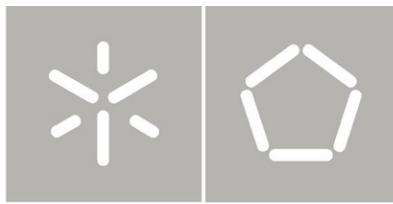


Universidade do Minho
Escola de Engenharia

Pedro Daniel Neto Lança

**Análise estrutural de abóbadas poli-nervuradas:
Aplicação ao Coro Alto do Mosteiro dos Jerónimos**

**Structural analysis of multi-ribbed vaults:
High choir of the Jeronimos Monastery as a case-study**



Universidade do Minho
Escola de Engenharia

Pedro Daniel Neto Lança

**Análise estrutural de abóbadas poli-nervuradas:
Aplicação ao Coro Alto do Mosteiro dos Jerónimos**

**Structural analysis of multi-ribbed vaults:
High choir of the Jeronimos Monastery as a case-study**

Tese de Mestrado em Engenharia Civil
Ramo de Estruturas, Geotecnia e Fundações

Trabalho realizado sob orientação do
Professor Doutor Paulo B. Lourenço
Universidade do Minho

Outubro de 2006

Agradecimentos

O presente trabalho de investigação foi desenvolvido no Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Minho e apoiado pelo projecto *EU-India Economic Cross Cultural Programme* sob o título *Improving the seismic resistance of Cultural heritage buildings*, ALA/95/23/2003/077-122, desde Outubro de 2004.

Para a realização deste trabalho foi fundamental o contributo, directo ou indirecto, de inúmeras pessoas, às quais presto os mais sinceros agradecimentos. Apesar da tarefa algo ingrata de mencionar todos aqueles a quem reconheço o apoio prestado, gostaria de referir alguns pela particular atenção que me dedicaram.

Ao professor Paulo Lourenço, não só pela orientação, mas também pela disponibilidade, empenho, profissionalismo que demonstrou e por todo o conhecimento transmitido ao longo deste trabalho, mesmo que, por vezes, em breves conversas.

Ao mestre-organheiro Dinarte Machado, pela sua disponibilidade e informação transmitida relativa aos antigos órgãos de tubos do Mosteiro dos Jerónimos.

Aos meus queridos amigos Alberto Ribeiro, Alexandre Antunes, Artur Feio, Brígida Pires, Eduardo Pereira, José Pina Henriques, a sua esposa Carla e filha Mariana, Luís Neves, Tiago Figueira, Tiago Miranda e Vítor Cunha. Não poderia esquecer o apoio da família Mendes, em particular do Augusto e da Cristina. A todos eles devo uma estadia em família, na cidade de Guimarães, repleta de bons momentos e aos quais dedico um carinho muito especial.

À Luísa Casola e à Ana Quaresma pela disponibilidade demonstrada na leitura de versões preliminares da minha tese.

À Patrícia pelo tempo subtraído à sua companhia.

Gostaria de agradecer, em especial, à minha família o apoio incondicional sempre presente e o encorajamento apesar da minha menor disponibilidade durante a realização deste trabalho.

Resumo

No presente trabalho é analisado o comportamento e avaliada a segurança do Coro Alto da Igreja de Santa Maria de Belém, no Mosteiro dos Jerónimos, quando sujeito, para além do peso próprio, à acção da sobrecarga de um órgão de tubos (cerca de 20 toneladas) e à acção sísmica regulamentar. Para tal, e utilizando o método dos elementos finitos, foi representada a geometria da estrutura através de dois macro-modelos: no primeiro, foram utilizados elementos sólidos tridimensionais; e, no segundo, elementos de viga e casca, permitindo reduzir significativamente o tempo das análises efectuadas.

A resposta do modelo de vigas e cascas foi estudada para as acções verticais e horizontais através de uma análise estática não linear do tipo *push-over*. Os resultados obtidos revelam que o factor de segurança na rotura é aceitável, admitindo um valor característico para a resistência à compressão da alvenaria igual a $f_{ck}=6.0\text{MPa}$ (valor de referência), e a acção combinada do peso próprio, órgão e sismo.

A falta de informação sobre as propriedades mecânicas da alvenaria de pedra e da geometria do intradorso das nervuras, conduziu à realização de uma análise de sensibilidade da resposta da estrutura, face às variações do valor característico da tensão de compressão da alvenaria e da secção transversal das nervuras (altura adicional sobre o intradorso). Ambos os casos resultaram numa alteração da resposta, sendo particularmente significativa no primeiro caso.

Técnicas tradicionais e modernas de análise estrutural de arcos e abóbadas de alvenaria de pedra são apresentadas com dois objectivos principais, nomeadamente, avaliar o seu desenvolvimento até à actualidade e a existência de procedimentos de cálculo válidos e expeditos.

São também apresentadas técnicas de concepção e construção de arcos e abóbadas em alvenaria de pedra, em particular referentes ao Período Gótico. Esse conhecimento é fundamental para compreender não só a evolução das diferentes tipologias estruturais ao longo dos séculos, mas também algumas patologias que poderão estar associadas a determinadas tipologias.

Destaca-se ainda a importância do estudo do comportamento de arcos e abóbadas de alvenaria de pedra para o correcto diagnóstico de patologias de índole estrutural, sendo apresentadas e analisadas as causas associadas a diferentes padrões de fissuração e deformações tipo (sintomas). De facto, a capacidade destas estruturas em responder a acções severas reside, precisamente, na possibilidade de fissurarem, tendo sido analisada, em particular, a situação que corresponde ao afastamento dos apoios de arcos e abóbadas. Verificou-se que: (a) o afastamento dos apoios (incremento do vão) pode provocar o aumento significativo da componente horizontal do impulso dos arcos; (b) a dimensão angular dos blocos não altera significativamente a resistência à rotura dos arcos; e (c) o perfil dos arcos tem influência na capacidade de resistir a determinados carregamentos (cargas concentradas ou distribuídas).

Abstract

The work presented in this thesis includes the study of the behaviour and safety assessment of the High Choir of the *Santa Maria de Belém* Church in *Jerónimos* Monastery, considering the possible placement of a tube organ (20 tons). Using the finite elements method, two different macro-models were adopted: the first used solid three-dimensional elements; and the second used beam and shell elements, which significantly reduced the analysis time. The response of the beams and shells model to vertical and horizontal actions was studied through a push-over non linear static analysis.

The results reveal that the safety factor of the structure maintains an acceptable level, when using the characteristic value for the compressive strength of masonry equal to $f_{c_k}=6.0\text{MPa}$ under the combined actions of the self weight, the tube organ and the earthquake.

The lack of information about the mechanical properties of stone masonry and the ribs intrados geometry led to a parametric analysis of the compressive strength of masonry and of the ribs transverse section (additional height on the intrados). Both cases resulted in a change of the structure response, particularly in the first case.

Traditional and modern techniques of structural analysis of stone masonry arches and vaults are presented. The main goals are to evaluate the development of those techniques throughout time and the existence of calculus procedures able to speed up the analysis without compromising the validity of the results.

Design and construction techniques of stone masonry arches and vaults are also presented. Such knowledge is fundamental to understand the progress of the different structure typologies during the centuries, but also some pathologies which can be associated with certain typologies.

The work presented also underlines the importance of gathering insight on the behaviour of stone masonry arches and vaults in order to obtain a correct diagnosis of the structural pathologies. The structural causes related to different common crack patterns and displacements (symptoms) are analyzed. In fact, to allow displacements, a rigid masonry

structural element must develop cracks. It was verified that: (a) an arch on spreading supports leads to thrusts increase; (b) the angular dimension of stone blocks does not significantly change the collapse load of arches; and (c) the geometry of an arch is important to the ability of a structure to resist to certain loading types (concentrated or distributed loads).

Índice

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Objectivos	3
1.2 Estrutura do trabalho.....	4
2 TÉCNICAS TRADICIONAIS E MODERNAS DE DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL DE ARCOS E ABÓBADAS.....	5
2.1.1 Regras e métodos de análise	5
2.1.1.1 Antiguidade ao Período Medieval.....	6
2.1.1.2 Período Medieval ao Renascimento.....	7
2.1.1.3 Renascimento ao século XVIII	10
2.1.1.4 Século XIII à actualidade	16
2.2 Conclusões do capítulo	29
3 CONCEPÇÃO, CONSTRUÇÃO E ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE ARCOS E ABÓBADAS.....	31
3.1 Concepção estrutural de abóbadas góticas.....	31
3.2 Técnicas construtivas de abóbadas góticas	34
3.3 Danos estruturais em arcos e abóbadas.....	45
3.3.1 Localização mais provável dos danos.....	47
3.3.1.1 Cargas verticais (peso próprio)	47
3.3.1.2 Deslocamento dos apoios	49
i) Análise no plano	49
ii) Análise tridimensional	55
iii) Influência da dimensão dos blocos	58
3.3.1.3 Cargas concentradas. Cargas de colapso.....	60
3.4 Conclusões do capítulo	61
4 ANÁLISE PRELIMINAR E DEFINIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO DE ABÓBADA DO CORO ALTO	63
4.1 Análise histórica	63
4.1.1 Coro Alto	65
4.1.2 Os antigos órgãos do Coro Alto.....	67

4.1.2.1	Mecânica tipo de um órgão de tubos	67
4.1.2.2	Registos de imagens	69
4.1.2.3	Registos textuais	70
4.1.2.4	Conclusões da pesquisa	72
4.2	Informação recolhida sobre a estrutura do Coro Alto	73
4.2.1	Levantamento geométrico	75
4.2.2	Paredes e contrafortes.....	77
4.2.3	Pilares	78
4.2.4	Arcos	79
4.2.5	Abóbada	80
4.3	Definição dos modelos da abóbada do Coro Alto.....	81
4.3.1	Modelo 3D.....	82
4.3.1.1	Nervuras.....	82
4.3.1.2	Lajetas entre nervuras	84
4.3.1.3	Material de enchimento	84
4.3.2	Modelo de vigas	85
4.3.2.1	Nervuras.....	86
4.3.2.2	Pilar.....	87
4.3.2.3	Paredes e contrafortes	87
4.3.2.4	Arcos.....	88
4.3.2.5	Lajetas entre nervuras e enchimento	88
4.3.3	Condições fronteira	89
4.4	Validação do modelo de vigas e cascas	90
4.4.1	Resultados obtidos e sua análise	90
4.5	Conclusões do capítulo.....	93
5	ANÁLISE ESTRUTURAL DE ABÓBADA DO CORO ALTO	95
5.1	Acções e materiais.....	95
5.1.1	Acções verticais.....	95
5.1.2	Acções horizontais	98
5.2	Análise não-linear do modelo de vigas	98
5.2.1	Introdução.....	98
5.2.2	Acções verticais.....	99
5.2.2.1	Peso próprio da estrutura	99

i) Influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra	104
ii) Influência da secção transversal das nervuras	106
5.2.2.2 Peso próprio da estrutura + órgão	107
i) Influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra	108
5.2.2.3 Influência da sobrecarga do órgão	109
5.2.3 Combinações com a acção envolvendo o sismo	109
5.2.3.1 Peso próprio + sismo	109
i) Influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra	110
5.2.3.2 Peso próprio + órgão + sismo	111
i) Influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra	117
ii) Influência da secção transversal das nervuras	118
5.2.3.3 Influência da sobrecarga do órgão	119
5.3 Conclusões do capítulo	120
6 CONCLUSÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES	123
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	129
ANEXOS	
ANEXO A – Registo textual de algumas intervenções realizadas no Coro Alto (pesquisa efectuada na Direcção Geral de Edifícios e Monumentos Nacionais, Forte de Sacavém)	
ANEXO B – Registo textual relacionado com os antigos órgãos do Coro Alto	
ANEXO C – Definição dos elementos de viga que simulam as lajetas de pedra e o material de enchimento	
ANEXO D – Resultados obtidos na análise linear do modelo constituído por elementos de viga e casca (“modelo de vigas”)	
ANEXO E – Resultados obtidos na análise não-linear do modelo constituído por elementos de viga e casca (“modelo de vigas”)	

1 Introdução

A alvenaria é o material mais antigo que ainda encontra larga utilização na indústria actual da construção. A simplicidade de construção pode ser apontada como a característica mais importante da alvenaria. A sobreposição de elementos de pedra ou tijolo, com ou sem coesão da argamassa, é uma técnica simples usada com sucesso desde os tempos mais remotos. Naturalmente, inúmeras variações do material, técnicas e aplicações ocorreram durante a evolução dos tempos. Os factores mais influentes foram a cultura e economia locais, o conhecimento dos materiais e ferramentas, a disponibilidade dos materiais e razões de ordem arquitectónica.

