o(s) seu(s) ponto(s) de referência a partir da sua actual posição em relação a um eixo de referência externo, isto é,  $\psi_{H_i, H_k}$  e  $\psi_{H_i, H_j}$  (ver figura 3.1);
- os robôs “*helpers*” não necessitam de conhecer as dimensões do objecto. Os robô “*helpers*” apenas necessita de conhecer o deslocamento e rotação do objecto transportado. Foi assumido que o deslocamento máximo do objecto é de 10 cm, o que significa que para variações superiores, o objecto transportado cai.

## 3.2 Comunicação

Independentemente do número de robôs que constituem a equipa, a comunicação entre o robô “*leader*” e os robôs “*helpers*” é unidireccional, isto é, o robô “*leader*” comunica ao(s) robô(s) “*helper(s)*”, uma estimativa da sua velocidade e da sua direcção de navegação actuais.

Na equipa de dois robôs o robô “*helper*” não comunica com o robô “*leader*”. O robô “*helper*” utiliza a informação proveniente do robô “*leader*” para determinar o valor desejado para a sua velocidade e ainda para determinar a formação desejada (para mais detalhe ver Capítulo 5).

Para as equipas constituídas por três e quatro robôs, a comunicação entre robôs “*helpers*” é bidireccional. Os robôs “*helpers*” comunicam entre si, o valor da sua direcção de navegação, o valor da sua função potencial e a magnitude da dinâmica de *evitar colisões com obstáculos*. Esta informação é utilizada por cada um dos robôs “*helpers*” para determinar a formação desejada (para mais detalhe ver Capítulos 6 e 7).

## 3.3 Cinemática

A velocidade de translação,  $\vartheta$ , e a velocidade angular,  $\omega$ , neste tipo de plataformas são controladas através da velocidade de rotação das duas rodas dos robôs:

$$\omega_{wheel,left,j} = \frac{1}{R_{wheel}} \left( \vartheta + \frac{d_{wheel}}{2} \omega \right) \quad (3.1)$$

$$\omega_{wheel,right,j} = \frac{1}{R_{wheel}} \left( \vartheta - \frac{d_{wheel}}{2} \omega \right) \quad (3.2)$$

onde,  $j = leader, helper_1, helper_2, helper_3$ ,  $R_{wheel}$  é o raio das rodas dos robôs e  $d_{wheel}$  é a distância entre as duas rodas de cada um dos robôs. Quando as

velocidades de translação e angular podem ser controladas, é possível através da regra de *hodomètria*, usando simples operações geométricas, estimar as posições actuais dos robôs relativamente ao ponto de partida. As posições dos robôs no plano  $(x_j, y_j)$  (em que  $j = leader, helper_1, helper_2, helper_3$ ), relativamente aos seus pontos de partida, e as suas direcções de navegação,  $\phi_j$ , são processadas através da integração das seguintes equações:

$$\frac{dx_j(t)}{dt} = v_j \cos(\phi_j(t)) \quad (3.3)$$

$$\frac{dy_j(t)}{dt} = v_j \sin(\phi_j(t)) \quad (3.4)$$

$$\frac{d\phi_j(t)}{dt} = \omega_j(t) \quad (3.5)$$

onde  $v_j$ ,  $\phi_j$  e  $\omega_j$  são obtidas da correspondente dinâmica comportamental. De salientar que na implementação nos robôs físicos “*helpers*” não é necessário integrar as equações (3.3) e (3.4).

### 3.4 Simulador

As arquitecturas de controlo dinâmicas foram avaliadas em simulações no computador. Estas foram geradas por dois simuladores desenvolvidos em MATLAB por Bicho (Bicho, 2000). A diferença entre os dois simuladores consistencia-se no facto de num deles só estarem presentes obstáculos estáticos, enquanto que no outro simulador (ver figura 3.2), para além dos obstáculos estáticos, existem obstáculos móveis (dois robôs: robô verde e robô roxo). Na simulação, cada robô é representado por um terno de variáveis  $(x_j, y_j$  e  $\phi_j)$  ( $j = leader, helper_1, helper_2, helper_3$ ), correspondentes às duas coordenadas cartesianas e à direcção de navegação, respectivamente. As coordenadas cartesianas

são actualizadas pela regra de *hodomètria*. A ideia base deste método é monitorizar e manter a posição e a orientação do robô em relação ao eixo de referência externo fixo.

Quanto à direcção de navegação,  $\phi_j$ , e à velocidade,  $v_j$ , tal como foi referido anteriormente, são resultantes da correspondente dinâmica comportamental.

Todas as equações diferenciais que formalizam os sistemas dinâmicos são integradas usando o método de *Euler* progressivo com um tempo de integração fixo e onde a informação sensorial é processada uma vez em cada ciclo.

Os sensores de distância são simulados através de um algoritmo do tipo “*ray-tracing*” (para mais detalhe ver (Bicho, 2000)). A informação sobre a localização do alvo é definida por uma posição no espaço, designadamente  $(x_{target}, y_{target})$ .

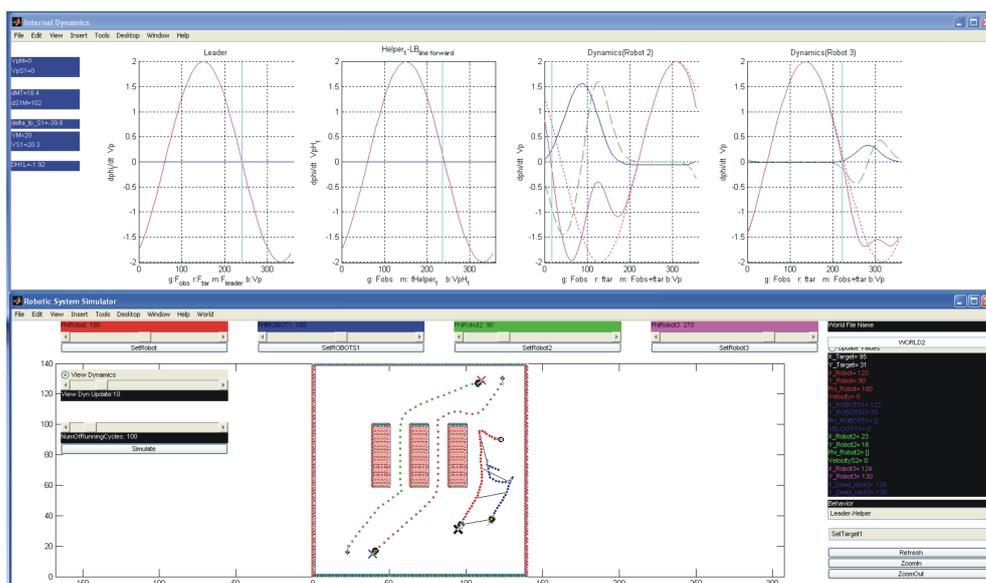


Figura 3.2: A figura ilustra um “*snapshot*” de uma simulação no outro simulador utilizado, onde estão presentes obstáculos estáticos e dinâmicos.

Na janela inferior da figura 3.2 visualiza-se o ambiente onde os robôs operam. Existe a possibilidade de escolher vários ambientes, para isso basta seleccionar no menu “*world - load*” o ambiente desejado. Do lado direito desta janela existe um conjunto de botões que permite seleccionar a posição dos diversos alvos (alvo preto: alvo do robô “*leader*”; alvo vermelho: alvo do robô verde; alvo azul: alvo

do robô roxo), a visualização dos valores das variáveis, e ainda seleccionar, a arquitectura de controlo. Ainda nesta janela, na parte superior, é possível escolher os valores iniciais para a direcção de navegação dos robôs e respectivas posições cartesianas. Também nesta janela, do lado esquerdo, é possível seleccionar o número de ciclos que a simulação irá efectuar e a visualização da dinâmica global interna dos quatro robôs (a qual é mostrada na janela superior).

A diferença entre os simuladores, usados para a equipa de dois robôs, e os usados para as equipas constituídos por três e quatro robôs é, logicamente permitirem a inclusão de tantos robôs quantos os necessários para o transporte do objecto.



# Capítulo 4

## A arquitectura de controlo do robô “*leader*”

---

Neste capítulo é apresentada a arquitectura de controlo do robô “*leader*” e ao fazê-lo é, simultaneamente, explicado como é que a teoria dos sistemas dinâmicos pode ser usada como uma linguagem teórica e ferramenta, para o “*design*” de arquitecturas de controlo para robôs móveis autónomos, que não têm qualquer conhecimento *à priori* do ambiente onde navegam e que, por conseguinte, se devem restringir unicamente à sua própria informação sensorial.

---

A arquitectura de controlo aqui descrita, que é baseada na abordagem dinâmica para a robótica, foi desenvolvida por Bicho (Bicho, 2000; Bicho *et al.*, 2000). As ideias base são:

- *variáveis comportamentais*: são usadas para descrever, quantificar e internamente representar o estado do sistema em relação aos comportamentos elementares. Para um robô móvel autónomo que se movimenta num plano, a direcção de navegação,  $\phi$ , ( $0 \leq \phi \leq 2\pi \text{ rad}$ ) em relação a um eixo arbitrário mas fixo, e a velocidade de translação,  $v$ , são as variáveis comportamentais apropriadas;
- a *dinâmica comportamental*: é gerada através da atribuição contínua no

tempo de valores às variáveis comportamentais, as quais controlam o movimento das rodas do robô. O percurso temporal de cada uma destas variáveis é obtido através de soluções constantes de sistemas dinâmicos.

As soluções atractoras (isto é, estados assintoticamente estáveis) dominam, por princípio de “*design*”, estas soluções. No presente sistema, a dinâmica comportamental da direcção de navegação,  $\phi_i(t)$ , e a velocidade,  $v_i(t)$ , ( $i = leader, helper^1$ ) são equações diferenciais:

$$\frac{d\phi_i(t)}{dt} = f_i(\phi_i(t), parâmetros) \quad (4.1)$$

$$\frac{dv_i(t)}{dt} = g_i(v_i(t), parâmetros) \quad (4.2)$$

As tarefas definem, para o robô, as contribuições para os campos vectoriais,  $f_i(\phi_i(t), parâmetros)$  e  $g_i(v_i(t), parâmetros)$ . Cada restrição pode ser modelada por uma “força” repulsiva ou atractiva, as quais são caracterizadas por três parâmetros:

- qual o valor especificado para a variável comportamental? Por exemplo, no caso da direcção de navegação do robô “*leader*”,  $\phi_{leader}$ , os valores especificados podem ser  $\psi_{obs}$  ou  $\psi_{target}$  (ver figura 4.1);
- a “força” é atractiva ou repulsiva e qual o seu valor?;
- sobre que valores das variáveis comportamentais estas “forças” exercem o seu efeito?.

Assim, isoladamente, cada “força” cria um atractor (estado assintoticamente estável) ou um repulsor (estado assintoticamente instável) na dinâmica

---

<sup>1</sup>Como se irá ver no Capítulo 5, 6 e 7, para os casos das equipas de dois, três e quatro robôs, respectivamente, a dinâmica comportamental de cada robô “*helper*” usa também estas duas variáveis comportamentais.

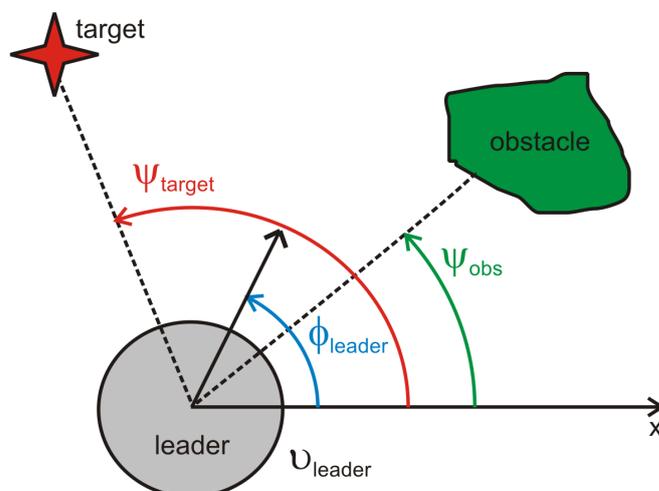


Figura 4.1:  $\phi_{leader}$  e  $\vartheta_{leader}$  são as variáveis comportamentais escolhidas para gerar o movimento do robô “leader” na direcção do alvo (*target*) enquanto, simultaneamente, evita colisões com obstáculos.  $\psi_{obs}$  especifica um valor que tem de ser evitado pela direcção de navegação do robô, enquanto que  $\psi_{target}$  especifica um valor desejado para a direcção de navegação.

das variáveis comportamentais. Uma “força” atractiva serve para atrair o sistema para um valor desejado (por exemplo, a direcção onde reside o alvo é um valor desejado para a variável comportamental direcção de navegação). Por sua vez, uma “força” repulsiva é usada para repelir o sistema de valores indesejados (por exemplo, direcções onde residam obstáculos).

O sistema dinâmico resultante é não linear e pode ter múltiplos estados assintoticamente estáveis (atractores). Por princípio de “*design*”, os parâmetros são sintonizados por forma a que, em qualquer instante, as variáveis comportamentais estejam num ou perto de um atractor da dinâmica resultante. Por isso, o comportamento de cada robô é gerado por uma série temporal de estados assintoticamente estáveis. Isto torna os sistemas robustos contra perturbações.

Mudanças qualitativas no comportamento são geradas através de bifurcações nos campos vectoriais. A teoria da bifurcação ajuda à implementação da dinâmica de tal forma que as mudanças qualitativas são automaticamente executadas sobre as condições ambientais apropriadas (por exemplo, a informação sensorial e a informação partilhada entre a equipa de robôs).

Os robôs são baseados num robô móvel físico onde a arquitectura de controlo para o robô “*leader*” foi previamente implementada e avaliada por Bicho (para mais detalhe ver (Bicho, 2000)). De seguida é apresentada essa arquitectura de controlo.

## 4.1 Dinâmica de atractores para a direcção de navegação

Tal como ilustrado na figura 4.1, direcções,  $\psi_{obs}$ , nas quais residem obstáculos especificam valores que têm de ser evitados pela direcção de navegação, enquanto que a direcção,  $\psi_{target}$ , especifica a direcção onde está localizado o alvo (*target*), visto da actual posição do robô “*leader*”. Para calcular esta direcção é utilizada a seguinte equação:

$$\psi_{target} = \arctan \left( \frac{y_{target} - y_{robot}}{x_{target} - x_{robot}} \right) \quad (4.3)$$

onde,  $(x_{target}, y_{target})$  são as coordenadas do alvo (assumindo que as coordenadas são conhecidas) e que  $(x_{robot}, y_{robot})$  são uma estimativa (através do mecanismo de *hodomètria*) da posição do robô, em relação ao eixo de referência externo  $x$ . Assim sendo, a orientação na direcção do alvo é especificada através da implementação de um sistema dinâmico que cria um atractor nesta direcção (ver figura 4.2)

$$\frac{d\phi_{leader}(t)}{dt} = f_{target}(\phi_{leader}) = -\lambda_{target} \sin(\phi_{leader} - \psi_{target}) \quad , \lambda_{target} > 0 \quad (4.4)$$

Quando o robô se move tem que evitar colisões com obstáculos. As direcções nas quais residem obstruções têm por isso de ser evitadas. Isto pode ser expresso por um sistema dinâmico que repele o robô destas direcções. Os sensores de distância ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ), montados num eixo fixo no robô com um ângulo de  $\theta_i$

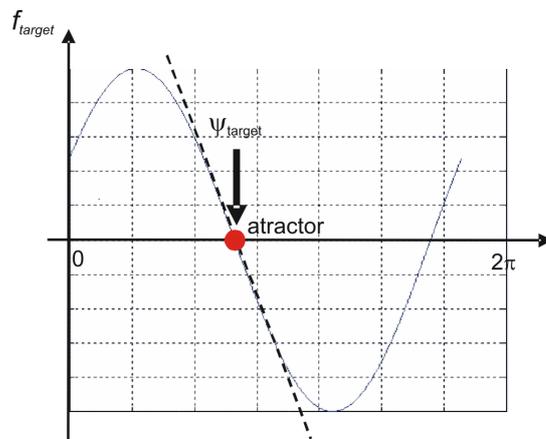


Figura 4.2: A direcção  $\phi_{leader} = \psi_{target}$  é um ponto fixo atractor ( $d\phi_{leader}/dt = 0$  com declive negativo) com uma magnitude de atracção  $\lambda_{target}$ . Como o movimento na direcção do alvo é desejado, qualquer que seja a orientação inicial do robô, o alcance do atractor, isto é, o efeito de atracção provocado pelo ponto fixo atractor é o círculo trigonométrico completo (0 a  $2\pi$  rad). Como consequência, existe um ponto repulsor na direcção oposta ao ponto atractor, isto é, na direcção  $\psi_{target} + \pi$ .

em relação à direcção frontal do robô, contribuem com uma força repulsiva (ver figura 4.3).

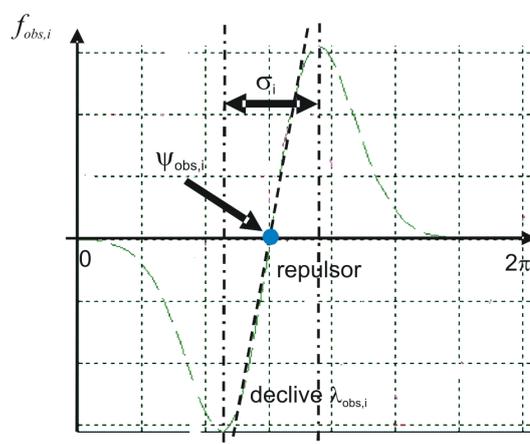


Figura 4.3: A contribuição para a dinâmica da direcção de navegação expressando a tarefa *evitar colisões com obstáculos* resulta numa “força” com um ponto fixo repulsor (zero com declive positivo) na direcção,  $\psi_{obs,i}$ , na qual é detectada uma obstrução. Cada sensor de distância ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) contribui com uma “força” centrada na direcção na qual o sensor aponta. Diminuindo o declive ( $\lambda_{obs,i}$ ), apenas obstruções próximas repelem fortemente. O alcance destas forças repulsivas ( $\sigma_i$ ) é limitado pelo alcance dos sensores e no princípio de que o robô passa pelo obstáculo sem ter qualquer contacto com este.

A dinâmica resultante da tarefa evitar colisões com obstáculos resulta no

seguinte sistema dinâmico:

$$\frac{d\phi_{leader}(t)}{dt} = \sum_{i=1}^7 f_{obs,i}(\phi_{leader}) \quad (4.5)$$

onde,

$$f_{obs,i}(\phi_{leader}) = \lambda_{obs,i}(\phi_{leader} - \psi_{obs,i}) e^{\left[ -\frac{(\phi_{leader} - \psi_{obs,i})^2}{2\sigma_i^2} \right]} \quad (4.6)$$

A direcção  $\psi_{obs,i}$ , representa a direcção no mundo na qual o sensor  $i$  aponta. Como a direcção de navegação,  $\phi_{leader}$ , é definida relativamente ao mesmo eixo de referência, a diferença  $\phi_{leader} - \psi_{obs,i} = -\theta_i$ , é na realidade uma constante. Assim sendo, a calibração da direcção de navegação do robô é irrelevante. A magnitude da repulsão,  $\lambda_{obs,i}$ , de cada uma das contribuições é uma função que decresce com o aumento da distância ( $d_i$ )

$$\lambda_{obs,i} = \beta_1 e^{\left(-\frac{d_i}{\beta_2}\right)} \quad (4.7)$$

a qual depende de dois parâmetros: da magnitude máxima de repulsão ( $\beta_1 > 0$ ) e da taxa de decaimento da magnitude de repulsão em função do aumento da distância ( $\beta_2 > 0$ ). O alcance angular

$$\sigma_i = \arctan \left[ \tan \left( \frac{\Delta\psi_s}{2} \right) + \frac{Radius}{Radius + d_i} \right] \quad (4.8)$$

sobre a qual uma “força” repulsiva exerce o seu efeito é controlada por  $\sigma_i$ , que depende do ângulo de sensibilidade do sensor de infravermelho ( $\Delta\psi_s = 30^\circ$ ), do valor de *Radius*, e também, da distância medida,  $d_i$ , porque o ângulo subtendido por metade do robô à distância medida é adicionado ao ângulo de sensibilidade do sensor, para garantir uma passagem sem colisão ao lado do obstáculo virtual.

Assim a gama angular sobre a qual uma força actua, diminui com o aumento da distância, porque o ângulo subtendido pelo próprio robô e restante equipa diminui (quando o robô passa ao lado do obstáculo virtual o sector do sensor é totalmente ocupado).

O *Radius*, no caso da equipa de dois robôs, é dado pelo raio do robô “*leader*” ( $Radius = R_{leader}$ ) (c.f. capítulo 5). No entanto, para as equipas de três e quatro robôs, *Radius*, entra em linha de conta com o raio do robô “*leader*” ( $R_{leader}$ ), o raio de cada um dos robôs “*helpers*” ( $Radius_{H_i}$ ) e ainda com a distância entre os centros, do robô “*leader*” e do objecto ( $d_{leader,object\ center}$ ) (c.f. capítulos 6 e 7). Para as equipas de três e quatro robôs é necessário entrar em linha de conta com a dimensão do conjunto, robôs e objecto, para que quando o robô “*leader*” detecte obstáculos consiga “saber” se todo o conjunto passa em segurança ao lado de um obstáculo ou entre dois obstáculos. Para o caso da equipa de dois robôs é suficiente apenas o raio do robô “*leader*”, uma vez que a liberdade de movimento do robô “*helper*” é maior, o que não acontece nas equipas de três e quatro robôs onde as posições dos robôs “*helpers*” são muito mais rígidas.

A contribuição do alvo e as contribuições resultantes das obstruções detectadas actuam simultaneamente. A direcção de navegação do robô “*leader*” resulta da soma destas duas contribuições:

$$\frac{d\phi_{leader}(t)}{dt} = f_{target}(\phi_{leader}) + \sum_{i=1}^7 f_{obs,i}(\phi_{leader}) + f_{stoch} \quad (4.9)$$

Uma vez que algumas das “forças” têm alcance limitado, o resultado da sobreposição é um sistema dinâmico não linear, o qual pode ter múltiplos atractores e repulsores (tipicamente poucos). Por princípio de “*design*”, os parâmetros são sintonizados por forma a que a direcção de navegação esteja em qualquer instante, perto de um atractor resultante da dinâmica resultante.

A força estocástica,  $f_{stoch}$ , garante a fuga de pontos fixos instáveis (repul-

sores). Isto é importante porque pode acontecer que, devido a uma bifurcação na dinâmica da direcção de navegação, o atractor (valor desejado para a direcção de navegação), onde até então a direcção de navegação residia, passe a ser um repulsor, isto é, um valor indesejado. Além disso, a adição de  $f_{stoch}$ , permite introduzir no sistema perturbações e ruído, e por conseguinte testar a robustez das arquitecturas de controlo.

## 4.2 Controlo da velocidade

Até este ponto apenas nos referimos ao controlo da direcção de navegação do robô “*leader*”. No entanto, para que este robô se movimente é necessário “dar-lhe” velocidade, isto é, é necessário controlar a velocidade de translação. À medida que o robô se move, a informação sensorial varia e assim os atractores e repulsores também variam. O mesmo acontece se os obstáculos e o alvo se movimentarem no ambiente onde o robô se encontra. Uma vez que a direcção de navegação tem que estar próxima ou num atractor em qualquer instante, para que os princípios de “*design*” funcionem, é necessário limitar a taxa de variação dos pontos atractores para permitir que a direcção de navegação do robô consiga perseguir o atractor de modo a manter-se sempre num estado estável. Isto é possível através de um sistema dinâmico que controle a velocidade,  $v_{leader}$ ,

$$\frac{dv_{leader}(t)}{dt} = g_{target}(v_{leader}) + g_{obs}(v_{leader}) + g_{stoch} \quad (4.10)$$

onde  $g_{target}$  e  $g_{obs}$  representam uma “força” que erige um atractor na velocidade desejada,  $v_{leader,desired,i}$ , com uma amplitude,  $c_i$  ( $i = target, obs$ ) e um alcance  $\sigma_{\vartheta}$ . Por sua vez  $g_{stoch}$  simula as perturbações e ruído existentes num sistema real.

$$g_i = -c_i (v_{leader} - v_{leader,desired,i}) e^{-\left[ \frac{(v_{leader} - v_{leader,desired,i})^2}{2\sigma_{\vartheta}^2} \right]} \quad (4.11)$$

As magnitudes de atracção,  $c_{obs}$  ( $> 0$ ) e  $c_{target}$  ( $> 0$ ), são ajustadas para que, na presença de fortes contribuições de obstáculos, a “força” referente à contribuição dos obstáculos seja dominante, ao passo que na ausência de tais contribuições a “força” referente à contribuição do alvo domine.

Quanto à velocidade desejada para o robô “leader” ( $v_{leader,desired,i}$ ), esta depende se a sua direcção de navegação está dentro da gama repulsiva criada pela eventual presença de obstáculos. A velocidade desejada do robô “leader” é calculada por:

$$v_{leader,desired,i} = \begin{cases} \frac{d_{leader,obs}}{T_{2c}}, & \text{se } U_{obs}(\phi_{leader}) > 0 \\ K_V, & \text{else} \end{cases} \quad (4.12)$$

onde  $d_{leader,obs}$  é a distância entre o robô e o obstáculo mais próximo;  $K_V^2$  é uma constante que corresponde à velocidade do robô “leader” quando este não detecta obstáculos;  $T_{2c}$ <sup>3</sup> define o tempo para contacto com o obstáculo e  $U_{obs}(\phi_{leader})$  é a função potencial da expressão (4.5) e é dada por:

$$U_{obs}(\phi_{leader}) = \sum_{i=1}^7 \left( \lambda_{obs,i} \sigma_i^2 e^{\left[ -\frac{(\phi_{leader} - \psi_{obs,i})^2}{2\sigma_i^2} \right]} - \frac{\lambda_{obs,i} \sigma_i^2}{\sqrt{e}} \right) \quad (4.13)$$

onde  $\psi_{obs,i}$  é a direcção na qual o sensor de distância  $i$  do robô “leader” aponta;  $\lambda_{obs,i}$  é a magnitude de repulsão e  $\sigma_i$  é a gama angular da repulsão ( $\lambda_{obs,i}$  e  $\sigma_i$  são dadas pelas expressões (4.7) e (4.8), respectivamente).

Valores positivos desta função indicam que a direcção de navegação do robô está dentro de uma região de repulsão suficientemente forte criada pela presença de obstáculos. Contrariamente, valores negativos ou iguais a zero indicam que a

<sup>2</sup> $K_V$  assume um valor constante. Ver valor no apêndice C.

<sup>3</sup> $T_{2c}$  é uma constante. Ver valor no apêndice C.

direcção de navegação do robô está fora de qualquer região de repulsão ou que essa região de repulsão é muito fraca.

### 4.3 Hierarquia das taxas de relaxação

Finalmente, para assegurar que a direcção de navegação relaxa para as soluções atractoras à medida que estas variam, devido à variação da informação sensorial e tendo como princípio que a tarefa *evitar obstáculos* tem prioridade sobre a tarefa *movimento na direcção do alvo*, é necessário definir a hierarquia das taxas de relaxação

$$\lambda_{target} \ll c_{target}, \quad \lambda_{obs} \ll c_{obs}, \quad \lambda_{target} \ll \lambda_{obs} \quad (4.14)$$

## Capítulo 5

# Arquitectura de controlo do robô “*helper*” na equipa de dois robôs

---

À semelhança do que foi feito para o robô “*leader*” também, para o robô “*helper*” ( $H_1$ ), foram escolhidas como variáveis comportamentais a direcção de navegação e a velocidade de translação. Por defeito, isto é, na ausência da detecção de obstáculos, este robô tem de navegar mantendo uma formação “*line forward/line backward*” (LF/LB) com o robô “*leader*”. Caso contrário, terá de navegar mantendo uma formação “*transition*” ou “*column*”. Cada uma destas formações é gerada por um sistema dinâmico e da sua integração resulta a dinâmica comportamental final. Foi também implementada nesta arquitectura uma nova funcionalidade designada por *troca de liderança*. Tal como o próprio nome indica, os robôs quando deparados com situações de perigo ou de maior dificuldade, trocam entre si a liderança, com a finalidade de realizarem de forma mais segura a tarefa de transporte. Foram efectuadas, simulações em computador (fazendo uso do simulador descrito no Capítulo 3) e implementações em robôs móveis “reais” para validar as arquitecturas de controlo. De referir que as implementações efectuadas em robôs reais, não incluíram a funcionalidade *troca de liderança*, uma vez que para a determinação da posição relativa do alvo é necessário hodometria, o que nos robôs usados não é razoável para percursos longos uma vez que o erro

acumulado é grande, logo os robôs nunca têm uma informação correcta acerca da localização do alvo.

Para controlar o comportamento do robô “*helper*” usamos a sua direcção de navegação,  $\phi_{H_1}$ , medida em relação a um eixo de referência externo, arbitrário, mas fixo (o mesmo que é usado para a direcção de navegação do robô “*leader*”) e a sua velocidade de translação,  $v_{H_1}$ .

A dinâmica para a direcção de navegação do robô “*helper*” é dada pela seguinte equação:

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_{H_1}(t)}{dt} = & \gamma_{lf/lb} F_{H_1,lf/lb}(\phi_{H_1}) + \gamma_{transition} F_{H_1,transition}(\phi_{H_1}) + \\ & + \gamma_{column} F_{H_1,column}(\phi_{H_1}) \end{aligned} \quad (5.1)$$

onde  $\gamma_{lf/lb}$ ,  $\gamma_{transition}$  e  $\gamma_{column}$  são variáveis de activação mutuamente exclusivas que dependendo, da informação sensorial adquirida pelos sensores de infravermelhos montados no robô  $H_1$  (ver figura 3.1) e da direcção de navegação do robô “*leader*” ( $\phi_{leader}(t)$ ) determinam qual o valor do atractor que irá dominar a dinâmica.

$F_{H_1,lf/lb}(\phi_{H_1})$ ,  $F_{H_1,transition}(\phi_{H_1})$  e  $F_{H_1,column}(\phi_{H_1})$  são os campos vectoriais responsáveis por gerar a dinâmica comportamental do robô  $H_1$  para as diferentes formações, “*line forward / line backward*”, “*transition*” e “*column*”:

$$F_{H_1,lf/lb}(\phi_{H_1}) = -\lambda_{H_1,lf/lb} \sin(\phi_{H_1} - \psi_{desired,H_1,lf/lb}) \quad (5.2)$$

$$F_{H_1,transition}(\phi_{H_1}) = -\lambda_{H_1,transition} \sin(\phi_{H_1} - \psi_{desired,H_1,transition}) \quad (5.3)$$

$$F_{H_1,column}(\phi_{H_1}) = -\lambda_{H_1,column} \sin(\phi_{H_1} - \psi_{desired,H_1,column}) \quad (5.4)$$

os quais erigem um atractor para a direcção de navegação do robô  $H_1$ ,  $\phi_{H_1}$ , nas direcções  $\psi_{desired,H_1,lf/lb}$ ,  $\psi_{desired,H_1,transition}$  e  $\psi_{desired,H_1,column}$ , respectivamente (ver figura 5.1).

$\lambda_{H_1,lf/lb}$ ,  $\lambda_{H_1,transition}$  e  $\lambda_{H_1,column}$ , são as magnitudes de atracção para cada um dos atractores erigidos pelos campos vectoriais  $F_{H_1,lf/lb}(\phi_{H_1})$ ,  $F_{H_1,transition}(\phi_{H_1})$  e  $F_{H_1,column}(\phi_{H_1})$ , respectivamente.

No entanto, o campo vectorial em (5.1) pode ser simplificado se assumirmos que todos os atractores têm a mesma magnitude de atracção:

$$\lambda_{H_1,lf/lb} = \lambda_{H_1,transition} = \lambda_{H_1,column} = \lambda_{H_1} \quad (5.5)$$

e que

$$\begin{aligned} \psi_{desired,H_1} = & \gamma_{lf/lb} \psi_{desired,H_1,lf/lb} + \\ & + \gamma_{transition} \psi_{desired,H_1,transition} + \\ & + \gamma_{column} \psi_{desired,H_1,column} \end{aligned} \quad (5.6)$$

Assim sendo, podemos escrever o sistema dinâmico (5.1) da seguinte forma, simplificada:

$$\frac{d\phi_{H_1}(t)}{dt} = -\lambda_{H_1} \sin(\phi_{H_1} - \psi_{desired,H_1}) \quad (5.7)$$

a qual, erige um atractor numa direcção  $\psi_{desired,H_1}$  (equação 5.6), com uma magnitude de atracção (taxa de relaxação) definida por  $\lambda_{H_1}$  (equação 5.5), e um repulsor na direcção oposta.

A dinâmica para a velocidade de translação, coloca simplesmente um atractor na velocidade desejada,  $V_{desired,H_1}$ , com uma taxa de relaxação definida por

$c_{H_1}$ :

$$\frac{d\vartheta_{H_1}(t)}{dt} = -c_{H_1}(\vartheta_{H_1} - V_{desired,H_1})e^{\left[-\frac{(\vartheta_{H_1} - V_{desired,H_1})^2}{2\sigma_V^2}\right]} \quad (5.8)$$

o termo exponencial é usado para garantir que o aumento e a diminuição da velocidade de translação, é suave mesmo quando a diferença  $\vartheta_{H_1} - V_{desired,H_1}$  é muito elevada.

De seguida vai ser explicado como são determinados os valores dos atractores para a direcção de navegação e para a velocidade a partir da informação sensorial e da informação comunicada.

## 5.1 Dinâmica de atractores para a direcção de navegação

O atrator resultante,  $\psi_{desired,H_1}$ , na equação (5.7) é dado pela equação (5.6), onde  $\psi_{desired,H_1,lf/lb}$ ,  $\psi_{desired,H_1,transition}$  e  $\psi_{desired,H_1,column}$  são as direcções desejadas nas quais os atractores são erigidos para cada comportamento e  $\gamma_{lf/lb}$ ,  $\gamma_{transition}$  e  $\gamma_{column}$  são variáveis de activação mutuamente exclusivas. Nas duas subsecções seguintes explicamos como é que todos estes valores podem ser calculados.

### 5.1.1 Valores dos atractores para os diferentes comportamentos

A figura 5.1 ilustra a direcção desejada para cada comportamento.

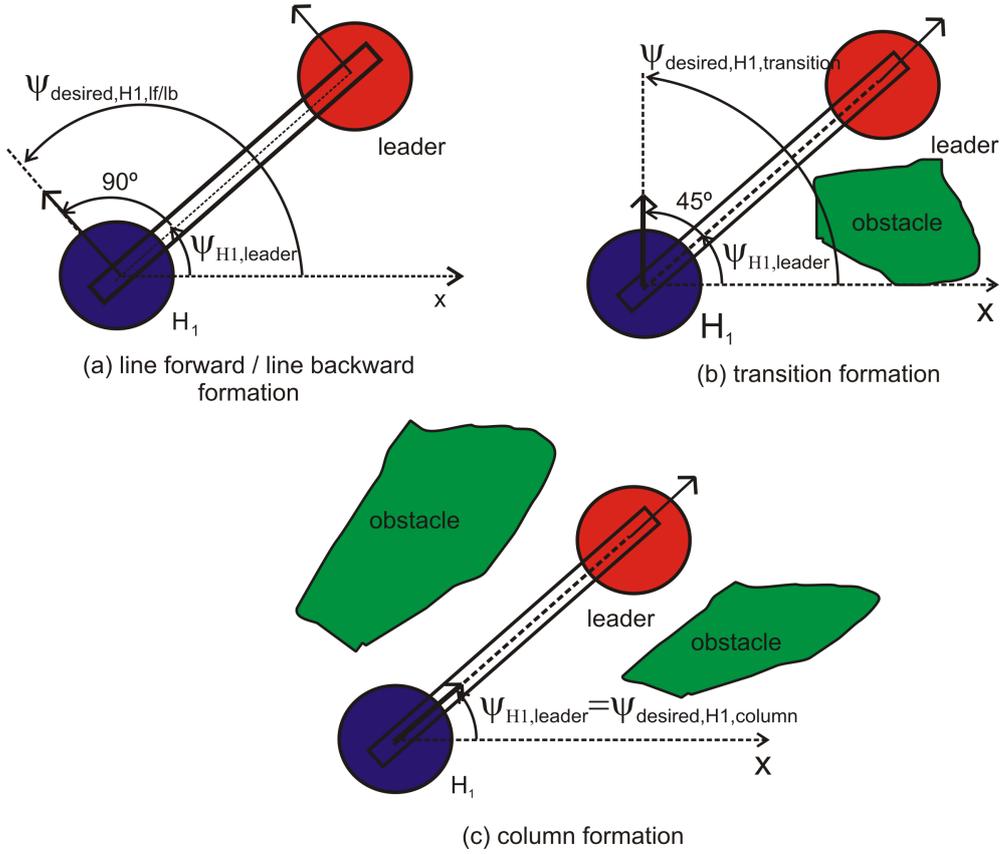


Figura 5.1: Direcções desejadas para o robô  $H_1$  para os diferentes comportamentos. Nas três situações ilustradas o deslocamento do objecto é nulo ( $\Delta d = 0$ ). (a) *line forward / line backward formation*:  $\Delta\psi_{H_1,leader,lf/lb} = 90^\circ$ ; (b) *transition formation*:  $\Delta\psi_{H_1,leader,transition} = 45^\circ$ ; (c) *column formation*:  $\Delta\psi_{H_1,leader,column} = 0^\circ$ .  $\Delta\psi_{H_1,leader,lf/lb}$ ,  $\Delta\psi_{H_1,leader,transition}$  e  $\Delta\psi_{H_1,leader,column}$  são ângulos constantes que são adicionados às direcções segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “leader” a partir da sua posição em relação ao eixo externo  $x$  para se obter a direcção de navegação desejada, para os diferentes comportamentos.

### 5.1.1.1 Formação “*line forward / line backward*”

O atractor desejado para a formação “*line forward / line backward*” está ilustrado no painel (a) da figura 5.1, e é possível ver que o seu valor é:

$$\psi_{desired,H_1,lf/lb} = \psi_{H_1,leader} + \Delta\psi_{H_1,leader,lf/lb} + k\Delta_{lf/lb,H_1,leader} \quad (5.9)$$

onde,  $\psi_{H_1,leader}$  é a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “leader” a partir da sua posição actual,  $\Delta\psi_{H_1,leader,lf/lb}$ <sup>1</sup> é um ângulo constante.  $k$  é um parâmetro

<sup>1</sup>Ver valor no apêndice D

que pode tomar o valor  $+1$  ou  $-1$ :

$$k = \begin{cases} -1 & , \quad \text{se } \alpha_{lb} = 1 \\ +1 & , \quad \text{se não} \end{cases} \quad (5.10)$$

onde  $\alpha_{lb}$  é dado, como se verá mais à frente, pela equação (5.22).  $\Delta_{lf/lb, H_1, leader}$  é uma função sigmoïdal que varia com o deslocamento do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_1$  (ver figura 5.2), isto é, converte o deslocamento do objecto num ângulo que se aproxima de zero à medida que o deslocamento se anula, e é dado pela seguinte equação:

$$\Delta_{lf/lb, H_1, leader} = \frac{2 \arctan(\alpha_{H_1, leader} \Delta d)}{\pi} \quad (5.11)$$

onde  $\alpha_{H_1, leader}^2$  é uma constante e  $\Delta d$  é o deslocamento medido pela base de suporte do robô  $H_1$  onde fica apoiado uma das extremidades do objecto.

Na figura 5.2 podemos ver que a direcção onde o atractor desejado é erigido depende do deslocamento do objecto. Se o deslocamento medido é igual a zero (figura 5.2(a)) o atractor desejado é erigido numa direcção paralela à actual direcção de navegação do robô “*leader*”. No caso do deslocamento medido ser maior do que zero (figura 5.2(b)), então o atractor é erigido numa direcção que aproxima o robô  $H_1$  do robô “*leader*”. Quando o deslocamento medido é menor do que zero (figura 5.2(c)), o atractor é erigido numa direcção que afasta o robô  $H_1$  do robô “*leader*”.

A solução utilizada aqui para a formação “*line forward / line backward*” é diferente da utilizada em (Soares, 2002) para a formação em *linha*. Na primeira abordagem, o sistema dinâmico para a direcção de navegação do robô “*follower*”

---

<sup>2</sup> $\alpha_{H_1, leader}$  é uma constante. Ver valor no apêndice D.

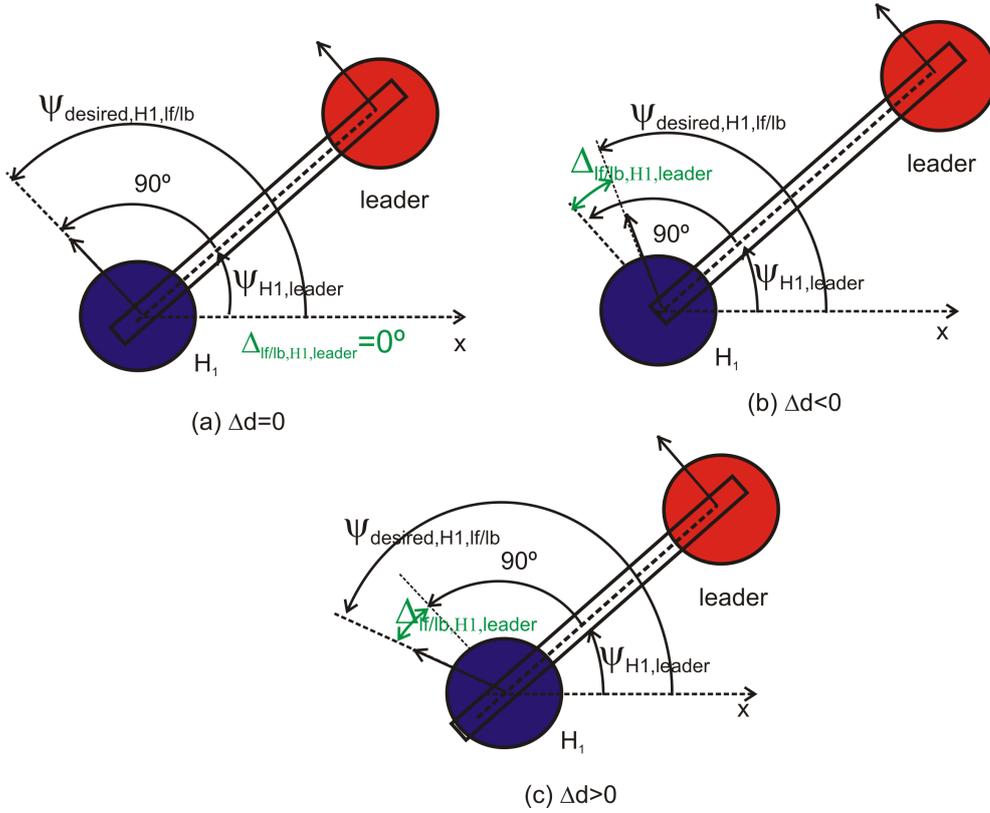


Figura 5.2: O valor de  $\Delta_{lf/lb,H1,leader}$  varia com os deslocamentos do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_1$ . (a)  $H_1$  está à distância desejada; (b)  $H_1$  está a uma distância superior à desejada; (c)  $H_1$  está a uma distância inferior à desejada.

que gera a formação em *linha*, tomando o robô “*leader*” como ponto de referência, tinha o seguinte campo vectorial:

$$f_{linha}(\phi_{follower}) = f_{aproximação}(\phi_{follower}) + f_{afastamento}(\phi_{follower}) \quad (5.12)$$

onde cada termo define uma “força” atractiva ( $i =$  aproximação, afastamento):

$$f_i(\phi_{follower}) = -\lambda_{linha}\lambda_i(d) \sin(\phi_{follower} - \psi_i) \quad , \lambda_{linha} > 0 \quad (5.13)$$

A primeira contribuição,  $f_{aproximação}$ , erige um atractor na direcção

$$\psi_{aproximação} = \psi_{leader} + \frac{\pi}{2} - \Delta\psi \quad (5.14)$$

onde  $\Delta\psi = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$ . A magnitude de atracção desta “força” ( $\lambda_{linha}\lambda_{aproximação}(\Delta d)$ , com  $\lambda_{linha}$  constante), é tanto maior quanto maior for o deslocamento do objecto,  $\Delta d$ , medido no suporte do robô

$$\lambda_{aproximação} = \frac{1}{1+e^{\left[-\frac{\Delta d}{\mu}\right]}} \quad (5.15)$$

A segunda contribuição,  $f_{afastamento}$ , erige um atractor numa direcção que afasta o robô “follower” do robô “leader”, segundo uma direcção

$$\psi_{afastamento} = \psi_{leader} + \frac{\pi}{2} + \Delta\psi \quad (5.16)$$

com uma magnitude de  $\lambda_{linha}\lambda_{afastamento}(\Delta d)$  que aumenta com a diminuição da distância,  $d$ , entre os dois robôs

$$\lambda_{afastamento} = 1 - \lambda_{aproximação} \quad (5.17)$$

Da sobreposição destas duas forças atractivas resulta apenas um atractor. A direcção na qual o atractor é erigido depende da distância entre os robôs (figura 5.3), o que é equivalente a dizer, do deslocamento do objecto.

Apesar do resultado final ser o mesmo, a diferença entre a formação “*line forward / line backward*” agora proposta nesta tese, e a formação em *linha* apresentada em (Soares, 2002), reside no facto de neste último, o atractor erigido variar com a magnitude,  $\lambda_{linha}\lambda_{aproximação}(\Delta d)$  e  $\lambda_{linha}\lambda_{afastamento}(\Delta d)$ , das “forças” atractivas  $f_{aproximação}$  e  $f_{afastamento}$ , respectivamente. Enquanto que na presente

tese, para a formação “*line forward / line backward*” a variação da distância ( $\Delta d$ ) é convertida num ângulo através da função sigmoïdal (5.11) e posteriormente adicionada/subtraída para o cálculo do atractor desejado.

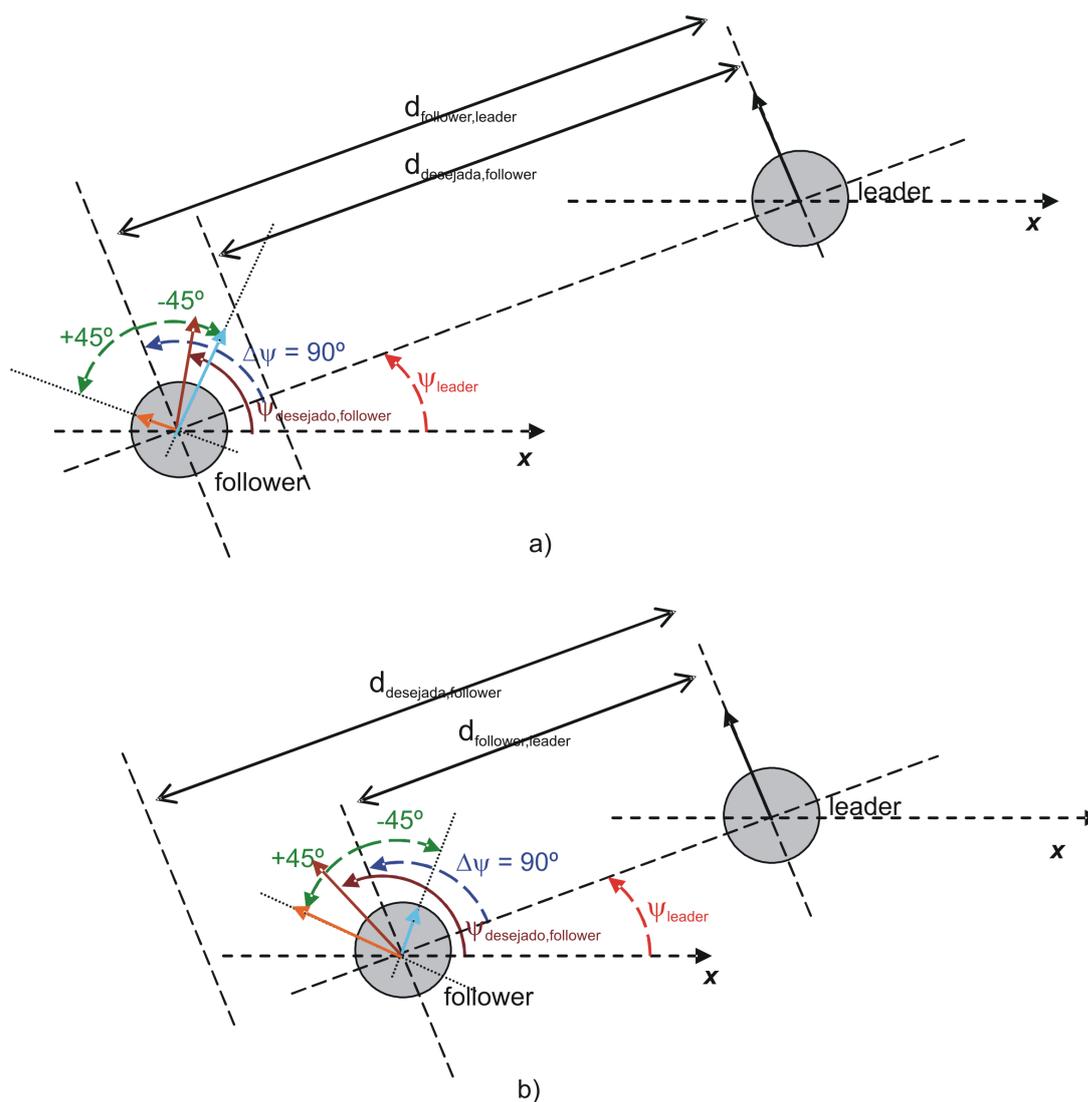


Figura 5.3: A figura ilustra duas situações: (a) o robô “*follower*” encontra-se a uma distância superior à desejada, tendo assim que se aproximar do robô “*leader*”; (b) o robô “*follower*” encontra-se a uma distância inferior à desejada, tendo assim que se afastar do robô “*leader*”. Em qualquer uma das situações o controlo da distância em nada depende da direcção de navegação dos robôs, mas sim de  $\psi_{leader}$ ,  $\Delta\psi$  e da magnitude das “forças” de atracção. É a magnitude das “forças” atractivas que faz a direcção de navegação pender para diferentes direcções de navegação.

### 5.1.1.2 Formação “*transition*”

Quando é necessário contornar um obstáculo, pela esquerda ou pela direita, tal como é ilustrado na figura 5.1(b), queremos que o robô navegue numa formação “*transition*”. A direcção desejada para a direcção de navegação do robô  $H_1$  é dada pela seguinte expressão:

$$\psi_{desired,H_1,transition} = \psi_{H_1,leader} + \alpha_{obs,H_1} \Delta\psi_{H_1,leader,transition} \quad (5.18)$$

onde  $\alpha_{obs,H_1}$  é um parâmetro que pode tomar o valor  $-1$ , se o robô  $H_1$  detecta obstruções do seu lado esquerdo, ou pode tomar o valor de  $+1$  se detectar obstruções do seu lado direito (Soares and Bicho, 2002; Soares, 2002; Bicho *et al.*, 2004).  $\Delta\psi_{H_1,leader,transition}$ <sup>3</sup> é um ângulo constante.

### 5.1.1.3 Formação “*column*”

Na presença de obstáculos longos ou em passagens estreitas, o robô  $H_1$  tem de navegar atrás do robô “*leader*” (ver figura 5.1(c)), isto é, navegar mantendo uma formação “*column*”. O valor do atractor desejado é exactamente a direcção na qual o robô  $H_1$  vê o robô “*leader*” a partir da sua posição actual (para mais detalhe ver (Soares and Bicho, 2002; Soares, 2002; Bicho *et al.*, 2004)).

$$\psi_{desired,H_1,column} = \psi_{H_1,leader} \quad (5.19)$$

## 5.1.2 Variáveis de activação

Por defeito, o termo  $\gamma_{lf/lb}$  tem de dominar a dinâmica, por isso,  $\gamma_{lf/lb} = 1$ ,  $\gamma_{transition} = 0$  e  $\gamma_{column} = 0$ . Isto permite que o robô  $H_1$  se mova para a frente

---

<sup>3</sup>Ver valor no apêndice D

ou recue mantendo uma formação “*line forward / line backward*” com o robô “*leader*”. O robô  $H_1$ , por defeito, isto é, sempre que não detecta obstáculos e simultaneamente sempre que a diferença entre, a direcção na qual “vê” o robô “*leader*”,  $\psi_{H_1,leader}$ , e a direcção de navegação do robô “*leader*”,  $\phi_{H_1}$ , é inferior a  $\Delta\theta_1$ <sup>4</sup> e superior a  $\Delta\theta_2$ <sup>5</sup>, o robô  $H_1$  move-se para a frente. No entanto quando a diferença entre a direcção de navegação do robô “*leader*” e a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua posição actual, é maior que  $\Delta\theta_1$  e menor do que  $\Delta\theta_2$  (corresponde à área compreendida entre as linhas a tracejado na figura 5.4), o robô  $H_1$  recua mantendo uma formação “*line forward / line backward*” com o robô “*leader*”.

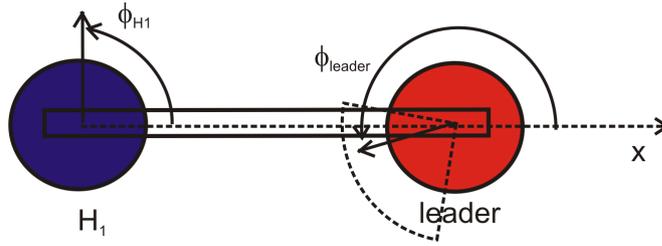


Figura 5.4: Quando a direcção de navegação do robô “*leader*” aponta na direcção do robô  $H_1$ , como é ilustrado nesta figura, o robô  $H_1$  tem de recuar mantendo uma formação “*line forward / line backward*” com o robô “*leader*”.

A variável de activação  $\gamma_{lf/lb}$  vem assim dada por:

$$\gamma_{lf/lb} = \begin{cases} +1, & \text{se } \alpha_{lf} = 1 \vee \alpha_{lb} = 1 \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (5.20)$$

onde  $\alpha_{lf}$  e  $\alpha_{lb}$  sinalizam à arquitectura de controlo do robô  $H_1$  quando é necessário

<sup>4</sup> $\Delta\theta_1$  é uma constante. Ver valor no apêndice D.

<sup>5</sup> $\Delta\theta_2$  é uma constante. Ver valor no apêndice D.

que o robô  $H_1$  se movimenta para a frente ou recue, respectivamente:

$$\alpha_{lf} = \begin{cases} +1, & \text{se } U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) \leq 0 \quad \wedge \quad |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| < \Delta\theta_1 \quad \wedge \\ & |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| > \Delta\theta_2 \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (5.21)$$

$$\alpha_{lb} = \begin{cases} +1, & \text{se } \Delta\theta_1 < |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| < \Delta\theta_2 \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (5.22)$$

onde  $U_{obs,H_1}$  é a função potencial dos obstáculos virtuais da dinâmica evitar colisões com obstáculos (para mais detalhe ver Bicho (2000)), que indica ao robô  $H_1$  se a sua direcção de navegação está dentro da gama de repulsão criada por obstáculos:

$$U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) = \sum_{i=1}^7 \left( \lambda_{obs,H_1,i} \sigma_{H_1,i}^2 e^{\left[ -\frac{(\phi_{H_1} - \psi_{obs,H_1,i})^2}{2\sigma_{H_1,i}^2} \right]} - \frac{\lambda_{obs,i} \sigma_{H_1,i}^2}{\sqrt{e}} \right) \quad (5.23)$$

onde  $\psi_{obs,H_1,i}$  é a direcção na qual o sensor de distância  $i$  do robô  $H_1$  aponta;  $\lambda_{obs,H_1,i}$  é a magnitude de repulsão e  $\sigma_{H_1,i}$  é a gama angular da repulsão. A magnitude de repulsão,  $\lambda_{obs,H_1,i}$ , de cada uma das contribuições é uma função que decresce com o aumento da distância ( $d_{H_1,i}$ )

$$\lambda_{obs,H_1,i} = \beta_{1,H_1} e^{\left( -\frac{d_{H_1,i}}{\beta_{2,H_1}} \right)} \quad (5.24)$$

a qual depende de dois parâmetros: da magnitude máxima de repulsão  $\beta_{1,H_1}$  ( $> 0$ ) e da taxa de decaimento da magnitude de repulsão em função do aumento da

distância  $\beta_{2,H_1} (> 0)$ . A gama angular de repulsão sobre a qual uma “força” repulsiva exerce o seu efeito é controlada por  $\sigma_{H_1,i}$

$$\sigma_{H_1,i} = \arctan \left[ \tan \left( \frac{\Delta\psi_s}{2} \right) + \frac{R_{H_1}}{R_{H_1} + d_{H_1,i}} \right] \quad (5.25)$$

que depende do ângulo de sensibilidade do sensor de infravermelho ( $\Delta\psi_s = 30^\circ$ ), do raio do robô,  $R_{H_1}$ , e também, da distância medida entre o robô e o obstáculo detectado,  $d_{H_1,i}$ , porque o ângulo subentendido por metade do robô à distância medida é adicionado ao ângulo de sensibilidade do sensor, para garantir uma passagem sem colisão ao lado do obstáculo virtual. Assim a gama angular sobre a qual uma força actua, diminui com o aumento da distância, porque o ângulo subentendido pelo próprio robô diminui (quando o robô passa ao lado do obstáculo virtual o sector do sensor é totalmente ocupado).

Valores positivos de  $U_{obs,H_1}$  (equação 5.23) indicam que a direcção de navegação do robô  $H_1$  se encontra dentro de uma região repulsiva suficientemente forte criada pela presença de obstáculos. Contrariamente, valores negativos ou nulos, indicam que a direcção de navegação do robô  $H_1$  está fora de qualquer região de repulsão ou que essa repulsão é muito fraca.

Quando simultaneamente:

- são detectadas obstruções;
- a diferença entre, a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua posição actual,  $\psi_{H_1,leader}$ , e a direcção de navegação do robô “*leader*”,  $\phi_{leader}$ , é superior a  $\Delta\theta_3$ <sup>6</sup>;
- e a dinâmica resultante da contribuição dos obstáculos virtuais,  $F_{obs,H_1}$ , tem um valor diferente de zero;

<sup>6</sup> $\Delta\theta_3$  é uma constante. Ver valor no apêndice D.

o termo  $\gamma_{transition}$  tem de dominar a dinâmica, assim  $\gamma_{transition} = 1$ ,  $\gamma_{lf/lb} = 0$  e  $\gamma_{column} = 0$ . Isto permite ao robô  $H_1$  contornar o obstáculo detectado virando à esquerda ou à direita.

$$\gamma_{transition} = \begin{cases} +1, & \text{se } \alpha_{tr} = 1 \vee \alpha_{tl} = 1 \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (5.26)$$

onde  $\alpha_{tr}$  e  $\alpha_{tl}$  são parâmetros que sinalizam a arquitectura de controlo do robô  $H_1$  quando há necessidade do robô virar à direita ou à esquerda, respectivamente.

O robô  $H_1$  toma a decisão de virar à direita ou à esquerda, quando uma das seguintes condições é satisfeita:

$$\alpha_{tr} = \begin{cases} +1, & \text{se } U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge F_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) \leq 0 \wedge \\ & |\psi_{H_1,leader} - \phi_{leader}| > \Delta\theta_3 \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (5.27)$$

$$\alpha_{tl} = \begin{cases} +1, & \text{se } U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge F_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge \\ & |\psi_{H_1,leader} - \phi_{leader}| > \Delta\theta_3 \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (5.28)$$

$F_{obs,H_1}$  que está presente nas expressões (5.27) e (5.28), representa a dinâmica resultante da contribuição dos obstáculos virtuais (para mais detalhe ver (Bicho and Schönner, 1997; Bicho, 2000)) e é obtida pela seguinte equação:

$$F_{obs,H_1} = \sum_{i=1}^7 f_{obs,H_1,i}(\phi_{H_1}) \quad (5.29)$$

onde,

$$f_{obs,H_1,i}(\phi_{H_1}) = \lambda_{obs,H_1,i}(\phi_{H_1} - \psi_{obs,H_1,i}) e \left[ -\frac{(\phi_{H_1} - \psi_{obs,H_1,i})^2}{2\sigma_{H_1,i}^2} \right] \quad (5.30)$$

$F_{obs,H_1}$  não entra na dinâmica final do robô  $H_1$ , apenas é usada para sinalizar a arquitectura de controlo do robô  $H_1$ , caso estejam presentes na sua proximidade obstáculos, de que lado os obstáculos detectados se encontram, à esquerda ou à direita do robô. Valores positivos desta função indicam que um obstáculo é detectado à direita do robô, enquanto que, valores negativos indicam que o obstáculo foi detectado à esquerda do robô.

Finalmente, se:

- forem detectadas obstruções;
- e a diferença entre as direcções,  $\psi_{H_1,leader}$  e  $\phi_{leader}$  é menor do que  $\Delta\theta_3$ ;

o termo  $\gamma_{column}$  tem de dominar a dinâmica, então  $\gamma_{column} = 1$ ,  $\gamma_{lf/lb} = 0$  e  $\gamma_{transition} = 0$ . Esta variável é activada quando

$$\gamma_{column} = \begin{cases} +1, & \text{se } U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge |\psi_{H_1,leader} - \phi_{leader}| \leq \Delta\theta_3 \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (5.31)$$

## 5.2 Controlo da velocidade

A velocidade de translação do robô  $H_1$  tem de ser controlada por forma a que em todos os instantes este robô tente manter um deslocamento do objecto nulo, isto é,  $\Delta d = 0$ . O robô “*leader*” comunica a sua velocidade de translação

actual ao robô  $H_1$ . O valor do atractor, isto é, a velocidade desejada,  $V_{desired,H_1}$ , para a dinâmica da velocidade (equação (5.8)) é dada por:

$$V_{desired,H_1} = \begin{cases} +\vartheta_{leader} + \frac{|\Delta d|}{\nu_{H_1}}, & \text{se } \Delta d < 0 \\ -\vartheta_{leader} - \frac{|\Delta d|}{\nu_{H_1}}, & \text{se não} \end{cases} \quad (5.32)$$

onde,  $\nu_{H_1}$ <sup>7</sup> é uma constante e  $\Delta d$  representa o deslocamento do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_1$ .

### 5.3 Hierarquia das taxas de relaxação

A seguinte hierarquia das taxas de relaxação assegura que a direcção de navegação do robô  $H_1$  relaxa para as soluções atractoras à medida que estas se modificam devido à troca de informação entre os dois robôs e ainda devido à informação sensorial (para mais detalhe ver (Bicho, 2000; Bicho *et al.*, 2000)):

$$\lambda_{H_1} \ll c_{H_1} \quad (5.33)$$

### 5.4 Troca de liderança

Tal como foi referido no início deste capítulo, à arquitectura de controlo da equipa de dois robôs foi adicionada uma nova funcionalidade designada por *troca de liderança*. A liderança da equipa pode ser cedida/requisitada por cada um dos robôs de acordo com a situação em seu redor. Esta funcionalidade da arquitectura de controlo apenas impõe uma ligeira modificação no valor do atractor

---

<sup>7</sup> $\nu_{H_1}$  é uma constante. Ver valor no apêndice D.

do comportamento “*line forward / line backward*” para o robô seguidor<sup>8</sup>. Esta ligeira modificação prende-se com o facto do robô seguidor se poder agora situar à direita do robô que lidera a equipa, ao invés do que acontecia anteriormente, em que o robô seguidor se situava sempre do lado esquerdo do robô que liderava a equipa. O valor desejado deste atractor está ilustrado na figura 5.5, onde é possível ver que o seu valor é:

$$\psi_{desired,leader,lf/lb} = \psi_{leader,H_1} - \Delta\psi_{leader,H_1,lf/lb} - k\Delta_{lf/lb,leader,H_1} \quad (5.34)$$

onde,  $\psi_{leader,H_1}$  é a direcção segundo a qual o robô “*leader*” “vê” o robô  $H_1$  a partir da sua posição actual e  $\Delta\psi_{leader,H_1,lf/lb}$  é um ângulo igual a  $90^\circ$  (ver figura 5.5).  $k$  é dado pela expressão (5.10) e  $\Delta_{lf/lb,leader,H_1}$  é idêntica à expressão (5.11) só que neste caso a função sigmoïdal calcula o deslocamento do objecto medido na base de suporte do robô “*leader*”.

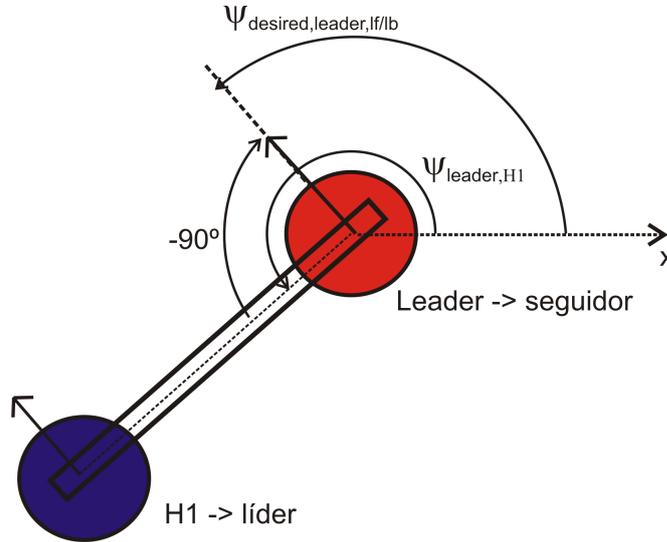


Figura 5.5: Direcção desejada do robô “*leader*” para o comportamento “*line forward / line backward*” quando este deixa de liderar a equipa e passa a assumir funções de seguidor. Na situação ilustrada o deslocamento do objecto é nulo ( $\Delta d = 0$ ) e  $\Delta\psi_{leader,H_1,lf/lb} = 90^\circ$ .

<sup>8</sup>Com o termo seguidor queremos referir-nos ao robô que em cada instante tem como função seguir o robô (“*leader*” ou “*helper*”) que lidera a equipa.

São quatro as situações em que os robôs podem trocar de liderança:

*i)* A liderança pode ser requisitada pelo robô  $H_1$  sempre que o deslocamento do objecto é igual ou superior a  $\Delta d_{min}$ <sup>9</sup> e inferior a  $\Delta d_{m\acute{a}x}$ <sup>10</sup> ( $\Delta d_{min} \leq \Delta d \leq \Delta d_{m\acute{a}x}$ ).

*ii)* Quando o módulo da diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” ( $\psi_{H_1,leader}$ ) e a direcção de navegação do robô “*leader*” ( $\phi_{leader}$ ), é maior do que  $\Delta\theta_4$ <sup>11</sup> e menor do que  $\Delta\theta_5$ <sup>12</sup> ( $\Delta\theta_4 < |\psi_{H_1,leader} - \phi_{leader}| < \Delta\theta_5$ ), o robô  $H_1$  requisita a liderança (ver figura 5.6 (a)).

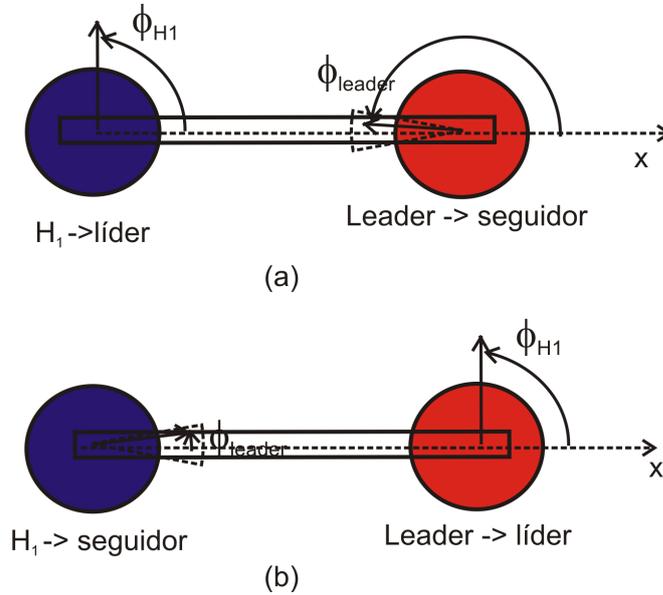


Figura 5.6: (a) A direcção de navegação do robô “*leader*” aponta na direcção do robô  $H_1$ , e assim sendo o robô  $H_1$  requisita ao robô “*leader*” a liderança. (b) A direcção de navegação do robô  $H_1$  aponta na direcção do robô “*leader*”, e assim sendo o robô “*leader*” requisita ao robô  $H_1$  a liderança.

*iii)* Quando o módulo da diferença entre a direcção segundo a qual o robô “*leader*” “vê” o robô  $H_1$  ( $\psi_{leader,H_1}$ ) e a direcção de navegação do robô  $H_1$  ( $\phi_{H_1}$ ), é maior do que  $\Delta\theta_4$  (*i.e.*  $|\psi_{H_1,leader} - \phi_{leader}| > \Delta\theta_4$ ), o robô “*leader*” requisita a liderança (ver figura 5.6 (b)).

<sup>9</sup> $\Delta d_{min}$  é uma constante. Ver valor no apêndice D.

<sup>10</sup> $\Delta d_{m\acute{a}x}$  é uma constante. Ver valor no apêndice D.

<sup>11</sup> $\Delta\theta_4$  é uma constante. Ver valor no apêndice D.

<sup>12</sup> $\Delta\theta_5$  é uma constante. Ver valor no apêndice D.

*iv)* Por último se  $H_1$  não detecta obstáculos, ou a sua direcção de navegação está fora da gama de repulsão criada por obstáculos ( $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) \leq 0$ ), e se se encontra a uma distância mais próxima do alvo do que a distância a que o robô “*leader*” se encontra do alvo, então também nesta situação o robô  $H_1$  requisita a liderança, isto é:

$$U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) \leq 0 \wedge d_{H_1,target} < d_{leader,target} \quad (5.35)$$

## 5.5 Resultados da simulação

O sistema dinâmico final da arquitectura de controlo, para a equipa de dois robôs, foi primeiro avaliado através de simulações realizadas no simulador desenvolvido em MATLAB. Nesta secção apresentaremos algumas dessas simulações que demonstram os diferentes atributos da arquitectura de controlo com e sem troca de liderança.

Em cada simulação iremos particularizar alguns instantes da dinâmica comportamental final. Para cada um dos instantes serão apresentados três painéis de análise, A, B e C, em que:

- No Painel A é evidenciada a evolução das trajectórias ao longo do tempo;
- No Painel B é demonstrada uma representação detalhada do tipo de formação em que os robôs se encontram, sendo possível averiguar:
  - as direcções de navegação dos dois robôs ( $\phi_{leader}$  e  $\phi_{H_1}$ );
  - a direcção do alvo ( $\psi_{target}$ );
  - o ângulo segundo o qual o robô “*helper*” “vê” o robô “*leader*” a partir da sua corrente posição ( $\psi_{H_1,leader}$ );

- o ângulo desejado para a direcção de navegação do robô “*helper*”  $(\psi_{desired, H_1})$ .
- No Painel C é revelada a dinâmica da direcção de navegação para os dois robôs. Neste painel:
  - a **linha vertical azul claro** indica a actual direcção de navegação de cada um dos robôs (ideia reforçada por uma seta preta);
  - a **linha cor-de-rosa** é a resultante da dinâmica completa para cada um dos robôs;
  - a **linha a verde** representa a contribuição dos obstáculos para a dinâmica completa de cada robô;
  - a **linha azul escuro** representa a função potencial da contribuição dos obstáculos para cada um dos robôs;
  - a **linha a vermelho** tracejado indica a contribuição do alvo para a dinâmica global no caso do robô “*leader*”.

### 5.5.1 Simulação

Na figura 5.7 é mostrada uma simulação completa num ambiente com obstáculos estáticos e dinâmicos e sem troca de liderança. Os obstáculos dinâmicos são representados por dois robôs móveis,  $R3$  e  $R4$ . Nesta figura os alvos (“*targets*”) são representados por uma cruz. Os alvos dos três robôs, “*leader*”,  $R3$  e  $R4$  são “*target*”, “*target\_R3*” e “*target\_R4*”, respectivamente. Cada robô é representado por um círculo preto com uma linha azul clara, que representa a sua direcção de navegação.

Inicialmente os robôs são posicionados tal como ilustrado na figura 5.7-A. O robô “*leader*” movimenta-se na direcção do seu alvo (figura 5.7-B) e o robô  $H_1$  inicia o seu movimento colocando-se numa formação “*transition*” com o robô “*leader*” para evitar a colisão com o obstáculo que está localizado do seu lado

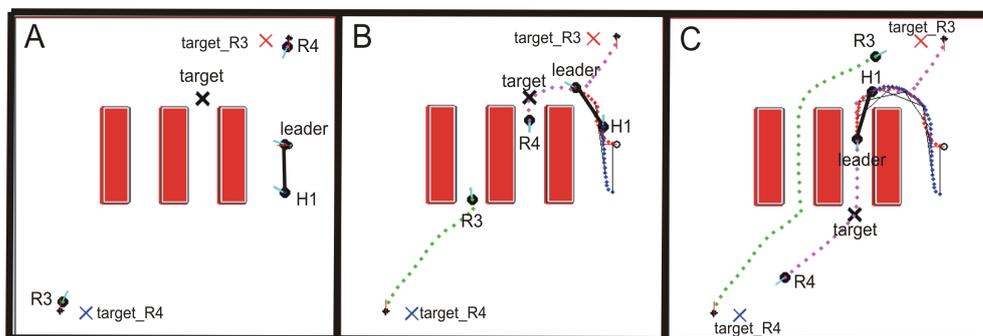


Figura 5.7: Instantes de uma simulação completa com obstáculos estáticos e dinâmicos.

esquerdo. Os robôs  $R3$  e  $R4$  entram cada um numa passagem estreita para alcançarem os seus respectivos alvos. Em seguida o alvo do robô “*leader*” é mudado de posição, tal como ilustrado na figura 5.7-C. Isto força o robô “*leader*” a entrar numa passagem estreita. O robô  $H_1$  mantém uma formação “*transition*” com o robô “*leader*” enquanto este entra nesta passagem estreita. Os outros dois robôs continuam a movimentar-se na direcção dos seus alvos.

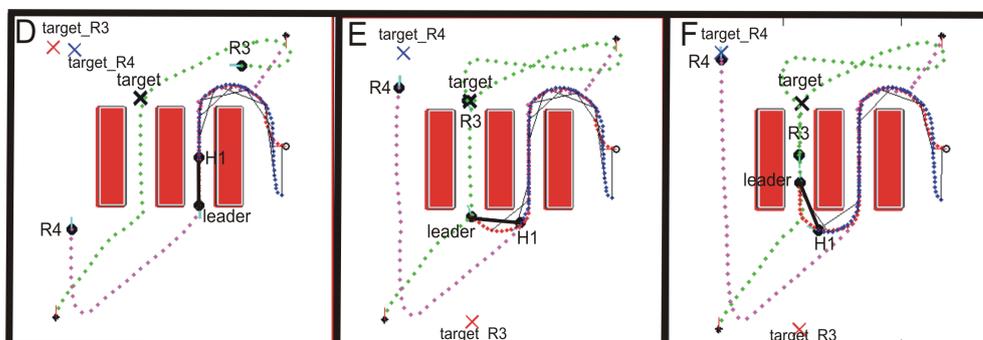


Figura 5.7 (cont.)

De seguida todos os alvos são mudados de posição (figura 5.7-D). Os robôs  $R3$  e  $R4$  continuam a movimentar-se na direcção dos seus alvos. O alvo  $target\_R3$  foi mudado para forçar o robô  $R3$  a entrar na mesma passagem estreita em que o robô “*leader*” está a entrar (figura 5.7-E). O robô  $H_1$  segue o robô “*leader*” mantendo uma formação “*transition*” porque é necessário evitar o obstáculo que se encontra do seu lado direito. O robô  $R3$  e o robô “*leader*” ficam frente a frente (figura 5.7-F), o que força ambos os robôs a inverterem a sua marcha e a saírem

da passagem estreita onde se encontram pelo mesmo caminho por onde entraram.

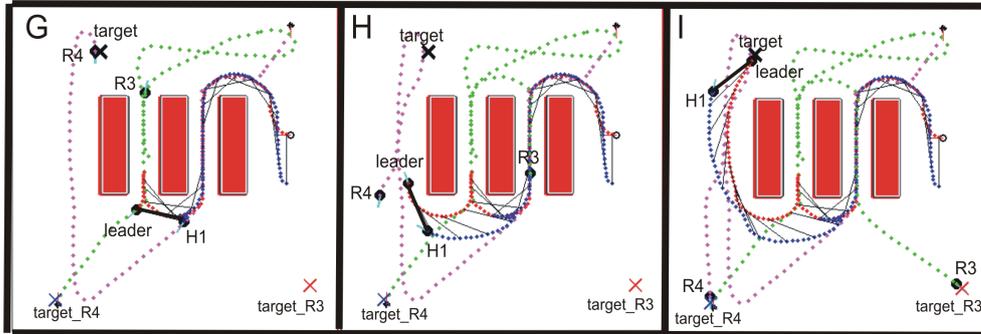


Figura 5.7 (cont.)

O robô  $H_1$  ao “aperceber-se” que o robô “*leader*” caminha ao seu encontro (isto é,  $100^\circ < |\phi_{leader} - \psi_{H_1, leader}| < 260^\circ$ ), recua. Depois do robô “*leader*” sair da passagem estreita, o robô  $H_1$  tenta o mais rapidamente possível colocar-se numa formação “*line forward / line backward*” com o robô “*leader*” (figura 5.7-G). O robô “*leader*” tem de evitar o obstáculo estático, localizado do seu lado direito, e o obstáculo dinâmico (robô  $R_4$ ) que entretanto aparece do seu lado esquerdo (figura 5.7-H). O robô  $H_1$  continua a movimentar-se mantendo uma formação “*line forward / line backward*” com o robô “*leader*” porque não detecta nenhum obstáculo (figura 5.7-H). Finalmente todos os robôs alcançam os seus alvos (figura 5.7-I).

A dinâmica da direcção de navegação para os dois robôs podem ser vistas nas figuras 5.8 a 5.16 nas posições descritas nos instantes A a I da figura 5.7. A seta preta em cada gráfico da dinâmica indica a actual direcção de navegação de cada robô. Tal como é possível observar a direcção de navegação de cada robô está sempre muito perto de um ponto fixo atractor (isto é, zero com declive negativo) da dinâmica resultante (linha cor-de-rosa).

### Instante A (figura 5.8)

#### Painel A:

O robô “*leader*” é posicionado inicialmente apontando numa direcção apro-

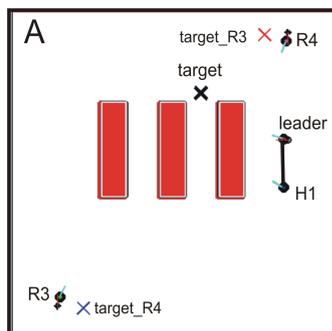


Figura 5.8: Instante A. Painel A.

ximadamente de  $150^\circ$ . O robô  $H_1$  é colocado à esquerda, numa formação “*line forward / line backward*”, a uma distância próxima da desejada em relação ao robô “*leader*”, apontando numa direcção também aproximadamente de  $150^\circ$ . Podemos observar que o objecto, indicado pela barra preta, se encontra a ser transportado. O robô  $R3$  é colocado com uma direcção de navegação inicial próxima dos  $60^\circ$  e o robô  $R4$  é colocado com uma direcção de navegação próxima dos  $250^\circ$ .

Painel B:

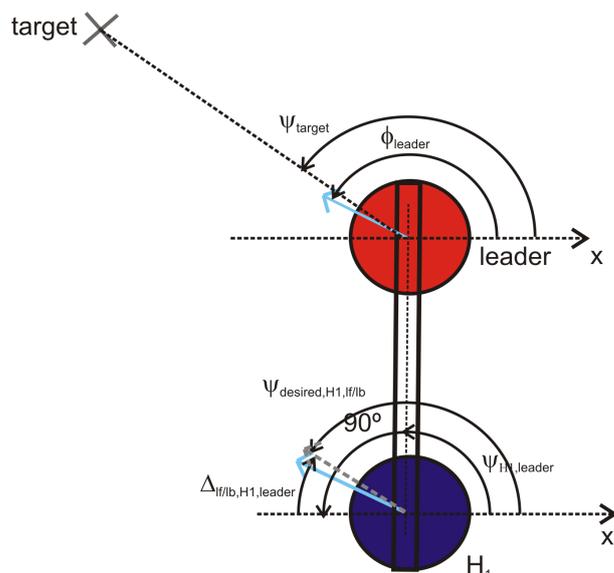


Figura 5.8 (cont.): Painel B.

Neste instante, o robô “*leader*” “vê” o alvo, em relação a um eixo exterior  $x$ ,

segundo uma direcção  $\psi_{target}$ , que não coincide com a sua direcção de navegação. Por sua vez o robô  $H_1$  vê o robô “leader”, em relação ao mesmo eixo, numa direcção  $\psi_{H_1,leader}$ . O atractor da dinâmica resultante,  $\psi_{desired,H_1,lf/lb}$ , é dado pela soma de  $\psi_{H_1,leader}$  com uma constante  $\Delta\psi_{H_1,leader,lf/lb}$  igual a  $90^\circ$  menos a variação  $\Delta_{lf/lb,H_1,leader}$  (equação 5.9).

### Painel C:

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô “leader”, uma vez que não são detectadas obstruções pelo robô “leader”, a dinâmica resultante (linha cor-de-rosa) é simplesmente dada pela dinâmica do comportamento *atingir a posição alvo* ( $f_{leader} = f_{target}$ ). A direcção de navegação do robô “leader” não está sobre o atractor da dinâmica resultante. Assim o robô “leader”, no próximo instante, irá orientar-se segundo a direcção onde está localizado o atractor resultante. Para isso, e como é possível observar pelo gráfico, o valor de  $\phi_{leader}$  terá de diminuir até que a linha azul claro fique sobre o zero da linha cor-de-rosa onde o declive é negativo. A diminuição do valor de  $\phi_{leader}$  implica que o robô vire à direita.

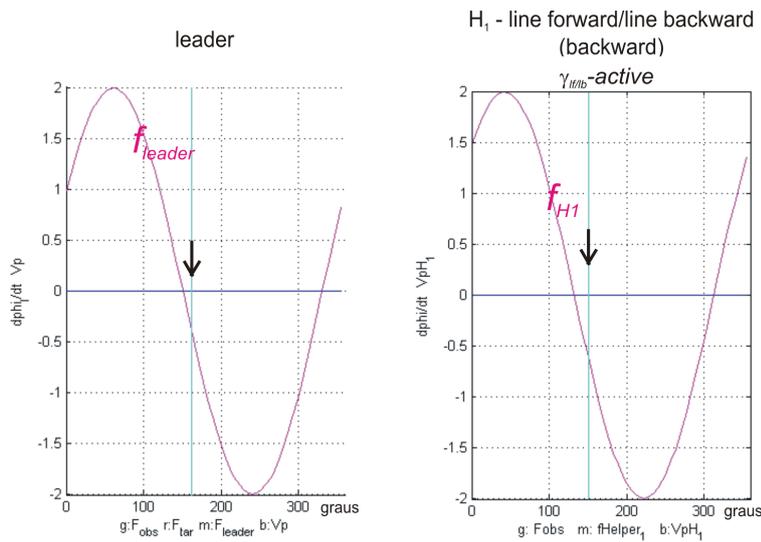


Figura 5.8 (cont.): Painel C.

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_1$ , é possível

ver que este robô não detecta obstruções (ausência de  $f_{obs,H_1}$  e  $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1} = 0)$ ). A diferença entre a direcção de navegação do robô “*leader*” e a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” é superior a  $100^\circ$  e inferior a  $260^\circ$  ( $100^\circ < |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| < 260^\circ$ ). Esta condição faz com que a variável  $\alpha_{lb}$ , na expressão (5.22), seja igual a 1 ( $\alpha_{lb} = 1$ ). O facto de  $\alpha_{lb} = 1$  implica que o robô  $H_1$  tem de recuar. Como consequência de  $\alpha_{lb} = 1$ ,  $\gamma_{lf/lb}$ , na equação (5.20), também toma o valor 1 ( $\gamma_{lf/lb} = 1$ ), o que significa que  $H_1$  se encontra numa formação “*line forward / line backward*” com o robô “*leader*”. A dinâmica é dominada pelo termo  $\gamma_{lf/lb}$ , logo  $\gamma_{lf/lb} = 1$ ,  $\gamma_{transition} = 0$  e  $\gamma_{column} = 0$  na equação (5.6). A direcção de navegação não está sobre o atractor da dinâmica resultante. O atractor resultante (zero da linha a cor-de-rosa tracejada onde o declive é negativo) situa-se numa direcção inferior à direcção de navegação do robô  $H_1$ . A direcção de navegação do robô  $H_1$  irá convergir para este atractor o que implica que o robô vire à direita. O facto dos robôs não estarem à distância desejada faz com que  $\Delta d$  seja diferente de zero, daí a presença de  $\Delta_{lf/lb,H_1,leader}$  no Painel B deste mesmo instante. O deslocamento medido,  $\Delta d$ , é convertido num ângulo,  $\Delta_{lf/lb,H_1,leader}$ , que se aproxima de zero à medida que o deslocamento se anula (expressão (5.11)). Este termo é subtraído na equação (5.9) uma vez que o valor de  $k$  pelo qual é multiplicado é igual a  $-1$ .  $k$  é igual a  $-1$  porque a variável  $\alpha_{lb}$ , na equação (5.10) é igual a 1.  $\alpha_{lb}$  é igual a 1 porque,  $100^\circ < |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| < 260^\circ$ .

### Instante B (figura 5.9)

#### Painel A:

O robô “*leader*” encontra-se a contornar o obstáculo, localizado do seu lado esquerdo, com a finalidade de atingir o seu alvo (“*target*”). O robô  $H_1$  segue-o mantendo uma formação “*transition*” uma vez que não é possível manter a formação por defeito, “*line forward / line backward*”, devido à presença do obstáculo detectado. Podemos observar que o objecto se encontra a ser transportado. Os robôs  $R3$  e  $R4$  entram cada um, numa diferente passagem estreita, para alcançarem os seus alvos,  $target\_R3$  e  $target\_R4$ , respectivamente.

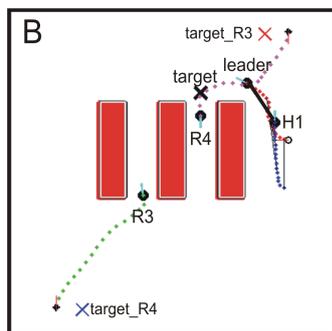


Figura 5.9: Instante B. Painel A.

Painel B:

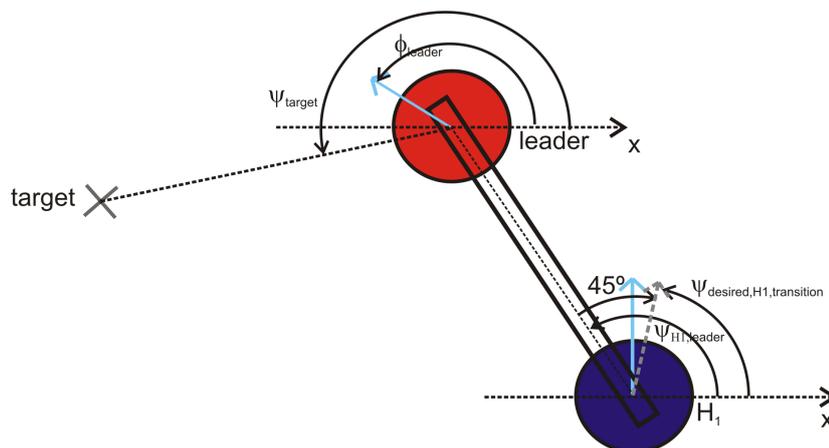


Figura 5.9 (cont.): Painel B.

Neste instante, o robô “*leader*” “vê” o alvo numa direcção  $\psi_{target}$ . Por sua vez o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” numa direcção  $\psi_{H_1,leader}$ . A direcção desejada,  $\psi_{desired,H_1,transition}$ , para o robô  $H_1$  resulta da soma de  $\psi_{H_1,leader}$  com um ângulo  $-45^\circ$  responsável por afastar o robô  $H_1$  do obstáculo detectado, localizado à sua esquerda, durante a curva (equação 5.18).

Painel C:

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô “*leader*”, podemos verificar que a contribuição por parte dos obstáculos está presente ( $f_{obs}$ ) (linha a verde tracejado). O obstáculo detectado é representado por um repulsor (zero

com declive positivo da linha verde tracejada) e está localizado numa direcção superior à actual direcção de navegação do robô (linha azul claro). Assim sendo a dinâmica resultante, ( $f_{leader}$ ), depende não só da contribuição que permite ao robô “leader” atingir o alvo, ( $f_{target}$ ), mas também da contribuição responsável por evitar que este robô colida com obstáculos, ( $f_{obs}$ ). A direcção de navegação do robô “leader” está sobre um atractor da dinâmica resultante, o que significa que no próximo instante o robô “leader” irá seguir este atractor resultante. Podemos ainda ver neste gráfico que a direcção do alvo (zero com declive negativo da linha vermelha tracejada) não coincide com o atractor da dinâmica resultante. É também possível observar ainda que a direcção de navegação do robô “leader” intercepta a função potencial,  $U_{obs}$  em valores positivos, o que significa que a direcção de navegação do robô “leader” está sobre uma região de repulsão criada pela presença de obstáculos. Assim sendo, a velocidade de translação deste robô depende da sua distância ao obstáculo detectado (quanto mais próximo, mais lento). Como  $\phi_{leader}$  intercepta  $f_{obs}$  em valores negativos significa que o obstáculo detectado está localizado à esquerda do robô. A direcção de navegação está sobre um atractor da dinâmica resultante, assim no próximo instante o robô “leader” irá manter a actual direcção de navegação.

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_1$ , podemos ver que este robô detecta obstáculos (presença de  $f_{obs,H_1}$ ).  $f_{obs,H_1}$  erige um repulsor numa direcção superior à actual direcção de navegação do robô. A actual direcção de navegação do robô  $H_1$  intercepta a função potencial  $U_{obs,H_1}$  em valores positivos ( $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$ ), o que significa que a direcção de navegação do robô  $H_1$  está dentro de uma região fortemente repulsiva criada pela presença de um obstáculo.  $\phi_{H_1}$  intercepta  $f_{obs,H_1}$  em valores negativos ( $f_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) < 0$ ), o que significa que o obstáculo está localizado à esquerda do robô. Estas duas condições ( $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$  e  $f_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) < 0$ ) aliadas ao facto da diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “leader” e a direcção de navegação do robô “leader” ser superior a  $5^\circ$  ( $|\psi_{H_1,leader} - \phi_{leader}| > 5^\circ$ ) fazem com que  $\alpha_{tr}$

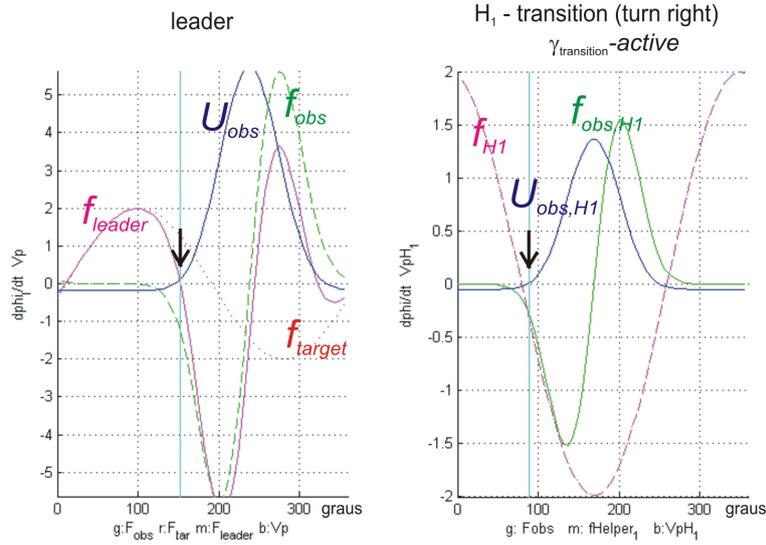


Figura 5.9 (cont.): Painel C.

na equação (5.27) seja igual a 1. Isto significa que o robô  $H_1$  detectou uma obstrução, localizada do seu lado esquerdo, e que para a evitar terá de a contornar virando à direita. Como  $\alpha_{tr} = 1$ ,  $\gamma_{transition}$  na expressão (5.26) é também igual a 1 o que significa que o robô  $H_1$  se encontra numa formação “transition” com o robô “leader”. A dinâmica final do robô  $H_1$  é dominada pelo termo  $\gamma_{transition}$  e assim  $\gamma_{lf/lb} = 0$ ,  $\gamma_{transition} = 1$  e  $\gamma_{column} = 0$  na equação (5.6). Como o obstáculo detectado está localizado do lado esquerdo do robô, então  $\alpha_{obs,H_1} = -1$  na expressão (5.18).

### Instante C (figura 5.10)

#### Painel A:

O robô “leader” encontra-se a percorrer uma passagem estreita e o robô  $H_1$  mantém uma formação “transition” com o robô “leader” por forma a ajudar este robô na tarefa de transporte. Os robôs  $R3$  e  $R4$  saem das respectivas passagens estreitas onde se encontravam e continuam a dirigir-se para os respectivos alvos. De referir que a posição do alvo *target* foi mudada relativamente ao instante anterior.

#### Painel B:

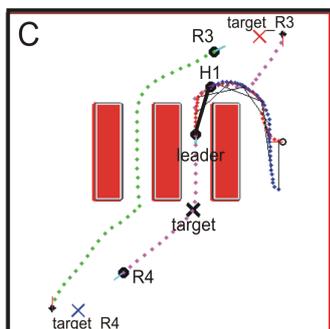


Figura 5.10: Instante C. Painel A.

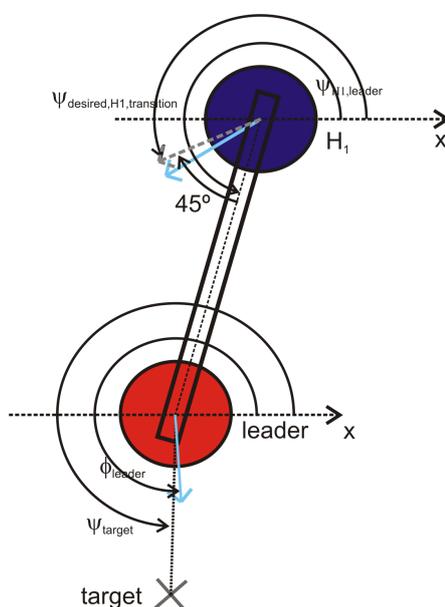


Figura 5.10 (cont.): Painel B.

Neste instante, o robô “*leader*” “vê” o alvo numa direcção  $\psi_{target}$ . Por sua vez o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” numa direcção  $\psi_{H_1,leader}$ . A direcção desejada,  $\psi_{desired,H_1,transition}$ , para o robô  $H_1$  resulta da soma de  $\psi_{H_1,leader}$  com um ângulo  $-45^\circ$  (equação 5.18) responsável por afastar o robô  $H_1$  do obstáculo que se situa à sua esquerda.

#### Painel C:

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô “*leader*”, podemos verificar que na dinâmica comportamental estão presentes, a contribuição do alvo

( $f_{target}$ ) e a contribuição dos obstáculos ( $f_{obs}$ ). Os repulsores da dinâmica global (zeros com declive positivo da linha cor-de-rosa) erigidos dizem respeito aos dois obstáculos presentes um de cada lado do robô, isto é, os repulsores da dinâmica final estão localizados à direita e à esquerda da actual direcção de navegação do robô “*leader*”. A direcção de navegação do robô “*leader*” está muito próxima de um atractor da dinâmica resultante, assim no próximo instante o robô “*leader*” irá seguir este atractor. Durante a navegação neste corredor estreito, o atractor não irá variar.

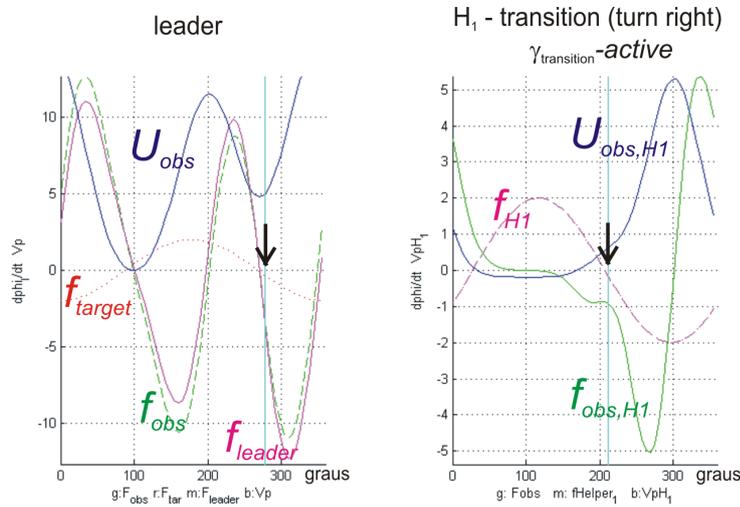


Figura 5.10 (cont.): Painel C.

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_1$ , a direcção de navegação está muito próxima do atractor da dinâmica resultante. Este atractor irá ser seguido pelo robô  $H_1$  no próximo instante. A actual direcção de navegação intercepta a função potencial,  $U_{obs,H_1}$ , em valores positivos ( $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$ ), e a função referente à contribuição dos obstáculos,  $f_{obs,H_1}$  em valores negativos ( $f_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) < 0$ ). Como  $\phi_{H_1}$  intercepta  $f_{obs,H_1}$  em valores negativos,  $\alpha_{obs,H_1}$  é igual a  $-1$  na equação (5.18). Como  $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$  e  $f_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) < 0$  e ainda porque a diferença entre  $\psi_{H_1,leader}$  e  $\phi_{leader}$  é superior a  $5^\circ$  faz com que  $\alpha_{tr}$  na equação (5.27) seja igual a 1. Uma vez que  $\alpha_{tr} = 1$  então  $\gamma_{transition}$  também é igual a 1 (expressão (5.26)). Como  $\gamma_{transition} = 1$  então o robô  $H_1$  encontra-se

numa formação “*transition*” com o robô “*leader*”. Assim sendo, a dinâmica é governada pelo termo  $\gamma_{transition}$  e por isso,  $\gamma_{lf/lb} = 0$ ,  $\gamma_{transition} = 1$  e  $\gamma_{column} = 0$  na equação (5.6).

### Instante D (figura 5.11)

Painel A:

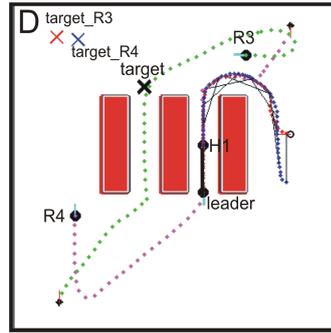


Figura 5.11: Instante D. Painel A.

Aqui a posição do alvo “*target*” é novamente mudada. O robô “*leader*” encontra-se no fim da passagem estreita e o robô  $H_1$  segue-o mantendo uma formação “*column*” por forma a ajudar o robô “*leader*” na tarefa de transporte. As localizações dos alvos dos robôs  $R3$  e  $R4$  são mudadas e por conseguinte os robôs  $R3$  e  $R4$  orientam-se nas novas direcções dos respectivos alvos.

Painel B:

Neste instante o alvo do robô “*leader*” está localizado numa direcção  $\psi_{target}$ . O robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” numa direcção  $\psi_{H_1,leader}$ . A direcção desejada do robô  $H_1$  é  $\psi_{desired,H_1,column}$ , que resulta apenas da contribuição de  $\psi_{H_1,leader}$  (equação 5.19), uma vez que o robô  $H_1$  se encontra em formação “*column*”.

Painel C:

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô “*leader*”, podemos ver que na dinâmica comportamental a contribuição dos obstáculos ( $f_{obs}$ ) e a contribuição do alvo ( $f_{target}$ ) estão presentes. Os repulsores da dinâmica global erigidos dizem respeito aos dois obstáculos presentes um de cada lado do robô.

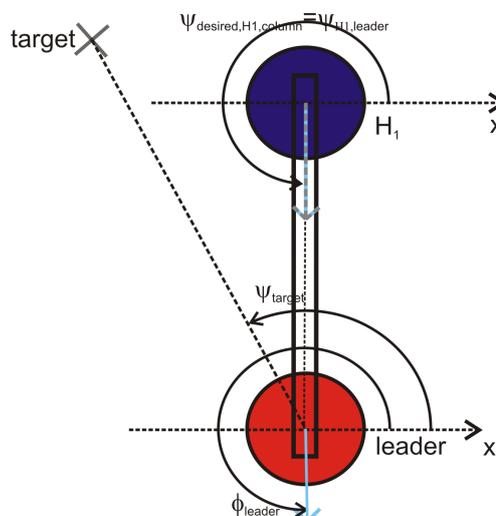


Figura 5.11 (cont.): Painel B.

A direcção de navegação do robô “leader” está muito próxima de um atractor da dinâmica resultante. Assim no próximo instante o robô irá seguir este atractor.

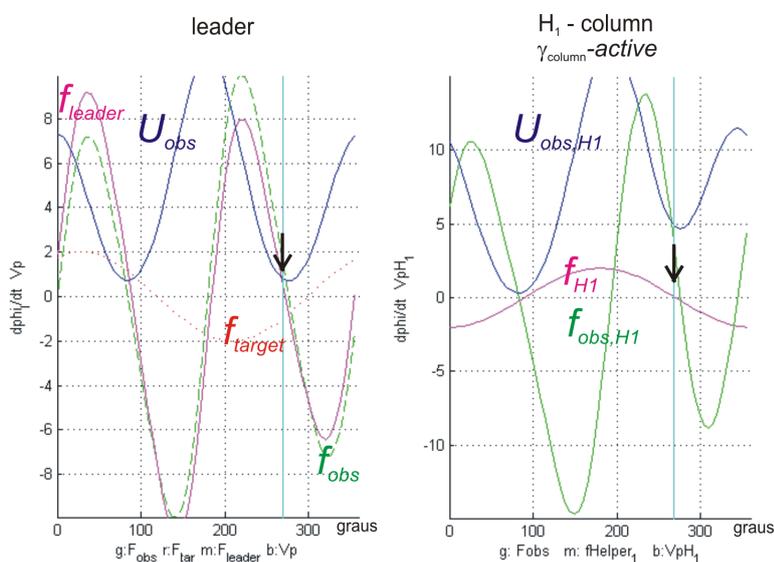


Figura 5.11 (cont.): Painel C.

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_1$ , podemos constatar que o robô  $H_1$  detecta obstáculos (indicado pela presença de  $f_{obs,H_1}$ ). A direcção de navegação está sobre o atractor da dinâmica resultante. Assim sendo no próximo instante o robô irá manter a actual direcção de navegação. Podemos

verificar que a actual direcção de navegação intercepta a função potencial,  $U_{obs,H_1}$ , em valores positivos ( $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$ ). A função  $f_{obs,H_1}$  é igualmente interceptada pela actual direcção de navegação em valores positivos ( $f_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$ ). Estas duas condições ( $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$  e  $f_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$ ) aliadas ao facto de a diferença entre  $\psi_{H_1,leader}$  e  $\phi_{leader}$  ser inferior a  $5^\circ$  fazem com que  $\gamma_{column}$  na equação (5.31) seja igual a 1. Isto significa que a dinâmica é dominada pelo termo  $\gamma_{column}$ . Assim sendo,  $\gamma_{lf/lb} = 0$ ,  $\gamma_{transition} = 0$  e  $\gamma_{column} = 1$  na equação (5.6). Como  $\gamma_{column} = 1$  a actual formação do robô  $H_1$  em relação ao robô “leader” é a formação “column”.

### Instante E (figura 5.12)

#### Painel A:

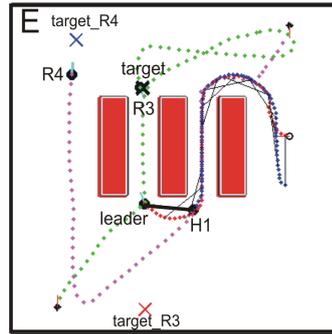


Figura 5.12: Instante E. Painel A.

O robô “leader” encontra-se a contornar um obstáculo com a finalidade de atingir o seu alvo (*target*). O robô  $H_1$  segue o robô “leader” mantendo uma formação “*transition*”. O alvo do robô  $R3$ , *target\_R3*, foi mudado de posição. O robô  $R3$  encontra-se a entrar numa passagem estreita, a mesma por onde está a entrar o robô “leader”. O robô  $R4$  está a dirigir-se para o seu alvo.

#### Painel B:

O robô “leader” “vê” o alvo numa direcção  $\psi_{target}$ . Por sua vez o robô  $H_1$  “vê” o robô “leader” numa direcção  $\psi_{H_1,leader}$ . A direcção desejada para o robô  $H_1$  é  $\psi_{desired,H_1,transition}$ . Esta direcção desejada resulta da soma de  $\psi_{H_1,leader}$  com

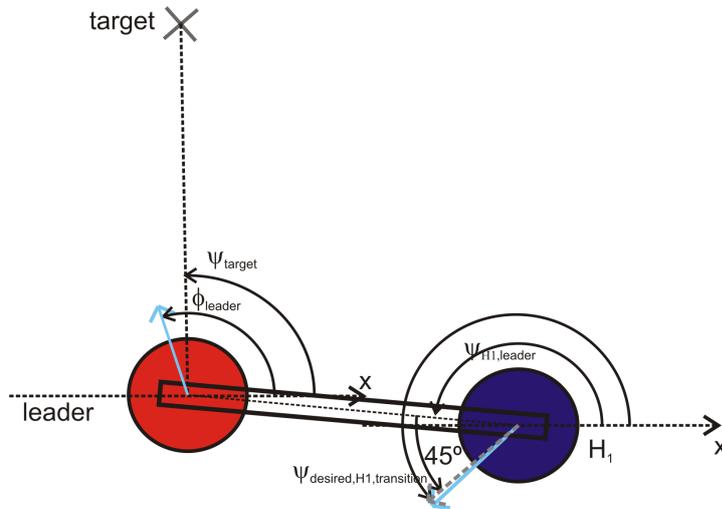


Figura 5.12 (cont.): Painel B.

um ângulo  $+45^\circ$  (equação 5.18), responsável por afastar este robô do obstáculo.

#### Painel C:

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô “*leader*”, podemos verificar que a contribuição dos obstáculos está presente ( $f_{obs}$ ). Assim sendo a dinâmica final resulta da contribuição do alvo ( $f_{target}$ ) e da contribuição dos obstáculos ( $f_{obs}$ ). A actual direcção de navegação está sobre um atractor da dinâmica resultante. A direcção onde é erigido este atractor não coincide com a direcção do alvo. A direcção do alvo está localizada numa direcção inferior, aproximadamente  $90^\circ$ . No próximo instante, o robô irá orientar-se na direcção correspondente do respectivo atractor. Para isso  $\phi_{leader}$  terá de diminuir, o que significa que o robô terá de virar à direita.

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_1$ , podemos ver que o robô detecta obstáculos. A actual direcção de navegação está muito próximo do atractor da dinâmica resultante. Assim sendo o robô  $H_1$  irá seguir este atractor no próximo instante. A actual direcção de navegação ( $\phi_{H_1}$ ) intercepta a função potencial,  $U_{obs,H_1}$  em valores positivos ( $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$ ) e intercepta igualmente em valores positivos  $f_{obs,H_1}$ . Estas duas condições aliadas ao facto de  $|\psi_{H_1,leader} - \phi_{leader}| > 5^\circ$  fazem com que  $\alpha_{tl}$  na expressão (5.28) seja igual a 1,

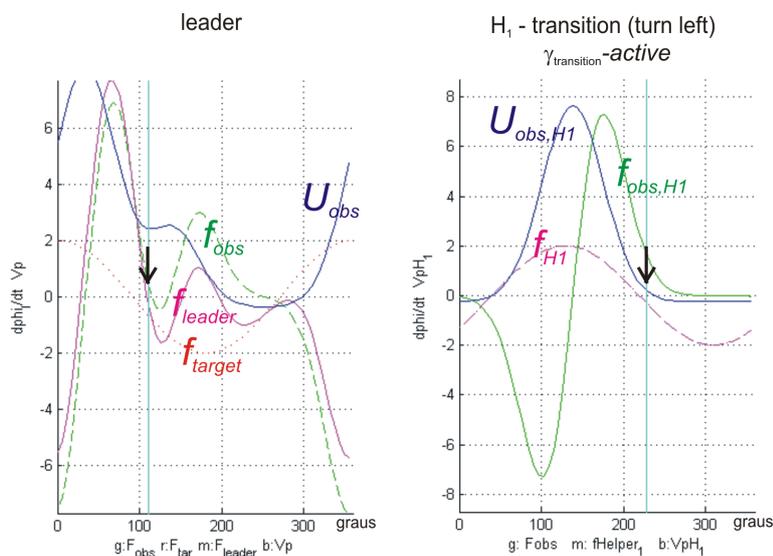


Figura 5.12 (cont.): Painel C.

o que significa que o robô detectou uma obstrução do seu lado direito, logo o robô terá que evitar este obstáculo contornando-o pela esquerda. Uma vez que a obstrução é detectada do lado direito do robô, então  $\alpha_{obs,H_1}$  na equação (5.18) é igual a 1. Como  $\alpha_{tl} = 1$ ,  $\gamma_{transition}$  na equação (5.26) é também igual a 1, o que significa que o robô  $H_1$  irá manter uma formação “transition” com o robô “leader”. O facto de  $\gamma_{transition}$  ser igual a 1, significa que é este termo que domina a dinâmica, então  $\gamma_{lf/lb} = 0$ ,  $\gamma_{transition} = 1$  e  $\gamma_{column} = 0$  na equação (5.6).

**Instante F (figura 5.13)**

Painel A:

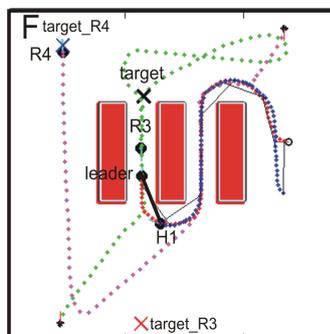


Figura 5.13: Instante F. Painel A.

O robô “*leader*” e o robô *R3* encontram-se frente a frente dentro da passagem estreita. O robô  $H_1$  acompanha o robô “*leader*” mantendo uma formação “*transition*”. O robô *R4* atinge o seu alvo.

Painel B:

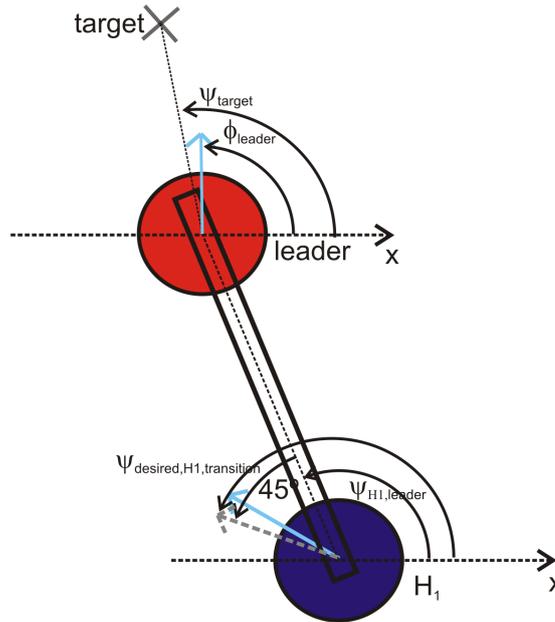


Figura 5.13 (cont.): Painel B.

O robô “*leader*” “vê” o alvo numa direcção  $\psi_{target}$ . O robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” numa direcção  $\psi_{H_1,leader}$ . A direcção desejada para o robô  $H_1$  é  $\psi_{desired,H_1,transition}$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_1,leader}$  com um ângulo de  $+45^\circ$  (equação 5.18), responsável por afastar este robô do obstáculo detectado.

Painel C:

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô “*leader*”, verificamos que este robô detecta obstáculos, daí a presença de  $f_{obs}$ . A dinâmica final resulta da soma da contribuição do alvo ( $f_{target}$ ) com a contribuição dos obstáculos ( $f_{obs}$ ). A actual direcção de navegação está próxima de um dos atractores da dinâmica resultante. Assim sendo no próximo instante o robô irá seguir este atractor.

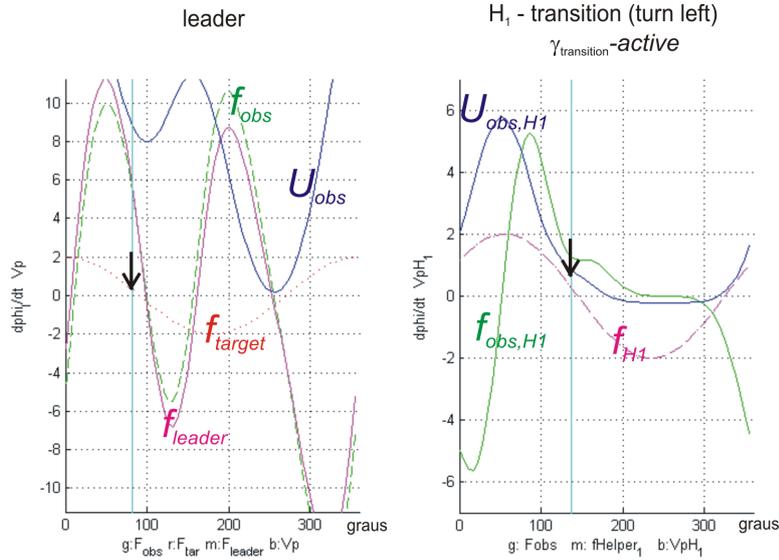


Figura 5.13 (cont.): Pannel C.

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_1$ , é possível verificar que o robô  $H_1$  detecta obstáculos ( $f_{obs,H_1}$ ). A actual direcção de navegação está muito próxima do atractor da dinâmica resultante logo no próximo instante o robô irá seguir este atractor. A função potencial ( $U_{obs,H_1}$ ) e a função responsável pela contribuição dos obstáculos ( $f_{obs,H_1}$ ) são interceptadas pela direcção de navegação do robô  $H_1$  em valores positivos ( $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$  e  $f_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$ ). Estas duas condições aliadas ao facto da diferença entre  $\psi_{H_1,leader}$  e  $\phi_{leader}$  ser superior a  $5^\circ$  fazem com que  $\alpha_{tl}$  na expressão (5.28) tome o valor de 1. Isto significa que a obstrução detectada pelo robô está localizada do seu lado direito, logo para que o robô evite o obstáculo terá que o contornar pelo seu lado esquerdo. Uma vez que a obstrução é detectada do lado direito do robô,  $\alpha_{obs,H_1}$  é igual a 1 (equação 5.18). Sendo que  $\alpha_{tl} = 1$ ,  $\gamma_{transition}$  também é igual a 1 (equação (5.26)), o que significa que o robô, neste instante mantém uma formação “*transition*” com o robô “*leader*”. Assim sendo a dinâmica é governada pelo termo  $\gamma_{transition}$ , logo,  $\gamma_{lf/lb} = 0$ ,  $\gamma_{transition} = 1$  e  $\gamma_{column} = 0$  na equação (5.6).

### Instante G (figura 5.14)

Pannel A:

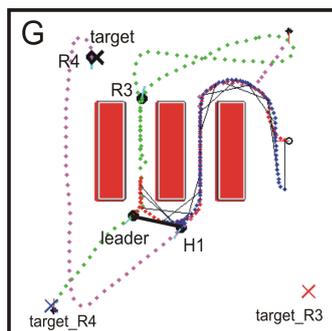


Figura 5.14: Instante G. Painel A.

Todos os alvos foram mudados de posição. O robô “*leader*” sai da passagem estreita onde se encontra e dirige-se para a nova localização do seu alvo. O robô  $H_1$  mantém uma formação “*line forward / line backward*” com o robô “*leader*”. O robô  $R_3$  sai da passagem estreita onde se encontra e dirige-se para o seu alvo. O robô  $R_4$  inverte a sua marcha para alcançar a nova posição do seu alvo.

Painel B:

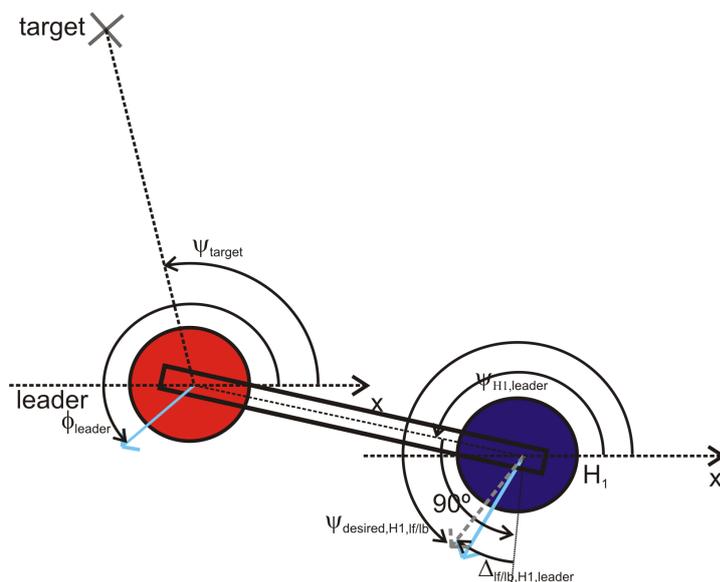


Figura 5.14 (cont.): Painel B.

Neste instante, o robô “*leader*” vê o alvo em relação a um eixo exterior  $x$  segundo uma direcção  $\psi_{target}$ , que não coincide com a sua direcção de navegação.

Por sua vez o robô  $H_1$  vê o robô “leader”, em relação ao mesmo eixo, numa direcção  $\psi_{H_1,leader}$ . O atractor da dinâmica resultante,  $\psi_{desired,H_1,lf/lb}$ , é dado pela soma de  $\psi_{H_1,leader}$  mais uma constante  $\Delta\psi_{H_1,leader,lf/lb}$ , igual a  $90^\circ$ , mais a variação do deslocamento  $\Delta_{lf/lb,H_1,leader}$  medido pela base de suporte (equação 5.9).

Painel C:

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô “leader”, verifica-se que são detectadas obstruções pelo robô “leader”, assim a sua dinâmica resultante resulta da soma da dinâmica do movimento *atingir a posição alvo* com a dinâmica responsável pelo movimento *evitar colisões com obstáculos*. A direcção de navegação do robô “leader” não está sobre o atractor da dinâmica resultante nem coincide com a direcção do alvo. Assim o robô “leader”, no próximo instante, irá orientar-se segundo a direcção onde está localizado o atractor resultante. Para isso e como é possível observar pelo gráfico, o valor de  $\phi_{leader}$  terá de diminuir. A diminuição do valor de  $\phi_{leader}$  implica que o robô vire à direita.

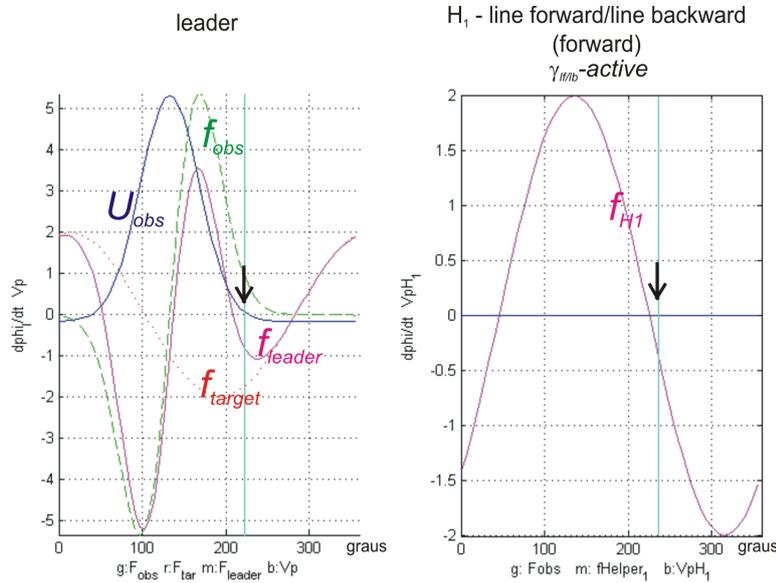


Figura 5.14 (cont.): Painel C.

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_1$ , não são detectadas obstruções ( $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) \leq 0$ ), e a diferença entre a direcção de navegação

do robô “*leader*” e a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” não está compreendida entre  $100^\circ$  e  $260^\circ$ , o que faz com que  $\alpha_{lb} = 0$  na expressão (5.22) e  $\alpha_{lf} = 1$  na equação (5.21), o que significa que o robô navega para a frente. Como  $\alpha_{lf} = 1$  logo  $\gamma_{lf/lb}$  toma também o valor de 1 (equação (5.20)). Assim sendo, o robô  $H_1$  encontra-se numa formação “*line forward / line backward*” com o robô “*leader*”. O termo que domina a dinâmica é  $\gamma_{lf/lb}$ , e assim  $\gamma_{lf/lb} = 1$ ,  $\gamma_{transition} = 0$  e  $\gamma_{column} = 0$  na equação (5.6).

### Instante H (figura 5.15)

#### Painel A:

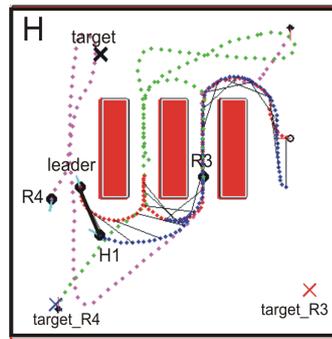


Figura 5.15: Instante H. Painel A.

O robô “*leader*” encontra-se a passar por dois obstáculos, um do seu lado direito (obstáculo estático) e outro do seu lado esquerdo (robô  $R4$ ), e simultaneamente a dirigir-se para a posição do seu alvo (*target*). O robô  $R3$  encontra-se dentro de uma passagem estreita. O robô  $R4$  desvia-se do robô “*leader*” e continua a sua marcha na direcção do seu alvo (*target\_R4*).

#### Painel B:

O robô “*leader*” vê o alvo segundo uma direcção  $\psi_{target}$ , que não coincide com a sua direcção de navegação. Por sua vez o robô  $H_1$  vê o robô “*leader*” numa direcção  $\psi_{H_1,leader}$ . O atractor da dinâmica resultante,  $\psi_{desired,H_1,lf/lb}$ , é dado pela soma de  $\psi_{H_1,leader}$  com uma constante  $\Delta\psi_{H_1,leader,lf/lb}$ , igual a  $90^\circ$ , mais a variação do deslocamento  $\Delta_{lf/lb,H_1,leader}$  (equação 5.9).

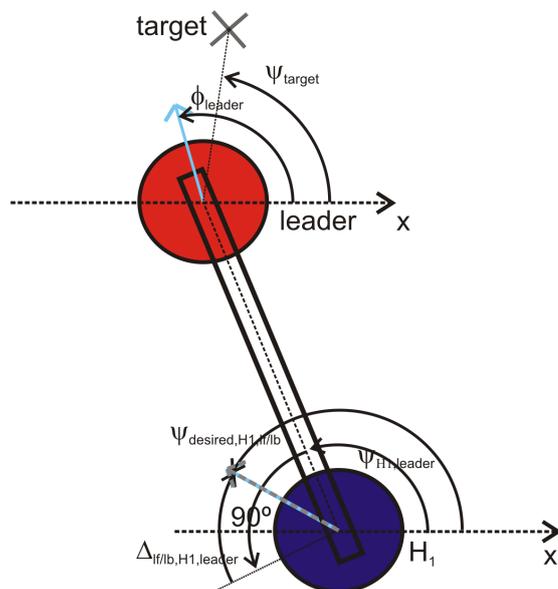


Figura 5.15 (cont.): Painel B.

Painel C:

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô “*leader*”, verifica-se que o robô detectada obstruções, assim a sua dinâmica resultante resulta da soma da dinâmica do movimento *atingir a posição alvo* com a dinâmica responsável pelo movimento *evitar colisões com obstáculos*. As obstruções detectadas localizam-se, tal como é possível ver pelas direcções onde os repulsores são erigidos na dinâmica final, à esquerda e à direita da actual direcção de navegação do robô. A direcção de navegação do robô “*leader*” está muito próxima de um atractor da dinâmica resultante. Este atractor não coincide com a direcção onde está localizado o alvo. O robô “*leader*”, no próximo instante, irá orientar-se segundo a direcção onde está localizado o atractor resultante. Para isso e como é possível observar pelo gráfico o valor de  $\phi_{leader}$  terá de aumentar. O aumento do valor de  $\phi_{leader}$  implica que o robô vire à esquerda.

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_1$ , não são detectadas obstruções. A diferença entre a direcção de navegação do robô “*leader*” e a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” é inferior a  $100^\circ$  e

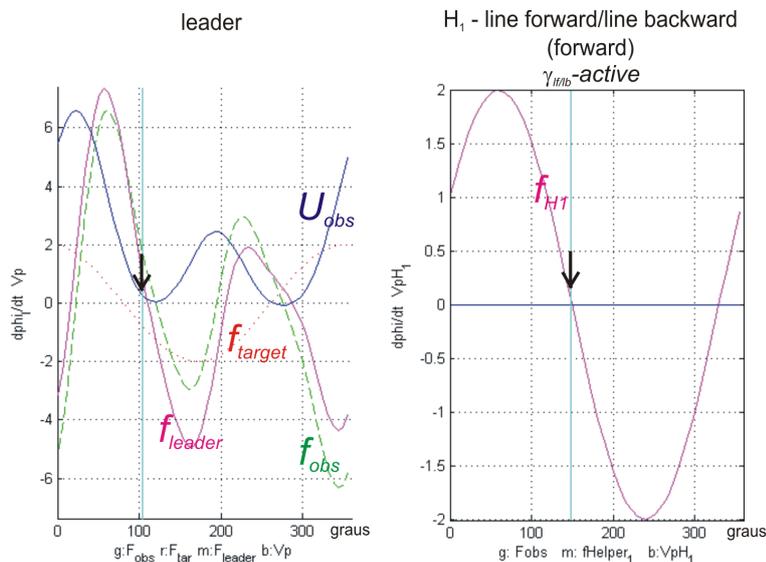


Figura 5.15 (cont.): Painei C.

superior a  $260^\circ$ , o que faz com que  $\alpha_{lf} = 1$ , na expressão (5.21). Isto significa que o robô navega para a frente. Como  $\alpha_{lf} = 1$ ,  $\gamma_{lf/lb}$  na equação (5.20) toma também o valor 1. Assim o robô  $H_1$  encontra-se numa formação “*line forward / line backward*” com o robô “*leader*”. A dinâmica é dominada pelo termo  $\gamma_{lf/lb}$ , logo  $\gamma_{lf/lb} = 1$ ,  $\gamma_{transition} = 0$  e  $\gamma_{column} = 0$  na equação (5.6).

**Instante I (figura 5.16)**

Painei A:

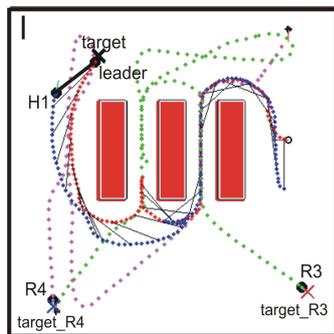


Figura 5.16: Instante I. Painei A.

O robô “*leader*” finalmente atinge o seu alvo e pára. O robô  $H_1$  ao detectar

que o robô “*leader*” parou detém igualmente a sua marcha. Os robôs  $R3$  e  $R4$  atingem os seus alvos e param a sua marcha.

Painel B:

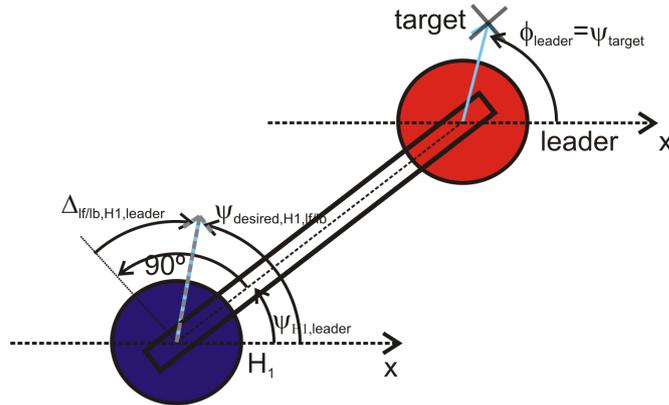


Figura 5.16 (cont.): Painel B.

Neste instante, a direcção de navegação do robô “*leader*”,  $\phi_{leader}$ , coincide com a direcção onde está localizado o alvo,  $\psi_{target}$ . O robô  $H_1$  encontra-se numa formação “*line forward / line backward*” com o robô “*leader*”.

Painel C:

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô “*leader*” e no gráfico da dinâmica do robô  $H_1$ , é possível observar que as direcções de navegação dos robôs estão relaxadas sobre os respectivos atractores da dinâmica resultante.

## 5.5.2 Outras simulações

Aqui são apresentadas, não tão exhaustivamente como na subsecção anterior, mais simulações em diferentes ambientes, com obstáculos estáticos e dinâmicos, com e sem a funcionalidade *troca de liderança*.

### Ambiente 1: mundo bastante congestionado

Na figura 5.17 são mostrados alguns instantes de uma simulação onde estão presentes apenas obstáculos estáticos, mas o ambiente é bastante congestionado.

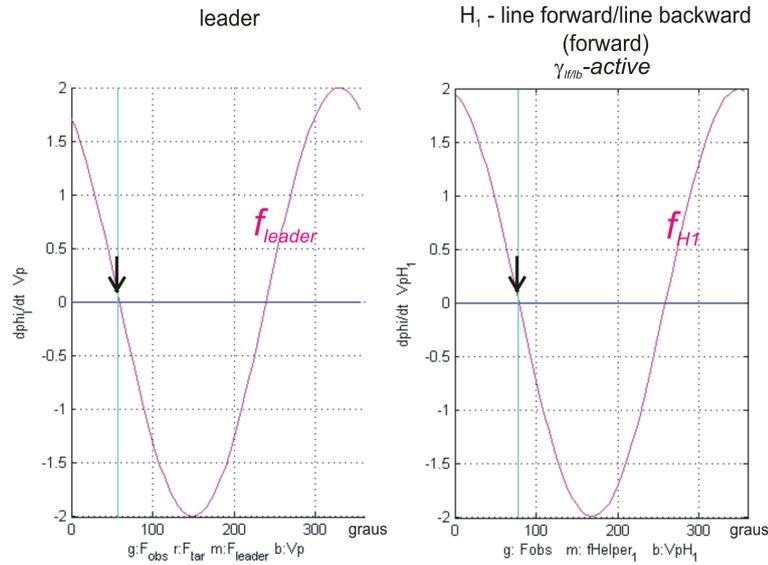


Figura 5.16 (cont.): Pannel C.

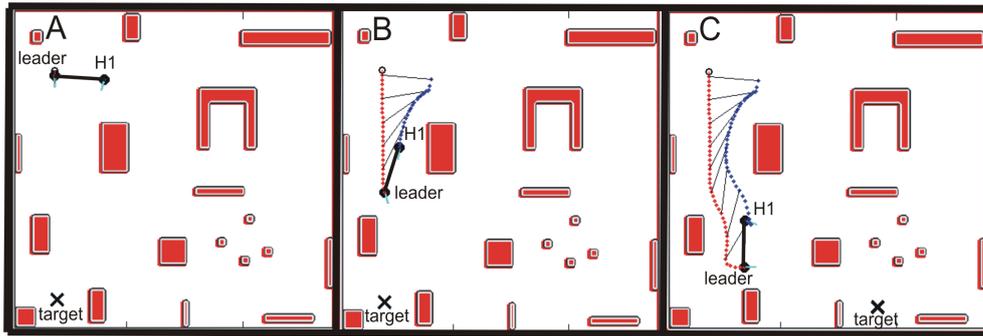


Figura 5.17: Instantes de uma simulação completa com obstáculos estáticos.

Inicialmente os robôs são posicionados tal como ilustrado na figura 5.17-A. Neste instante o robô “*leader*” dirige-se para a posição alvo (*target*) enquanto que o robô  $H_1$  mantém uma formação “*line forward / line backward*” com o robô “*leader*”. O robô  $H_1$  “apercebendo-se” da proximidade de um obstáculo (isto é,  $U_{obs,H_1} > 0 \wedge F_{obs,H_1} \leq 0 \wedge |\psi_{H_1,leader} - \phi_{leader}| > 5^\circ$ ), mantém uma formação “*transition*” com o robô “*leader*” (figura 5.17-B). O alvo é mudado de posição o que obriga o robô “*leader*” a orientar-se na nova direcção do alvo. O robô  $H_1$  mantém uma formação “*forward / backward*” (figura 5.17-C).

No instante seguinte (figura 5.17-D) o robô  $H_1$  tem de virar à direita por

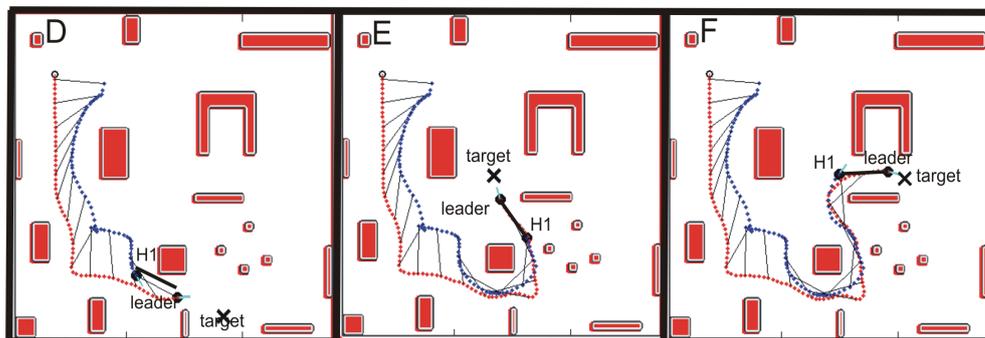


Figura 5.17 (cont.)

forma a evitar a colisão com o obstáculo que é agora sentido do seu lado esquerdo. O alvo é novamente mudado de localização obrigando assim o robô “*leader*” a orientar-se para a nova posição do alvo (figura 5.17-E). O robô  $H_1$ , por forma a evitar o obstáculo à sua esquerda, tem de virar à direita (formação “*transition*”). No instante seguinte (figura 5.17-F) o alvo é novamente mudado de posição obrigando assim o robô “*leader*” a orientar-se uma vez mais para a nova localização do alvo.

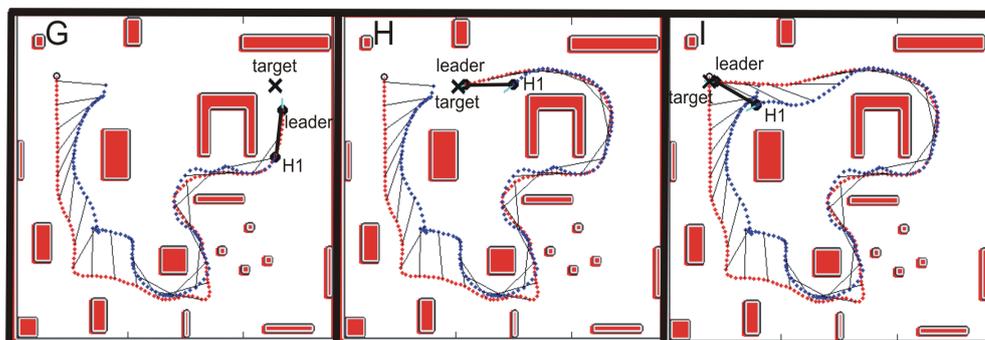


Figura 5.17 (cont.)

O robô  $H_1$  mantém uma formação “*transition*” com o robô “*leader*” por forma a evitar o obstáculo localizado à sua direita. No instante seguinte (figura 5.17-G), é mudada a localização do alvo. O robô “*leader*” orienta-se para essa nova localização e o robô  $H_1$  vira à direita por forma a evitar o obstáculo localizado à sua esquerda. No instante seguinte (figura 5.17-H) o alvo é novamente

mudado de posição. O robô  $H_1$  vai tentar colocar-se numa formação “*line forward* / *line backward*” com o robô “*leader*” mal deixa de detectar o obstáculo localizado à sua direita. Finalmente no instante I (figura 5.17-I) o robô “*leader*” alcança o alvo e pára. O robô  $H_1$  ao detectar que o robô “*leader*” pára, detém igualmente a sua marcha.

### Ambiente 2: mundo com obstáculos estáticos e dinâmicos

A figura 5.18 ilustra uma simulação completa com obstáculos estáticos e dinâmicos. Os obstáculos dinâmicos estão representados pelos robôs  $R2$  e  $R3$ . A dinâmica comportamental dos robôs  $R2$  e  $R3$  é idêntica à do robô “*leader*”, e o seu objectivo é alcançarem os alvos “*target\_R2*” e “*target\_R3*”, respectivamente.

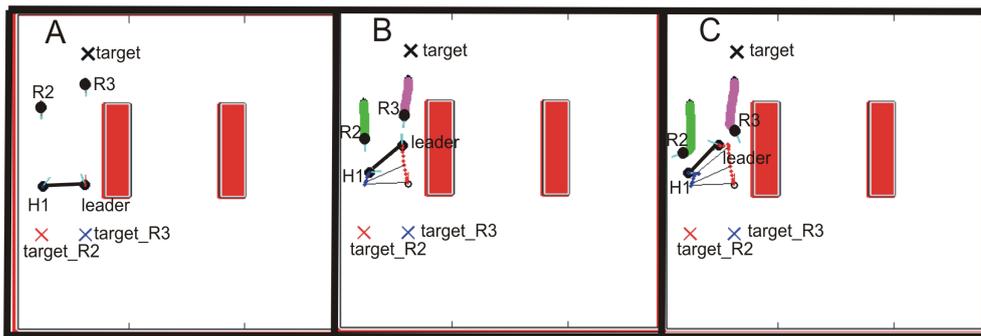


Figura 5.18: Instantes de uma simulação completa com obstáculos estáticos.

Inicialmente os robôs são posicionados tal como ilustrado na figura 5.18-A. O robô “*leader*” movimenta-se na direcção do seu alvo (figura 5.18-B) e o robô  $H_1$  coloca-se numa formação “*transition*” com o robô “*leader*” para evitar a colisão com o obstáculo dinâmico ( $R2$ ) que aparece à sua frente. Os robôs  $R2$  e  $R3$  encontram-se na mesma passagem onde se encontram o robô “*leader*” e o robô  $H_1$ . Em seguida o robô “*leader*” desvia-se do robô  $R3$  virando para a esquerda (figura 5.18-C).

O robô  $H_1$  mantém uma formação “*transition*” com o robô “*leader*” para evitar a colisão com o robô  $R2$ . No instante seguinte (figura 5.18-D) o robô “*leader*” movimenta-se na direcção do seu alvo enquanto que  $H_1$  mantém uma

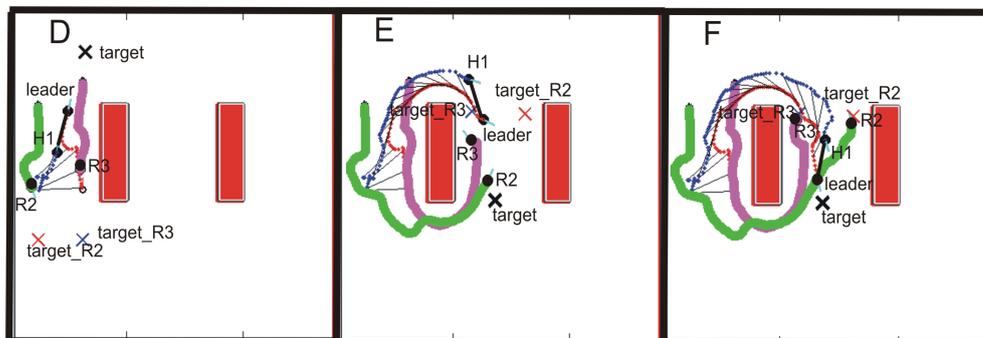


Figura 5.18 (cont.)

formação “column” com o robô “leader” por forma a evitar a colisão com o robô  $R3$  que entretanto foi detectado pelo robô  $H_1$ . Os robôs  $R2$  e  $R3$  continuam a dirigir-se para os seus alvos. O alvo é mudado de posição (figura 5.18-E) o que obriga o robô “leader” a orientar-se para a nova posição do alvo (*target*). No entanto, robô “leader” é obrigado a virar à esquerda por forma a evitar a colisão com o robô  $R3$ . O robô  $H_1$  mantém uma formação “line forward / line backward” com o robô “leader”. No instante seguinte (figura 5.18-F), o robô  $H_1$  tem que manter uma formação “transition” com o robô “leader” por forma a evitar colidir com o robô  $R2$ , encontrando-se neste instante numa formação “line forward / line backward” com o robô “leader”.

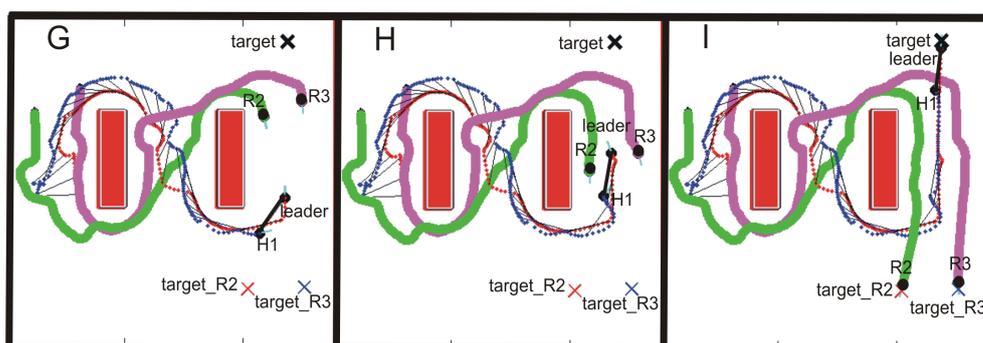


Figura 5.18 (cont.)

O alvo do robô “leader” é novamente mudado de posição o que obriga o robô “leader” a orientar-se para a nova posição do alvo (figura 5.18-G). O robô

$H_1$  mantém, neste instante, uma formação “*transition*” com o robô “*leader*”. No instante (figura 5.18-H) o robô “*leader*” depara-se pela frente com dois obstáculos (robôs  $R_2$  e  $R_3$ ), obrigando-o assim a desviar-se destes. O robô  $H_1$  para se desviar do robô  $R_2$  e simultaneamente manter a direcção e distância desejada ao robô “*leader*” mantém uma formação “*transition*” com o robô “*leader*”. Finalmente os robôs alcançam os seus respectivos alvos (figura 5.18-I).

### Ambiente 3: simulações com e sem *troca de liderança*

Na figura 5.19 são mostrados alguns instantes de uma simulação onde estão presentes apenas obstáculos estáticos e onde a arquitectura de controlo está munida da funcionalidade *troca de liderança*.

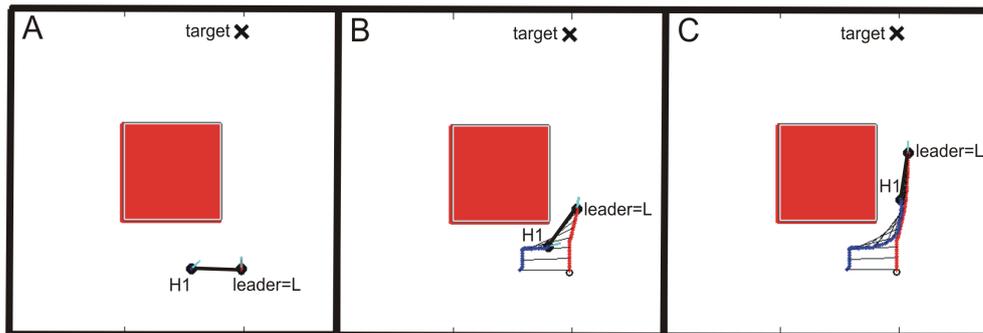


Figura 5.19: Instantes de uma simulação completa com obstáculos estáticos.

Inicialmente os robôs são posicionados tal como ilustrado na figura 5.19-A, estando a liderança do grupo entregue ao robô designado por “*leader*” ( $leader = L$ ). No instante seguinte (figura 5.19-B) o robô  $H_1$  tem de se desviar do obstáculo localizado à sua esquerda, e assim mantém uma formação “*transition*” com o robô “*leader*”. O robô “*leader*” continua o seu percurso na direcção do seu alvo (*target*) enquanto que o robô  $H_1$  mantém uma formação “*column*” com o robô “*leader*” (figura 5.19-C).

De seguida mal o robô  $H_1$  deixa de detectar obstáculos coloca-se numa formação “*line forward / line backward*” com o robô “*leader*” (figura 5.19-D). No instante E (figura 5.19-E) o alvo é mudado de posição. Neste instante, porque a

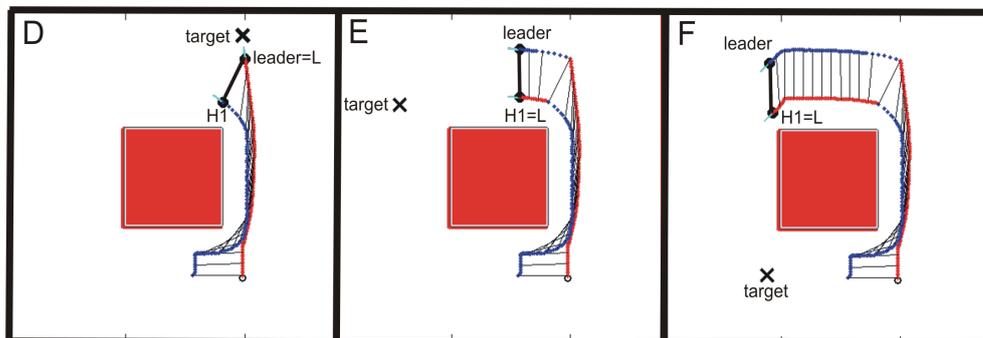


Figura 5.19 (cont.)

distância ao alvo a que robô  $H_1$  se encontra é menor que a distância ao alvo que o robô “leader” se encontra, o robô  $H_1$  assume a liderança do grupo ( $H_1 = L$ ). O robô “leader” neste instante encontra-se numa formação “line forward / line backward” com o robô  $H_1$ . No próximo instante (figura 5.19-F) a localização do alvo é modificada obrigando assim o robô  $H_1$  a orientar-se na nova direcção do alvo. O robô “leader” mantém uma formação “line forward / line backward” com o robô  $H_1$ .

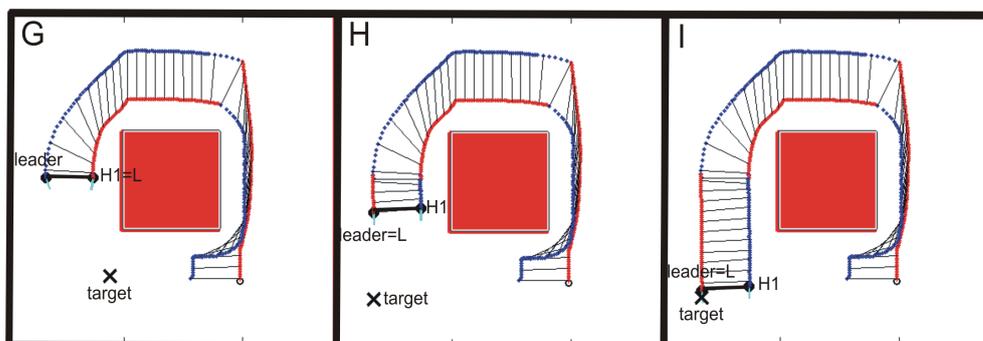


Figura 5.19 (cont.)

No instante G (figura 5.19-G) os robôs mantêm uma formação “line forward / line backward”. No instante seguinte (figura 5.19-H) o alvo é mudado de posição. Como a distância a que o robô “leader” se encontra do alvo é menor que a distância que o robô  $H_1$  se encontra do alvo, agora o robô “leader” assume a liderança do grupo ( $leader = L$ ). Neste instante o robô  $H_1$  mantém uma for-

mação “*line forward / line backward*” com o robô “*leader*”. Finalmente os robôs alcançam o alvo (figura 5.19-I). Na figura 5.20 são mostrados alguns instantes de uma simulação onde estão presentes apenas obstáculos estáticos e sem a funcionalidade *troca de liderança*. Nesta simulação foi utilizado o mesmo ambiente que o utilizado na simulação anterior (figura 5.19). O ambiente utilizado foi o mesmo para que fosse possível comparar a trajectória da equipa de robôs com e sem a funcionalidade de *troca de liderança*. Para a comparação das trajectórias não foi utilizado um ambiente muito congestionado porque queria-se garantir uma semelhança entre os percursos seguidos pela equipa de robôs.

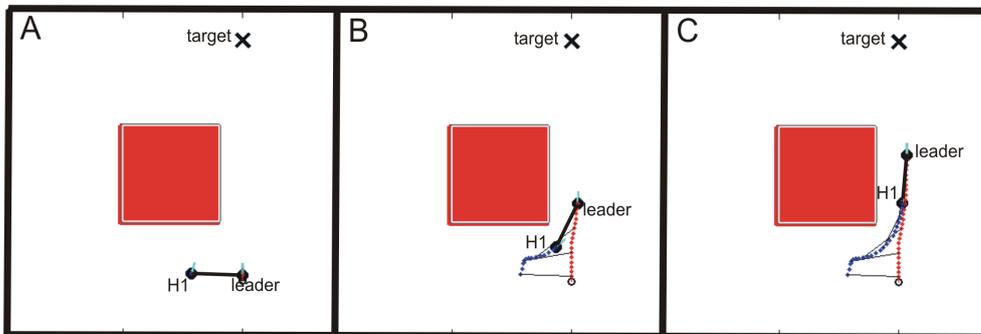


Figura 5.20: Instantes de uma simulação completa com obstáculos estáticos.

Inicialmente os robôs são posicionados tal como ilustrado na figura 5.20-A. No instante seguinte (figura 5.20-B) o robô  $H_1$  tem de se desviar do obstáculo localizado à sua esquerda, e assim mantém uma formação “*transition*” com o robô “*leader*”. O robô “*leader*” continua o seu percurso na direcção do seu alvo (*target*) enquanto que o robô  $H_1$  mantém uma formação “*column*” com o robô “*leader*” (figura 5.20-C).

De seguida mal o robô  $H_1$  deixa de detectar obstáculos coloca-se numa formação “*line forward / line backward*” com o robô “*leader*” (figura 5.20-D). No instante E (figura 5.19-E) o alvo é mudado de posição. Neste instante, o robô  $H_1$  tem de recuar, mantendo uma formação “*line forward / line backward*”, uma vez que o robô “*leader*” se aproxima de si. No próximo instante (figura 5.19-F) a localização do alvo é modificada obrigando assim o robô “*leader*” a orientar-

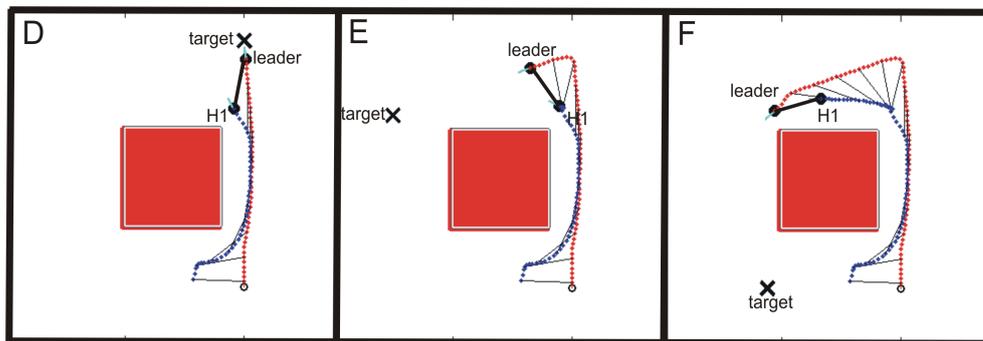


Figura 5.20 (cont.)

se na nova direcção do alvo. O robô  $H_1$  segue o robô “*leader*” mantendo uma formação “*transition*” uma vez que tem de se desviar do obstáculo localizado à sua esquerda.

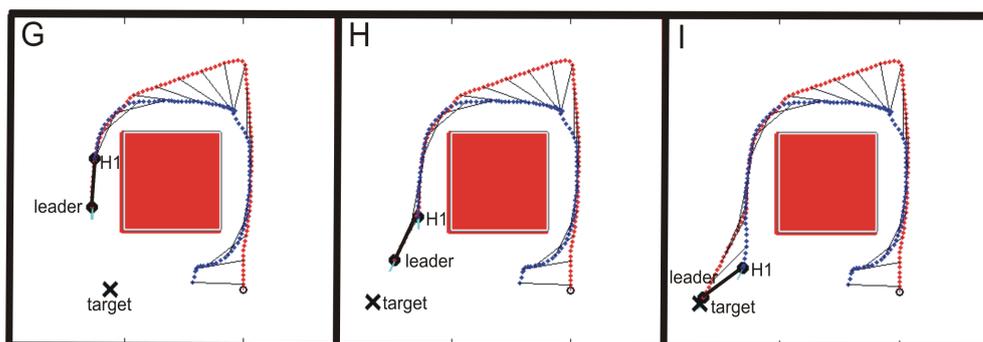


Figura 5.20 (cont.)

No instante G (figura 5.20-G) o robô  $H_1$  mantém uma formação “*column*” com o robô “*leader*”. No instante seguinte (figura 5.20-H) o alvo é mudado de posição. Como o robô  $H_1$  deixa de detectar obstáculos tenta colocar-se à esquerda do robô “*leader*”. Neste instante o robô  $H_1$  mantém uma formação “*line forward / line backward*” com o robô “*leader*”. Finalmente os robôs alcançam o alvo (figura 5.20-I). Comparando as simulações das figuras 5.19 e 5.20 verificamos que nos primeiros instantes (A, B, C e D) o comportamento dos robôs é idêntico. As diferenças entre as trajetórias geradas podem ser observadas a partir do instante E. Neste instante na simulação da figura 5.19, como a arquitectura de

controlo dos robôs está dotada da funcionalidade *troca de liderança*, o robô  $H_1$  assume a liderança da equipa uma vez que está mais próximo da posição do alvo. Na simulação da figura 5.20, como não há *troca de liderança* compete ao robô “*leader*” dirigir-se para a posição alvo, o que obriga o robô  $H_1$  a recuar para manter simultaneamente a direcção e distancia desejada em relação ao robô “*leader*”. Nos instantes seguintes (F, G e H) da simulação 5.19 os robôs mantêm uma formação “*line forward / line backward*” enquanto que nos mesmos instantes (F, G e H) da simulação da figura 5.20 mantêm uma formação “*transition*”, “*column*” e “*line forward / line backward*”, respectivamente. No entanto, no instante I, em ambas as simulações os robôs realizam com sucesso a sua tarefa, isto é, alcançam a posição alvo. A grande diferença entre as duas simulações reside no tempo de realização da tarefa. A tarefa realizada pelos robôs cuja arquitectura está dotada da funcionalidade *troca de liderança* é alcançada em menor tempo.

## 5.6 Resultados da implementação

Nesta secção são apresentados alguns resultados da implementação efectuada em dois robôs móveis, que demonstram os diferentes atributos da arquitectura de controlo.

Nestas implementações, o robô “*leader*” está identificado pelo pano de cor vermelha e o robô  $H_1$  está identificado pelo pano de cor azul. De realçar que nos testes apresentados nesta secção a contribuição do alvo para o robô “*leader*” foi desactivada, pelo que, este robô apenas se desvia de obstáculos. Foi tomada esta opção uma vez que a posição do alvo é determinada através da regra de hodometria, que não nos permite obter bons resultados, isto é, nos nossos robôs reais para percursos longos o erro acumulado é grande, logo os robôs nunca têm uma informação correcta da localização do alvo. De referir ainda que foram utilizadas caixas de cartão como obstáculos. Algumas destas caixas encontram-se pintadas de várias cores, o que é apenas coincidência e não interfere em nada na

arquitectura de controlo.

### Teste 1: cenário com obstáculos estáticos

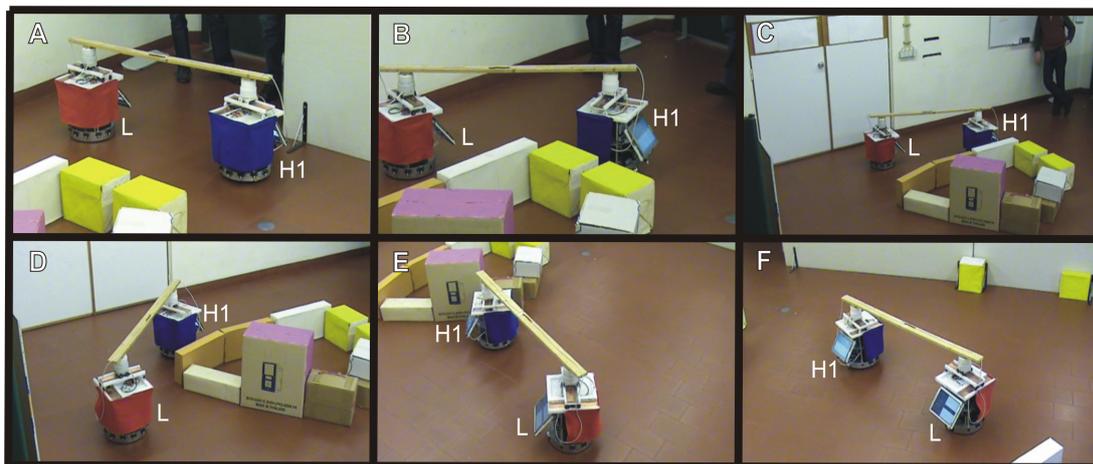


Figura 5.21: Instantes de um teste com robôs reais num cenário congestionado com vários obstáculos estáticos. O robô “leader” é identificado pela cor vermelha e o robô  $H_1$  pela cor azul.

Na figura 5.21 é mostrado um teste com robôs reais onde inicialmente os robôs estão posicionados lado a lado tal como ilustrado no instante A (figura 5.21-A). O robô  $H_1$  ao detectar o obstáculo à sua frente desvia-se deste virando à sua direita por forma a evitar a colisão mas também por forma a manter o deslocamento do objecto transportado na sua base de suporte nulo (figura 5.21-B). No instante C (figura 5.21-C) o robô “leader” navega em frente entre dois obstáculos, as caixas colocadas do seu lado esquerdo e a porta localizada do seu lado direito, enquanto que o robô  $H_1$  navega atrás do robô “leader”, isto é, mantém uma formação “column” com o robô “leader”. No instante seguinte (figura 5.21-D) o robô “leader” virou à esquerda uma vez que detecta obstáculos à sua frente e do seu lado direito. Neste mesmo instante o robô  $H_1$ , com o intuito de acompanhar o robô “leader” e de evitar o obstáculo localizado à sua esquerda, mantém com o robô “leader” uma formação “transition”. No instante E (figura 5.21-E) o robô  $H_1$ , mantém-se quase lado a lado com o robô “leader”. No instante seguinte (figura 5.21-F) como o robô  $H_1$  não detecta obstáculos mantém uma formação

“*line forward / line backward*” com o robô “*leader*”.

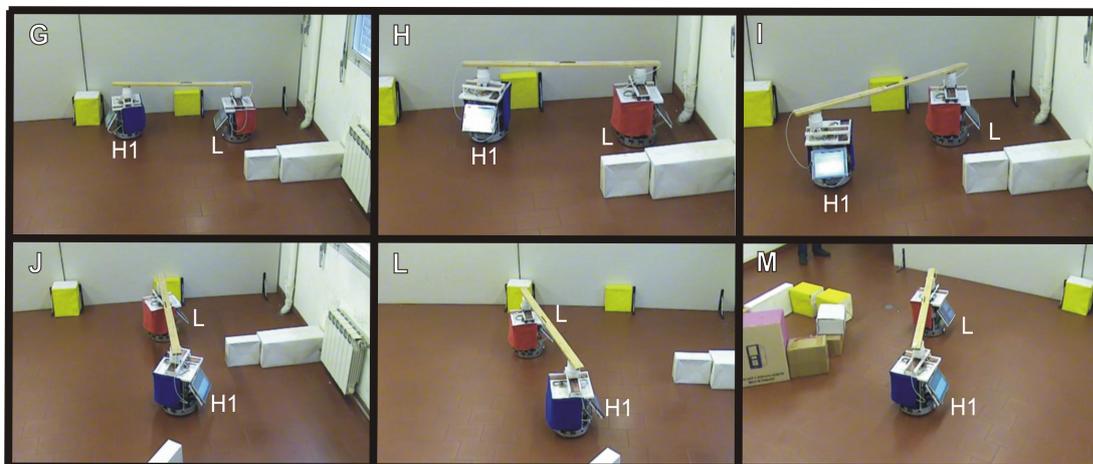


Figura 5.21 (cont.)

No instante G (figura 5.21-G) o robô “*leader*” entra num pequeno beco sem saída. De seguida o robô “*leader*” ao detectar que a passagem por onde entrou não têm saída, dá meia volta e vira-se na direcção do robô  $H_1$  (figura 5.21-H). O robô  $H_1$  ao detectar que o robô “*leader*” se movimenta na sua direcção recua por forma a permitir a passagem deste (figuras 5.21-I e 5.21-J). Assim que o robô  $H_1$  detecte que o robô “*leader*” já não se movimenta na sua direcção, volta novamente a navegar lado a lado com o robô “*leader*” (figura 5.21-L).



Figura 5.21 (cont.)

No instante M (figura 5.21-M) os robôs deperam-se pela frente com vários obstáculos, os quais os obrigam a virar à direita por forma a evitar a colisão com estes (figura 5.21-N). No instante O (figura 5.21-O) o robô “*leader*” depara-se à sua frente com a parede e do seu lado direito com um humano, o que faz com

que no instante seguinte (figura 5.21-P) o robô “*leader*” vire à sua esquerda para evitar colidir com os obstáculos detectados.

### Teste 2: outro cenário com obstáculos estáticos

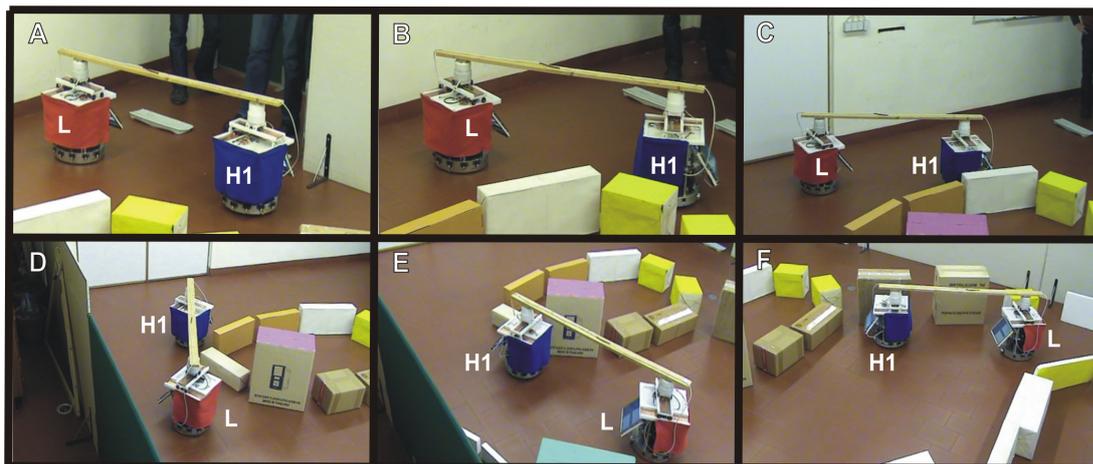


Figura 5.22: Instantes de um teste num ambiente ainda mais congestionado de obstáculos estáticos.

No teste mostrado na figura 5.22 o ambiente que rodeia os robôs é ainda mais congestionado do que o ambiente do teste anterior. Os robôs inicialmente são posicionados tal como ilustrado no instante A (figura 5.22-A). No instante B (figura 5.22-B) o robô  $H_1$  tem de virar à direita por forma a desviar-se do obstáculo localizado à sua frente. De seguida (figura 5.22-C) o robô  $H_1$  navega quase atrás do robô “*leader*”. No instante D (figura 5.22-D) o robô “*leader*” ao detectar obstáculos à sua frente e à sua direita vira à esquerda. Neste mesmo instante o robô  $H_1$  tem de virar à direita por forma a evitar a colisão com as caixas que se encontram à sua esquerda. No instante E (figura 5.22-E) o robô  $H_1$  encontra-se a contornar os obstáculos localizados à sua esquerda. No instante seguinte (figura 5.22-F) o robô “*leader*” depara com um obstáculo à sua frente e vira à direita. Neste mesmo instante o robô  $H_1$  tem igualmente que virar à direita por forma a evitar o obstáculo localizado à sua frente e mantendo a distância necessária em relação ao robô “*leader*” por forma a não deixar cair a barra transportada, colocando-se para isso atrás do robô “*leader*”.



Figura 5.22 (cont.)

Nos instantes G a J (figuras 5.22-G a J) o robô “*leader*” navega entre os obstáculos localizados à sua esquerda e à sua direita, enquanto que o robô  $H_1$  oscila entre as formações “*transition*” e “*column*”. No instante seguinte (figura 5.22-L) como a distância entre obstáculos é maior, o robô  $H_1$  alarga o seu percurso com o intuito de quando deixar de detectar obstáculos se colocar lado a lado com o robô “*leader*”. No entanto, no instante seguinte (figura 5.22-M) o robô  $H_1$  detecta um obstáculo que o obriga a virar ligeiramente à direita e assim simultaneamente, evitar a colisão com o obstáculo e manter a distância necessária em relação ao robô “*leader*” por forma a evitar que a barra transportada caia.

Nos instante N e O (figuras 5.22-N e O) os robôs continuam a sua marcha entre os obstáculos localizados à sua esquerda (caixas de cartão) e à sua direita (biombos e a parede). No instante seguinte (figura 5.22-P) é aberta uma porta, por forma a obrigar os robôs a passarem por lá. No instante Q (figura 5.22-Q) os robôs atravessam a porta. Neste instante o robô  $H_1$  mantém uma formação “*column*” com o robô “*leader*”. Mal os robôs passam totalmente pela porta (figura 5.22-R), o robô “*leader*” tem de virar à esquerda porque detecta à sua frente a parede, enquanto que o robô  $H_1$ , logo que deixa de detectar obstáculos coloca-se numa formação “*line forward / line backward*” com o robô “*leader*”.