As estruturas antigas de alvenaria, como o Panteão de Roma, Hagia Sophia e as Catedrais Góticas, parecem ter (intuitivamente) resistência suficiente. As acções que estas estruturas suportaram, ao longo dos séculos (peso próprio, vento e sismos), não parecem ter causado, em geral, o colapso por esmagamento do material. No estudo de estruturas antigas de alvenaria devem ser levadas em conta três características fundamentais: as tensões são, no geral, reduzidas; o seu colapso é, na maioria dos casos, uma questão de geometria e de equilíbrio, não de esmagamento do material; o colapso ocorre quando o caminho de carga (linha de pressões) não pode ser contido no interior da estrutura.

As regras tradicionais de dimensionamento de arcos, abóbadas e respectivas estruturas de suporte são baseadas em determinadas proporções geométricas entre os diferentes elementos estruturais (por exemplo, a espessura de um arco ou abóbada é função do vão). No entanto, estas regras de dimensionamento podem parecer estranhas, ou mesmo “ingénuas”, para os arquitectos e engenheiros modernos. A estática, enquanto ciência, não se encontrava desenvolvida na Idade Média para permitir um dimensionamento estrutural com base em fundamentos científicos. Esses fundamentos tiveram início no século XVII com Galileu e Robert Hooke. A aplicação da teoria estrutural, enquanto ciência, foi conseguida apenas na segunda metade do século XVIII com base na resistência dos materiais e nas leis da mecânica. Não obstante esse facto, inúmeras estruturas imponentes de alvenaria resistiram até à actualidade, eliminando a visão redutora da eventual “ingenuidade” ou “ignorância” dos “mestres de obra”.

Em 1675, Robert Hooke publicou o anagrama: *“uma corrente suspensa nas extremidades (catenária) é flexível, mas torna-se num arco rígido quando invertida”*. Em 1697, David Gregory completou o anagrama de Hooke: *“Só a catenária representa a geometria de um arco ou de uma abóbada verdadeira. E quando um arco de outra qualquer geometria é suportado, é porque algum perfil de catenária pode ser incluído na sua espessura”*. Foi assim introduzido o conceito de linha de pressões (“trajectórias” de tensões de compressão).

A construção das estruturas de alvenaria foi baseada em processos empíricos de aprendizagem (métodos de tentativa e erro), numa associação de elementos resistentes em que a transmissão de cargas se fazia por “trajectórias” de tensões de compressão. Os casos de sucesso, como por exemplo, a cúpula do Panteão de Roma, eram reproduzidos à escala noutros locais.

O arco e a abóbada, em conjunto com a cúpula, podem ser considerados os elementos estruturais e arquitectónicos mais interessantes. A sua utilização possibilitou vencer vãos de forma notável ao utilizar um material com resistência nula à tracção (a alvenaria) e realizar geometrias estaticamente eficientes e pouco deformáveis, permitindo dispor de espaços arquitectónicos válidos e funcionais. Os arcos não existem habitualmente na natureza: são uma invenção do homem, iniciada em 50 construções históricas na Babilónia, possivelmente com mais de 6.000 anos. Em oposição, Astecas e Incas construíram em alvenaria durante séculos sem conhecerem o arco.

Analisando o arco da Figura 1.1, verifica-se que a geometria das unidades de alvenaria de pedra (blocos) é em forma de cunha. A colocação dos blocos, sobre um cimbreiro de madeira apropriado, é feita a partir das extremidades. O último bloco é colocado no centro (chave) e permite o equilíbrio estático ao arco, permitindo a remoção do cimbreiro. A resultante da distribuição de pressões nas juntas entre blocos e bloco-apoio deve ser de compressão e localizar-se no interior do plano dessas juntas (interior do corte transversal do arco). Por sua vez, as estruturas de suporte devem possuir dimensões adequadas para resistir à componente horizontal do impulso e, assim, evitar o afastamento dos apoios.

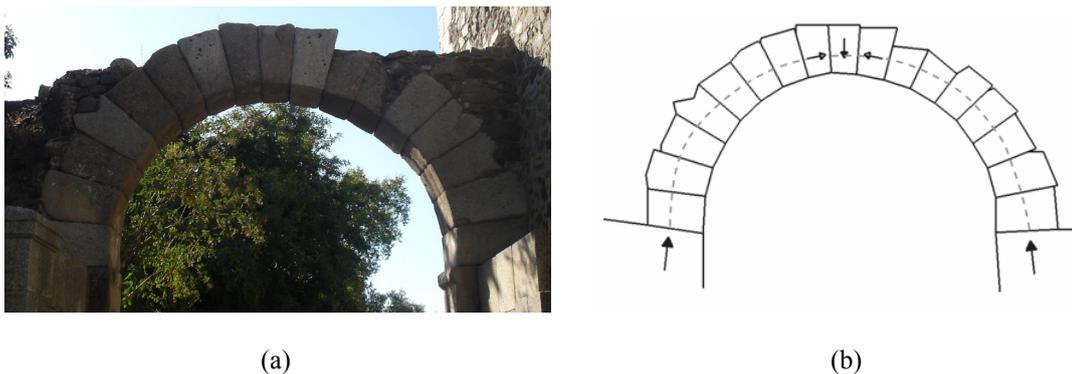


Figura 1.1 – O arco e o seu funcionamento estático (Castelo de Beja).

1.1 Objectivos

Com este trabalho pretende-se estudar o comportamento e avaliar a segurança de um elemento construtivo de alvenaria do final do Período Gótico, o Coro Alto da Igreja de Santa Maria de Belém, no Mosteiro dos Jerónimos. As acções consideradas na análise, para além do peso próprio, foram a sobrecarga de um órgão de tubos (cerca de 20 toneladas) e um sismo. A sobrecarga de utilização foi desprezada, uma vez que o seu valor é reduzido face ao peso próprio e dificilmente quantificável neste tipo de construções.

Os princípios gerais analisados ao longo deste trabalho, ainda que aplicáveis a abóbadas e cúpulas, são desenvolvidos tendo como objecto o arco constituído por blocos de alvenaria, elemento estrutural com comportamento particularmente fácil de descrever. Desta forma, os objectivos deste trabalho são:

- estudar o conhecimento existente sobre técnicas tradicionais e modernas de dimensionamento de arcos e abóbadas de alvenaria;
- prever o comportamento estrutural de arcos e abóbadas de alvenaria e os seus danos mais correntes;
- analisar o comportamento estrutural da abóbada do Coro Alto da Igreja de Santa Maria de Belém com a eventual colocação de um órgão de tubos, quando sujeita à acção de um sismo.

Salienta-se que a análise deste tipo de construções é um desafio particular, pois é no Período Gótico que os problemas de engenharia estrutural, aplicados à alvenaria, são analisados na sua forma mais profunda. As regras da construção gótica eram tão complexas

que só poderiam ser dominadas na antiguidade, após um longo período de aprendizagem e vários anos de prática.

1.2 Estrutura do trabalho

O presente trabalho encontra-se dividido em sete capítulos, incluindo a introdução (Capítulo 1).

No Capítulo 2 é feito o levantamento da evolução de técnicas de dimensionamento estrutural de arcos e abóbadas.

No capítulo 3 são identificadas e caracterizadas técnicas de concepção e construção de arcos e abóbadas em alvenaria de pedra, bem como feita a análise dos danos estruturais mais comuns nestes elementos e suas causas.

No capítulo 4 é apresentado um levantamento histórico sumário do conjunto monumental do Mosteiro dos Jerónimos, em particular, do Coro Alto e dos antigos órgão de tubos, bem como descrita a metodologia utilizada no levantamento geométrico da abóbada do Coro Alto (que irá suportar o órgão de tubos) e apresentada a informação recolhida que serviu de base para a definição dos modelos numéricos, também incluídos neste capítulo.

No capítulo 5 são apresentados e analisados os resultados obtidos na análise não-linear da abóbada do Coro Alto sujeita ao peso próprio, à sobrecarga do órgão de tubos (cerca de 20 toneladas) e à acção sísmica (análise estática equivalente). As propriedades dos materiais e a quantificação das acções são também apresentadas neste capítulo.

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões finais do presente trabalho e algumas recomendações para trabalhos futuros.

2 Técnicas tradicionais e modernas de dimensionamento estrutural de arcos e abóbadas

O conhecimento adquirido e constante nas obras do passado não deve ser renunciado, sendo de sublinhar dois pontos particularmente significativos: a recolha de informação relativa à mecânica dos materiais e a existência de procedimentos de cálculo que possam ser utilizados como válidos e de rápida execução, pelos menos em determinados casos (Pistone & Roccatti, 1980):

- sobre o primeiro ponto, salienta-se que, em caso de impossibilidade de realizar ensaios não destrutivos ou reduzidamente intrusivos para caracterização dos materiais presentes numa construção, é importante o conhecimento das suas propriedades mecânicas, se existente em bibliografia;
- quanto ao segundo ponto, são apresentados neste trabalho alguns dos métodos utilizados na concepção estrutural de abóbadas.

Neste sentido, parece evidente que para o projectista de uma futura intervenção no Património Arquitectónico é importante basear o seu estudo em informação bem documentada, apesar de poder ter sido obtida através da realização de ensaios limitados em número, pouco representativos e agravados pela heterogeneidade do material (Pistone & Roccatti, 1980).

2.1.1 Regras e métodos de análise

As regras e os métodos destinados ao dimensionamento de sistemas de arcos ou abóbadas podem ser classificados, de forma resumida, em cinco grupos (Mateus, 2002):

1. regras empíricas baseadas em proporções geométricas, destinadas ao dimensionamento das diversas secções das estruturas, únicas regras usadas até ao século XVII e sucessivamente melhoradas até ao início do século XX;
2. algoritmos algébricos e geométricos, desenvolvidos entre o final do século XVII e a primeira metade do século XIX, baseados no cálculo estático de mecanismos de colapso em arcos e abóbadas cilíndricas rectas, estudadas como um arco de comprimento unitário; destinados ao dimensionamento das diversas

- secções, constituíram os primeiros métodos a ter em conta não só as proporções geométricas das estruturas como as acções a que elas estariam sujeitas;
3. algoritmos algébricos e gráficos simplificados baseados nos métodos anteriores, com coeficientes calibrados por alguma investigação experimental (caso das fórmulas de Rondelet, desenvolvidas no início do século XIX);
 4. métodos gráficos (desenvolvidos durante a segunda metade do século XIX) baseados na linha de pressões e destinados à verificação da estabilidade dos sistemas pré-dimensionados, por utilização dos métodos anteriores; a estes métodos estava associado o cálculo do estado de tensão a que as estruturas estariam sujeitas sob o sistema de carregamento previsto e o controlo da resistência dos materiais;
 5. adaptação do método gráfico da linha de pressões à análise limite (final da primeira metade do século XX) e, mais tarde, com o desenvolvimento dos meios computacionais, a profusão e evolução do estudo de arcos através de análise numérica.

É ainda possível agrupar os métodos referidos em dois tipos de análises: tradicional e moderna. A principal distinção entre os dois tipos de análise é feita com base no desenvolvimento do conhecimento científico. Por sua vez, estas podem ser subdivididas em períodos de tempo com base em marcos relevantes, como por exemplo, o início do Renascimento com Leonardo da Vinci e o século XVII com os estudos de Robert Hooke.

2.1.1.1 Antiguidade ao Período Medieval

A bibliografia contemporânea referente a este Período oferece informação escassa e, por vezes, imprecisa. Nos tratados e nas memórias antigas é possível encontrar ideias engenhosas e aplicáveis nos dias de hoje, representando fragmentos da forma de pensar e do conhecimento dos mestres da época, testemunhos insubstituíveis do estado da arte (Pistone & Roccatti, 1980).

Desde o século III a.C., começaram a ser tratados conceitos como peso, equilíbrio, centros de gravidade e estudo de geometrias simples. O estado primitivo da investigação científica aplicada à estática e aos problemas da construção pode ser associada a Aristóteles na sua

Mecânica, introduzindo pela primeira vez o conceito de energia. A primeira consideração racional sobre a alavanca e o centro de gravidade foi elaborada por Arquimedes em *Equilíbrio de planos* (Horta & Carasco, 2002), ver Figura 2.1.