Figura 5.22 (cont.)

### Teste 3: cenário com obstáculos estáticos e robô $H_1$ com apenas dois comportamentos

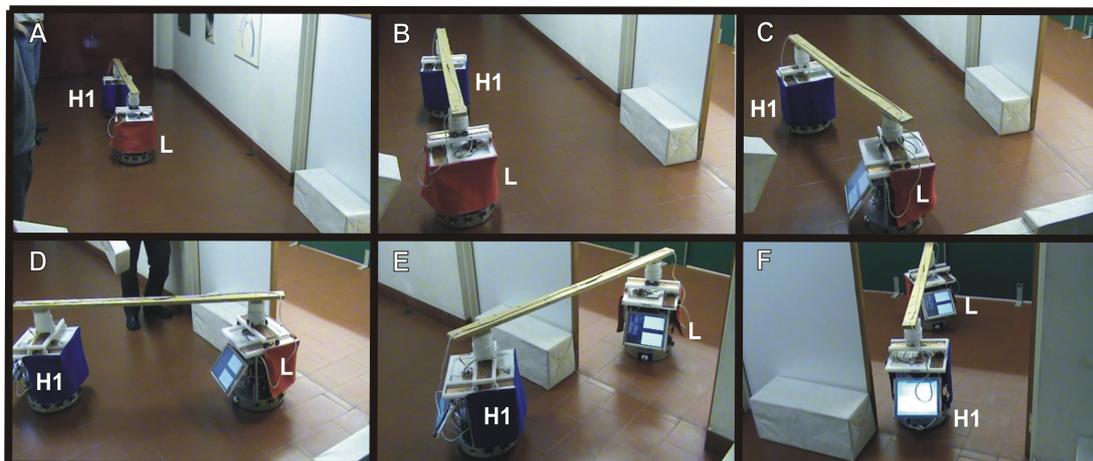


Figura 5.23: Instantes de um teste onde a arquitectura de controlo do robô  $H_1$  apenas possui o comportamento “column” e o comportamento “transition”.

No teste mostrado na figura 5.23 a arquitectura de controlo do robô  $H_1$  apenas está dotada de dois comportamentos “transition” e “column”, sendo este último o comportamento por defeito, isto é, por defeito caso o robô  $H_1$  não detecte obstáculos coloca-se atrás do robô “leader”. Os robôs são colocados no corredor tal como é possível ver no instante A (figura 5.23-A). No instante B (figura 5.23-B) o robô “leader” encontra-se próximo da porta localizada do seu lado esquerdo.

De seguida o robô “*leader*” é obrigado a virar à esquerda uma vez que a passagem à sua frente está impedida com obstáculos (figura 5.23-C). O robô  $H_1$  como não detecta obstáculos tenta colocar-se atrás do robô “*leader*”.

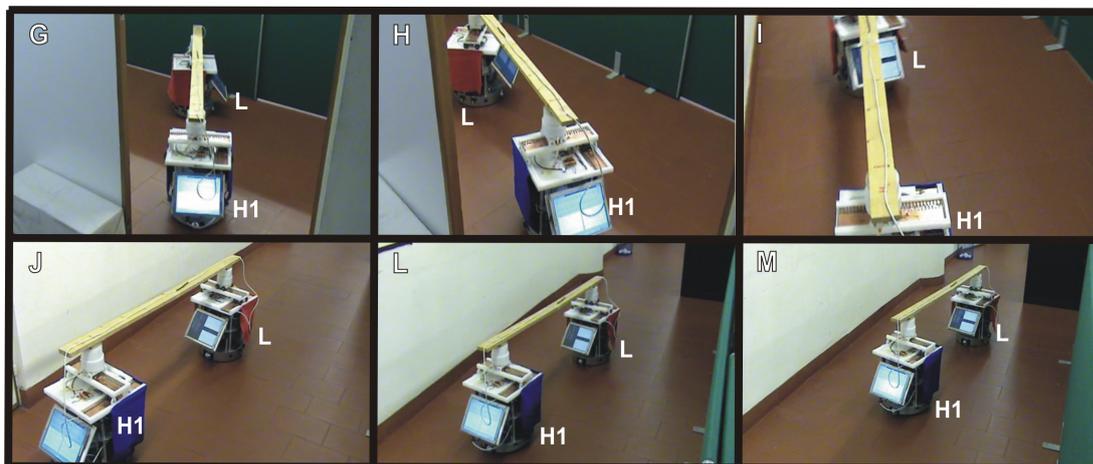


Figura 5.23 (cont.)

No instante D (figura 5.23-D) o robô “*leader*” está no limiar da entrada da porta e o robô  $H_1$  segue-o tentando manter uma formação “*column*”. No instante seguinte (figura 5.23-E) o robô “*leader*” já passou pela porta enquanto que o robô  $H_1$  como detecta o obstáculo localizado à sua esquerda tem de virar à direita o que evita indirectamente que a própria barra colida com a porta. Nos instantes F a H (figura 5.23-F a H) o robô  $H_1$  já passou pela porta, enquanto que o robô “*leader*” é obrigado a virar à esquerda pois detecta à sua frente um obstáculo (biombo verde). De seguida (figuras 5.23-I a M) o robô  $H_1$  percorre o resto do corredor mantendo uma formação “*column*” com o robô “*leader*”.

#### Teste 4: cenário com obstáculos estáticos e dinâmicos

Na figura 5.24 é possível ver outro teste, desta vez com obstáculos dinâmicos também. Inicialmente o robô  $H_1$  é colocado atrás do robô “*leader*”, tal como está ilustrado no instante A (figura 5.24-A). Nos instantes B e C (figuras 5.24-B e C) o robô “*leader*” depara com um obstáculo à sua frente, que o obriga a virar à esquerda. Nos instantes seguintes (figuras 5.24-D e E) é colocada uma caixa

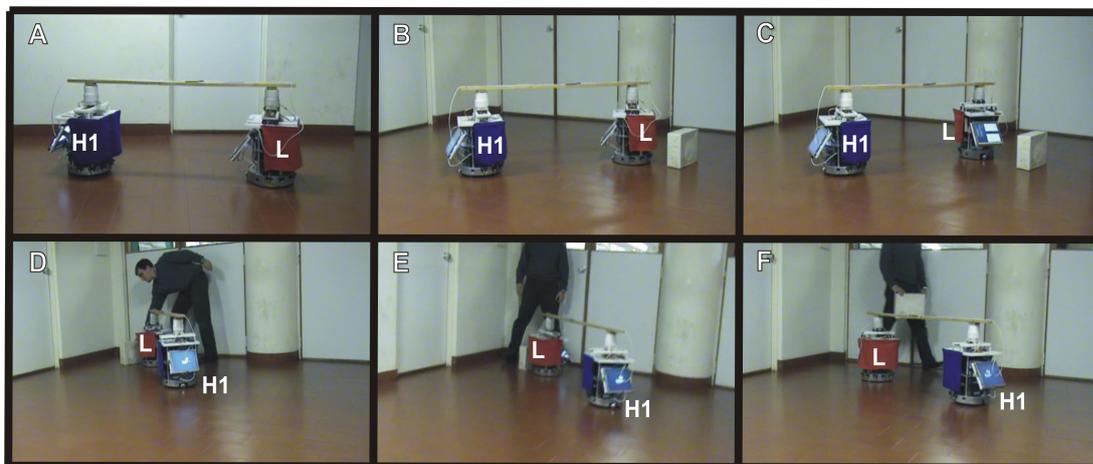


Figura 5.24: Teste da equipa de dois robôs num cenário com obstáculos estáticos e obstáculos dinâmicos. Os obstáculos dinâmicos são colocados ou atirados para a frente dos robôs.

à frente do robô “*leader*” que o obriga a dar meia volta e a virar-se na direcção do robô  $H_1$ . O robô  $H_1$  ao detectar que o robô “*leader*” se movimenta na sua direcção recua (figura 5.24-F).

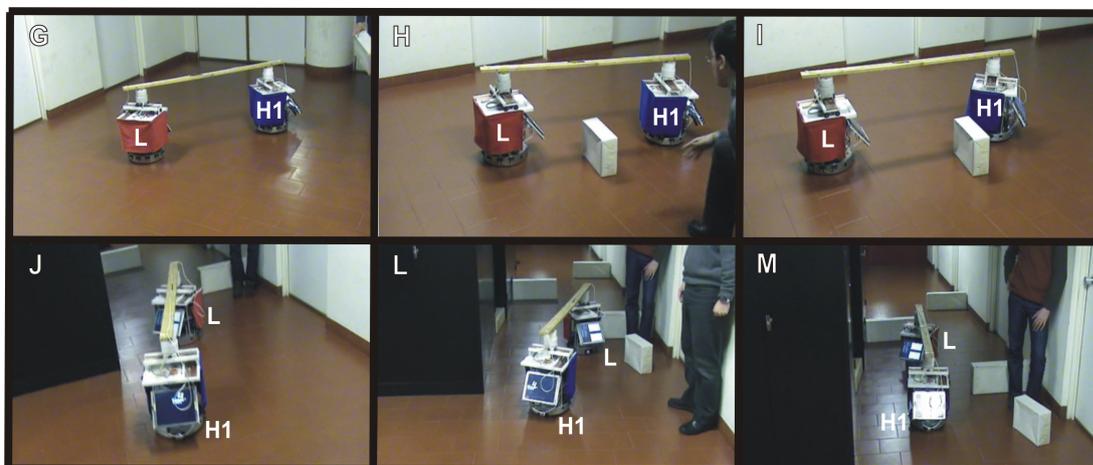


Figura 5.24 (cont.)

Nos instantes H e I (figuras 5.24-H e I) é colocada uma caixa entre os dois robôs o que faz com que o robô  $H_1$  tenha de virar à sua direita para contornar o obstáculo. No instante J (figura 5.24-J), o robô “*leader*” entra num corredor e o robô  $H_1$  segue-o mantendo uma formação “*column*”.

Nos instantes seguintes (figuras 5.24-L a Q) os robôs são colocados frente a



Figura 5.24 (cont.)

frente com uma compilação de obstáculos localizados à direita e à esquerda alternadamente. Nestes instantes o robô “*leader*” tem de virar à esquerda, à direita e novamente à esquerda por forma a evitar os obstáculos que lhe vão aparecendo pela frente, enquanto que o robô  $H_1$  mantém-se numa formação “*transition*” com o robô “*leader*”. Esta simulação termina com os robôs a evitarem obstáculos móveis (humanos) e a dirigirem-se para uma porta (figuras 5.24-R e S).

### Teste 5: outro cenário com obstáculos dinâmicos

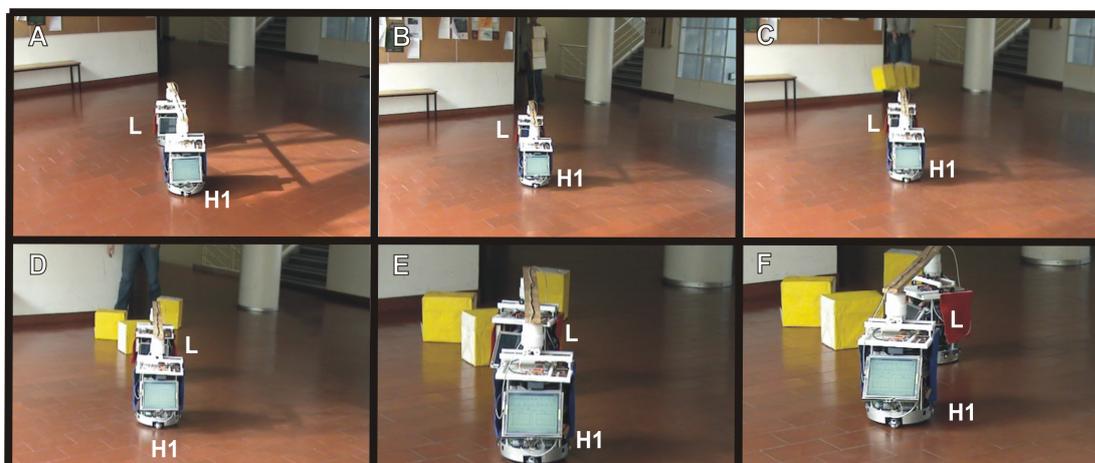


Figura 5.25: Instantes de um teste onde obstáculos surgem de repente.

O teste mostrado na figura 5.25 serve para chamar a atenção que tal como no nosso dia a dia, os obstáculos podem surgir de repente. Os robôs são colocados inicialmente tal como ilustrado no instante A (figura 5.25-A). No instante B (figura 5.25-B) é possível ver que se aproxima dos robôs um humano a transportar uma caixas. Caixas essas que caem no instante C (figura 5.25-C) e espalham-se à frente da equipa de dois robôs (figura 5.25-D).



Figura 5.25 (cont.)

Nos instante seguintes (figuras 5.25-E a G) o robô “*leader*” vira à direita por forma a evitar os obstáculos espalhados à sua frente, enquanto que o robô  $H_1$  tenta em todos os instantes manter uma orientação desejada em relação ao robô “*leader*” que lhe permita transportar em segurança a barra. No instante G (figura 5.25-G) é possível ver que se aproxima outro humano dos robôs. Os robôs nos instantes seguintes (figuras 5.25-H e I) desviam-se do humano.

### **Teste 6: cenário com obstáculos estáticos onde um humano tenta dificultar a acção dos robôs**

No teste mostrado na figura 5.26 os robôs são inicialmente colocados tal como ilustrado no instante A (figura 5.26-A). Nesta implementação a arquitectura de controlo apenas está dotada dos comportamentos “*transition*” e “*column*”, sendo que por defeito os robôs têm que navegar na formação “*column*”. Os robôs no instante B (figura 5.26-B) passam por uma porta. Nos instantes seguintes (figuras 5.26-C a F) os robôs percorrem um corredor, sendo que o robô  $H_1$ , mantém uma formação “*column*” com o robô “*leader*”.

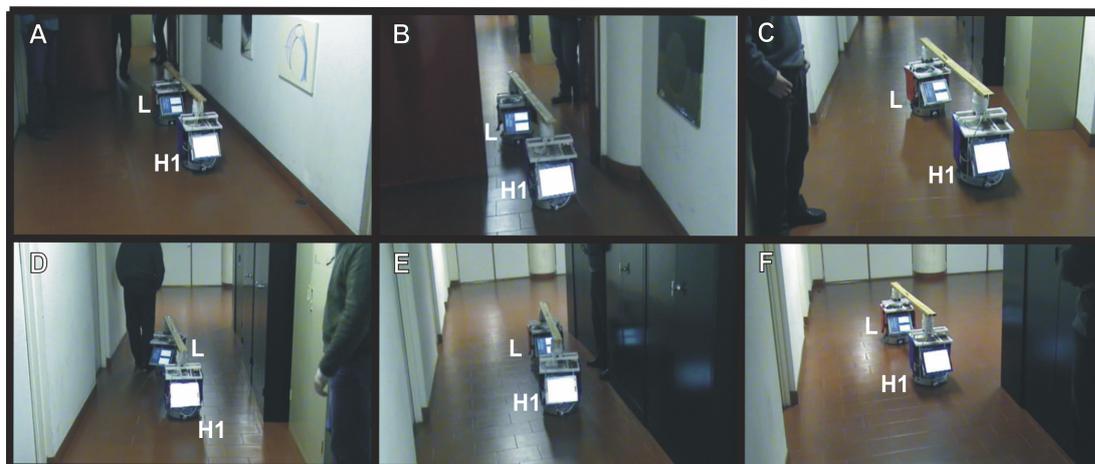


Figura 5.26: Instantes de um teste onde para além dos obstáculos estáticos presentes no cenário, um humano tenta deliberadamente dificultar a progressão dos robôs.

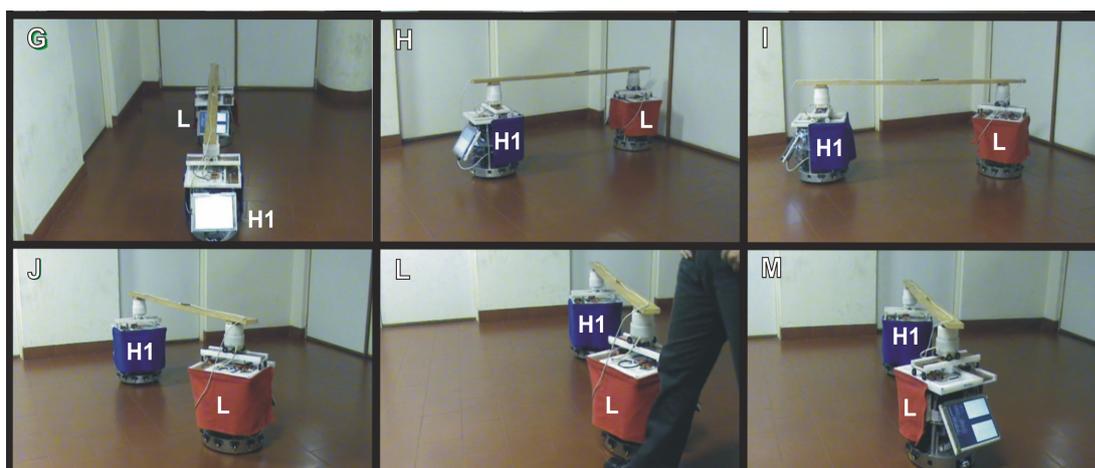


Figura 5.26 (cont.)

No instante G (figura 5.26-G) é possível ver que o robô “*leader*” se dirige para uma porta que se encontra fechada, o que faz com que no instante seguinte (figura 5.26-H) o robô “*leader*” dê meia volta e se vire na direcção do robô  $H_1$ . No instante I (figura 5.26-I) o robô  $H_1$  detecta que o robô “*leader*” se está a aproximar e assim sendo recua. Ao recuar desimpede o caminho ao robô “*leader*” (figura 5.26-J). No instante L (figura 5.26-L) o robô “*leader*” é obrigado a virar à direita por forma a evitar um obstáculo dinâmico (humano).

O robô  $H_1$  ao detectar que o robô “*leader*” se aproxima recua (figuras 5.26-

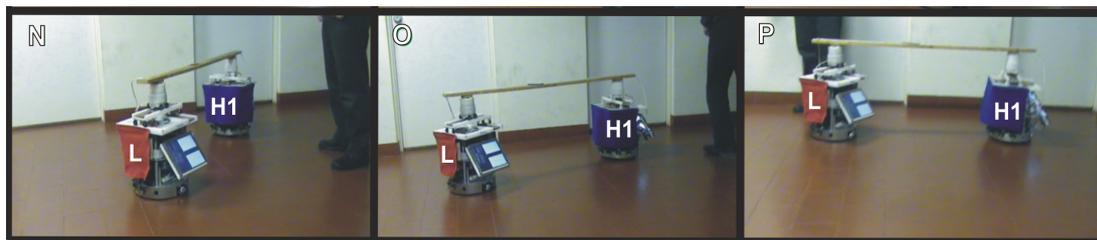


Figura 5.26 (cont.)

M a O). No último instante (figura 5.26-P) o robô  $H_1$  volta a colocar-se atrás do robô “*leader*”.

## 5.7 Sumário e discussão

Foi demonstrado, quer em simulação quer em implementação, que uma simples arquitectura de controlo baseada em atractores móveis de sistemas dinâmicos pode ser usada para controlar dois robôs que transportam em conjunto um objecto num ambiente com obstáculos estáticos e dinâmicos. O robô ajudante ( $H_1$ ) tem uma nova capacidade (“*line forward / line backward*”) em relação ao trabalho desenvolvido anteriormente com dois robôs (Soares, 2002; Soares and Bicho, 2002), a qual facilita o seu movimento quando há a necessidade de recuar. Esta nova funcionalidade permite ao robô ajudante,  $H_1$ , recuar mantendo sempre a direcção desejada em relação ao robô “*leader*” e simultaneamente tentando manter um deslocamento nulo na sua base de suporte do objecto transportado. Isto não acontecia no trabalho desenvolvido anteriormente, onde o robô  $H_1$  apenas recuava sem uma direcção desejada e apenas porque “sentia” que o robô “*leader*” estava mais próximo. Importante a salientar, é que o comportamento do robô ajudante é estável e as trajectórias geradas são suaves.

Nas implementações efectuadas, a contribuição do alvo foi desactivada no robô “*leader*” uma vez que a posição do alvo é determinada através da regra de hodometria, que não nos permite obter bons resultados, isto é, nos nossos robôs

reais para percursos longos o erro acumulado é grande, logo os robôs nunca têm uma informação correcta da localização do alvo.

Comparando as simulações das arquitecturas de controlo com e sem *troca de liderança*, podemos concluir que a grande diferença reside no tempo de conclusão da tarefa. As simulações efectuadas com *troca de liderança* foram realizadas em menor tempo do que as simulações efectuadas sem *troca de liderança*. Isto acontece porque a liderança do grupo é entregue ao robô que reúne as melhores condições para concretizar o seu objectivo, isto é, alcançar o alvo. Não foi possível implementar a funcionalidade de *troca de liderança* devido a problemas de *hardware* que fazem com que o erro de hodometria aumente muito rapidamente.

De referir ainda que, tal como efectuado em algumas simulações, sempre que e quando for mais benéfico podem-se apenas utilizar dois comportamentos. Por exemplo se o ambiente que rodeia os robôs é um ambiente estreito pode não se justificar o comportamento “*line forward / line backward*”, e nestes casos utilizam-se apenas os comportamentos “*column*” e “*transition*”, que tal como se pode ver por algumas das implementações efectuadas, em nada impede os robôs de concluírem com sucesso a sua tarefa.

## Capítulo 6

# Arquitectura de controlo dos robôs “*helpers*” na equipa de três robôs

---

Também aqui, e à semelhança do que foi feito anteriormente nos capítulos 4 e 5, foram escolhidas como variáveis comportamentais para os dois robôs “*helpers*” ( $H_1$  e  $H_2$ ), a direcção de navegação e a velocidade de translação. Os comportamentos designados no capítulo anterior por “*line forward / line backward*” e “*transition*” são neste capítulo designados por “*forward / backward*” e “*turn*”, respectivamente. Por defeito, estes robôs têm de navegar mantendo uma formação “*forward / backward*” (F/B). Caso contrário, terão de navegar mantendo uma formação “*turn*” ou “*column*”. Também aqui a arquitectura de controlo dos robôs foi dotada da funcionalidade *troca de liderança*. Foram efectuadas simulações em computador (fazendo uso dos simuladores descritos no Capítulo 3). Foram igualmente levadas a cabo implementações em robôs reais, para validar a arquitectura de controlo mas sem a funcionalidade de *troca de liderança*, pela razão já descrita no capítulo anterior.

---

A direcção de navegação do robô “*helper*”  $H_i$  ( $H_i = H_1, H_2$ ) é governada

pelo seguinte sistema dinâmico:

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_{H_i}(t)}{dt} = & \gamma_{H_i,f/b} F_{H_i,f/b}(\phi_{H_i}) + \gamma_{H_i,turn} F_{H_i,turn}(\phi_{H_i}) + \\ & + \gamma_{H_i,column} F_{H_i,column}(\phi_{H_i}) \end{aligned} \quad (6.1)$$

onde  $\gamma_{H_i,f/b}$ ,  $\gamma_{H_i,turn}$  e  $\gamma_{H_i,column}$  são variáveis de activação mutuamente exclusivas, que dependendo da informação sensorial adquirida pelos sensores de distância montados no robô  $H_i$  (ver figura 3.1) e da sua direcção de navegação determinam qual o valor do atractor que dominará a dinâmica (*c. f.* subsecção 6.1.2).

$F_{H_i,f/b}(\phi_{H_i})$ ,  $F_{H_i,turn}(\phi_{H_i})$  e  $F_{H_i,column}(\phi_{H_i})$  são os campos vectoriais responsáveis por gerar o comportamento do robô  $H_i$  para as diferentes formações, “*forward / backward*”, “*turn*” e “*column*”, respectivamente:

$$\begin{aligned} F_{H_i,f/b}(\phi_{H_i}) = & -\lambda_{1,H_i,f/b} \sin(\phi_{H_i} - \psi_{H_i,leader,f/b}) - \\ & -\lambda_{1,H_i,f/b} \sin(\phi_{H_i} - \psi_{H_i,H_j,f/b}) \end{aligned} \quad (6.2)$$

$$\begin{aligned} F_{H_i,turn}(\phi_{H_i}) = & -\lambda_{1,H_i,turn} \sin(\phi_{H_i} - \psi_{H_i,leader,turn}) - \\ & -\lambda_{1,H_i,turn} \sin(\phi_{H_i} - \psi_{H_i,H_j,turn}) \end{aligned} \quad (6.3)$$

$$\begin{aligned} F_{H_i,column}(\phi_{H_i}) = & -\lambda_{1,H_i,column} \sin(\phi_{H_i} - \psi_{H_i,leader,column}) - \\ & -\lambda_{1,H_i,column} \sin(\phi_{H_i} - \psi_{H_i,H_j,column}) \end{aligned} \quad (6.4)$$

Como podemos ver, cada um dos campos vectoriais resulta da soma de duas componentes, uma responsável por calcular o atractor desejado do robô  $H_i$  em relação ao robô “*leader*” e outra responsável por calcular o atractor desejado do robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_j$  (onde  $H_j = H_1, H_2$  com  $H_j \neq H_i$ ).

$\psi_{H_i,leader,f/b}$ ,  $\psi_{H_i,leader,turn}$  e  $\psi_{H_i,leader,column}$ , são as direcções desejadas do robô  $H_i$  em relação ao robô “*leader*” para os comportamentos, “*forward / backward*”, “*turn*” e “*column*”, respectivamente. Enquanto que as direcções desejadas do robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_j$  para os três comportamentos, “*forward / backward*”,

“turn” e “column” são  $\psi_{H_i, H_j, f/b}$ ,  $\psi_{H_i, H_j, turn}$  e  $\psi_{H_i, H_j, column}$ , respectivamente. Os parâmetros,  $\lambda_{1, H_i, f/b}$ ,  $\lambda_{1, H_i, turn}$  e  $\lambda_{1, H_i, column}$ , representam as magnitudes de atracção para cada um dos atractores.

Da sobreposição das duas componentes de cada campo vectorial resulta apenas um atractor que é erigido numa direcção que permite ao robô  $H_i$  colocar-se na “direcção desejada” simultaneamente em relação ao robô “leader” e ao robô “helper” oposto.

Cada uma das equações, (6.2), (6.3) e (6.4), é nada mais nada menos do que a soma de duas funções *seno* com a mesma amplitude. Assim sendo, efectuando a sua soma, para cada campo vectorial, obtemos:

$$F_{H_i, f/b}(\phi_{H_i}) = -2\lambda_{1, H_i, f/b} \cos\left(\frac{-\psi_{H_i, leader, f/b} + \psi_{H_i, H_j, f/b}}{2}\right) \sin\left(\phi_{H_i} - \frac{\psi_{H_i, leader, f/b} + \psi_{H_i, H_j, f/b}}{2}\right) \quad (6.5)$$

$$F_{H_i, turn}(\phi_{H_i}) = -2\lambda_{1, H_i, turn} \cos\left(\frac{-\psi_{H_i, leader, turn} + \psi_{H_i, H_j, turn}}{2}\right) \sin\left(\phi_{H_i} - \frac{\psi_{H_i, leader, turn} + \psi_{H_i, H_j, turn}}{2}\right) \quad (6.6)$$

$$F_{H_i, column}(\phi_{H_i}) = -2\lambda_{1, H_i, column} \cos\left(\frac{-\psi_{H_i, leader, column} + \psi_{H_i, H_j, column}}{2}\right) \sin\left(\phi_{H_i} - \frac{\psi_{H_i, leader, column} + \psi_{H_i, H_j, column}}{2}\right) \quad (6.7)$$

O sistema dinâmico definido por (6.1) pode ainda ser simplificado se assumirmos que:

$$\lambda_{1, H_i, f/b} = \lambda_{1, H_i, turn} = \lambda_{1, H_i, column} = \lambda_{H_i} \quad (6.8)$$

e que,

$$\psi_{H_i, f/b} = \frac{\psi_{H_i, leader, f/b} + \psi_{H_i, H_j, f/b}}{2} \quad (6.9)$$

$$\psi_{H_i,turn} = \frac{\psi_{H_i,leader,turn} + \psi_{H_i,H_j,turn}}{2} \quad (6.10)$$

$$\psi_{H_i,column} = \frac{\psi_{H_i,leader,column} + \psi_{H_i,H_j,column}}{2} \quad (6.11)$$

e ainda,

$$\lambda_{H_i,f/b} = \frac{-\psi_{H_i,leader,f/b} + \psi_{H_i,H_j,f/b}}{2} \quad (6.12)$$

$$\lambda_{H_i,turn} = \frac{-\psi_{H_i,leader,turn} + \psi_{H_i,H_j,turn}}{2} \quad (6.13)$$

$$\lambda_{H_i,column} = \frac{-\psi_{H_i,leader,column} + \psi_{H_i,H_j,column}}{2} \quad (6.14)$$

e por fim que,

$$\begin{aligned} \psi_{desired,H_i} = & \gamma_{H_i,f/b}\psi_{H_i,f/b} + \gamma_{H_i,turn}\psi_{H_i,turn} + \\ & + \gamma_{H_i,column}\psi_{H_i,column} \end{aligned} \quad (6.15)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{desired,H_i} = & \gamma_{H_i,f/b}\lambda_{H_i,f/b} + \gamma_{H_i,turn}\lambda_{H_i,turn} + \\ & + \gamma_{H_i,column}\lambda_{H_i,column} \end{aligned} \quad (6.16)$$

Assim sendo, o sistema dinâmico (6.1) pode ser da seguinte forma, simplificado:

$$\frac{d\phi_{H_i}(t)}{dt} = -2\lambda_{H_i} \cos(\lambda_{desired,H_i}) \sin(\phi_{H_i} - \psi_{desired,H_i}) \quad (6.17)$$

Este sistema dinâmico para a direcção de navegação erige um atractor numa direcção  $\psi_{desired,H_i}$ , com uma magnitude de atracção (taxa de relaxação) definida por  $-2\lambda_{H_i} \cos(\lambda_{desired,H_i})$ , e um repulsor na direcção oposta.  $\psi_{desired,H_i}$  e

$\lambda_{desired,H_i}$  são dois parâmetros cujo valor varia dependendo do comportamento que está activo em cada instante, conforme definido pelas variáveis de activação  $\gamma_{H_i,f/b}$ ,  $\gamma_{H_i,turn}$  e  $\gamma_{H_i,column}$ .

Na secção seguinte explicamos como é que os valores dos atractores para a direcção de navegação e das variáveis de activação são calculados a partir da informação sensorial e da informação comunicada entre os robôs (para outras soluções de activação / desactivação de variáveis de activação ver ex. (Steinhage, 1998; Large *et al.*, 1999)). Daqui para a frente, iremos referir-nos aos robôs  $H_1$  e  $H_2$  como robôs  $H_i$  e  $H_j$ , onde  $H_i = H_1, H_2$ ;  $H_j = H_1, H_2$ ;  $H_i \neq H_j$ .

## 6.1 Dinâmica de atractores para a direcção de navegação

A dinâmica da direcção de navegação, para cada robô “*helper*” é governada agora por (6.17), onde  $\psi_{desired,H_i}$  é a direcção desejada na qual o atractor é erigido.  $\psi_{desired,H_i}$ , tal como é possível ver em (6.15), pode tomar um dos seguintes valores,  $\psi_{H_i,f/b}$ ,  $\psi_{H_i,turn}$  e  $\psi_{H_i,column}$ , que representam as direcções desejadas nas quais os atractores são erigidos para cada um dos diferentes comportamentos, “*forward / backward*”, “*turn*” e “*column*”, respectivamente (ver figura 6.1).

Na equação (6.15) também estão presentes as variáveis  $\gamma_{H_i,f/b}$ ,  $\gamma_{H_i,turn}$  e  $\gamma_{H_i,column}$ , que são variáveis de activação mutuamente exclusivas, que dependendo da informação sensorial adquirida pelos sensores de distância e da direcção de navegação de cada robô determinam qual o valor do atractor que dominará a dinâmica.

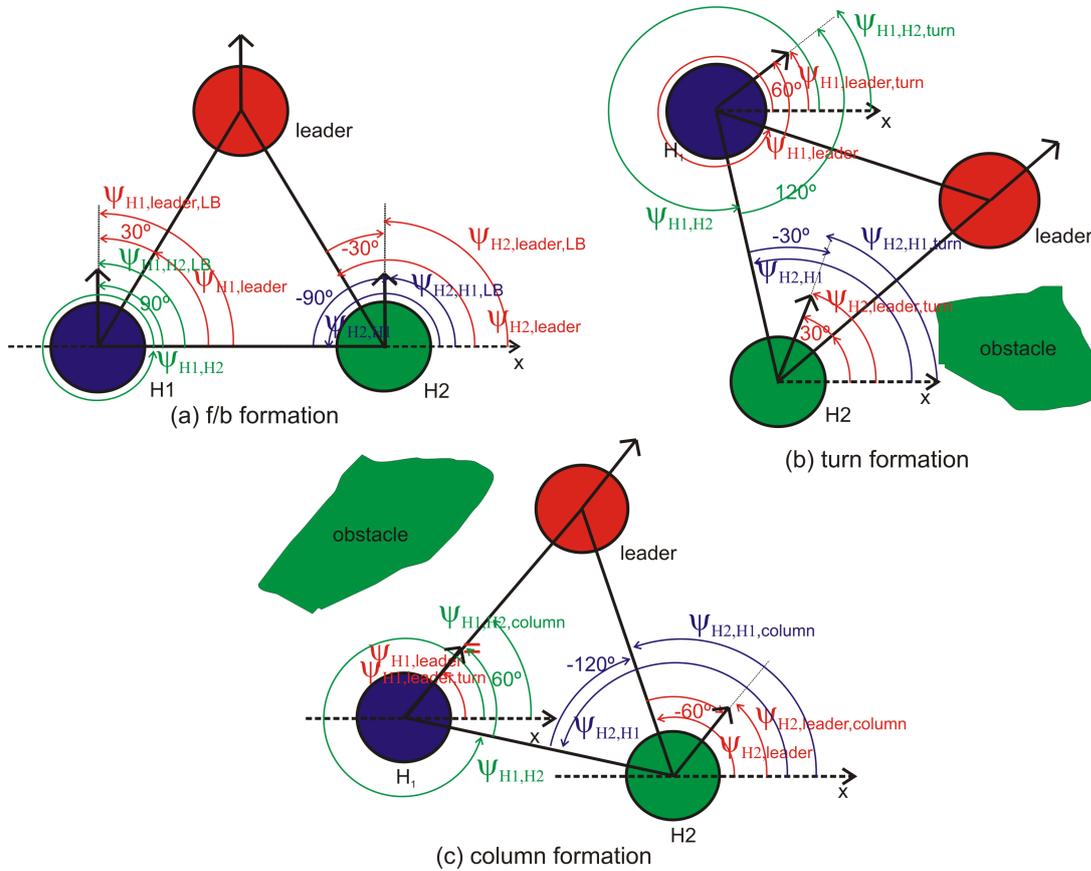


Figura 6.1: Direcções desejadas para cada robô “helper” para os diferentes comportamentos.

## 6.1.1 Valores dos atractores para os diferentes comportamentos

### 6.1.1.1 Formação “forward / backward”

Como já vimos o atrator  $\psi_{H_i,f/b}$  (6.9) e o parâmetro  $\lambda_{H_i,f/b}$  (6.12), para a formação “forward / backward”, dependem do atrator desejado para o robô  $H_i$  em relação ao robô “leader”,  $\psi_{H_i,leader,f/b}$ , (ver figura 6.2a) e do atrator desejado para o robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_j$ ,  $\psi_{H_i,H_j,f/b}$ , (ver figura 6.2b).

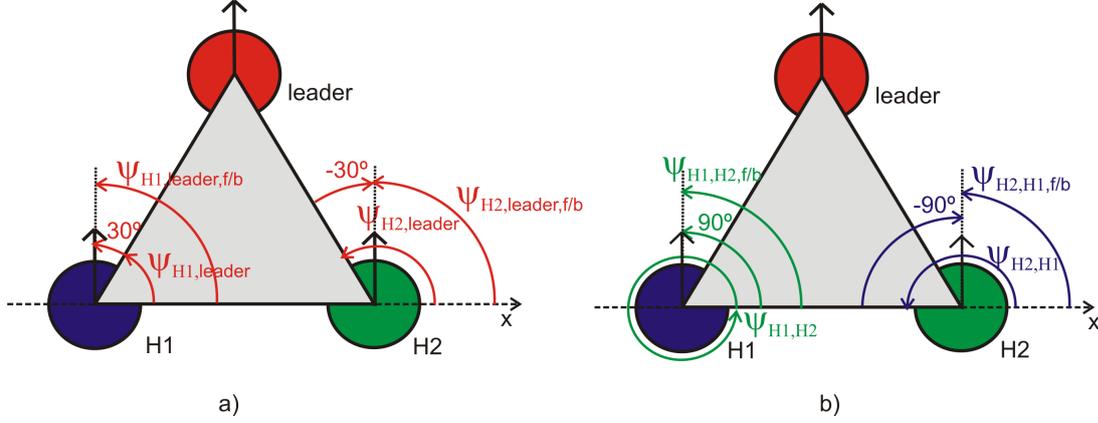


Figura 6.2: Formação “forward / backward”: direcção desejada para cada robô “helper”. (a) direcção desejada de cada robô “helper” em relação ao robô “leader”; (b) direcção desejada de cada robô “helper” em relação ao robô “helper” oposto. (parâmetros:  $k_{H_1} = 1$ ,  $k_{H_2} = -1$ ,  $\delta_{f/b,H_i,leader} = 30^\circ$ ,  $\delta_{f/b,H_i,H_j} = 90^\circ$ ,  $R_{H_1} = 1$ ,  $R_{H_2} = -1$ ,  $\Delta_{H_i} = 0$ .)

#### a) Direcção desejada do robô $H_i$ em relação ao robô “leader”

Tal como é possível ver na figura 6.2a, o atractor desejado é erigido numa direcção

$$\psi_{H_i,leader,f/b} = \psi_{H_i,leader} + k_{H_i} \delta_{f/b,H_i,leader} + R_{H_i} \Delta_{H_i} \quad (6.18)$$

onde  $\psi_{H_i,leader}$  é a direcção segundo a qual o robô  $H_i$  vê o robô “leader” a partir da sua posição actual em relação ao eixo de referência externo  $x$ .  $k_{H_i}$  é um parâmetro que pode tomar os valores  $-1$  ou  $+1$  dependendo do robô a que se está a referir.

$$k_{H_i} = \begin{cases} +1 & \text{se } H_i = H_1 \\ -1 & \text{se } H_i = H_2 \end{cases} \quad (6.19)$$

$\delta_{f/b,H_i,leader}^1$  é um ângulo constante e  $R_{H_i}$  é um parâmetro que pode tomar os valores,  $-1$  ou  $1$ , dependendo do robô “helper” em questão e do parâmetro  $\alpha_{bH_i}$

<sup>1</sup> $\delta_{f/b,H_i,leader}$  é um ângulo constante. Ver valor no apêndice E.

(c.f. equação (6.42)):

$$R_{H_i} = \begin{cases} +1 & \text{se } (H_i = H_1 \wedge \alpha_{b_{H_i}} = 0) \vee (H_i = H_2 \wedge \alpha_{b_{H_i}} = 1) \\ -1 & \text{se } (H_i = H_1 \wedge \alpha_{b_{H_i}} = 1) \vee (H_i = H_2 \wedge \alpha_{b_{H_i}} = 0). \end{cases} \quad (6.20)$$

$\Delta_{H_i}$ , é uma função sigmoidal que varia com os deslocamentos do objecto medidos pela base de suporte de cada robô “*helper*”. Esta função, converte o deslocamento do objecto num ângulo que se aproxima de zero à medida que o deslocamento se anula, e é dada por:

$$\Delta_{H_i} = \frac{2 \arctan(\alpha_{H_i} \Delta d_{H_i})}{\pi} \quad (6.21)$$

onde,  $\Delta d_{H_i}$  representa o deslocamento do objecto medido pela base de suporte do robô “*helper*”  $H_i$  e  $\alpha_{H_i}$ <sup>2</sup> é uma constante que depende do robô “*helper*” a que se está a referir.

#### b) Direcção desejada do robô $H_i$ em relação ao robô $H_j$

Na figura 6.2b vemos que o atractor desejado é erigido numa direcção

$$\psi_{H_i, H_j, f/b} = \psi_{H_i, H_j} + k_{H_i} \delta_{f/b, H_i, H_j} + R_{H_i} \Delta_{H_i} \quad (6.22)$$

onde  $k_{H_i}$ ,  $R_{H_i}$  e  $\Delta_{H_i}$  são os parâmetros definidos por (6.19), (6.20) e (6.21), respectivamente.  $\delta_{f/b, H_i, H_j}$ <sup>3</sup> é um ângulo constante e  $\psi_{H_i, H_j}$  é a direcção segundo a qual o robô  $H_i$  “vê” o robô  $H_j$  em relação à sua posição actual.

<sup>2</sup> $\alpha_{H_i}$  é uma constante. Ver valor no apêndice E

<sup>3</sup> $\delta_{f/b, H_i, H_j}$  é um ângulo constante. Ver valor no apêndice E.

### 6.1.1.2 Formação “turn”

Quando há a necessidade dos robôs “helpers” se colocarem numa formação “turn”, o atractor  $\psi_{H_i,turn}$  e o parâmetro  $\lambda_{H_i,turn}$  desejados, são dados pelas equações 6.10 e 6.13, respectivamente. Quer o atractor  $\psi_{H_i,turn}$ , quer o parâmetro  $\lambda_{H_i,turn}$ , dependem do atractor desejado para o robô  $H_i$  em relação ao robô “leader”,  $\psi_{H_i,leader,turn}$ , (ver figura 6.3a) e do atractor desejado para o robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_j$ ,  $\psi_{H_i,H_j,turn}$ , (ver figura 6.3b).

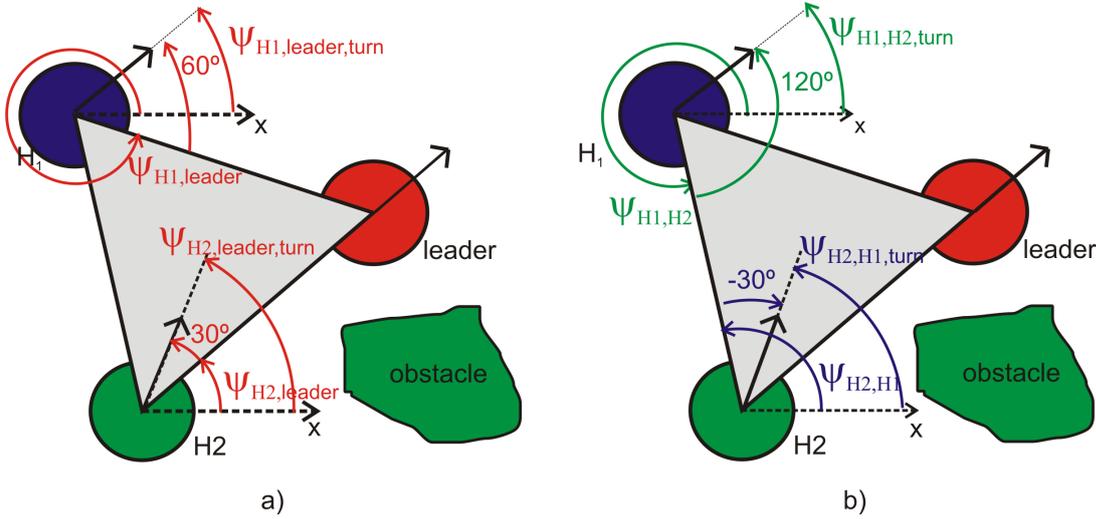


Figura 6.3: Formação “turn”: direcção desejada para cada robô “helper”. (a) direcção desejada de cada robô “helper” em relação ao robô “leader”;(b) direcção desejada de cada robô “helper” em relação ao robô “helper” oposto. (parâmetros:  $\delta_{turn,H_1,leader} = 60^\circ$ ,  $\delta_{turn,H_2,leader} = 30^\circ$ ,  $\delta_{turn,H_1,H_2} = 120^\circ$ ,  $\delta_{turn,H_2,H_1} = 30^\circ$ ,  $R_{H_1} = 1$ ,  $R_{H_2} = -1$ ,  $\Delta_{H_i} = 0$ .)

#### a) Direcção desejada do robô $H_i$ em relação ao robô “leader”

Tal como é possível ver na figura 6.3a, o atractor desejado é erigido numa direcção

$$\psi_{H_i,leader,turn} = \psi_{H_i,leader} + \delta_{turn,H_i,leader} + R_{H_i}\Delta_{H_i} \quad (6.23)$$

onde  $\Delta_{H_i}$  é obtido pela equação (6.21).  $R_{H_i}$  é um parâmetro que pode tomar os valores, +1 ou -1 dependendo do robô “*helper*” a que se está a referir.

$$R_{H_i} = \begin{cases} +1 & \text{se } (H_i = H_1) \\ -1 & \text{se } (H_i = H_2) \end{cases} \quad (6.24)$$

$\psi_{H_i,leader}$  é a direcção segundo a qual o robô  $H_i$  vê o robô “*leader*” a partir da sua posição actual.  $\delta_{turn,H_i,leader}$  é um ângulo que depende da direcção na qual o robô  $H_i$  tem de virar, para a esquerda ou para a direita.

$$\delta_{turn,H_i,leader} = \begin{cases} \Delta\psi_{H_i,leader,turn\ left} & \text{se } \alpha_{t_{H_i}} = 1 \\ -\Delta\psi_{H_i,leader,turn\ right} & \text{se } \tilde{n\tilde{a}o} \end{cases} \quad (6.25)$$

onde  $\alpha_{t_{H_i}}$ , como veremos mais à frente, é dado pela expressão (6.44).  $\Delta\psi_{H_i,leader,turn\ left}$  e  $\Delta\psi_{H_i,leader,turn\ right}$  são ângulos que dependem do robô “*helper*” a que nos estamos a referir.

$$\Delta\psi_{H_i,leader,turn\ left} = \begin{cases} \Delta\psi_1 & \text{se } H_i = H_1 \\ \Delta\psi_2 & \text{se } H_i = H_2 \end{cases} \quad (6.26)$$

$$\Delta\psi_{H_i,leader,turn\ right} = \begin{cases} \Delta\psi_2 & \text{se } H_i = H_1 \\ \Delta\psi_1 & \text{se } H_i = H_2 \end{cases} \quad (6.27)$$

$\Delta\psi_1^4$  e  $\Delta\psi_2^5$  são ângulos constantes.

---

<sup>4</sup>Ver valor no apêndice E.

<sup>5</sup>Ver valor no apêndice E.

### b) Direcção desejada do robô $H_i$ em relação ao robô $H_j$

Na figura 6.3b, vemos que o atractor desejado é erigido numa direcção

$$\psi_{H_i, H_j, turn} = \psi_{H_i, H_j} + \delta_{turn, H_i, H_j} + R_{H_i} \Delta_{H_i} \quad (6.28)$$

onde  $R_{H_i}$  e  $\Delta_{H_i}$  são dados pelas expressões (6.24) e (6.21), respectivamente.  $\psi_{H_i, H_j}$  é a direcção segundo a qual o robô  $H_i$  vê o robô  $H_j$ .  $\delta_{turn, H_i, H_j}$  é um ângulo que depende da direcção na qual o robô  $H_i$  tem de virar, à esquerda ou à direita.

$$\delta_{turn, H_i, H_j} = \begin{cases} R_{H_i} \Delta \psi_{H_i, H_j, turn\ left} & \text{se } \alpha_{tl_{H_i}} = 1 \\ R_{H_i} \Delta \psi_{H_i, H_j, turn\ right} & \text{se não} \end{cases} \quad (6.29)$$

onde  $\alpha_{tl_{H_i}}$  é dado pela equação (6.44).  $\Delta \psi_{H_i, H_j, turn\ left}$  e  $\Delta \psi_{H_i, H_j, turn\ right}$  são ângulos que dependem de que robô se está a referir.

$$\Delta \psi_{H_i, H_j, turn\ left} = \begin{cases} \Delta \psi_3 & \text{se } H_i = H_1 \\ \Delta \psi_2 & \text{se } H_i = H_2 \end{cases} \quad (6.30)$$

$$\Delta \psi_{H_i, H_j, turn\ right} = \begin{cases} \Delta \psi_2 & \text{se } H_i = H_1 \\ \Delta \psi_3 & \text{se } H_i = H_2 \end{cases} \quad (6.31)$$

onde  $\Delta \psi_2$  e  $\Delta \psi_3$ <sup>6</sup> são ângulos constantes.

---

<sup>6</sup> $\Delta \psi_3$  é uma constante. Ver valor no apêndice E.

### 6.1.1.3 Formação “column”

Na formação “column” o respectivo atractor  $\psi_{H_i,column}$  (6.11) e o parâmetro  $\lambda_{H_i,column}$  (6.14) dependem do atractor desejado para o robô  $H_i$  em relação ao robô “leader”,  $\psi_{H_i,leader,column}$ , (ver figura 6.4a) e do atractor desejado para o robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_j$ ,  $\psi_{H_i,H_j,column}$ , (ver figura 6.4b).

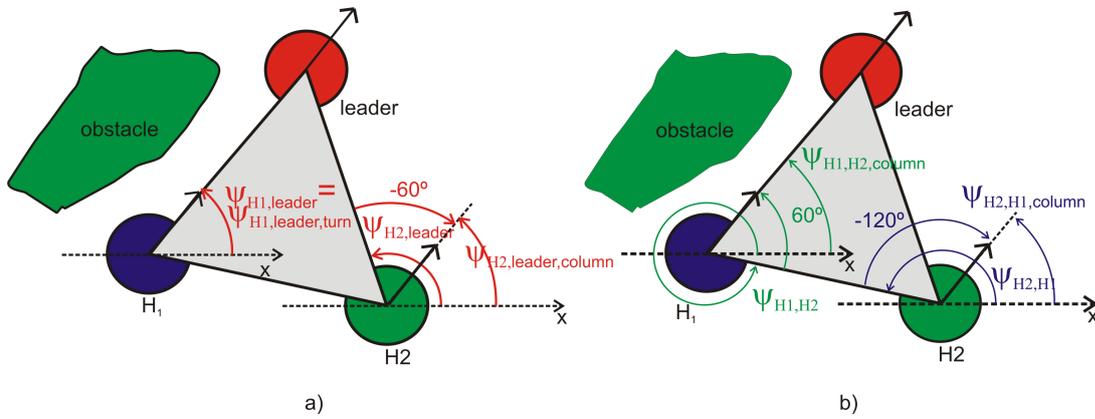


Figura 6.4: Formação “column”: direcção desejada para cada robô “helper”. (a) direcção desejada de cada robô “helper” em relação ao robô “leader”;(b) direcção desejada de cada robô “helper” em relação ao robô “helper” oposto. (parâmetros:  $\delta_{column,H_1,leader} = 0^\circ$ ,  $\delta_{column,H_2,leader} = 60^\circ$ ,  $\delta_{column,H_1,H_2} = 60^\circ$ ,  $\delta_{column,H_2,H_1} = 120^\circ$ ,  $R_{H_1} = 1$ ,  $R_{H_2} = -1$ ,  $\Delta_{H_i} = 0$ .)

#### a) Direcção desejada do robô $H_i$ em relação ao robô “leader”

Tal como é possível ver na figura 6.4a, o atractor desejado é erigido na direcção

$$\psi_{H_i,leader,column} = \psi_{H_i,leader} + \delta_{column,H_i,leader} + R_{H_i}\Delta_{H_i} \quad (6.32)$$

onde  $R_{H_i}$  e  $\Delta_{H_i}$  são dadas pelas expressões (6.24) e (6.21), respectivamente.  $\psi_{H_i,leader}$  é a direcção na qual o robô  $H_i$  “vê” o robô “leader”.  $\delta_{column,H_i,leader}$  é um ângulo que depende do robô “helper” que irá colocar-se atrás do robô “leader”,

isto é, movimento em coluna, à esquerda ou à direita.

$$\delta_{column,H_i,leader} = \begin{cases} R_{H_i} \Delta\psi_{H_i,leader,column\ left} & \text{se } \alpha_{cl_{H_i}} = 1 \\ \Delta\psi_{H_i,leader,column\ right} & \text{se não} \end{cases} \quad (6.33)$$

onde  $R_{H_i}$  e  $\alpha_{cl_{H_i}}$  são dados pelas expressões (6.24) e (6.47), respectivamente.  $\Delta\psi_{H_i,leader,column\ left}$  e  $\Delta\psi_{H_i,leader,column\ right}$  são ângulos que dependem do robô a que nos estamos a referir.

$$\Delta\psi_{H_i,leader,column\ left} = \begin{cases} \Delta\psi_0 & \text{se } H_i = H_1 \\ \Delta\psi_1 & \text{se } H_i = H_2 \end{cases} \quad (6.34)$$

$$\Delta\psi_{H_i,leader,column\ right} = \begin{cases} \Delta\psi_1 & \text{se } H_i = H_1 \\ \Delta\psi_0 & \text{se } H_i = H_2 \end{cases} \quad (6.35)$$

onde  $\Delta\psi_0$ <sup>7</sup> e  $\Delta\psi_1$  são ângulos constantes.

### b) Direcção desejada do robô $H_i$ em relação ao robô $H_j$

Na figura 6.4b, vemos que o atractor desejado é erigido numa direcção

$$\psi_{H_i,H_j,column} = \psi_{H_i,H_j} + \delta_{column,H_i,H_j} + R_{H_i} \Delta_{H_i} \quad (6.36)$$

onde  $R_{H_i}$  e  $\Delta_{H_i}$  são dados pelas expressões (6.24) e (6.21), respectivamente.  $\psi_{H_i,H_j}$  é a direcção segundo a qual o robô  $H_i$  vê o robô  $H_j$ .  $\delta_{column,H_i,H_j}$  é um

<sup>7</sup> $\Delta\psi_0$  é uma constante. Ver valor no apêndice E.

ângulo que depende de qual o robô “*helper*” que se vai colocar atrás do robô “*leader*”.

$$\delta_{column,H_i,H_j} = \begin{cases} R_{H_i} \Delta\psi_{H_i,H_j,column\ left} & \text{se } \alpha_{cl_{H_i}} = 1 \\ R_{H_i} \Delta\psi_{H_i,H_j,column\ right} & \text{se não} \end{cases} \quad (6.37)$$

onde  $\alpha_{cl_{H_i}}$  é dado pela equação (6.47).  $\Delta\psi_{H_i,H_j,column\ left}$  e  $\Delta\psi_{H_i,H_j,column\ right}$  são ângulos que dependem do robô “*helper*” a que nos estamos a referir.

$$\Delta\psi_{H_i,H_j,column\ left} = \begin{cases} \Delta\psi_2 & \text{se } H_i = H_1 \\ \Delta\psi_3 & \text{se } H_i = H_2 \end{cases} \quad (6.38)$$

$$\Delta\psi_{H_i,H_j,column\ right} = \begin{cases} \Delta\psi_3 & \text{se } H_i = H_1 \\ \Delta\psi_2 & \text{se } H_i = H_2 \end{cases} \quad (6.39)$$

onde  $\Delta\psi_2$  e  $\Delta\psi_3$  são ângulos constantes.

### 6.1.2 Variáveis de activação

Por defeito o robô  $H_i$  tem de navegar numa formação “*forward / backward*”, isto é, o termo  $\gamma_{H_i,f/b}$  tem de dominar a dinâmica. Assim sendo, é necessário que  $\gamma_{H_i,f/b} = 1$ ,  $\gamma_{H_i,turn} = 0$  e  $\gamma_{H_i,column} = 0$ . Para o efeito escrevemos a seguinte condição:

$$\gamma_{H_i,f/b} = \begin{cases} +1, & \text{se } \alpha_{f_{H_i}} = 1 \vee \alpha_{b_{H_i}} = 1 \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (6.40)$$

onde,  $\alpha_{f_{H_i}}$  e  $\alpha_{b_{H_i}}$  são parâmetros que sinalizam à arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que este se desloque para a frente ou recue, respectivamente (ver figura 6.5), e são definidos respectivamente, por:

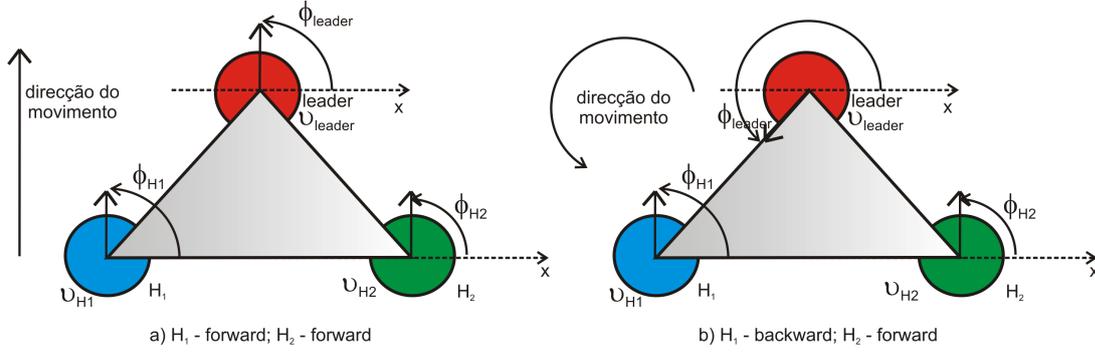


Figura 6.5: (a) A direcção de navegação do robô “leader” não aponta na direcção entre os dois robôs “helpers”, então os robôs “helpers” navegam em frente; (b) A direcção de navegação do robô “leader” aponta na direcção do robô “helper”  $H_1$ , então  $H_1$  irá recuar. O robô  $H_2$  irá navegar em frente. Isto é o mesmo que dizer que o triângulo irá rodar no sentido contrário aos ponteiros do relógio.

$$\alpha_{f_{H_i}} = \begin{cases} +1, & \text{se } [(U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge U_{obs,H_2}(\phi_{H_2}) > 0) \vee \\ & (U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) \leq 0 \wedge U_{obs,H_2}(\phi_{H_2}) \leq 0)] \wedge \\ & [ (|\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| < \Delta\theta_6 \wedge \\ & |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| > \Delta\theta_7) \vee \\ & (|\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| < \Delta\theta_8 \wedge \\ & |\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| > \Delta\theta_9)] \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (6.41)$$

$$\alpha_{b_{H_i}} = \begin{cases} +1, & \text{se } \Delta\theta_6 \leq |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| \leq \Delta\theta_7 \quad \vee \\ & \Delta\theta_8 \leq |\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| \leq \Delta\theta_9 \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (6.42)$$

$\Delta\theta_6^8$ ,  $\Delta\theta_7^9$ ,  $\Delta\theta_8^{10}$  e  $\Delta\theta_9^{11}$  são ângulos constantes. Estes valores foram alcançados através de simulação para que os robôs conseguissem recuar e/ou movimentar-se em frente sem nunca deixarem cair o objecto transportado.  $U_{obs,H_i}$  e  $U_{obs,H_j}$  são as funções potenciais da dinâmica evitar colisões com obstáculos, para cada um dos robôs  $H_i$  e  $H_j$ , respectivamente (ver (5.23) no capítulo 5).

Quando são detectadas obstruções e a diferença entre a direcção na qual o robô “*helper*” “vê” o robô “*leader*”,  $\psi_{H_i,leader}$ , e a direcção de navegação do robô “*leader*”,  $\phi_{leader}$ , é maior do que um certo valor  $\Delta\theta_{10}^{12}$ , o robô  $H_i$  tem de navegar numa formação “*turn*”, então o termo  $\gamma_{H_i,turn}$  tem de dominar a dinâmica (isto é, pretende-se que  $\gamma_{H_i,turn} = 1$ ,  $\gamma_{H_i,f/b} = 0$  e  $\gamma_{H_i,column} = 0$ ). Isto permite ao robô  $H_i$  contornar o obstáculo, pela esquerda ou pela direita. O robô  $H_i$  toma esta decisão dependendo de qual das seguintes expressões toma o valor 1:

$$\alpha_{tr_{H_i}} = \begin{cases} +1, & \text{se } U_{obs,H_i}(\phi_{H_i}) > 0 \wedge U_{obs,H_j}(\phi_{H_j}) \leq 0 \wedge \\ & F_{obs,H_i}(\phi_{H_i}) \leq 0 \wedge |\phi_{leader} - \psi_{H_i,leader}| > \Delta\theta_{10} \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (6.43)$$

$$\alpha_{tl_{H_i}} = \begin{cases} +1, & \text{se } U_{obs,H_i}(\phi_{H_i}) > 0 \wedge U_{obs,H_j}(\phi_{H_j}) \leq 0 \wedge \\ & F_{obs,H_i}(\phi_{H_i}) \leq 0 \wedge |\phi_{leader} - \psi_{H_i,leader}| > \Delta\theta_{10} \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (6.44)$$

$\alpha_{tr_{H_i}}$  e  $\alpha_{tl_{H_i}}$  são parâmetros que sinalizam à arquitectura de controlo quando é necessário os robôs “*helpers*” virarem à direita ou à esquerda, respectivamente.

<sup>8</sup>Ver valor no apêndice E.

<sup>9</sup>Ver valor no apêndice E.

<sup>10</sup>Ver valor no apêndice E.

<sup>11</sup>Ver valor no apêndice E.

<sup>12</sup> $\Delta\theta_{10}$  é uma constante. Ver valor no apêndice E.

$F_{obs,H_i}$  e  $F_{obs,H_j}$ , que estão presente nas condições (6.43) e (6.44), mas que não entram na dinâmica final dos robôs  $H_1$  e  $H_2$ , representam a dinâmica virtual resultante da contribuição dos obstáculos para cada robô “*helper*” (tal como definido por (5.30 no capítulo 5)) e sinalizam à arquitectura de cada um dos robôs “*helpers*” se os obstáculos detectados, estão localizados à sua esquerda ou à sua direita.

As condições (6.43) e (6.44) permitem então definir a variável de activação  $\gamma_{H_i,turn}$ :

$$\gamma_{H_i,turn} = \begin{cases} +1, & \text{se } \alpha_{trH_i} = 1 \vee \alpha_{tlH_i} = 1 \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (6.45)$$

Finalmente, se forem detectadas obstruções e se a diferença entre  $\psi_{H_i,leader}$  e  $\phi_{leader}$  é menor que  $\Delta\theta_{10}$ , os robôs “*helpers*” têm de navegar numa formação “*column*”, então o termo  $\gamma_{H_i,column}$  tem de dominar a dinâmica. Assim sendo, pretende-se,  $\gamma_{H_i,column} = 1$ ,  $\gamma_{H_i,f/b} = 0$  e  $\gamma_{H_i,turn} = 0$ . Isto faz com que o robô  $H_i$  se desloque paralelamente ao obstáculo detectado, isto é, mover-se em coluna pela direita ou pela esquerda. O robô  $H_i$  toma esta decisão depois de avaliadas as seguintes condições:

$$\alpha_{crH_i} = \begin{cases} +1, & \text{se } U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) \leq 0 \wedge U_{obs,H_2}(\phi_{H_2}) > 0 \wedge \\ & |\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| \leq \Delta\theta_{10} \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (6.46)$$

$$\alpha_{cl_{H_i}} = \begin{cases} +1, & \text{se } U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge U_{obs,H_2}(\phi_{H_2}) \leq 0 \wedge \\ & |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| \leq \Delta\theta_{10} \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (6.47)$$

$\alpha_{cr_{H_i}}$  e  $\alpha_{cl_{H_i}}$  são parâmetros que sinalizam à arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário e qual o robô “*helper*” que tem de mover-se paralelamente ao obstáculo detectado, isto é, movimentar-se em coluna da direita ou coluna da esquerda, respectivamente, ou ainda dito de outra forma, qual dos robôs “*helpers*” irá colocar-se atrás do robô “*leader*”. A variável de activação  $\gamma_{H_i,column}$ , vem então definida por:

$$\gamma_{H_i,column} = \begin{cases} +1, & \text{se } \alpha_{cr_{H_i}} = 1 \vee \alpha_{cl_{H_i}} = 1 \\ 0, & \text{se não.} \end{cases} \quad (6.48)$$

## 6.2 Controlo da velocidade

A velocidade de translação dos robôs “*helpers*” tem de ser controlada por forma a que em todos os instantes, cada robô “*helper*” tente manter um deslocamento nulo do objecto (isto é,  $\Delta d_{H_i} = 0$ ). O robô “*leader*” comunica a sua velocidade de translação aos robôs “*helpers*”.

A dinâmica da velocidade de translação coloca um atractor numa velocidade desejada,  $V_{desired,H_i}$ , com uma taxa de relaxação definida por  $c_{H_i}$ :

$$\frac{d\vartheta_{H_i}(t)}{dt} = -c_{H_i}(\vartheta_{H_i} - V_{desired,H_i})e^{\left[-\frac{(\vartheta_{H_i} - V_{desired,H_i})^2}{2\sigma_V^2}\right]} \quad (6.49)$$

O valor do atractor, isto é, a velocidade desejada  $V_{desired,H_i}$ , para a dinâmica da velocidade (expressão (6.49)) é dada por:

$$V_{desired,H_i} = \begin{cases} +\vartheta_{leader} + \frac{|\Delta d_{H_i}|}{\nu_{H_i}}, & \text{se } \Delta d_{H_i} < 0 \\ -\vartheta_{leader} - \frac{|\Delta d_{H_i}|}{\nu_{H_i}}, & \text{se não} \end{cases} \quad (6.50)$$

$\Delta d_{H_i}$  é o deslocamento do objecto medido pela base de suporte do robô “*helper*”  $H_i$ .  $\nu_{H_i}$  é um parâmetro que depende, do robô a que se está a referir e depende igualmente do lado pelo qual o robô vai contornar o obstáculo.

$$\nu_{H_i} = \begin{cases} \nu_1, & \text{se } (H_i = H_1 \wedge \alpha_{tl_{H_i}} = 1) \vee (H_i = H_2 \wedge \alpha_{tl_{H_i}} = 0) \\ \nu_2 & \text{se não} \end{cases} \quad (6.51)$$

onde  $\alpha_{tl_{H_i}}$  é definido pela equação (6.44). Os valores,  $\nu_1$ <sup>13</sup> e  $\nu_2$ <sup>14</sup> são constantes e foram alcançados através de simulação.

### 6.3 Hierarquia das taxas de relaxação

A seguinte hierarquia das taxas de relaxação assegura que a direcção de navegação de cada robô “*helper*” relaxa para a solução atractora dominante.

$$\begin{aligned} c_{H_i} &>> 2\lambda_{H_i} \cos(\lambda_{H_i,f/b}), c_{H_i} >> 2\lambda_{H_i} \cos(\lambda_{H_i,turn}), \\ c_{H_i} &>> 2\lambda_{H_i} \cos(\lambda_{H_i,column}) \end{aligned} \quad (6.52)$$

---

<sup>13</sup>Ver valor no apêndice E.

<sup>14</sup>Ver valor no apêndice E.

## 6.4 Troca de liderança

Tal como foi referido no início deste capítulo e à semelhança do que foi feito na secção 5.4, a equipa de robôs foi dotada da funcionalidade *troca de liderança*. A liderança da equipa pode ser cedida/requisitada por cada um dos robôs de acordo com a situação em seu redor. São quatro as situações em que os robôs podem trocar de liderança entre si.

*i)* A liderança pode ser requisitada pelo robô  $H_i$  sempre que o deslocamento do objecto é igual ou superior a  $\Delta d_{min}$ <sup>15</sup> e igual ou inferior a  $\Delta d_{máx}$ <sup>16</sup> ( $\Delta d_{min} \leq \Delta d_{H_i} \leq \Delta d_{máx}$ ).

*ii)* Quando a diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” ( $\psi_{H_1,leader}$ ) e a direcção de navegação do robô “*leader*” ( $\phi_{leader}$ ), é maior do que  $\Delta\theta_6$  e menor do que  $\Delta\theta_7$  (*i.e.*  $\Delta\theta_6 < |\psi_{H_1,leader} - \phi_{leader}| < \Delta\theta_7$ ),  $H_1$  requisita a liderança (ver figura 6.6a).

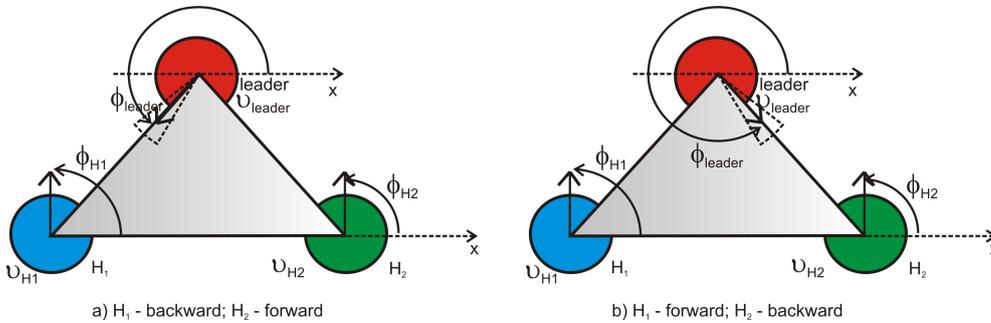


Figura 6.6: (a) A diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” ( $\psi_{H_1,leader}$ ) e a direcção de navegação do robô “*leader*” ( $\phi_{leader}$ ), é maior do que  $\Delta\theta_6$  e menor do que  $\Delta\theta_7$ .  $H_1$  requisita a liderança. (b) A diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_2$  “vê” o robô “*leader*” ( $\psi_{H_2,leader}$ ) e a direcção de navegação do robô “*leader*” ( $\phi_{leader}$ ), é maior do que  $\Delta\theta_8$  e menor do que  $\Delta\theta_9$ .  $H_2$  requisita a liderança.

*iii)* Quando a diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_2$  “vê” o robô “*leader*” ( $\psi_{H_2,leader}$ ) e a direcção de navegação do robô “*leader*” ( $\phi_{leader}$ ), é maior do que  $\Delta\theta_8$  e menor do que  $\Delta\theta_9$  (*i.e.*  $\Delta\theta_8 < |\psi_{H_2,leader} - \phi_{leader}| < \Delta\theta_9$ ),

<sup>15</sup>Ver valor no apêndice E.

<sup>16</sup>Ver valor no apêndice E.

$H_2$  requisita a liderança (ver figura 6.6b).

*iv)* Por último se  $H_i$  não detecta obstáculos ( $U_{obs,H_i}(\phi_{H_i}) \leq 0$ ) e se encontra a uma distância do alvo inferior à distância a que o robô “*leader*” se encontra do alvo, então também nesta situação o robô  $H_i$  requisita a liderança, isto é:

$$U_{obs,H_i}(\phi_{H_i}) \leq 0 \wedge d_{H_i,target} < d_{leader,target} \quad (6.53)$$

## 6.5 Resultados da simulação

O sistema dinâmico final da arquitectura de controlo da equipa de três robôs foi avaliado através de simulações realizadas no simulador desenvolvido em MATLAB. Nesta secção apresentaremos algumas dessas simulações que demonstram os diferentes atributos da arquitectura de controlo com e sem *troca de liderança*.

Em cada simulação iremos particularizar alguns instantes da dinâmica comportamental final. Para cada um dos instantes serão apresentados três painéis de análise, A, B e C, em que:

- No Painel A é evidenciada a evolução das trajectórias ao longo do tempo;
- No Painel B é demonstrada uma representação detalhada do tipo de formação em que os robôs se encontram, sendo possível averiguar:
  - as direcções de navegação dos três robôs ( $\phi_{leader}$ ,  $\phi_{H_1}$  e  $\phi_{H_2}$ );
  - a direcção do alvo ( $\psi_{target}$ );
  - o ângulo segundo o qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua posição actual ( $\psi_{H_1,leader}$ );
  - o ângulo segundo o qual o robô  $H_1$  “vê” o robô  $H_2$  a partir da sua posição actual ( $\psi_{H_1,H_2}$ );

- o ângulo segundo o qual o robô  $H_2$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua posição actual ( $\psi_{H_2,leader}$ );
  - o ângulo segundo o qual o robô  $H_2$  “vê” o robô  $H_1$  a partir da sua posição actual ( $\psi_{H_2,H_1}$ );
  - a direcção na qual o atractor é erigido entre o robô  $H_1$  e o robô “*leader*”;
  - a direcção na qual o atractor é erigido entre o robô  $H_1$  e o robô  $H_2$ ;
  - a direcção na qual o atractor é erigido entre o robô  $H_2$  e o robô “*leader*”;
  - a direcção na qual o atractor é erigido entre o robô  $H_2$  e o robô  $H_1$ .
- No Painel C é revelada a dinâmica da direcção de navegação para os três robôs. Neste painel:
    - a **linha vertical azul claro** indica a actual direcção de navegação de cada um dos robôs (ideia reforçada por uma seta preta);
    - a **linha cor-de-rosa** é a resultante da dinâmica completa para cada um dos robôs;
    - a **linha a verde** tracejado representam a contribuição dos obstáculos para a dinâmica completa de cada robô;
    - a **linha azul escuro** representa a função potencial da contribuição dos obstáculos para cada um dos robôs;
    - a **linha a vermelho** tracejado indica a contribuição do alvo para a dinâmica global no caso do robô “*leader*”.

### 6.5.1 Simulação

Na figura 6.7 é mostrada uma simulação completa num ambiente com obstáculos estáticos e dinâmicos e sem troca de liderança. Os obstáculos dinâmicos são representados por dois robôs móveis,  $R3$  e  $R4$ . Nesta figura os alvos (“*targets*”) são representados por uma cruz. Os alvos dos três robôs, “*leader*”,  $R3$  e

$R4$  são “*target*”, “*target\_R3*” e “*target\_R4*”, respectivamente. Cada robô é representado por um círculo preto com uma linha azul clara, que representa a sua direcção de navegação.

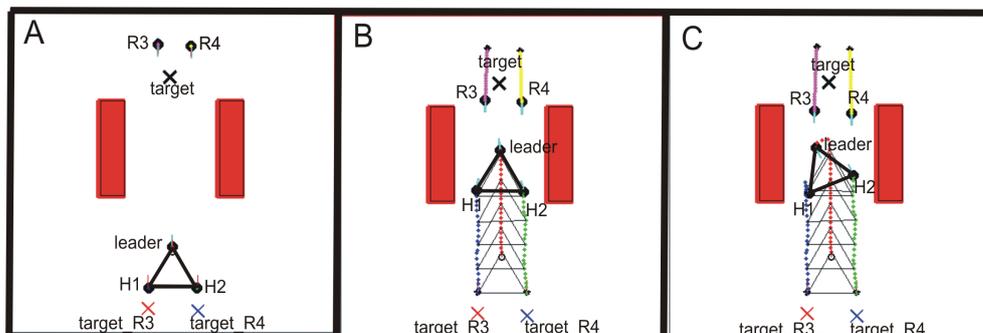


Figura 6.7: Instantes de uma simulação completa com obstáculos estáticos e dinâmicos.

Inicialmente os robôs são posicionados tal como ilustrado na figura 6.7-A. O robô “*leader*” move-se na direcção do seu alvo (“*target*”), entrando numa passagem entre dois obstáculos (figura 6.7-B) e os robôs  $H_1$  e  $H_2$  movimentam-se mantendo uma formação “*forward / backward*” com o robô “*leader*” e entre si. Os robôs  $R3$  e  $R4$  entram na mesma passagem para alcançar os respectivos alvos, isto é, “*target\_R3*” e “*target\_R4*”, respectivamente. Em seguida, o robô “*leader*” detecta os robôs  $R3$  e  $R4$  (figura 6.7-C). Esta situação força o robô “*leader*” a inverter a sua marcha e por conseguinte mudar o seu percurso por forma a evitar a colisão com os robôs  $R3$  e  $R4$ . Os robôs  $H_1$  e  $H_2$  mantêm uma formação “*forward / backward*” com o robô “*leader*” e entre si, enquanto recuam. Os outros dois robôs continuam a dirigir-se para os seus alvos.

O robô “*leader*” continua a sua tentativa de deixar a passagem onde se encontra (figura 6.7-D) enquanto que,  $H_1$  e  $H_2$  mantêm uma formação “*forward / backward*”. Os robôs deixam esta passagem e encontram um novo caminho na direcção do seu alvo (figura 6.7-E). Os robôs  $H_1$  e  $H_2$  mantêm uma formação “*turn*” com o robô “*leader*” e entre si. Finalmente todos os robôs alcançam os seus alvos e param (figura 6.7-F).

A dinâmica da direcção de navegação para os três robôs podem ser vistas

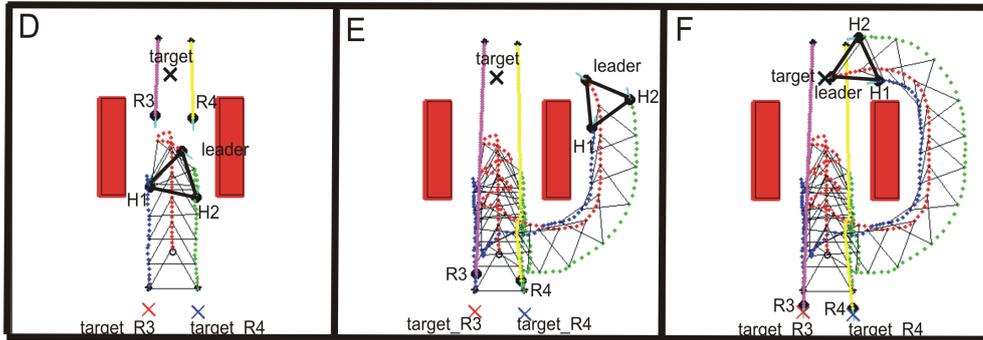


Figura 6.7 (cont.)

nas figuras 6.8 a 6.13 nas posições descritas nos instantes A a F da figura 6.7. A seta preta em cada gráfico da dinâmica indica a actual direcção de navegação de cada robô.

### Instante A (figura 6.8)

Painel A:

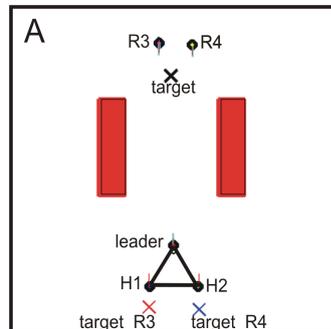


Figura 6.8: Instante A. Painel A.

O robô “*leader*” é colocado inicialmente apontando numa direcção aproximadamente de  $90^\circ$ . O robô  $H_1$  é inicialmente colocado à esquerda e o robô  $H_2$  à direita do robô “*leader*”, respectivamente. Os robôs  $H_1$  e  $H_2$  mantêm uma formação “*forward / backward*” com o robô “*leader*” e entre si. Podemos observar que o objecto, que é indicado pelo triângulo preto, se encontra a ser transportado. Os robôs  $R_3$  e  $R_4$  são colocados tal como ilustrado na figura 6.8, numa direcção aproximadamente de  $270^\circ$ .

## Painel B:

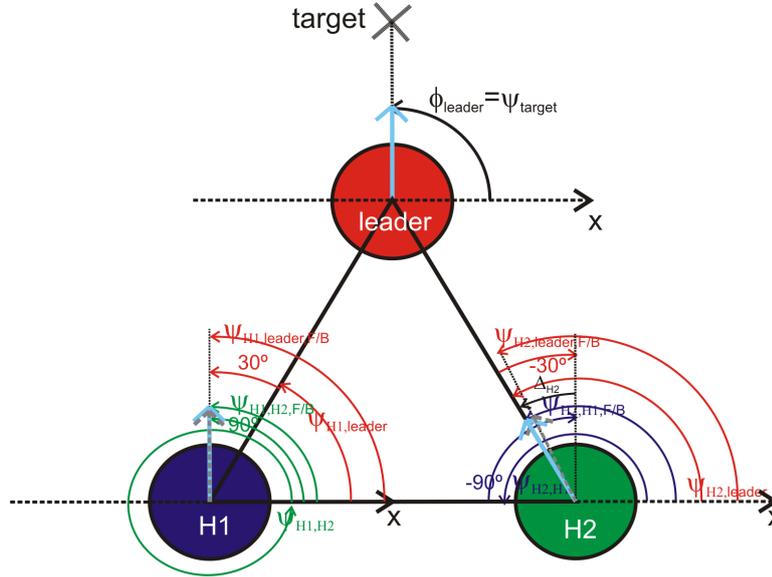


Figura 6.8 (cont.): Painel B.

Neste instante, o robô “*leader*” “vê” o alvo em relação a um eixo externo ( $x$ ) segundo uma direcção  $\psi_{target}$ , direcção essa que coincide com a sua direcção de navegação ( $\phi_{leader}$ ). Por sua vez, o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*”, em relação ao mesmo eixo, numa direcção  $\psi_{H_1,leader}$  e “vê” o robô  $H_2$  também em relação ao mesmo eixo, numa direcção  $\psi_{H_1,H_2}$ .  $\psi_{H_1,leader,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_1$  em relação ao robô “*leader*”, que resulta da soma de  $\psi_{H_1,leader}$  com uma constante  $30^\circ$  mais a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_1$ . Neste caso essa variação é igual a zero.  $\psi_{H_1,H_2,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_1$  em relação ao robô  $H_2$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_1,H_2}$  com uma constante  $90^\circ$ . O robô  $H_2$  “vê” o robô “*leader*”, em relação ao mesmo eixo, numa direcção  $\psi_{H_2,leader}$  e “vê” o robô  $H_1$  também em relação ao mesmo eixo, numa direcção  $\psi_{H_2,H_1}$ .  $\psi_{H_2,leader,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô “*leader*”, que resulta da soma de  $\psi_{H_2,leader}$  com uma constante  $-30^\circ$  mais a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_2$ .  $\psi_{H_2,H_1,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô  $H_1$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_2,H_1}$  com uma constante  $-90^\circ$  menos a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_2$ .

Painel C:

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô “*leader*” a dinâmica resultante,  $f_{leader}$ , é dada apenas pela contribuição do alvo  $f_{target,leader}$  ( $f_{leader} = f_{target,leader}$ ) porque este robô não detecta obstruções.