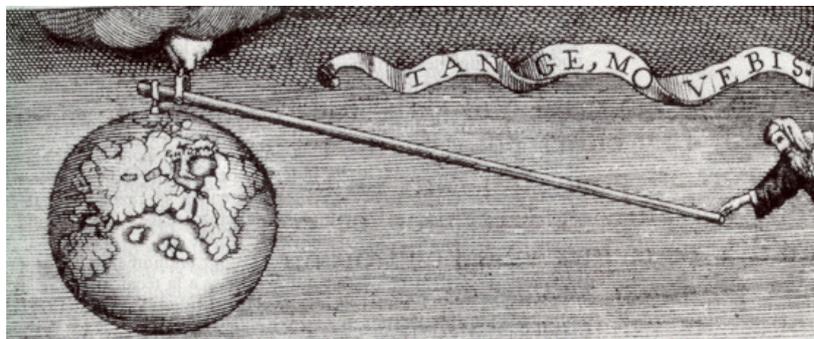


Figura 2.1 – Representação do conceito de alavanca de Arquimedes.

No século I a.C., início do império romano, o engenheiro militar Vitruvius elaborou o primeiro texto conhecido relativo a um tratado de construção, os *Dez Livros de Architectura* (Rua, 1998). Neste tratado não se encontram quaisquer regras de dimensionamento relacionadas com arcos e abóbadas, sendo apenas referida a necessidade de aplicar regras de proporção adequadas como garantia da estabilidade da construção (Gago, 2004). Essas regras eram utilizadas no dimensionamento de estruturas, sendo os casos de sucesso, como por exemplo a cúpula do Panteão de Roma, reproduzidos à escala por diversos pontos do império (Gago, 2004).

2.1.1.2 Período Medieval ao Renascimento

Do Período Medieval destacam-se os estudos desenvolvidos por Villard de Honnecourt no século XIII, tendo sido desenvolvidas regras de dimensionamento e técnicas construtivas (Heyman, 1995). O seu trabalho, elaborado para profissionais, incluía, entre outros, metodologias de implantação de estruturas e de levantamento geométrico, bem como técnicas de construção de arcos e de corte da pedra, ver Figura 2.2.

No final do século XIV início do século XV, as dimensões arrojadas das catedrais góticas levaram que as relações entre as principais dimensões dos elementos estruturais fossem dependentes, não só de regras de proporção geométrica, mas também de uma metodologia de dimensionamento. As dimensões interiores, em geral, eram definidas através de um

sistema geométrico de linhas e círculos, ficando o dimensionamento dos elementos externos ao cargo de regras empíricas (Gago, 2004).

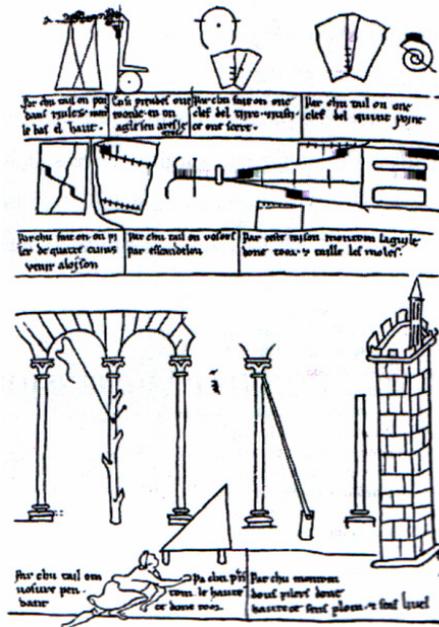


Figura 2.2 – Exemplo de estudos elaborados por Villard de Honnecourt (Heyman, 1995).

Evidenciam-se as regras geométricas do século XV e XVI, baseadas no estudo da estereotomia, transmitidas por Rodrigo Gil de Hontañón, Derand e Blondel (Horta & Carasco, 2002), ver Figura 2.3. A aplicação da regra de Derand/Blondel à Catedral de Girona, ver Figura 2.3 (c), pode ser resumida nos seguintes passos: divisão do arco CF em três partes iguais (com o ponto B e ponto simétrico, não identificado no desenho); prolongamento da linha BC de modo que $BC=CE$, ou seja, circunferência com centro em C e raio BC; por fim, o ponto E define o limite exterior da estrutura de suporte do arco ou abóbada. Deste exercício, pode concluir-se que as regras geométricas impunham maiores espessuras para estruturas de suporte de arcos circulares do que de arcos ogivais.

A concepção dos arcos e abóbadas consistia no processo de determinar a sua espessura mínima admissível para um determinado vão e cargas aplicadas, sendo possível considerar, para estes casos, a estabilidade como o critério estrutural mais importante. As regras geométricas de proporção, quando correctamente aplicadas, conduzem a construções capazes de satisfazer os requisitos estruturais, servindo simultaneamente de regras estéticas e de dimensionamento (Heyman, 1995).

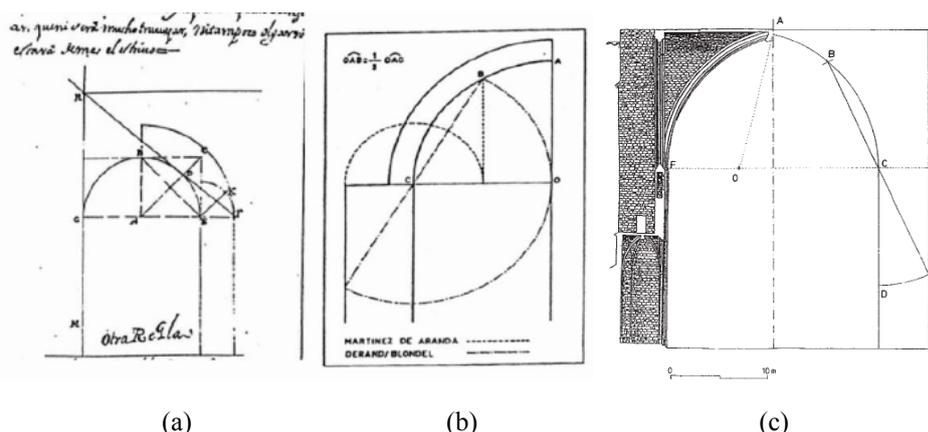


Figura 2.3 – Regras de dimensionamento da espessura de colunas ou paredes (Horta & Carasco, 2002); (a) Rodrigo Gil de Hontañón; (b) Derand; (c) Blondel.

Um tratado do Gótico final (século XVI), publicado muito mais tarde por Coenen, em 1990, apresenta algumas dessas regras de dimensionamento de contrafortes e abóbadas, ver Figura 2.4. O comprimento do contraforte “c” é igual a três vezes a espessura da parede “t” que, por sua vez, é igual a um décimo do vão “s” ($t = s/10$). A largura do contraforte é igual à espessura da parede “t”. No final, $c=3t=s/3.33$, na base. Estas regras geométricas podiam ser aumentadas ou diminuídas de acordo com a qualidade da alvenaria. É de salientar que nem todas as construções góticas se ajustam a estas proporções, uma vez que o verdadeiro “mestre” era livre de realizar variações do estabelecido pelas regras (Huerta, 2006).

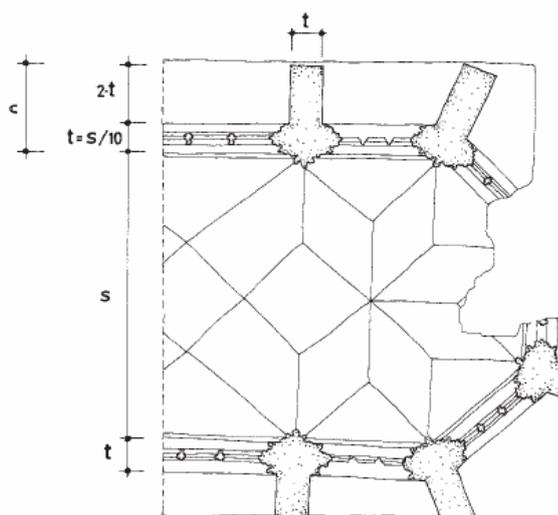


Figura 2.4 – Regras de proporção geométrica para dimensionamento de paredes e contrafortes numa construção gótica, em planta (adaptado de Huerta, 2006).

O tratado atrás mencionado inclui ainda outras regras aplicadas às dimensões das nervuras de uma abóbada gótica (Huerta, 2006). A altura das nervuras diagonais deve ser igual a um

terço da espessura das paredes “ t ” ($s/30$, em relação ao vão), com a base igual a metade da altura. A dimensão das nervuras transversais é função da dimensão das nervuras diagonais. Por sua vez, as dimensões dos arcos transversais devem ser três vezes superiores às dimensões das nervuras (aproximadamente, $s/22$).

2.1.1.3 Renascimento ao século XVIII

No final do século XV salienta-se o contributo de Leonardo da Vinci pela primeira investigação sobre a resistência dos materiais e o primeiro estudo sobre arcos, vigas e pilares com o desenvolvimento do Princípio dos Trabalhos Virtuais (Croci, 1979). A Leonardo da Vinci são atribuídos os conceitos relacionados com forças ou vectores capazes de serem decompostos em outros coplanares. No estudo de modelos de arcos com diferentes flechas, da Vinci é consciente do local onde deve colocar um tirante para absorver o impulso horizontal ao nível do arranque (Horta & Carasco, 2002), ver Figura 2.5.

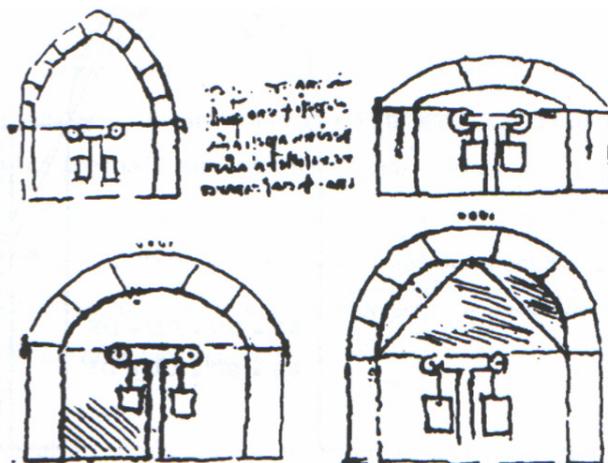


Figura 2.5 – Estudos de Leonardo da Vinci baseados no comportamento estático de arcos: estudo e regra para a verificação da estabilidade de arcos (Horta & Carasco, 2002) .

Foi Galileu o primeiro a considerar a análise da resistência de uma estrutura, em 1638, assinalando o final da teoria medieval. Desenvolveu estudos sobre o comportamento à tracção e flexão de elementos estruturais tentando responder à questão “Qual o valor da carga de rotura do elemento?”, ver Figura 2.6. O problema foi resolvido na sua essência, tendo concluído que as regras de proporção não eram aplicáveis (Croci, 1979).

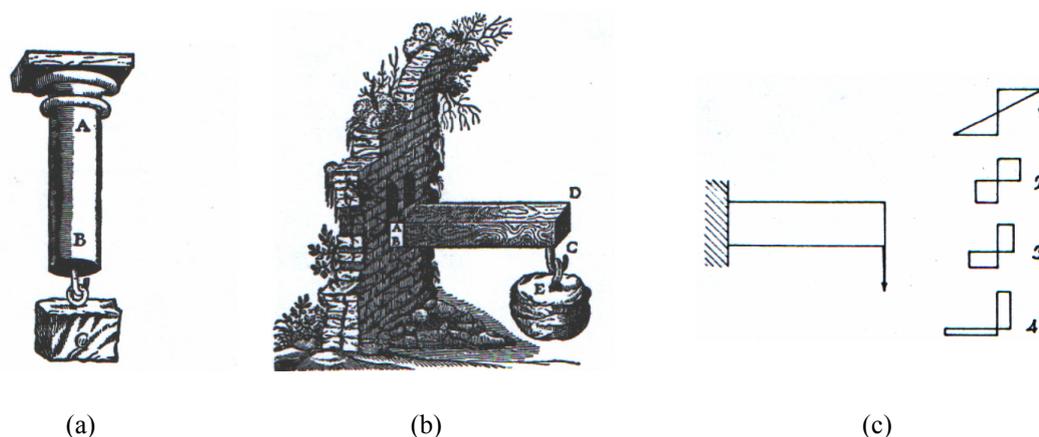


Figura 2.6 – Estudos realizados por Galileu, de acordo com (Croci, 1979): (a) tracção; (b) flexão (c) diagramas de esforços idealizado para o material: 1- perfeitamente elástico, 2 - perfeitamente plástico, 3 – plástico com resistência à tracção menor que à compressão, 4 - segundo a Teoria de Galileu.

Robert Hooke, preocupado com “a verdade Matemática e Mecânica de todas as formas possíveis de Arcos para a Construção” publicou, em 1675, o seguinte anagrama: “*uma corrente suspensa nas extremidades (catenária) é flexível, mas torna-se num arco rígido quando invertida*” (Heyman, 1995). Se o arco for dividido em blocos de dimensões idênticas a linha de pressões tem a geometria idêntica a uma catenária invertida. No entanto, Hooke não concretizou a formulação matemática para este seu teorema (Heyman, 1995).

Cerca de 20 anos mais tarde, em 1697, Gregory completou a afirmação de Hooke: “*Só a catenária representa a geometria de um arco ou de uma abóbada verdadeira. E quando um arco de outra qualquer geometria é suportado, é porque algum perfil de catenária pode ser incluído na sua espessura*” (Huerta, 2001). Desta forma, o arco da Figura 2.7 está em equilíbrio com uma distribuição de tensões representada pela catenária invertida.

Philippe de La Hire, no final do século XVII e início do seguinte, aplicou pela primeira vez os conceitos da estática a arcos e abóbadas. Ele foi considerado como o primeiro investigador com uma abordagem científica, do ponto de vista da mecânica estrutural, tendo aplicado a estática gráfica ao equilíbrio de forças de um arco (Gago, 2004), ver Figura 2.8.

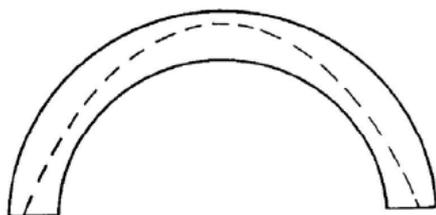


Figura 2.7 – Possível linha de pressões de um arco semicircular (Heyman, 1995).

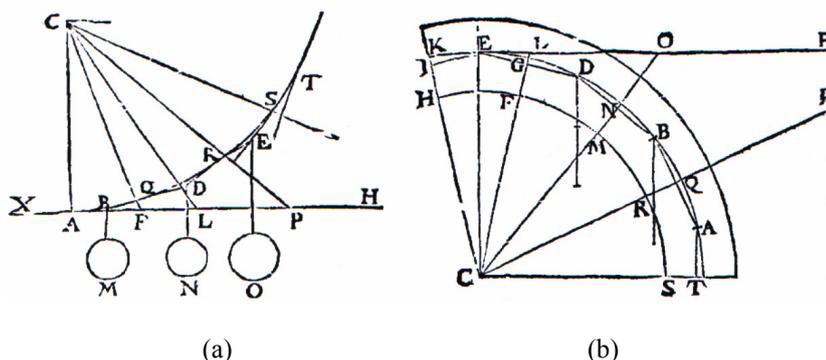


Figura 2.8 – Análise gráfica de Philippe de La Hire (Gago, 2004): (a) pesos suspensos num cabo para uma dada geometria; (b) cálculo da dimensão dos blocos desprezando o atrito e a coesão.

Philippe de La Hire, ao procurar fundamentar as regras de proporção geométrica para o dimensionamento de estruturas de suporte de arcos e abóbadas apresentou, em 1731, um mecanismo de colapso possível para uma estrutura real (Gago, 2004), ver Figura 2.9. Neste caso, a acção do peso próprio provocaria a queda de parte do troço central do arco, que ao escorregar sobre juntas fracturadas, empurraria as estruturas de suporte para o exterior. Salienta-se que a metodologia que La Hire, para além de difícil aplicação, não considerou o efeito de atrito de forma adequada, só formulado convenientemente por Coulomb, cerca de 40 anos mais tarde (Gago, 2004).

Métodos de dimensionamento estrutural estático-gráficos ligados à estereotomia da pedra ou *coupe des pierres* foram desenvolvidos na segunda metade do século XVIII. No *Tratado da Estereotomia* de Frézier é organizada de forma sistemática a teoria e o conhecimento prático da estereotomia aplicada à arquitectura (Croci, 1979).

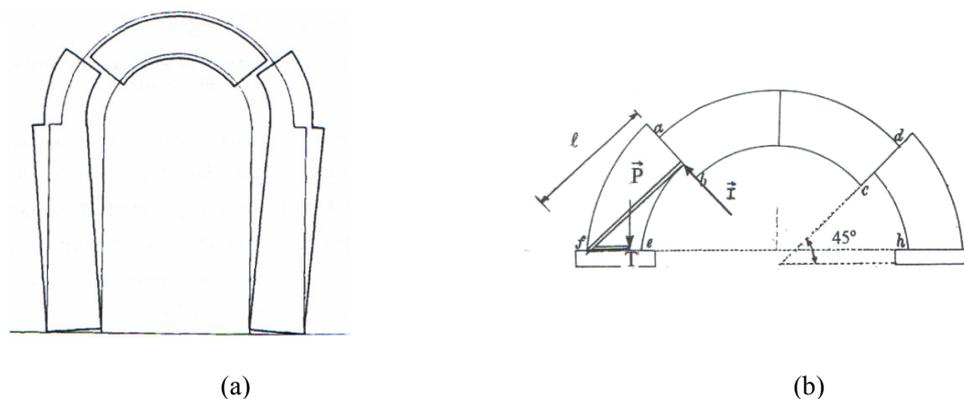


Figura 2.9 – Mecanismo de cunha deslizante proposto por Philippe de La Hire: (a) arco e paredes (Gago, 2004); (b) pormenor da superfície de deslizamento a 45° com a horizontal (Mateus, 2002).

A verificação da estabilidade de um arco considerado como um corpo rígido estava estritamente ligada à estereotomia. Este arco era subdividido em elementos singulares (blocos de pedra) de forma a assegurar o seu equilíbrio, ver Figura 2.10. Os critérios de segurança dos arcos de alvenaria eram baseados, fundamentalmente, numa interpretação cinemática dos mecanismos de rotura, filosofia desenvolvida muito mais tarde no método dos mecanismos de colapso (Pistone & Roccati, 1980).

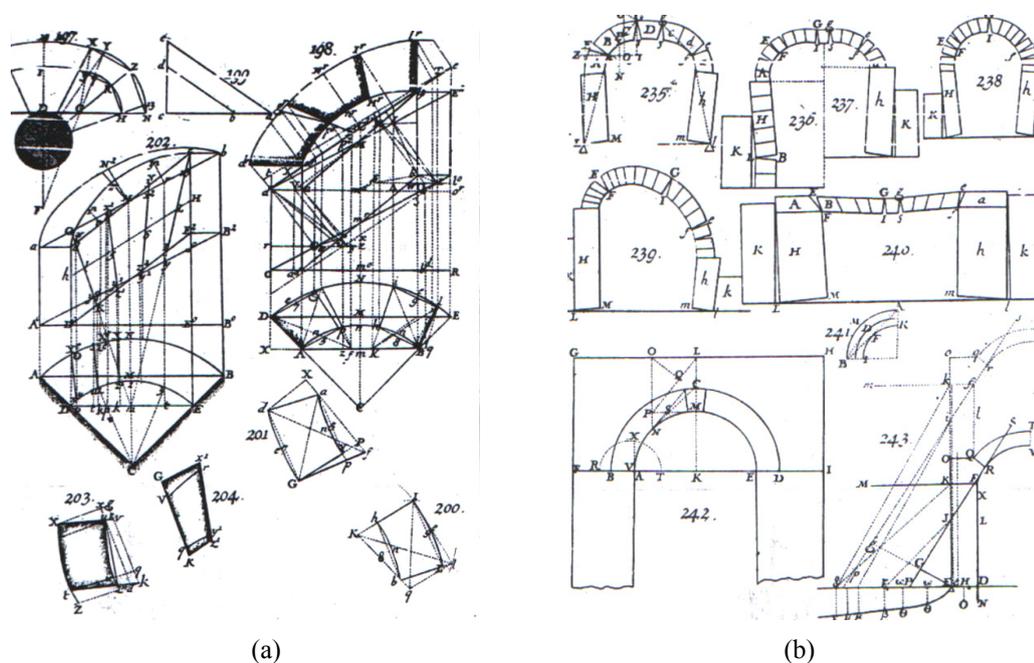


Figura 2.10 – Estereotomia aplicada à arquitectura (Pistone & Roccati, 1980): (a) arco rampante (Frézier); (b) critérios de segurança baseados numa interpretação cinemática dos mecanismo de rotura (Danyzy - 1732).

De facto, desde o século XVIII, que se considera o colapso de estruturas em arcos e abobadadas por formação de mecanismos à base de rótulas entre os blocos de alvenaria (pedras). Em 1733 Danyzy realizou os primeiros ensaios sobre pequenos modelos com aduelas de gesso, demonstrando que ao aplicar as cargas eram desenvolvidas depressões nos arcos através da formação de rótulas e não por deslizamento, contrariando os estudos realizados por Philippe de La Hire (Huerta, 2004). No entanto, só cerca de 40 anos mais tarde, Coulomb desenvolveria uma extensa base teórica sobre a formação daqueles mecanismos.

Foi Poleni que, em 1748, aplicou pela primeira vez o conceito da forma da catenária no estudo de uma estrutura real, a cúpula da Basílica de S. Pedro, em Roma (Horta & Carasco, 2002). Os estudos teóricos e práticos desenvolvidos no início do século XVIII, em França, permitiram a Poleni definir, de forma clara e explícita, a condição para a estabilidade de um arco de alvenaria: a linha de pressões deve localizar-se no interior da secção resistente (Heyman, 1995).

Nesse sentido, Poleni verificou a segurança da cúpula da Basílica de S. Pedro, utilizando o princípio da catenária. Com base no padrão de fissuração meridional existente, dividiu-a em cinquenta fatias e analisou a estabilidade de um arco equivalente constituído por duas fatias diametralmente opostas, ver Figura 2.11. Por sua vez, estas fatias foram divididas em 16 elementos para estimar as acções actuantes (Heyman, 1995).

Ao perfil invertido da secção do arco equivalente, Poleni sobrepôs-lhe uma catenária de uma corrente com 32 esferas de diâmetros proporcionais aos pesos e cargas de cada elemento. Ao verificar que o traçado da catenária invertida se situava no interior da secção do arco, Poleni conclui da estabilidade da cúpula, apesar da fissuração existente (Heyman, 1995). Desta forma, foi utilizado um dos importantes teoremas da teoria da análise limite, o teorema estático, enunciado séculos mais tarde por Heyman (Gago, 2004).

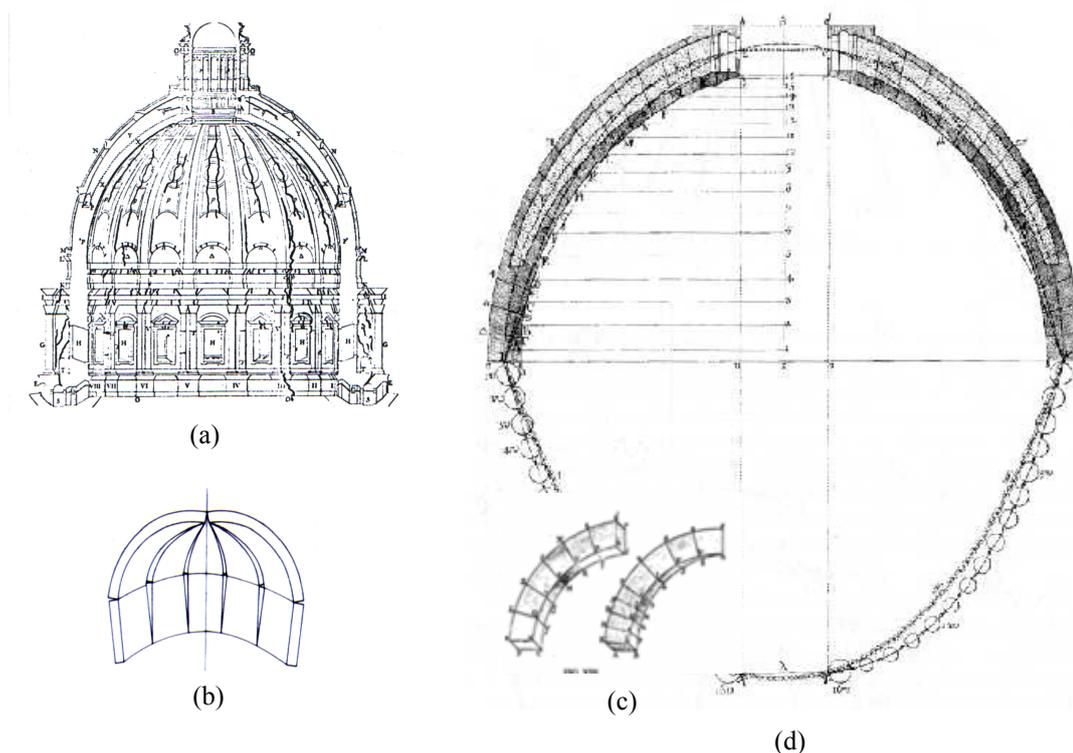


Figura 2.11 – Estudos de Poleni (1748) sobre a estabilidade da cúpula da Basílica de S. Pedro: a) padrão de fissuração (Crocì, 1979); (b) mecanismo de colapso (Ochsendorf, 2005); (c) fatias consideradas com base no padrão de fissuração e (d) arco equivalente (fatias diametralmente opostas) com a sobreposição de catenária invertida (Grave, 1998).