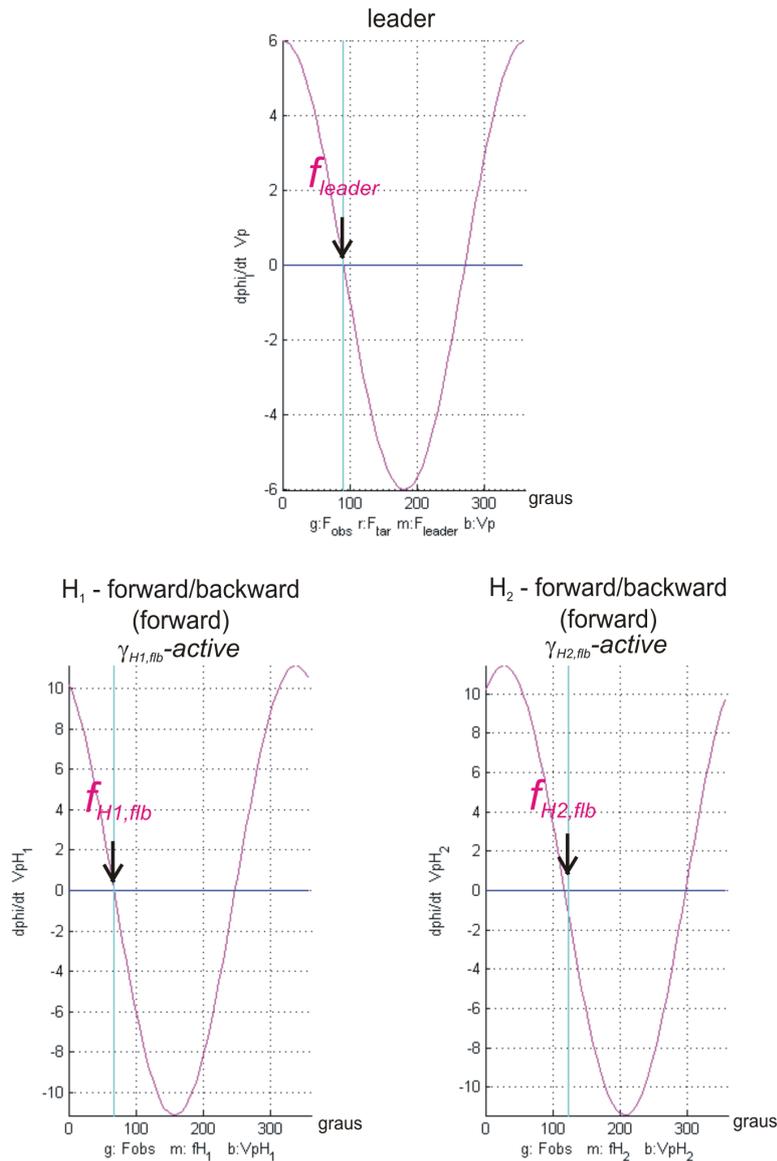


Figura 6.8 (cont.): Painel C.

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_1$ , podemos observar que este robô não detecta obstruções. A direcção de navegação do robô

$H_1$  está sobre o atractor da dinâmica resultante, assim sendo, no próximo instante o robô  $H_1$  irá manter a actual direcção de navegação. Podemos ainda observar que a diferença entre a direcção de navegação do robô “*leader*” e a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua posição actual é inferior a  $100^\circ$  e superior a  $300^\circ$ .

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_2$ , é possível ver que não são detectadas obstruções e que a sua direcção de navegação está quase sobre o atractor da dinâmica resultante. Assim sendo, no próximo instante este robô irá seguir este atractor. Podemos ainda observar, no gráfico da dinâmica de  $H_2$ , que a diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_2$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua posição actual e a direcção de navegação do robô “*leader*”, é inferior a  $60^\circ$  e superior a  $240^\circ$ .

Da análise da dinâmica da direcção de navegação dos robôs  $H_1$  e  $H_2$ , uma vez que,  $|\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| < 100^\circ$  e  $|\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| > 300^\circ$  e ainda que,  $|\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| < 60^\circ$  e  $|\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| > 240^\circ$ ,  $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) = 0$  e  $U_{obs,H_2}(\phi_{H_2}) = 0$ , então  $\alpha_{f_{H_1}} = 1$  e  $\alpha_{f_{H_2}} = 1$  (expressão (6.41)). Como  $\alpha_{f_{H_i}} = 1$ , logo os robôs  $H_1$  e  $H_2$  navegam para a frente. Além disso o facto de  $\alpha_{f_{H_i}} = 1$  implica que  $\gamma_{H_i,f/b} = 1$  (equação (6.40)). Isto significa que a dinâmica de cada um dos robôs  $H_1$  e  $H_2$  irá ser dominada pelo termo  $\gamma_{H_1,f/b} = 1$  e  $\gamma_{H_2,f/b} = 1$ , respectivamente.  $\gamma_{H_1,f/b} = 1$  implica que  $\gamma_{H_1,turn} = 0$  e  $\gamma_{H_1,column} = 0$  (expressão (6.15)).  $\gamma_{H_2,f/b} = 1$  implica que  $\gamma_{H_2,turn} = 0$  e  $\gamma_{H_2,column} = 0$  (equação (6.15)).

$\Delta_{H_1}$  é nulo, o que significa que o deslocamento do objecto medido na base de suporte do robô  $H_1$  é nulo. Uma vez que  $\Delta_{H_1} = 0$ , logo nas expressões (6.18) e (6.22) o termo  $R_{H_1}\Delta_{H_1} = 0$ .

$\Delta_{H_2}$  é negativo, o que significa que o robô  $H_2$  se encontra a uma distância superior à desejada. Como  $\alpha_{b_{H_2}} = 0$ , então  $R_{H_2} = -1$  (equação (6.20)). Assim sendo, o termo  $R_{H_2}\Delta_{H_2}$  é somado nas expressões (6.18) e (6.22).

### Instante B (figura 6.9)

Painel A:

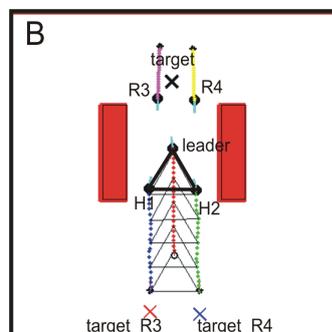


Figura 6.9: Instante A. Painel A.

O robô “*leader*” encontra-se dentro da passagem entre os dois obstáculos com a finalidade de alcançar o seu alvo, *target*. Os robôs  $H_1$  e  $H_2$  mantêm uma formação “*forward / backward*” com o robô “*leader*” e entre si. Os outros dois robôs,  $R_3$  e  $R_4$ , no intuito de se dirigirem para os respectivos alvos, entram na mesma passagem entre os dois obstáculos.

Painel B:

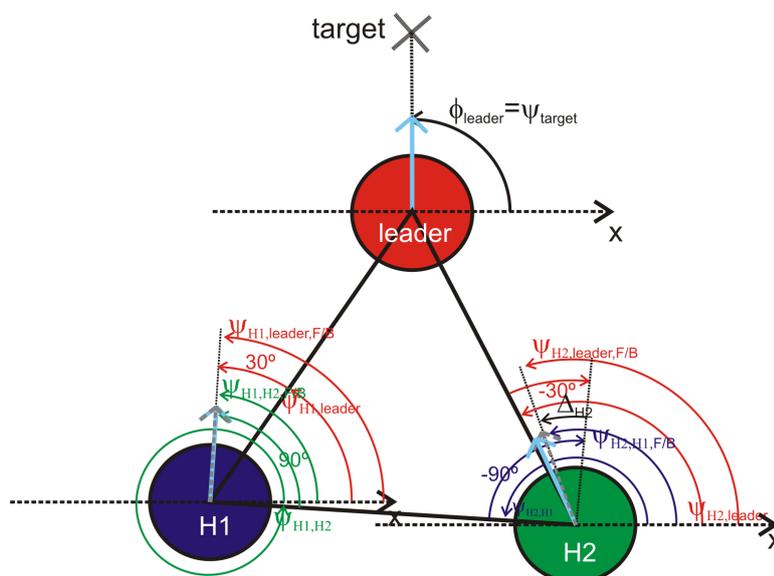


Figura 6.9 (cont.): Painel B.

Neste instante, o robô “*leader*” “vê” o alvo numa direcção  $\psi_{target}$ , direcção

essa que coincide com a sua direcção de navegação ( $\phi_{leader}$ ).  $\psi_{H_1,leader,f/b}$  é dado pela soma de  $\psi_{H_1,leader}$  com uma constante  $30^\circ$  mais a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_1$ , que neste caso é igual a zero.  $\psi_{H_1,H_2,f/b}$  é resulta da soma de  $\psi_{H_1,H_2}$  com uma constante  $90^\circ$ .  $\psi_{H_2,leader,f/b}$  resulta da soma de  $\psi_{H_2,leader}$  com uma constante  $-30^\circ$  mais a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_2$ .  $\psi_{H_2,H_1,f/b}$  é dada pela soma de  $\psi_{H_2,H_1}$  com uma constante  $-90^\circ$  menos a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_2$ .

#### Painel C:

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô “*leader*”, podemos ver que este robô detecta obstáculos,  $f_{obs,leader}$ . Assim sendo a dinâmica resultante,  $f_{leader}$ , é dada pela soma de  $f_{obs,leader}$ , com  $f_{target,leader}$ . A actual direcção de navegação intercepta a função potencial em valores positivos ( $U_{obs,leader}(\phi_{leader}) > 0$ ) o que significa que a sua direcção de navegação está sob a influência de uma região repulsiva criada pela presença de uma obstrução. Obstrução essa que está localizada do lado direito uma vez que  $f_{obs,leader}$  é interceptada pela actual direcção de navegação em valores positivos ( $f_{obs,leader}(\phi_{leader}) > 0$ ). A actual direcção de navegação está muito próxima do atractor da dinâmica resultante. Assim o robô “*leader*”, no próximo instante, irá seguir este atractor da dinâmica resultante.

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_1$ , podemos observar que este robô detecta obstáculos ( $f_{obs,H_1}$ ). A obstrução detectada localiza-se do lado esquerdo do robô, uma vez que  $\phi_{H_1}$  intercepta  $f_{obs,H_1}$  em valores negativos ( $f_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) < 0$ ).  $U_{obs,H_1}$  é interceptada por  $\phi_{H_1}$  em valores positivos, o que significa que  $\phi_{H_1}$  está dentro de uma região fortemente repulsiva criada pela presença da obstrução detectada.  $\phi_{H_1}$  está muito próxima do atractor da dinâmica resultante, assim sendo, no próximo instante o robô irá seguir este atractor. É possível ainda observar que  $|\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| < 100^\circ$  e  $|\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| > 300^\circ$ .

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_2$ , podemos averi-

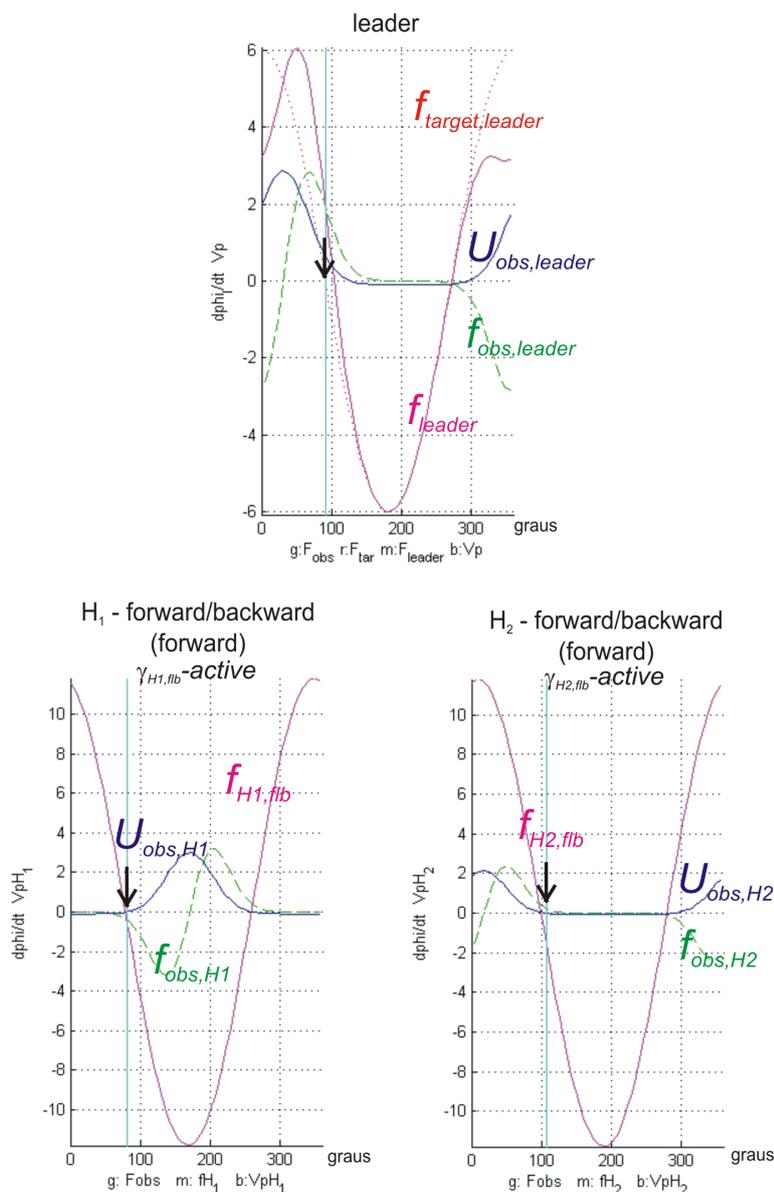


Figura 6.9 (cont.): Painele C.

gar que este robô detecta obstáculos ( $f_{obs,H_2}$ ). A obstrução detectada localiza-se do lado direito do robô uma vez que  $\phi_{H_2}$  intercepta  $f_{obs,H_2}$  em valores positivos.  $\phi_{H_2}$  está dentro de uma região fortemente repulsiva criada pela presença de um obstáculo uma vez que  $\phi_{H_2}$  intercepta  $U_{obs,H_2}$  em valores positivos. Podemos ainda constatar que  $\phi_{H_2}$  está muito próxima do atrator da dinâmica resultante, assim sendo, no próximo instante o robô irá seguir este atrator. Por fim podemos ver

ainda que  $|\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| < 60^\circ$  e  $|\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| > 240^\circ$ .

Da análise da dinâmica da direcção de navegação de cada um dos robôs,  $H_1$  e  $H_2$ , podemos concluir que estes robôs se encontram numa formação “*forward / backward*” com o robô “*leader*” e entre si. A formação é “*forward / backward*”, uma vez que,  $|\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| < 100^\circ$  e  $|\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| > 300^\circ$ ,  $|\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| < 60^\circ$  e  $|\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| > 240^\circ$ ,  $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$  e  $U_{obs,H_2}(\phi_{H_2}) > 0$ , o que faz com que  $\alpha_{f_{H_i}}$  (equação (6.41)) toma o valor 1 e assim  $\alpha_{f_{H_1}} = 1$  e  $\alpha_{f_{H_2}} = 1$ . Isto significa que os robôs navegam para a frente. Como  $\alpha_{f_{H_1}} = 1$  e  $\alpha_{f_{H_2}} = 1$ , logo na expressão (6.40)  $\gamma_{H_i,f/b} = 1$  ( $\gamma_{H_1,f/b} = 1$  e  $\gamma_{H_2,f/b} = 1$ ). Assim sendo a dinâmica de cada um dos robôs,  $H_1$  e  $H_2$ , são dominadas pelos termos  $\gamma_{H_1,f/b} = 1$  e  $\gamma_{H_2,f/b} = 1$ . Assim para o robô  $H_1$ ,  $\gamma_{H_1,f/b} = 1$  e  $\gamma_{H_1,turn} = 0$  e  $\gamma_{H_1,column} = 0$  e para o robô  $H_2$ ,  $\gamma_{H_2,f/b} = 1$  e  $\gamma_{H_2,turn} = 0$  e  $\gamma_{H_2,column} = 0$  (equação (6.15)).

$\Delta_{H_1}$  é igual a zero, o que significa que o deslocamento do objecto, medido na base de suporte do robô  $H_1$  é nulo. Assim nas expressões (6.18) e (6.22) o termo  $R_{H_1}\Delta_{H_1} = 0$ .

$\Delta_{H_2}$  é negativo, o que significa que o robô  $H_2$  se encontra a uma distância superior à desejada. Como  $\alpha_{b_{H_2}} = 0$ , então  $R_{H_2} = -1$  (expressão (6.20)). Assim sendo, o termo  $R_{H_2}\Delta_{H_2}$  é somado nas expressões (6.18) e (6.22).

### Instante C (figura 6.10)

#### Painel A:

O robô “*leader*” ao detectar os robôs  $R3$  e  $R4$  à sua frente inverte a sua marcha. Os robôs  $H_1$  e  $H_2$  ao detectarem que o robô “*leader*” inverteu a sua marcha recuam mantendo com este e entre si, uma formação “*forward / backward*”.

#### Painel B:

Neste instante, o robô “*leader*” “vê” o alvo segundo uma direcção  $\psi_{target}$ , que não coincide com a sua direcção de navegação ( $\phi_{leader}$ ).  $\psi_{H_1,leader,f/b}$  é a

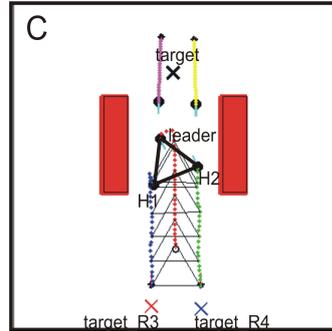


Figura 6.10: Instante A. Painel A.

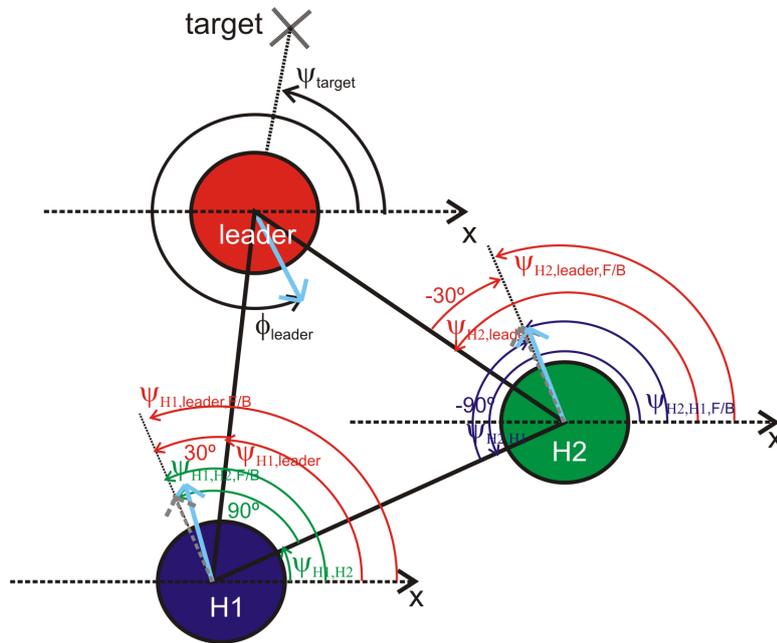


Figura 6.10 (cont.): Painel B.

direcção desejada do robô  $H_1$  em relação ao robô “*leader*”, que resulta da soma de  $\psi_{H_1,leader}$  com uma constante  $30^\circ$  mais a variação do objecto,  $\Delta_{H_1}$ , que neste caso é igual a zero.  $\psi_{H_1,H_2,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_1$  em relação ao robô  $H_2$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_1,H_2}$  com uma constante  $90^\circ$ .  $\psi_{H_2,leader,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô “*leader*”, que resulta da soma de  $\psi_{H_2,leader}$  com uma constante  $-30^\circ$  mais a variação do objecto,  $\Delta_{H_2}$ , que neste caso tal como para o robô  $H_1$ , também é igual a zero.  $\psi_{H_2,H_1,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô  $H_1$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_2,H_1}$  com

uma constante  $-90^\circ$ .

Painel C:

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô “*leader*”, a direcção de navegação do robô “*leader*” não está sobre o atractor da dinâmica resultante. Este robô detecta obstáculos, daí a presença de  $f_{obs,leader}$ . A dinâmica da direcção de navegação é dada pela soma de  $f_{obs,leader}$  com  $f_{target,leader}$ . A direcção onde está localizado o atractor resultante está situada numa direcção inferior, pelo que no próximo instante o robô irá virar à direita.

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_1$ , é possível observar que este robô detecta uma obstrução ( $f_{obs,H_1}$ ) e que essa obstrução está localizada do seu lado esquerdo, uma vez que  $\phi_{H_1}$  intercepta  $f_{obs,H_1}$  em valores negativos.  $\phi_{H_1}$  intercepta  $U_{obs,H_1}$  em valores positivos o que significa que  $\phi_{H_1}$  está dentro de uma região fortemente repulsiva criada pela presença da obstrução detectada. Podemos ainda observar que  $100^\circ \leq |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| \leq 300^\circ$ . A direcção de navegação,  $\phi_{H_1}$ , está muito próxima do atractor da dinâmica resultante, assim sendo, o robô no próximo instante irá seguir este atractor.

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_2$ , é possível constatar que são detectadas obstruções, daí a presença de  $f_{obs,H_2}$ . As obstruções detectadas estão localizadas do lado direito do robô uma vez que  $\phi_{H_2}$  intercepta  $f_{obs,H_2}$  em valores positivos.  $U_{obs,H_2}$  é interceptada por  $\phi_{H_2}$  num valor nulo, o que significa que  $\phi_{H_2}$  não está dentro de uma região fortemente repulsiva criada pela presença da obstrução detectada. Podemos ainda constatar que  $60^\circ \leq |\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| \leq 240^\circ$ . A direcção de navegação está muito próxima do atractor da dinâmica resultante, assim sendo, no próximo instante o robô irá seguir este atractor.

Da análise da dinâmica da direcção de navegação de cada um dos robôs,  $H_1$  e  $H_2$  podemos concluir que  $100^\circ \leq |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| \leq 300^\circ$  e  $60^\circ \leq |\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| \leq 240^\circ$ , o que significa que  $\alpha_{b_{H_1}} = 1$  e que  $\alpha_{b_{H_2}} = 1$  (equação

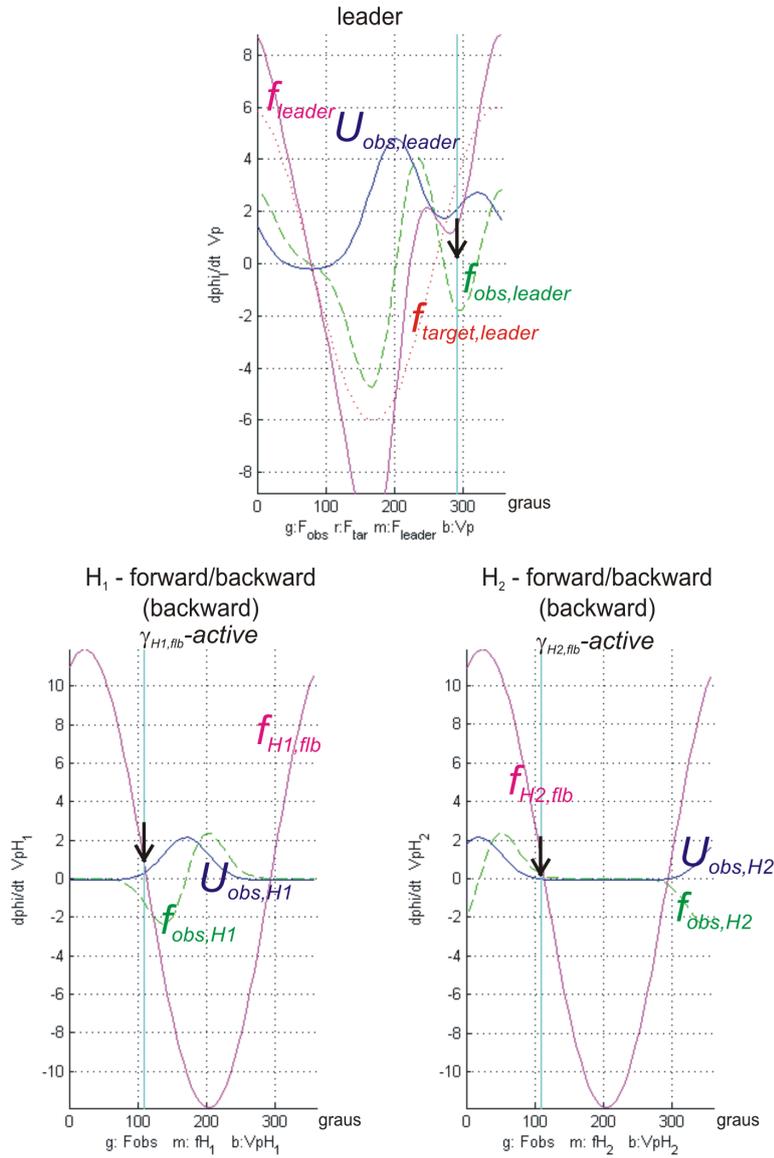


Figura 6.10 (cont.): Painel C.

(6.42)). Como  $\alpha_{b_{H_i}} = 1$ , logo  $\gamma_{H_i,f/b}$  toma o valor 1 ( $\gamma_{H_1,f/b} = 1$  e  $\gamma_{H_2,f/b} = 1$ ) (expressão (6.40)) e assim os robôs  $H_1$  e  $H_2$  irão recuar. Como  $\gamma_{H_i,f/b} = 1$ , então a dinâmica de cada um dos robôs é dominada por este termo, logo para o robô  $H_1$   $\gamma_{H_1,f/b} = 1$  e  $\gamma_{H_1,turn} = 0$  e  $\gamma_{H_1,column} = 0$  e para o robô  $H_2$ ,  $\gamma_{H_2,f/b} = 1$  e  $\gamma_{H_2,turn} = 0$  e  $\gamma_{H_2,column} = 0$  (expressão (6.15)).

$\Delta_{H_1}$  é igual a zero, o que significa que o deslocamento do objecto é nulo.

Assim o termo  $R_{H_1} \Delta_{H_1}$  nas expressões (6.18) e (6.22) é nulo.

$\Delta_{H_2}$  é nulo, logo  $R_{H_2} \Delta_{H_2}$  nas expressões (6.18) e (6.22) também é nulo.

### Instante D (figura 6.11)

Painel A:

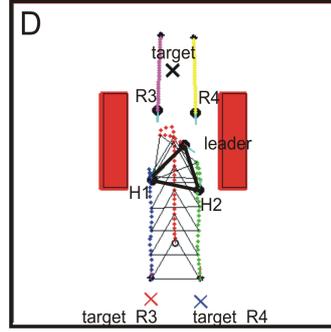


Figura 6.11: Instante A. Painel A.

O robô “*leader*” continua à procura de uma saída da passagem entre os dois obstáculos em que se encontra, enquanto que os robôs  $H_1$  e  $H_2$  continuam a recuar mantendo uma formação “*forward / backward*”. Os robôs  $R3$  e  $R4$  continuam a sua marcha através da mesma passagem entre os dois obstáculos no intuito de alcançar os respectivos alvos.

Painel B:

Neste instante, o robô “*leader*” “vê” o alvo numa direcção  $\psi_{target}$ , que não coincide com a sua direcção de navegação ( $\phi_{leader}$ ).  $\psi_{H_1,leader,f/b}$ , resulta da soma de  $\psi_{H_1,leader}$ , isto é, da direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*”, com uma constante  $30^\circ$  mais a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_1$ ,  $\Delta_{H_1}$ .  $\psi_{H_1,H_2,f/b}$ , resulta da soma de  $\psi_{H_1,H_2}$ , isto é, da direcção segundo a qual o robô  $H_2$  “vê” o robô “*leader*”, com uma constante  $90^\circ$  mais a variação  $\Delta_{H_1}$ .  $\psi_{H_2,leader,f/b}$ , resulta da soma de  $\psi_{H_2,leader}$  com uma constante  $-30^\circ$  mais a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_2$ , que neste caso é igual a zero.  $\psi_{H_2,H_1,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô  $H_1$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_2,H_1}$  com uma constante  $-90^\circ$ .

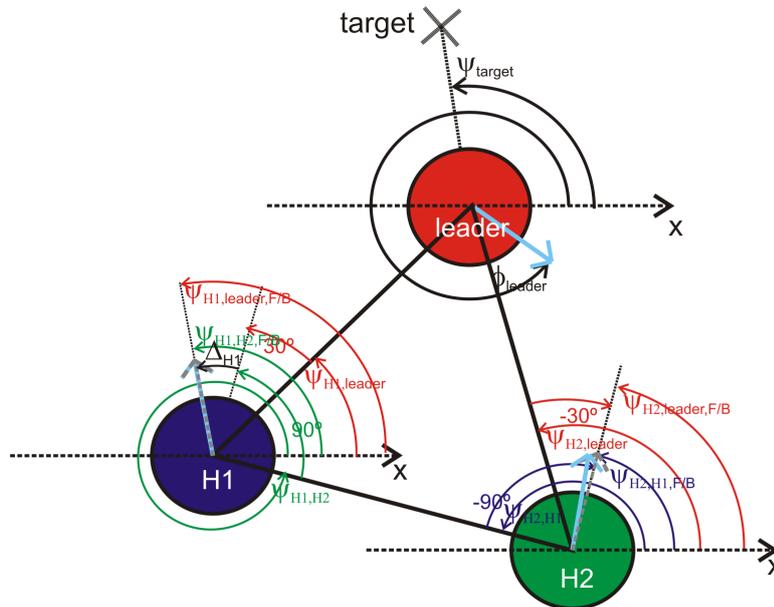


Figura 6.11 (cont.): Painel B.

Painel C:

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô “*leader*”, a direcção de navegação do robô “*leader*” não está próxima do atractor da dinâmica resultante. Este robô detecta obstáculos, daí a presença de  $f_{obs,leader}$ . Assim sendo, a dinâmica da direcção de navegação é dada pela soma de  $f_{obs,leader}$  com  $f_{target,leader}$ .  $\phi_{leader}$  intercepta  $f_{obs,leader}$  em valores negativos o que significa que o robô detecta obstruções do seu lado esquerdo.  $U_{obs,leader}$  é interceptada por  $\phi_{leader}$  em valores positivos o que significa que  $\phi_{leader}$  está dentro de uma região fortemente repulsiva criada pela presença de uma obstrução.

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_1$ , é possível observar que este robô detecta obstruções, daí a presença de  $f_{obs,H_1}$ . As obstruções detectadas estão localizadas do lado esquerdo do robô uma vez que  $\phi_{H_1}$  intercepta  $f_{obs,H_1}$  em valores negativos.  $U_{obs,H_1}$  é interceptada por  $\phi_{H_1}$  em valores positivos o que significa que  $\phi_{H_1}$  está dentro de uma região fortemente repulsiva. Podemos observar também que  $100^\circ \leq |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| \leq 300^\circ$ . A direcção de navegação do robô  $H_1$  está muito próxima do atractor da dinâmica resultante

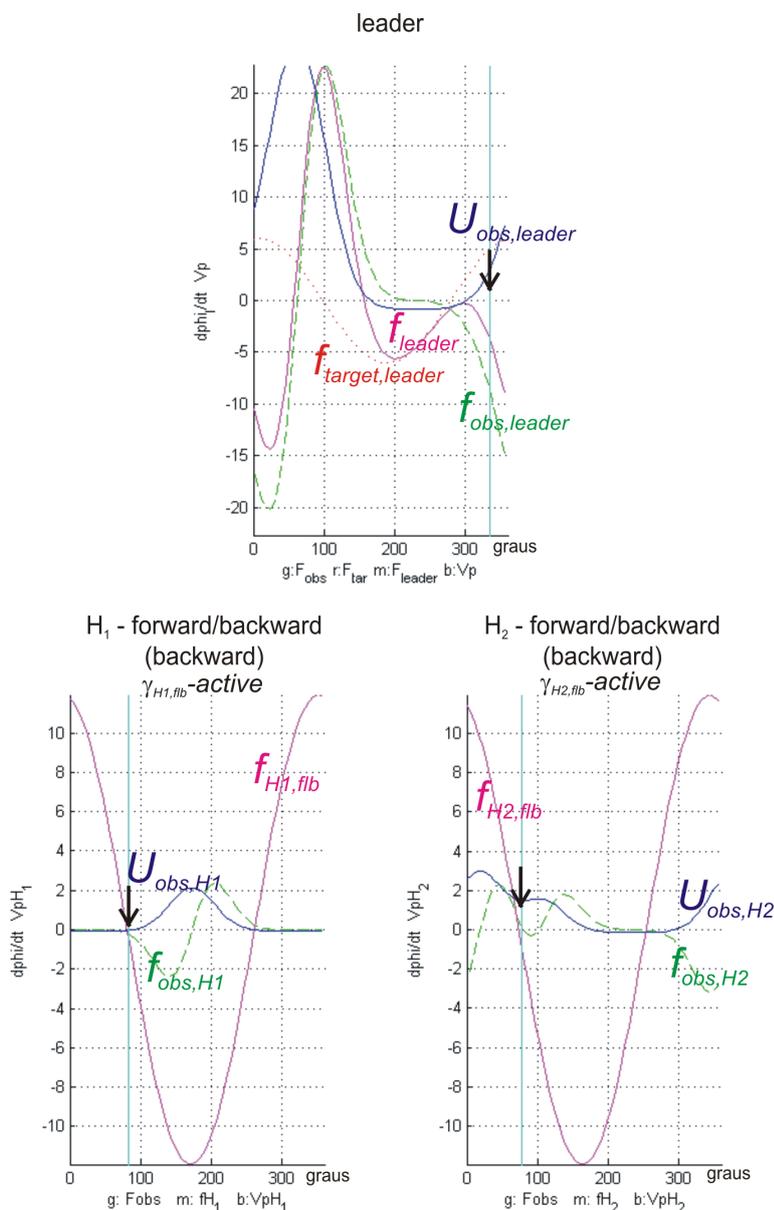


Figura 6.11 (cont.): Painel C.

o que significa que no próximo instante o robô irá seguir este atrator.

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_2$ , é possível observar que este robô detecta obstáculos,  $f_{obs,H_2}$ .  $\phi_{H_2}$  intercepta a função  $f_{obs,H_2}$  num valor nulo, neste caso um repulsor. Assim sendo no próximo instante o robô irá "fugir" desta direcção, caso contrário colide com o obstáculo detectado.  $\phi_{H_2}$  está sobre a influência de uma região fortemente repulsiva criada pela presença de

um obstáculo, uma vez que  $\phi_{H_2}$  intercepta  $U_{obs,H_2}$  em valores positivos. Podemos ainda observar que  $60^\circ \leq |\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| \leq 240^\circ$ .

Da análise da dinâmica da direcção de navegação dos robôs  $H_1$  e  $H_2$  podemos concluir que como  $100^\circ \leq |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| \leq 300^\circ$  e  $60^\circ \leq |\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| \leq 240^\circ$ ,  $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$  e  $U_{obs,H_2}(\phi_{H_2}) > 0$ ,  $\alpha_{b_{H_i}}$  (equação (6.42)) toma o valor 1 ( $\alpha_{b_{H_1}} = 1$  e  $\alpha_{b_{H_2}} = 1$ ), logo os robôs  $H_1$  e  $H_2$  irão recuar. Como  $\alpha_{b_{H_i}} = 1$  logo  $\gamma_{H_i,f/b}$  (expressão (6.40)) também toma o valor 1 ( $\gamma_{H_1,f/b} = 1$  e  $\gamma_{H_2,f/b} = 1$ ). Como  $\gamma_{H_i,f/b} = 1$ , então a dinâmica de cada um dos robôs é dominada por este termo, logo para o robô  $H_1$ ,  $\gamma_{H_1,f/b} = 1$  e  $\gamma_{H_1,turn} = 0$  e  $\gamma_{H_1,column} = 0$  e para o robô  $H_2$ ,  $\gamma_{H_2,f/b} = 1$  e  $\gamma_{H_2,turn} = 0$  e  $\gamma_{H_2,column} = 0$  (equação (6.15)).

$\Delta_{H_1}$  é negativo, o que significa que o robô  $H_1$  se encontra a uma distância superior à desejada. Como  $\alpha_{b_{H_1}} = 1$ , então  $R_{H_1} = -1$  (expressão (6.20)). Assim sendo, o termo  $R_{H_1}\Delta_{H_1}$  é somado nas expressões (6.18) e (6.22).

$\Delta_{H_2}$  é igual a zero, o que significa que o deslocamento do objecto, medido na base de suporte do robô  $H_2$  é nulo. Assim nas expressões (6.18) e (6.22) o termo  $R_{H_2}\Delta_{H_2}$  é igual a zero.

### Instante E (figura 6.12)

Painel A:

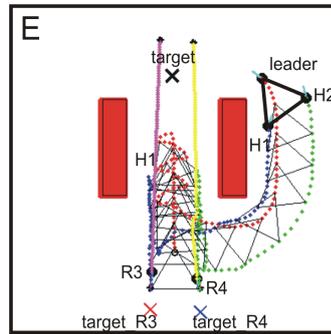


Figura 6.12: Instante A. Painel A.

O robô “*leader*” conseguiu sair da passagem onde se encontrava e encontra-se a dirigir-se para o alvo por outro percurso. Neste instante o robô “*leader*”

encontra-se a contornar um obstáculo, localizado à sua esquerda, para alcançar o seu alvo, *target*. Os robôs  $H_1$  e  $H_2$  acompanham o robô “*leader*” virando à direita, para evitar a colisão com o obstáculo localizado à sua esquerda, mantendo uma formação “*turn*” com o robô “*leader*” e entre si. Os robôs  $R_3$  e  $R_4$  já se encontram fora da passagem entre os dois obstáculos e dirigem-se para os seus alvos, *target\_R3* e *target\_R4*, respectivamente.

Painel B:

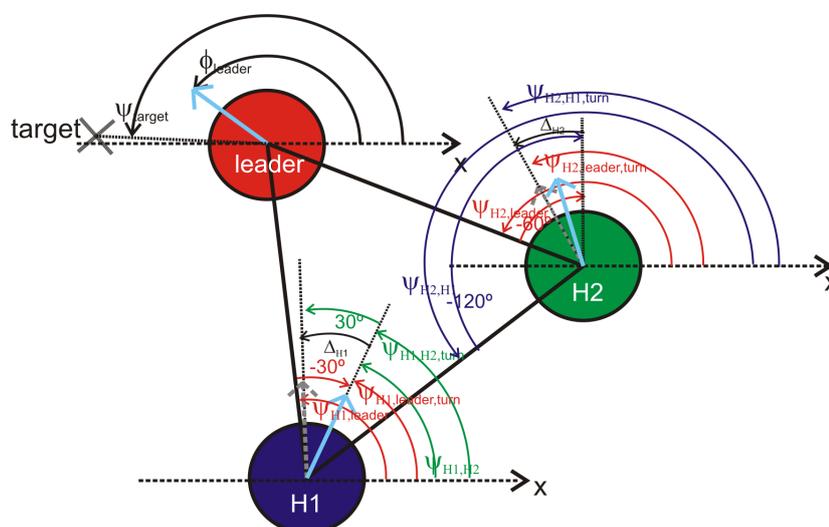


Figura 6.12 (cont.): Painel B.

O alvo segundo a localização do robô “*leader*” é visto numa direcção  $\psi_{target}$ , que não coincide com a sua direcção de navegação ( $\phi_{leader}$ ).  $\psi_{H_1,leader,turn}$ , resulta da soma de  $\psi_{H_1,leader}$  com uma constante  $-30^\circ$  mais a variação do objecto,  $\Delta_{H_1}$ .  $\psi_{H_1,H_2,turn}$ , é dado pela soma de  $\psi_{H_1,H_2}$  com uma constante  $30^\circ$  mais a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_1$ .  $\psi_{H_2,leader,turn}$ , resulta da soma de  $\psi_{H_2,leader}$  com uma constante  $-60^\circ$  menos a variação do objecto,  $\Delta_{H_2}$ .  $\psi_{H_2,H_1,turn}$ , é dado pela soma de  $\psi_{H_2,H_1}$  com uma constante  $-120^\circ$  mais a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_2$ .

Painel C:

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô “*leader*”, podemos

ver que a contribuição dos obstáculos,  $f_{obs,leader}$ , está presente. Assim sendo, a dinâmica resultante é dada pela soma de  $f_{target,leader}$  com  $f_{obs,leader}$ . A direcção de navegação do robô “*leader*” está muito próxima do atractor da dinâmica resultante. Assim sendo, o robô no próximo instante irá seguir este atractor. A actual direcção de navegação não coincide com a direcção em que está localizado o alvo. A actual direcção de navegação intercepta a função potencial,  $U_{obs,leader}$ , em valores positivos, o que significa que a sua direcção de navegação está dentro de uma região fortemente repulsiva criada pela presença de obstáculos. Pelo facto da direcção de navegação interceptar  $f_{obs,leader}$  em valores negativos significa que a obstrução detectada localiza-se à esquerda do robô.

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_1$ , podemos ver que este robô detecta obstáculos, daí a presença de  $f_{obs,H_1}$ .  $f_{obs,H_1}$  é interceptada por  $\phi_{H_1}$  em valores negativos ( $f_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) < 0$ ), o que significa que os obstáculos detectados se localizam à esquerda do robô.  $\phi_{H_1}$  intercepta a função potencial,  $U_{obs,H_1}$ , em valores positivos ( $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$ ), o que significa que  $\phi_{H_1}$  está sobre a influência de uma região fortemente repulsiva criada pela presença de obstáculos.  $\phi_{H_1}$  não está sobre o atractor da dinâmica resultante, assim sendo no próximo instante o robô  $H_1$  irá seguir este atractor.

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_2$ , podemos ver que este robô não detecta obstruções.  $\phi_{H_2}$  está muito próxima do atractor da dinâmica resultante, o que significa que no próximo instante o robô irá seguir este atractor.

Da análise da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_1$  e do robô  $H_2$  concluímos que  $U_{obs,H_1}$  é interceptada por  $\phi_{H_1}$  em valores positivos ( $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$ ), que  $U_{obs,H_2}$  é igual a zero ( $U_{obs,H_2}(\phi_{H_2}) = 0$ ), que  $f_{obs,H_1}$  é interceptada por  $\phi_{H_1}$  em valores negativos ( $f_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) < 0$ ) e ainda que  $|\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| > 5^\circ$ . Estas condições fazem com que  $\alpha_{tr_{H_1}}$  e  $\alpha_{tr_{H_2}}$  tomem o valor 1 (equação (6.43)). Isto significa que os robôs  $H_1$  e  $H_2$  irão virar à direita. Uma vez que  $\alpha_{tr_{H_i}} = 1$  então  $\gamma_{H_1,turn}$  e  $\gamma_{H_2,turn}$  também tomam o valor 1 (expressão (6.45)), o que significa

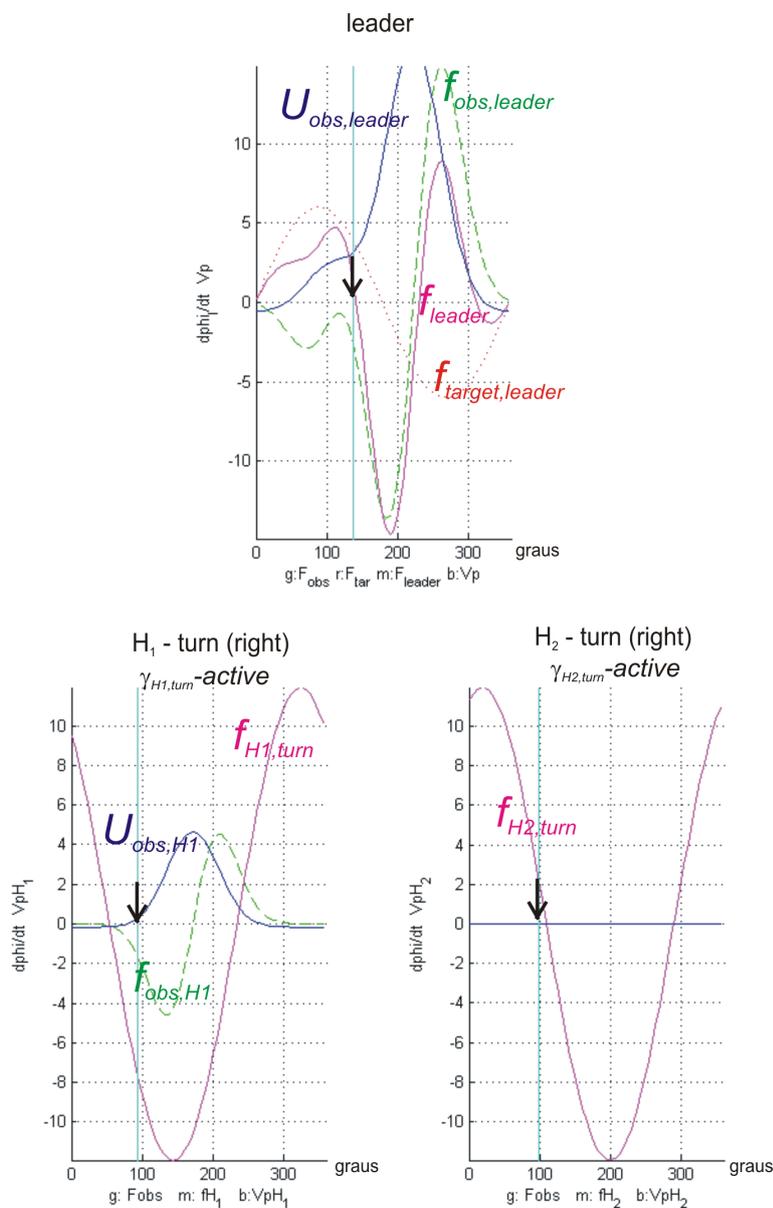


Figura 6.12 (cont.): Paineil C.

que  $H_1$  e  $H_2$  mantêm uma formação “turn” com o robô “leader” e entre si. Assim sendo a dinâmica final de cada um dos robôs  $H_1$  e  $H_2$  são dominadas pelos termos  $\gamma_{H_1,turn}$  e  $\gamma_{H_2,turn}$ , respectivamente. Logo para o robô  $H_1$  temos que  $\gamma_{H_1,f/b} = 0$  e  $\gamma_{H_1,turn} = 1$  e  $\gamma_{H_1,column} = 0$  e para o robô  $H_2$ ,  $\gamma_{H_2,f/b} = 0$  e  $\gamma_{H_2,turn} = 1$  e  $\gamma_{H_2,column} = 0$  (equação (6.15)).

$\Delta_{H_1}$  é maior que zero.  $R_{H_1}$  toma o valor 1 (expressão (6.24)). Como  $\alpha_{tl_{H_1}}$  toma o valor zero, logo  $\delta_{turn,H_1,leader}$  é igual a  $-\Delta\psi_{H_1,leader,turn\ right}$  (equação (6.25)).  $\Delta\psi_{H_1,leader,turn\ right}$  é igual a  $30^\circ$  (expressão (6.27)).  $\delta_{turn,H_1,H_2}$  é igual a  $\Delta\psi_{H_1,H_2,turn\ right}$  uma vez que  $R_{H_1}$  é igual a 1 e  $\alpha_{tl_{H_1}} = 0$ .  $\Delta\psi_{H_1,H_2,turn\ right}$  é igual a  $30^\circ$  (equação (6.31)).

$\Delta_{H_2}$  é negativo.  $R_{H_2}$  toma o valor  $-1$  (expressão (6.24)). Como  $\alpha_{tl_{H_2}}$  toma o valor zero, logo  $\delta_{turn,H_2,leader}$  é igual a  $-\Delta\psi_{H_2,leader,turn\ right}$  (equação (6.25)).  $\Delta\psi_{H_2,leader,turn\ right}$  é igual a  $60^\circ$  (expressão (6.27)).  $\delta_{turn,H_2,H_1}$  é igual a  $-\Delta\psi_{H_2,H_1,turn\ right}$  que por sua vez é igual a  $120^\circ$  (equação (6.31)).

### Instante F (figura 6.13)

#### Painel A:

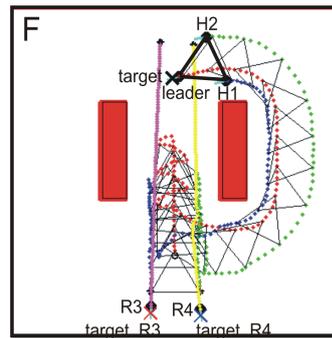


Figura 6.13: Instante A. Painel A.

O robô “*leader*” finalmente atinge o seu alvo e pára. Os robôs,  $H_1$  e  $H_2$ , ao detectarem que o robô “*leader*” parou detêm igualmente a sua marcha. Os outros dois robôs,  $R_3$  e  $R_4$ , também alcançam os seus alvos e param.

#### Painel B:

Neste instante, a direcção de navegação do robô “*leader*” coincide com a direcção onde está localizado o alvo. Quanto aos outros dois robôs,  $H_1$  e  $H_2$ , estes encontram-se numa formação “*forward / backward*” com o robô “*leader*” e entre si.

#### Painel C:

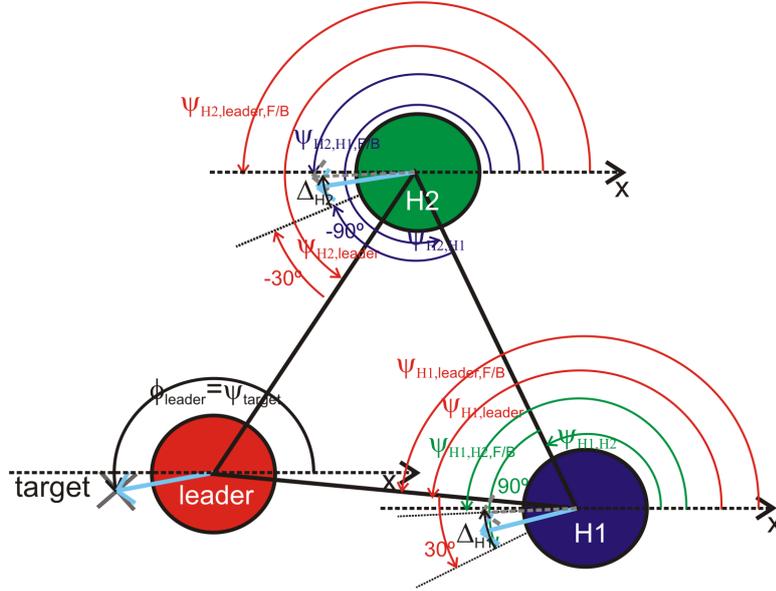


Figura 6.13 (cont.): Painel B.

No gráfico da dinâmica do robô “*leader*”, podemos ver que a direcção de navegação do robô está relaxada sobre o atractor da dinâmica resultante.

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_1$ , é possível ver que este robô detecta obstruções ( $f_{obs,H_1}$ ). A obstrução detectada está localizada do lado esquerdo do robô uma vez que  $f_{obs,H_1}$  é interceptada por  $\phi_{H_1}$  em valores negativos ( $f_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) < 0$ ).  $\phi_{H_1}$  intercepta  $U_{obs,H_1}$  num valor nulo, o que significa que  $\phi_{H_1}$  está sobre a influência de uma região de fraca repulsão criada pela presença da obstrução detectada. Podemos ainda observar que  $|\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| \leq 100^\circ$  e  $|\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| \geq 300^\circ$ . A direcção de navegação,  $\phi_{H_1}$ , não está sobre o atractor da dinâmica resultante.

No gráfico da dinâmica da direcção de navegação do robô  $H_2$ , é possível constatar que este robô não detecta obstruções (ausência de  $f_{obs,H_2}$  e de  $U_{obs,H_2}$ ) e que a sua direcção de navegação também não se encontra sobre o atractor. Finalmente podemos observar que  $|\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| \leq 60^\circ$  e  $|\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| \geq 240^\circ$ .

Da análise das dinâmicas da direcção de navegação de cada um dos robôs, e uma vez que a diferença  $|\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| \leq 100^\circ$  e que a mesma dife-

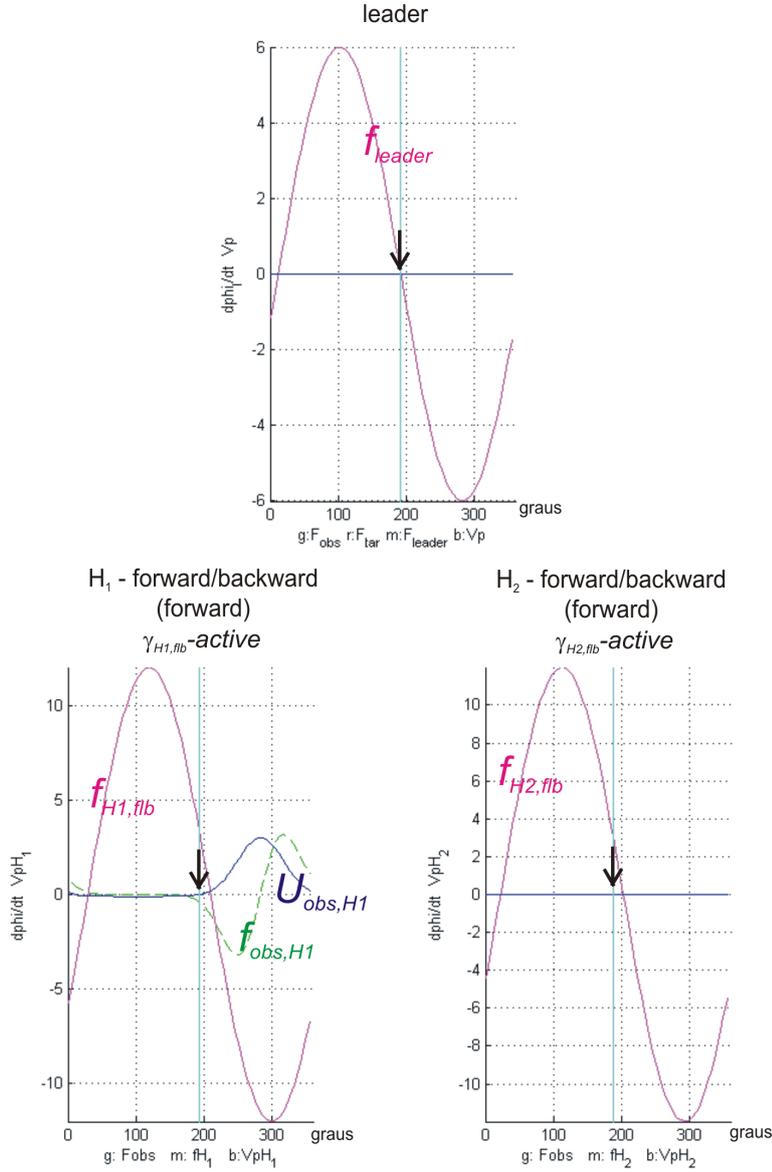


Figura 6.13 (cont.): Pannel C.

rença  $|\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| \geq 300^\circ$  e que  $|\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| \leq 60^\circ$  e ainda que  $|\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| \geq 240^\circ$ ,  $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) = 0$  e que  $U_{obs,H_2}(\phi_{H_2}) = 0$ , então  $\alpha_{f_{H_1}} = 1$  e  $\alpha_{f_{H_2}} = 1$  (expressão (6.42)). O facto de  $\alpha_{f_{H_1}} = 1$  e  $\alpha_{f_{H_2}} = 1$ , significa que os robôs  $H_1$  e  $H_2$  navegam em frente. Como  $\alpha_{f_{H_i}} = 1$  logo a dinâmica para os robôs  $H_1$  e  $H_2$  é dominada pelo termo  $\gamma_{H_1,f/b}$  e  $\gamma_{H_2,f/b}$ , respectivamente. Assim sendo, para  $H_1$ , temos que,  $\gamma_{H_1,f/b} = 1$ ,  $\gamma_{H_1,turn} = 0$  e  $\gamma_{H_1,column} = 0$ , e para  $H_2$ ,

$\gamma_{H_2,f/b} = 1$ ,  $\gamma_{H_2,turn} = 0$  e  $\gamma_{H_2,column} = 0$  (equação (6.15)).

$\Delta_{H_1}$  é negativo, o que significa que o robô  $H_1$  se encontra a uma distância superior à desejada. Como  $\alpha_{b_{H_1}} = 0$ , então  $R_{H_1} = 1$  (expressão (6.20)). Assim sendo, o termo  $R_{H_1}\Delta_{H_1}$  é subtraído nas expressões (6.18) e (6.22).

$\Delta_{H_2}$  é positivo, o que significa que o robô  $H_1$  se encontra a uma distância inferior à desejada. Como  $\alpha_{b_{H_2}} = 0$ , então  $R_{H_1} = -1$  (equação (6.20)). Assim sendo, o termo  $R_{H_2}\Delta_{H_2}$  é subtraído nas expressões (6.18) e (6.22).

## 6.5.2 Outras simulações

Aqui são apresentadas, não tão exhaustivamente como na subsecção anterior, mais simulações em diferentes ambientes, com obstáculos estáticos e dinâmicos, com e sem a funcionalidade *troca de liderança*.

### Ambiente 1: mundo bastante congestionado

Na figura 6.14 são mostrados alguns instantes de uma simulação onde estão presentes apenas obstáculos estáticos mas o ambiente é muito congestionado.

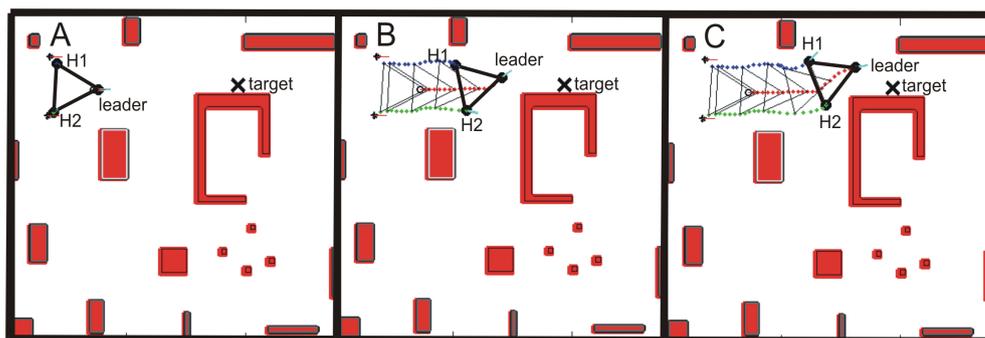


Figura 6.14: Instantes de uma simulação completa com obstáculos estáticos.

Inicialmente os robôs são posicionados tal como ilustrado na figura 6.14-A. No instante B (figura 6.14-B) os robôs “helpers” ( $H_1$  e  $H_2$ ) encontram-se numa formação “turn” de modo a evitar o obstáculo localizado à esquerda do robô  $H_1$ . De seguida o robô  $H_2$  depara com um obstáculo à sua direita o que obriga a que

os robôs “*helpers*” a virarem à esquerda. O robô “*leader*” continua a sua marcha em direcção ao seu alvo (*target*) (figura 6.14-C).

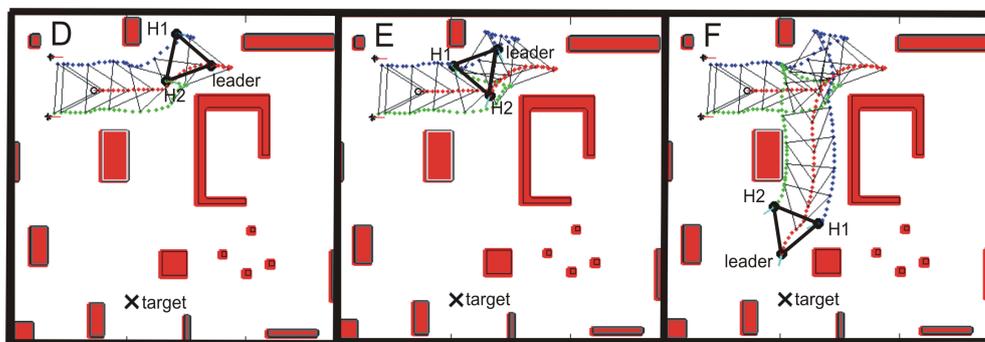


Figura 6.14 (cont.)

No instante D (figura 6.14-D) o alvo é mudado de posição o que obriga o robô “*leader*” a orientar-se para a nova localização do alvo e para isso o robô “*leader*” roda, ficando virado na direcção dos robôs “*helpers*”. Os robôs “*helpers*” ao detectarem que o robô “*leader*” aponta na sua direcção têm que recuar, o que significa que os robôs “*helpers*” se encontram numa formação “*forward / backward*”. No instante seguinte (figura 6.14-E) os robôs “*helpers*” continuam a recuar, por forma a libertar o caminho ao robô “*leader*”. No instante F (figura 6.14-F) os robôs “*helpers*” têm de virar à direita por forma a evitar o obstáculo detectado à esquerda pelo robô  $H_1$ .

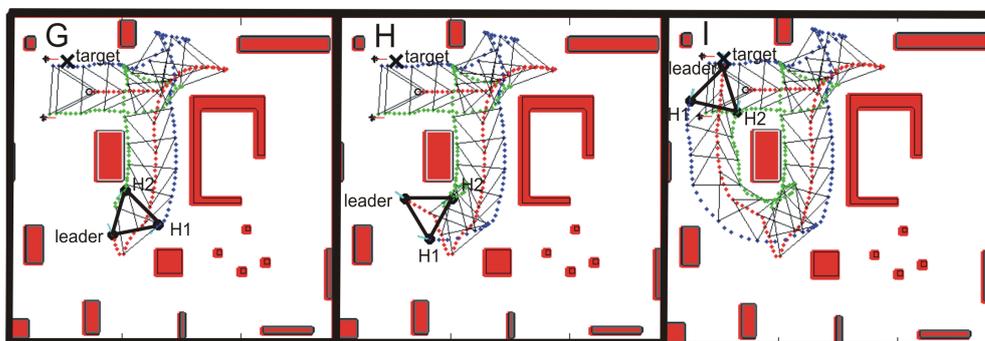


Figura 6.14 (cont.)

No instante seguinte (figura 6.14-G) o alvo é mudado de posição o que

obriga o robô “*leader*” a orientar-se para a nova posição do alvo. Os robôs “*helpers*” ao detectarem que o robô “*leader*” se movimenta na sua direcção recuam por forma facilitar a passagem deste. De seguida os robôs “*helpers*” colocam-se numa formação “*turn*” por forma a evitarem o obstáculo detectado à direita do robô  $H_2$  (figura 6.14-H). Finalmente o robô “*leader*” alcança o alvo (figura 6.14-I).

## Ambiente 2: mundo com obstáculos estáticos e dinâmicos

A figura 6.15 ilustra uma simulação completa com obstáculos estáticos e dinâmicos. Os obstáculos dinâmicos estão representados pelos robôs  $R3$  e  $R4$ . O seu objectivo é alcançarem os respectivos alvos, *i.e.* “*target\_R3*” e “*target\_R4*”.

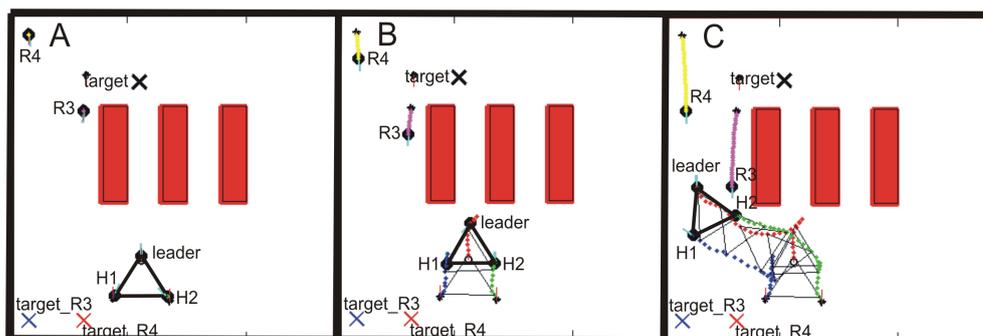


Figura 6.15: Instantes de uma simulação completa com obstáculos estáticos e dinâmicos.

Inicialmente os robôs são posicionados tal como ilustrado na figura 6.15-A. No instante seguinte (figura 6.15-B) o robô “*leader*” tenta entrar numa passagem entre dois obstáculos. No entanto, porque a passagem não é larga o suficiente para que todo o grupo passe o robô “*leader*” tem de recuar. Os robôs “*helpers*” ao “aperceberem-se” que o robô “*leader*” recua têm igualmente que recuar, mantendo assim uma formação “*forward / backward*”. Os robôs  $R3$  e  $R4$  mantêm a sua marcha com o intuito de alcançarem os respectivos alvos. No instante seguinte (figura 6.15-C) o robô “*leader*” entra na mesma passagem onde estão os robôs  $R3$  e  $R4$ . O robô “*leader*” ao detectar o robô  $R3$  à sua direita tem de virar à esquerda para não colidir com este. Os robôs “*helpers*” encontram-se numa formação “*turn*” uma vez que  $H_2$  detecta um obstáculo (parede do mundo)

à sua direita.

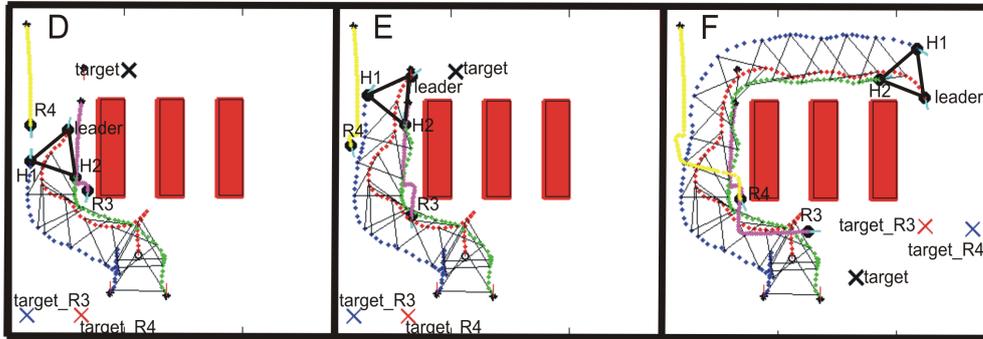


Figura 6.15 (cont.)

No instante D (figura 6.15-D) o robô “*leader*” continua a sua marcha em direcção ao seu alvo, enquanto que os robôs “*helpers*” encontram-se numa formação “*turn*” uma vez que o robô  $H_2$  detectou o robô  $R_3$  à sua direita. Depois do grupo de robôs passar os obstáculos dinâmicos (robôs  $R_3$  e  $R_4$ ), o robô “*leader*” encontra-se a virar à direita para alcançar o seu alvo, e os robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*turn*” de modo a evitar o obstáculo localizado à direita do robô  $H_2$  (figura 6.15-E). No instante F (figura 6.15-F) os alvos de todos os robôs são mudados de posição, obrigando assim os robôs “*leader*”,  $R_3$  e  $R_4$  a orientarem-se para as novas direcções dos respectivos alvos.

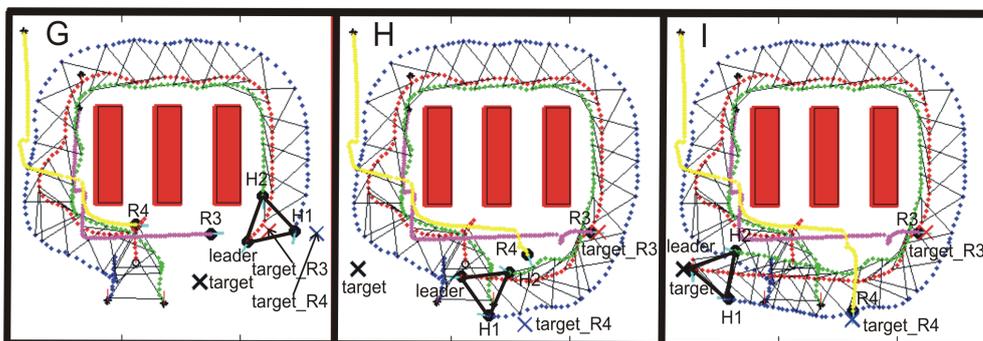


Figura 6.15 (cont.)

No instante G (figura 6.15-G) o robô “*leader*” vira à esquerda por forma a evitar a colisão com o robô  $R_3$ . Os robôs “*helpers*” encontram-se numa formação

“turn” uma vez que o robô  $H_2$  detecta um obstáculo à sua direita. No instante seguinte o robô “leader” continua o seu percurso em direcção ao seu alvo e os robôs “helpers” encontram-se numa formação “forward / backward” após o robô  $H_2$  ter-se desviado do robô  $R4$  (figura 6.15-H). Finalmente o robô “leader” alcança o alvo (figura 6.15-I).

### Ambiente 3: simulações com e sem troca de liderança

Na figura 6.16 são mostrados alguns instantes de uma simulação onde estão presentes apenas obstáculos estáticos e onde a arquitectura de controlo está munida da funcionalidade *troca de liderança*.

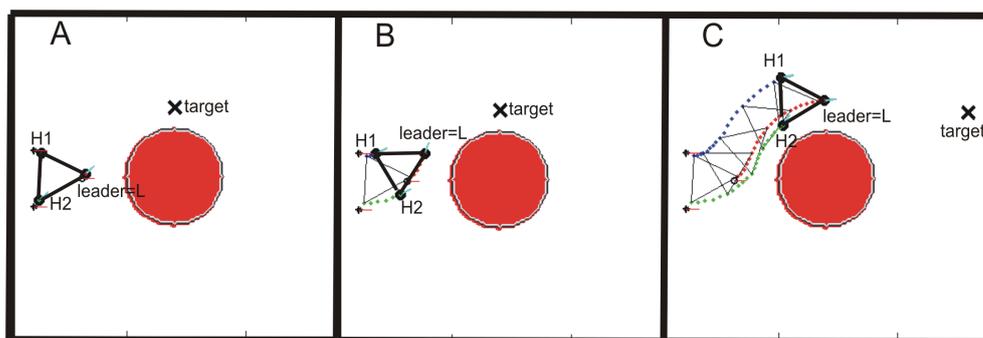


Figura 6.16: Instantes de uma simulação completa com obstáculos estáticos e com a funcionalidade de *troca de liderança*.

Inicialmente os robôs são colocados tal como ilustrado na figura 6.16-A. A liderança do grupo está entregue ao robô “leader” ( $leader = L$ ). O robô “leader” orienta-se na direcção do seu alvo, enquanto que os robôs “helpers” mantêm uma formação “forward / backward” (figura 6.16-B). De seguida o robô “leader” encontra-se a contornar o obstáculo pela esquerda por forma a alcançar o seu alvo (figura 6.16-C). Os robôs “helpers” mantêm-se numa formação “turn” por forma a evitar o obstáculo localizado à direita do robô  $H_2$ .

No próximo instante (figura 6.16-D), uma vez que os robôs “helpers” não detectam obstáculos mantêm uma formação “forward / backward”. De seguida o alvo é mudado de posição (figura 6.16-E) e como o robô  $H_2$  é o que se encontra mais próximo do alvo, é agora este robô que lidera a equipa ( $H_2 = L$ ). No instante

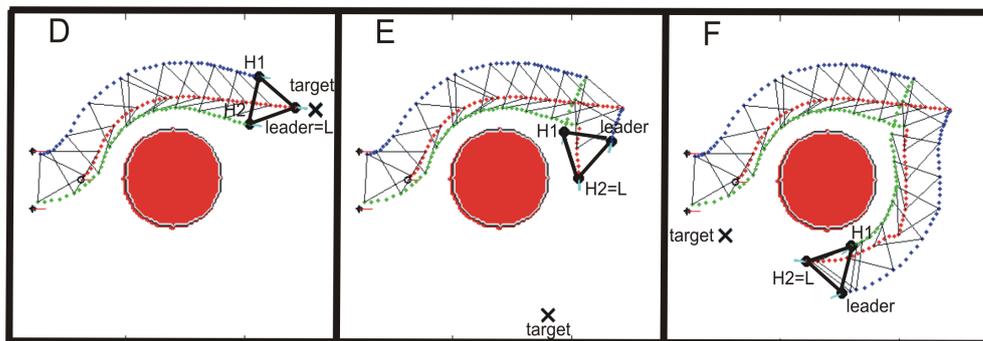


Figura 6.16 (cont.)

F (figura 6.16-F), a posição do alvo é novamente modificada, obrigando assim o robô  $H_2$  a orientar-se para a nova localização do alvo. Como o robô  $H_1$  detecta o obstáculo localizado à sua direita, os robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*turn*”.

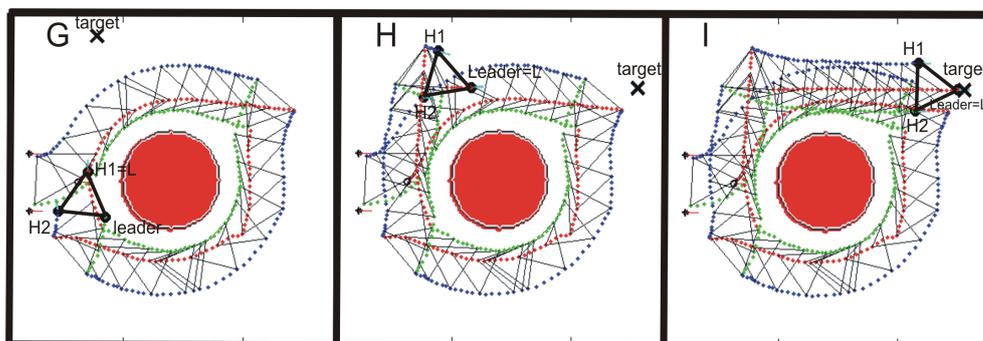


Figura 6.16 (cont.)

No instante G (figura 6.16-G), o alvo é novamente mudado de posição e como agora é o robô  $H_1$  que se encontra mais próximo do alvo é este o robô que lidera o grupo ( $H_1 = L$ ). Os robôs “*leader*” e  $H_2$  matêm uma formação “*turn*” uma vez que o robô “*leader*” detecta o obstáculo à sua direita. A posição do alvo é novamente modificada, e como o robô “*leader*” não detecta obstáculos e é neste instante o robô mais próximo do alvo, este robô lidera agora a equipa ( $leader = L$ ) (figura 6.16-H). Finalmente no instante I (figura 6.16-I) o robô “*leader*” alcança o alvo. Na figura 6.17 são mostrados alguns instantes de uma simulação no mesmo

ambiente da simulação anterior mas sem a funcionalidade *troca de liderança*. À semelhança do que foi feito na subsecção 5.5.2 do capítulo anterior, o ambiente utilizado foi o mesmo para que fosse possível reproduzir os percursos seguidos pelos robôs, para uma posterior comparação das suas trajetórias.

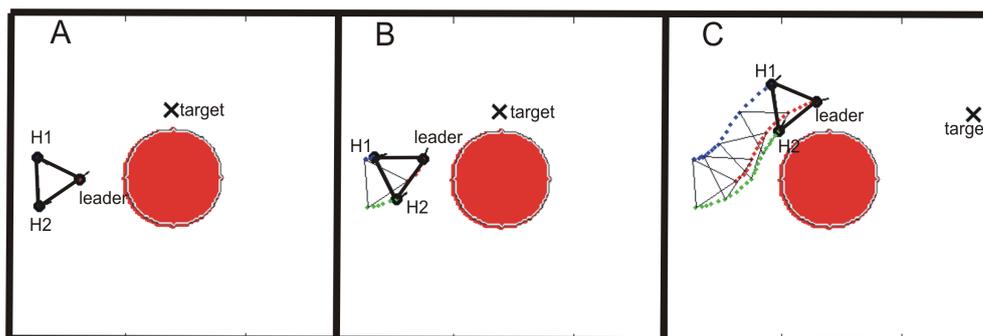


Figura 6.17: Instantes de uma simulação completa com obstáculos estáticos e sem a funcionalidade de *troca de liderança*.

Inicialmente os robôs são colocados tal como ilustrado na figura 6.17-A. O robô “*leader*” orienta-se na direcção do seu alvo, enquanto que os robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*forward / backward*” (figura 6.17-B). De seguida o alvo é mudado de posição, e assim, o robô “*leader*” orienta-se na nova posição do alvo, enquanto contorna o obstáculo pela esquerda (figura 6.17-C). Os robôs “*helpers*” mantêm-se numa formação “*turn*” por forma a evitar o obstáculo localizado à direita do robô  $H_2$ .

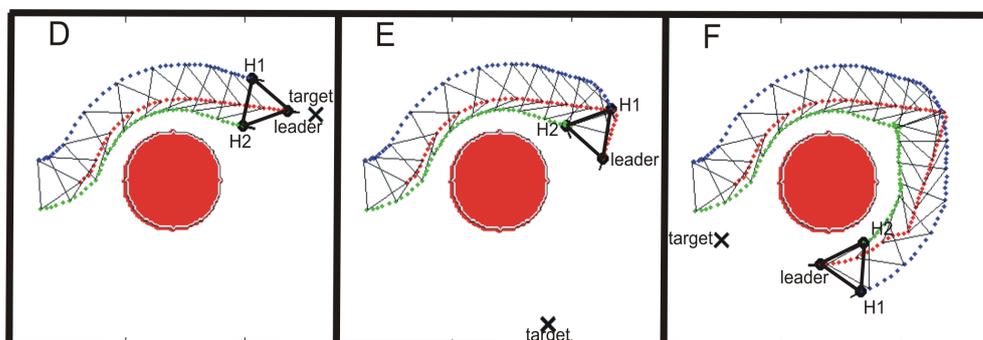


Figura 6.17 (cont.)

No próximo instante (figura 6.17-D), uma vez que os robôs “*helpers*” não

detectam obstáculos mantêm uma formação “*forward / backward*”. De seguida o alvo é mudado de posição (figura 6.17-E) o que obriga o robô “*leader*” a orientar-se para a nova localização do alvo. Os robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*forward / backward*”. No instante F (figura 6.17-F), a posição do alvo é novamente modificada, obrigando assim o robô “*leader*” a orientar-se para a nova localização do alvo. Como o robô  $H_2$  detecta o obstáculo localizado à sua direita, os robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*turn*”.

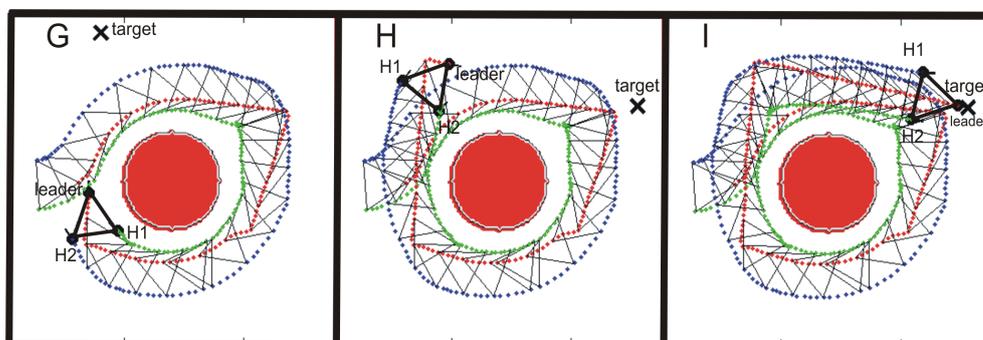


Figura 6.17 (cont.)

No instante G (figura 6.16-G), o alvo é novamente mudado de posição. Os robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*turn*” uma vez que o robô  $H_2$  detecta o obstáculo à sua direita. A posição do alvo é novamente modificada, e assim sendo mais uma vez, o robô “*leader*” orienta-se para a nova localização do alvo (figura 6.17-H). Finalmente no instante I (figura 6.17-I) o robô “*leader*” alcança o alvo. Comparando as simulações das figuras 6.16 e 6.17 verificamos que nos primeiros instantes (A, B, C e D) o comportamento dos robôs é idêntico. As diferenças entre as trajectórias geradas podem ser observadas a partir do instante E. Neste instante na simulação da figura 6.16, como a arquitectura de controlo dos robôs está dotada da funcionalidade *troca de liderança*, o robô  $H_1$  assume a liderança da equipa uma vez que está mais próximo da posição do alvo. Na simulação da figura 6.17, como não há *troca de liderança* compete ao robô “*leader*” dirigir-se para a posição alvo, o que obriga o robô  $H_1$  a recuar. No instante seguinte (instante F) em qualquer uma das simulações os robôs mantêm uma formação

“turn” para evitar a colisão com o obstáculo situado do lado direito da equipa. A diferença entre as duas simulações reside no robô que lidera a equipa. No instante G da simulação da figura 6.16 o robô  $H_1$  lidera a equipa uma vez que na altura da mudança de posição do alvo era o robô que se encontrava mais próximo deste. Neste mesmo instante mas na simulação da figura das figuras 6.17 e uma vez que não existe a funcionalidade *troca de liderança*, o robô “leader” tem de se orientar na nova posição do alvo, o que obriga o robô  $H_2$  com o intuito de manter simultaneamente uma orientação e distância desejadas em relação ao robô “leader” e ao robô  $H_1$ , a recuar. No instante seguinte (H) de qualquer uma das simulações os robôs mantêm uma formação “forward / backward”. No entanto, no instante I, em ambas as simulações os robôs realizam com sucesso a sua tarefa, isto é, alcançam a posição alvo.

A grande diferença entre as duas simulações reside no tempo de realização da tarefa. A tarefa realizada pelos robôs cuja arquitectura está dotada da funcionalidade *troca de liderança* é alcançada em menor tempo.

## 6.6 Resultados da implementação

Nesta secção são apresentados alguns resultados da implementação efectuada com a equipa de três robôs móveis, que demonstram os diferentes atributos da arquitectura de controlo.

Nos testes, o robô “leader” está identificado pelo pano de cor vermelha, o robô  $H_1$  está identificado pelo pano de cor azul e o robô  $H_2$  está identificado pelo pano de cor verde. De realçar que nos testes apresentados nesta secção, e pela mesma razão apresentada na subsecção 5.6 do capítulo anterior, a contribuição do alvo para o robô “leader” foi desactivada, pelo que, este robô apenas se desvia de obstáculos.

### Teste 1: cenário com obstáculos estáticos

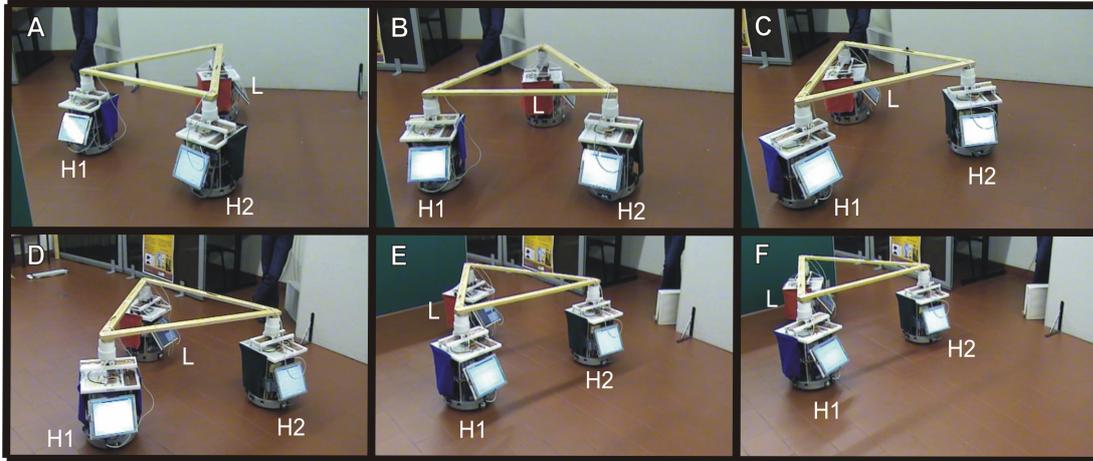


Figura 6.18: Instantes de um teste com robôs reais num cenário com obstáculos estáticos. O robô “*leader*” é identificado pela cor vermelha, o robô  $H_1$  pela cor azul, e o robô  $H_2$  pela cor verde.

Na figura 6.18 é mostrado um teste com robôs reais onde inicialmente os robôs estão posicionados tal como ilustrado no instante A (figura 6.18-A). Neste instante, o robô “*leader*” inicia o seu percurso virado na direcção do robô  $H_1$ . Nos instantes B e C (figuras 6.18-B e C), o robô  $H_1$  ao detectar que o robô “*leader*” se dirige na sua direcção ( $\Delta\theta_6 \leq |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| \leq \Delta\theta_7$ ) recua enquanto que o robô  $H_2$  navega para a frente, de forma a facilitarem a passagem do robô “*leader*”. No instante seguinte (figura 6.18-D), os robôs “*helpers*” navegam para a frente mantendo uma formação “*forward / backward*” com o robô “*leader*”. De seguida o robô “*leader*” aproxima-se de um obstáculo localizado mesmo à sua frente (figura 6.18-E). O robô “*leader*” para se desviar do obstáculo localizado à sua frente vira à esquerda, obrigando assim, novamente o robô  $H_1$  a recuar uma vez que este robô sente que o robô “*leader*” se movimenta na sua direcção (figura 6.18-F).