Coulomb, que em 1773 estabeleceu as bases da mecânica dos solos, desenvolveu estudos sobre a análise dos arcos, incluindo o mecanismo de colapso mais provável e os valores limites dos impulsos correspondentes. Coulomb concluiu que o único processo de geração daquele mecanismo era através da formação de rótulas (verificou que o atrito nas juntas era suficientemente alto para evitar deslizamentos relativos), ver Figura 2.12. Para não condicionar o problema, considerou suficientemente elevada a resistência do material (Gago, 2004).

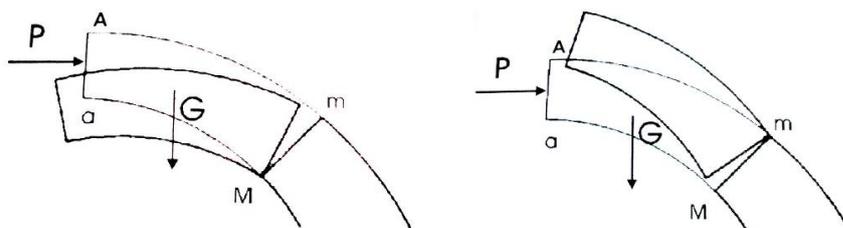


Figura 2.12 – Mecanismos limites considerados por Coulomb (Gago, 2004).

2.1.1.4 Século XVIII à actualidade

A partir do final do século XVIII foi possível usufruir de um conhecimento mais aprofundado dos materiais e da teoria mecânica relativamente desenvolvida (Pistone & Roccatti, 1980). No entanto, até ao século XIX continuaram a ser aplicadas regras de dimensionamento de arcos e abóbadas baseadas em (Horváth *et al*, 2001):

- semelhança com formas da natureza;
- conhecimento adquirido de construções anteriores;
- intuição;
- regras geométricas e de construção;
- regras mecânicas simples;
- modelos em escala reduzida, entre outros.

No século XIX, vários trabalhos foram desenvolvidos por Breyman e por Rondelet com base na estereotomia da pedra melhorada por meio de trabalhos de investigação experimental, ver Figura 2.13. Apesar das limitações metodológicas e das simplificações de cálculo, os trabalhos de Rondelet foram importantes pelo seguinte (Mateus, 2002):

- basearam-se numa das primeiras campanhas de ensaios efectuadas sobre modelos de arcos e abóbadas executados em escala reduzida;
- permitiram obter valores inferiores aos obtidos não só pelos métodos rudimentares tradicionais, mas também considerando os mecanismos de colapso de Philippe de La Hire;
- demonstraram pela primeira vez o carácter de “sobredimensionamento” dos métodos que os antecederam.

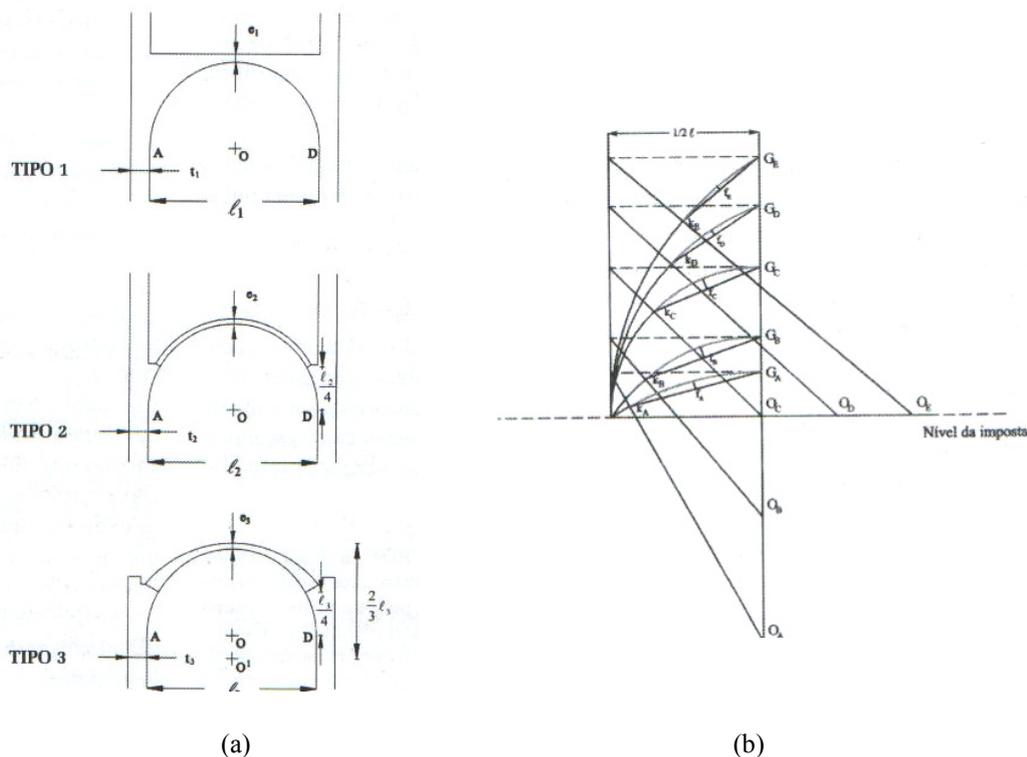


Figura 2.13 – Regras de cálculo de Rondelet (Mateus, 2002): (a) regras empíricas para diferentes tipos de abóbadas; (b) construção gráfica para cálculo da espessura na chave de abóbadas simétricas e rectas para diferentes perfis.

Entre 1830 e 1840, Moseley (na Inglaterra) e Méry (em França), de forma independente, formularam o conceito de “linha de pressões”, que se tornou uma ferramenta muito útil na verificação da estabilidade de arcos (Huerta, 2004). Méry desenvolveu uma metodologia de fácil aplicação através de procedimentos gráficos, tendo como princípio o funcionamento do arco totalmente comprimido. Para tal, admitiu que a “linha de pressões” se deveria situar no terço central da secção do arco.

A situação limite para a formação de um mecanismo de colapso corresponderia à passagem da linha de pressões pelos limites do terço central (Brogi, 1955), nomeadamente, no topo (extradorso) nos rins (intradorso), ver Figura 2.14. Os procedimentos de cálculo de Méry foram simplificados, 30 anos mais tarde, mediante a aplicação dos polígonos funiculares, tendo sido incorporados em todos os manuais da estática gráfica (Huerta, 2004).

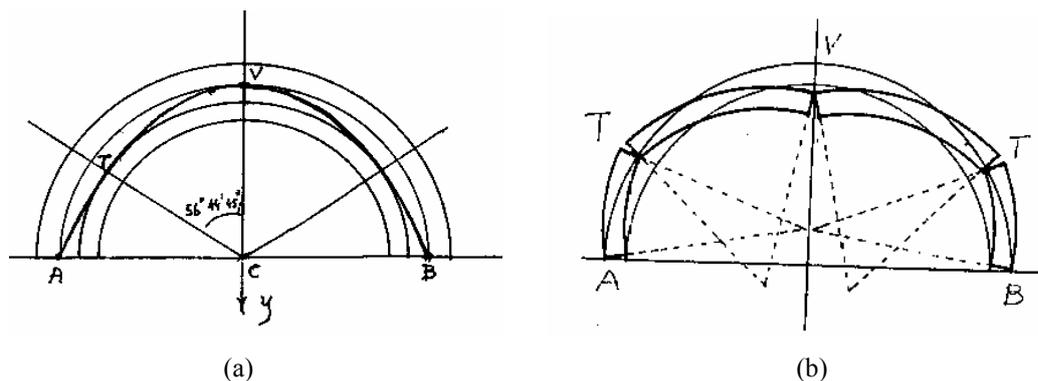


Figura 2.14 – Exemplificação dos estudos de Méry sobre o colapso de arcos (Brogi, 1955): (a) “linha de pressões” tangente aos limites do terço central da secção (fecho e rins); (b) modo de colapso correspondente.

Poncelet, em 1852, sugeriu a aplicação da teoria da elasticidade em arcos de alvenaria para obter uma solução única para o problema (Huerta, 2001). No entanto, os engenheiros manifestaram alguma relutância para assimilarem a alvenaria (heterogénea, anisotrópica e irregular) como um material elástico (uniforme e isotrópico).

Na década de 1860, algumas análises elásticas foram levadas a cabo, por exemplo, pelo engenheiro e arquitecto espanhol Saavedra (1860). Em 1879, Castigliano estendeu a aplicação da teoria da elasticidade a pontes de alvenaria (Huerta, 2001).

O estudo da análise elástica, aplicada aos arcos de alvenaria, foi realizado em profundidade por Winkler, em 1879. Após uma revisão de todas as teorias contemporâneas, concluiu que a análise elástica era a melhor opção. Não obstante, ele introduziu o conceito de “perturbações” que podem afectar a posição da linha de pressões, como por exemplo, deformações durante a construção e variações de temperatura (Huerta, 2001).

Winkler sabia que essas perturbações poderiam ser a origem de alguma fissuração, afectando significativamente a posição da linha de pressões em relação à calculada pela análise elástica (Huerta, 2001). Para tal, sugeriu formas de controlar a posição da linha de pressões durante a construção de arcos, ver Figura 2.15.

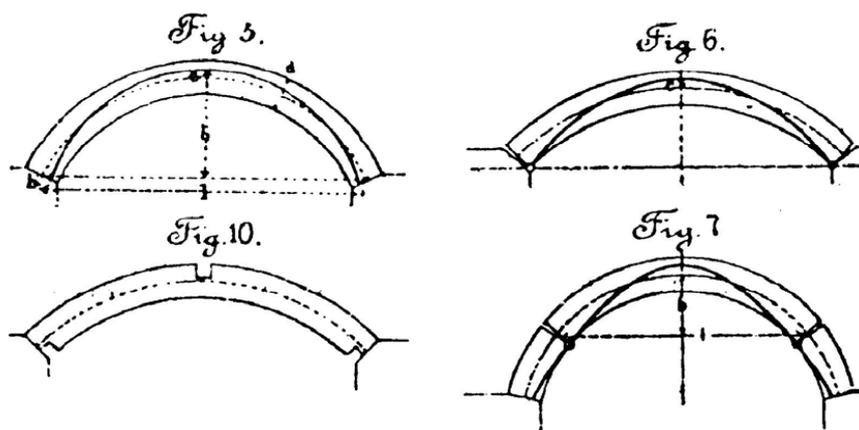


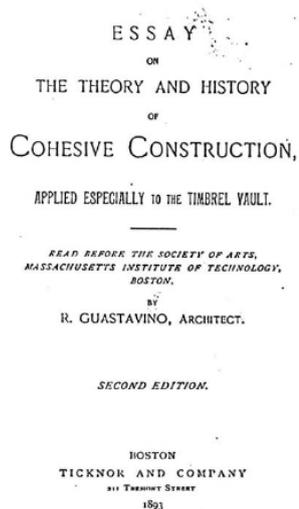
Figura 2.15 – Sistemas de Winkler para controlar o deslocamento da linha de pressões durante a fase construtiva (Huerta, 2001).

Após 1880, os engenheiros aceitaram a teoria da elasticidade e os esforços foram direccionados para a simplificação da metodologia de cálculo (Huerta, 2001). Contudo, por algumas dúvidas persistirem, foi levada a cabo uma investigação exaustiva com a realização de ensaios a arcos de pedra, tijolo e betão simples e armado (alguns com 23m de vão), ver Figura 2.16.



Figura 2.16 – Ensaio à rotura de um arco de betão (1895) (Huerta, 2001).

O arquitecto espanhol Rafael Guastavino desenvolveu um vasto estudo no âmbito da mecânica de abóbadas em tijolo, métodos de dimensionamento e análise de geometrias complexas, como escadas em espiral e ensaios de carga sobre estruturas reais e sobre modelos à escala reduzida, tendo publicado em 1893 o seu *Cohesive Construction* (Guastavino, 1893), ver Figura 2.17.



(a)



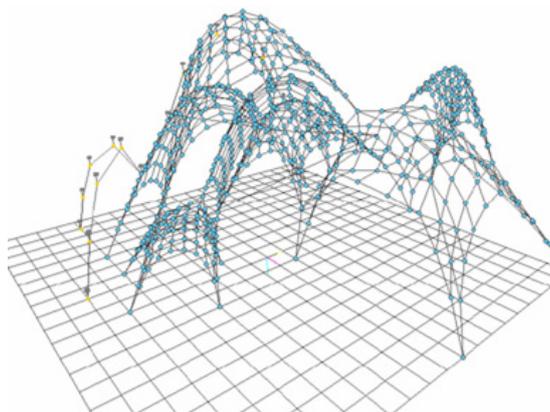
(b)

Figura 2.17 – Estudos realizados pelo Arquitecto Rafael Guastavino sobre abóbadas de tijolo: (a) *Cohesive Construction*, publicado em 1893 (Guastavino, 1893); (b) ensaio de carga em abóbada (Ochsendorf, 2005).

António Gaudí (1852-1926) desenvolveu a técnica baseada no sistema de catenárias para a concepção de estruturas complexas. Assim, construiu modelos espaciais através de um conjunto de catenárias, ligadas entre si, com as cargas reais simuladas por um conjunto proporcional de pesos, ver Figura 2.18.



(a)



(b)

Figura 2.18 – Igreja Colónia Güell de Gaudí (Chak *et al.*, 2002): (a) modelo espacial de catenárias (invertido); (b) modelo virtual.

Em 1898, Rankine salientou a importância do efeito favorável do enchimento no extradorso do arco para a estabilidade global da estrutura, defendendo que o vão efectivo

deveria ser diminuído (Gago, 2004). Só cerca de 60 anos mais tarde (1957) foram realizados ensaios em arcos reais que confirmaram esse efeito favorável.

Heyman, em 1966, estudou o problema associado à análise elástica: apesar de ser possível obter uma única solução (elástica), esta é muito sensível a pequenas variações das condições fronteira (Horta & Carasco, 2002). Heyman debruçou-se sobre a aplicação do método da análise limite às estruturas de alvenaria, na qual o arco é considerado dividido em blocos rígidos, indeformáveis, não sendo possível obter uma solução elástica para o seu comportamento (Heyman, 1995).

Heyman, ao estudar o comportamento dos arcos, verificou que seriam esperadas pequenas deformações no caso dos apoios não totalmente rígidos. Se o arco não colapsar, deverá acomodar internamente estes deslocamentos devido ao ligeiro aumento do vão. Concluiu que uma estrutura em arco, constituída por blocos rígidos, só poderia acomodar esse aumento de vão através da sua fissuração (Heyman, 1995), ver Figura 2.19.

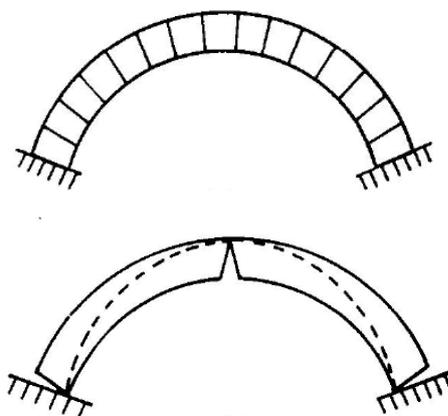


Figura 2.19 – Estado de equilíbrio de um arco fissurado devido ao afastamento dos apoios (Heyman, 1995).

Apesar da impossibilidade de determinar a real linha de pressões de um arco, é possível estabelecer o seu valor dentro de certos limites. Neste sentido, podem ser consideradas duas posições extremas para a linha de pressões, a que correspondem o limite mínimo e o limite máximo do impulso horizontal nos arranques (Heyman, 1995), ver Figura 2.20.

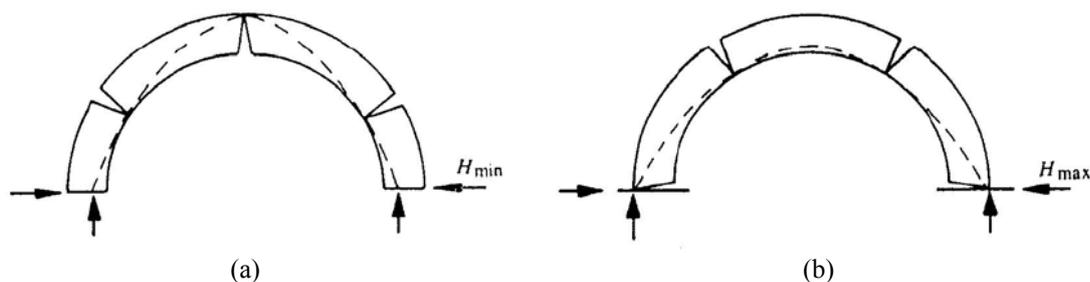


Figura 2.20 – Posição da linha de pressões devidas à fissuração de um arco semicircular sujeito ao peso próprio (Heyman, 1995): (a) limite mínimo; (b) limite máximo.

O teorema do limite mínimo, também conhecido por teorema estático, analisa os estados de equilíbrio de um arco, e estabelece que se para um determinado carregamento for possível identificar um estado de esforços internos em equilíbrio, que verifique o critério de resistência do material, esse carregamento é inferior à carga de colapso, garantindo a segurança da estrutura (Huerta, 2004).

A relevância do teorema estático reside no facto do estado de equilíbrio a analisar não necessita de ser o real, bastando apenas que seja um estado de equilíbrio possível. (Huerta, 2004). Desta forma, só com a teoria da análise limite, no século XX, os estudos de Poleni e de diversos autores dos séculos XVIII e XIX, foram fundamentados com uma base teórica (Gago, 2004).

Heyman estudou ainda a espessura mínima de arcos semicirculares e abatidos, sujeitos apenas ao peso próprio, por meio do quociente entre a espessura “ t ” e o raio de abertura “ R ”. Com esta relação t/R determinou o valor mínimo que permite incluir uma linha de pressões no perfil do arco, ver Figura 2.21. Assim, introduziu o conceito de coeficiente de segurança geométrico. A secção de ângulo β corresponde à secção de tangência da linha de pressões com o perfil do arco (extradorso dos rins). Para um arco semicircular ($\alpha=90^\circ$), essa secção é caracterizada por $\beta=60^\circ$ e por t/R igual a 0.106 (Mateus, 2002).

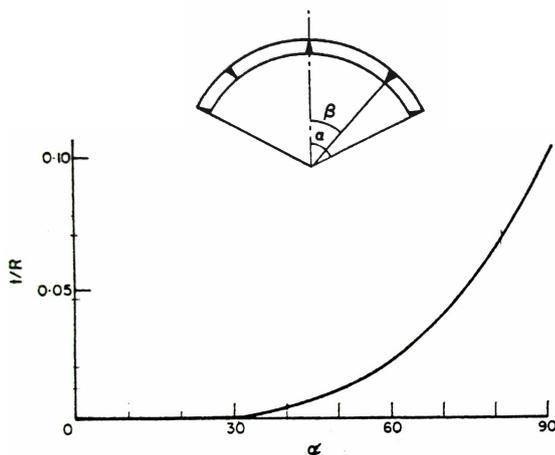


Figura 2.21 – Relação mínima t/R em função do ângulo de abertura (α) de arcos circulares (Heyman, 1995).

O coeficiente de segurança geométrico, definido por Heyman, é aplicável na avaliação da estabilidade de um arco ou abóbada existente e no dimensionamento plástico de novas estruturas curvas, podendo, este último, ser resumido nos seguintes passos (Mateus, 2002):

- para um dado perfil de intradorso é arbitrada uma espessura;
- construção de uma linha de pressões em equilíbrio com o peso próprio e as sobrecargas previstas;
- redução da espessura do perfil até que a linha de pressões seja tangente ao intradorso (espessura mínima);
- adoção de uma espessura superior em cerca de duas vezes à espessura mínima (valor recomendado por Heyman);
- cálculo do novo peso próprio devido à redução da espessura do perfil;
- verificação das tensões máximas de compressão.

Salienta-se que o coeficiente de segurança geométrico não é comparável com a noção habitual de coeficiente de segurança adoptada no dimensionamento corrente (Lourenço, 2001), devendo ser usado com cautela acrescida.

O declive da curva ilustrada na Figura 2.21 sofre um acréscimo significativo para valores do ângulo de abertura (α) superior a 30° . Para valores inferiores, o coeficiente de segurança geométrico aumenta significativamente, pois a espessura mínima admissível aproxima-se do zero ($t/R \approx 0$). Valores baixos do ângulo de abertura podem ser encontrados em arcos com material de enchimento suficientemente rígido, no extradorso, que impeça movimentos horizontais nessa zona. Assim, o enchimento traduz-se num efeito favorável na capacidade resistente de um arco (Gago, 2004).

O efeito favorável do enchimento foi demonstrado por Giuffré (1493-1543) quando reduziu o valor mínimo da relação $t/R=0.106$, encontrado por Heyman, para metade, ou seja, igual 0.053 (Mateus, 2002).

O teorema do limite máximo definido por Heyman, também conhecido por teorema cinemático, estuda os modos de colapso de uma estrutura, e estabelece que para um determinado mecanismo, escolhido de forma arbitrária, a carga de colapso é superior (ou igual, se o mecanismo for o correcto) à carga de colapso real (Huerta, 2004). A aplicação deste teorema tem como objectivo determinar o valor da carga de colapso, admitindo que este ocorre se for possível identificar uma configuração de colapso cinematicamente admissível. Salienta-se que caso o colapso não se verifique para uma determinada distribuição de rótulas não significa que o arco seja seguro. Pode existir outra configuração distinta que conduza ao colapso (Huerta, 2004).

Na Figura 2.22 apresenta-se um exemplo de aplicação do teorema cinemático na verificação da segurança do Coliseu de Roma, sujeito às cargas verticais. Não considerando a deformabilidade do solo e a interacção solo-estrutura, foram admitidos dois mecanismos de colapso possíveis (Como *et al.*, 2001): rotação da parede exterior (b) e rotação conjunta da parede interior e exterior (c) e (d). Os valores das respectivas cargas de colapso λq_i são também apresentadas.

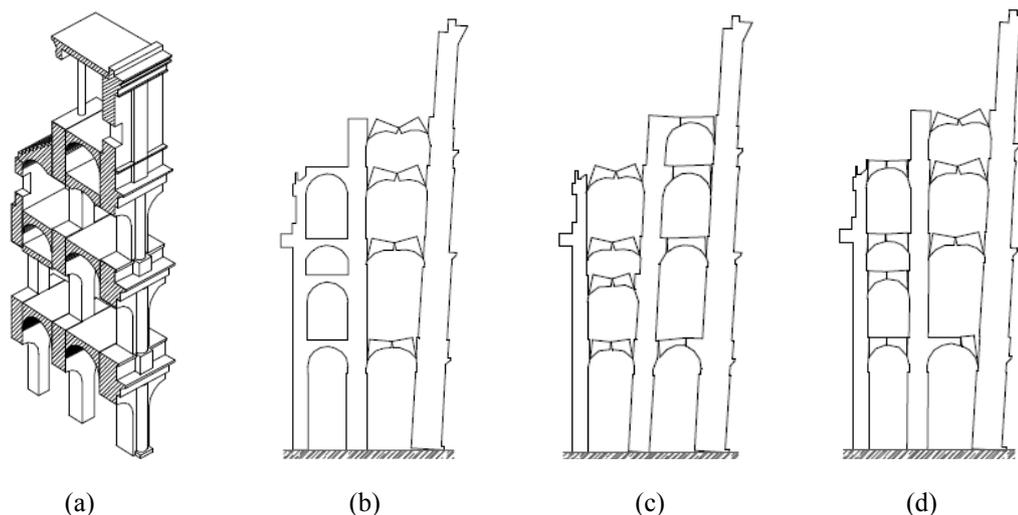


Figura 2.22 – Análise limite (teorema cinemático) do Coliseu de Roma (Como et al., 2001): (a) módulo analisado; (b) mecanismo por rotação da parede exterior ($\lambda_{q_b} = 11,47\text{KN/m}^2$); (c) e (d) mecanismos por rotação da parede interior e exterior ($\lambda_{q_c} = 29,45\text{KN/m}^2$ e $\lambda_{q_d} = 16,56\text{KN/m}^2$).