No instante G (figura 6.18-G) o robô  $H_1$  recua e o robô  $H_2$  avança, isto é o grupo roda no sentido anti-horário, por forma a libertarem a passagem ao robô “*leader*”. No instante seguinte (figura 6.18-H), o robô “*leader*” detecta outro obstáculo que o faz desviar-se ainda mais para a esquerda.

Nos instantes seguintes (figura 6.18-I a L) podemos observar que os robôs continuam a rodar no sentido anti-horário de forma a facilitarem a passagem do

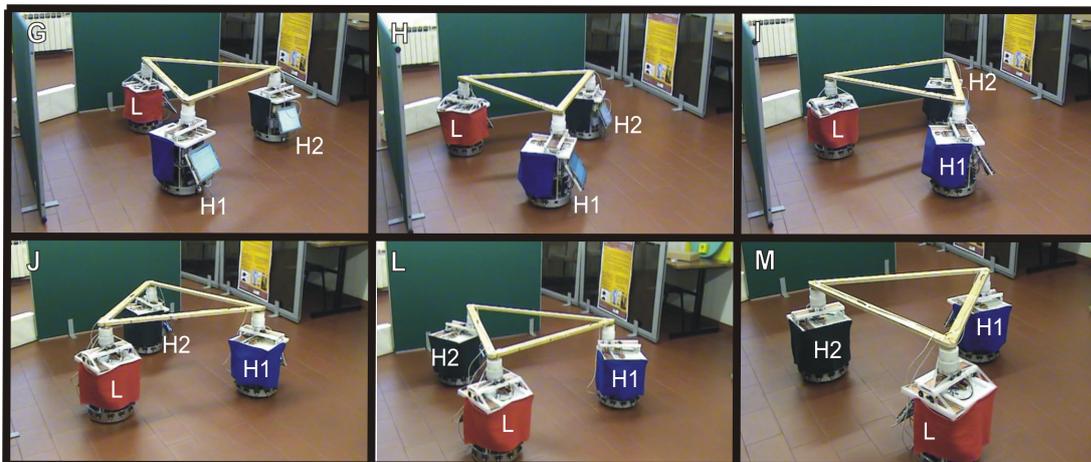


Figura 6.18 (cont.)

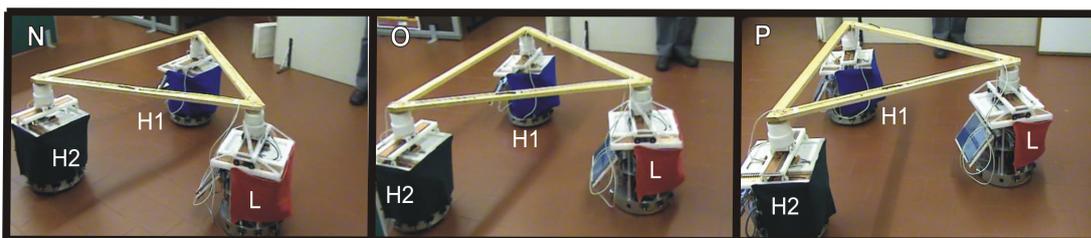


Figura 6.18 (cont.)

robô “*leader*”. Nos instantes restantes (figuras 6.18-M a P), os robôs “*helpers*” já se encontram a navegar em frente mantendo uma formação “*forward / backward*”.

### Teste 2: outro cenário mais estreito com obstáculos estáticos

No teste mostrado na figura 6.19 o ambiente possui mais alguns obstáculos estáticos do que a implementação anterior. Inicialmente os robôs são colocados tal como é ilustrado no instante A (figura 6.19-A). No instante B (figura 6.19-B) o robô  $H_2$  aproxima-se de um obstáculo localizado à sua direita. Os robôs “*helpers*”, no instante seguinte (figura 6.19-C), viram à esquerda para evitarem o obstáculo localizado à direita do robô  $H_2$ . Neste instante os robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*turn*”.

Nos instantes seguintes (figuras 6.19-D e E), os robôs navegam em frente

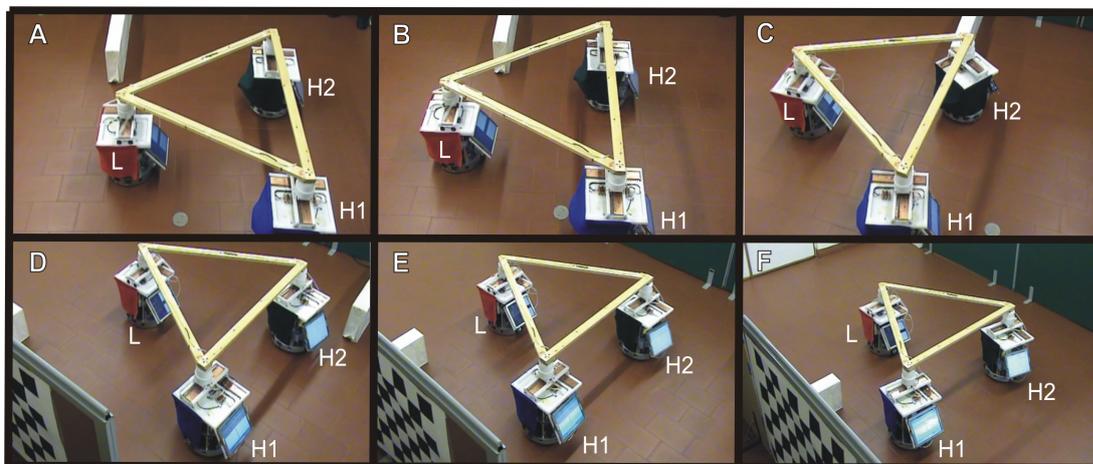


Figura 6.19: Instantes de um teste num ambiente estreito.

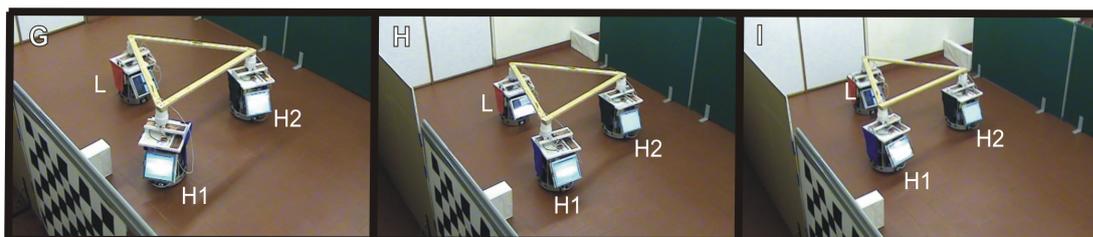


Figura 6.19 (cont.)

mantendo uma formação “*forward / backward*”. De seguida o robô  $H_1$  aproxima-se de um obstáculo localizado à sua esquerda (figura 6.19-F). Nos dois instantes seguintes, G e H (figuras 6.19-G e H), é possível ver que os robôs “*helpers*” viram à direita por forma a evitar a colisão com o obstáculo localizado à esquerda do robô  $H_1$ . No último instante (figura 6.19-I), os robôs param.

### Teste 3: cenário em que é colocada uma carga nos robôs para transporte

Na figura 6.20 os robôs inicialmente, são colocados tal como é ilustrado no instante A (figura 6.20-A). Neste instante os robôs “*helpers*” movimentam-se numa formação “*column*”. No instante seguinte (figura 6.20-B) como os robôs “*helpers*” não detectam obstáculos, seguem o robô “*leader*” mantendo uma for-

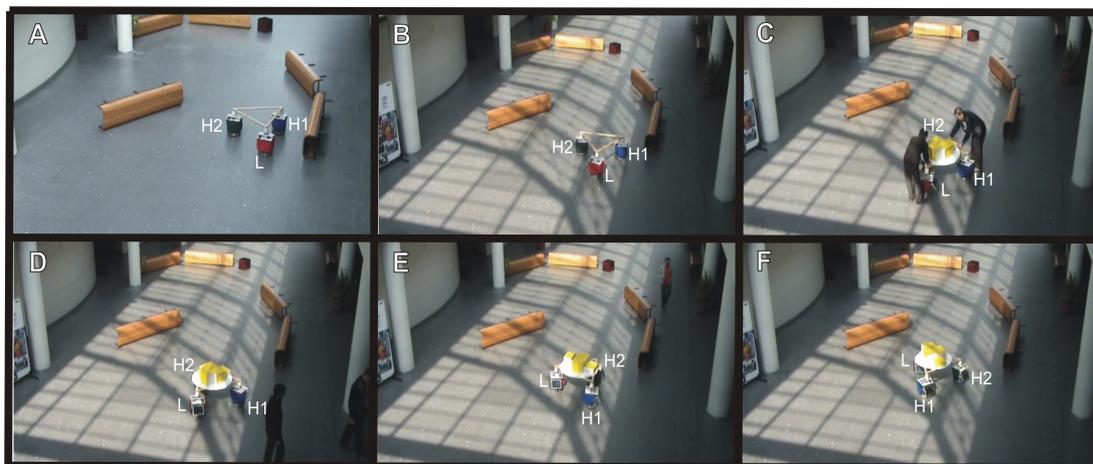


Figura 6.20: Instantes de um teste onde dois humanos colocam uma carga em cima dos robôs para que estes a transportem.

mação “*forward / backward*”. No instante seguinte (figura 6.20-C) é colocada uma carga constituída por várias caixas, no suporte dos robôs para transporte. Neste instante o robô “*leader*” detecta um dos humanos e para se desviar deste recua. Nos instantes D (figura 6.20-D) e E (figura 6.20-E), os robôs “*helpers*” recuam mantendo uma formação “*forward / backward*”. No instante F (figura 6.20-F) os robôs “*helpers*” movimentam-se em frente mantendo uma formação “*forward / backward*”.



Figura 6.20 (cont.)

No instante seguinte (figura 6.20-G) os robôs “*helpers*” têm de movimentar-

se numa formação “*turn*” por forma a evitar que o robô  $H_1$  colida com o obstáculo detectado do seu lado esquerdo. No instante H (figura 6.20-H) os robôs “*helpers*” seguem o robô “*leader*” mantendo uma formação “*forward / backward*”. No instante I o robô  $H_2$  detecta um obstáculo do seu lado direito. Neste instante os robôs “*helpers*” movimentam-se numa formação “*column*”. No instante J (figura 6.20-J) o robô “*leader*” com o objectivo de evitar a colisão com o obstáculo localizado à sua frente vira à esquerda. No instante seguinte (figura 6.20-L) o robô “*leader*” depara com três humanos que lhe bloqueiam a passagem. Por conseguinte o robô “*leader*” desvia-se e vira à esquerda. No instante M (figura 6.20-M) os robôs “*helpers*” com o intuito de facilitarem a passagem ao robô “*leader*” recuam mantendo uma formação “*forward / backward*”.

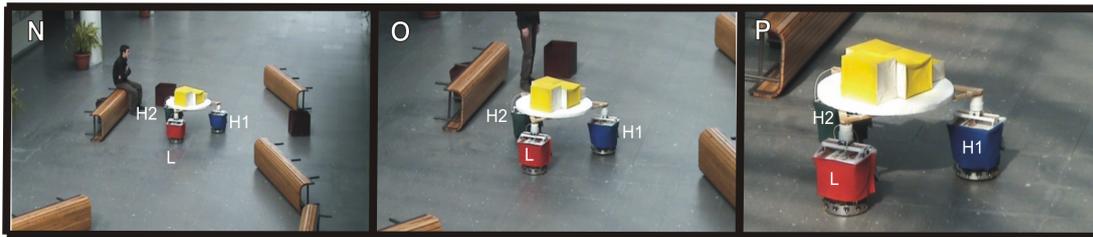


Figura 6.20 (cont.)

Nos instantes M a O (figura 6.20-M a (figura 6.20-O)) os robôs “*helpers*” movimentam-se para a frente mantendo uma formação “*forward / backward*”. Finalmente, no instante P (figura 6.20-P) os robôs param.

#### Teste 4: cenário com obstáculos móveis

Na figura 6.21 os robôs inicialmente, são colocados tal como é ilustrado no instante A (figura 6.21-A). Neste instante os robôs “*helpers*” movimentam-se numa formação “*forward / backward*”. No instante seguinte (figura 6.21-B) como os robôs “*helpers*” não detectam obstáculos, seguem o robô “*leader*” mantendo uma formação “*forward / backward*”. Também neste instante, aproxima-se dos robôs, em direcção oposta, um humano que se encontra a transportar uma grande

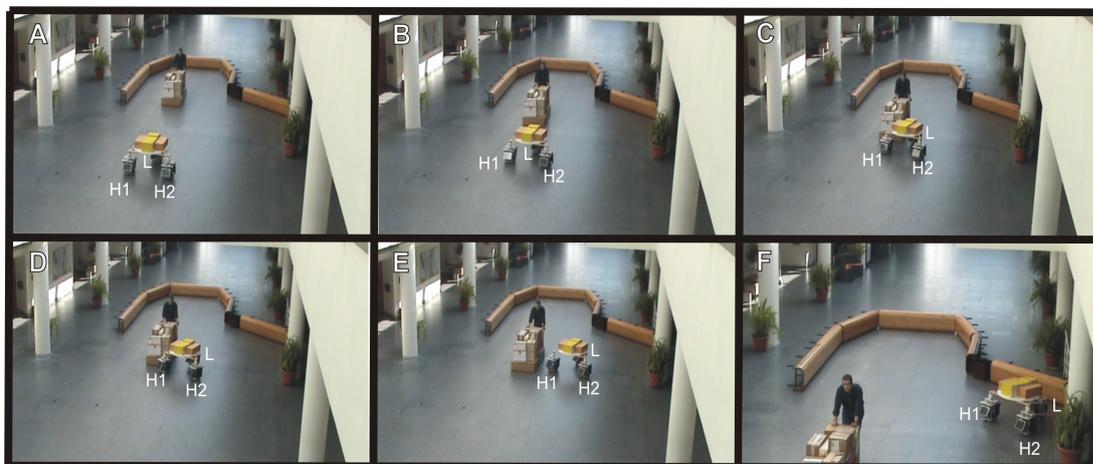


Figura 6.21: Instantes de um teste onde os robôs transportam uma carga e têm que se desviar de um obstáculo móvel.

carga. No instante seguinte (figura 6.21-C) o robô “*leader*” detecta o obstáculo móvel (carga transportada pelo humano) e desvia-se para a sua direita. Os robôs “*helpers*” seguem o robô “*leader*” mantendo uma formação “*forward / backward*”.

Nos instantes D (figura 6.21-D) e E (figura 6.21-E), o robô “*helper*”  $H_1$  detecta o obstáculo transportado pelo humano. Os robôs “*helpers*” ultrapassam o obstáculo móvel mantendo uma formação “*column*” com o robô “*leader*”. No instante F (figura 6.21-F) o robô “*leader*” detecta um obstáculo e vira à sua esquerda. Os robôs “*helpers*” seguem o robô “*leader*” mantendo uma formação “*forward / backward*”.

No instante seguinte (figura 6.21-G) os robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*column*” por forma a evitar que o robô  $H_2$  colida com o obstáculo detectado do seu lado direito, isto é, os robôs “*helpers*” movimentam-se para a frente paralelamente ao obstáculo. No instante H (figura 6.21-H) os robôs entram num beco sem saída. Neste instante os robôs “*helpers*” seguem o robô “*leader*” mantendo uma formação “*forward / backward*”. No instante I o robô “*leader*” detecta um obstáculo e vira à sua direita. Neste instante os robôs “*helpers*” movimentam-se numa formação “*forward / backward*”. No instante J (figura 6.21-J) o robô “*leader*” com o objectivo de evitar a colisão com o obstáculo localizado à sua

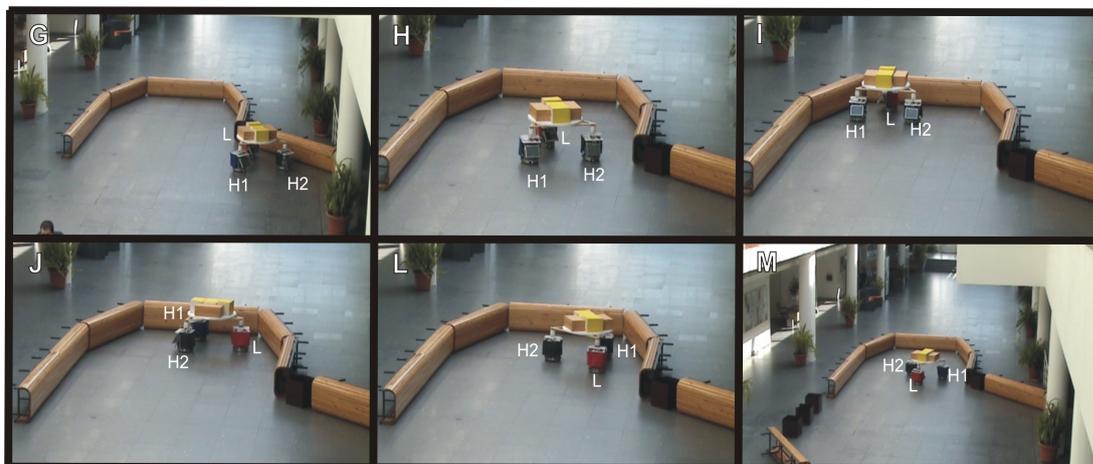


Figura 6.21 (cont.)

frente vira à direita. Os robôs “*helpers*” seguem o robô “*leader*” mantendo uma formação “*forward / backward*”. No instante seguinte (figura 6.21-L) o robô  $H_2$  detecta um obstáculo do seu lado esquerdo. Neste instante os robôs “*helpers*” movimentam-se paralelamente ao obstáculo localizado do lado esquerdo do robô  $H_2$ . No instante M (figura 6.21-M) os robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*forward / backward*” com o robô “*leader*”.

## 6.7 Sumário e discussão

Foi demonstrado, quer em simulação quer em implementação, que uma simples arquitectura de controlo baseada em atractores móveis permite a uma equipa de três robôs transportarem um objecto num ambiente com obstáculos estáticos e dinâmicos. Ficou provado quer pelas simulações, quer pelas implementações, que o comportamento dos robôs é estável e as trajectórias geradas são suaves.

Comparando as simulações das arquitecturas de controlo com e sem *troca de liderança*, podemos concluir que a grande diferença reside no tempo de conclusão da tarefa. As simulações efectuadas com *troca de liderança* foram realizadas em menor tempo do que as simulações efectuadas sem *troca de liderança*.

# Capítulo 7

## Arquitectura de controlo dos robôs “*helpers*” na equipa de quatro robôs

---

Neste capítulo é estudado se é possível aplicar e quais as alterações, se necessárias, a efectuar à arquitectura de controlo desenvolvida no capítulo anterior para a equipa de três robôs, para agora aplicá-la a uma equipa constituída por quatro robôs. Foram efectuadas simulações em computador (fazendo uso dos simuladores descritos no Capítulo 3) para validar a arquitectura de controlo. Apenas foram efectuadas simulações um vez que só existiam três robôs físicos.

---

### 7.1 Dinâmica de atractores para a direcção de navegação

A dinâmica da direcção de navegação, para cada robô “*helper*” continua a ser governada pela equação (6.17). Também aqui os robôs necessitam de apenas dois pontos de referência. Assim sendo, para a equipa de quatro robôs, o robô  $H_1$  tem como pontos de referência os robôs “*leader*” e  $H_3$ , o robô  $H_2$  tem como pontos de referência os robôs  $H_1$  e  $H_3$ , e o robô  $H_3$  tem como referência os robôs “*leader*” e  $H_1$  (ver figura 7.1).

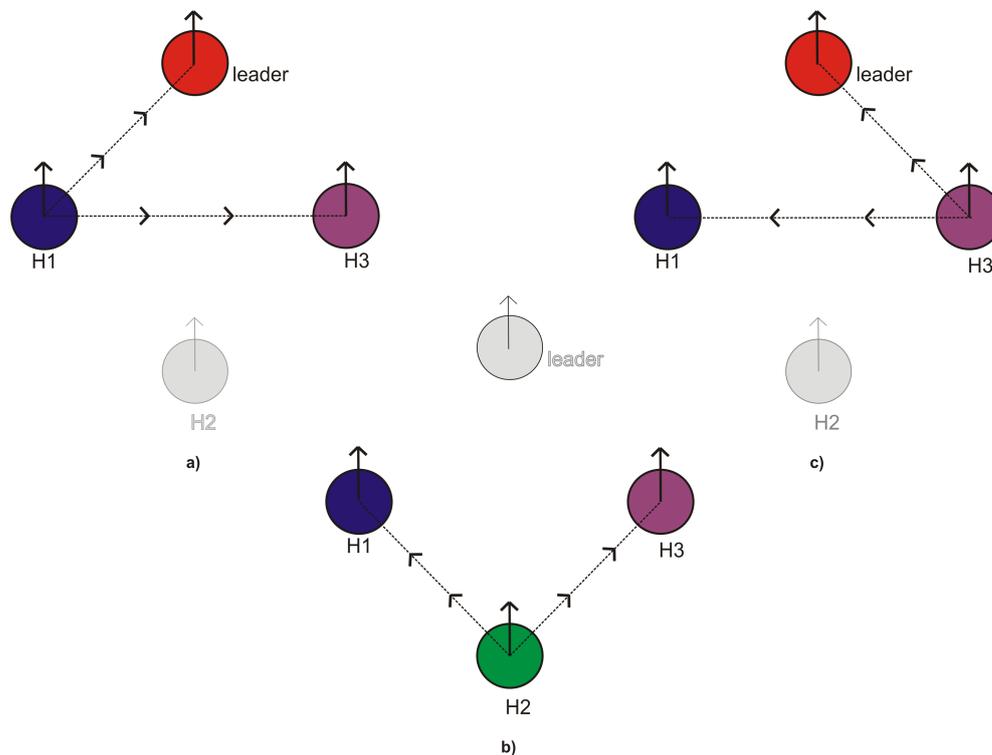


Figura 7.1: Cada robô “helper” tem dois pontos de referência. a) O robô  $H_1$  tem como pontos de referência os robôs “leader” e  $H_3$ . b) Os pontos de referência do robô  $H_2$  são os robôs  $H_1$  e  $H_3$ . c)  $H_3$  tem como pontos de referência o robô “leader” e o robô  $H_1$ .

A diferença nas equações utilizadas neste capítulo em relação ao capítulo anterior, reside na nomenclatura utilizada. Assim, neste capítulo iremos utilizar as seguintes correspondências:

$H_i$	$H_k$	$H_j$
$H_1$	leader	$H_3$
$H_2$	$H_1$	$H_3$
$H_3$	leader	$H_1$

Tabela 7.1: Nomenclatura utilizada para um equipa constituída por quatro robôs.  $H_k$  e  $H_j$  são os pontos de referência para o robô  $H_i$ .

## 7.1.1 Valores dos atractores para os diferentes comportamentos

### 7.1.1.1 Formação “forward / backward”

O atractor  $\psi_{H_i,f/b}$  e o parâmetro  $\lambda_{H_i,f/b}$ , para a formação “forward / backward”, são dados pelas equações (6.9) e (6.12), respectivamente.

#### a) Direcção desejada do robô $H_i$ em relação ao robô $H_k$

Tal como é possível ver na figura 7.2a, o atractor desejado é erigido numa direcção

$$\psi_{H_i,H_k,f/b} = \psi_{H_i,H_k} + \delta_{f/b,H_i,H_k} + R_{f/b,H_i,H_k} \Delta_{H_i} \quad (7.1)$$

onde  $\psi_{H_i,H_k}$  é a direcção segundo a qual o robô  $H_i$  vê o robô  $H_k$  a partir da sua posição actual em relação ao eixo de referência externo  $x$ .

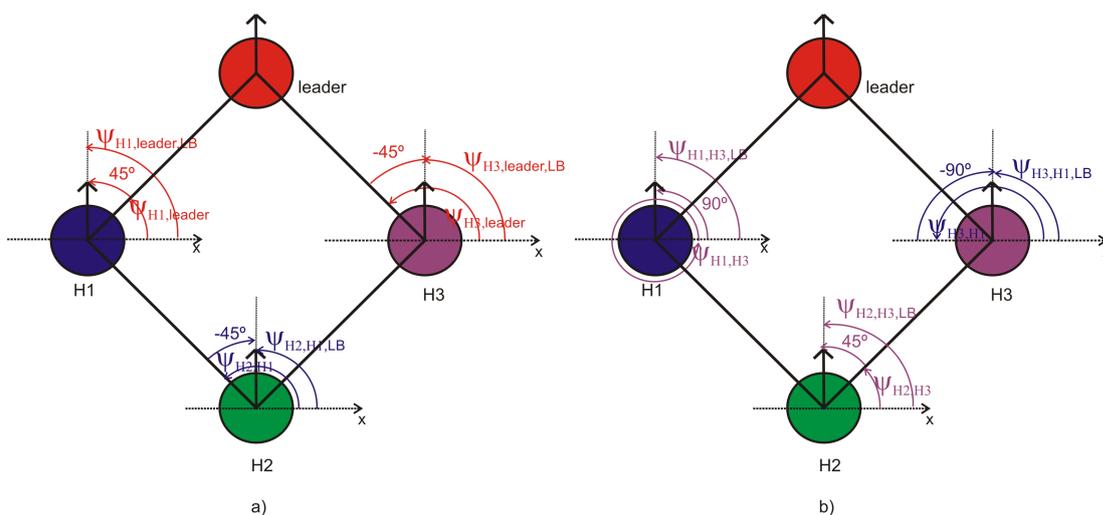


Figura 7.2: Direcção desejada para cada robô “helper” em relação aos seus robôs de referência, para o comportamento “forward / backward”. (a) Direcção desejada dos robôs  $H_1$  e  $H_3$  em relação ao robô “leader” e direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô  $H_1$ ; (b) Direcção desejada do robô  $H_1$  em relação ao robô  $H_3$ , direcção desejada do robô  $H_3$  em relação ao robô  $H_1$  e direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô  $H_3$ . Nesta figura é assumido que o deslocamento do objecto medido pela base de suporte de cada robô é nulo ( $\Delta_{H_i} = 0$ ).

$\delta_{f/b,H_i,H_k}$  é um ângulo que depende do robô a que nos estamos a referir,

$$\delta_{f/b,H_i,H_k} = \begin{cases} \Delta\psi_4 & \text{se } H_i = H_1 \\ \Delta\psi_5 & \text{se } H_i = H_2, H_3 \end{cases} \quad (7.2)$$

onde  $\Delta\psi_4$ <sup>1</sup> e  $\Delta\psi_5$ <sup>2</sup> são dois ângulos constantes.  $R_{f/b,H_i,H_k}$  é uma variável que pode tomar os valores  $-1$  ou  $+1$  dependendo, do robô a que nos estamos a referir e do parâmetro  $\alpha_{b_{H_i}}$  (c.f. equação (7.34))

$$R_{f/b,H_i,H_k} = \begin{cases} +1 & \text{se } \left( H_i = H_1 \wedge \alpha_{b_{H_i}} = 0 \right) \vee \left( H_i = H_2 \wedge \alpha_{b_{H_i}} = 0 \right) \\ & \vee \left( H_i = H_3 \wedge \alpha_{b_{H_i}} = 1 \right) \\ -1 & \text{se } \left( H_i = H_1 \wedge \alpha_{b_{H_i}} = 1 \right) \vee \left( H_i = H_2 \wedge \alpha_{b_{H_i}} = 1 \right) \\ & \vee \left( H_i = H_3 \wedge \alpha_{b_{H_i}} = 0 \right) \end{cases} \quad (7.3)$$

e  $\Delta_{H_i}$  tem a mesma forma funcional da equação (6.21).

### b) Direcção desejada do robô $H_i$ em relação ao robô $H_j$

Na figura 7.2b é possível ver que o atractor desejado é erigido numa direcção

$$\psi_{H_i,H_j,f/b} = \psi_{H_i,H_j} + \delta_{f/b,H_i,H_j} + R_{f/b,H_i,H_j} \Delta_{H_i} \quad (7.4)$$

onde  $\psi_{H_i,H_j}$  é a direcção segundo a qual o robô  $H_i$  vê o robô  $H_j$  em relação à sua posição actual.  $\delta_{f/b,H_i,H_j}$  é um ângulo que depende do robô a que nos estamos a

<sup>1</sup>Valor constante. Ver valor no apêndice F.

<sup>2</sup>Valor constante. Ver valor no apêndice F.

referir,

$$\delta_{f/b,H_i,H_k} = \begin{cases} \Delta\psi_6 & \text{se } H_i = H_1 \\ \Delta\psi_4 & \text{se } H_i = H_2 \\ \Delta\psi_7 & \text{se } H_i = H_3 \end{cases} \quad (7.5)$$

onde  $\Delta\psi_4$ ,  $\Delta\psi_6^3$  e  $\Delta\psi_7^4$  são constantes.  $R_{f/b,H_i,H_j}$  é igual ao parâmetro  $R_{f/b,H_i,H_k}$ , logo é dado pela equação (7.3) e  $\Delta_{H_i}$  é dado pela equação (6.21).

#### 7.1.1.2 Formação “turn”

Quando há a necessidade dos robôs “helpers” se colocarem numa formação “turn”, o atractor  $\psi_{H_i,turn}$  e o parâmetro  $\lambda_{H_i,turn}$  desejados, são dados pelas expressões (6.10) e (6.13), respectivamente.

##### a) Direcção desejada do robô $H_i$ em relação ao robô $H_k$

Tal como é possível ver na figura 7.3a, o atractor desejado é erigido numa direcção

$$\psi_{H_i,H_k,turn} = \psi_{H_i,H_k} + \delta_{turn,H_i,H_k} + R_{turn,H_i,H_k} \Delta_{H_i} \quad (7.6)$$

onde  $\psi_{H_i,H_k}$  é a direcção segundo a qual o robô  $H_i$  vê o robô  $H_k$  a partir da sua posição actual e  $\Delta_{H_i}$  é obtido pela expressão (6.21).

$\delta_{turn,H_i,H_k}$  é um ângulo que depende da direcção na qual os robôs “helpers”

<sup>3</sup>Ângulo constante. Ver valor no apêndice F.

<sup>4</sup>Ângulo constante. Ver valor no apêndice F.

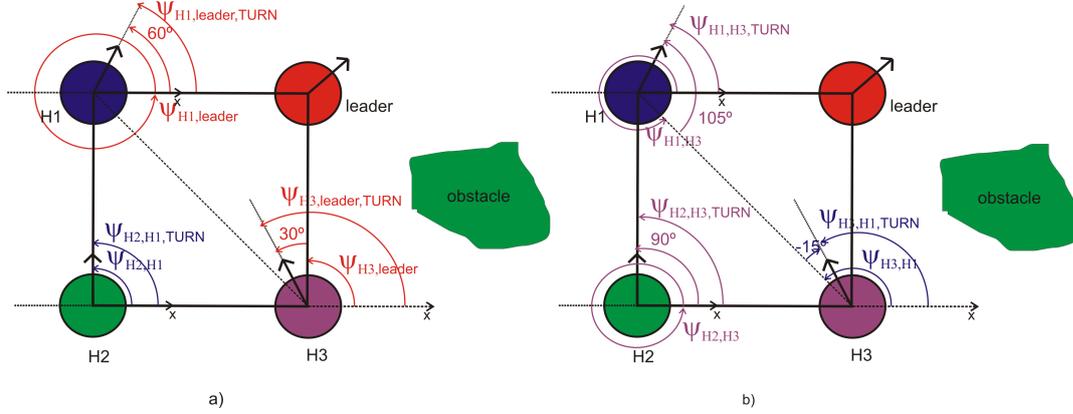


Figura 7.3: Direcção desejada para cada robô “helper” em relação aos seus robôs de referência para a formação “turn”, numa situação em que os robôs têm de virar à esquerda para se desviarem de um obstáculo localizado à sua direita. (a) Direcção desejada dos robôs  $H_1$  e  $H_3$  em relação ao robô “leader” e direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô  $H_1$ ; (b) Direcção desejada do robô  $H_1$  em relação ao robô  $H_3$ , direcção desejada do robô  $H_3$  em relação ao robô  $H_1$  e direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô  $H_3$ . Nesta figura é assumido que o deslocamento do objecto medido pela base de suporte de cada robô é nulo.

têm de virar (i.e. para a esquerda ou para a direita):

$$\delta_{turn,H_i,H_k} = \begin{cases} \Delta\psi_{H_i,H_k,turn\ left} & \text{se } \alpha_{tl_{H_i}} = 1 \\ \Delta\psi_{H_i,H_k,turn\ right} & \text{se não} \end{cases} \quad (7.7)$$

onde  $\alpha_{tl_{H_i}}$  é dado, como veremos mais à frente, pela equação (7.37).  $\Delta\psi_{H_i,H_k,turn\ left}$  e  $\Delta\psi_{H_i,H_k,turn\ right}$  são ângulos que dependem do robô “helper” a que nos estamos a referir:

$$\Delta\psi_{H_i,H_k,turn\ left} = \begin{cases} \Delta\psi_2 & \text{se } H_i = H_1 \\ \Delta\psi_0 & \text{se } H_i = H_2 \\ \Delta\psi_3 & \text{se } H_i = H_3 \end{cases} \quad (7.8)$$

$$\Delta\psi_{H_i,H_k,turn\ right} = \begin{cases} \Delta\psi_8 & \text{se } H_i = H_1 \\ \Delta\psi_7 & \text{se } H_i = H_2 \\ \Delta\psi_9 & \text{se } H_i = H_3 \end{cases} \quad (7.9)$$

$\Delta\psi_0^5$ ,  $\Delta\psi_2$ ,  $\Delta\psi_3$ ,  $\Delta\psi_7$ ,  $\Delta\psi_8^6$  e  $\Delta\psi_9^7$  são ângulos constantes.  $R_{turn,H_i,H_k}$  é um parâmetro que também depende da direcção na qual os robôs “helpers” têm de virar, esquerda ou direita:

$$R_{turn,H_i,H_k} = \begin{cases} R_{H_i,H_k,turn\ left} & \text{se } \alpha_{tl_{H_i}} = 1 \\ R_{H_i,H_k,turn\ right} & \text{se } \tilde{n}ão \end{cases} \quad (7.10)$$

onde  $\alpha_{tl_{H_i}}$  é dado, como veremos mais à frente, pela equação (7.37).  $R_{H_i,H_k,turn\ left}$  e  $R_{H_i,H_k,turn\ right}$  são parâmetros que podem tomar os valores  $-1$ ,  $0$  ou  $+1$  dependendo do robô “helper” a que nos estamos a referir:

$$R_{H_i,H_k,turn\ left} = \begin{cases} +1 & \text{se } H_i = H_1 \\ 0 & \text{se } H_i = H_2 \\ -1 & \text{se } H_i = H_3 \end{cases} \quad (7.11)$$

$$R_{H_i,H_k,turn\ right} = \begin{cases} +1 & \text{se } H_i = H_1 \\ -1 & \text{se } H_i = H_2, H_3 \end{cases} \quad (7.12)$$

<sup>5</sup>Valor constante. Ver valor no apêndice F.

<sup>6</sup>Valor constante. Ver valor no apêndice F.

<sup>7</sup>Valor constante. Ver valor no apêndice F.

**b) Direcção desejada do robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_j$**

Na figura 7.3b, é possível ver que o atractor desejado é erigido numa direcção

$$\psi_{H_i, H_j, turn} = \psi_{H_i, H_j} + \delta_{turn, H_i, H_j} + R_{turn, H_i, H_j} \Delta_{H_i} \quad (7.13)$$

onde  $\psi_{H_i, H_j}$  é a direcção segundo a qual o robô  $H_i$  vê o robô  $H_j$  a partir da sua posição actual e  $\Delta_{H_i}$  é obtido pela equação (6.21).

$\delta_{turn, H_i, H_j}$  é um ângulo que depende da direcção na qual os robôs “*helpers*” têm de virar, para a esquerda ou para a direita:

$$\delta_{turn, H_i, H_j} = \begin{cases} \Delta\psi_{H_i, H_j, turn\ left} & \text{se } \alpha_{tl_{H_i}} = 1 \\ \Delta\psi_{H_i, H_j, turn\ right} & \text{se não} \end{cases} \quad (7.14)$$

onde  $\alpha_{tl_{H_i}}$  é dado pela equação (7.37).  $\Delta\psi_{H_i, H_j, turn\ left}$  e  $\Delta\psi_{H_i, H_j, turn\ right}$  são ângulos que dependem do robô “*helper*” a que nos estamos a referir:

$$\Delta\psi_{H_i, H_j, turn\ left} = \begin{cases} \Delta\psi_9 & \text{se } H_i = H_1 \\ \Delta\psi_6 & \text{se } H_i = H_2 \\ \Delta\psi_{10} & \text{se } H_i = H_3 \end{cases} \quad (7.15)$$

$$\Delta\psi_{H_i, H_j, turn\ right} = \begin{cases} \Delta\psi_{11} & \text{se } H_i = H_1 \\ \Delta\psi_0 & \text{se } H_i = H_2 \\ \Delta\psi_{12} & \text{se } H_i = H_3, \end{cases} \quad (7.16)$$

onde  $\Delta\psi_0$ ,  $\Delta\psi_6$ ,  $\Delta\psi_9$ ,  $\Delta\psi_{10}$ <sup>8</sup>,  $\Delta\psi_{11}$ <sup>9</sup> e  $\Delta\psi_{12}$ <sup>10</sup> representam ângulos constantes.  $R_{turn,H_i,H_j}$  é um parâmetro que depende igualmente da direcção na qual os robôs “helpers” têm de virar, esquerda ou direita:

$$R_{turn,H_i,H_j} = \begin{cases} R_{H_i,H_j,turn\ left} & \text{se } \alpha_{tl_{H_i}} = 1 \\ R_{H_i,H_j,turn\ right} & \text{se não} \end{cases} \quad (7.17)$$

onde  $\alpha_{tl_{H_i}}$  é dado pela expressão (7.37).

$R_{H_i,H_j,turn\ left}$  e  $R_{H_i,H_j,turn\ right}$  são parâmetros que podem tomar os valores  $-1$ ,  $0$  ou  $+1$  dependendo do robô “helper” a que nos estamos a referir:

$$R_{H_i,H_j,turn\ left} = \begin{cases} +1 & \text{se } H_i = H_1, H_2 \\ -1 & \text{se } H_i = H_3 \end{cases} \quad (7.18)$$

$$R_{H_i,H_j,turn\ right} = \begin{cases} +1 & \text{se } H_i = H_1 \\ 0 & \text{se } H_i = H_2 \\ -1 & \text{se } H_i = H_3. \end{cases} \quad (7.19)$$

### 7.1.1.3 Formação “column”

Quando a formação “column” é necessária, o atractor  $\psi_{H_i,column}$  é dado pela equação (6.11) e o parâmetro  $\lambda_{H_i,column}$  pela equação (6.14).

<sup>8</sup>Valor constante. Ver valor no apêndice F.

<sup>9</sup>Valor constante. Ver valor no apêndice F.

<sup>10</sup>Valor constante. Ver valor no apêndice F.

### a) Direcção desejada do robô $H_i$ em relação ao robô $H_k$

Tal como é possível ver na figura 7.4a, o atractor desejado é erigido na direcção

$$\psi_{H_i,H_k,column} = \psi_{H_i,H_k} + \delta_{column,H_i,H_k} + R_{column,H_i,H_k} \Delta_{H_i} \quad (7.20)$$

onde  $\psi_{H_i,H_k}$  é a direcção segundo a qual o robô  $H_i$  vê o robô  $H_k$  a partir da sua posição actual e  $\Delta_{H_i}$  é definido pela equação (6.21).

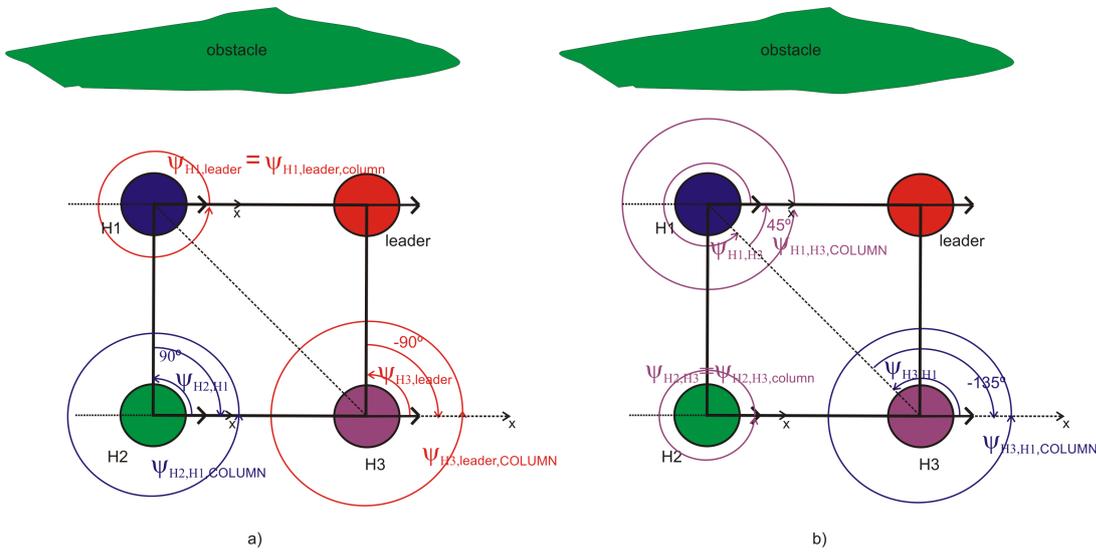


Figura 7.4: Direcção desejada para cada robô “helper” em relação aos seus robôs de referência para o comportamento “column”, numa situação em que o robô  $H_1$  se coloca atrás do robô “leader”. (a) Direcção desejada dos robôs  $H_1$  e  $H_3$  em relação ao robô “leader” e direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô  $H_1$ ; (b) Direcção desejada do robô  $H_1$  em relação ao robô  $H_3$ , direcção desejada do robô  $H_3$  em relação ao robô  $H_1$  e direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô  $H_3$ . Nesta figura é assumido que  $\Delta_{H_i} = 0$ .

$\delta_{column,H_i,H_k}$  é um ângulo que depende de qual dos robôs “helpers”,  $H_1$  ou  $H_3$ , irá colocar-se atrás do robô “leader”, isto é, movimento em coluna, à esquerda ou à direita:

$$\delta_{column,H_i,H_k} = \begin{cases} \Delta\psi_{H_i,H_k,column\ left} & \text{se } \alpha_{cl_{H_i}} = 1 \\ \Delta\psi_{H_i,H_k,column\ right} & \text{se não} \end{cases} \quad (7.21)$$

onde  $\alpha_{cl_{H_i}}$  é definido, como veremos mais adiante, pela equação (7.39).  $\Delta\psi_{H_i, H_k, column\ left}$  e  $\Delta\psi_{H_i, H_k, column\ right}$  são ângulos que dependem do robô “helper” a que nos estamos a referir:

$$\Delta\psi_{H_i, H_k, column\ left} = \begin{cases} \Delta\psi_0 & \text{se } H_i = H_1 \\ \Delta\psi_7 & \text{se } H_i = H_2, H_3 \end{cases} \quad (7.22)$$

$$\Delta\psi_{H_i, H_k, column\ right} = \begin{cases} \Delta\psi_6 & \text{se } H_i = H_1 \\ \Delta\psi_0 & \text{se } H_i = H_2, H_3 \end{cases} \quad (7.23)$$

onde  $\Delta\psi_0$ ,  $\Delta\psi_6$  e  $\Delta\psi_7$  são ângulos constantes.

$R_{column, H_i, H_k}$  é um parâmetro que também depende de qual dos robôs “helpers”,  $H_1$  ou  $H_3$ , irá colocar-se atrás do robô “leader”, isto é, movimento em coluna, à esquerda ou à direita.

$$R_{column, H_i, H_k} = \begin{cases} R_{H_i, H_k, column\ left} & \text{se } \alpha_{cl_{H_i}} = 1 \\ R_{H_i, H_k, column\ right} & \text{se não} \end{cases} \quad (7.24)$$

onde  $\alpha_{cl_{H_i}}$  é dado, como veremos mais à frente, pela expressão (7.39).  $R_{H_i, H_k, column\ left}$  e  $R_{H_i, H_k, column\ right}$  são parâmetros que podem tomar os valores  $-1$ ,  $0$  ou  $+1$  dependendo do robô “helper” a que nos estamos a referir:

$$R_{H_i, H_k, column\ left} = \begin{cases} 0 & \text{se } H_i = H_1 \\ -1 & \text{se } H_i = H_2, H_3 \end{cases} \quad (7.25)$$

$$R_{H_i, H_k, \text{column right}} = \begin{cases} +1 & \text{se } H_i = H_1 \\ 0 & \text{se } H_i = H_2, H_3 \end{cases} \quad (7.26)$$

**b) Direcção desejada do robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_j$**

Na figura 7.4b, é possível ver que o atractor desejado é erigido numa direcção

$$\psi_{H_i, H_j, \text{column}} = \psi_{H_i, H_j} + \delta_{\text{column}, H_i, H_j} + R_{\text{column}, H_i, H_j} \Delta_{H_i} \quad (7.27)$$

onde  $\psi_{H_i, H_j}$  é a direcção segundo a qual o robô  $H_i$  vê o robô  $H_j$  a partir da sua posição actual e  $\Delta_{H_i}$  é dado por (6.21).

$\delta_{\text{column}, H_i, H_j}$  é um ângulo que depende de qual dos robôs “*helpers*”,  $H_1$  ou  $H_3$ , irá colocar-se atrás do robô “*leader*”, isto é, movimento em coluna, à esquerda ou à direita:

$$\delta_{\text{column}, H_i, H_j} = \begin{cases} \Delta\psi_{H_i, H_j, \text{column left}} & \text{se } \alpha_{cl_{H_i}} = 1 \\ \Delta\psi_{H_i, H_j, \text{column right}} & \text{se não.} \end{cases} \quad (7.28)$$

$\Delta\psi_{H_i, H_j, \text{column left}}$  e  $\Delta\psi_{H_i, H_j, \text{column right}}$  são ângulos que dependem do robô “*helper*” a que nos estamos a referir:

$$\Delta\psi_{H_i, H_j, \text{column left}} = \begin{cases} \Delta\psi_4 & \text{se } H_i = H_1 \\ \Delta\psi_0 & \text{se } H_i = H_2 \\ \Delta\psi_{13} & \text{se } H_i = H_3 \end{cases} \quad (7.29)$$

$$\Delta\psi_{H_i, H_j, \text{column right}} = \begin{cases} \Delta\psi_{14} \text{ se } H_i = H_1 \\ \Delta\psi_6 \text{ se } H_i = H_2 \\ \Delta\psi_5 \text{ se } H_i = H_3 \end{cases} \quad (7.30)$$

onde  $\Delta\psi_0$ ,  $\Delta\psi_4$ ,  $\Delta\psi_5$ ,  $\Delta\psi_6$ ,  $\Delta\psi_{13}$ <sup>11</sup> e  $\Delta\psi_{14}$ <sup>12</sup> são ângulos constantes.

$R_{\text{column}, H_i, H_j}$  é um parâmetro que também depende de qual dos robôs “helpers”,  $H_1$  ou  $H_3$ , irá colocar-se atrás do robô “leader”:

$$R_{\text{column}, H_i, H_j} = \begin{cases} R_{H_i, H_j, \text{column left}} \text{ se } \alpha_{cl_{H_i}} = 1 \\ R_{H_i, H_j, \text{column right}} \text{ se não} \end{cases} \quad (7.31)$$

$R_{H_i, H_j, \text{column left}}$  e  $R_{H_i, H_j, \text{column right}}$  são parâmetros que podem tomar os valores  $-1$ ,  $0$  ou  $+1$  dependendo do robô “helper” a que nos estamos a referir:

$$R_{H_i, H_j, \text{column left}} = \begin{cases} +1 \text{ se } H_i = H_1 \\ 0 \text{ se } H_i = H_2 \\ -1 \text{ se } H_i = H_3 \end{cases} \quad (7.32)$$

$$R_{H_i, H_j, \text{column right}} = \begin{cases} +1 \text{ se } H_i = H_1, H_2 \\ -1 \text{ se } H_i = H_3. \end{cases} \quad (7.33)$$

<sup>11</sup>Valor constante. Ver valor no apêndice F.

<sup>12</sup>Valor constante. Ver valor no apêndice F.

### 7.1.2 Variáveis de activação

Por defeito o robô  $H_i$  tem de navegar numa formação “*forward / backward*”, o que implica que, o termo  $\gamma_{H_i,f/b}$  tem de dominar a dinâmica. Por conseguinte, é necessário que  $\gamma_{H_i,f/b} = 1$ ,  $\gamma_{H_i,turn} = 0$  e  $\gamma_{H_i,column} = 0$ .  $\gamma_{H_i,f/b}$  é dado por (6.40), onde  $\alpha_{f_{H_i}}$  e  $\alpha_{b_{H_i}}$  são agora dados por:

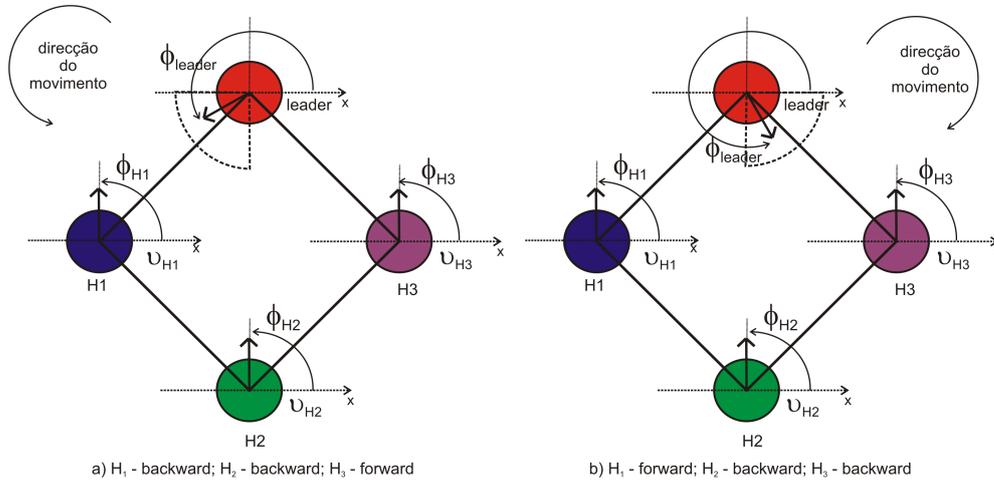


Figura 7.5: (a) A direcção de navegação do robô “*leader*” aponta na direcção do robô “*helper*”  $H_1$ , então os robôs “*helpers*”  $H_1$  e  $H_2$  recuam enquanto que o robô  $H_3$  navega em frente. Nesta situação o conjunto roda no sentido contrário aos ponteiros do relógio; (b) A direcção de navegação do robô “*leader*” aponta na direcção do robô “*helper*”  $H_3$ , então  $H_3$  e  $H_2$  irão recuar enquanto que o robô  $H_1$  irá navegar em frente. Todo o conjunto irá rodar no sentido dos ponteiros do relógio.

$$\alpha_{b_{H_i}} = \begin{cases} +1, & \text{se } |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| \geq \Delta\theta_{11} \vee \\ & |\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| \geq \Delta\theta_{11} \vee \\ & |\phi_{leader} - \psi_{H_3,leader}| \geq \Delta\theta_{11} \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (7.34)$$

$$\alpha_{f_{H_i}} = \left\{ \begin{array}{l} +1, \text{ se } \left( (U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) \leq 0 \wedge U_{obs,H_3}(\phi_{H_3}) \leq 0) \vee \right. \\ \left. \left[ (U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge U_{obs,H_3}(\phi_{H_3}) > 0) \wedge \right. \right. \\ \left. \left. (|F_{obs,H_3}(\phi_{H_3})| < K_f |F_{obs,H_1}(\phi_{H_1})| \vee \right. \right. \\ \left. \left. |F_{obs,H_1}(\phi_{H_1})| < K_f |F_{obs,H_3}(\phi_{H_3})|) \right] \right) \wedge \\ \left( \begin{array}{l} |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| < \Delta\theta_{11} \vee \\ |\phi_{leader} - \psi_{H_2,leader}| < \Delta\theta_{11} \vee \\ |\phi_{leader} - \psi_{H_3,leader}| < \Delta\theta_{11} \end{array} \right) \\ 0, \text{ se não} \end{array} \right. \quad (7.35)$$

As relações entre  $F_{obs,H_1}$  e  $F_{obs,H_3}$  (equação (7.35)) servem para indicar que se ambos os robôs detectarem obstáculos, estes não reagem de imediato, apenas o fazem se um deles estiver muito mais próximo de um obstáculo do que o outro robô. Assim se ambos os robôs detectarem obstáculos, mas se o valor da sua função dos obstáculos for  $K_f$ <sup>13</sup> vezes menor que a função dos obstáculos do outro robô, os robôs mantêm-se numa formação “*forward / backward*”.  $\Delta\theta_{11}$ <sup>14</sup> que está presente nas duas expressões é um ângulo constante.  $U_{obs,H_1}$  e  $U_{obs,H_3}$  são as funções potenciais da dinâmica evitar colisões com obstáculos, para os robôs  $H_1$  e  $H_3$ , respectivamente (ver (5.23) no capítulo 5).

Quando é necessário que os robôs naveguem numa formação “*turn*”, o termo  $\gamma_{H_i,turn}$  tem de dominar a dinâmica. Assim sendo,  $\gamma_{H_i,turn} = 1$ ,  $\gamma_{H_i,f/b} = 0$  e  $\gamma_{H_i,column} = 0$ .  $\gamma_{H_i,turn}$  é dado por (6.45). Este comportamento é activado sempre que:

<sup>13</sup> $K_f$  é uma constante. Ver valor no apêndice F

<sup>14</sup> $\Delta\theta_{11}$  é uma constante. Ver valor no apêndice F.

- o robô  $H_1$  detecte obstruções, o robô  $H_3$  não detecte obstruções e a diferença entre a direcção na qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*”,  $\psi_{H_1,leader}$ , e a direcção de navegação do robô “*leader*”,  $\phi_{leader}$ , é maior do que  $\Delta\theta_{12}$ <sup>15</sup>;
- o robô  $H_3$  detecte obstruções, o robô  $H_1$  não detecte obstruções e a diferença entre a direcção na qual o robô  $H_3$  “vê” o robô “*leader*”,  $\psi_{H_3,leader}$ , e a direcção de navegação do robô “*leader*”,  $\phi_{leader}$ , é maior do que  $\Delta\theta_{12}$ ;
- os robôs  $H_1$  e  $H_3$  detectem obstruções, se a amplitude da contribuição dos obstáculos de um destes dois robôs seja  $K_f$  vezes superior à amplitude da contribuição dos obstáculos do outro robô, e ainda, se a diferença entre a direcção na qual um destes robôs “vê” o robô “*leader*” e a direcção de navegação do robô “*leader*” seja maior do que  $\Delta\theta_{12}$ .

Isto permite ao robô  $H_i$  contornar um obstáculo, pela esquerda ou pela direita.

$\alpha_{tr_{H_i}}$  e  $\alpha_{tl_{H_i}}$  são aqui definidas por:

$$\alpha_{tr_{H_i}} = \left\{ \begin{array}{l} +1, \text{ se } (U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge U_{obs,H_3}(\phi_{H_3}) \leq 0 \wedge \\ F_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) \leq 0 \wedge |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| > \Delta\theta_{12}) \vee \\ (U_{obs,H_3}(\phi_{H_3}) > 0 \wedge U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) \leq 0 \wedge \\ F_{obs,H_3}(\phi_{H_3}) \leq 0 \wedge |\phi_{leader} - \psi_{H_3,leader}| > \Delta\theta_{12}) \vee \\ (U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge U_{obs,H_3}(\phi_{H_3}) > 0 \wedge \\ |F_{obs,H_1}(\phi_{H_1})| \geq K_f |F_{obs,H_3}(\phi_{H_3})| \wedge \\ |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| > \Delta\theta_{12}) \\ 0, \text{ se não} \end{array} \right. \quad (7.36)$$

<sup>15</sup> $\Delta\theta_{12}$  é uma constante. Ver valor no apêndice F.

$$\alpha_{tl_{H_i}} = \begin{cases} +1, & \text{se } (U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge U_{obs,H_3}(\phi_{H_3}) \leq 0 \wedge \\ & F_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| > \Delta\theta_{12}) \vee \\ & (U_{obs,H_3}(\phi_{H_3}) > 0 \wedge U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) \leq 0 \wedge \\ & F_{obs,H_3}(\phi_{H_3}) > 0 \wedge |\phi_{leader} - \psi_{H_3,leader}| > \Delta\theta_{12}) \vee \\ & (U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge U_{obs,H_3}(\phi_{H_3}) > 0 \wedge \\ & |F_{obs,H_3}(\phi_{H_3})| \geq K_f |F_{obs,H_1}(\phi_{H_1})| \wedge \\ & |\phi_{leader} - \psi_{H_3,leader}| > \Delta\theta_{12}) \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (7.37)$$

Finalmente, se:

- $H_1$  ou  $H_3$  detectarem obstruções e se a diferença entre a direcção de navegação do robô “*leader*” e a direcção em que um destes robôs “vê” o robô “*leader*” é menor ou igual a  $\Delta\theta_{12}$ ;
- $H_1$  e  $H_3$  detectarem obstruções, se a amplitude da contribuição dos obstáculos de um destes dois robôs for  $K_f$  vezes superior à amplitude da contribuição dos obstáculos do outro robô, e ainda, se a diferença entre a direcção de navegação do robô “*leader*” e a direcção em que um destes robôs “vê” o robô “*leader*” é menor ou igual a  $\Delta\theta_{12}$ ;

então o termo  $\gamma_{H_i,column}$  tem de dominar a dinâmica. Assim sendo,  $\gamma_{H_i,column} = 1$ ,  $\gamma_{H_i,f/b} = 0$  e  $\gamma_{H_i,turn} = 0$ .  $\gamma_{H_i,column}$  é dado pela expressão (6.48). Agora  $\alpha_{cr_{H_i}}$  e

$\alpha_{cl_{H_i}}$  são dados por:

$$\alpha_{cr_{H_i}} = \begin{cases} +1, & \text{se } (U_{obs,H_3}(\phi_{H_3}) > 0 \wedge U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) \leq 0 \wedge \\ & |\phi_{leader} - \psi_{H_3,leader}| \leq \Delta\theta_{12}) \vee \\ & (U_{obs,H_3}(\phi_{H_3}) > 0 \wedge U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge \\ & |F_{obs,H_3}(\phi_{H_3})| \geq K_f |F_{obs,H_1}(\phi_{H_1})| \wedge \\ & |\phi_{leader} - \psi_{H_3,leader}| \leq \Delta\theta_{12}) \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (7.38)$$

$$\alpha_{cl_{H_i}} = \begin{cases} +1, & \text{se } (U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge U_{obs,H_3}(\phi_{H_3}) \leq 0 \wedge \\ & |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| \leq \Delta\theta_{12}) \vee \\ & (U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge U_{obs,H_3}(\phi_{H_3}) > 0 \wedge \\ & |F_{obs,H_1}(\phi_{H_1})| \geq K_f |F_{obs,H_3}(\phi_{H_3})| \wedge \\ & |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| \leq \Delta\theta_{12}) \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (7.39)$$

## 7.2 Controlo da velocidade

A dinâmica da velocidade de translação é dada, também aqui, pelo sistema dinâmico (6.49). O valor do atrator,  $V_{desired,H_i}$ , para os robôs  $H_1$  e  $H_3$ , para a dinâmica da velocidade é dada por (6.50), onde  $\nu_{H_i}$  é um parâmetro que depende

do lado pelo qual os robôs  $H_1$  e  $H_3$  vão contornar o obstáculo e é aqui dado por:

$$\nu_{H_i} = \begin{cases} \nu_1, & \text{se } (H_i = H_1 \wedge \alpha_{tl_{H_i}} = 1) \vee (H_i = H_3 \wedge \alpha_{tl_{H_i}} = 0) \\ \nu_3 & \text{se não} \end{cases} \quad (7.40)$$

$\alpha_{tl_{H_i}}$  é definido pela equação (7.37). Os valores,  $\nu_1$ <sup>16</sup> e  $\nu_3$ <sup>17</sup> são constantes e foram alcançados através de simulação.

O valor do atractor,  $V_{desired,H_2}$ , para o robô  $H_2$ , é dada por:

$$V_{desired,H_2} = \begin{cases} +\vartheta_{leader} + \frac{|\Delta d_{H_2}|}{\nu_{H_2}}, \\ \text{se } \left( [\gamma_{H_2,column} = 1 \vee (\gamma_{H_2,f/b} = 1 \wedge \alpha_{b_{H_2}} = 1)] \wedge \Delta d_{H_2} < 0 \right) \vee \\ \left( [\gamma_{H_2,turn} = 1 \vee (\gamma_{H_2,f/b} = 1 \wedge \alpha_{b_{H_2}} = 0)] \wedge \Delta d_{H_2} > 0 \right) \\ -\vartheta_{leader} - \frac{|\Delta d_{H_2}|}{\nu_{H_2}}, & \text{se não} \end{cases} \quad (7.41)$$

$\Delta d_{H_2}$  é o deslocamento do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_2$  e  $\nu_{H_2}$ <sup>18</sup> é um valor constante (o valor desta constante foi alcançado através de simulação).

$\alpha_{b_{H_2}}$ ,  $\gamma_{H_2,column}$ ,  $\gamma_{H_2,f/b}$  e  $\gamma_{H_2,turn}$  são definidos pelas expressões (7.34), (6.48), (6.40) e (6.45), respectivamente.

### 7.3 Hierarquia das taxas de relaxação

A hierarquia das taxas de relaxação que assegura que a direcção de navegação dos robôs “helpers” relaxam para as soluções atractoras continua a ser dada

<sup>16</sup> $\nu_1$  é uma constante. Ver valor no apêndice F.

<sup>17</sup> $\nu_3$  é uma constante. Ver valor no apêndice F.

<sup>18</sup> $\nu_{H_2}$  é uma constante. Ver valor no apêndice F.

por (6.52).

## 7.4 Troca de liderança

As condições de *troca de liderança* são na generalidade iguais às condições utilizadas para a equipa de três robôs (para mais detalhe ver capítulo anterior, secção 6.4). A diferença reside na gama de valores da diferença entre a direcção segundo a qual o robô “*helper*”  $H_i$  vê o robô “*leader*” ( $\phi_{leader}$ ) e a direcção de navegação do robô “*leader*”, que para a equipa de quatro robôs é agora maior do que  $\Delta\theta_{13}$ <sup>19</sup> e menor do que  $\Delta\theta_{14}$ <sup>20</sup> (*i.e.*  $\Delta\theta_{13} < |\psi_{H_i,leader} - \phi_{leader}| < \Delta\theta_{14}$ ).

## 7.5 Resultados da simulação

O sistema dinâmico final da arquitectura de controlo para a equipa de quatro robôs foi avaliado através de simulações realizadas no simulador desenvolvido em MATLAB. Nesta secção apresentaremos algumas dessas simulações que demonstram as diferentes características intrínsecas à arquitectura de controlo com e sem *troca de liderança*.

Em cada simulação iremos particularizar alguns instantes da dinâmica comportamental final. Para cada um dos instantes serão apresentados três painéis de análise, A, B e C, em que:

- No Painel A é mostrada a evolução das trajectórias ao longo do tempo;
- No Painel B é demonstrada uma representação detalhada do tipo de formação em que os robôs se encontram, sendo possível averiguar:
  - as direcções de navegação dos quatro robôs ( $\phi_{leader}$ ,  $\phi_{H_1}$ ,  $\phi_{H_2}$  e  $\phi_{H_3}$ );

<sup>19</sup> $\Delta\theta_{13}$  é um ângulo constante. Ver valor no apêndice F.

<sup>20</sup> $\Delta\theta_{14}$  é um ângulo constante. Ver valor no apêndice F.

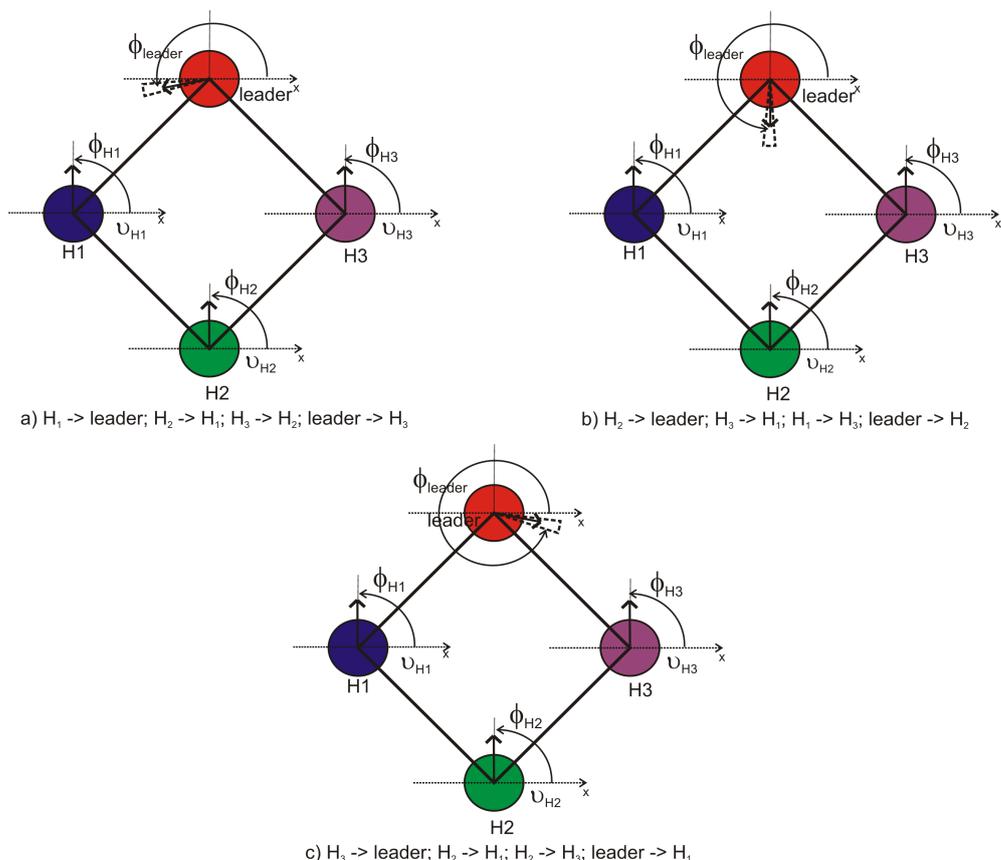


Figura 7.6: (a) Como a diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “leader” ( $\psi_{H_1,leader}$ ) e a direcção de navegação do robô “leader” ( $\phi_{leader}$ ), é maior do que  $\Delta\theta_{11}$  e menor do que  $\Delta\theta_{12}$ , o robô  $H_1$  assume a liderança da equipa; (b) Como a diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_2$  “vê” o robô “leader” ( $\psi_{H_2,leader}$ ) e a direcção de navegação do robô “leader” ( $\phi_{leader}$ ), é maior do que  $\Delta\theta_{11}$  e menor do que  $\Delta\theta_{12}$ , o robô  $H_2$  assume a liderança; (c) Como a diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_3$  “vê” o robô “leader” ( $\psi_{H_3,leader}$ ) e a direcção de navegação do robô “leader” ( $\phi_{leader}$ ), é maior do que  $\Delta\theta_{11}$  e menor do que  $\Delta\theta_{12}$ , o robô  $H_3$  assume a liderança

- a direcção do alvo ( $\psi_{target}$ );
- o ângulo segundo o qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “leader” a partir da sua posição actual ( $\psi_{H_1,leader}$ );
- o ângulo segundo o qual o robô  $H_1$  “vê” o robô  $H_2$  a partir da sua posição actual ( $\psi_{H_1,H_2}$ );
- o ângulo segundo o qual o robô  $H_1$  “vê” o robô  $H_3$  a partir da sua posição actual ( $\psi_{H_1,H_3}$ );
- o ângulo segundo o qual o robô  $H_2$  “vê” o robô “leader” a partir da sua

- posição actual ( $\psi_{H_2,leader}$ );
  - o ângulo segundo o qual o robô  $H_2$  “vê” o robô  $H_1$  a partir da sua posição actual ( $\psi_{H_2,H_1}$ );
  - o ângulo segundo o qual o robô  $H_2$  “vê” o robô  $H_3$  a partir da sua posição actual ( $\psi_{H_2,H_3}$ );
  - o ângulo segundo o qual o robô  $H_3$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua posição actual ( $\psi_{H_3,leader}$ );
  - o ângulo segundo o qual o robô  $H_3$  “vê” o robô  $H_1$  a partir da sua posição actual ( $\psi_{H_3,H_1}$ );
  - o ângulo segundo o qual o robô  $H_3$  “vê” o robô  $H_2$  a partir da sua posição actual ( $\psi_{H_3,H_2}$ );
  - a direcção na qual o atractor é erigido entre o robô  $H_1$  e o robô “*leader*”;
  - a direcção na qual o atractor é erigido entre o robô  $H_1$  e o robô  $H_2$ ;
  - a direcção na qual o atractor é erigido entre o robô  $H_1$  e o robô  $H_3$ ;
  - a direcção na qual o atractor é erigido entre o robô  $H_2$  e o robô “*leader*”;
  - a direcção na qual o atractor é erigido entre o robô  $H_2$  e o robô  $H_1$ ;
  - a direcção na qual o atractor é erigido entre o robô  $H_2$  e o robô  $H_3$ ;
  - a direcção na qual o atractor é erigido entre o robô  $H_3$  e o robô “*leader*”;
  - a direcção na qual o atractor é erigido entre o robô  $H_3$  e o robô  $H_1$ ;
  - a direcção na qual o atractor é erigido entre o robô  $H_3$  e o robô  $H_2$ .
- No Painel C é revelada a dinâmica da direcção de navegação para os quatro robôs. Neste painel:
    - a **linha vertical azul claro** indica a actual direcção de navegação de cada um dos robôs (ideia reforçada por uma seta preta);
    - a **linha cor-de-rosa** é a resultante da dinâmica completa para cada um dos robôs;

- a **linha a verde** tracejado representam a contribuição dos obstáculos para a dinâmica completa de cada robô;
- a **linha azul escuro** representa a função potencial da contribuição dos obstáculos para cada um dos robôs;
- a **linha a vermelho** tracejado indica a contribuição do alvo para a dinâmica global no caso do robô “*leader*”.

### 7.5.1 Simulação

Na figura 7.7 é mostrada uma simulação completa num ambiente com obstáculos estáticos e dinâmicos e sem *troca de liderança*. Os obstáculos dinâmicos são representados por dois robôs móveis *R4* e *R5*. Nesta figura os alvos (“*targets*”) são representados por uma cruz. Os alvos dos três robôs, “*leader*”, *R4* e *R5* são “*target*”, “*target\_R4*” e “*target\_R5*”, respectivamente. Cada robô é representado por um círculo preto com uma linha azul clara, que representa a sua direcção de navegação.

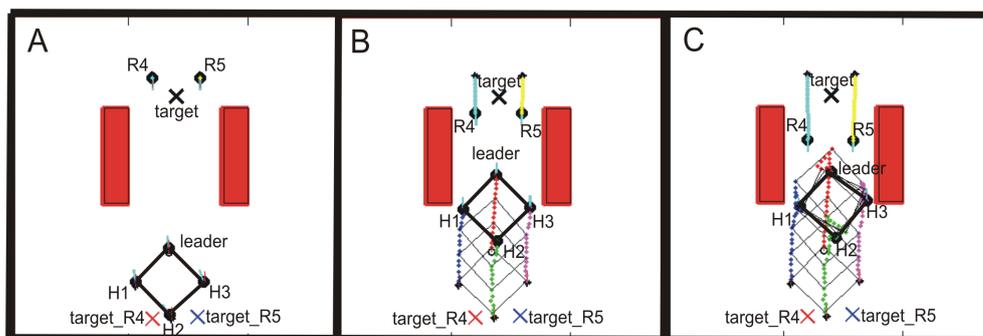


Figura 7.7: Instantes de uma simulação completa com obstáculos estáticos e dinâmicos.

Inicialmente os robôs são posicionados tal como ilustrado na figura 7.7-A. O robô “*leader*” move-se na direcção do seu alvo (“*target*”), entrando numa passagem relativamente estreita entre dois obstáculos (figura 7.7-B) e os robôs “*helpers*” ( $H_1$ ,  $H_2$  e  $H_3$ ) movimentam-se mantendo uma formação “*forward / backward*” com o robô “*leader*”. Os robôs *R4* e *R5* entram na mesma passagem,

mas em direcção contrária, para alcançar os respectivos alvos, isto é, “*target\_R4*” e “*target\_R5*”, respectivamente. Em seguida, o robô “*leader*” detecta os robôs *R4* e *R5* (figura 7.7-C). Esta situação força o robô “*leader*” a inverter a sua marcha e por conseguinte mudar o seu percurso por forma a evitar a colisão com os estes dois robôs. Os robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*forward / backward*” com o robô “*leader*”, enquanto recuam. Os outros dois robôs continuam a dirigir-se para os seus alvos.

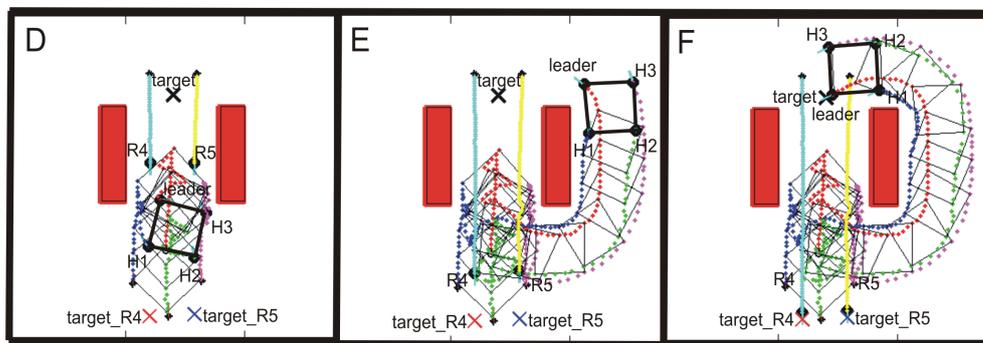


Figura 7.7 (cont.)

O robô “*leader*” continua a sua tentativa de deixar a passagem onde se encontra (figura 7.7-D) enquanto que os robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*forward / backward*”. Os robôs deixam esta passagem e encontram um novo caminho na direcção do seu alvo (figura 7.7-E). Os robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*turn*” com o robô “*leader*” e entre si. Finalmente todos os robôs alcançam os seus alvos e param (figura 7.7-F).

A dinâmica da direcção de navegação para cada um dos quatro robôs da equipa pode ser vista nas figuras 7.8 a 7.13 nas posições descritas nos instantes A a F da figura 7.7. A seta preta em cada gráfico da dinâmica indica a actual direcção de navegação do robô respectivo.

#### Instante A (figura 7.8)

##### Painel A:

O robô “*leader*” é colocado inicialmente apontando numa direcção apro-

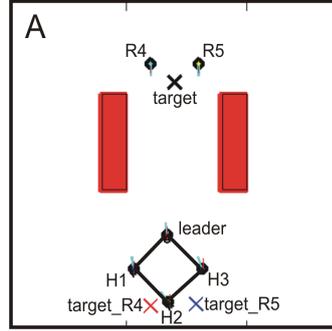


Figura 7.8: Instante A. Painel A.

ximadamente de  $90^\circ$ . Os robôs “helpers”,  $H_1$ ,  $H_2$  e  $H_3$ , são inicialmente colocados à esquerda, atrás e à direita do robô “leader”, respectivamente. Os robôs “helpers” mantêm uma formação “forward / backward” com o robô “leader”. Podemos observar que o objecto, que é indicado pelo quadrado preto, se encontra a ser transportado. Os robôs  $R4$  e  $R5$  são colocados tal como ilustrado na figura 7.8, com uma direcção de navegação aproximadamente de  $270^\circ$ .

#### Painel B:

Neste instante, o robô “leader” “vê” o alvo em relação a um eixo exterior ( $x$ ) segundo uma direcção  $\psi_{target}$ , que coincide com a sua direcção de navegação ( $\phi_{leader}$ ).

O robô  $H_1$  “vê” o robô “leader”, em relação ao mesmo eixo, numa direcção  $\psi_{H_1,leader}$  e “vê” o robô  $H_3$  também em relação ao mesmo eixo, numa direcção  $\psi_{H_1,H_3}$ .  $\psi_{H_1,leader,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_1$  em relação ao robô “leader”, que resulta da soma de  $\psi_{H_1,leader}$  com uma constante,  $45^\circ$ , mais a variação do objecto ( $\Delta_{H_1}$ ).  $\psi_{H_1,H_3,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_1$  em relação ao robô  $H_3$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_1,H_3}$  com uma constante,  $90^\circ$ , mais a variação do objecto ( $\Delta_{H_1}$ ).

O robô  $H_2$  “vê” o robô  $H_1$ , em relação ao mesmo eixo  $x$ , numa direcção  $\psi_{H_2,H_1}$  e “vê” o robô  $H_3$  também em relação ao mesmo eixo, numa direcção  $\psi_{H_2,H_3}$ .  $\psi_{H_2,H_1,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô  $H_1$ , que resulta

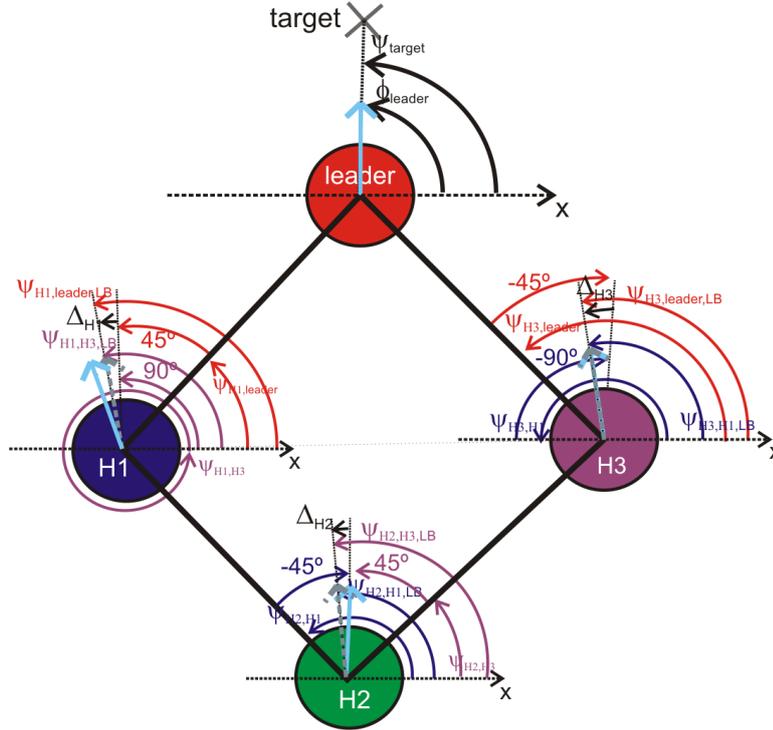


Figura 7.8 (cont.): Painel B.

da soma de  $\psi_{H_2,H_1}$  com uma constante,  $-45^\circ$ , mais a variação do objecto ( $\Delta_{H_2}$ ).  $\psi_{H_2,H_3,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô  $H_3$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_2,H_3}$  com uma constante,  $45^\circ$ , mais a variação do objecto ( $\Delta_{H_2}$ ).

O robô  $H_3$  “vê” o robô “*leader*”, em relação ao eixo  $x$ , numa direcção  $\psi_{H_3,leader}$  e “vê” o robô  $H_1$  também em relação ao mesmo eixo, numa direcção  $\psi_{H_3,H_1}$ .  $\psi_{H_3,leader,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_3$  em relação ao robô “*leader*”, que resulta da soma de  $\psi_{H_3,leader}$  com uma constante,  $-45^\circ$ , menos a variação do objecto ( $\Delta_{H_3}$ ).  $\psi_{H_3,H_1,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_3$  em relação ao robô  $H_1$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_3,H_1}$  com uma constante,  $-90^\circ$ , menos a variação do objecto ( $\Delta_{H_3}$ ).

#### Painel C:

No gráfico da dinâmica do robô “*leader*”, podemos ver que são detectados obstáculos, daí a presença de  $f_{obs,leader}$  e  $U_{obs,leader}$ . Assim sendo a dinâmica resultante,  $f_{leader}$ , resulta da soma da contribuição do alvo,  $f_{target,leader}$ , com a

contribuição dos obstáculos  $f_{obs,leader}$ . A actual direcção de navegação do robô,  $\phi_{leader}$ , não coincide com o atractor (zero com declive negativo da linha cor de rosa) da dinâmica resultante. No próximo instante o robô irá seguir este atractor.

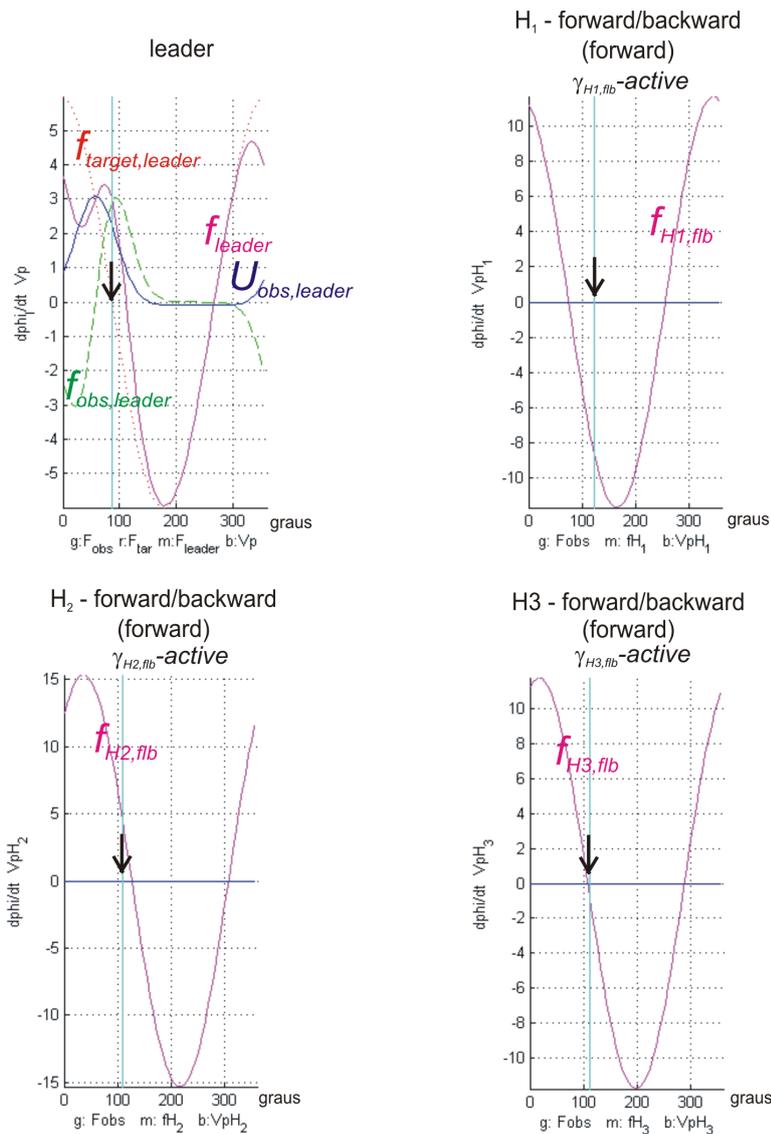


Figura 7.8 (cont.): Painei C.