Nas últimas décadas, assistiu-se ao desenvolvimento e à evolução das capacidades computacionais, o que possibilitou a análise de estruturas com uma reduzida margem de erro. Esta evolução popularizou a utilização dos elementos finitos na análise de estruturas históricas (complexas). De uma forma simplificada, a representação das estruturas pode ser baseada na micro-modelação, com a modelação dos componentes individuais ou na macro-modelação, em que a modelação da alvenaria é feita como um material composto (Lourenço, 1998). Em função da margem de erro e do grau de refinamento pretendido, é possível adoptar as seguintes estratégias de modelação (Lourenço, 1998), ver Figura 2.23:

- Micro-modelação detalhada: as unidades de alvenaria e o material de junta são representados por elementos contínuos e as superfícies de interface por elementos descontínuos;
- Micro-modelação simplificada: unidades de alvenaria “expandidas” são representadas por elementos contínuos onde o comportamento do material de junta e das superfícies de interface são representadas por elementos descontínuos;
- Macro-modelação: não é considerada a distinção entre os componentes individuais e as unidades de alvenaria, o material de junta e as superfícies de interface são modeladas num meio contínuo homogéneo e anisotrópico.

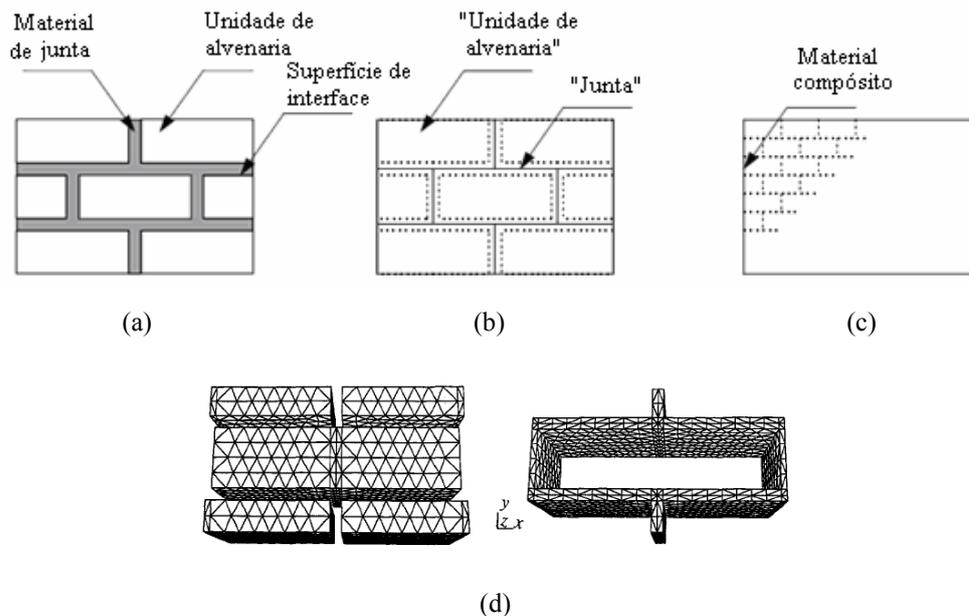


Figura 2.23 – Estratégias de modelação para estruturas de alvenaria (método dos elementos finitos), (Lourenço, 1996): micro-modelação detalhada (a) e simplificada (b); (c) macro-modelação; (d) malha de elementos finitos de uma célula básica (à esquerda as unidades de alvenaria e à direita o material de junta).

O elemento fundamental nas duas metodologias de micro-modelação é o elemento de interface, de espessura nula, que traduz a separação entre os componentes individuais e representa potenciais fissuras ou superfícies de escorregamento (Lourenço, 1998). As três estratégias de modelação estrutural apresentadas não podem ser encaradas como alternativas porque têm diferentes campos de aplicação. A micro-modelação é fundamental para estudar o comportamento local de estruturas de alvenaria, enquanto que a macro-modelação é desejavelmente aplicável nas situações em que as tensões ao longo dos elementos são essencialmente uniformes, sendo muito valiosa quando existe o compromisso entre precisão e eficiência (Lourenço, 1998). Salienta-se que, para a correcta modelação de estruturas de alvenaria, é requerido um extenso trabalho experimental que permita definir os valores dos parâmetros que constituem os modelos materiais (Lourenço, 1998).

O recurso à análise não-linear permite reproduzir o comportamento de uma estrutura, incluindo comportamento elástico linear, fissuração, esmagamento e o seu colapso e simular e combinar as diferentes manifestações de não linearidade (física, geométrica e de contacto). Apesar de ser uma ferramenta potente e importante para estudar o

comportamento estrutural das construções, ver Figura 2.24, não deve ser implementada como uma prática geral para todas as construções (Lourenço, 2001).

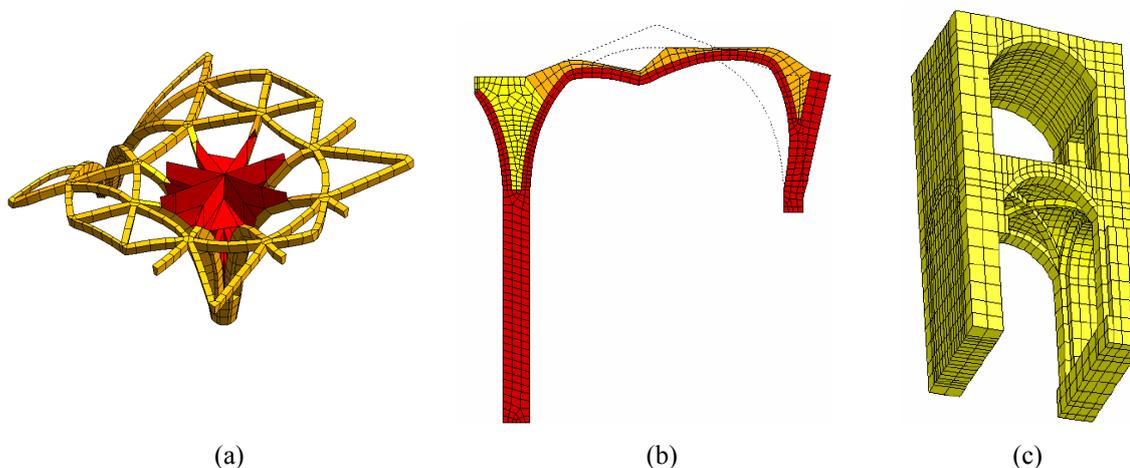


Figura 2.24 – Exemplos de aplicação do método dos elementos finitos: (a) pormenor da ligação tridimensional entre elementos na zona do capitel de abóbada da nave e (b) análise, no plano, da abóbada do transepto da Igreja do Mosteiro dos Jerónimos (Lourenço, 2004); (c) modelo tridimensional do Claustro do Mosteiro de Salzedas (Lourenço, 2001).

Uma análise mais simplificada, como a análise limite, pode tornar-se numa ferramenta muito útil para as construções do dia-a-dia, como os edifícios em centros históricos. No entanto, não poderá ser dispensada a validação desses modelos (Lourenço, 2001). Recentemente, tem-se verificado o desenvolvimento de ferramentas amigáveis para o utilizador, tendo em vista a análise de estruturas de alvenaria em arco, resultando numa economia de tempo significativa com resultados bastante rigorosos (RING, 2005).

Refere-se ainda o método dos elementos discretos, originalmente utilizado para a modelação de maciços rochosos (fracturados ou não), desenvolvido para a análise de estruturas constituídas por partículas ou blocos (Azevedo & Sincaian, 2002). Este método caracteriza-se principalmente por permitir deslocamentos e rotações finitas de corpos discretos e permitir, durante a análise, o reconhecimento de novos contactos entre corpos e a eliminação de contactos obsoletos (Gago, 2004). Assim, é possível simular o destacamento completo de corpos inicialmente em contacto.

O método dos elementos discretos é especialmente adequado para problemas em que parte significativa da deformação ocorre pelo deslocamento relativo entre os corpos que

constituem uma estrutura (Azevedo & Sincaian, 2002). Os corpos discretos podem ser modelados como rígidos ou deformáveis, admitindo-se a hipótese de corpos rígidos suficientemente realista quando os níveis de deformações desses elementos são reduzidos em comparação com a deformação das juntas (Gago, 2004). Nesse sentido, as estruturas de alvenaria fornecem uma aplicação natural para este tipo de técnica, uma vez que a deformação e os modos de colapso destas estruturas são fortemente dependentes do comportamento das juntas (Azevedo & Sincaian, 2002), ver Figura 2.25.

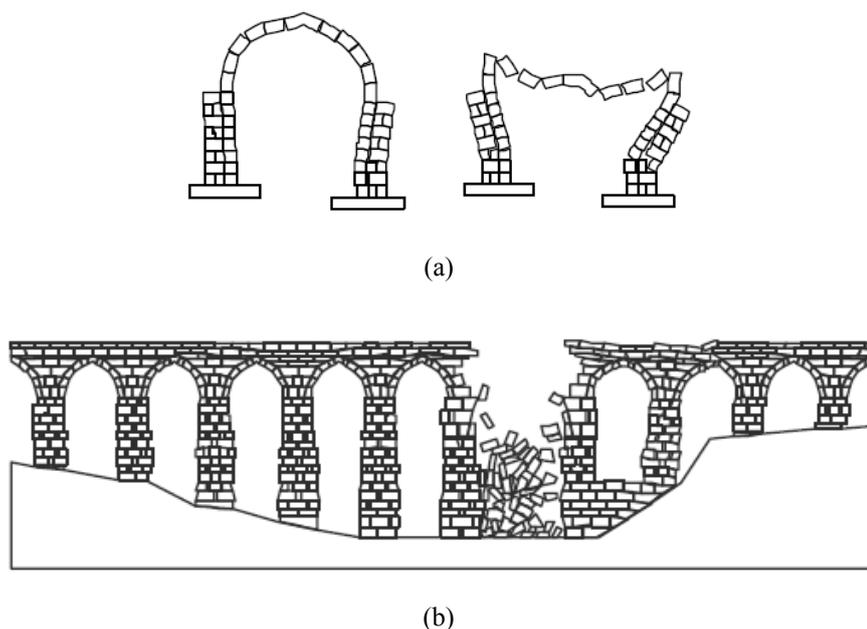


Figura 2.25 – Exemplo de aplicação do método dos elementos discretos na análise sísmica de estruturas de alvenaria (Azevedo & Sincaian, 2002): (a) modo de colapso de um arco ogival, incluindo o assentamento de apoio; (b) modo de colapso longitudinal de trecho do Aqueduto das Águas Livres de Lisboa.

Assim, o método dos elementos discretos, ao considerar a deformabilidade dos blocos, aproxima-se dos modelos descontínuos de elementos finitos com a modelação simplificada das “juntas” entre as unidades de alvenaria (Gago, 2004). A principal diferença entre a micro-modelação simplificada e o método dos elementos discretos, à parte das técnicas de solução de ambos os métodos, reside na modelação do contacto entre os corpos (Gago, 2004): no método dos elementos finitos são adoptados elementos de interface e no método dos elementos discretos contactos pontuais.

2.2 Conclusões do capítulo

Os construtores da Idade Média e do Período Gótico foram capazes de aplicar regras geométricas, desenvolvidas ao longo dos séculos, na construção de elementos estruturais através de métodos de tentativa e erro. Os “mestres” do Período Gótico dispunham de uma “ciência” baseada na geometria: é a forma que garante o equilíbrio. As suas regras de dimensionamento estrutural baseavam-se, em geral, nas proporções entre os elementos (por exemplo, a profundidade de um contraforte como uma fracção do vão). A utilização de regras de proporção prolongou-se até à primeira metade do século XX.