No gráfico da dinâmica do robô  $H_1$ , tal como é possível ver, não são detetadas obstruções, daí a ausência de  $f_{obs,H_1}$  e  $U_{obs,H_1}$ . A diferença entre a direcção de navegação do robô “leader” e a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “leader” a partir da sua posição actual é inferior a  $100^\circ$  e superior a  $260^\circ$ . A di-

recção de navegação do robô  $H_1$  não está sobre o atractor da dinâmica resultante, logo no próximo instante, o robô  $H_1$  irá seguir este atractor.

No gráfico da dinâmica do robô  $H_2$ , podemos ver que a direcção de navegação deste robô,  $\phi_{H_2}$ , está muito próxima do atractor da dinâmica resultante. Assim sendo, no próximo instante o robô irá seguir este atractor. O robô  $H_2$  também não detecta obstruções, daí a ausência de  $f_{obs,H_2}$ . Podemos ainda observar, no gráfico da dinâmica de  $H_2$ , que a diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_2$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua posição actual e a direcção de navegação do robô “*leader*”, é tal como para o robô  $H_1$  inferior a  $100^\circ$  e superior a  $260^\circ$ .

No gráfico da dinâmica do robô  $H_3$ , podemos ver que a direcção de navegação deste robô,  $\phi_{H_3}$ , está sobre o atractor da dinâmica resultante. Assim sendo, no próximo instante o robô irá manter a actual direcção de navegação. O robô  $H_3$  também não detecta obstruções, daí a ausência de  $f_{obs,H_3}$ . Podemos ainda observar, no gráfico da dinâmica de  $H_3$ , que à semelhança dos robôs  $H_1$  e  $H_2$ , a diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_3$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua posição actual e a direcção de navegação do robô “*leader*”, é inferior a  $100^\circ$  e superior a  $260^\circ$ .

Da análise da dinâmica de cada um dos robôs, podemos concluir que uma vez que  $|\phi_{leader} - \psi_{H_i,leader}| < 100^\circ$  e  $|\phi_{leader} - \psi_{H_i,leader}| > 260^\circ$ , e que  $U_{obs,H_i}$  é igual a zero, a equação (6.40), para cada um dos robôs “*helpers*” toma o valor 1, isto é,  $\alpha_{f_{H_1}} = 1$ ,  $\alpha_{f_{H_2}} = 1$  e  $\alpha_{f_{H_3}} = 1$ . O facto de  $\alpha_{f_{H_i}}$  tomar o valor 1, indica que os robôs “*helpers*” irão navegar em frente. Como  $\alpha_{f_{H_i}} = 1$ , logo  $\gamma_{H_i,f/b}$ , na equação (6.15) toma também o valor 1 ( $\gamma_{H_1,f/b} = 1$ ,  $\gamma_{H_2,f/b} = 1$  e  $\gamma_{H_3,f/b} = 1$ ). Uma vez que  $\gamma_{H_i,f/b} = 1$ , a dinâmica de cada um dos robôs é dominada por este termo, logo para o robô  $H_1$  temos que,  $\gamma_{H_1,f/b} = 1$ ,  $\gamma_{H_1,turn} = 0$  e  $\gamma_{H_1,column} = 0$  na equação (6.15). Para o robô  $H_2$  temos que,  $\gamma_{H_2,f/b} = 1$ ,  $\gamma_{H_2,turn} = 0$  e  $\gamma_{H_2,column} = 0$  na expressão (6.15). Para o robô  $H_3$  temos que,  $\gamma_{H_3,f/b} = 1$ ,  $\gamma_{H_3,turn} = 0$  e  $\gamma_{H_3,column} = 0$  na equação (6.15).

$\Delta_{H_1}$  é positivo uma vez que o robô  $H_1$  se encontra a uma distância inferior à desejada, isto é, o deslocamento do objecto medido pela base de suporte deste robô é positivo (*i.e.*  $\Delta d_{H_1} > 0$ ).  $R_{f/b,H_1,leader}$  na equação (7.3) toma o valor 1 porque  $\alpha_{b_{H_1}}$  (equação (7.34)) é igual a zero. Uma vez que  $R_{f/b,H_1,H_3} = R_{f/b,H_1,leader}$ , logo  $R_{f/b,H_1,H_3}$  toma também o valor 1. Assim sendo os termos  $R_{f/b,H_1,leader}\Delta_{H_1}$  e  $R_{f/b,H_1,H_3}\Delta_{H_1}$  são somados nas expressões (7.1) e (7.4), respectivamente.

$\Delta_{H_2}$  é positivo uma vez que o robô  $H_2$  se encontra a uma distância inferior à desejada (*i.e.*  $\Delta d_{H_2} > 0$ ). Uma vez que  $\alpha_{b_{H_2}}$  (equação (7.34)) é igual a zero,  $R_{f/b,H_2,H_1}$  na equação (7.3) toma o valor 1. Os termos  $R_{f/b,H_2,H_1}\Delta_{H_2}$  e  $R_{f/b,H_2,H_3}\Delta_{H_2}$  são somados nas expressões (7.1) e (7.4), respectivamente.

$\Delta_{H_3}$  é negativo uma vez que  $\Delta d_{H_3} < 0$  para o robô  $H_3$ .  $R_{f/b,H_3,leader}$  na equação (7.3) toma o valor  $-1$  porque  $\alpha_{b_{H_3}}$  (equação (7.34)) é igual a zero.  $R_{f/b,H_3,H_1}$  toma também o valor  $-1$  uma vez que  $R_{f/b,H_3,H_1} = R_{f/b,H_3,leader}$ .  $R_{f/b,H_3,leader}\Delta_{H_3}$  e  $R_{f/b,H_3,H_1}\Delta_{H_3}$  são somados nas expressões (7.1) e (7.4), respectivamente.

### Instante B (figura 7.9)

Painel A:

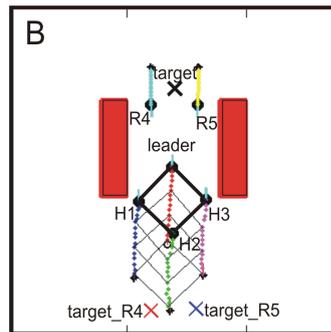


Figura 7.9: Instante B. Painel A.

O robô “*leader*” encontra-se dentro da passagem entre os dois obstáculos com a finalidade de alcançar o seu alvo, *target*. Os robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*forward / backward*” com o robô “*leader*”. Os outros dois robôs,  $R_4$  e  $R_5$ , no intuito de se dirigirem para os respectivos alvos, entram na mesma

passagem entre os dois obstáculos.

Painel B:

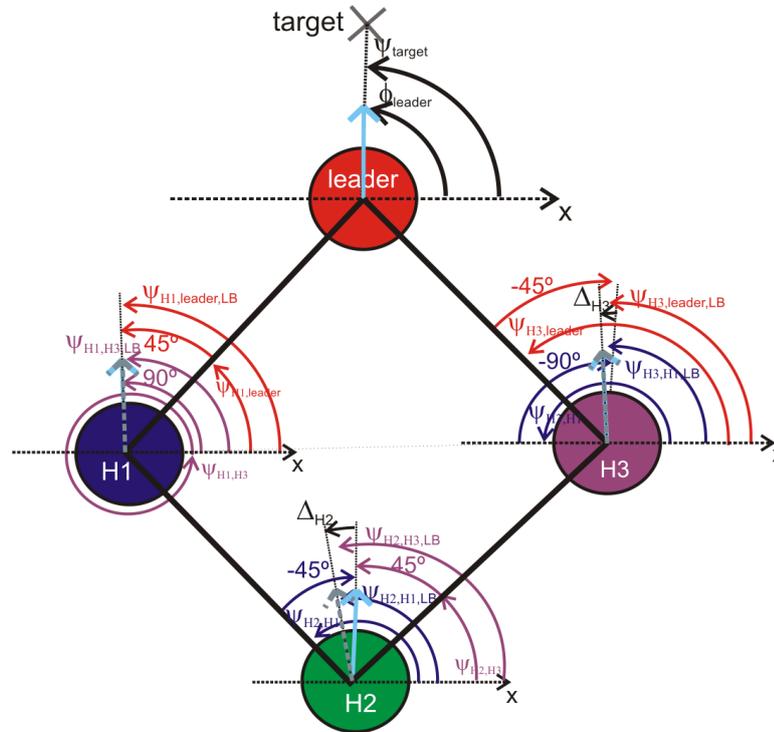


Figura 7.9 (cont.): Painel B.

Neste instante, o robô “*leader*” “vê” o alvo numa direcção  $\psi_{target}$ , direcção essa que coincide com a sua direcção de navegação ( $\phi_{leader}$ ).

O robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” numa direcção  $\psi_{H_1,leader}$  e “vê” o robô  $H_3$  numa direcção  $\psi_{H_1,H_3}$ .  $\psi_{H_1,leader,f/b}$  resulta da soma de  $\psi_{H_1,leader}$  com uma constante igual a  $45^\circ$ .  $\psi_{H_1,H_3,f/b}$  resulta da soma de  $\psi_{H_1,H_3}$  com uma constante igual a  $90^\circ$ .

O robô  $H_2$  “vê” o robô  $H_1$  numa direcção  $\psi_{H_2,H_1}$  e “vê” o robô  $H_3$  numa direcção  $\psi_{H_2,H_3}$ .  $\psi_{H_2,H_1,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô  $H_1$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_2,H_1}$  com uma constante,  $-45^\circ$ , menos a variação do objecto ( $\Delta_{H_2}$ ).  $\psi_{H_2,H_3,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô  $H_3$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_2,H_3}$  com uma constante,  $45^\circ$ , menos a variação do objecto ( $\Delta_{H_2}$ ).

O robô  $H_3$  “vê” o robô “*leader*” numa direcção  $\psi_{H_3,leader}$  e “vê” o robô  $H_1$  numa direcção  $\psi_{H_3,H_1}$ .  $\psi_{H_3,leader,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_3$  em relação ao robô “*leader*”, que resulta da soma de  $\psi_{H_3,leader}$  com uma constante,  $-45^\circ$ , menos a variação do objecto ( $\Delta_{H_3}$ ).  $\psi_{H_3,H_1,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_3$  em relação ao robô  $H_1$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_3,H_1}$  com uma constante,  $-90^\circ$ , menos a variação do objecto ( $\Delta_{H_3}$ ).

#### Painel C:

No gráfico da dinâmica do robô “*leader*”, podemos ver que não são detectados obstáculos, daí a ausência de  $f_{obs,leader}$  e  $U_{obs,leader}$ . Assim sendo a dinâmica resultante,  $f_{leader}$ , resulta apenas da contribuição do alvo,  $f_{target,leader}$ . A actual direcção de navegação do robô,  $\phi_{leader}$ , está sobre o atractor da dinâmica resultante. No próximo instante o robô irá manter a actual direcção de navegação.

No gráfico da dinâmica do robô  $H_1$ , tal como é possível ver são detectadas obstruções, daí a presença de  $f_{obs,H_1}$  e  $U_{obs,H_1}$ . A actual direcção de navegação intercepta  $f_{obs,H_1}$  em valores negativos ( $f_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) < 0$ ), o que significa que a obstrução detectada está localizada à esquerda do robô  $H_1$ .  $U_{obs,H_1}$ , isto é, a função potencial é interceptada por  $\phi_{H_1}$  também em valores positivos ( $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$ ), o que significa que  $\phi_{H_1}$  está sobre uma região fortemente repulsiva criada pela presença da obstrução detectada. A diferença entre a direcção de navegação do robô “*leader*” e a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua posição actual é inferior a  $100^\circ$  e superior a  $260^\circ$ . A direcção de navegação do robô  $H_1$  está sobre o atractor da dinâmica resultante, logo no próximo instante, o robô  $H_1$ , irá manter a actual direcção de navegação.

No gráfico da dinâmica do robô  $H_2$ , podemos ver que a direcção de navegação deste robô,  $\phi_{H_2}$ , está próxima do atractor da dinâmica resultante. Assim sendo, no próximo instante o robô irá seguir este atractor. O robô  $H_2$  não detecta obstruções, daí a ausência de  $f_{obs,H_2}$ . Podemos ainda observar, no gráfico da dinâmica de  $H_2$ , que a diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_2$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua posição actual e a direcção de navegação do

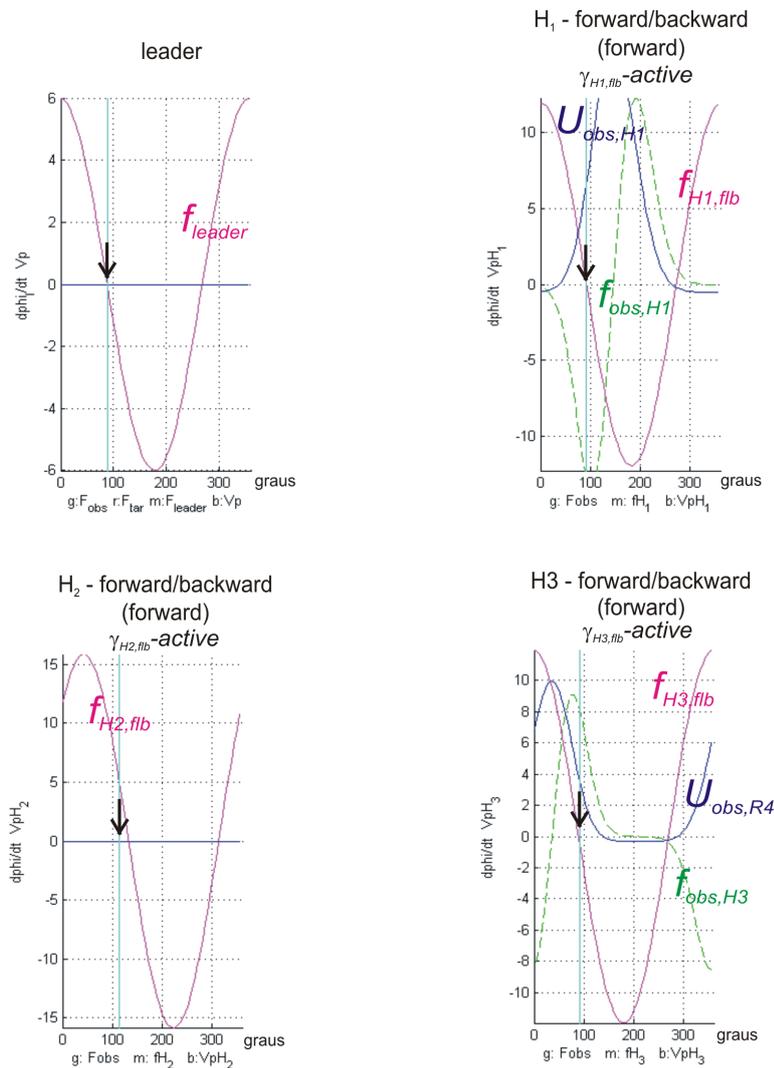


Figura 7.9 (cont.): Pannel C.

robô “*leader*”, é tal como para o robô  $H_1$ , inferior a  $100^\circ$  e superior a  $260^\circ$ .

No gráfico da dinâmica do robô  $H_3$ , verificamos que este robô detecta obstruções, daí a presença de  $f_{obs,H3}$ . A actual direcção de navegação intercepta  $f_{obs,H3}$  em valores positivos ( $f_{obs,H3}(\phi_{H3}) > 0$ ), o que significa que a obstrução detectada está localizada à direita do robô  $H_3$ .  $U_{obs,H3}$ , isto é, a função potencial é interceptada por  $\phi_{H3}$  também em valores positivos ( $U_{obs,H3}(\phi_{H3}) > 0$ ), o que significa que  $\phi_{H3}$  está sobre uma região fortemente repulsiva criada pela presença da obstrução detectada.  $\phi_{H3}$  está sobre o atractor da dinâmica resultante, logo

no próximo instante o robô irá manter a actual direcção de navegação. Podemos ainda observar, no gráfico da dinâmica de  $H_3$ , que à semelhança dos robôs  $H_1$  e  $H_2$ , a diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_3$  “vê” o robô “leader” a partir da sua posição actual e a direcção de navegação do robô “leader”, é inferior a  $100^\circ$  e superior a  $260^\circ$ .

Da análise da dinâmica de cada um dos robôs, podemos concluir que uma vez que  $|\phi_{leader} - \psi_{H_i,leader}| < 100^\circ$  e  $|\phi_{leader} - \psi_{H_i,leader}| > 260^\circ$ , e que  $U_{obs,H_i}$  é igual a zero, a equação (7.35), para cada um dos robôs “helpers” toma o valor 1, isto é,  $\alpha_{f_{H_1}} = 1$ ,  $\alpha_{f_{H_2}} = 1$  e  $\alpha_{f_{H_3}} = 1$ . O facto de  $\alpha_{f_{H_i}}$  tomar o valor 1, indica que os robôs “helpers” irão navegar em frente. Como  $\alpha_{f_{H_i}} = 1$ , logo  $\gamma_{H_i,f/b}$ , na expressão (6.40) toma também o valor 1 ( $\gamma_{H_1,f/b} = 1$ ,  $\gamma_{H_2,f/b} = 1$  e  $\gamma_{H_3,f/b} = 1$ ). Uma vez que  $\gamma_{H_i,f/b} = 1$ , a dinâmica de cada um dos robôs é dominada por este termo, logo para o robô  $H_1$  temos que,  $\gamma_{H_1,f/b} = 1$ ,  $\gamma_{H_1,turn} = 0$  e  $\gamma_{H_1,column} = 0$  na equação (6.15). Para o robô  $H_2$  temos que,  $\gamma_{H_2,f/b} = 1$ ,  $\gamma_{H_2,turn} = 0$  e  $\gamma_{H_2,column} = 0$  na equação (6.15). Para o robô  $H_3$  temos que,  $\gamma_{H_3,f/b} = 1$ ,  $\gamma_{H_3,turn} = 0$  e  $\gamma_{H_3,column} = 0$  na equação (6.15).

$\Delta_{H_1}$  tem um valor nulo uma vez que o robô  $H_1$  se encontra à distância desejada, isto é, o deslocamento do objecto medido pela base de suporte deste robô é igual a zero ( $\Delta d_{H_1} = 0$ ). Assim sendo os termos  $R_{f/b,H_1,leader}\Delta_{H_1}$  e  $R_{f/b,H_1,H_3}\Delta_{H_1}$  são nulos nas expressões (7.1) e (7.4), respectivamente.

$\Delta_{H_2}$  é positivo uma vez que  $\Delta d_{H_2} > 0$  para o robô  $H_2$ . Como  $\alpha_{b_{H_2}}$  (equação (7.34)) é igual a zero, então  $R_{f/b,H_2,H_1}$  na equação (7.3) toma o valor 1. Uma vez que  $R_{f/b,H_2,H_3} = R_{f/b,H_2,H_1}$ , logo  $R_{f/b,H_2,H_3}$  toma também o valor 1. Os termos  $R_{f/b,H_2,H_1}\Delta_{H_2}$  e  $R_{f/b,H_2,H_3}\Delta_{H_2}$  são somados nas expressões (7.1) e (7.4), respectivamente.

$\Delta_{H_3}$  é negativo uma vez que o robô  $H_3$  se encontra a uma distância superior à desejada (isto é,  $\Delta d_{H_3} < 0$ ).  $R_{f/b,H_3,leader}$  na equação (7.3) toma o valor  $-1$  porque  $\alpha_{b_{H_3}}$  (expressão (7.34)) é igual a zero.  $R_{f/b,H_3,H_1}$  toma também o valor  $-1$  uma vez que  $R_{f/b,H_3,H_1} = R_{f/b,H_3,leader}$ . Nas expressões (7.1) e (7.4), os termos

$R_{f/b,H_3,leader}\Delta_{H_3}$  e  $R_{f/b,H_3,H_1}\Delta_{H_3}$ , respectivamente, são somados.

### Instante C (figura 7.10)

#### Painel A:

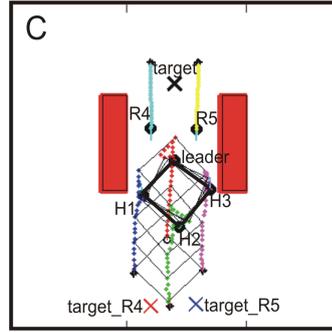


Figura 7.10: Instante C. Painel A.

O robô “*leader*” ao detectar os robôs  $R4$  e  $R5$  à sua frente inverte a sua marcha. Os robôs “*helpers*” ao detectarem que o robô “*leader*” inverteu a sua marcha recuam mantendo uma formação “*forward / backward*”.

#### Painel B:

Neste instante, o robô “*leader*” “vê” o alvo segundo uma direcção  $\psi_{target}$ , que não coincide com a sua direcção de navegação ( $\phi_{leader}$ ).

$\psi_{H_1,leader,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_1$  em relação ao robô “*leader*”, que resulta da soma de  $\psi_{H_1,leader}$  com uma constante igual a  $45^\circ$ .  $\psi_{H_1,H_3,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_1$  em relação ao robô  $H_3$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_1,H_3}$  com uma constante igual a  $90^\circ$ .

$\psi_{H_2,H_1,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô  $H_1$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_2,H_1}$  com uma constante,  $-45^\circ$ , mais a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_2$  ( $\Delta_{H_2}$ ).  $\psi_{H_2,H_3,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô  $H_3$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_2,H_3}$  com uma constante,  $45^\circ$ , mais a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_2$  ( $\Delta_{H_2}$ ).

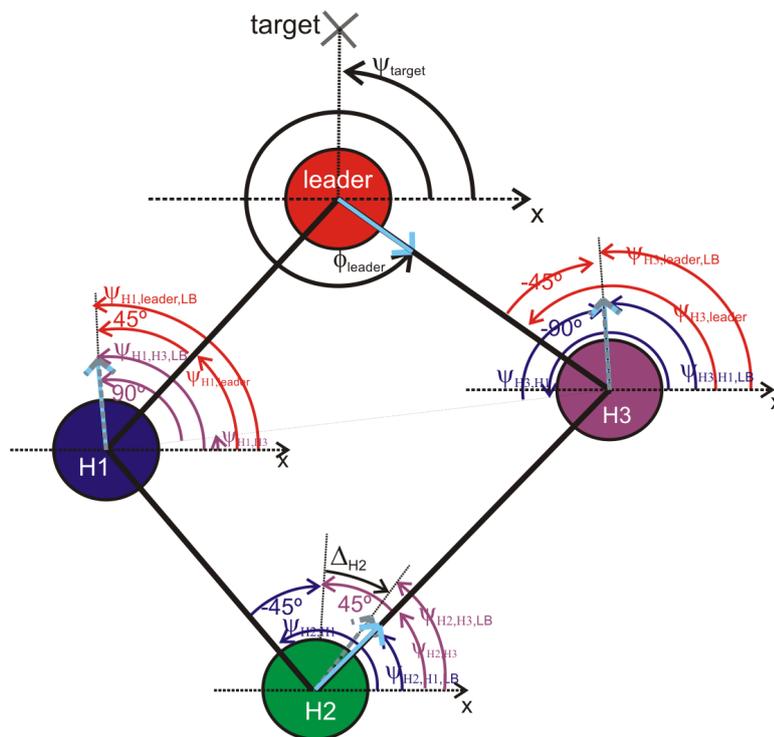


Figura 7.10 (cont.): Painel B.

$\psi_{H_3,leader,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_3$  em relação ao robô “leader”, que resulta da soma de  $\psi_{H_3,leader}$  com uma constante igual a  $-45^\circ$ .  $\psi_{H_3,H_1,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_3$  em relação ao robô  $H_1$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_3,H_1}$  com uma constante igual a  $-90^\circ$ .

#### Painel C:

No gráfico da dinâmica do robô “leader”, podemos observar que a direcção de navegação do robô “leader” está muito próxima do atractor da dinâmica resultante. Assim o robô “leader”, no próximo instante, irá seguir o atractor resultante.

No gráfico da dinâmica do robô  $H_1$ , tal como é possível ver, são detectadas obstruções (presença de  $f_{obs,H_1}$  e de  $U_{obs,H_1}$ ). A actual direcção de navegação intercepta  $f_{obs,H_1}$  em valores negativos ( $f_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) < 0$ ), o que significa que a obstrução detectada está localizada à esquerda do robô  $H_1$ .  $U_{obs,H_1}$ , isto é, a função potencial é interceptada por  $\phi_{H_1}$  também em valores positivos ( $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$ ),

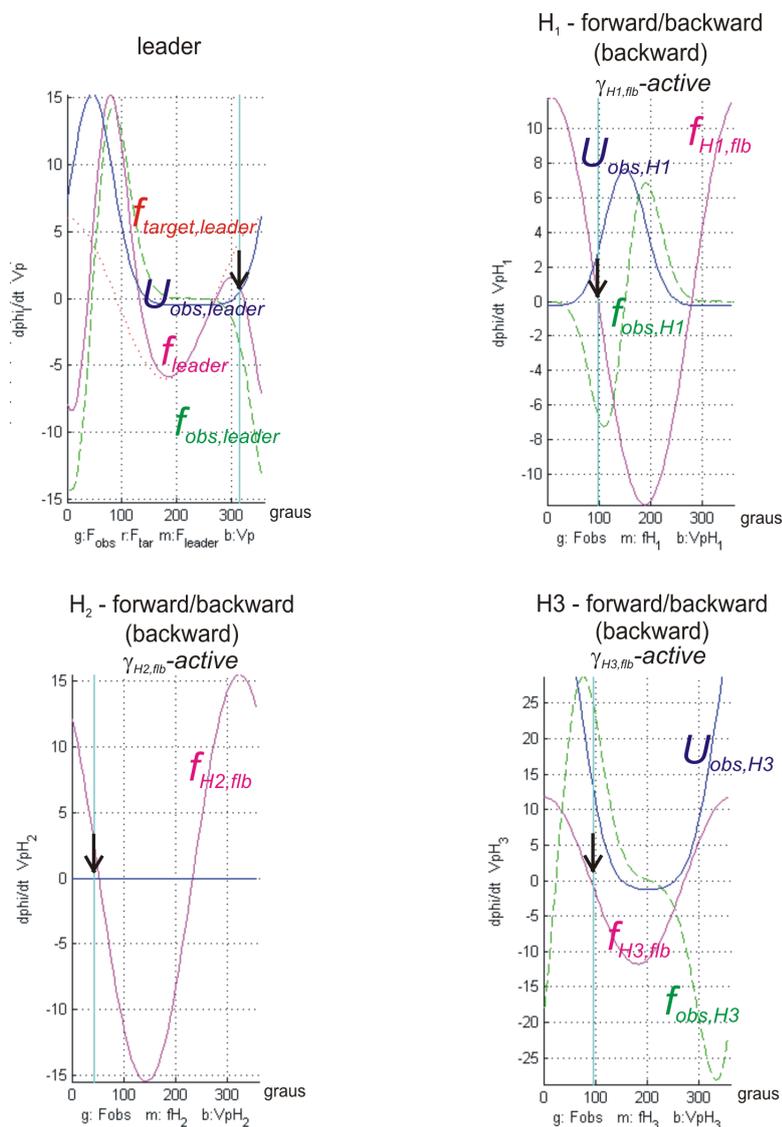


Figura 7.10 (cont.): Painei C.

o que significa que  $\phi_{H_1}$  está sobre uma região fortemente repulsiva criada pela presença da obstrução detectada. A diferença entre a direcção de navegação do robô “leader” e a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “leader” a partir da sua posição actual é superior a  $100^\circ$  e inferior a  $260^\circ$ . A direcção de navegação do robô  $H_1$  está sobre o atractor da dinâmica resultante, logo no próximo instante o robô  $H_1$ , irá manter a actual direcção de navegação.

No gráfico da dinâmica do robô  $H_2$ , podemos ver que a direcção de nave-

gação deste robô,  $\phi_{H_2}$ , está muito próxima do atractor da dinâmica resultante. Assim sendo, no próximo instante o robô irá seguir este atractor. O robô  $H_2$  não detecta obstruções, daí a ausência de  $f_{obs,H_2}$ . Podemos ainda observar, no gráfico da dinâmica de  $H_2$ , que a diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_2$  “vê” o robô “leader” a partir da sua posição actual e a direcção de navegação do robô “leader”, é tal como para o robô  $H_1$ , superior a  $100^\circ$  e inferior a  $260^\circ$ .

No gráfico da dinâmica do robô  $H_3$ , podemos ver que a direcção de navegação deste robô,  $\phi_{H_3}$ , está sobre o atractor da dinâmica resultante. Assim sendo, no próximo instante este robô irá manter a actual direcção de navegação. O robô  $H_3$  detecta obstruções, daí a presença de  $f_{obs,H_3}$ .  $\phi_{H_3}$  intercepta  $f_{obs,H_3}$  em valores positivos ( $f_{obs,H_3}(\phi_{H_3}) > 0$ ), o que significa que as obstruções detectadas pelo robô estão localizadas do seu lado direito.  $U_{obs,H_3}$  é interceptada por  $\phi_{H_3}$  em valores positivos ( $U_{obs,H_3}(\phi_{H_3}) > 0$ ), o que significa que a actual direcção de navegação do robô se encontra numa região fortemente repulsiva criada pela presença de obstáculos. Podemos ainda observar, no gráfico da dinâmica do robô  $H_3$ , que à semelhança dos robôs  $H_1$  e  $H_2$ , a diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_3$  “vê” o robô “leader” a partir da sua posição actual e a direcção de navegação do robô “leader”, é superior a  $100^\circ$  e inferior a  $260^\circ$ .

Da análise da dinâmica de cada um dos robôs, podemos concluir que uma vez que  $100^\circ \leq |\phi_{leader} - \psi_{H_i,leader}| \leq 260^\circ$ , a equação (7.34), para cada um dos robôs “helpers” toma o valor 1, isto é,  $\alpha_{b_{H_1}} = 1$ ,  $\alpha_{b_{H_2}} = 1$  e  $\alpha_{b_{H_3}} = 1$ . O facto de  $\alpha_{b_{H_i}}$  tomar o valor 1, indica que os robôs “helpers” irão recuar. Como  $\alpha_{b_{H_i}} = 1$ , logo  $\gamma_{H_i,f/b}$ , na equação (6.40) toma também o valor 1 ( $\gamma_{H_1,f/b} = 1$ ,  $\gamma_{H_2,f/b} = 1$  e  $\gamma_{H_3,f/b} = 1$ ). Uma vez que  $\gamma_{H_i,f/b} = 1$ , a dinâmica de cada um dos robôs  $H_1$ ,  $H_2$  e  $H_3$  é dominada pelo termo,  $\gamma_{H_1,f/b} = 1$ ,  $\gamma_{H_2,f/b} = 1$  e  $\gamma_{H_3,f/b} = 1$ , respectivamente.

$\Delta_{H_1}$  é nulo uma vez que o robô  $H_1$  se encontra à distância desejada (isto é,  $\Delta d_{H_1} = 0$ ). Assim sendo os termos  $R_{f/b,H_1,leader}\Delta_{H_1}$  e  $R_{f/b,H_1,H_3}\Delta_{H_1}$  são nulos nas expressões (7.1) e (7.4), respectivamente.

$\Delta_{H_2}$  é positivo uma vez que  $\Delta d_{H_2} > 0$  para o robô  $H_2$ .  $R_{f/b,H_2,H_1}$  na equação

(7.3) toma o valor  $-1$  porque  $\alpha_{b_{H_2}}$  (equação (7.34)) é igual a  $1$ .  $R_{f/b,H_2,H_3}$  toma também o valor  $-1$  uma vez que  $R_{f/b,H_2,H_3} = R_{f/b,H_2,H_1}$ . nas expressões (7.1) e (7.4), os termos  $R_{f/b,H_2,H_1}\Delta_{H_2}$  e  $R_{f/b,H_2,H_3}\Delta_{H_2}$ , respectivamente, são subtraídos.

$\Delta_{H_3}$  é nulo uma vez que o robô  $H_3$  se encontra à distância desejada (isto é,  $\Delta_{H_3} = 0$ ). Assim sendo os termos  $R_{f/b,H_3,leader}\Delta_{H_3}$  e  $R_{f/b,H_3,H_1}\Delta_{H_3}$  são nulos nas expressões (7.1) e (7.4), respectivamente.

### Instante D (figura 7.11)

#### Painel A:

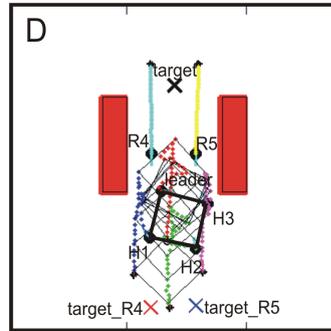


Figura 7.11: Instante D. Painel A.

Os robôs  $R4$  e  $R5$  continuam a sua marcha através da mesma passagem entre os dois obstáculos no intuito de alcançar os respectivos alvos. O robô “*leader*” continua à procura de uma saída da passagem entre os dois obstáculos em que se encontra, enquanto que os robôs “*helpers*” continuam a recuar mantendo uma formação “*forward / backward*”.

#### Painel B:

Neste instante, o robô “*leader*” “vê” o alvo numa direcção  $\psi_{target}$ , que não coincide com a sua direcção de navegação ( $\phi_{leader}$ ).

$\psi_{H_1,leader,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_1$  em relação ao robô “*leader*”, que resulta da soma de  $\psi_{H_1,leader}$  com uma constante,  $45^\circ$ , mais a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_1$  ( $\Delta_{H_1}$ ).  $\psi_{H_1,H_3,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_1$  em relação ao robô  $H_3$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_1,H_3}$  com

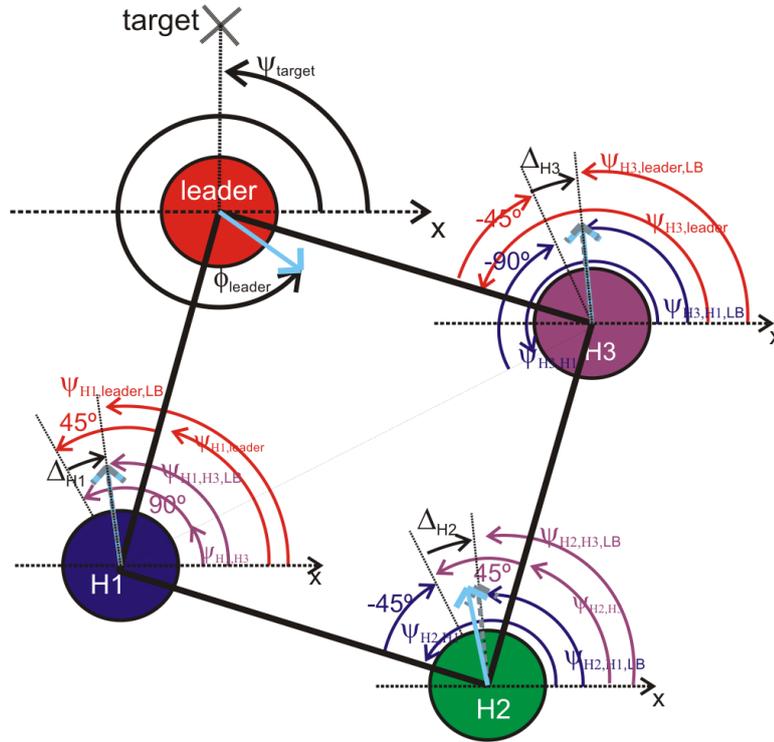


Figura 7.11 (cont.): Paineil B.

uma constante,  $90^\circ$ , mais a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_1$ .

$\psi_{H_2,H_1,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô  $H_1$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_2,H_1}$  com uma constante,  $-45^\circ$ , mais a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_2$  ( $\Delta_{H_2}$ ).  $\psi_{H_2,H_3,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_2$  em relação ao robô  $H_3$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_2,H_3}$  com uma constante,  $45^\circ$ , mais a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_2$ .

$\psi_{H_3,leader,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_3$  em relação ao robô “leader”, que resulta da soma de  $\psi_{H_3,leader}$  com uma constante,  $-45^\circ$ , menos a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_3$  ( $\Delta_{H_3}$ ).  $\psi_{H_3,H_1,f/b}$  é a direcção desejada do robô  $H_3$  em relação ao robô  $H_1$ , que resulta da soma de  $\psi_{H_3,H_1}$  com uma constante,  $-90^\circ$ , menos a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_3$ .

Painel C:

No gráfico da dinâmica do robô “*leader*”, podemos ver que não são detectados obstáculos, daí a ausência de  $f_{obs,leader}$  e  $U_{obs,leader}$ . Assim sendo, a dinâmica resultante,  $f_{leader}$ , resulta apenas da contribuição do alvo,  $f_{target,leader}$ . A actual direcção de navegação do robô,  $\phi_{leader}$ , está sobre o attractor da dinâmica resultante. No próximo instante, o robô irá manter a actual direcção de navegação.

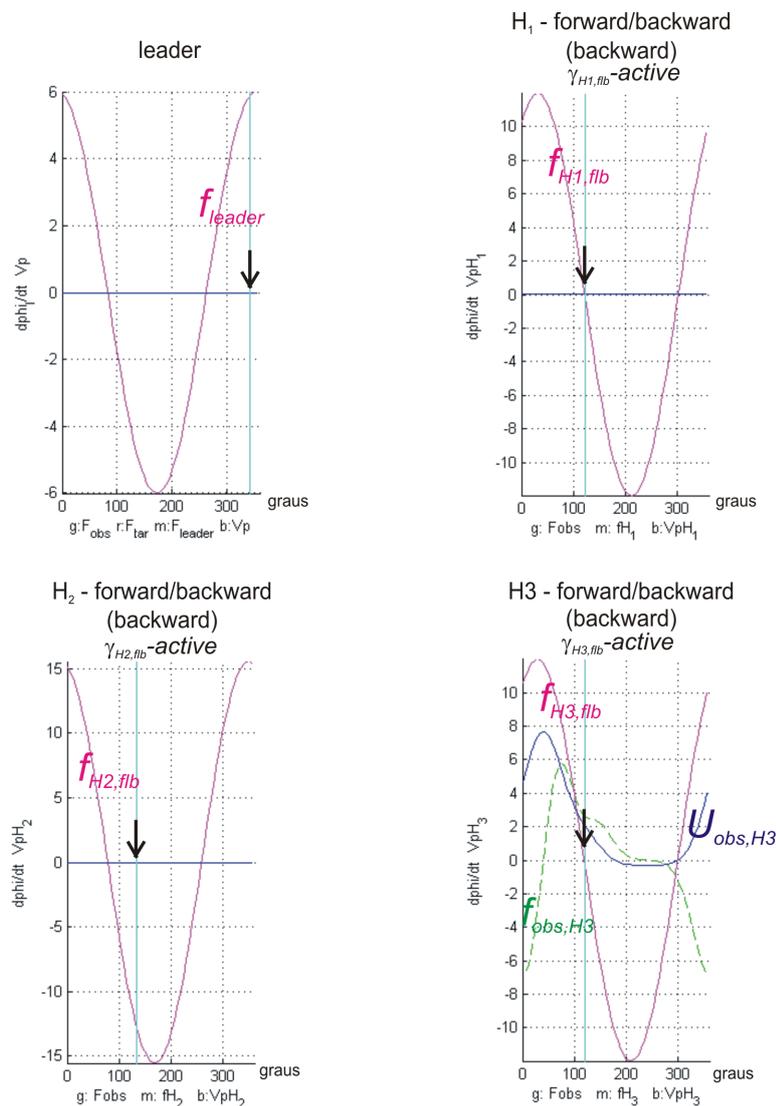


Figura 7.11 (cont.): Painel C.

No gráfico da dinâmica do robô  $H_1$ , tal como é possível ver, não são detectadas obstruções (ausência de  $f_{obs,H_1}$  e de  $U_{obs,H_1}$ ). A diferença entre a direcção

de navegação do robô “*leader*” e a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua posição actual é superior a  $100^\circ$  e inferior a  $260^\circ$ . A direcção de navegação do robô  $H_1$  está sobre o atractor da dinâmica resultante, logo no próximo instante o robô  $H_1$ , irá manter a actual direcção de navegação.

No gráfico da dinâmica do robô  $H_2$ , podemos ver que a direcção de navegação deste robô,  $\phi_{H_2}$ , não está sobre o atractor da dinâmica resultante. Assim sendo, no próximo instante o robô irá seguir este atractor. O robô  $H_2$  não detecta obstruções, daí a ausência de  $f_{obs,H_2}$ . Podemos ainda observar, no gráfico da dinâmica de  $H_2$ , que a diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_2$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua posição actual e a direcção de navegação do robô “*leader*”, é tal como para o robô  $H_1$ , superior a  $100^\circ$  e inferior a  $260^\circ$ .

No gráfico da dinâmica do robô  $H_3$ , podemos ver que a direcção de navegação deste robô,  $\phi_{H_3}$ , está sobre o atractor da dinâmica resultante. Assim sendo, no próximo instante este robô irá manter a actual direcção de navegação. O robô  $H_3$  detecta obstruções, daí a presença de  $f_{obs,H_3}$ .  $\phi_{H_3}$  intercepta  $f_{obs,H_3}$  em valores positivos ( $f_{obs,H_3}(\phi_{H_3}) > 0$ ), o que significa que as obstruções detectadas pelo robô estão localizadas do seu lado direito.  $U_{obs,H_3}$  é interceptada por  $\phi_{H_3}$  em valores positivos ( $U_{obs,H_3}(\phi_{H_3}) > 0$ ), o que significa que a actual direcção de navegação do robô se encontra numa região fortemente repulsiva criada pela presença de obstáculos. Podemos ainda observar, no gráfico da dinâmica do robô  $H_3$ , que à semelhança dos robôs  $H_1$  e  $H_2$ , a diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_3$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua posição actual e a direcção de navegação do robô “*leader*”, é superior a  $100^\circ$  e inferior a  $260^\circ$ .

Da análise da dinâmica de cada um dos robôs, podemos concluir que uma vez que  $100^\circ \leq |\phi_{leader} - \psi_{H_i,leader}| \leq 260^\circ$ , a equação (7.34), para cada um dos robôs “*helpers*” toma o valor 1, isto é,  $\alpha_{b_{H_1}} = 1$ ,  $\alpha_{b_{H_2}} = 1$  e  $\alpha_{b_{H_3}} = 1$ . O facto de  $\alpha_{b_{H_i}}$  tomar o valor 1, indica que os robôs “*helpers*” irão recuar. Como  $\alpha_{b_{H_i}} = 1$ , logo  $\gamma_{H_i,f/b}$ , na expressão (6.40) toma também o valor 1 ( $\gamma_{H_1,f/b} = 1$ ,  $\gamma_{H_2,f/b} = 1$  e  $\gamma_{H_3,f/b} = 1$ ). Uma vez que  $\gamma_{H_i,f/b} = 1$ , a dinâmica de cada um dos robôs  $H_1$ ,  $H_2$  e

$H_3$  é dominada pelo termo,  $\gamma_{H_1,f/b} = 1$ ,  $\gamma_{H_2,f/b} = 1$  e  $\gamma_{H_3,f/b} = 1$ , respectivamente.

$\Delta_{H_1}$  é positivo uma vez que  $\Delta d_{H_1} > 0$  para o robô  $H_1$ . Como  $\alpha_{b_{H_1}}$  (equação (7.34)) é igual a 1,  $R_{f/b,H_1,leader}$  na equação (7.3) toma o valor  $-1$ . Uma vez que  $R_{f/b,H_1,H_3} = R_{f/b,H_1,leader}$ , logo  $R_{f/b,H_1,H_3}$  toma também o valor  $-1$ . Assim sendo os termos  $R_{f/b,H_1,leader}\Delta_{H_1}$  e  $R_{f/b,H_1,H_3}\Delta_{H_1}$  são subtraídos nas expressões (7.1) e (7.4), respectivamente.

$\Delta_{H_2}$  é positivo uma vez que o robô  $H_2$  se encontra a uma distância inferior à desejada ( $\Delta d_{H_2} > 0$ ).  $R_{f/b,H_2,H_1}$  na equação (7.3) toma o valor  $-1$  porque  $\alpha_{b_{H_2}}$  (equação (7.34)) é igual a 1. Uma vez que  $R_{f/b,H_2,H_3} = R_{f/b,H_2,H_1}$ , logo  $R_{f/b,H_2,H_3}$  toma também o valor  $-1$ . Nas expressões (7.1) e (7.4), os termos  $R_{f/b,H_2,H_1}\Delta_{H_2}$  e  $R_{f/b,H_2,H_3}\Delta_{H_2}$ , respectivamente, são subtraídos.

Como  $\Delta d_{H_3} < 0$ , logo  $\Delta_{H_3}$  é negativo.  $\alpha_{b_{H_3}}$  (equação (7.34)) é igual a 1, logo  $R_{f/b,H_3,leader}$  na equação (7.3) toma o valor 1. Como  $R_{f/b,H_3,H_1} = R_{f/b,H_3,leader}$ ,  $R_{f/b,H_3,H_1}$  toma também o valor 1. Assim sendo os termos  $R_{f/b,H_1,leader}\Delta_{H_1}$  e  $R_{f/b,H_1,H_3}\Delta_{H_1}$  são subtraídos nas expressões (7.1) e (7.4), respectivamente.

### Instante E (figura 7.12)

Painel A:

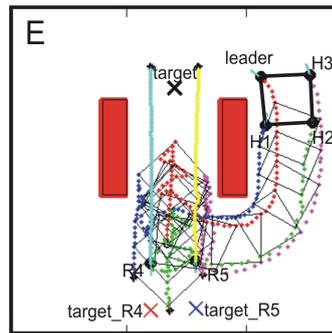


Figura 7.12: Instante E. Painel A.

O robô “*leader*” conseguiu sair da passagem onde se encontrava e encontra-se a dirigir-se para o alvo por outro percurso. Neste instante o robô “*leader*” encontra-se a contornar um obstáculo, localizado à sua esquerda, para alcançar

o seu alvo (*target*). Os robôs “*helpers*” acompanham o robô “*leader*” virando à direita, para evitar a colisão com o obstáculo localizado à sua esquerda, mantendo uma formação “*turn*” com o robô “*leader*” e entre si. Os robôs *R4* e *R5* já se encontram fora da passagem entre os dois obstáculos e dirigem-se para os seus alvos, *target\_R4* e *target\_R5*, respectivamente.

Painel B:

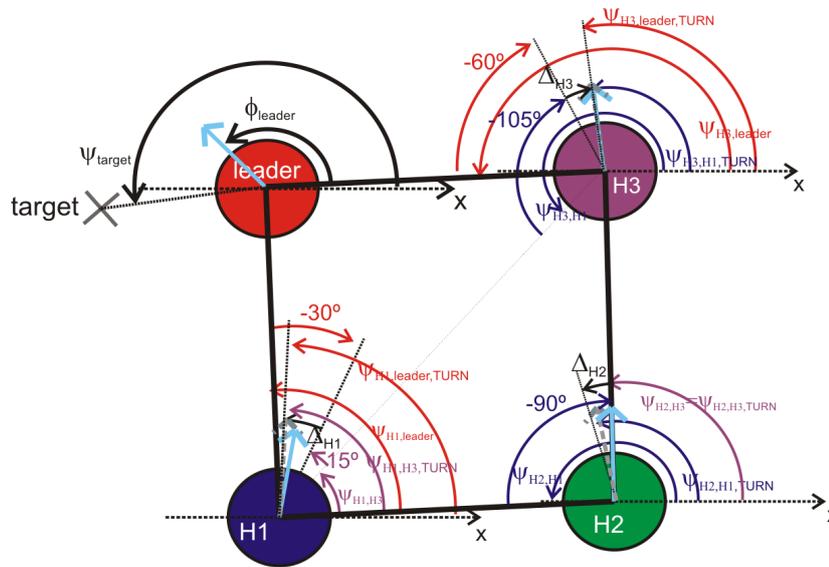


Figura 7.12 (cont.): Painel B.

O alvo segundo a localização do robô “*leader*” é visto numa direcção  $\psi_{target}$ , que não coincide com a sua direcção de navegação ( $\phi_{leader}$ ).

$H_1$  “vê” o robô “*leader*” numa direcção  $\psi_{H_1,leader}$  e “vê” o robô  $H_3$  numa direcção  $\psi_{H_1,H_3}$ .  $\psi_{H_1,leader,turn}$ , resulta da soma de  $\psi_{H_1,leader}$  com uma constante,  $-30^\circ$ , mais a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_1$ .  $\psi_{H_1,H_3,turn}$ , resulta da soma de  $\psi_{H_1,H_3}$  com uma constante,  $15^\circ$ , mais a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_1$ .

$H_2$  “vê” o robô  $H_1$  numa direcção  $\psi_{H_2,H_1}$  e “vê” o robô  $H_3$  numa direcção  $\psi_{H_2,H_3}$ .  $\psi_{H_2,H_1,turn}$  resulta da soma de  $\psi_{H_2,H_1}$  com uma constante,  $-90^\circ$ , menos a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_2$ .  $\psi_{H_2,H_3,turn}$  resulta apenas da contribuição de  $\psi_{H_2,H_3}$ .

$H_3$  “vê” o robô “*leader*” numa direcção  $\psi_{H_3,leader}$  e “vê” o robô  $H_1$  numa direcção  $\psi_{H_3,H_1}$ .  $\psi_{H_3,leader,turn}$ , resulta da soma de  $\psi_{H_3,leader}$  com uma constante,  $-60^\circ$ , mais a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_3$ .  $\psi_{H_3,H_1,turn}$ , resulta da soma de  $\psi_{H_3,H_1}$  com uma constante,  $-15^\circ$ , mais a variação do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_3$ .

#### Painel C:

No gráfico da dinâmica do robô “*leader*”, podemos ver que a contribuição dos obstáculos,  $f_{obs,leader}$ , está presente. Assim sendo, a dinâmica resultante é dada pela soma de  $f_{target,leader}$  com  $f_{obs,leader}$ . A direcção de navegação do robô “*leader*” está muito próxima do atractor da dinâmica resultante, pelo que, o robô no próximo instante, irá seguir este atractor. A actual direcção de navegação não coincide com a direcção em que está localizado o alvo. A actual direcção de navegação intercepta a função potencial,  $U_{obs,leader}$ , em valores positivos ( $U_{obs,leader}(\phi_{leader}) > 0$ ), o que significa que a sua direcção de navegação está dentro de uma região fortemente repulsiva criada pela presença de obstáculos. Pelo facto da direcção de navegação interceptar  $f_{obs,leader}$  em valores negativos ( $f_{obs,leader}(\phi_{leader}) < 0$ ), significa que a obstrução detectada localiza-se à esquerda do robô.

No gráfico da dinâmica do robô  $H_1$ , verificamos que este robô detecta obstruções (presença de  $f_{obs,H_1}$ ). A actual direcção de navegação intercepta  $f_{obs,H_1}$  em valores negativos ( $f_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) < 0$ ), o que significa que a obstrução detectada está localizada à esquerda do robô  $H_1$ .  $\phi_{H_1}$  está sobre uma região fortemente repulsiva criada pela presença da obstrução detectada por este robô uma vez que  $U_{obs,H_1}$  é interceptada por  $\phi_{H_1}$  em valores positivos ( $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$ ).  $\phi_{H_1}$  está muito próxima do atractor da dinâmica resultante, logo no próximo instante o robô irá seguir o atractor da dinâmica resultante.

No gráfico da dinâmica do robô  $H_2$ , verificamos que este robô detecta obstruções (presença de  $f_{obs,H_2}$ ). A actual direcção de navegação intercepta  $f_{obs,H_2}$  em valores positivos ( $f_{obs,H_2}(\phi_{H_2}) > 0$ ), o que significa que a obstrução detectada está

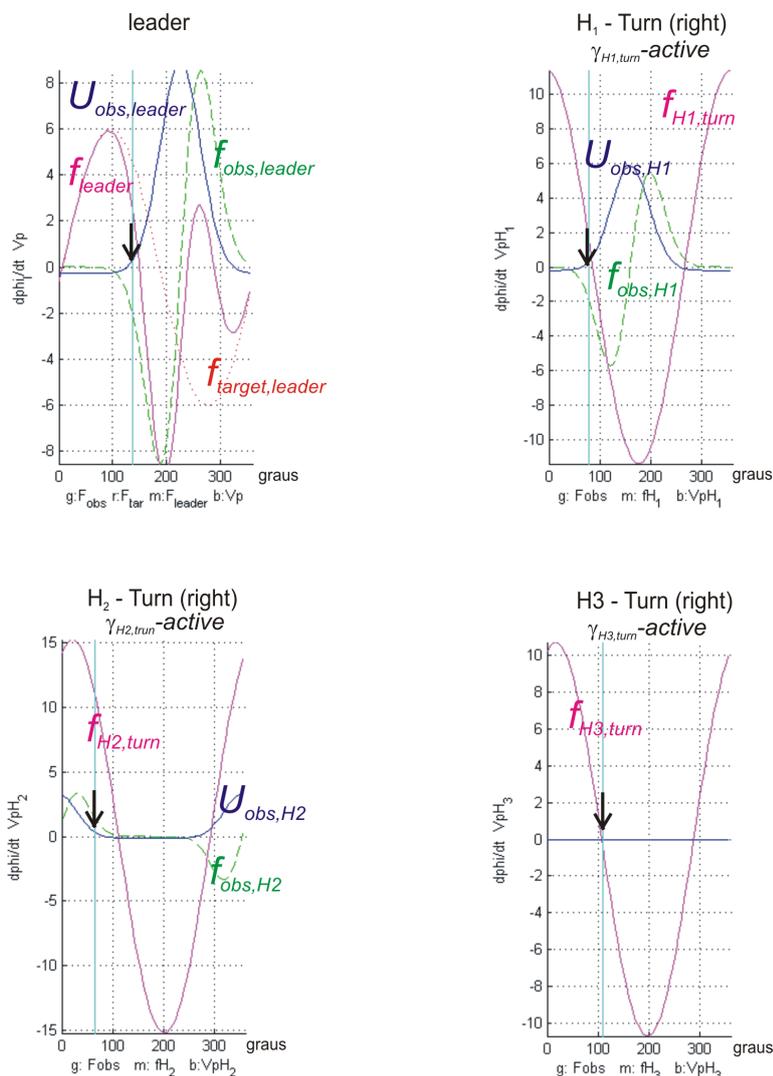


Figura 7.12 (cont.): Pannel C.

localizada à direita do robô  $H_2$ .  $\phi_{H_2}$  está sobre uma região fortemente repulsiva criada pela presença da obstrução detectada por este robô uma vez que  $U_{obs,H_2}$  é interceptada por  $\phi_{H_2}$  em valores positivos ( $U_{obs,H_2}(\phi_{H_2}) > 0$ ).  $\phi_{H_2}$  está muito próxima do atractor da dinâmica resultante, logo no próximo instante o robô irá seguir o atractor da dinâmica resultante.

No gráfico da dinâmica do robô  $H_3$ , é possível observar que não são detectadas obstruções por este robô. É ainda possível ver no gráfico da dinâmica do robô  $H_3$  que a actual direcção de navegação não está sobre o atractor da dinâmica

resultante. Assim, no próximo instante este robô irá manter a actual direcção de navegação.

Da análise da dinâmica dos robôs  $H_1$  e  $H_3$ , podemos ver que  $U_{obs,H_1}$  é interceptada por  $\phi_{H_1}$  num valor positivo ( $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$ ), que  $U_{obs,H_3}$  tem um valor nulo, que a contribuição dos obstáculos do robô  $H_1$  ( $f_{obs,H_1}$ ) é interceptada por  $\phi_{H_1}$  em valores negativos ( $f_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) < 0$ ), e ainda que a diferença entre a direcção de navegação do robô “leader” e a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “leader”,  $\psi_{H_1,leader}$ , é superior a  $5^\circ$ . Estas quatro condições fazem com que  $\alpha_{tr_{H_i}}$  (equação (7.36)) tome o valor 1 ( $\alpha_{tr_{H_1}} = 1$ ,  $\alpha_{tr_{H_2}} = 1$  e  $\alpha_{tr_{H_3}} = 1$ ). Isto significa que os robôs “helpers” viram à direita. Uma vez que  $\alpha_{tr_{H_i}} = 1$  então  $\gamma_{H_i,turn}$  toma igualmente o valor 1, isto é,  $\gamma_{H_1,turn} = 1$ ,  $\gamma_{H_2,turn} = 1$  e  $\gamma_{H_3,turn} = 1$  (expressão (6.45)). Assim sendo, a dinâmica final dos robôs  $H_1$ ,  $H_2$  e  $H_3$  são dominadas pelos termos  $\gamma_{H_1,turn}$ ,  $\gamma_{H_2,turn}$  e  $\gamma_{H_3,turn}$ , respectivamente.

$\Delta_{H_1}$  é positivo uma vez que  $\Delta d_{H_1} > 0$ . Como  $\alpha_{tr_{H_1}}$  toma o valor 1,  $R_{turn,H_1,leader}$  na equação (7.10) toma o valor de  $R_{H_1,leader,turn\ right}$ .  $R_{H_1,leader,turn\ right}$  toma o valor 1 porque nos estamos a referir ao robô  $H_1$  (ver equação (7.12)).  $R_{turn,H_1,H_3}$  na equação (7.17) toma o valor de  $R_{H_1,H_3,turn\ right}$  uma vez que  $\alpha_{tr_{H_1}}$  toma o valor 1.  $R_{H_1,H_3,turn\ right}$  toma o valor 1 porque nos estamos a referir ao robô  $H_1$  (ver expressão (7.19)). Assim sendo, nas expressões (7.6) e (7.13), os termos  $R_{turn,H_1,leader}\Delta_{H_1}$  e  $R_{turn,H_1,H_3}\Delta_{H_1}$ , respectivamente, são somados.

Uma vez que  $\Delta d_{H_2} < 0$  o termo  $\Delta_{H_2}$  é negativo.  $R_{turn,H_2,H_1}$  na equação (7.10) toma o valor de  $R_{H_2,H_1,turn\ right}$  uma vez que  $\alpha_{tr_{H_2}}$  toma o valor 1. Porque nos estamos a referir ao robô  $H_2$  (ver equação (7.19))  $R_{H_2,H_1,turn\ right}$  toma o valor  $-1$ .  $R_{H_2,H_3,turn\ left}$  toma o valor 0 porque nos estamos a referir ao robô  $H_2$  (ver equação (7.12)). Na expressão (7.6) o termo  $R_{turn,H_2,H_1}\Delta_{H_2}$  é somado e na equação (7.13),  $R_{turn,H_2,H_3}\Delta_{H_2}$  toma o valor 0.

O termo  $\Delta_{H_3}$  é positivo uma vez que  $\Delta d_{H_3} > 0$  para o robô  $H_3$ . Como  $\alpha_{tr_{H_3}}$  toma o valor 1,  $R_{turn,H_3,leader}$  na equação (7.10) toma o valor de  $R_{H_3,leader,turn\ right}$ . Porque nos estamos a referir ao robô  $H_3$  (ver equação (7.12)),  $R_{H_3,leader,turn\ right}$

toma o valor  $-1$ .  $R_{turn,H_3,H_1}$  na expressão (7.17) toma o valor de  $R_{H_3,H_1,turn\ right}$  uma vez que  $\alpha_{tr_{H_3}}$  toma o valor 1.  $R_{H_3,H_1,turn\ right}$  toma o valor  $-1$  porque nos estamos a referir ao robô  $H_3$  (ver equação (7.19)). Nas expressões (7.6) e (7.13) os termos  $R_{turn,H_3,leader}\Delta_{H_3}$  e  $R_{turn,H_3,H_1}\Delta_{H_3}$ , respectivamente, são subtraídos.

### Instante F (figura 7.13)

#### Painel A:

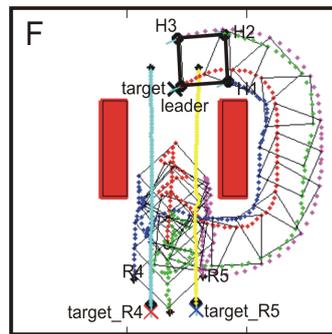


Figura 7.13: Instante F. Painel A.

O robô “*leader*” finalmente atinge o seu alvo e pára. Os robôs “*helpers*”, ao detectarem que o robô “*leader*” parou, detêm igualmente a sua marcha. Os outros dois robôs,  $R4$  e  $R5$ , também alcançam os seus alvos e param.

#### Painel B:

Neste instante, a direcção de navegação do robô “*leader*” coincide com a direcção onde está localizado o alvo. Quanto aos robôs “*helpers*”, estes encontram-se numa formação “*turn*”.

#### Painel C:

No gráfico da dinâmica do robô “*leader*”, podemos ver que este robô não detecta obstáculos (ausência de  $f_{obs,leader}$ ). Assim sendo, a dinâmica resultante é dada apenas pela contribuição de  $f_{target,leader}$ . A direcção de navegação do robô “*leader*” está sobre o atractor da dinâmica resultante.

No gráfico da dinâmica do robô  $H_1$ , verificamos que este robô detecta obstruções (presença de  $f_{obs,H_1}$ ). A actual direcção de navegação intercepta  $f_{obs,H_1}$

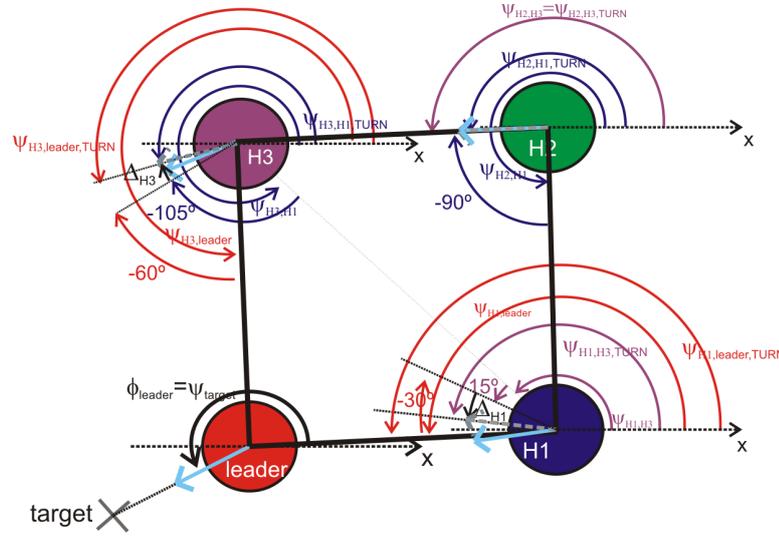


Figura 7.13 (cont.): Paineil B.

em valores negativos ( $f_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) < 0$ ), o que significa que a obstrução detectada está localizada à esquerda do robô  $H_1$ .  $\phi_{H_1}$  está sobre uma região fortemente repulsiva criada pela presença da obstrução detectada por este robô uma vez que  $U_{obs,H_1}$  é interceptada por  $\phi_{H_1}$  em valores positivos ( $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$ ).  $\phi_{H_1}$  não está sobre o atrator da dinâmica resultante.

No gráfico da dinâmica do robô  $H_2$ , é possível observar que são detectadas obstruções (presença de  $f_{obs,H_2}$ ). A actual direcção de navegação intercepta  $f_{obs,H_2}$  em valores positivos ( $f_{obs,H_2}(\phi_{H_2}) > 0$ ), o que significa que a obstrução detectada está localizada à direita do robô  $H_2$ .  $\phi_{H_2}$  está sobre uma região fortemente repulsiva criada pela presença da obstrução detectada por este robô uma vez que  $U_{obs,H_2}$  é interceptada por  $\phi_{H_2}$  em valores positivos ( $U_{obs,H_2}(\phi_{H_2}) > 0$ ). É ainda possível ver neste gráfico que a actual direcção de navegação está muito próxima do atrator da dinâmica resultante.

No gráfico da dinâmica do robô  $H_3$ , é possível observar que não são detectadas obstruções por este robô. É ainda possível ver no gráfico da dinâmica do robô  $H_3$  que a actual direcção de navegação está muito próxima do atrator da dinâmica resultante.

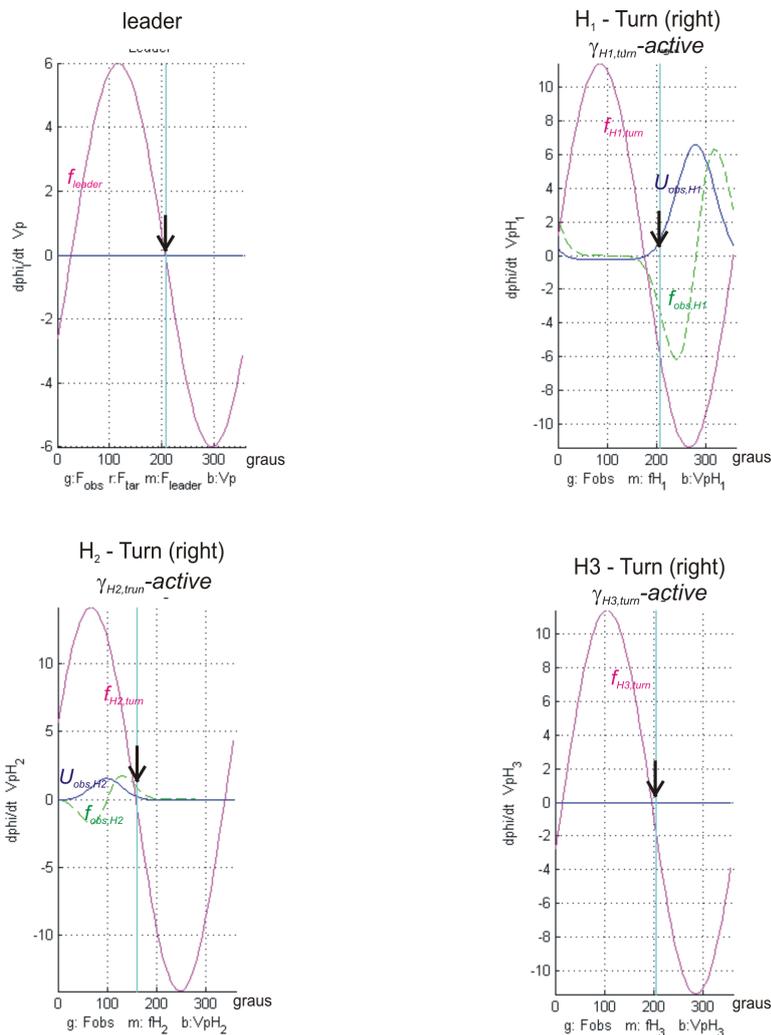


Figura 7.13 (cont.): Paineil C.

Da análise da dinâmica dos robôs  $H_1$  e  $H_3$ , podemos ver que  $U_{obs,H_1}$  é interceptada por  $\phi_{H_1}$  num valor positivo ( $U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0$ ), que  $U_{obs,H_3}$  tem um valor nulo, que a contribuição dos obstáculos do robô  $H_1$  ( $f_{obs,H_1}$ ) é interceptada por  $\phi_{H_1}$  em valores negativos ( $f_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) < 0$ ), e ainda que a diferença entre a direcção de navegação do robô “leader” e a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “leader”,  $\psi_{H_1,leader}$ , é superior a  $5^\circ$ . Estas quatro condições fazem com que  $\alpha_{trH_i}$  (equação (7.36)) tome o valor 1 ( $\alpha_{trH_1} = 1$ ,  $\alpha_{trH_2} = 1$  e  $\alpha_{trH_3} = 1$ ). Isto significa que os robôs “helpers” viram à direita. Uma vez que  $\alpha_{trH_i} = 1$  então  $\gamma_{H_i,turn}$  toma igualmente o valor 1, isto é,  $\gamma_{H_1,turn} = 1$ ,  $\gamma_{H_2,turn} = 1$  e

$\gamma_{H_3,turn} = 1$  (equação (6.45)). Assim sendo a dinâmica final do robô  $H_1$ ,  $H_2$  e  $H_3$  são dominadas pelo termo  $\gamma_{H_1,turn}$ ,  $\gamma_{H_2,turn}$  e  $\gamma_{H_3,turn}$ , respectivamente.

O termo  $\Delta_{H_1}$  é positivo uma vez que o robô  $H_1$  se encontra a uma distância inferior à desejada (isto é,  $\Delta d_{H_1} > 0$ ).  $R_{turn,H_1,leader}$  na expressão (7.10) toma o valor de  $R_{H_1,leader,turn\ right}$  uma vez que  $\alpha_{tr_{H_1}}$  toma o valor 1.  $R_{H_1,leader,turn\ right}$  toma o valor 1 porque nos estamos a referir ao robô  $H_1$  (ver equação (7.12)).  $R_{turn,H_1,H_3}$  na equação (7.17) toma o valor de  $R_{H_1,H_3,turn\ right}$  uma vez que  $\alpha_{tr_{H_1}}$  toma o valor 1.  $R_{H_1,H_3,turn\ right}$  toma o valor 1 porque nos estamos a referir ao robô  $H_1$  (ver expressão (7.19)). Assim sendo os termos  $R_{turn,H_1,leader}\Delta_{H_1}$  e  $R_{turn,H_1,H_3}\Delta_{H_1}$  são somados nas expressões (7.6) e (7.13), respectivamente.

O termo  $\Delta_{H_2}$  é nulo uma vez que  $\Delta d_{H_2} = 0$ . Assim sendo nas expressões (7.6) e (7.13) os termos  $R_{turn,H_2,H_1}\Delta_{H_2}$  e  $R_{turn,H_2,H_3}\Delta_{H_2}$ , respectivamente, são nulos.

O termo  $\Delta_{H_3}$  é positivo uma vez que  $\Delta d_{H_3} > 0$  para o robô  $H_3$ . Uma vez que  $\alpha_{tr_{H_3}}$  toma o valor 1  $R_{turn,H_3,leader}$  na equação (7.10) toma o valor de  $R_{H_3,leader,turn\ right}$ .  $R_{H_1,leader,turn\ right}$  toma o valor  $-1$ , porque nos estamos a referir ao robô  $H_3$  (ver equação (7.12)).  $R_{turn,H_3,H_1}$  na equação (7.17) toma o valor de  $R_{H_3,H_1,turn\ right}$  uma vez que  $\alpha_{tr_{H_3}}$  toma o valor 1. Dado que nos estamos a referir ao robô  $H_3$  (ver equação (7.19))  $R_{H_3,H_1,turn\ right}$  toma o valor  $-1$ . Assim sendo os termos  $R_{turn,H_3,leader}\Delta_{H_3}$  e  $R_{turn,H_3,H_1}\Delta_{H_3}$  são subtraídos nas expressões (7.6) e (7.13), respectivamente.

## 7.5.2 Outras simulações

Aqui são apresentadas, não tão exaustivamente como na subsecção anterior, mais simulações em diferentes ambientes, com obstáculos estáticos e dinâmicos, com e sem a funcionalidade *troca de liderança*.

### Ambiente 1: mundo com um obstáculo em forma de U

Na figura 7.14 são mostrados alguns instantes de uma simulação onde estão presentes apenas obstáculos estáticos.

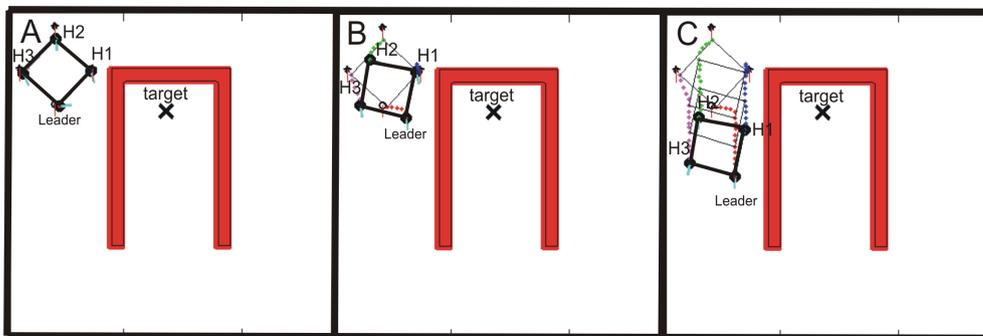


Figura 7.14: Instantes de uma simulação completa com obstáculos estáticos.

Inicialmente os robôs são posicionados tal como ilustrado na figura 7.14-A. Neste instante o robô “leader” orienta-se para a localização do alvo, no entanto, detecta um obstáculo à sua frente. No instante B (figura 7.14-B), o robô “leader” vira à direita por forma a encontrar um novo caminho para alcançar a posição do alvo. Os robôs “helpers” ( $H_1$ ,  $H_2$  e  $H_3$ ) mantêm-se numa formação “forward / backward”. No instante seguinte (figura 7.14-C), em virtude do robô  $H_1$  se ter aproximado em demasia do obstáculo, os robôs “helpers” encontram-se uma formação “turn” com o robô “leader”.

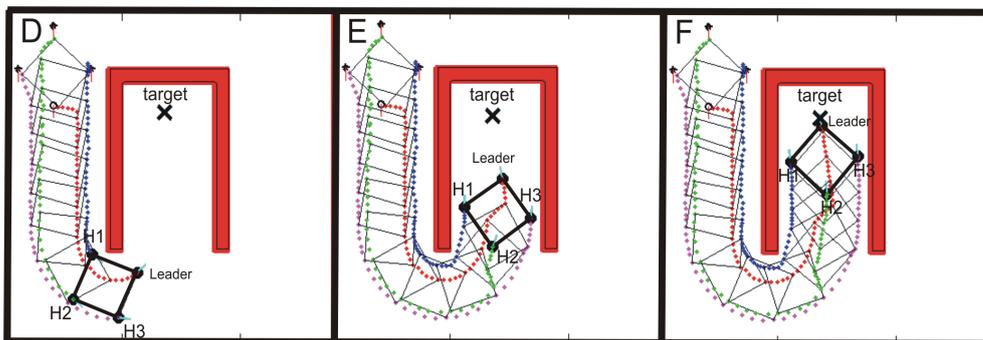


Figura 7.14 (cont.)

Depois de percorrido todo o comprimento do obstáculo, o robô “leader” finalmente encontra uma entrada para alcançar a posição alvo (figura 7.14-D). Para

isso o robô “*leader*” tem de virar à sua esquerda. Os robôs “*helpers*” com o intuito de acompanharem o robô “*leader*” sem deixarem cair o objecto transportado e ainda com o intuito de não colidirem com o obstáculo localizado à esquerda do robô  $H_1$ , encontram-se numa formação “*turn*”, isto é, viram à direita. No instante E (figura 7.14-E), o robô “*leader*” encontra-se dentro de uma passagem entre dois obstáculos suficientemente larga para que todo o grupo passe, e a mover-se em direcção ao alvo. Os robôs “*helpers*” encontram-se numa formação “*forward / backward*”. Finalmente no instante F (figura 7.14-F) o robô “*leader*” alcança a posição alvo.

De referir que caso os robôs partissem de dentro do obstáculo e o alvo estivesse posicionado na parte superior do mundo, muito provavelmente a equipa de robôs não sairia de dentro do obstáculo. Este problema poderia ser resolvido pela solução proposta em (Rodrigues, 2006). Nesta solução o robô “*leader*” monitoriza a sua distância ao alvo, e caso esta distância não diminua à medida que o robô se movimenta, ao fim de algum tempo, o comportamento *atingir a posição alvo* é desactivado. Assim o robô “*leader*” durante um intervalo de tempo apenas evita colisões com obstáculos, e assim acaba por sair de obstáculos do género do da figura (7.14). Findo o intervalo de tempo o comportamento *atingir a posição alvo* é novamente activado.

## Ambiente 2: mundo com obstáculos estáticos e dinâmicos

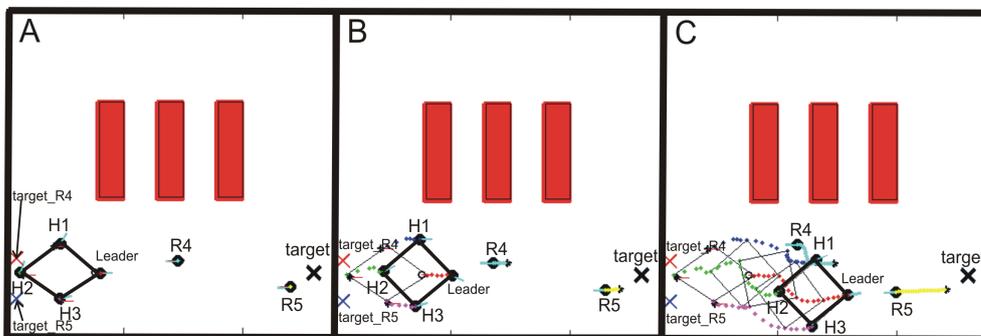


Figura 7.15: Instantes de uma simulação completa com obstáculos estáticos e dinâmicos.

A figura 7.15 ilustra uma simulação completa com obstáculos estáticos e dinâmicos. Os obstáculos dinâmicos estão representados pelos robôs  $R4$  e  $R5$  cujo objectivo é alcançarem os respectivos alvos, “ $target\_R4$ ” e “ $target\_R5$ ”, respectivamente. Inicialmente os robôs são posicionados tal como ilustrado na figura 7.15-A. No instante B (figura 7.15-B), o robô “ $leader$ ” detecta o robô  $R4$  e por isso começa a virar à direita. Os robôs “ $helpers$ ” mantêm uma formação “ $forward / backward$ ”. No instante seguinte (figura 7.15-C), como o robô  $H_3$  detecta a parede do mundo, os robôs “ $helpers$ ” mantêm uma formação “ $turn$ ”.

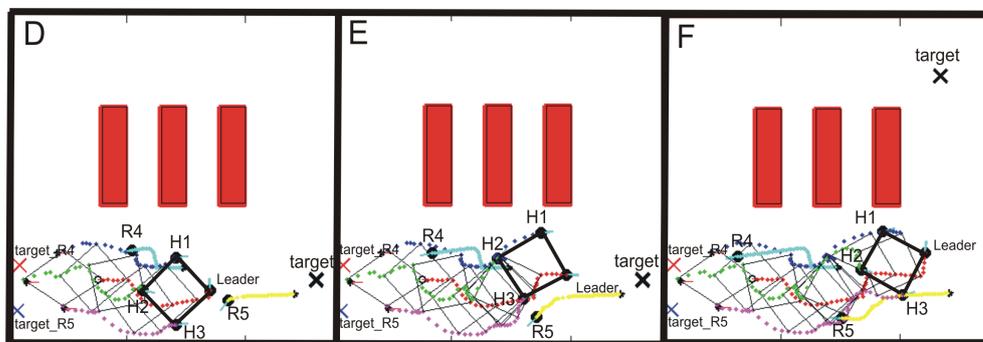


Figura 7.15 (cont.)

De seguida o robô  $R5$  aparece pela frente do robô “ $leader$ ” o que obriga este robô a virar à esquerda com o intuito de evitar a colisão (figura 7.15-D). No instante E (figura 7.15-E), o robô  $H_3$  ao detectar o robô  $R5$  tem de virar à esquerda (formação “ $turn$ ”) para evitar a colisão com este robô. De seguida o alvo do robô “ $leader$ ” ( $target$ ) é mudado de posição o que obriga o robô “ $leader$ ” a orientar-se para a nova posição do alvo. Os robôs “ $helpers$ ” mantêm uma formação “ $forward / backward$ ” (figura 7.15-F).

No próximo instante (figura 7.15-G), o robô  $H_1$  detecta um obstáculo à sua esquerda, o que obriga este robô a virar à direita, e obriga igualmente os robôs  $H_2$  e  $H_3$  a virarem à direita a fim de manterem um deslocamento do objecto transportado nulo. No instante H (figura 7.15-H), os robôs “ $helpers$ ” mantêm uma formação “ $forward / backward$ ”. Finalmente no instante I (figura 7.15-I) o robô “ $leader$ ” alcança o alvo.

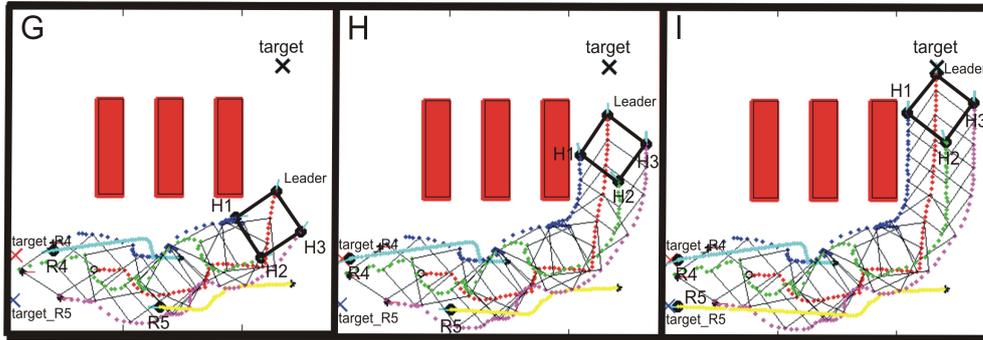
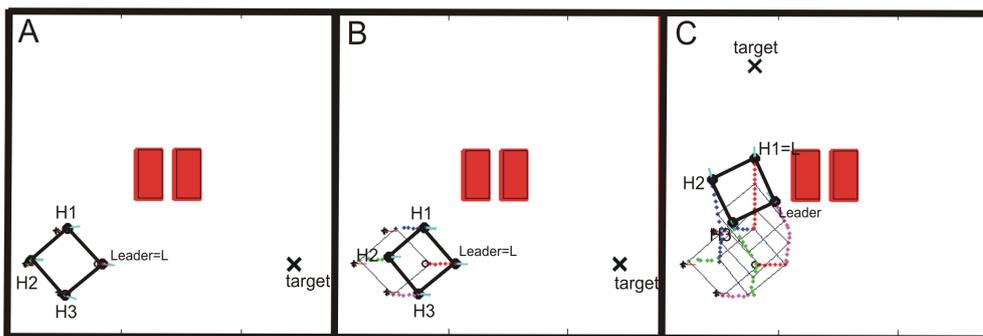


Figura 7.15 (cont.)

### Ambiente 3: simulações com e sem *troca de liderança*

Figura 7.16: Instantes de uma simulação completa com obstáculos estáticos e com a funcionalidade de *troca de liderança*.

Na figura 7.16 são mostrados alguns instantes de uma simulação onde estão presentes apenas obstáculos estáticos e onde a arquitectura de controlo está munida da funcionalidade *troca de liderança*. Inicialmente os robôs são colocados tal como ilustrado na figura 7.16-A. Neste instante a liderança do grupo está entregue ao robô designado por “*leader*” ( $leader = L$ ). No instante B (figura 7.16-B) o robô “*leader*” continua o seu percurso na direcção do seu alvo enquanto que os robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*forward / backward*”. De seguida o alvo é mudado de posição (figura 7.16-C).

Neste instante, como o robô  $H_1$  é o robô que está mais próximo do alvo assume a liderança da equipa ( $H_1 = L$ ). Neste instante os robôs “*helpers*” mantêm

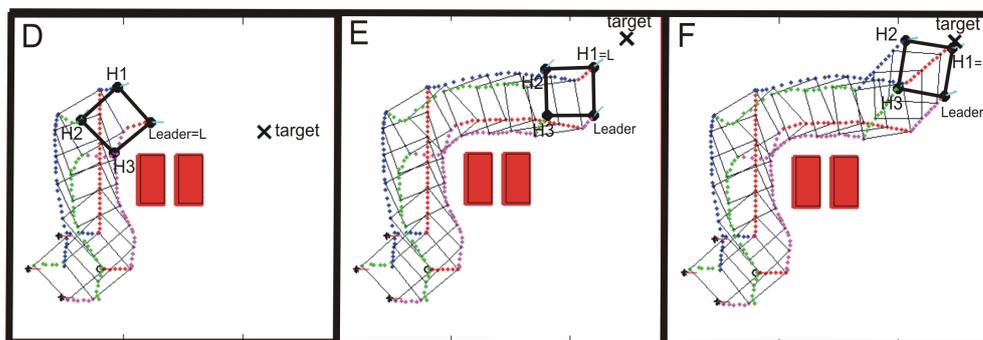


Figura 7.16 (cont.)

uma formação “*turn*” uma vez que o robô “*leader*” detecta um obstáculo localizado à sua direita. No instante D (figura 7.16-D) o alvo é novamente mudado de posição. Neste instante o robô “*leader*” assume novamente a liderança do grupo, enquanto que os robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*turn*”, uma vez que o robô  $H_3$  detecta o obstáculo localizado à sua direita. No instante seguinte (figura 7.16-E) o alvo é novamente mudado de posição e novamente a liderança do grupo é assumida pelo robô ( $H_1 = L$ ). Finalmente o robô que lidera a equipa alcança o alvo (figura 7.16-F).

Na figura 7.17 são mostrados alguns instantes de uma simulação onde estão presentes apenas obstáculos estáticos e sem a funcionalidade *troca de liderança*. Nesta simulação foi utilizado o mesmo ambiente que o utilizado na simulação anterior (figura 7.16). À semelhança do que foi feito nas subsecções 5.5.2 e 6.5.2, o ambiente utilizado foi o mesmo para que fosse possível reproduzir os percursos seguidos pelos robôs, para uma posterior comparação das suas trajetórias.

Inicialmente os robôs são colocados tal como ilustrado na figura 7.17-A. No instante B (figura 7.17-B) o robô “*leader*” continua o seu percurso na direcção do seu alvo enquanto que os robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*forward / backward*”. De seguida o alvo é mudado de posição (figura 7.17-C). Neste instante, o robô “*leader*” tem de se dirigir para a nova localização do alvo. Neste instante os robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*forward / backward*”, mas nem todos se movimento no mesmo sentido, isto é, enquanto que o robô  $H_1$  tem de recuar,

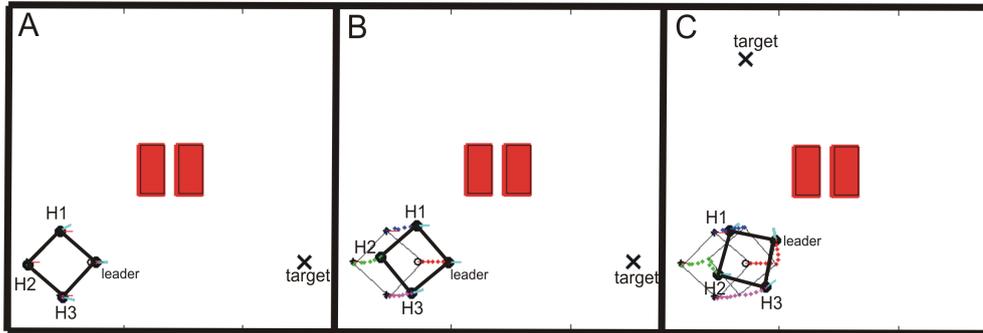


Figura 7.17: Instantes de uma simulação completa com obstáculos estáticos e sem a funcionalidade de *troca de liderança*.

os outros dois robôs,  $H_2$  e  $H_3$ , movimentam-se para a frente.

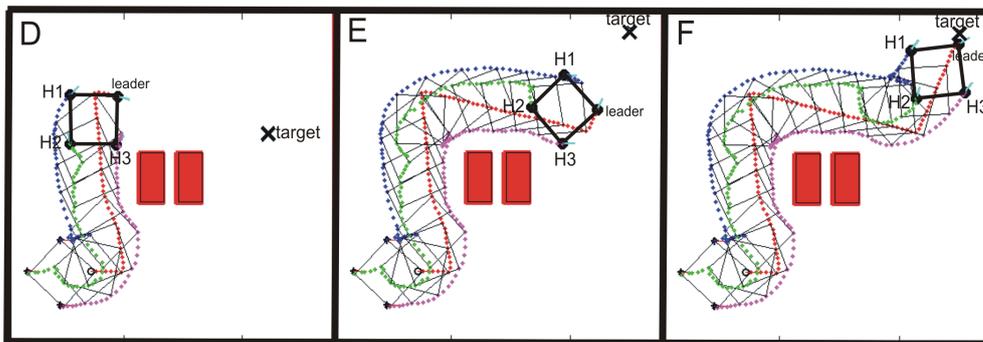


Figura 7.17 (cont.)

No instante D (figura 7.17-D) o alvo é novamente mudado de posição. Neste instante o robô “*leader*” orienta-se para a nova direcção do alvo, enquanto que os robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*forward / backward*”, em que  $H_3$  recua e  $H_1$  e  $H_2$  movimentam-se para a frente. No instante seguinte (figura 7.17-E) o alvo é novamente mudado de posição e novamente o robô “*leader*” tem de se orientar na nova direcção do alvo, enquanto que o robôs “*helpers*” mantêm uma formação “*forward / backward*”. Finalmente o robô “*leader*” alcança o alvo (figura 7.17-F).

Comparando as simulações das figuras 7.16 e 7.17 verificamos que as trajectórias finais geradas pelos robôs são muito idênticas. De facto a diferença entre as duas simulações reside em quem lidera a equipa, isto é, na simulação

da figura 7.16 como é permitida a troca de liderança o robô que lidera a equipa vai variando consoante estiver ou não satisfeita alguma das condições de *troca de liderança*. Ao invés na simulação da figura 7.17 o robô “*leader*” tem de ter todo o trabalho de orientação na direcção do alvo quer esteja ou não na posição mais favorável para o alcançar. No entanto, em ambas as simulações os robôs alcançam a posição alvo. A grande diferença entre as duas simulações reside no tempo de realização da tarefa. A tarefa realizada pelos robôs cuja arquitectura está dotada da funcionalidade *troca de liderança* é alcançada em menor tempo.

## 7.6 Sumário e discussão

Foi demonstrado, em simulação, que uma simples arquitectura de controlo baseada em atractores móveis permite a uma equipa constituída por quatro robôs transportem um objecto num ambiente com obstáculos estáticos e dinâmicos. Ficou também comprovado, que o comportamento dos robôs é estável e as trajetórias geradas são suaves.

Comparando as simulações das arquitecturas de controlo com e sem *troca de liderança*, podemos concluir que a grande diferença reside no tempo de conclusão da tarefa. As simulações efectuadas com *troca de liderança* foram realizadas em menor tempo do que as simulações efectuadas sem *troca de liderança*.



# Capítulo 8

## Generalização da abordagem

---

Depois do estudo efectuado para equipas de dois, três e quatro robôs (capítulos 5, 6 e 7, respectivamente), neste capítulo é feito um resumo dessas arquitecturas de controlo bem como uma tentativa de generalização da arquitectura de controlo para equipas constituídas por  $n$  robôs.

---

Depois do estudo efectuado para o controlo de equipas constituídas por dois, três e quatro robôs, nos capítulos 5, 6 e 7, respectivamente, podemos afirmar que:

- independentemente do número de robôs que constituem uma equipa as variáveis comportamentais necessárias e suficientes para cada um dos robôs são a  *direcção de navegação* ( $\phi$ ) e a  *velocidade de translação* ( $v$ );
- independentemente do número de robôs e independentemente do nome com que os designamos são necessários três comportamentos (ver tabela 8.1) para cada robô:
  - “*forward / backward*“(f/b): este comportamento permite aos robôs avançarem ou recuarem;
  - “*turn*“: este comportamento permite aos robôs virarem à esquerda ou à direita evitando assim obstáculos localizados à sua direita ou esquerda, respectivamente;

- “*column*”: este comportamento permite aos robôs deslocarem-se paralelamente a um obstáculo;

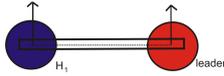
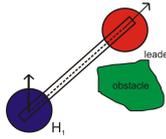
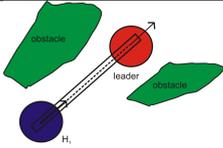
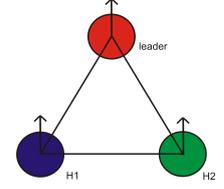
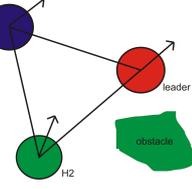
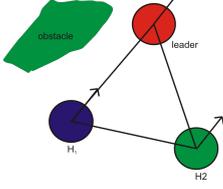
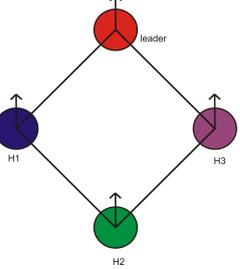
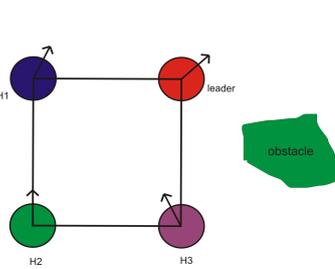
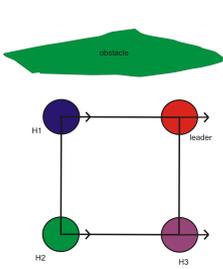
Nº robôs	<i>f/b</i>	<i>turn</i>	<i>column</i>
2			
3			
4			

Tabela 8.1: Diversas formações para as equipas de dois, três e quatro robôs.

- independentemente do número de robôs que constitui uma equipa, cada robô necessita apenas de dois pontos (outros dois robôs) de referência, excepto obviamente, no caso da equipa constituída por dois robôs, caso em que só existe um ponto de referência;
- os pontos de referencia de cada robô “*helper*” devem ser sempre os robôs que estão imediatamente à sua frente e horizontalmente ao lado. Quando não existem robôs localizados horizontalmente ao lado os pontos de referência escolhidos deverão ser os robôs imediatamente à frente do robô em questão. A figura (8.1) ilustra isto, por exemplo, para equipas de três, quatro, cinco e seis robôs.

Neste capítulo iremos usar a seguinte nomenclatura  $H_k = \{leader\}$  e  $H_i = \{H_1\}$  (para a equipa de dois robôs);  $H_k = \{leader\}$ ,  $H_i = \{H_1, H_2\}$  e  $H_j =$

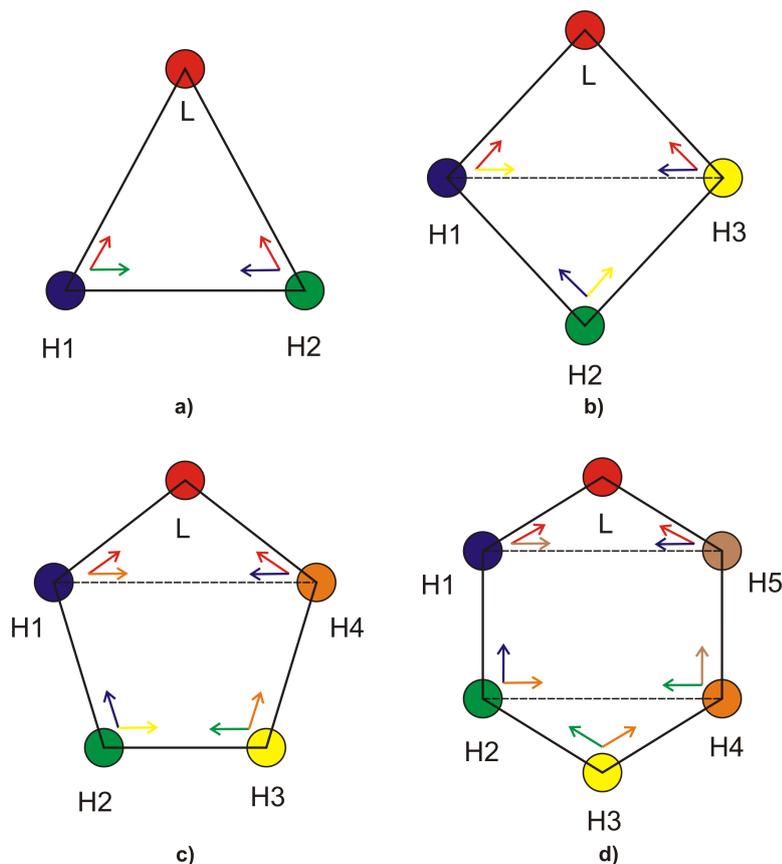


Figura 8.1: Pontos de referência. a) Pontos de referência para cada robô “*helper*” numa equipa de três robôs.  $H_1$  tem como pontos de referência os robôs “*leader*” e o robô  $H_2$ .  $H_2$  tem como pontos de referência os robôs “*leader*” e o robô  $H_1$ . b) Pontos de referência para cada robô “*helper*” numa equipa de quatro robôs.  $H_1$  tem como pontos de referência os robôs “*leader*” e o robô  $H_3$ .  $H_2$  tem como pontos de referência os robôs  $H_1$  e o robô  $H_3$ .  $H_3$  tem como pontos de referência os robôs “*leader*” e o robô  $H_1$ . c) Pontos de referência para cada robô “*helper*” numa equipa de cinco robôs.  $H_1$  tem como pontos de referência os robôs “*leader*” e o robô  $H_4$ .  $H_2$  tem como pontos de referência os robôs  $H_1$  e o robô  $H_3$ .  $H_3$  tem como pontos de referência os robôs  $H_2$  e o robô  $H_4$ .  $H_4$  tem como pontos de referência os robôs “*leader*” e o robô  $H_1$ . d) Pontos de referência para cada robô “*helper*” numa equipa de cinco robôs.  $H_1$  tem como pontos de referência os robôs “*leader*” e o robô  $H_5$ .  $H_2$  tem como pontos de referência os robôs  $H_1$  e o robô  $H_3$ .  $H_3$  tem como pontos de referência os robôs  $H_2$  e o robô  $H_4$ .  $H_4$  tem como pontos de referência os robôs  $H_3$  e o robô  $H_5$ .  $H_5$  tem como pontos de referência os robôs “*leader*” e o robô  $H_1$ .

$\{H_1, H_2\}$  (para a equipa de três robôs);  $H_k = \{\textit{leader}, H_1\}$ ,  $H_i = \{H_1, H_2, H_3\}$  e  $H_j = \{H_1, H_3\}$  (para a equipa de quatro robôs). Iremos ainda usar a terminologia  $H_n$  para indicar o último robô de uma formação, isto é, por exemplo  $H_n$  numa equipa de seis robôs será o robô  $H_5$  e  $n$  indica o número de robôs numa formação; Independentemente do número de robôs que constituem uma equipa  $H_i \neq H_k \neq$

$H_j$ .

## 8.1 Dinâmica de atractores para a direcção de navegação

A direcção de navegação de qualquer robô “*helper*”  $H_i$  é governada pelo sistema dinâmico:

$$\frac{d\phi_{H_i}(t)}{dt} = \begin{cases} -\lambda_{H_i} \sin(\phi_{H_i} - \psi_{desired,H_i}) & , \quad n = 2 \\ -2\lambda_{H_i} \cos(\lambda_{desired,H_i}) \sin(\phi_{H_i} - \psi_{desired,H_i}) & , \quad n > 2 \end{cases} \quad (8.1)$$

Este sistema dinâmico para a direcção de navegação erige um atrator numa direcção  $\psi_{desired,H_i}$ , com uma magnitude de atracção (taxa de relaxação) definida por  $-\lambda_{H_i}$ , no caso de uma equipa constituída por dois robôs e por  $-2\lambda_{H_i} \cos(\lambda_{desired,H_i})$ , no caso de uma equipa constituída por mais de dois robôs, e um repulsor na direcção oposta.

$\psi_{desired,H_i}$  e  $\lambda_{desired,H_i}$  são dados pelas seguintes expressões:

$$\psi_{desired,H_i} = \sum_{\substack{Behaviour= \\ f/b,turn,column}} \gamma_{H_i,Behaviour} \psi_{H_i,Behaviour} \quad (8.2)$$

$$\lambda_{desired,H_i} = \sum_{\substack{Behaviour= \\ f/b,turn,column}} \gamma_{H_i,Behaviour} \lambda_{H_i,Behaviour} \quad (8.3)$$

onde  $\gamma_{H_i,behaviour}$  representa uma variável de activação, que dependendo da informação sensorial adquirida pelos sensores de distância montados no robô “*helper*”  $H_i$  e da sua direcção de navegação, determinam qual o comportamento e consequente valor do atrator que dominará a dinâmica.

$\psi_{H_i, Behaviour}$  e  $\lambda_{H_i, Behaviour}$  são dados por:

$$\psi_{H_i, Behaviour} = \begin{cases} \psi_{H_i, H_k, Behaviour} & , n = 2 \\ \frac{\psi_{H_i, H_k, Behaviour} + \psi_{H_i, H_j, Behaviour}}{2} & , n > 2 \end{cases} \quad (8.4)$$

$$\lambda_{H_i, Behaviour} = \begin{cases} \lambda_{H_i} & , n = 2 \\ \frac{-\psi_{H_i, H_k, Behaviour} + \psi_{H_i, H_j, Behaviour}}{2} & , n > 2 \end{cases} \quad (8.5)$$

$\psi_{H_i, H_k, Behaviour}$  é a direcção desejada do robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_k$ , enquanto que  $\psi_{H_i, H_j, Behaviour}$  é a direcção desejada do robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_j$ , obviamente para um determinado comportamento (“*Behaviour*” = *f/b*, *turn* e *column*).

### 8.1.1 Valores dos atractores para os diferentes comportamentos

#### 8.1.1.1 Formação “*forward* / *backward*”

O atractor  $\psi_{H_i, f/b}$  e o parâmetro  $\lambda_{H_i, f/b}$  desejados para a formação “*forward* / *backward*”, são dados por (8.4) e (8.5), respectivamente.

##### a) Direcção desejada do robô $H_i$ em relação ao robô $H_k$

O atractor desejado para a formação “*forward* / *backward*” do robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_k$  é erigido numa direcção

$$\psi_{H_i, H_k, f/b} = \psi_{H_i, H_k} + \delta_{f/b, H_i, H_k} + R_{H_i, H_k} \Delta_{H_i} \quad (8.6)$$

onde:

- $\psi_{H_i, H_k}$  é a direcção segundo a qual o robô  $H_i$  vê o robô  $H_k$  a partir da sua posição actual em relação ao eixo de referência externo  $x$ ;
- $\delta_{f/b, H_i, H_k}$  é um parâmetro que depende da posição que o robô  $H_i$  ocupa na formação e da configuração da formação. Este parâmetro é um ângulo e deve ser escolhido por forma a que quando adicionado a  $\psi_{H_i, H_k}$  a direcção de navegação do robô seja tal que este robô navegue em frente (ver figura 8.2);

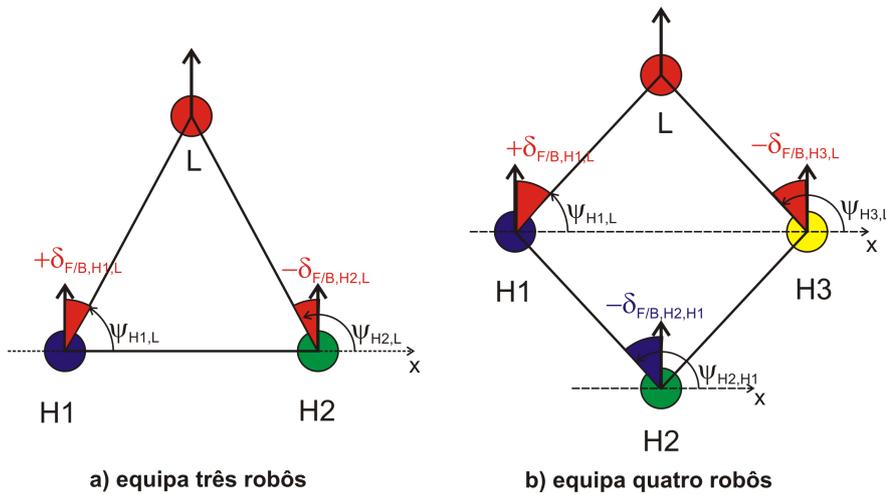


Figura 8.2: O valor do parâmetro  $\delta_{f/b, H_i, H_k}$  depende da posição que o robô  $H_i$  ocupa na formação em relação ao seu ponto de referência e da configuração da formação.  $\delta_{f/b, H_i, H_k}$  deve ter um valor que quando adicionado a  $\psi_{H_i, H_k}$  a direcção de navegação do robô seja tal que este robô navegue em frente.

- $R_{H_i, H_k}$  é uma função, dada por (8.7), que pode tomar os valores  $-1$ ,  $0$  ou  $+1$  dependendo, do sinal de  $(\phi_{H_i} - \psi_{H_i, H_k})$  e do parâmetro  $\alpha_{b_{H_i}}$  (c.f. expressão (8.21), que como veremos mais à frente sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é que este deve recuar):

$$R_{H_i, H_k} = -\text{sgn}(\phi_{H_i} - \psi_{H_i, H_k})\alpha_{b_{H_i}} \quad (8.7)$$

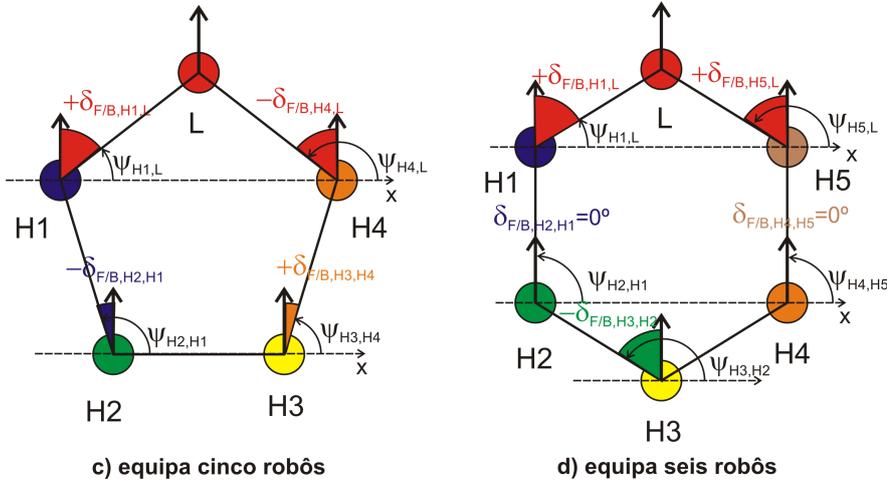


Figura 8.2 (cont.)

- $\Delta_{H_i}$ , é uma função sigmoial que varia com os deslocamentos do objecto medidos pela base de suporte de cada robô “*helper*”. Esta função, converte o deslocamento do objecto num ângulo que se aproxima de zero à medida que o deslocamento se anula, e é dada pela seguinte equação:

$$\Delta_{H_i} = \frac{2 \arctan(\alpha_{H_i} \Delta d_{H_i})}{\pi} \quad \forall n \quad (8.8)$$

onde,  $\Delta d_{H_i}$  representa o deslocamento do objecto medido pela base de suporte do “*helper*” em causa e onde  $\alpha_{H_i}$ <sup>1</sup> é uma constante que pode ser igual para todos os robôs “*helpers*” e é independente do número de robôs da equipa.

### b) Direcção desejada do robô $H_i$ em relação ao robô $H_j$

O atractor desejado para a formação “*forward / backward*” do robô  $H_i$  em relação ao robôs  $H_j$  é erigido numa direcção

$$\psi_{H_i, H_j, f/b} = \psi_{H_i, H_j} + \delta_{f/b, H_i, H_j} + R_{H_i, H_j} \Delta_{H_i} \quad (8.9)$$

<sup>1</sup>O valor deste parâmetro é constante e deve ser sintonizados por simulação.

onde:

- $\psi_{H_i, H_j}$  é a direcção segundo a qual o robô  $H_i$  vê o robô  $H_j$  a partir da sua posição actual em relação ao eixo de referência externo  $x$ ;
- $\delta_{f/b, H_i, H_j}$  é um parâmetro que depende da posição que o robô  $H_i$  ocupa na formação e da configuração da formação. O valor deste parâmetro (ângulo) deve ser tal que quando adicionado a  $\psi_{H_i, H_j}$  a direcção de navegação de  $H_i$  seja tal que o robô  $H_i$  navegue em frente (ver figura 8.3).

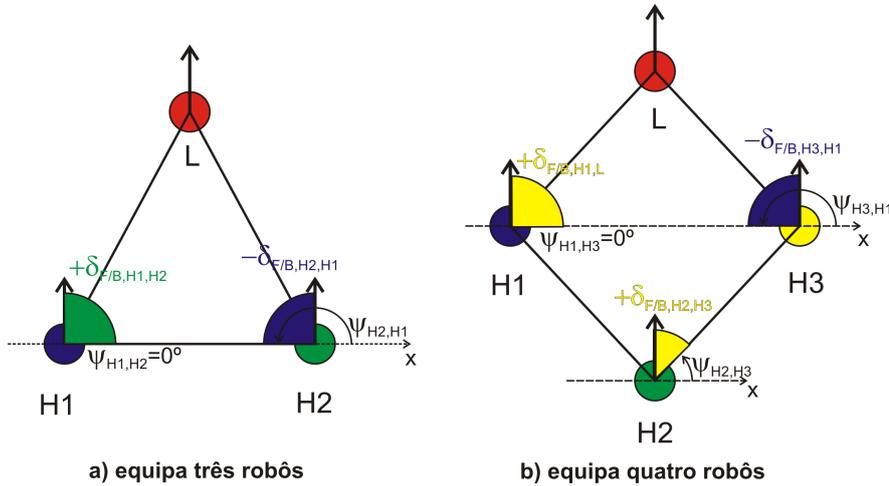


Figura 8.3: O valor do parâmetro  $\delta_{f/b, H_i, H_j}$  depende da posição que o robô  $H_i$  ocupa na formação em relação ao seu ponto de referência e da configuração da formação.  $\delta_{f/b, H_i, H_j}$  quando adicionado a  $\psi_{H_i, H_j}$  deve permitir que o robô  $H_i$  navegue em frente.

- $R_{H_i, H_j}$  é uma função que pode tomar os valores  $-1$ ,  $0$  ou  $+1$  dependendo, do sinal de  $(\phi_{H_i} - \psi_{H_i, H_j})$  e do parâmetro  $\alpha_{b_{H_i}}$  (c.f. equação (8.21)):

$$R_{H_i, H_j} = -\text{sgn}(\phi_{H_i} - \psi_{H_i, H_j})\alpha_{b_{H_i}} \quad (8.10)$$

- $\Delta_{H_i}$  é dado por (8.8).

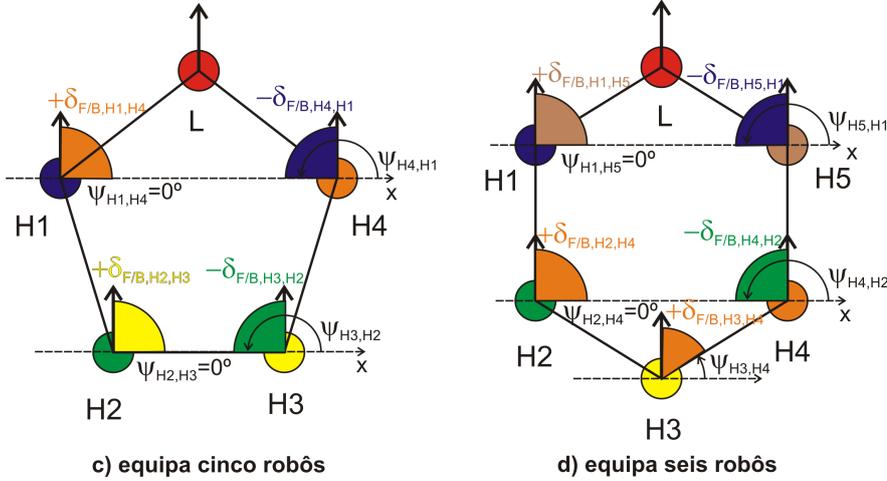


Figura 8.3 (cont.)

### 8.1.1.2 Formação “turn”

Quando há a necessidade de os robôs “*helpers*” se colocarem numa formação “*turn*”, o atrator  $\psi_{H_i,turn}$  é dado pela equação (8.4) e o parâmetro  $\lambda_{H_i,turn}$  é dado por (8.5).

#### a) Direcção desejada do robô $H_i$ em relação ao robô $H_k$

O atrator desejado para a formação “*turn*” do robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_k$  é erigido numa direcção

$$\psi_{H_i,H_k,turn} = \psi_{H_i,H_k} + \delta_{turn,H_i,H_k} + R_{H_i,H_k} \Delta_{H_i} \quad (8.11)$$

onde:

- $\psi_{H_i,H_k}$  é a direcção segundo a qual o robô  $H_i$  vê o robô  $H_k$  a partir da sua posição actual,  $R_{H_i,H_k}$  e  $\Delta_{H_i}$  são definidos por (8.7) e (8.8), respectivamente;
- $\delta_{turn,H_i,H_k}$  é um parâmetro que depende da direcção na qual os robôs “*hel-*

*pers*” têm de virar, à esquerda ou à direita:

$$\delta_{turn,H_i,H_k} = \begin{cases} \Delta\psi_{H_i,H_k,turn\ left} & \text{se } \alpha_{tl_{H_i}} = 1 \\ \Delta\psi_{H_i,H_k,turn\ right} & \text{se não} \end{cases} \quad (8.12)$$

onde  $\alpha_{tl_{H_i}}$  (abordado mais à frente neste capítulo) é dado pela expressão (8.24) e indica à arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é que este robô tem de virar à esquerda.

$\Delta\psi_{H_i,H_k,turn\ left}$  e  $\Delta\psi_{H_i,H_k,turn\ right}$  são ângulos de curvatura, para que os robôs virem à esquerda ou à direita, respectivamente. Estes ângulos dependem da posição que cada robô ocupa na formação e da própria formação e devem ser escolhidos por forma a que todo o grupo passe ao lado de um obstáculo em segurança, isto é, sem embater no obstáculo (ver figuras 8.4 e 8.5), o que pode ser feito em simulação.

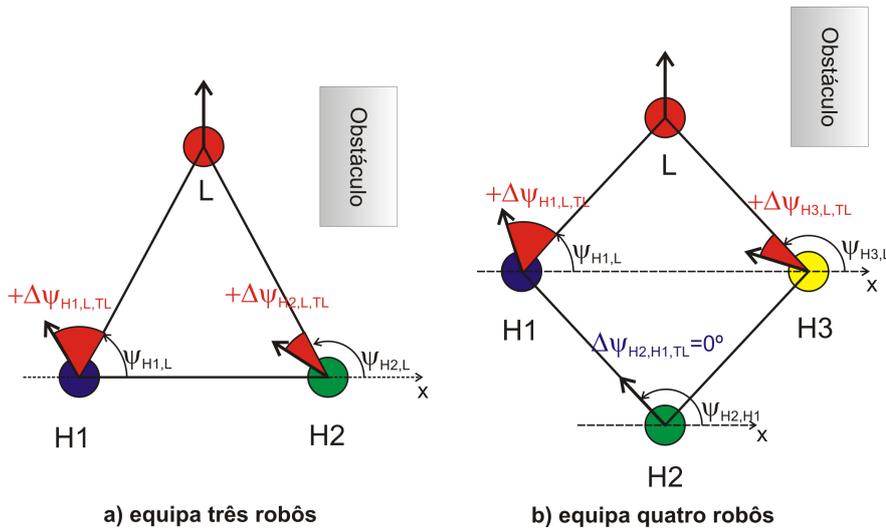


Figura 8.4: Valor do parâmetro  $\Delta\psi_{H_i,H_k,turn\ left}$  quando o robô  $H_i$  tem de virar à esquerda. Este valor depende da posição que o robô  $H_i$  ocupa na formação em relação ao seu ponto de referência e da configuração da formação.  $\Delta\psi_{H_i,H_k,turn\ left}$  deve ter um valor que quando adicionado a  $\psi_{H_i,H_k}$  a direcção de navegação do robô seja suficiente para que o robô  $H_i$  evite o obstáculo que está localizado à direita do grupo.

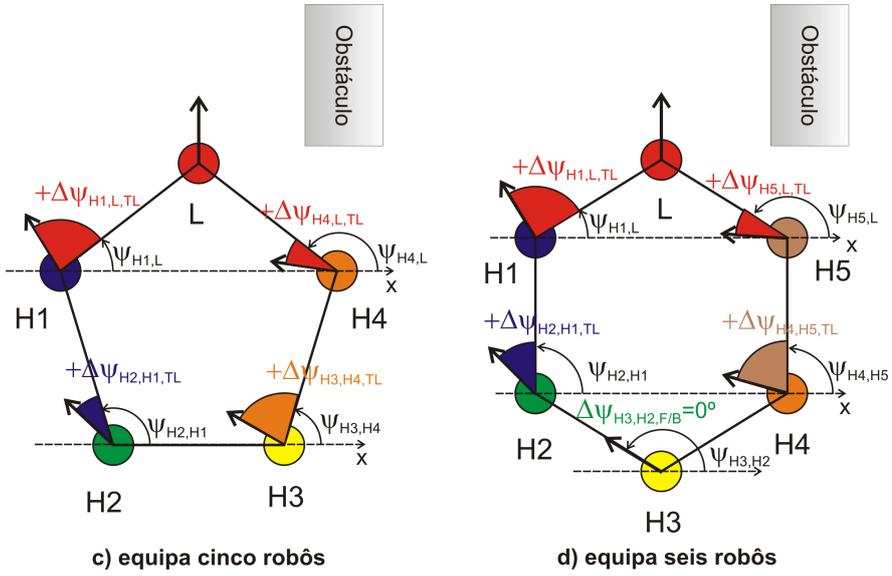


Figura 8.4 (cont.)

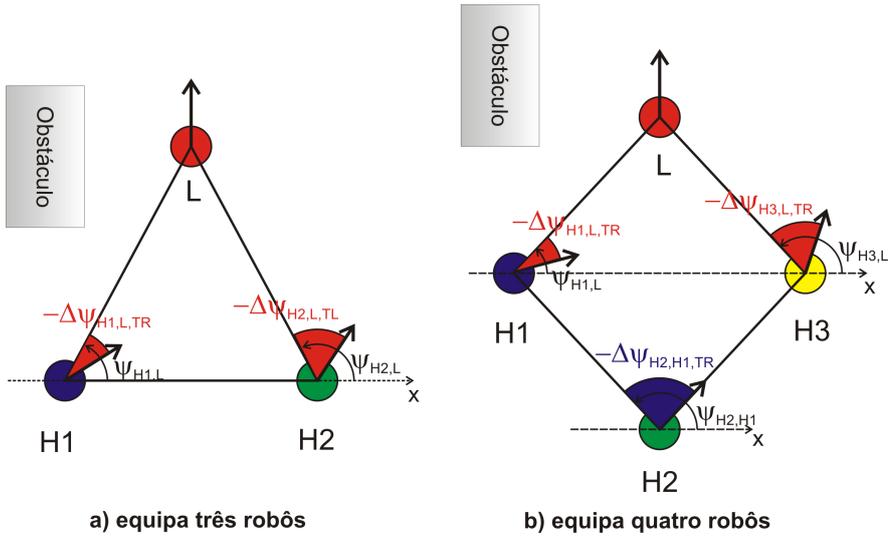


Figura 8.5: Valor do parâmetro  $\Delta\psi_{H_i, H_k, turn\ right}$  quando o robô  $H_i$  tem de virar à direita. Este valor depende da posição que o robô  $H_i$  ocupa na formação em relação ao seu ponto de referência e da configuração da formação.  $\Delta\psi_{H_i, H_k, turn\ right}$  deve ter um valor que quando adicionado a  $\psi_{H_i, H_k}$  a direcção de navegação do robô seja suficiente para que o robô  $H_i$  evite o obstáculo que está localizado à esquerda do grupo.

**b) Direcção desejada do robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_j$**

O atractor desejado do robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_j$  é erigido numa direcção

$$\psi_{H_i, H_j, turn} = \psi_{H_i, H_j} + \delta_{turn, H_i, H_j} + R_{H_i, H_j} \Delta_{H_i} \quad (8.13)$$

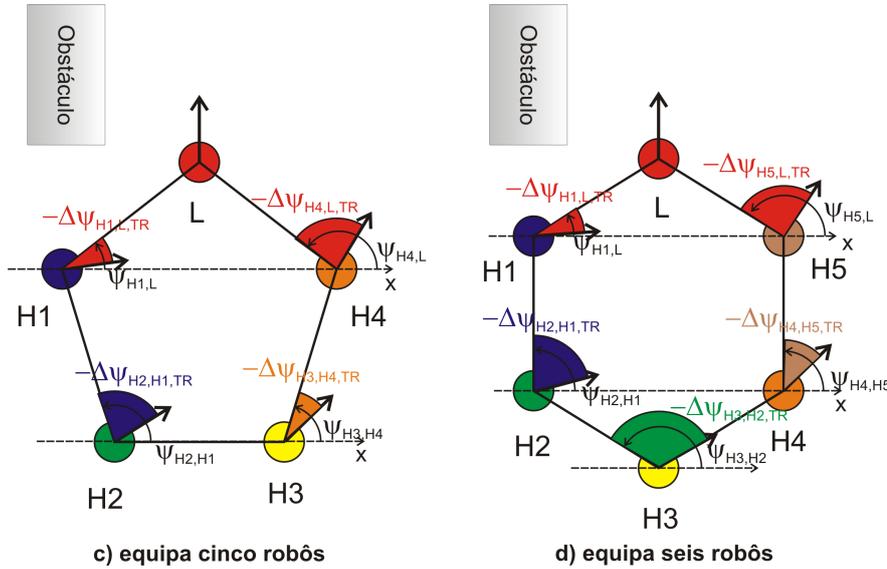


Figura 8.5 (cont.)

onde:

- $\psi_{H_i,H_j}$  é a direcção segundo a qual o robô  $H_i$  vê o robô  $H_j$  a partir da sua posição actual,  $R_{H_i,H_j}$  e  $\Delta_{H_i}$  são dados por (8.10) e (8.8), respectivamente;
- $\delta_{turn,H_i,H_j}$  é um parâmetro que depende da direcção na qual os robôs “helpers” têm de virar:

$$\delta_{turn,H_i,H_j} = \begin{cases} \Delta\psi_{H_i,H_j,turn\ left} & \text{se } \alpha_{t_{H_i}} = 1 \\ \Delta\psi_{H_i,H_j,turn\ right} & \text{se não} \end{cases} \quad (8.14)$$

onde  $\alpha_{t_{H_i}}$ , como veremos mais à frente (equação 8.24), é o parâmetro que indica à arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é que o robô  $H_i$  tem de virar à esquerda.

$\Delta\psi_{H_i,H_j,turn\ left}$  e  $\Delta\psi_{H_i,H_j,turn\ right}$  são ângulos de curvatura, para que os robôs virem à esquerda ou à direita, respectivamente. Estes ângulos devem ser escolhidos por forma a que todo o grupo passe, sem embater, ao lado de

um obstáculo (ver figuras 8.6 e 8.7), o que pode ser feito em simulação. Os valores destes ângulos também dependem da posição que cada robô ocupa na formação e da configuração da formação.

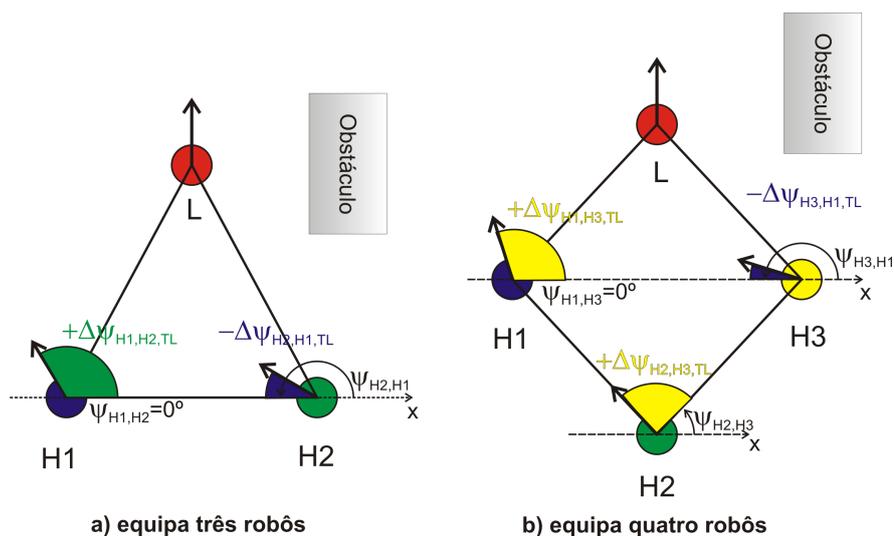


Figura 8.6: Valor do parâmetro  $\Delta\psi_{H_i,H_j,turn\ left}$  quando o robô  $H_i$  tem de virar à esquerda. Este valor depende da posição que o robô  $H_i$  ocupa na formação em relação ao seu ponto de referência e da configuração da formação.  $\Delta\psi_{H_i,H_j,turn\ left}$  deve ter um valor que quando adicionado a  $\psi_{H_i,H_j}$  a direção de navegação do robô seja suficiente para que o robô  $H_i$  evite o obstáculo que está localizado à direita do grupo.

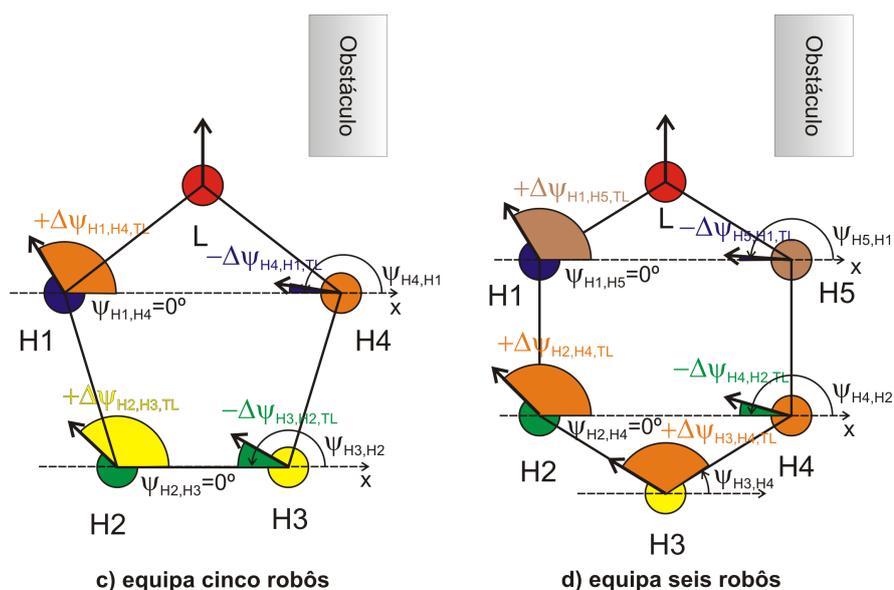


Figura 8.6 (cont.)

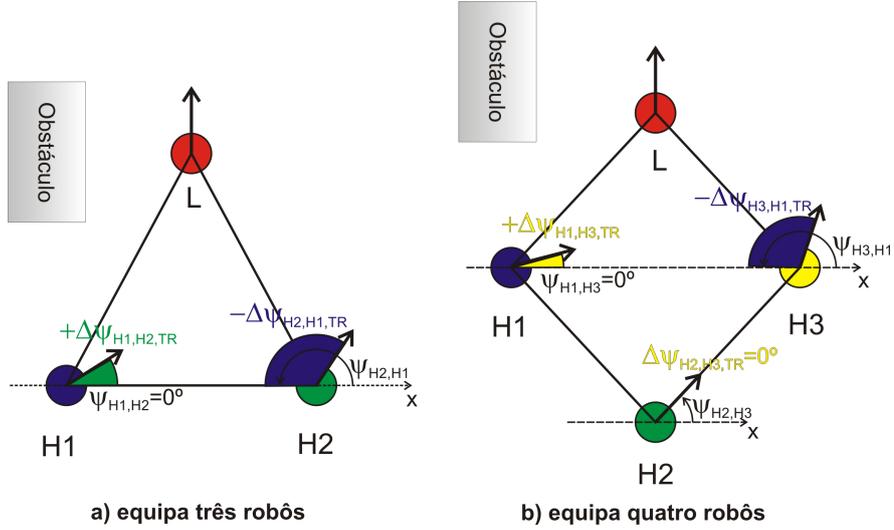


Figura 8.7: Valor do parâmetro  $\Delta\psi_{H_i,H_j,turn\ right}$  quando o robô  $H_i$  tem de virar à direita. Este valor depende da posição que o robô  $H_i$  ocupa na formação em relação ao seu ponto de referência e da configuração da formação.  $\Delta\psi_{H_i,H_j,turn\ right}$  deve ter um valor que quando adicionado a  $\psi_{H_i,H_j}$  a direcção de navegação do robô seja suficiente para que o robô  $H_i$  evite o obstáculo que está localizado à esquerda do grupo.

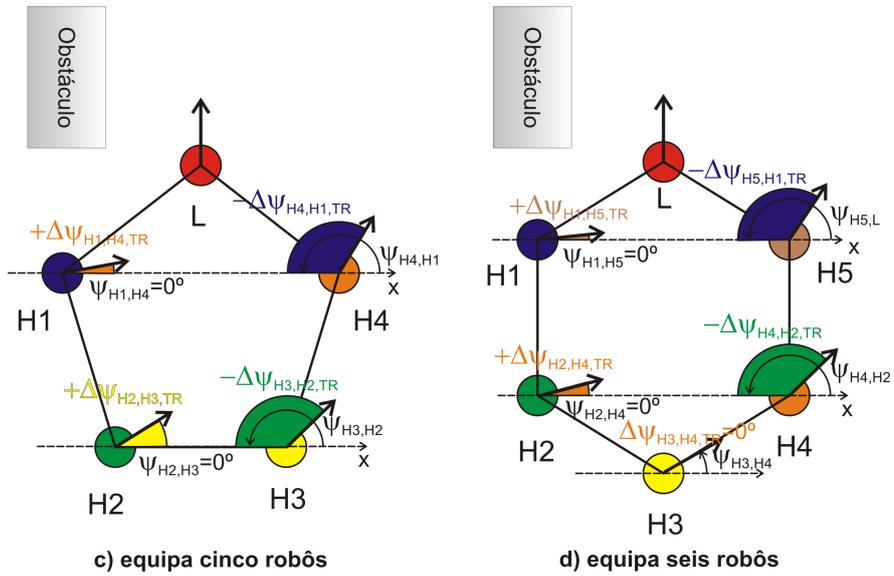


Figura 8.7 (cont.)

### 8.1.1.3 Formação “column”

Quando a formação “column” é necessária, o atractor  $\psi_{H_i,column}$  e o parâmetro  $\lambda_{H_i,column}$  desejados para esta formação, são dados pelas expressões (8.4) e (8.5), respectivamente.

a) Direcção desejada do robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_k$

O atractor desejado para o robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_k$  é erigido na direcção

$$\psi_{H_i, H_k, column} = \psi_{H_i, H_k} + \delta_{column, H_i, H_k} + R_{H_i, H_k} \Delta_{H_i} \quad (8.15)$$

onde:

- $\psi_{H_i, H_k}$  é a direcção segundo a qual o robô  $H_i$  vê o robô  $H_k$  a partir da sua posição actual,  $R_{H_i, H_k}$  e  $\Delta_{H_i}$  são obtidos por (8.7) e (8.8), respectivamente;
- $\delta_{column, H_i, H_k}$  é um parâmetro que depende de qual dos robôs “*helpers*”, irá colocar-se atrás do robô “*leader*”, isto é, movimento em coluna, à esquerda ou à direita. De realçar que quando nos referimos à equipa de dois robôs, não se coloca a questão de qual dos robôs se coloca atrás do robô “*leader*”, nem se coloca igualmente a questão do movimento em coluna à esquerda ou à direita, uma vez que só existe um robô “*helper*”. Assim sendo, para a equipa de dois robôs  $\delta_{column, H_i, H_k}$  toma o valor 0.

$$\delta_{column, H_i, H_k} = \begin{cases} 0 & , n = 2 \\ \Delta\psi_{H_i, H_k, column\ left} \text{ se } \alpha_{cl_{H_i}} = 1 & , n > 2 \\ \Delta\psi_{H_i, H_k, column\ right} \text{ se não} & , n > 2 \end{cases} \quad (8.16)$$

onde,  $\alpha_{cl_{H_i}}$ , como veremos mais adiante neste capítulo (c.f. equação (8.28)), é um parâmetro que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando este robô se deve colocar numa formação “*column*” à esquerda.

$\Delta\psi_{H_i, H_k, column\ left}$  e  $\Delta\psi_{H_i, H_k, column\ right}$  são ângulos que dependem da posição que o robô “*helper*”  $H_i$  ocupa na formação e da configuração da formação. O valor destes ângulos devem ser tais que quando adicionados a

$\psi_{H_i, H_k}$  a direcção de navegação do robô  $H_i$  lhe permita navegar em paralelo ao obstáculo detectado (ver figuras 8.8 e 8.9).

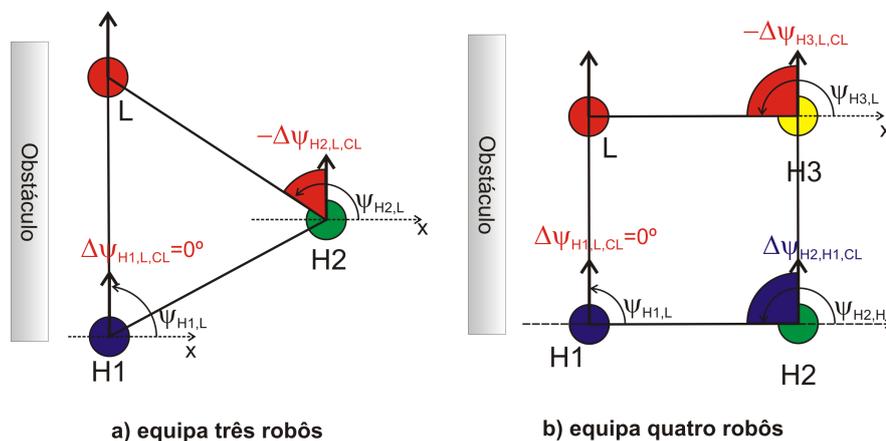


Figura 8.8: Valor do parâmetro  $\Delta\psi_{H_i, H_k, column\ left}$  quando os robôs têm de navegar numa formação “column” onde  $H_1$  tem de navegar atrás do robô “leader”. Este valor depende da posição que o robô  $H_i$  ocupa na formação.  $\Delta\psi_{H_i, H_k, column\ left}$  deve ter um valor que quando adicionado a  $\psi_{H_i, H_k}$  a direcção de navegação do robô seja tal que  $H_i$  navegue em paralelo com o obstáculo detectado à esquerda do grupo.

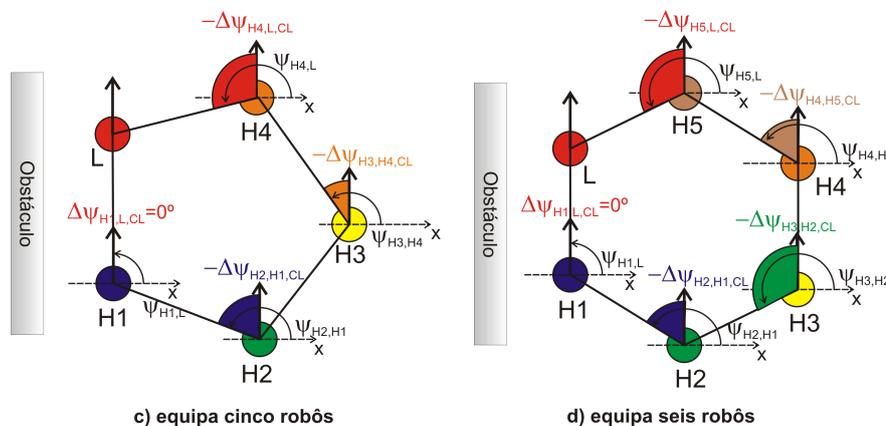


Figura 8.8 (cont.)

## b) Direcção desejada do robô $H_i$ em relação ao robô $H_j$

O atractor desejado para o robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_j$  é erigido numa direcção

$$\psi_{H_i, H_j, column} = \psi_{H_i, H_j} + \delta_{column, H_i, H_j} + R_{H_i, H_j} \Delta_{H_i} \quad (8.17)$$

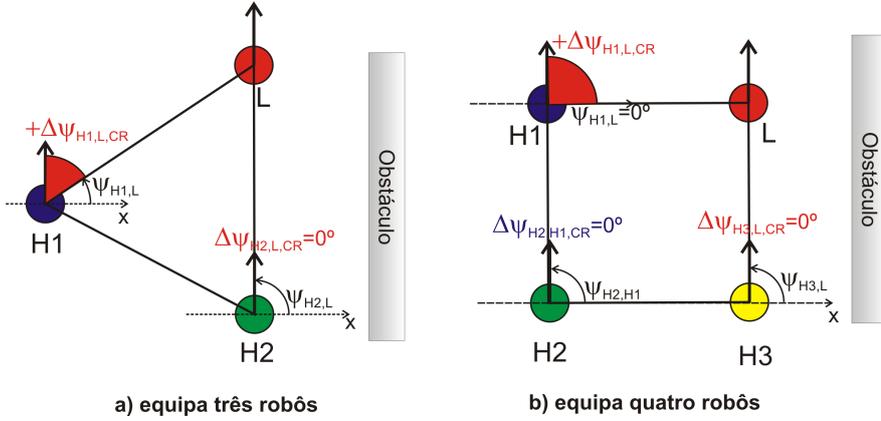


Figura 8.9: Valor do parâmetro  $\Delta\psi_{H_i,H_k,column\ right}$  quando os robôs têm de navegar numa formação “column” onde  $H_n$  tem de navegar atrás do robô “leader”. Este valor depende da posição que o robô  $H_i$  ocupa na formação.  $\Delta\psi_{H_i,H_k,column\ right}$  deve ter um valor que quando adicionado a  $\psi_{H_i,H_k}$  a direcção de navegação do robô seja tal que  $H_i$  navegue em paralelo com o obstáculo detectado à direita do grupo.

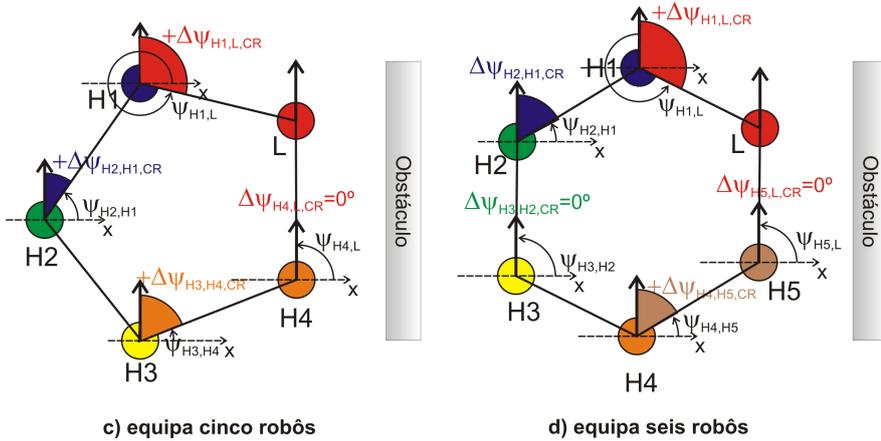


Figura 8.9 (cont.)

onde:

- $\psi_{H_i,H_j}$  é a direcção segundo a qual o robô  $H_i$  vê o robô  $H_j$  a partir da sua posição actual,  $R_{H_i,H_j}$  e  $\Delta_{H_i}$  são dados por (8.10) e (8.8), respectivamente;
- $\delta_{column,H_i,H_j}$  é um parâmetro que depende de qual dos robôs “helpers”, irá colocar-se atrás do robô “leader”. De realçar que quando nos referimos à equipa de dois robôs e tal como referimos anteriormente, não se coloca a questão de qual dos robôs se coloca atrás do robô “leader”, uma vez que

só existe um robô “*helper*”. Assim sendo, para a equipa de dois robôs  $\delta_{column,H_i,H_j}$  toma o valor 0. Para equipas constituídas por mais de dois robôs,  $\delta_{column,H_i,H_j}$  é dado por:

$$\delta_{column,H_i,H_j} = \begin{cases} \Delta\psi_{H_i,H_j,column\ left} & \text{se } \alpha_{cl_{H_i}} = 1 \\ \Delta\psi_{H_i,H_j,column\ right} & \text{se não} \end{cases} \quad (8.18)$$

onde,  $\alpha_{cl_{H_i}}$  (c.f. expressão (8.28)), sinaliza à arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é que este robô se deve colocar numa formação “*column*” à esquerda.

$\Delta\psi_{H_i,H_j,column\ left}$  e  $\Delta\psi_{H_i,H_j,column\ right}$  são ângulos que dependem da posição que o robô “*helper*”  $H_i$  ocupa na formação e da configuração da formação. O valor destes ângulos devem ser tais que quando adicionados a  $\psi_{H_i,H_j}$  a direcção de navegação do robô  $H_i$  lhe permita navegar em paralelo ao obstáculo detectado (ver figuras 8.10 e 8.11).

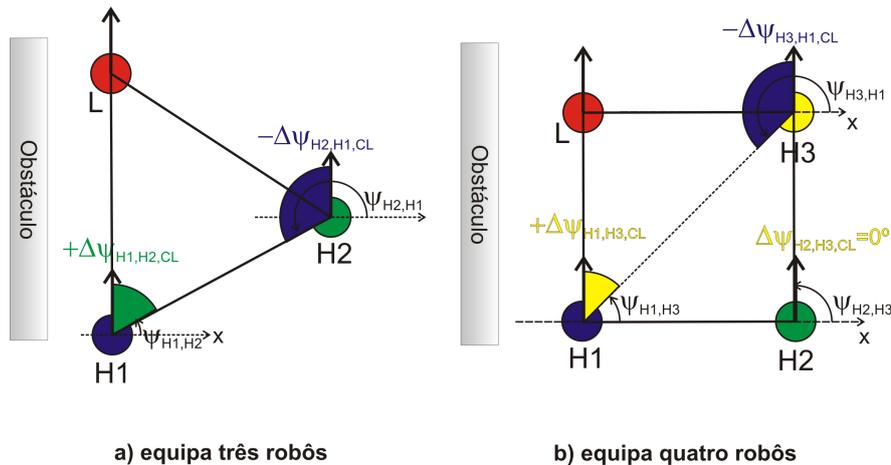


Figura 8.10: Valor do parâmetro  $\Delta\psi_{H_i,H_j,column\ left}$  quando os robôs têm de navegar numa formação “*column*” onde  $H_1$  tem de navegar atrás do robô “*leader*”. Este valor depende da posição que o robô  $H_i$  ocupa na formação. A direcção de navegação do robô  $H_i$  deve ser tal que  $H_i$  navegue em paralelo com o obstáculo detectado à esquerda do grupo.

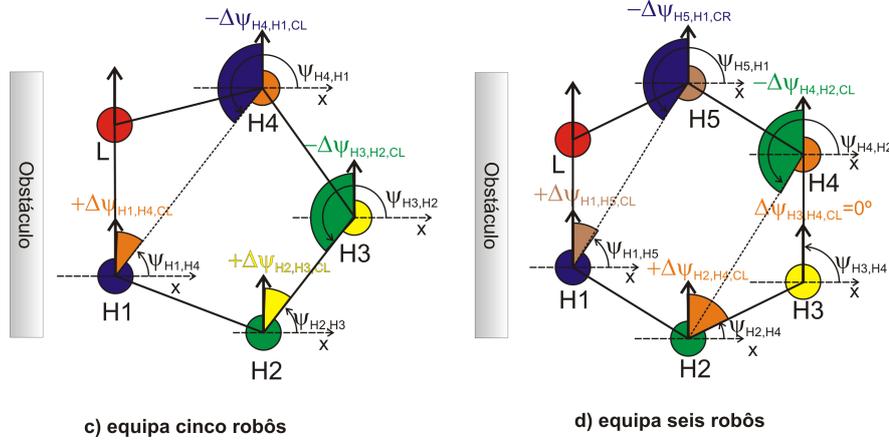


Figura 8.10 (cont.)

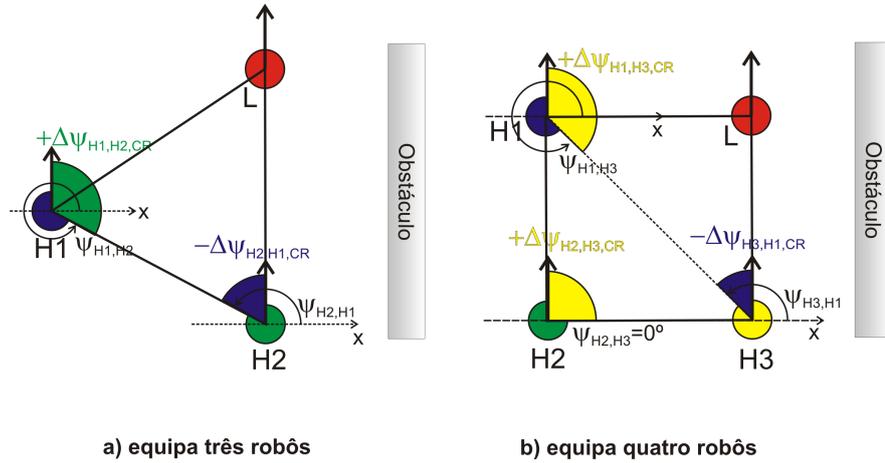


Figura 8.11: Valor do parâmetro  $\Delta\psi_{H_i, H_j, column\ right}$  quando os robôs têm de navegar numa formação “column” onde  $H_n$  tem de navegar atrás do robô “leader”. Este valor depende da posição que o robô  $H_i$  ocupa na formação. A direcção de navegação do robô  $H_i$  deve ser tal que  $H_i$  navegue em paralelo com o obstáculo detectado à direita do grupo.

### 8.1.2 Variáveis de activação

Por defeito o robô  $H_i$  tem de navegar numa formação “forward / backward”, o que implica que por defeito, o termo  $\gamma_{H_i, f/b}$  tem de dominar a dinâmica. Por conseguinte, é necessário que  $\gamma_{H_i, f/b} = 1$ ,  $\gamma_{H_i, turn} = 0$  e  $\gamma_{H_i, column} = 0$ . Por

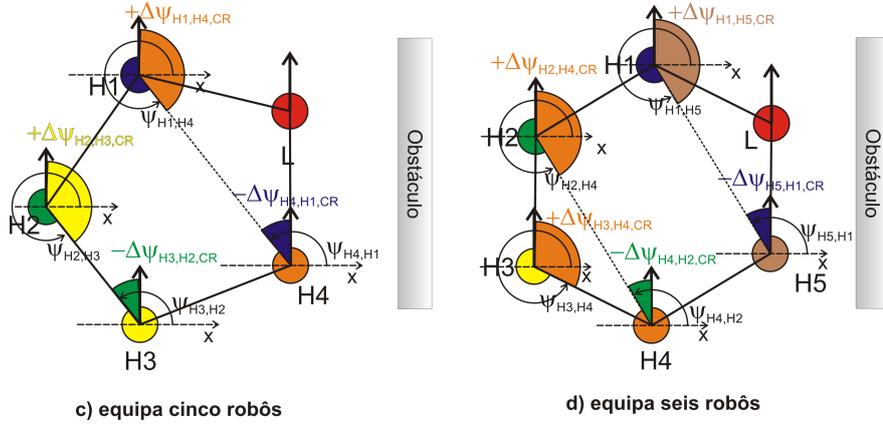


Figura 8.11 (cont.)

consequente podemos escrever:

$$\gamma_{H_i,f/b} = \begin{cases} +1, & \text{se } \alpha_{f_{H_i}} = 1 \vee \alpha_{b_{H_i}} = 1 \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (8.19)$$

onde,  $\alpha_{f_{H_i}}$  (8.20) e  $\alpha_{b_{H_i}}$  (8.21) são os parâmetros que sinalizam à arquitectura de controlo de cada robô “*helper*” quando é necessário que estes se desloquem para a frente ou recuem, respectivamente.

Para definir as condições que activam  $\alpha_{f_{H_i}}$  temos que analisar para os robôs  $H_1$  e  $H_n$  (i.e. para os robôs que se situam mais próximos do robô “*leader*”):

- o valor da função potencial dos robôs  $H_1$  e  $H_n$  ( $U_{obs,H_1}$  e  $U_{obs,H_n}$ );
- a diferença entre a direcção de navegação do robô “*leader*”,  $\phi_{leader}$ , e a direcção segundo a qual cada robô “*helper*” “vê” o robô “*leader*” a partir da sua posição actual,  $\psi_{H_i,leader}$ .

$$\alpha_{f_{H_i}} = \begin{cases} +1, & \text{se } \left( (U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) \leq 0 \wedge U_{obs,H_n}(\phi_{H_n}) \leq 0) \vee \right. \\ & \left. (U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge U_{obs,H_n}(\phi_{H_n}) > 0) \right) \wedge \\ & \left( |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| < \Delta\theta_A \vee \dots \vee \right. \\ & \left. |\phi_{leader} - \psi_{H_n,leader}| < \Delta\theta_A \right) \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (8.20)$$

$\alpha_{b_{H_i}}$  toma o valor 1 ou  $-1$  dependendo apenas da diferença entre  $\phi_{leader}$  e  $\psi_{H_i,leader}$  de todos os robôs “*helpers*” que compõem a formação. Assim sendo podemos escrever as seguintes condições:

$$\alpha_{b_{H_i}} = \begin{cases} +1, & \text{se } |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| \geq \Delta\theta_A \vee \dots \vee \\ & |\phi_{leader} - \psi_{H_n,leader}| \geq \Delta\theta_A \\ -1, & \text{se não} \end{cases} \quad (8.21)$$

Quando é necessário que os robôs naveguem numa formação “*turn*”, o termo  $\gamma_{H_i,turn}$  tem de dominar a dinâmica. Assim sendo,  $\gamma_{H_i,turn} = 1$ ,  $\gamma_{H_i,f/b} = 0$  e  $\gamma_{H_i,column} = 0$ .

$$\gamma_{H_i,turn} = \begin{cases} +1, & \text{se } \alpha_{tr_{H_i}} = 1 \vee \alpha_{tl_{H_i}} = 1 \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (8.22)$$

onde,  $\alpha_{tr_{H_i}}$  (8.23) e  $\alpha_{tl_{H_i}}$  (8.24) são parâmetros que sinalizam à arquitectura de controlo quando é necessário que os robôs “*helpers*” virem à direita ou à esquerda, respectivamente.

Para definir as condições que activam  $\alpha_{tr_{H_i}}$  e  $\alpha_{tl_{H_i}}$  temos que analisar, dos robô  $H_1$  e  $H_n$ :

- o valor da função potencial ( $U_{obs,H_1}$  e  $U_{obs,H_n}$ );
- a dinâmica evitar colisões com obstáculos, ( $F_{obs,H_1}$  e  $F_{obs,H_n}$ );
- a diferença entre a direcção de navegação do robô “leader”,  $\phi_{leader}$ , e a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  e o robô  $H_n$  “vêm” o robô “leader” a partir da sua posição actual ( $\psi_{H_1,leader}$  e  $\psi_{H_n,leader}$ ).

$$\alpha_{tr_{H_i}} = \begin{cases} +1, & \text{se } (U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge U_{obs,H_n}(\phi_{H_n}) \leq 0 \wedge \\ & F_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) \leq 0 \wedge |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| > \Delta\theta_B) \vee \\ & (U_{obs,H_n}(\phi_{H_n}) > 0 \wedge U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) \leq 0 \wedge \\ & F_{obs,H_n}(\phi_{H_n}) \leq 0 \wedge |\phi_{leader} - \psi_{H_n,leader}| > \Delta\theta_B) \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (8.23)$$

$$\alpha_{tl_{H_i}} = \begin{cases} +1, & \text{se } (U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge U_{obs,H_n}(\phi_{H_n}) \leq 0 \wedge \\ & F_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| > \Delta\theta_B) \vee \\ & (U_{obs,H_n}(\phi_{H_n}) > 0 \wedge U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) \leq 0 \wedge \\ & F_{obs,H_n}(\phi_{H_n}) > 0 \wedge |\phi_{leader} - \psi_{H_n,leader}| > \Delta\theta_B) \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (8.24)$$

Finalmente, se o comportamento “column” é necessário, então o termo  $\gamma_{H_i,column}$  tem de dominar a dinâmica. Assim sendo,  $\gamma_{H_i,column} = 1$ ,  $\gamma_{H_i,f/b} = 0$  e  $\gamma_{H_i,turn} = 0$ .  $\gamma_{H_i,column}$  é um parâmetro que pode tomar o valor 1 ou 0 dependendo de  $\alpha_{c_{H_i}} = 1$ , no caso da equipa de dois robôs, e dependendo de  $\alpha_{cr_{H_i}}$  e de  $\alpha_{cl_{H_i}}$ , no

caso de equipas constituídas por mais de dois robôs. Os valores que estes parâmetros assumem para cada uma das diferentes equipas de robôs depende da posição que os robôs ocupam na formação e da configuração da formação.  $\gamma_{H_i, column}$  vem definido por:

$$\gamma_{H_i, column} = \begin{cases} +1, & \text{se } \alpha_{c_{H_i}} = 1, n = 2 \\ +1, & \text{se } \alpha_{cr_{H_i}} = 1 \vee \alpha_{cl_{H_i}} = 1, n > 2 \\ 0, & \text{se não, } \forall n \end{cases} \quad (8.25)$$

Quando  $\alpha_{c_{H_i}}$ ,  $\alpha_{cr_{H_i}}$  ou  $\alpha_{cl_{H_i}}$  tomam o valor 1, significa que o(s) robô(s) “*helper(s)*” se deve(m) colocar numa formação “*column*”. A activação de qualquer uma destas variáveis  $\alpha_{c_{H_i}}$ ,  $\alpha_{cr_{H_i}}$  ou  $\alpha_{cl_{H_i}}$  depende:

- do valor da função potencial dos robôs  $H_1$  e  $H_n$  ( $U_{obs, H_1}$  e  $U_{obs, H_n}$ );
- da diferença entre a direcção de navegação do robô “*leader*”,  $\phi_{leader}$ , e a direcção segundo a qual o robô  $H_1$  e o robô  $H_n$  “vêm” o robô “*leader*” a partir da sua posição actual ( $\psi_{H_1, leader}$  e  $\psi_{H_n, leader}$ ).

$\alpha_{c_{H_i}}$ ,  $\alpha_{cr_{H_i}}$  e  $\alpha_{cl_{H_i}}$  são definidos por:

$$\alpha_{c_{H_i}} = \begin{cases} +1, & \text{se } (U_{obs, H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge \\ & |\phi_{leader} - \psi_{H_1, leader}| \leq \Delta\theta_B) \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (8.26)$$

$$\alpha_{cr_{H_i}} = \begin{cases} +1, & \text{se } (U_{obs,H_n}(\phi_{H_n}) > 0 \wedge U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) \leq 0 \wedge \\ & |\phi_{leader} - \psi_{H_n,leader}| \leq \Delta\theta_B) \\ 0, & \text{se n\~{a}o} \end{cases} \quad (8.27)$$

$$\alpha_{cl_{H_i}} = \begin{cases} +1, & \text{se } (U_{obs,H_1}(\phi_{H_1}) > 0 \wedge U_{obs,H_n}(\phi_{H_n}) \leq 0 \wedge \\ & |\phi_{leader} - \psi_{H_1,leader}| \leq \Delta\theta_B) \\ 0, & \text{se n\~{a}o} \end{cases} \quad (8.28)$$

## 8.2 Controlo da velocidade

A velocidade de translação dos robôs “*helpers*” tem de ser controlada por forma a que em todos os instantes, cada robô “*helper*” tente manter um deslocamento nulo do objecto (isto é,  $\Delta d_{H_i} = 0$ ). O robô “*leader*” comunica a sua velocidade de translação aos robôs “*helpers*”.

A dinâmica da velocidade de translação coloca um atractor numa velocidade desejada,  $V_{desired,H_i}$ , com uma taxa de relaxação definida por  $c_{H_i}$ :

$$\frac{d\vartheta_{H_i}(t)}{dt} = -c_{H_i}(\vartheta_{H_i} - V_{desired,H_i})e^{\left[-\frac{(\vartheta_{H_i} - V_{desired,H_i})^2}{2\sigma_V^2}\right]} \quad (8.29)$$

O valor do atractor, isto é, a velocidade desejada  $V_{desired,H_i}$ , para a dinâmica da velocidade para os robôs “*helpers*” é dado por:

$$V_{desired,H_i} = \begin{cases} +\vartheta_{leader} + \frac{|\Delta d_{H_i}|}{\nu_{H_i}}, & \text{se } A_\vartheta = 1 \vee B_\vartheta = 1 \\ -\vartheta_{leader} - \frac{|\Delta d_{H_i}|}{\nu_{H_i}}, & \text{se n\~{a}o} \end{cases} \quad (8.30)$$

onde  $A_{\vartheta}$  e  $B_{\vartheta}$  são variáveis que podem tomar os valores 1 ou 0, e são dadas por:

$$A_{\vartheta} = \begin{cases} +1, & \text{se } \Delta d_{H_i} < 0 \quad , H_i = H_1 \text{ e } H_n \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (8.31)$$

$$B_{\vartheta} = \begin{cases} +1, & \text{se } \left( \left[ \gamma_{H_i, \text{column}} = 1 \vee \left( \gamma_{H_i, f/b} = 1 \wedge \alpha_{b_{H_i}} = 1 \right) \right] \wedge \Delta d_{H_i} < 0 \right) \vee \\ & \left( \left[ \gamma_{H_i, \text{turn}} = 1 \vee \left( \gamma_{H_i, f/b} = 1 \wedge \alpha_{b_{H_i}} = 0 \right) \right] \wedge \Delta d_{H_i} > 0 \right) \\ & , H_i = H_2, \dots, H_{n-1} \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (8.32)$$

onde  $\Delta d_{H_i}$  representa o deslocamento do objecto medido pela base de suporte dos robôs “*helpers*”.  $\alpha_{b_{H_i}}$ ,  $\gamma_{H_i, \text{column}}$ ,  $\gamma_{H_i, f/b}$  e  $\gamma_{H_i, \text{turn}}$  são definidos pelas expressões (8.21), (8.25), (8.19) e (8.22), respectivamente.  $\nu_{H_i}$  é um parâmetro que depende do lado pelo qual os robôs “*helpers*” vão contornar o obstáculo:

$$\nu_{H_i} = \begin{cases} \nu_1, & \text{se } \left( H_i = H_1 \wedge \alpha_{tl_{H_i}} = 1 \right) \vee \\ & \left( H_i = H_n \wedge \alpha_{tl_{H_i}} = 0 \right) \\ \nu_2 & \text{se não} \end{cases} \quad (8.33)$$

Os valores,  $\nu_1$  e  $\nu_2$  são constantes e devem ser sintonizados por simulação.

### 8.3 Hierarquia das taxas de relaxação

A hierarquia das taxas de relaxação que assegura que a direcção de navegação de cada robô “*helper*” relaxa para a solução atractora dominante à medida

que as soluções se modificam devido à troca de informação entre os robôs e ainda devido à informação sensorial de cada robô.

Para a equipa de dois robôs ( $n = 2$ ):

$$\lambda_{H_1} \ll c_{H_1} \quad (8.34)$$

Para equipas constituídas por mais de dois robôs ( $n > 2$ ):

$$\begin{aligned} c_{H_i} &\gg 2\lambda_{H_i} \cos(\lambda_{H_i, f/b}), c_{H_i} \gg 2\lambda_{H_i} \cos(\lambda_{H_i, turn}), \\ c_{H_i} &\gg 2\lambda_{H_i} \cos(\lambda_{H_i, column}) \end{aligned} \quad (8.35)$$

## 8.4 Troca de liderança

Todas as equipas de robôs referidas neste trabalho foram dotadas da funcionalidade *troca de liderança*. A liderança da equipa pode ser cedida/requisitada por cada um dos robôs de acordo com a situação em seu redor.

Em qualquer uma das equipas de robôs a liderança é trocada sempre que:

- o deslocamento do objecto é igual ou superior a  $\Delta d_{min}$  e igual ou inferior a  $\Delta d_{máx}$  ( $\Delta d_{min} \leq \Delta d_{H_i} \leq \Delta d_{máx}$ );
- a diferença entre a direcção segundo a qual o robô  $H_i$  “vê” o robô “*leader*” ( $\psi_{H_i, leader}$ ) e a direcção de navegação do robô “*leader*” ( $\phi_{leader}$ ), é maior do que  $\Delta\theta_C$  e menor do que  $\Delta\theta_D$  (*i.e.*  $\Delta\theta_C < |\psi_{H_i, leader} - \phi_{leader}| < \Delta\theta_D^2$ );
- se algum dos robôs “*helpers*” não detecta obstáculos ( $U_{obs, H_i}(\phi_{H_i}) \leq 0$ ) e se se encontra a uma distância do alvo inferior à distância a que o robô “*leader*” se encontra do alvo:

$$U_{obs, H_i}(\phi_{H_i}) \leq 0 \wedge d_{H_i, target} < d_{leader, target} \quad (8.36)$$

então o robô “*helper*” requisita a liderança.

---

<sup>2</sup> $\Delta\theta_C$  e  $\Delta\theta_D$  são ângulos constantes e devem ser sintonizados por simulação.

## 8.5 Sumário e discussão

Neste capítulo começamos por fazer uma unificação das arquitecturas de controlo para as equipas de dois, três e quatro robôs, apresentadas nos capítulos 5, 6 e 7, respectivamente.

Seja qual for o número de robôs que constituem uma equipa, as variáveis comportamentais para cada robô são a *direcção de navegação* e a *velocidade de translação*.

Demonstrou-se que independentemente do número de robôs, são necessários no máximo três comportamentos, para que assim os robôs se movimentem em frente ou recuem, se desviem de obstáculos (à esquerda ou à direita) e se movimentem paralelamente a um obstáculo.

Além disso, constatou-se também que, para equipas de  $n$  robôs, cada robô apenas necessita de dois pontos de referência, isto é, outros dois vizinhos da equipa de robôs. Estes dois pontos de referência são suficientes para que cada robô mantenha uma direcção de navegação desejada. Cada robô alcança este objectivo mantendo um deslocamento nulo no seu suporte do objecto transportado.

Assim sendo, terminámos tentando generalizar a arquitectura para equipas de  $n$  robôs. Existem no entanto, um conjunto de parâmetros que não é possível generalizar pois dependem da posição que cada robô ocupa na formação e da configuração da própria formação. Isto não é contudo problemático porque são poucos e podem ser ajustados com relativa facilidade através de simulação.



# Capítulo 9

## Conclusão

---

Neste capítulo começamos por fazer um resumo dos contributos e resultados mais relevantes desta tese. No final fazemos uma descrição de perspectivas quanto a trabalho futuro.

---

### 9.1 Sumário

A abordagem para a geração de comportamentos em sistemas robóticos, baseada em atractores de sistemas dinâmicos, foi usada neste trabalho pela primeira vez como ferramenta teórica base para o “*design*” de arquitecturas distribuídas para o controlo e coordenação de equipas de robôs móveis autónomos, que em conjunto devem transportar um objecto de grandes dimensões.

São vários e complexos os problemas que existem neste tipo de trabalhos:

(i) manutenção de uma configuração geométrica fixa durante o movimento: um dos problemas principais é manutenção de uma configuração geométrica fixa durante o movimento, uma vez que, durante a tarefa de transporte é necessário que os robôs coordenem os seus movimentos de forma precisa e com uma margem de erro mínima, caso contrário o objecto transportado poderá cair;

(ii) ambientes desconhecidos *à priori*: o facto dos robôs não terem um

conhecimento prévio do ambiente que os rodeia obriga a que a equipa seja flexível, isto é, que se adapte a (quase) qualquer ambiente, pelo que as trajectórias têm de ser calculadas “*on-line*”;

(*iii*) número de robôs que constituem uma equipa: quanto maior for o número de robôs que constituem uma equipa (muito) mais difícil se torna o seu controlo e coordenação;

(*iv*) evitar colisões com obstáculos estáticos e / ou dinâmicos: o problema de transporte é exacerbado quando os robôs têm que evitar colisões com obstáculos, isto porque, os robôs em conjunto têm que se desviar dos obstáculos e simultaneamente coordenar os seus movimentos por forma a que o objecto transportado não caia;

(*v*) implementação em robôs reais: este é um problema complexo porque a informação sensorial não é exacta, existem erros de actuação e perturbações externas, daí o número reduzido de casos práticos;

(*vi*) comunicação entre os robôs: existem vários problemas associados à comunicação, tais como os erros e os atrasos. Este problema é ainda maior quanto maior for o número de robôs uma vez que é necessário trocar entre si uma maior quantidade de informação, e por conseguinte uma maior largura de banda. Por todos estes motivos, é importante reduzir ao máximo a troca de informação.

Tanto quanto nos foi possível aperceber, pelo estudo do estado da arte, são muito poucos os trabalhos que abordam em simultâneo todos estes problemas. Nesta tese, com as arquitecturas de controlo desenvolvidas, todos estes problemas foram atacados e resolvidos, o que por si só é algo inovador e por conseguinte um importante contributo. No entanto, existe um conjunto de parâmetros que não é possível generalizar pois dependem da posição que cada robô ocupa na formação e da configuração da própria formação. Isto não é contudo problemático porque são poucos e podem ser ajustados com relativa facilidade através de simulação.

Os resultados, documentados em vídeo, mostram o bom desempenho das

equipas de robôs nos vários cenários testados (cenários com obstáculos estáticos e dinâmicos e ainda cenários bastante congestionados).

O comportamento resultante é estável e as trajectórias geradas são suaves, o que acontece porque, à medida que a informação sensorial e / ou a informação comunicada varia, os campos vectoriais dos sistemas dinâmicos adaptam-se e geram concomitantes soluções atractoras.

As principais ideias e sua materialização, independentemente do número de robôs que possam fazer parte de uma equipa, são:

- independentemente do número de robôs que constituem uma equipa, as variáveis comportamentais para cada robô são a *direcção de navegação* e a *velocidade de translação*;
- o comportamento dos robôs é gerado através da atribuição contínua no tempo de valores às respectivas variáveis comportamentais (direcção de navegação e velocidade de translação) afectas a cada robô. As arquitecturas são formalizadas através de sistemas dinâmicos não lineares. O movimento de cada um dos robôs foi gerado a partir de soluções atractoras de sistemas dinâmicos. É inegável a importância vital que uma escolha acertada das variáveis comportamentais tem para a geração de comportamentos flexíveis a partir de estados assintoticamente estáveis (atractores) destes sistemas dinâmicos;
- independentemente dos robôs que constituem uma equipa, foram identificados três comportamentos elementares. Estes comportamentos permitem aos robôs navegarem em frente ou recuar, evitar obstáculos localizados à sua esquerda ou à sua direita e ainda navegar paralelamente aos obstáculos detectados;
- o modo como os comportamentos elementares foram construídos e integrados para a geração dos comportamentos globais de cada robô foi apresentado, de forma detalhada;

- a informação sensorial e a informação comunicada entra nos sistemas dinâmicos definindo, para as variáveis comportamentais escolhidas, quais os valores atractivos, determinando a “força” de atracção bem como, a gama de valores para os quais esta “força” faz sentir o seu efeito;
- a flexibilidade das arquitecturas advém do facto das soluções atractoras modificarem-se de acordo com a informação sensorial adquirida ou de acordo com a informação que é comunicada entre os robôs;
- para diminuição do tempo de conclusão da tarefa de transporte implementou-se a funcionalidade *troca de liderança*;
- diminuiu-se a comunicação explícita à custa de um aumento da comunicação implícita. Os robôs comunicam entre si implicitamente através de alterações sentidas na sua base de suporte do objecto. Comunicam explicitamente a direcção de navegação, a velocidade de translação, a magnitude do comportamento “virtual” evitar colisões com obstáculos e o respectivo valor da função potencial. Toda esta informação é codificada em apenas em cinco bytes. Com a funcionalidade *troca de liderança* é comunicado ainda a distância a que cada robô está do alvo (codificada em mais um byte). Em conclusão, são necessários, no máximo, seis bytes para efectuar toda a comunicação explícita.

## 9.2 Trabalho futuro

Como trabalho futuro pretende-se desenvolver um sistema autónomo para a monitorização e sintonização automática dos parâmetros que por enquanto são escolhidos por simulação. O benefício imediato, é permitir a generalização da utilização destes sistemas a potenciais utilizadores sem conhecimentos técnicos específicos.

É igualmente um objectivo, a extensão das arquitecturas por forma a permitir o transporte cooperativo por equipas constituídas por humanos e robôs. A realização deste objectivo implica a eliminação da necessidade de comunicação explícita entre os robôs, o que é um desafio considerável.

Queremos também efectuar transporte cooperativo de objectos com equipas de robôs manipuladores móveis. Isto implica a coordenação de cada plataforma móvel em relação ao seu manipulador e vice-versa e ainda a coordenação entre as várias plataformas que constituem a equipa.

Um outro objectivo é dotar os robôs com capacidades cognitivas (e.g. memória, antecipação). Neste sentido e no âmbito do Projecto Europeu JAST - “*Joint Action Science Technology*” (FP6-IST2, Proj. n.º 003747) estão a ser realizadas experiências em colaboração com dois dos parceiros (Nijmegen Institute for Cognition and Information e Max-Planck-Institute for Human Cognitive and Brain Sciences). Estas têm como objectivo investigar como é que cada agente humano desenvolve uma estratégia de antecipação e adaptação aos companheiros de equipa. A ideia é depois implementarmos estas estratégias nas arquitecturas dos robôs reais.



# Apêndice A

## Apêndice do capítulo 2: descrição das variáveis

- $x$  - eixo de referência arbitrário, externo mas fixo;
- $\phi$  - direção de navegação do robô “*robot*”;
- $\vartheta$  - velocidade de translação;
- $\psi_{target}$  - especifica a direção segundo a qual o robô “*robot*” “vê” o alvo denominado “*target*” em relação ao eixo de referência externo  $x$ ;
- $\psi_{obs}$  - especifica a direção segundo a qual o robô “*robot*” “vê” uma obstrução em relação ao eixo de referência externo  $x$ ;
- $\phi_{ponto\ fixo}$  - solução constante de um sistema dinâmico;
- $\phi_A$  - ponto fixo atrator;
- $\phi_B$  - ponto fixo repulsor;
- $\tau$  - tempo de relaxação com o qual o sistema se aproxima de um ponto fixo;



## Apêndice B

### Apêndice do capítulo 3: descrição das variáveis

- $k$  - variável diferente de  $j$ , que pode tomar os valores “leader”,  $H_1$ ,  $H_2$  e  $H_3$ ;
- $j$  - variável diferente de  $k$ , que pode tomar os valores “leader”,  $H_1$ ,  $H_2$  e  $H_3$ ;
- $\psi_{H_i, H_k}$  - direcção segundo a qual o robô  $H_i$  “vê” o robô  $H_k$  a partir da sua posição actual em relação ao eixo de referência externo  $x$ ;
- $\psi_{H_i, H_j}$  - direcção segundo a qual o robô  $H_i$  “vê” o robô  $H_j$  a partir da sua posição actual em relação ao eixo de referência externo  $x$ ;
- $\Delta x$  - variação segundo o eixo dos  $xx$ 's do deslocamento do objecto medido pela base de suporte do robô;
- $\Delta y$  - variação segundo o eixo dos  $yy$ 's do deslocamento do objecto medido pela base de suporte do robô;
- $\Delta\theta$  - rotação do objecto medido pela base de suporte do robô;
- $H_1$  - robô “helper” designado por  $H_1$ ;

$H_2$	- robô “ <i>helper</i> ” designado por $H_2$ ;
$H_3$	- robô “ <i>helper</i> ” designado por $H_3$ ;
$H_i$	- robô “ <i>helper</i> ” designado por $H_i$ ;
$\phi_{leader}$	- direcção de navegação do robô “ <i>leader</i> ”;
$\phi_{H_1}$	- direcção de navegação do robô $H_1$ ;
$\phi_{H_2}$	- direcção de navegação do robô $H_2$ ;
$\phi_{H_3}$	- direcção de navegação do robô $H_3$ ;
$\vartheta$	- velocidade de translação;
$\omega$	- velocidade angular;
$\omega_{wheel,left,j}$	- velocidade de rotação da roda esquerda do robô $j$ ;
$\omega_{wheel,right,j}$	- velocidade de rotação da roda direita do robô $j$ ;
$R_{wheel}$	- raio das rodas dos robôs;
$d_{wheel}$	- distância entre as rodas do robô;
$x_j$	- coordenada x da posição do robô $j$ ;
$y_j$	- coordenada y da posição do robô $j$ ;
$\phi_j$	- direcção de navegação do robô $j$ ;
$\vartheta_j$	- velocidade de translação do robô $j$ ;

## Apêndice C

### Apêndice do capítulo 4: descrição das variáveis

- $\phi$  - variável comportamental direcção de navegação;
- $\vartheta$  - variável comportamental velocidade de translação;
- $\phi_i$  - direcção de navegação do robô  $i$ ;
- $\vartheta_i$  - velocidade de translação do robô  $i$ ;
- $\phi_{leader}$  - direcção de navegação do robô “*leader*”;
- $\psi_{obs}$  - direcção segundo a qual o robô “*leader*” “vê” uma obstrução a partir da sua posição actual;
- $\psi_{target}$  - direcção segundo a qual o robô “*leader*” “vê” o alvo a partir da sua posição actual;
- $\vartheta_{leader}$  - velocidade de translação do robô “*leader*”;
- $y_{target}$  - coordenada  $y$  da posição do alvo “*target*”;
- $x_{target}$  - coordenada  $x$  da posição do alvo “*target*”;
- $y_{robot}$  - coordenada  $y$  da posição do robô “*robot*”;
- $x_{robot}$  - coordenada  $x$  da posição do robô “*robot*”;
- $f_{target}$  - contribuição responsável por atrair o robô “*leader*” na direcção do alvo (*target*);

---

$\lambda_{target}$	- magnitude de atracção da força responsável por atrair o robô “ <i>leader</i> ” para o seu alvo <i>target</i> ;
$i$	- i-ésimo sensor de distância;
$\theta_i$	- posição angular do sensor de distância $i$ medida em relação à direcção frontal do robô “ <i>leader</i> ”;
$f_{obs,i}$	- contribuição de cada sensor $i$ responsável por afastar o robô “ <i>leader</i> ” da direcção onde é detectada uma obstrução;
$\psi_{obs,i}$	- direcção segundo a qual o sensor $i$ do robô “ <i>leader</i> ” detecta uma obstrução em relação ao eixo de referência externo $x$ ;
$\lambda_{obs,i}$	- magnitude de repulsão da força responsável por afastar o robô “ <i>leader</i> ” das obstruções detectadas pelo sensor $i$ ;
$\sigma_i$	- gama de repulsão criada por um obstáculo detectado pelo sensor $i$ ;
$\beta_1$	- máxima magnitude da força de repulsão para o robô “ <i>leader</i> ”;
$d_i$	- distância entre o centro do robô “ <i>leader</i> ” e uma obstrução detectada pelo sensor $i$ ;
$\beta_2$	- taxa de decaimento da magnitude de repulsão de $f_{obs,i}$ em função do aumento da distância entre o robô “ <i>leader</i> ” e a obstrução detectada;
$\Delta\psi_s$	- ângulo de sensibilidade dos sensores de distância ( $30^\circ$ );
<i>Radius</i>	- raio de um robô;
$R_{leader}$	- raio do robô “ <i>leader</i> ”;
$Radius_{H_i}$	- raio do robô $H_i$ ;
$d_{leader,object\ center}$	- distância entre o centro do robô “ <i>leader</i> ” e o centro do objecto transportado;

$f_{stoch}$	- força estocástica;
$g_{target}$	- contribuição do sistema dinâmico para a velocidade de translação do robô “ <i>leader</i> ” quando a velocidade deste é determinada pelo alvo;
$g_{obs}$	- contribuição do sistema dinâmico para a velocidade de translação do robô “ <i>leader</i> ” quando a velocidade deste é determinada pela presença de obstruções;
$g_{stoch}$	- força estocástica;
$v_{leader,desired,i}$	- velocidade de translação desejada para o robô “ <i>leader</i> ”;
$c_i$	- magnitude do sistema dinâmico responsável por controlar a velocidade desejada do robô “ <i>leader</i> ”;
$\sigma_v$	- gama de atracção para os atractores da velocidade;
$c_{obs}$	- magnitude do atractor erigido por $g_{obs}$ ;
$c_{target}$	- magnitude do atractor erigido por $g_{target}$ ;
$d_{leader,obs}$	- distância entre o robô “ <i>leader</i> ” e a obstrução detectada;
$T_{2C}$	- tempo de contacto do robô “ <i>leader</i> ” com a obstrução detectada. Valor constante igual a 4 s;
$K_V$	- velocidade de translação do robô “ <i>leader</i> ” quando este não detecta nenhum obstáculo. Valor constante igual a 20cm/s;
$U_{obs,leader}$	- função potencial dos obstáculos virtuais da dinâmica evitar colisões com obstáculos do robô “ <i>leader</i> ”;
$\lambda_{obs}$	- magnitude de repulsão da força responsável por afastar o robô “ <i>leader</i> ” das obstruções detectadas;



## Apêndice D

### Apêndice do capítulo 5: descrição das variáveis

$H_1$	- robô “ <i>helper</i> ” $H_1$ ;
$\vartheta_{H_1}$	- velocidade de translação do robô $H_1$ ;
$\gamma_{lf/lb}$	- variável de activação responsável por activar a formação “ <i>line forward / line backward</i> ”;
$\gamma_{transition}$	- variável de activação responsável por activar a formação “ <i>transition</i> ”;
$\gamma_{column}$	- variável de activação responsável por activar a formação “ <i>column</i> ”;
$\phi_{leader}$	- direcção de navegação do robô “ <i>leader</i> ”;
$F_{H_1,lf/lb}$	- sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “ <i>line forward / line backward</i> ” para o robô $H_1$ ;
$F_{H_1,transition}$	- sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “ <i>transition</i> ” para o robô $H_1$ ;
$F_{H_1,column}$	- sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “ <i>column</i> ” para o robô $H_1$ ;

---

$\phi_{leader}$	- direcção de navegação do robô “ <i>leader</i> ”;
$\phi_{H_1}$	- direcção de navegação do robô $H_1$ ;
$\psi_{desired,H_1,lf/lb}$	- direcção desejada para a formação “ <i>line forward / line backward</i> ” para a direcção de navegação do robô $H_1$ ;
$\psi_{desired,H_1,transition}$	- direcção desejada para a formação “ <i>transition</i> ” para a direcção de navegação do robô $H_1$ ;
$\psi_{desired,H_1,column}$	- direcção desejada para a formação “ <i>column</i> ” para a direcção de navegação do robô $H_1$ ;
$\lambda_{H_1,lf/lb}$	- magnitude de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “ <i>line forward / line backward</i> ” para o robô $H_1$ ;
$\lambda_{H_1,transition}$	- magnitude de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “ <i>transition</i> ” para o robô $H_1$ ;
$\lambda_{H_1,column}$	- magnitude de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “ <i>column</i> ” para o robô $H_1$ ;
$\lambda_{H_1}$	- magnitude de atracção de $\frac{d\phi_{H_1}(t)}{dt}$ ;
$\psi_{desired,H_1}$	- direcção desejada para a direcção de navegação do robô $H_1$ ;
$V_{desired,H_1}$	- velocidade de translação desejada para o robô $H_1$ ;
$c_{H_1}$	- magnitude de atracção de $\frac{d\theta_{H_1}(t)}{dt}$ ;
$\sigma_V$	- gama de atracção para os atractores da velocidade do robô $H_1$ ;
$\Delta d$	- deslocamento do objecto medido pela base de suporte do robô $H_1$ ;
$\Delta\psi_{H_1,leader,lf/lb}$	- ângulo constante igual a $90^\circ$ ;
$\Delta\psi_{H_1,leader,transition}$	- ângulo constante igual a $45^\circ$ ;
$\Delta\psi_{H_1,leader,column}$	- ângulo constante igual a $0^\circ$ ;
$x$	- eixo de referência arbitrário, externo mas fixo;

$\psi_{H_1,leader}$	- direcção segundo a qual o robô $H_1$ “vê” o robô “ <i>leader</i> ” a partir da sua actual posição;
$k$	- parâmetro que pode tomar os valores +1 ou -1 dependendo da direcção do movimento do robô $H_1$ ;
$\Delta_{lf/lb,H_1,leader}$	- função sigmoïdal que varia com o deslocamento do objecto medido pela base de suporte do robô $H_1$ ;
$\alpha_{lb}$	- variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô $H_1$ quando é necessário que este robô recue;
$\alpha_{H_1,leader}$	- constante igual a 1;
$\Delta d$	- deslocamento medido pela base de suporte do robô $H_1$ ;
$f_{linha}$	- contribuição responsável pela formação em <i>linha</i> ;
$\phi_{follower}$	- direcção de navegação do robô “ <i>follower</i> ”;
$f_{aproximação}$	- “força” responsável por aproximar o robô “ <i>follower</i> ” na direcção do robô “ <i>leader</i> ” na formação em <i>linha</i> quando o robô “ <i>follower</i> ” se encontra a uma distância superior à desejada;
$f_{afastamento}$	- “força” responsável por afastar o robô “ <i>follower</i> ” da direcção do robô “ <i>leader</i> ” na formação em <i>linha</i> quando o robô “ <i>follower</i> ” se encontra a uma distância inferior à desejada;
$\psi_{aproximação}$	- atractor de $f_{aproximação}$ ;
$\psi_{afastamento}$	- atractor de $f_{afastamento}$ ;
$\lambda_{linha}\lambda_{aproximação}$	- magnitude de atracção de $\psi_{aproximação}$ ;
$\lambda_{linha}\lambda_{afastamento}$	- magnitude de atracção de $\psi_{afastamento}$ ;
$\mu$	- constante da “força” responsável por afastar o robô “ <i>follower</i> ” para a distância desejada;
$\Delta\psi$	- constante igual a 45°;
$\psi_{leader}$	- ângulo segundo o qual o robô “ <i>follower</i> ” “vê” o robô “ <i>leader</i> ” em relação ao referencial externo. Lido directamente na junta rotacional;

---

$d$	- distância actual medida entre os centros dos dois robôs;
$d_{desejada}$	- distância desejada entre os dois robôs, função do objecto a transportar;
$d_{desejada, follower}$	- distância desejada entre o robô “ <i>follower</i> ” e o robô “ <i>leader</i> ”;
$d_{follower, leader}$	- distância actual entre o robô “ <i>follower</i> ” e o robô “ <i>leader</i> ”;
$\alpha_{obs, H_1}$	- variável que toma o valor de $-1$ ou $+1$ dependendo da presença à esquerda ou à direita do robô $H_1$ , respectivamente;
$\Delta\theta_1$	- ângulo constante igual a $100^\circ$ ;
$\Delta\theta_2$	- ângulo constante igual a $260^\circ$ ;
$\alpha_{lf}$	- variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô $H_1$ quando é necessário que este robô navegue para a frente;
$U_{obs, H_1}$	- função potencial dos obstáculos virtuais da dinâmica evitar colisões com obstáculos do robô $H_1$ ;
$\lambda_{obs, H_1, i}$	- magnitude de repulsão da força responsável por afastar o robô $H_1$ das obstruções detectadas;
$\psi_{obs, H_1, i}$	- direcção na qual o sensor $i$ do robô $H_1$ aponta, detecta uma obstrução em relação ao eixo de referência externo $x$ ;
$\sigma_{H_1, i}$	- gama de repulsão criada por um obstáculo detectado pelo sensor $i$ do robô $H_1$ ;
$\beta_{1, H_1}$	- máxima magnitude da força de repulsão para o robô $H_1$ ;
$d_{H_1, i}$	- distância entre o centro do robô $H_1$ e uma obstrução detectada pelo sensor $i$ ;
$\beta_{2, H_1}$	- taxa de decaimento da força de repulsão para o robô $H_1$ ;

$\Delta\psi_s$	- ângulo de sensibilidade dos sensores de distância ( $30^\circ$ );
$R_{H_1}$	- raio do robô $H_1$ ;
$\Delta\theta_3$	- ângulo constante igual a $5^\circ$ ;
$F_{obs,H_1}$	- contribuição responsável por afastar o robô $H_1$ dos obstáculos detectados;
$\alpha_{tr}$	- variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô $H_1$ quando é necessário que este robô vire à direita;
$\alpha_{tl}$	- variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô $H_1$ quando é necessário que este robô vire à esquerda;
$f_{obs,H_1,i}$	- contribuição de cada sensor $i$ responsável por afastar o robô $H_1$ da direcção onde é detectada uma obstrução;
$v_{leader}$	- velocidade de translação do robô “ <i>leader</i> ”;
$\nu_{H_1}$	- constante igual a 2;
$\psi_{desired,leader,lf/lb}$	- direcção desejada para a formação “ <i>line forward / line backward</i> ” para a direcção de navegação do robô “ <i>leader</i> ”;
$\psi_{leader,H_1}$	- direcção segundo a qual o robô “ <i>leader</i> ” “vê” o robô $H_1$ a partir da sua actual posição;
$\Delta\psi_{leader,H_1,lf/lb}$	- ângulo constante igual a $90^\circ$ ;
$\Delta_{lf/lb,leader,H_1}$	- função sigmoïdal que varia com o deslocamento do objecto medido pela base de suporte do robô “ <i>leader</i> ”;
$\Delta d_{min}$	- constante igual a 9 <i>cm</i> ;
$\Delta d_{máx}$	- constante igual a 10 <i>cm</i> ;
$\Delta\theta_4$	- ângulo constante igual a $170^\circ$ ;
$\Delta\theta_5$	- ângulo constante igual a $190^\circ$ ;
$d_{H_1,target}$	- distância entre o robô $H_1$ e o alvo <i>target</i> ;
$d_{leader,target}$	- distância entre o robô “ <i>leader</i> ” e o alvo <i>target</i> ;



# Apêndice E

## Apêndice do capítulo 6: descrição das variáveis

- $H_1$  - robô “*helper*”  $H_1$ ;
- $H_2$  - robô “*helper*”  $H_2$ ;
- $H_i$  - robô “*helper*”  $H_i$ ;
- $\gamma_{H_i, f/b}$  - variável de activação responsável por activar a formação “*forward / backward*” do robô  $H_i$ ;
- $\gamma_{H_i, turn}$  - variável de activação responsável por activar a formação “*turn*” do robô  $H_i$ ;
- $\gamma_{H_i, column}$  - variável de activação responsável por activar a formação “*column*” do robô  $H_i$ ;
- $F_{H_i, f/b}$  - campo vectorial do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “*forward / backward*” do robô  $H_i$ ;
- $F_{H_i, turn}$  - campo vectorial do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “*turn*” do robô  $H_i$ ;
- $F_{H_i, column}$  - campo vectorial do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “*column*” do robô  $H_i$ ;

$H_j$	- robô “ <i>helper</i> ” $H_j$ ;
$\psi_{H_i,leader,f/b}$	- direcção desejada para o robô $H_i$ em relação ao robô “ <i>leader</i> ” para a formação “ <i>forward / backward</i> ”
$\psi_{H_i,leader,turn}$	- direcção desejada para o robô $H_i$ em relação ao robô “ <i>leader</i> ” para a formação “ <i>turn</i> ”
$\psi_{H_i,leader,column}$	- direcção desejada para o robô $H_i$ em relação ao robô “ <i>leader</i> ” para a formação “ <i>column</i> ”
$\psi_{H_i,H_j,f/b}$	- direcção desejada para o robô $H_i$ em relação ao robô $H_j$ para a formação “ <i>forward / backward</i> ”
$\psi_{H_i,H_j,turn}$	- direcção desejada para o robô $H_i$ em relação ao robô $H_j$ para a formação “ <i>turn</i> ”
$\psi_{H_i,H_j,column}$	- direcção desejada para o robô $H_i$ em relação ao robô $H_j$ para a formação “ <i>column</i> ”
$\lambda_{1,H_i,f/b}$	- magnitude de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “ <i>forward / backward</i> ” do robô $H_i$
$\lambda_{1,H_i,turn}$	- magnitude de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “ <i>turn</i> ” do robô $H_i$
$\lambda_{1,H_i,column}$	- magnitude de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “ <i>column</i> ” do robô $H_i$
$\lambda_{H_i}$	- parâmetro constante que entra no cálculo da magnitude desejada de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “ <i>column</i> ” para o robô $H_i$
$\psi_{H_i,f/b}$	- direcção na qual o atractor é erigido para o comportamento “ <i>forward / backward</i> ” para o robô $H_i$
$\psi_{H_i,turn}$	- direcção na qual o atractor é erigido para o comportamento “ <i>turn</i> ” para o robô $H_i$
$\psi_{H_i,column}$	- direcção na qual o atractor é erigido para o comportamento “ <i>column</i> ” para o robô $H_i$

- $\lambda_{H_i, f/b}$  - parâmetro que entra no cálculo da magnitude desejada de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “*forward / backward*” para o robô  $H_i$
- $\lambda_{H_i, turn}$  - parâmetro que entra no cálculo da magnitude desejada de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “*turn*” para o robô  $H_i$
- $\lambda_{H_i, column}$  - parâmetro que entra no cálculo da magnitude desejada de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “*column*” para o robô  $H_i$
- $\psi_{desired, H_i}$  - direcção desejada para a direcção de navegação do robô  $H_i$
- $\lambda_{desired, H_i}$  - parâmetro que entra no cálculo da magnitude desejada de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento do robô  $H_i$
- $\phi_{H_i}$  - direcção de navegação do robô  $H_i$ ;
- $\psi_{H_i, leader}$  - direcção segundo a qual o robô  $H_i$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua actual posição;
- $x$  - eixo de referência arbitrário, externo mas fixo;
- $k_{H_i}$  - variável que pode tomar o valor +1 ou -1, dependendo do robô a que nos estamos a referir;
- $\delta_{f/b, H_i, leader}$  - ângulo constante igual a 30° para a formação “*forward / backward*” entre o robô  $H_i$  e o robô “*leader*”;
- $R_{H_i}$  - variável que pode tomar o valor de +1 ou -1 dependendo, do robô “*helper*” a que nos estamos a referir, e do valor do parâmetro  $\alpha_{b_{H_i}}$ ;
- $\alpha_{b_{H_i}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que este robô recue;
- $\Delta_{H_i}$  - função sigmoideal que varia com o deslocamento do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_i$ ;

- 
- $\Delta_{d_{H_i}}$  - deslocamento do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_i$ ;
- $\alpha_{H_i}$  - constante igual a 0.1 para os robôs  $H_1$  e  $H_3$ , e igual a 1 para o robô  $H_2$ ;
- $\delta_{f/b,H_i,H_j}$  - ângulo constante igual a  $90^\circ$  para a formação “*forward / backward*” entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_j$ , para a equipa de três robôs;
- $\psi_{H_i,H_j}$  - direcção segundo a qual o robô  $H_i$  “vê” o robô  $H_j$  a partir da sua posição actual em relação ao eixo de referência externo  $x$ ;
- $\delta_{turn,H_i,leader}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô “*leader*” que depende da direcção na qual o robô  $H_i$  tem de virar, esquerda ou direita;
- $\alpha_{tl_{H_i}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que este robô vire à esquerda;
- $\Delta\psi_{H_i,leader,turn\ left}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô “*leader*” para a formação “*turn*” quando o robô  $H_i$  tem de virar à esquerda. Este parâmetro depende do robô “*helper*” a que nos estamos a referir;
- $\Delta\psi_{H_i,leader,turn\ right}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô “*leader*” para a formação “*turn*” quando o robô  $H_i$  tem de virar à direita. Este parâmetro depende do robô “*helper*” a que nos estamos a referir;
- $\Delta\psi_1$  - ângulo constante igual a  $60^\circ$ ;
- $\Delta\psi_2$  - ângulo constante igual a  $30^\circ$ ;
- $\delta_{turn,H_i,H_j}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_j$  para a formação “*turn*” que depende da direcção na qual o robô  $H_i$  tem de virar, esquerda ou direita;

- $\Delta\psi_{H_i, H_j, turn\ left}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_j$  para a formação “*turn*” quando o robô  $H_i$  tem de virar à esquerda. Este parâmetro depende do robô “*helper*” a que nos estamos a referir;
- $\Delta\psi_{H_i, H_j, turn\ right}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_j$  para a formação “*turn*” quando o robô  $H_i$  tem de virar à direita. Este parâmetro depende do robô “*helper*” a que nos estamos a referir;
- $\Delta\psi_3$  - ângulo constante igual a  $120^\circ$ ;
- $\delta_{column, H_i, leader}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô “*leader*” para a formação “*column*” que depende de qual dos robôs “*helpers*” se irá colocar atrás do robô “*leader*”;
- $\alpha_{cl_{H_i}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que o robô  $H_i$  se coloque numa formação “*column*” à esquerda;
- $\Delta\psi_{H_i, leader, column\ left}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô “*leader*” para a formação “*column*” quando o robô  $H_i$  tem de colocar-se numa formação “*column*” à esquerda;
- $\Delta\psi_{H_i, leader, column\ right}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô “*leader*” para a formação “*column*” quando o robô  $H_i$  tem de colocar-se numa formação “*column*” à direita;
- $\Delta\psi_0$  - ângulo constante igual a  $0^\circ$ ;
- $\delta_{column, H_i, H_j}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_j$  para a formação “*column*” que depende de qual dos robôs “*helpers*” se irá colocar atrás do robô “*leader*”;
- $\Delta\psi_{H_i, H_j, column\ left}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_j$  para a formação “*column*” quando o robô  $H_i$  tem de colocar-se numa formação “*column*” à esquerda;

- 
- $\Delta\psi_{H_i,H_j,column\ right}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_j$  para a formação “*column*” quando o robô  $H_i$  tem de colocar-se numa formação “*column*” à direita;
- $\alpha_{f_{H_i}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que este robô navegue em frente;
- $U_{obs,H_1}$  - função potencial dos obstáculos virtuais da dinâmica evitar colisões com obstáculos do robô  $H_1$ ;
- $U_{obs,H_2}$  - função potencial dos obstáculos virtuais da dinâmica evitar colisões com obstáculos do robô  $H_2$ ;
- $\phi_{leader}$  - direcção de navegação do robô “*leader*”;
- $\psi_{H_1,leader}$  - direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua actual posição;
- $\psi_{H_2,leader}$  - direcção segundo a qual o robô  $H_2$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua actual posição;
- $\Delta\theta_6$  - ângulo constante igual a  $120^\circ$ ;
- $\Delta\theta_7$  - ângulo constante igual a  $300^\circ$ ;
- $\Delta\theta_8$  - ângulo constante igual a  $60^\circ$ ;
- $\Delta\theta_9$  - ângulo constante igual a  $240^\circ$ ;
- $U_{obs,H_i}$  - função potencial dos obstáculos virtuais da dinâmica evitar colisões com obstáculos do robô  $H_i$ ;
- $U_{obs,H_j}$  - função potencial dos obstáculos virtuais da dinâmica evitar colisões com obstáculos do robô  $H_j$ ;
- $\Delta\theta_{10}$  - ângulo constante igual a  $5^\circ$ ;
- $\alpha_{tr_{H_i}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que este robô vire à direita;
- $F_{obs,H_i}$  - função dos obstáculos virtuais da dinâmica evitar colisões com obstáculos do robô  $H_i$ ;
- $F_{obs,H_j}$  - função dos obstáculos virtuais da dinâmica evitar colisões com obstáculos do robô  $H_j$ ;

- $\alpha_{cr_{H_i}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que o robô  $H_i$  se coloque numa formação “*column*” à direita;
- $\vartheta_{H_i}$  - velocidade de translação do robô  $H_i$ ;
- $c_{H_i}$  - magnitude de atracção de  $\frac{d\vartheta_{H_i}(t)}{dt}$ ;
- $V_{desired,H_i}$  - velocidade de translação desejada do robô  $H_i$ ;
- $\vartheta_{leader}$  - velocidade de translação do robô “*leader*”;
- $\nu_1$  - constante igual 3;
- $\nu_2$  - constante igual a 9;
- $\Delta d_{min}$  - constante igual a 9 *cm*;
- $\Delta d_{máx}$  - constante igual a 10 *cm*;
- $d_{H_i,target}$  - distância entre o robô  $H_i$  e o alvo *target*;
- $d_{leader,target}$  - distância entre o robô “*leader*” e o alvo *target*;



## Apêndice F

### Apêndice do capítulo 7: descrição das variáveis

$H_k$	- robô “ <i>helper</i> ” $H_k$ ;
$H_1$	- robô “ <i>helper</i> ” $H_1$ ;
$H_2$	- robô “ <i>helper</i> ” $H_2$ ;
$H_3$	- robô “ <i>helper</i> ” $H_3$ ;
$H_i$	- robô “ <i>helper</i> ” $H_i$ ;
$H_j$	- robô “ <i>helper</i> ” $H_j$ ;
$\psi_{H_i,f/b}$	- direcção na qual o atractor é erigido para o comportamento “ <i>forward / backward</i> ” para o robô $H_i$
$\lambda_{H_i,f/b}$	- parâmetro que entra no cálculo da magnitude desejada de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “ <i>forward / backward</i> ” para o robô $H_i$
$\psi_{H_i,H_k,f/b}$	- direcção desejada para o robô $H_i$ em relação ao robô $H_k$ para a formação “ <i>forward / backward</i> ”
$\psi_{H_i,H_k}$	- direcção segundo a qual o robô $H_i$ “vê” o robô $H_k$ a partir da sua posição actual em relação ao eixo de referência externo $x$ ;

- $x$  - eixo de referência arbitrário, externo mas fixo;
- $\delta_{f/b,H_i,H_k}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_k$ , que depende do robô “*helper*” a que nos estamos a referir;
- $\Delta\psi_4$  - ângulo constante igual a  $+45^\circ$ ;
- $\Delta\psi_5$  - ângulo constante igual a  $-45^\circ$ ;
- $R_{f/b,H_i,H_k}$  - variável que pode tomar os valores  $-1$  ou  $+1$  dependendo, do robô “*helper*” a que nos estamos a referir, e do parâmetro  $\alpha_{b_{H_i}}$ ;
- $\alpha_{b_{H_i}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que este robô recue;
- $\Delta_{H_i}$  - função sigmoïdal que varia com o deslocamento do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_i$ ;
- $\psi_{H_i,H_j,f/b}$  - direcção desejada para o robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_j$  para a formação “*forward / backward*”
- $\psi_{H_i,H_j}$  - direcção segundo a qual o robô  $H_i$  “vê” o robô  $H_j$  a partir da sua posição actual em relação ao eixo de referência externo  $x$ ;
- $\delta_{f/b,H_i,H_j}$  - ângulo constante para a formação “*forward / backward*” entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_j$ , que depende do robô “*helper*” a que nos estamos a referir, para a equipa de quatro robôs;
- $\Delta\psi_6$  - ângulo constante igual a  $+90^\circ$ ;
- $\Delta\psi_7$  - ângulo constante igual a  $-90^\circ$ ;
- $R_{f/b,H_i,H_j}$  - variável que pode tomar os valores  $-1$  ou  $+1$  dependendo, do robô “*helper*” a que nos estamos a referir, e do parâmetro  $\alpha_{b_{H_i}}$ ;

$\psi_{H_i,turn}$	- direcção na qual o atractor é erigido para o comportamento “ <i>turn</i> ” para o robô $H_i$
$\lambda_{H_i,turn}$	- parâmetro que entra no cálculo da magnitude desejada de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “ <i>turn</i> ” para o robô $H_i$
$\psi_{H_i,H_k,turn}$	- direcção desejada para o robô $H_i$ em relação ao robô $H_k$ para a formação “ <i>turn</i> ”
$\delta_{turn,H_i,H_k}$	- ângulo entre o robô $H_i$ e o robô $H_k$ , que depende da direcção na qual o robô “ <i>helper</i> ” tem de virar, esquerda ou direita;
$\alpha_{tl_{H_i}}$	- variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô $H_i$ quando é necessário que este robô vire à esquerda;
$\Delta\psi_{H_i,H_k,turn\ left}$	- ângulo entre o robô $H_i$ e o robô $H_k$ para a formação “ <i>turn</i> ” quando o robô $H_i$ tem de virar à esquerda. Este parâmetro depende do robô “ <i>helper</i> ” a que nos estamos a referir;
$\Delta\psi_{H_i,H_k,turn\ right}$	- ângulo entre o robô $H_i$ e o robô $H_k$ para a formação “ <i>turn</i> ” quando o robô $H_i$ tem de virar à direita. Este parâmetro depende do robô “ <i>helper</i> ” a que nos estamos a referir;
$\Delta\psi_0$	- ângulo constante igual a $0^\circ$ ;
$\Delta\psi_8$	- ângulo constante igual a $-30^\circ$ ;
$\Delta\psi_9$	- ângulo constante igual a $+60^\circ$ ;
$R_{turn,H_i,H_k}$	- variável que depende da direcção na qual o robô $H_i$ tem de virar, esquerda ou direita;
$R_{H_i,H_k,turn\ left}$	- parâmetro que pode tomar os valores $-1$ , $0$ ou $+1$ , dependendo do robô “ <i>helper</i> ” a que nos estamos a referir, quando o robô $H_i$ tem de virar à esquerda;

- $R_{H_i, H_k, turn\ right}$  - parâmetro que pode tomar os valores  $-1$  ou  $+1$ , dependendo do robô “*helper*” a que nos estamos a referir, quando o robô  $H_i$  tem de virar à direita;
- $\psi_{H_i, H_j, turn}$  - direcção desejada para o robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_j$  para a formação “*turn*”
- $\delta_{turn, H_i, H_j}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_j$  para a formação “*turn*” que depende da direcção na qual o robô  $H_i$  tem de virar, esquerda ou direita;
- $\Delta\psi_{H_i, H_j, turn\ left}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_j$  para a formação “*turn*” quando o robô  $H_i$  tem de virar à esquerda. Este parâmetro depende do robô “*helper*” a que nos estamos a referir;
- $\Delta\psi_{H_i, H_j, turn\ right}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_j$  para a formação “*turn*” quando o robô  $H_i$  tem de virar à direita. Este parâmetro depende do robô “*helper*” a que nos estamos a referir;
- $\Delta\psi_{10}$  - ângulo constante igual a  $-15^\circ$ ;
- $\Delta\psi_{11}$  - ângulo constante igual a  $+15^\circ$ ;
- $\Delta\psi_{12}$  - ângulo constante igual a  $-105^\circ$ ;
- $R_{turn, H_i, H_j}$  - variável que depende da direcção na qual o robô  $H_i$  tem de virar, esquerda ou direita;
- $R_{H_i, H_j, turn\ left}$  - parâmetro que pode tomar os valores  $-1$  ou  $0$ , dependendo do robô “*helper*” a que nos estamos a referir, quando o robô  $H_i$  tem de virar à esquerda;
- $R_{H_i, H_j, turn\ right}$  - parâmetro que pode tomar os valores  $-1$ ,  $0$  ou  $+1$ , dependendo do robô “*helper*” a que nos estamos a referir, quando o robô  $H_i$  tem de virar à direita;

- $\psi_{H_i, column}$  - direcção na qual o atractor é erigido para o comportamento “*column*” para o robô  $H_i$
- $\lambda_{H_i, column}$  - parâmetro que entra no cálculo da magnitude desejada de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “*column*” para o robô  $H_i$
- $\psi_{H_i, H_k, column}$  - direcção desejada para o robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_k$  para a formação “*column*”
- $\delta_{column, H_i, H_k}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_k$ , que depende de qual dos robôs “*helpers*” se coloca atrás do robô “*leader*”;
- $\alpha_{cl_{H_i}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que o robô  $H_i$  se coloque numa formação “*column*” à esquerda;
- $\Delta\psi_{H_i, H_k, column \ left}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_k$  para a formação “*column*” quando o robô  $H_i$  tem de se colocar atrás do robô “*leader*”. Este parâmetro depende do robô “*helper*” a que nos estamos a referir;
- $\Delta\psi_{H_i, H_k, column \ right}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_k$  para a formação “*column*” quando o robô  $H_i$  tem de se colocar atrás do robô “*leader*”. Este parâmetro depende do robô “*helper*” a que nos estamos a referir;
- $R_{column, H_i, H_k}$  - variável que depende de qual dos robôs “*helpers*” se coloca atrás do robô “*leader*”;
- $R_{H_i, H_k, column \ left}$  - parâmetro que pode tomar os valores  $-1$  ou  $0$ , dependendo do robô “*helper*” a que nos estamos a referir, e de qual dos robôs “*helpers*” se coloca atrás do robô “*leader*”
- $R_{H_i, H_k, column \ right}$  - parâmetro que pode tomar os valores  $+1$  ou  $0$ , dependendo do robô “*helper*” a que nos estamos a referir, e de qual dos robôs “*helpers*” se coloca atrás do robô “*leader*”;

---

$\psi_{H_i, H_j, column}$	- direcção desejada para o robô $H_i$ em relação ao robô $H_j$ para a formação “ <i>column</i> ”
$\delta_{column, H_i, H_j}$	- ângulo entre o robô $H_i$ e o robô $H_j$ para a formação “ <i>column</i> ” que depende de qual dos robôs “ <i>helpers</i> ” se irá colocar atrás do robô “ <i>leader</i> ”;
$\Delta\psi_{H_i, H_j, column\ left}$	- ângulo entre o robô $H_i$ e o robô $H_j$ para a formação “ <i>column</i> ” quando o robô $H_i$ tem de colocar-se numa formação “ <i>column</i> ” à esquerda;
$\Delta\psi_{H_i, H_j, column\ right}$	- ângulo entre o robô $H_i$ e o robô $H_j$ para a formação “ <i>column</i> ” quando o robô $H_i$ tem de colocar-se numa formação “ <i>column</i> ” à direita;
$\Delta\psi_{13}$	- ângulo constante igual a $-135^\circ$ ;
$\Delta\psi_{14}$	- ângulo constante igual a $+135^\circ$ ;
$R_{column, H_i, H_j}$	- variável que depende de qual dos robôs “ <i>helpers</i> ” se coloca atrás do robô “ <i>leader</i> ”;
$R_{H_i, H_j, column\ left}$	- parâmetro que pode tomar os valores $-1$ , $0$ ou $1$ dependendo, do robô “ <i>helper</i> ” a que nos estamos a referir, e de qual dos robôs “ <i>helpers</i> ” se coloca atrás do robô “ <i>leader</i> ”;
$R_{H_i, H_j, column\ right}$	- parâmetro que pode tomar os valores $-1$ ou $+1$ dependendo, do robô “ <i>helper</i> ” a que nos estamos a referir, e de qual dos robôs “ <i>helpers</i> ” se coloca atrás do robô “ <i>leader</i> ”;
$H_i$	- robô “ <i>helper</i> ” $H_i$ ;
$\gamma_{H_i, f/b}$	- variável de activação responsável por activar a formação “ <i>forward / backward</i> ” do robô $H_i$ ;
$\gamma_{H_i, turn}$	- variável de activação responsável por activar a formação “ <i>turn</i> ” do robô $H_i$ ;
$\gamma_{H_i, column}$	- variável de activação responsável por activar a formação “ <i>column</i> ” do robô $H_i$ ;

- $\alpha_{f_{H_i}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que este robô navegue em frente;
- $K_f$  - constante igual a 3;
- $U_{obs,H_1}$  - função potencial dos obstáculos virtuais da dinâmica evitar colisões com obstáculos do robô  $H_1$ ;
- $U_{obs,H_3}$  - função potencial dos obstáculos virtuais da dinâmica evitar colisões com obstáculos do robô  $H_3$ ;
- $F_{obs,H_1}$  - função dos obstáculos virtuais da dinâmica evitar colisões com obstáculos do robô  $H_1$ ;
- $F_{obs,H_3}$  - função dos obstáculos virtuais da dinâmica evitar colisões com obstáculos do robô  $H_3$ ;
- $\phi_{leader}$  - direcção de navegação do robô “*leader*”;
- $\psi_{H_1,leader}$  - direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua actual posição;
- $\psi_{H_2,leader}$  - direcção segundo a qual o robô  $H_2$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua actual posição;
- $\psi_{H_3,leader}$  - direcção segundo a qual o robô  $H_3$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua actual posição;
- $\Delta\theta_{11}$  - ângulo constante igual a  $90^\circ$ ;
- $\Delta\theta_{12}$  - ângulo constante igual a  $5^\circ$ ;
- $\alpha_{tr_{H_i}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que este robô vire à direita;
- $\alpha_{cr_{H_i}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que o robô  $H_i$  se coloque numa formação “*column*” à direita;
- $V_{desired,H_i}$  - velocidade de translação desejada do robô  $H_i$ ;
- $\nu_1$  - constante igual a 10;
- $\nu_3$  - constante igual a 5;

- $V_{desired,H_2}$  - velocidade de translação desejada do robô  $H_2$ ;
- $v_{leader}$  - velocidade de translação do robô “*leader*”;
- $\Delta d_{H_2}$  - deslocamento do objecto transportado medido pela base de suporte do robô  $H_2$ ;
- $\nu_{H_2}$  - constante igual a 8;
- $\gamma_{H_2,f/b}$  - variável de activação responsável por activar a formação “*forward / backward*” do robô  $H_2$ ;
- $\gamma_{H_2,turn}$  - variável de activação responsável por activar a formação “*turn*” do robô  $H_2$ ;
- $\gamma_{H_2,column}$  - variável de activação responsável por activar a formação “*column*” do robô  $H_2$ ;
- $\alpha_{b_{H_2}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_2$  quando é necessário que este robô recue;
- $\Delta\theta_{13}$  - ângulo constante igual a  $175^\circ$ ;
- $\Delta\theta_{14}$  - ângulo constante igual a  $185^\circ$ ;

# Apêndice G

## Apêndice do capítulo 8: descrição das variáveis

### G.1 Descrição das variáveis

- $H_1$  - robô “*helper*”  $H_1$ ;
- $H_2$  - robô “*helper*”  $H_2$ ;
- $H_3$  - robô “*helper*”  $H_3$ ;
- $H_i$  - robô “*helper*”  $H_i$ ;
- $H_k$  - robô “*helper*”  $H_k$ ;
- $H_j$  - robô “*helper*”  $H_j$ ;
- $H_n$  - último robô “*helper*” de uma formação;
- $\psi_{desired, H_i}$  - atrator desejado para a direcção de navegação do robô  $H_i$ ;
- $\lambda_{H_i}$  - magnitude de atracção do robô  $H_i$ , para a equipa constituída por dois robôs e constante que entra no cálculo da magnitude de atracção desejada para equipas constituídas por mais de dois robôs;

- $\lambda_{desired,H_i}$  - parâmetro que entra no cálculo da magnitude de atracção desejada para equipas constituídas por mais de dois robôs;
- $\gamma_{H_i,behaviour}$  - variável de activação responsável por activar a formação “*behaviour*” do robô  $H_i$ ;
- $\psi_{H_i,behaviour}$  - direcção na qual o atractor é erigido para o comportamento “*behaviour*” para o robô  $H_i$ ;
- $\lambda_{H_i,behaviour}$  - parâmetro que entra no cálculo da magnitude desejada de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “*behaviour*” para o robô  $H_i$ ;
- $\psi_{H_i,H_k,behaviour}$  - direcção desejada para o robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_k$  para a formação “*behaviour*”;
- $\psi_{H_i,H_j,behaviour}$  - direcção desejada para o robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_j$  para a formação “*behaviour*”;
- $\psi_{H_i,f/b}$  - direcção na qual o atractor é erigido para o comportamento “*forward / backward*” para o robô  $H_i$ ;
- $\lambda_{H_i,f/b}$  - parâmetro que entra no cálculo da magnitude desejada de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “*forward / backward*” para o robô  $H_i$ ;
- $\psi_{H_i,H_k,f/b}$  - direcção desejada para o robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_k$  para a formação “*forward / backward*”;
- $\psi_{H_i,H_k}$  - direcção segundo a qual o robô  $H_i$  “vê” o robô  $H_k$  a partir da sua posição actual em relação ao eixo de referência externo  $x$ ;
- $x$  - eixo de referência arbitrário, externo mas fixo;
- $\delta_{f/b,H_i,H_k}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_k$ , que depende do robô “*helper*” a que nos estamos a referir;
- $R_{H_i,H_k}$  - função que pode tomar os valores  $-1$ ,  $0$  ou  $+1$  dependendo, do robô “*helper*” a que nos estamos a referir, e do parâmetro  $\alpha_{b_{H_i}}$ ;

- $\alpha_{b_{H_i}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que este robô recue;
- $\Delta_{H_i}$  - função sigmoïdal que varia com o deslocamento do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_i$ ;
- $\Delta_{d_{H_i}}$  - deslocamento do objecto medido pela base de suporte do robô  $H_i$ ;
- $\alpha_{H_i}$  - constante;
- $\psi_{H_i, H_j, f/b}$  - direcção desejada para o robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_j$  para a formação “*forward / backward*”
- $\psi_{H_i, H_j}$  - direcção segundo a qual o robô  $H_i$  “vê” o robô  $H_j$  a partir da sua posição actual em relação ao eixo de referência externo  $x$ ;
- $\delta_{f/b, H_i, H_j}$  - ângulo constante para a formação “*forward / backward*” entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_j$ , que depende do robô “*helper*” a que nos estamos a referir, para a equipa de quatro robôs;
- $R_{H_i, H_j}$  - variável que pode tomar os valores  $-1$ ,  $0$  ou  $+1$  dependendo, do robô “*helper*” a que nos estamos a referir, e do parâmetro  $\alpha_{b_{H_i}}$ ;
- $\psi_{H_i, turn}$  - direcção na qual o atractor é erigido para o comportamento “*turn*” para o robô  $H_i$
- $\lambda_{H_i, turn}$  - parâmetro que entra no cálculo da magnitude desejada de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “*turn*” para o robô  $H_i$
- $\psi_{H_i, H_k, turn}$  - direcção desejada para o robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_k$  para a formação “*turn*”
- $\delta_{turn, H_i, H_k}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_k$ , que depende da direcção na qual o robô “*helper*” tem de virar, esquerda ou direita;

- $\alpha_{tl_{H_i}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que este robô vire à esquerda;
- $\Delta\psi_{H_i, H_k, turn\ left}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_k$  para a formação “turn” quando o robô  $H_i$  tem de virar à esquerda. Este parâmetro depende do robô “helper” a que nos estamos a referir;
- $\Delta\psi_{H_i, H_k, turn\ right}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_k$  para a formação “turn” quando o robô  $H_i$  tem de virar à direita. Este parâmetro depende do robô “helper” a que nos estamos a referir;
- $\psi_{H_i, H_j, turn}$  - direcção desejada para o robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_j$  para a formação “turn”
- $\delta_{turn, H_i, H_j}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_j$  para a formação “turn” que depende da direcção na qual o robô  $H_i$  tem de virar, esquerda ou direita;
- $\Delta\psi_{H_i, H_j, turn\ left}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_j$  para a formação “turn” quando o robô  $H_i$  tem de virar à esquerda. Este parâmetro depende do robô “helper” a que nos estamos a referir;
- $\Delta\psi_{H_i, H_j, turn\ right}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_j$  para a formação “turn” quando o robô  $H_i$  tem de virar à direita. Este parâmetro depende do robô “helper” a que nos estamos a referir;
- $\psi_{H_i, column}$  - direcção na qual o atractor é erigido para o comportamento “column” para o robô  $H_i$
- $\lambda_{H_i, column}$  - parâmetro que entra no cálculo da magnitude desejada de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “column” para o robô  $H_i$

- $\psi_{H_i, H_k, column}$  - direcção desejada para o robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_k$  para a formação “*column*”
- $\delta_{column, H_i, H_k}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_k$ , que depende de qual dos robôs “*helpers*” se coloca atrás do robô “*leader*”;
- $\alpha_{cl_{H_i}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que o robô  $H_i$  se coloque numa formação “*column*” à esquerda;
- $\Delta\psi_{H_i, H_k, column\ left}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_k$  para a formação “*column*” quando o robô  $H_i$  tem de se colocar atrás do robô “*leader*”. Este parâmetro depende do robô “*helper*” a que nos estamos a referir;
- $\Delta\psi_{H_i, H_k, column\ right}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_k$  para a formação “*column*” quando o robô  $H_i$  tem de se colocar atrás do robô “*leader*”. Este parâmetro depende do robô “*helper*” a que nos estamos a referir;
- $\psi_{H_i, H_j, column}$  - direcção desejada para o robô  $H_i$  em relação ao robô  $H_j$  para a formação “*column*”
- $\delta_{column, H_i, H_j}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_j$  para a formação “*column*” que depende de qual dos robôs “*helpers*” se irá colocar atrás do robô “*leader*”;
- $\Delta\psi_{H_i, H_j, column\ left}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_j$  para a formação “*column*” quando o robô  $H_i$  tem de colocar-se numa formação “*column*” à esquerda;
- $\Delta\psi_{H_i, H_j, column\ right}$  - ângulo entre o robô  $H_i$  e o robô  $H_j$  para a formação “*column*” quando o robô  $H_i$  tem de colocar-se numa formação “*column*” à direita;

- $\gamma_{H_i, f/b}$  - variável de activação responsável por activar a formação “*forward / backward*” do robô  $H_i$ ;
- $\gamma_{H_i, turn}$  - variável de activação responsável por activar a formação “*turn*” do robô  $H_i$ ;
- $\gamma_{H_i, column}$  - variável de activação responsável por activar a formação “*column*” do robô  $H_i$ ;
- $\alpha_{f_{H_i}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que este robô navegue em frente;
- $\alpha_{b_{H_i}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que este robô recue;
- $U_{obs, H_1}$  - função potencial dos obstáculos virtuais da dinâmica evitar colisões com obstáculos do robô  $H_1$ ;
- $U_{obs, H_n}$  - função potencial dos obstáculos virtuais da dinâmica evitar colisões com obstáculos do robô  $H_n$ ;
- $\Delta\theta_A$  - ângulo constante;
- $\psi_{H_1, leader}$  - direcção segundo a qual o robô  $H_1$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua actual posição;
- $\psi_{H_n, leader}$  - direcção segundo a qual o robô  $H_n$  “vê” o robô “*leader*” a partir da sua actual posição;
- $\phi_{leader}$  - direcção de navegação do robô “*leader*”;
- $\alpha_{tr_{H_i}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que este robô vire à direita;
- $\alpha_{tl_{H_i}}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que este robô vire à esquerda;
- $F_{obs, H_n}$  - função dos obstáculos virtuais da dinâmica evitar colisões com obstáculos do robô  $H_n$ ;
- $F_{obs, H_1}$  - função dos obstáculos virtuais da dinâmica evitar colisões com obstáculos do robô  $H_1$ ;

- $\Delta\theta_B$  - ângulo constante;
- $\alpha_{cH_i}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que o robô  $H_i$  se coloque numa formação “*column*”;
- $\alpha_{crH_i}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que o robô  $H_i$  se coloque numa formação “*column*” à direita;
- $\alpha_{clH_i}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_i$  quando é necessário que o robô  $H_i$  se coloque numa formação “*column*” à esquerda;
- $V_{desired,H_i}$  - velocidade de translação desejada do robô  $H_i$ ;
- $c_{H_i}$  - magnitude de atracção de  $\frac{d\vartheta_{H_i}(t)}{dt}$ ;
- $\vartheta_{H_i}$  - velocidade de translação do robô  $H_i$ ;
- $\vartheta_{leader}$  - velocidade de translação do robô “*leader*”;
- $A_\vartheta$  - variável que pode tomar o valor 1 ou 0;
- $B_\vartheta$  - variável que pode tomar o valor 1 ou 0;
- $\nu_{H_i}$  - constante;
- $\nu_1$  - constante;
- $\nu_2$  - constante;
- $\gamma_{H_i,f/b}$  - variável de activação responsável por activar a formação “*forward / backward*” do robô  $H_2$ ;
- $\gamma_{H_i,turn}$  - variável de activação responsável por activar a formação “*turn*” do robô  $H_2$ ;
- $\gamma_{H_i,column}$  - variável de activação responsável por activar a formação “*column*” do robô  $H_2$ ;
- $\alpha_{bH_i}$  - variável que sinaliza a arquitectura de controlo do robô  $H_2$  quando é necessário que este robô recue;

- $\lambda_{H_i,f/b}$  - parâmetro que entra no cálculo da magnitude desejada de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “*forward / backward*” para o robô  $H_i$
- $\lambda_{H_i,turn}$  - parâmetro que entra no cálculo da magnitude desejada de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “*turn*” para o robô  $H_i$
- $\lambda_{H_i,column}$  - parâmetro que entra no cálculo da magnitude desejada de atracção do sistema dinâmico responsável por gerar o comportamento “*column*” para o robô  $H_i$
- $d_{min}$  - constante;
- $\Delta d_{máx}$  - constante;
- $\Delta\theta_C$  - ângulo constante;
- $\Delta\theta_D$  - ângulo constante;
- $d_{H_i,target}$  - distância entre o robô  $H_i$  e o alvo *target*;
- $d_{leader,target}$  - distância entre o robô “*leader*” e o alvo *target*;

## G.2 Valores dos ângulos para formações de três, quatro, cinco e seis robôs

Figura 8.2

a)	b)	c)	d)
$\delta_{F/B,H_1,L} = 30^\circ$	$\delta_{F/B,H_1,L} = 45^\circ$	$\delta_{F/B,H_1,L} = 50^\circ$	$\delta_{F/B,H_1,L} = 60^\circ$
$\delta_{F/B,H_2,L} = 30^\circ$	$\delta_{F/B,H_2,H_1} = 45^\circ$	$\delta_{F/B,H_2,H_1} = 15^\circ$	$\delta_{F/B,H_2,H_1} = 0^\circ$
	$\delta_{F/B,H_3,L} = 45^\circ$	$\delta_{F/B,H_3,H_4} = 15^\circ$	$\delta_{F/B,H_3,H_2} = 60^\circ$
		$\delta_{F/B,H_4,L} = 50^\circ$	$\delta_{F/B,H_4,H_5} = 0^\circ$
			$\delta_{F/B,H_5,L} = 60^\circ$

Figura 8.3

a)	b)	c)	d)
$\delta_{F/B,H_1,H_2} = 90^\circ$	$\delta_{F/B,H_1,H_3} = 90^\circ$	$\delta_{F/B,H_1,H_4} = 90^\circ$	$\delta_{F/B,H_1,H_5} = 90^\circ$
$\delta_{F/B,H_2,H_1} = 90^\circ$	$\delta_{F/B,H_2,H_3} = 45^\circ$	$\delta_{F/B,H_2,H_3} = 95^\circ$	$\delta_{F/B,H_2,H_4} = 90^\circ$
	$\delta_{F/B,H_3,H_1} = 90^\circ$	$\delta_{F/B,H_3,H_2} = 95^\circ$	$\delta_{F/B,H_3,H_4} = 60^\circ$
		$\delta_{F/B,H_4,H_1} = 90^\circ$	$\delta_{F/B,H_4,H_2} = 90^\circ$
			$\delta_{F/B,H_5,H_1} = 90^\circ$

Figura 8.4

a)	b)	c)	d)
$\Delta\psi_{H_1,L,TL} = 60^\circ$	$\Delta\psi_{H_1,L,TL} = 60^\circ$	$\Delta\psi_{H_1,L,TL} = 80^\circ$	$\Delta\psi_{H_1,L,TL} = 90^\circ$
$\Delta\psi_{H_2,L,TL} = 60^\circ$	$\Delta\psi_{H_2,H_1,TL} = 0^\circ$	$\Delta\psi_{H_2,H_1,TL} = 30^\circ$	$\Delta\psi_{H_2,H_1,TL} = 45^\circ$
	$\Delta\psi_{H_3,L,TL} = 30^\circ$	$\Delta\psi_{H_3,H_4,TL} = 80^\circ$	$\Delta\psi_{H_3,H_2,TL} = 0^\circ$
		$\Delta\psi_{H_4,L,TL} = 30^\circ$	$\Delta\psi_{H_4,H_5,TL} = 75^\circ$
			$\Delta\psi_{H_5,L,TL} = 30^\circ$

Figura 8.5

a)	b)	c)	d)
$\Delta\psi_{H_1,L,TR} = 30^\circ$	$\Delta\psi_{H_1,L,TR} = 30^\circ$	$\Delta\psi_{H_1,L,TR} = 30^\circ$	$\Delta\psi_{H_1,L,TR} = 25^\circ$
$\Delta\psi_{H_2,L,TR} = 60^\circ$	$\Delta\psi_{H_2,H_1,TR} = 90^\circ$	$\Delta\psi_{H_2,H_1,TR} = 75^\circ$	$\Delta\psi_{H_2,H_1,TR} = 75^\circ$
	$\Delta\psi_{H_3,L,TR} = 60^\circ$	$\Delta\psi_{H_3,H_4,TR} = 30^\circ$	$\Delta\psi_{H_3,H_2,TR} = 120^\circ$
		$\Delta\psi_{H_4,L,TR} = 80^\circ$	$\Delta\psi_{H_4,H_5,TR} = 45^\circ$
			$\Delta\psi_{H_5,L,TR} = 45^\circ$

Figura 8.6

a)	b)	c)	d)
$\Delta\psi_{H_1,H_2,TL} = 120^\circ$	$\Delta\psi_{H_1,H_3,TL} = 105^\circ$	$\Delta\psi_{H_1,H_2,TL} = 120^\circ$	$\Delta\psi_{H_1,H_5,TL} = 120^\circ$

$$\begin{array}{cccc}
\Delta\psi_{H_2,H_1,TL} = 30^\circ & \Delta\psi_{H_2,H_3,TL} = 90^\circ & \Delta\psi_{H_2,H_3,TL} = 135^\circ & \Delta\psi_{H_2,H_4,TL} = 135^\circ \\
& \Delta\psi_{H_3,H_1,TL} = 15^\circ & \Delta\psi_{H_3,H_2,TL} = 30^\circ & \Delta\psi_{H_3,H_4,TL} = 120^\circ \\
& & \Delta\psi_{H_4,H_1,TL} = 10^\circ & \Delta\psi_{H_4,H_2,TL} = 15^\circ \\
& & & \Delta\psi_{H_5,H_1,TL} = 5^\circ
\end{array}$$

Figura 8.7

$$\begin{array}{cccc}
\text{a)} & \text{b)} & \text{c)} & \text{d)} \\
\Delta\psi_{H_1,H_2,TR} = 30^\circ & \Delta\psi_{H_1,H_3,TR} = 15^\circ & \Delta\psi_{H_1,H_2,TR} = 10^\circ & \Delta\psi_{H_1,H_5,TR} = 5^\circ \\
\Delta\psi_{H_2,H_1,TR} = 120^\circ & \Delta\psi_{H_2,H_3,TR} = 0^\circ & \Delta\psi_{H_2,H_3,TR} = 30^\circ & \Delta\psi_{H_2,H_4,TR} = 15^\circ \\
& \Delta\psi_{H_3,H_1,TR} = 105^\circ & \Delta\psi_{H_3,H_2,TR} = 135^\circ & \Delta\psi_{H_3,H_4,TR} = 0^\circ \\
& & \Delta\psi_{H_4,H_1,TR} = 120^\circ & \Delta\psi_{H_4,H_2,TR} = 135^\circ \\
& & & \Delta\psi_{H_5,H_1,TR} = 125^\circ
\end{array}$$

Figura 8.8

$$\begin{array}{cccc}
\text{a)} & \text{b)} & \text{c)} & \text{d)} \\
\Delta\psi_{H_1,L,CL} = 0^\circ & \Delta\psi_{H_1,L,CL} = 0^\circ & \Delta\psi_{H_1,L,CL} = 0^\circ & \Delta\psi_{H_1,L,CL} = 0^\circ \\
\Delta\psi_{H_2,L,CL} = 60^\circ & \Delta\psi_{H_2,H_1,CL} = 90^\circ & \Delta\psi_{H_2,H_1,CL} = 70^\circ & \Delta\psi_{H_2,H_1,CL} = 60^\circ \\
& \Delta\psi_{H_3,L,CL} = 90^\circ & \Delta\psi_{H_3,H_4,CL} = 35^\circ & \Delta\psi_{H_3,H_2,CL} = 115^\circ \\
& & \Delta\psi_{H_4,L,CL} = 105^\circ & \Delta\psi_{H_4,H_5,CL} = 60^\circ \\
& & & \Delta\psi_{H_5,L,CL} = 115^\circ
\end{array}$$

Figura 8.9

$$\begin{array}{cccc}
\text{a)} & \text{b)} & \text{c)} & \text{d)} \\
\Delta\psi_{H_1,L,CR} = 60^\circ & \Delta\psi_{H_1,L,CR} = 90^\circ & \Delta\psi_{H_1,L,CR} = 105^\circ & \Delta\psi_{H_1,L,CR} = 120^\circ \\
\Delta\psi_{H_2,L,CR} = 0^\circ & \Delta\psi_{H_2,H_1,CR} = 0^\circ & \Delta\psi_{H_2,H_1,CR} = 35^\circ & \Delta\psi_{H_2,H_1,CR} = 60^\circ \\
& \Delta\psi_{H_3,L,CR} = 0^\circ & \Delta\psi_{H_3,H_4,CR} = 70^\circ & \Delta\psi_{H_3,H_2,CR} = 0^\circ \\
& & \Delta\psi_{H_4,L,CR} = 0^\circ & \Delta\psi_{H_4,H_5,CR} = 60^\circ
\end{array}$$

$$\Delta\psi_{H_5,L,CR} = 0^\circ$$

Figura 8.10

a)	b)	c)	d)
$\Delta\psi_{H_1,H_2,CL} = 60^\circ$	$\Delta\psi_{H_1,H_3,CL} = 45^\circ$	$\Delta\psi_{H_1,H_2,CL} = 40^\circ$	$\Delta\psi_{H_1,H_5,CL} = 30^\circ$
$\Delta\psi_{H_2,H_1,CL} = 120^\circ$	$\Delta\psi_{H_2,H_3,CL} = 0^\circ$	$\Delta\psi_{H_2,H_3,CL} = 40^\circ$	$\Delta\psi_{H_2,H_4,CL} = 65^\circ$
	$\Delta\psi_{H_3,H_1,CL} = 135^\circ$	$\Delta\psi_{H_3,H_2,CL} = 140^\circ$	$\Delta\psi_{H_3,H_4,CL} = 0^\circ$
		$\Delta\psi_{H_4,H_1,CL} = 140^\circ$	$\Delta\psi_{H_4,H_2,CL} = 150^\circ$
			$\Delta\psi_{H_5,H_1,CL} = 150^\circ$

Figura 8.11

a)	b)	c)	d)
$\Delta\psi_{H_1,H_2,CR} = 120^\circ$	$\Delta\psi_{H_1,H_3,CR} = 135^\circ$	$\Delta\psi_{H_1,H_2,CR} = 40^\circ$	$\Delta\psi_{H_1,H_5,CR} = 30^\circ$
$\Delta\psi_{H_2,H_1,CR} = 60^\circ$	$\Delta\psi_{H_2,H_3,CR} = 90^\circ$	$\Delta\psi_{H_2,H_3,CR} = 40^\circ$	$\Delta\psi_{H_2,H_4,CR} = 65^\circ$
	$\Delta\psi_{H_3,H_1,CR} = 45^\circ$	$\Delta\psi_{H_3,H_2,CR} = 140^\circ$	$\Delta\psi_{H_3,H_4,CR} = 0^\circ$
		$\Delta\psi_{H_4,H_1,CR} = 140^\circ$	$\Delta\psi_{H_4,H_2,CR} = 150^\circ$
			$\Delta\psi_{H_5,H_1,CR} = 150^\circ$



# Bibliografia

Ahamadabadi, M. and E. Nakano (1996). A cooperative multiple robot system for object lifting and transferring tasks. *in Proc. ROBOMECH'96, Annual Conf. of The Japanese Society of Mechanical Eng. on Robotics and Mechatronics.*

Ahmadabadi, M. and E. Nakano (2001). A constrain and move approach to distributed object manipulation. *in Proc. IEEE Transactions on Robotics and Automation* **17**, 157–172.

Aiyama, Y., M. Hara, T. Yabuki, J. Ota and T. Arai (1999). Cooperative transportation by two four-legged robots with implicit communication. *Robotics and Autonomous Systems* **29**, 13–19.

Althaus, P. (2003). Indoor navigation for mobile robots: control and representations. PhD thesis. Universitetsservice Stockholms.

Arai, T. and J. Ota (1996). Dwarf intelligence - a large object carried by seven dwarves. *Robotics and Autonomous Systems* **18**, 149–155.

Arkin, C. (1998). *Behaviour-Based Robotics*. Cambridge: MIT Press.

Ashairo, Y., E. Chang, A. Mali and M. Yamashita (2001). A distributed ladder transportation algorithm for two robots in a corridor. *in Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation* **17**, 3016–3021.

Balch, T. and C. Arkin (1998). Behaviour based formation control for multirobot teams. *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **14**, 926–939.

- Bicho, E. (1999). Uma abordagem dinâmica para a concepção, análise, especificação e implementação de robôs baseados em comportamentos. Instalações da Ad-Tranz, Lisboa, Portugal. Cerimónia presidida pelo Ministro Mariano Gago.
- Bicho, E. (2000). *Dynamic approach to Behavior-Based Robotics: design, specification, analysis, simulation and implementation*. Shaker Vergal.
- Bicho, E. and G. Schöner (1997). The dynamic approach to autonomous robotics demonstrated on a low-level vehicle platform. *Robotics and Autonomous Systems* **21**, 23–35.
- Bicho, E. and S. Monteiro (2003). Formation control for multiple mobile robots: a non-linear attractor dynamics approach. *2003 IEEE/RSJ Int. Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS2003)* **2**, 2016–2022.
- Bicho, E., L. Louro and W. Erlhagen (2004). Coordinated transportation with minimal explicit communication between robots. *5th IFAC Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles*.
- Bicho, E., L. Louro, N. Hipólito, S. Monteiro and W. Erlhagen (2003). Motion control of a mobile robot transporting a large size object in cooperation with a human: a nonlinear dynamical systems approach. *11th International Conference on Advanced Robotics (ICAR2003)*.
- Bicho, E., N. Hipolito, L. Louro, S. Monteiro, N. Patrão and R. Soares (2002). Motion control of two mobile robots that cooperatively carry a large size object. Technical report.
- Bicho, E., P. Mallet and G. Schöner (1998). Using attractor dynamics to control autonomous vehicle motion. *IECON'98, IEEE Industrial Electronics Society*.
- Bicho, E., P. Mallet and G. Schöner (2000). Target representation on an autonomous vehicle with low level sensors. *The International Journal of Robotics and Research* **19**, 424–447.

- Brooks, A. (1992). Artificial life and real robots. *in Proc. of the First European Conference on Artificial Life*.
- Brooks, A. (1997). From earwigs to humans. *Robotics and Autonomous Systems* **20**, 291–304.
- Brooks, Rodney A. (1991). Intelligence without reason.. In: *IJCAI*. pp. 569–595.
- Chaimowicz, L., M. Campos and V. Kumar (2002). Dynamic role assignment for cooperative robots. *in Proc. of the 2002 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation* **1**, 293–298.
- Chaimowicz, L., T. Sugar, V. Kumar and V. Campos (2001). An architecture for tightly coupled multi-robot cooperation. *in Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation* **17**, 2292–2297.
- Cherif, M. and K. Gupta (1997). Planning quasi-static motions for re-configuring objects with a multi-fingered robotic hand. *in Proc. of Int. Conf. on Robotics and Automation* **2**, 991–1037.
- Crawford, J. (1991). Introduction to bifurcation theory. *Reviews of modern physics* **63**, 991–1037.
- Hashimoto, M., F. Oba and S. Zenitani (1993a). Coordinative object-transportation by multiple industrial mobile robots using coupler with mechanical compliance. *Proceedings of the IECON '93* **3**, 1577–1582.
- Hashimoto, M., F. Oba and S. Zenitani (1995). Object-transportation control by multiple wheeled vehicle-planar cartesian manipulator systems. *IEEE International Conference on Robotics and Automation* **3**, 2267–2272.
- Hashimoto, M., F. Oba, K. Nakahara and T. Eguchi (1993b). Dynamic control approach for motion coordination of multiple wheeled mobile robots transporting a single object. *in Proc. on Conf. on Intelligent Robots and Systems* **3**, 1944–1951.

- Hashimoto, M., F. Oba, K. Nakahara, K. Imamaki and T. Eguchi (1991). Trajectory generation and tracking control methods for a multiple transfer robots system. *Proc. on Conf. on Intelligent Robots and Systems* **2**, 799–804.
- Hirarta, Y., T. Takagi, K. Kosuge, H. Asama, H. Kaetsu and K. Kawabata (2002). Motion control of multiple dr. helpers transporting a single object in cooperation with a human based on map information. *in Proc. of the 2002 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation* **1**, 995–1000.
- Hirata, Y., K. Kosuge, H. Asama, H. Kaetsu and K. Kawabata (2000). Coordinated transportation of a single object by multiple mobile robots without position information of each robot. *in Proc. of the 2000 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems* **3**, 2024–2029.
- Kato, K., K. Inoue, T. Arai and Y. Mae (2001). Cooperative control and force limitation for multiple robots in single object transportation. *IECON'01: The 27th Annual Conf. of the IEEE Industrial Electronics Society*.
- Khatib, O., K. Yokoi, K. Chang, D. Ruspini, R. Holmberg and A. Casal (1996). Vehicle/arm coordination and multiple mobile manipulator decentralized cooperation. *in Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems* **2**, 546–553.
- Koga, M., K. Kosuge, K. Furuta and K. Nosaki (1992). Coordinated motion control of robot arms based on virtual internal model. *IEEE Trans. Robotics and Automation* **8**, 77–85.
- Kosuge, K., H. Takeda and Y. Hirata (2000). Decentralized motion control of two tracked mobile robots transporting a single object in coordination based on function allocation concept. *Aro Workshop 2000 on Intelligent Systems*.
- Kosuge, K., T. Oosumi, M. Satou, K. Chiba and K. Takeo (1998). Transportation of a single object by two decentralized-controlled nonholonomic mobile robots. *in Proc. of the 1998 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation* **4**, 2989–2994.

- Kume, Y., Y. Hirata, Z. Wang and K. Kosuge (2002). Decentralized control of multiple mobile manipulators handling a single object in coordination. *in Proc. of the 2002 IEEE/RSJ Intl. Conf. on Intelligent Robots and Systems*.
- Large, E., H. Christensen and R. Bajcy (1997). Dynamic robot planning: cooperation through competition. *in Proc. of Int. Conf. on Robotics and Automation* **3**, 2306–2311.
- Large, E., H. Christensen and R. Bajcy (1999). Scaling the dynamic approach to path planning and control: Competition among behavioral constraints. *International Journal of Robotics Research* **18**, 37–58.
- Lewis, A. and K. Tan (1997). High precision formation control of multiple robots using virtual structures. *Autonomous Robots* **4**, 387–403.
- Machado, T. (2005). Transporte de um objecto por uma equipa de três robôs autónomos. Technical report.
- Mataric, M. (1992). Behaviour-based control: main properties and implications. *in Proc. of Int. Conf. on Robotics and Automation, Workshop on Architectures for Intelligent Control Systems*.
- Mataric, M. (1998). Behaviour-based robotics as a tool for synthesis of artificial behaviour and analysis of natural behaviour. *Trends in Cognitive Sciences* **2**, 82–87.
- Mccarthy, J., M. Minsky, N. Rochester and C. Shannon (1955). A proposal for the dartmouth summer research project on artificial intelligence.
- Menzner, R. (2000). *A unified architecture for speech-controlled robot behavior based on nonlinear dynamics*. Ibidem - Verlag.
- Menzner, R., A. Steinhage and W. Erllhagen (2000). Generating interactive robot behavior: A mathematical approach. *in Proc. of the Sixth International Conference on Simulation of Adaptive Behavior*.

- Monteiro, S. and E. Bicho (2002). A dynamical systems approach to behavior-based formation control. *in Proc. of the 2002 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation* **3**, 2606–2610.
- Monteiro, S., M. Vaz and E. Bicho (2004). Attractor dynamics generates robot formations: from theory to implementation. *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA2004)*.
- Nakamura, Y. (1990). *Advanced robotic: redundancy and optimization*. Addison-Wesley: Reading, MA.
- Nguyen, V. (1986). Constructing force - closure grasps. *in Proc. 1986 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation* **3**, 1386–1373.
- Nilson, J. (1969). A mobile automation: an application of artificial intelligence techniques. *in Proc. of 1st Int. Joint Conf. on Artificial Intelligence*.
- Nishi, T., Y. Mori, M. Konishi and J. Imai (2005). An asynchronous distributed routing system for multi-robot cooperative transportation. *Conference on Intelligent Robots and Systems*.
- Pereira, G., B. Pimentel, L. Chaimowicz and M. Campos (2002). Coordination of multiple mobile robots in an object carrying task using implicit communication. *in Proc. of the 2002 IEEE/RSJ Int. Conference on Robotics and Automation* **1**, 281–286.
- Perko, L. (1991). *Differential equations and dynamical systems*. Berlin: Springer Verlag.
- Pimentel, B., G. Pereira and M. Campos (2002). On the development of cooperative behavior-based mobile manipulators. In: *AAMAS*. pp. 234–239.
- Rodrigues, V. (2006). Sistemas autónomos para a monitorização e sintonização de arquitecturas de controlo para robôs móveis. Master's thesis. Universidade do Minho.

- Scheinerman, E. (1996). *Invitation to dynamical Systems*. Prentice Hall.
- Schöner, G. and M. Dose (1992). A dynamical systems approach to task-level system integration used to plan and control autonomous vehicle motion. *Robotics and Autonomous Systems* **10**, 253–267.
- Schöner, Gregor, Michael Dose and Christoph Engels (1995). Dynamics of behavior: Theory and applications for autonomous robot architectures. *Robotics and Autonomous Systems* **16**(2-4), 213–245.
- Soares, R. (2002). Transporte de um objecto de grandes dimensões por uma equipa de robôs móveis autónomos: design e simulação de estratégias de controlo distribuídas baseadas em sistemas dinâmicos não lineares. Master's thesis. Universidade do Minho.
- Soares, R. and E. Bicho (2002). Using attractor dynamics to generate decentralized motion control of two robots transporting a long object in coordination. *Proc. of the 2002 IEEE/RSJ Int. Conference on Intelligent Robots and Systems*.
- Steinhage, A. (1998). *Dynamical systems for the generation of navigation behavior*. Shaker Verlag, Aachen.
- Uchiyama, M. and P. Dauchez (1988). A symmetric hybrid position/force control scheme for coordination of two robots. *in Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*.
- Velasquez, C., T. Takahashi and E. Nakano (2004). Graspless coordinated transportation over natural flat terrain. *in Proc. of the 2004 Conf. on Robotics, Automation and Mechatronics* **1**, 165–170.
- Wang, C. (1991). Navigation strategies for multiple autonomous robots moving in formation. *Journal of Robotic Systems* **8**, 177–195.
- Wang, Y. and C. Silva (2006). Cooperative transportation by multiple robots with machine learning. *Congress on Evolutionary Computation* pp. 3050–3056.

- Wang, Z. and R. Kumar (2002). Object closure and manipulation by multiple cooperating mobile robots. *in Proc. of the 6th Int. Symposium on Distributed Autonomous Robotic Systems 2002 (DARS 2002)* **1**, 394–399.
- Wang, Z., M. Ahmadabadi, E. Nakano and T. Takahashi (1999). A multiple robot system for cooperative object transportation with various requirements on task performing. *in Proc. of the 1999 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation* **2**, 1226–1233.
- Wang, Z., Y. Hirata and K. Kosuge (2004a). Control a rigid caging formation for cooperative object transportation by multiple mobile robots. *in Proc. of the 2004 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation* **2**, 1580–1585.
- Wang, Z., Y. Takano, Y. Hirata and K. Kosuge (2004b). A pushing leader based decentralized control method for cooperative object transportation. *in Proc. IEEE Int. Conf. Intelligent Robots and Systems* **1**, 1035–1040.
- Yang, X., K. Watanabe, K. Izumi and K. Kiguchi (2004). A decentralized control system for cooperative transportation by multiple non-holonomic mobile robots. *Int. J. Control* **77**, 949–963.
- Zaerpoor, A., M. Ahmadabadi, M. Baruni and Z. Wang (2003). Extending constrain-and-move strategy to move objects on a desired path by a team of distributed robots. *in Proc. of ICAR 2003 The 11th Int. Conf. on Advanced Robotics*.
- Zaerpoor, A., M. Ahmadabadi, M. Baruni and Z. Wang (2005). Distributed object transportation on a desired path based on constrain and move strategy. *Robotics and Autonomous Systems* **50**, 115–128.

# Índice

- abordagem
  - baseada em comportamentos, 3, 4
  - dinâmica, 33–34
  - tradicional, 3–4
- ambientes desconhecidos, 34
- arquitetura de controlo
  - “*leader*”, 57–66
  - características, 5–6
  - equipa de dois robôs, 68–85
  - equipa de quatro robôs, 191–210
  - equipa de três robôs, 131–151
- bacia
  - de atracção, 44
  - de repulsão, 45
- bifurcações, 47–48, 59, 64
- campo vectorial, 42, 58, 68, 73, 132
  - nulo, 43
- comportamento
  - alcançar alvo, 44
  - atingir alvo, 66
  - evitar obstáculos, 60, 66
- comportamentos
  - elementares, 35
  - estabilidade, 36
  - geração, 39
  - individuais, 35, 47
  - integração, 35, 47–48, 63
- comunicação, 5
- dinâmica
  - bifurcações, 48
  - comportamental, 34, 40, 42–48, 53, 57
  - resultante, 47
    - evitar obstáculos, 61, 80, 147, 205, 206
- directão
  - de navegação, 54
  - alvo, 41, 60
  - de navegação, 41, 53, 58, 68, 249
    - atractor, 69, 133
    - dinâmica de atractores, 60–64, 70–81, 135–148, 191–252
  - desejada, 41, 59, 70, 135, 252
  - indesejada, 41, 59
  - obstáculo, 41, 60
- estratégia
  - “*leader-helper*”, 35
  - “*leadership-neighbourhood*”, 35

- força 270, 271
- alcance, 47
  - atrativa, 44, 45, 58, 73
  - estocástica, 63
    - ruído, 64
  - magnitude, 48
  - repulsiva, 44, 45, 58
  - sobreposição, 74
- formação
- “*column*”, 51, 68, 76, 81, 132, 142–144, 147, 199–203, 207, 250, 262–266, 270
  - atractor desejado, 76, 142, 199, 262
  - “*forward / backward*”, 51, 132, 136–138, 144, 193–195, 204, 249, 253–256, 267
  - atractor desejado, 136, 193, 253
  - “*line forward / line backward*”, 51, 68, 71–75, 77
  - atractor desejado, 71
  - “*transition*”, 51, 68, 76, 79
  - atractor desejado, 76
  - “*turn*”, 51, 132, 139–141, 146, 195–199, 205, 249, 257–261, 269
  - atractor desejado, 139, 195, 257
  - linha, 73
- função
- potencial, 51, 65, 78, 146, 205, 268,
  - sigmoidal, 72, 75, 138, 255
  - gama angular
    - repulsão, 65, 78
  - hodometria, 53, 54, 60
  - implementação
    - dois comportamentos, 123–124
    - obstáculos
      - dinâmicos, 124–127, 188–190
      - estáticos, 119–122, 127–129, 183–186
    - transporte de carga, 186–188
  - magnitude
    - de atracção, 69, 74, 133, 134, 252
    - de repulsão, 62, 65, 78
  - obstáculos
    - dinâmicos, 34
    - estáticos, 34
  - ponto fixo, 43–45
    - atractor, 43, 58, 69, 70, 134, 135
    - velocidade, 48
  - declive
    - negativo, 43
    - positivo, 44
  - estável, 43
  - estabilidade, 43, 45–48
  - hiperbólico, 46

- instável, 44
- natureza, 48
- repulsor, 58, 69, 134
- robô
  - “*follower*”, 72
  - “*helper*”, 50
    - ponto de referência, 51
  - “*leader*”, 50
  - “*radius*”
    - equipa dois robôs, 63, 79
    - equipa quatro robôs, 63
    - equipa três robôs, 63
  - autónomo, 34
  - base de suporte, 49, 50, 72, 82, 138,
    - 149, 209, 255, 273
  - cinemática, 52–53
  - comunicação, 51, 52
    - bidireccional, 52
    - unidireccional, 52
  - controlo, 49
  - estrutura, 49
  - junta rotacional, 50
  - juntas prismáticas, 50
  - sensores, 42, 50, 60, 252
    - “*raytracing*”, 54
    - alcance angular, 50, 62
    - sensibilidade, 62, 79
  - simuladores, 53–55, 85, 151, 210
  - tarefas, 49
- simulação
  - obstáculos
    - dinâmicos, 86–109, 112–114, 152–175, 177–179, 213–240, 242–243
    - estáticos, 109–112, 116–117, 175–177, 180–182, 240–242, 245–246
    - troca de liderança, 114–116, 179–180, 244–245
  - sistema dinâmico, 39, 42, 60, 69, 134
    - conceitos, 39–40
    - declive, 45
      - positivo, 44
    - linear, 43
    - não linear, 34, 43, 46
    - relaxação, 46
    - resultante, 59
    - solução atractora, 47
    - solução constante, 43
    - teoria qualitativa, 47
    - velocidade, 64
  - soluções
    - de equilíbrio, 43
- taxa
  - de relaxação, 46, 48, 66, 82, 149,
    - 209, 273
  - velocidade, 46, 47
  - de variação, 42, 64
  - negativa, 44
- transporte de objectos, 1, 6

- deslocamento máximo, 51
- equipas duo-robô, 6–17
- equipas multi-robô, 17–33
- problemas, 2–3
- rotação do objecto, 51
- troca de liderança, 82, 150, 210, 274
  
- variáveis
  - comportamentais, 34, 39–42, 57, 249
    - alcance, 44
  - de activação, 68, 70, 76–81, 132, 135,  
144–148, 204–208, 252, 267–272
  - de estado, 42
- velocidade, 64–66, 81–82, 148–149, 208–  
209, 272–273
  - angular, 52
  - atractor, 64, 69, 82, 208, 272
    - magnitude, 64, 65, 69
- contribuição
  - alvo, 65
  - obstáculos, 65
- de rotação, 52
- de translação, 52, 54, 58, 68, 69, 81,  
148, 208, 249, 272
- desejada, 65