A análise de estruturas complexas de alvenaria dificulta a tarefa de modelação e de adopção de esquemas estruturais simplificados. Modelos constituídos por blocos rígidos, com as mesmas proporções que as estruturas reais, são adequados para o estudo do fenómeno de equilíbrio. A base teórica existe, denomina-se análise limite e parte dos seguintes pressupostos: resistência nula à tracção; resistência infinita à compressão; deslizamento nulo entre blocos. No final da análise esses pressupostos podem ser verificados para assegurar que as estruturas não estão em risco de escorregamento ou rotura por compressão do material.

O método da análise limite obriga a diversas simplificações e a muito engenho para estudar estruturas complexas, pelo que encontra vasta aplicação essencialmente na resolução de problemas específicos, como pontes ou arcos e abóbadas simples de alvenaria. A análise estrutural com elementos finitos permite reproduzir o comportamento de uma estrutura, incluindo comportamento elástico linear, fissuração, esmagamento e o seu colapso, e continua a ser particularmente eficaz no estudo de estruturas complexas, quer recorrendo a uma discretização em blocos, quer assumindo um contínuo homogéneo. A análise com elementos discretos, por permitir deslocamentos elevados e rotações com destacamentos e detecção de novos contactos, revela-se adequada para o estudo do comportamento de estruturas de alvenaria até ao completo colapso, ainda que exija uma representação da estrutura em macro-blocos.

3 Concepção, construção e análise do comportamento de arcos e abóbadas

Neste capítulo são abordados alguns dos aspectos mais relevantes na concepção e construção de abóbadas de alvenaria de pedra, em particular, de abóbadas góticas (perfil ogival). Posteriormente, são apresentados os danos estruturais tipo para diferentes perfis de arcos e abóbadas.

3.1 Concepção estrutural de abóbadas góticas

O conhecimento estrutural foi codificado na forma de regras práticas (Huerta, 2006). Existiam regras para obter, por exemplo, a dimensão dos contrafortes ou da secção transversal das nervuras tal como se discutiu no Capítulo 2. Pela sua natureza, são específicas e pertencem a um certo tipo estrutural. A aplicação de regras góticas de proporção a um edifício do Renascimento, por exemplo, iria conduzir ao desastre: o impulso de uma abóbada de ogiva pode ser inferior a metade do impulso de uma abóbada de berço renascentista. Períodos de transição foram críticos e, de facto, existem testemunhos documentais em tratados e no registo de patologias de construções associadas ao uso de regras inadequadas (Huerta, 2006).

Na tentativa de racionalizar o conhecimento sobre a condução de cargas e de desenvolver menores espessuras de abóbadas (menos peso e, como tal, um menor impulso horizontal sobre os apoios), foi desenvolvida a abóbada de aresta por intersecção, em ângulo recto, de duas abóbadas de berço, originando arestas salientes no intradorso concorrentes numa zona de fecho comum, ver Figura 3.1.

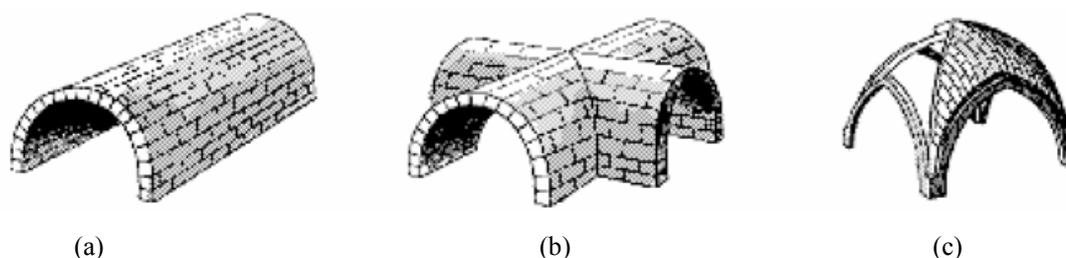


Figura 3.1 – Exemplo da geometria de três abóbadas tipo: (a) berço ou cilíndrica; (b) aresta; (c) ogiva nervurada.

As abóbadas de aresta são a forma mais simples de uma estrutura de cobertura em alvenaria, que pode ser suportada apenas em pilares, permitindo paredes laterais com menor espessura ou com aberturas junto ao topo. Os Romanos desenvolveram um sistema de construção compósita, usando uma camada de tijolo como cimbra perdida, sobre a qual a abóbada de aresta (sem nervuras) se desenvolvia. Os benefícios deste sistema perderam-se ao identificar os pontos fracos da estrutura: as zonas de intersecção diagonais (Theodossopoulos & Sinha, 2004). De facto, nestas zonas de descontinuidade seriam de esperar concentrações de esforços, devendo ser reforçadas (Heyman, 1995).

Nas abóbadas de aresta, existiam ainda dificuldades geométricas inerentes ao corte das pedras (estereotomia) das diagonais (Heyman, 1995). Estas dificuldades eram largamente acrescidas em abóbadas de base rectangular, e não quadrada, resultantes da intersecção de abóbadas de berço com vãos diferentes. No caso da intersecção de abóbadas de berço com diferentes raios (alturas diferentes) a tarefa era também dificultada. Face a estes cenários, os arquitectos Romanos iniciaram a construção de abóbadas de aresta elevando arcos de alvenaria na zona das diagonais. Aqueles eram embebidos, total ou parcialmente, nas lajetas de alvenaria, o que permitiria o corte das arestas de forma independentemente.

De facto, foi um pequeno passo para a construção de arcos de aresta como nervuras independentes, e para a colocação das lajetas de alvenaria no extradorso das nervuras. Esta metodologia permitira o corte menos cuidado das lajetas concorrentes nas diagonais, uma vez que as juntas irregulares seriam preenchidas com argamassa e ocultas no extradorso das nervuras.

As nervuras têm a função estrutural de assegurar a transmissão dos esforços para os apoios e funcionar como um reforço nas zonas de descontinuidades (diagonais), permitindo obter um nível de tensões baixo e uniforme na casca, ver Figura 3.2. As nervuras permitem ainda ligar os pontos de apoio nas direcções transversal, longitudinal e diagonal (Theodossopoulos & Sinha, 2004), traduzindo-se num incremento de rigidez de toda a estrutura abobadada (Heyman, 1995).

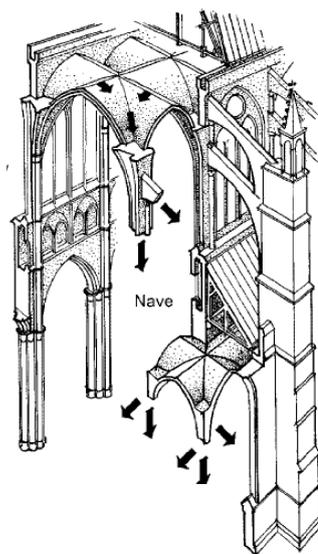


Figura 3.2 – Representação esquemática da condução das cargas em abóbadas ogivais nervuradas (Theodossopoulos & Sinha, 2004).

As abóbadas de ogiva nervuradas eram construídas sobre plantas idênticas às das abóbadas de aresta e descarregavam, em geral, em arcos periféricos apoiados em pilares situados nos vértices de cada aresta, ver Figura 3.3. As intersecções dos quartos de abóbada eram formadas por tramos de arco de ogiva e as zonas de intersecção eram, por isso, desenhadas como arcos independentes. Estas abóbadas apresentavam diversas variantes consoante a utilização de três, quatro, seis ou oito divisões com planta oblonga ou trapezoidal (Mateus, 2002), ver Figura 3.4.

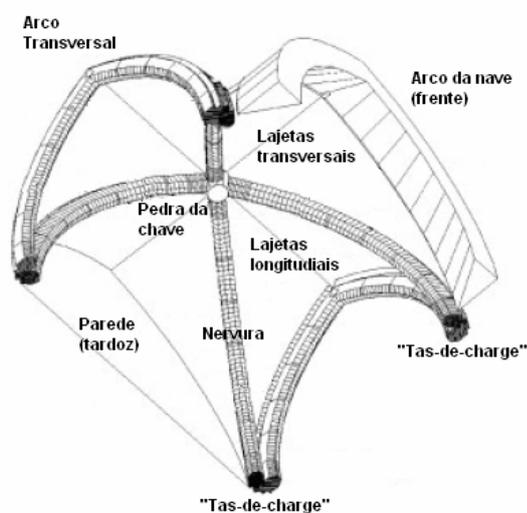


Figura 3.3 – Exemplo dos elementos constituintes de uma abóbada de cruzeiro ogival tipo, perspectiva inferior (adaptado de Theodossopoulos & Sinha, 2004).

Mais complexo, era o traçado das abóbadas ogivais com nervuras adicionais como os liernes e terciarões que dividiam as abóbadas ogivais numa rede de compartimentos, ver Figura 3.5. Os liernes partiam das chaves das abóbadas e terminavam no ponto mais alto dos terciarões, dos arcos mestres ou dos arcos formeiros, sendo localizados na linha de fecho (que unia os pontos mais altos do intradorso de cada um dos quartos).

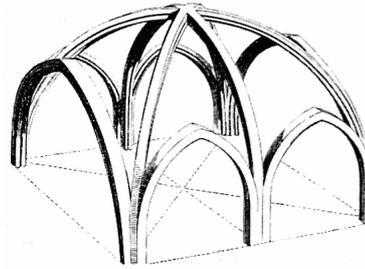


Figura 3.4 – Abóbada ogival de seis divisões e arcos múltiplos (adaptado de Mateus, 2002).

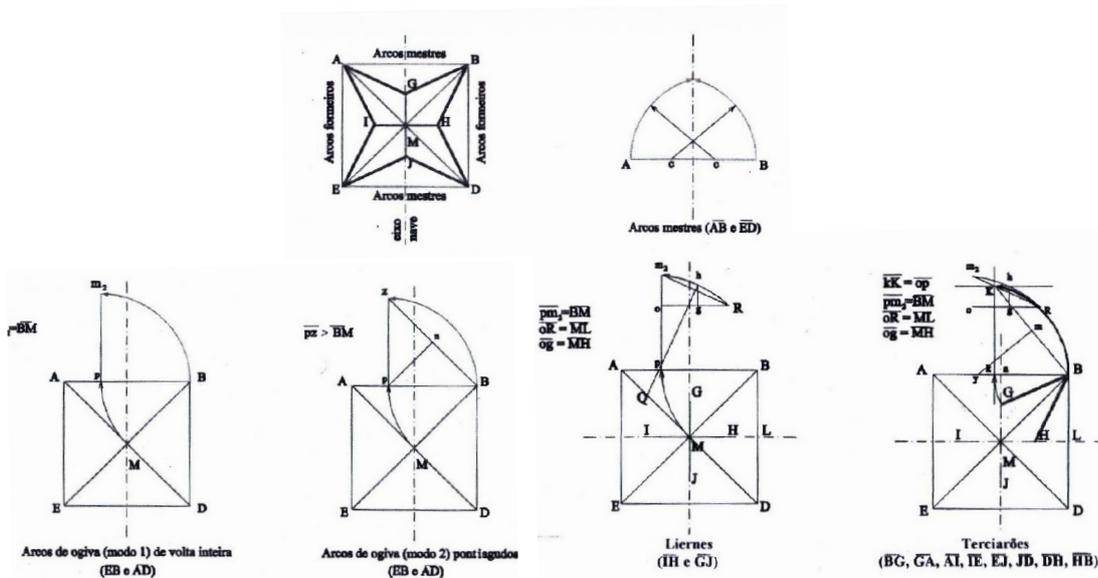


Figura 3.5 – Construção geométrica de uma abóbada ogival de liernes e terciarões (Mateus, 2002).

3.2 Técnicas construtivas de abóbadas góticas

No tratado de Arquitectura de Rodrigo Gil de Hontañon (1500-1577) é feita uma descrição do processo construtivo de uma abóbada gótica tipo designada por *bóveda baída*, ver Figura 3.6, salientando que “...a informação pode ser difícil de compreender caso não se possua experiência teórica e prática, não se for um canteiro de profissão, ou nunca se ter estado presente no momento do fecho de uma abóbada nervurada” (Huerta, 2006).

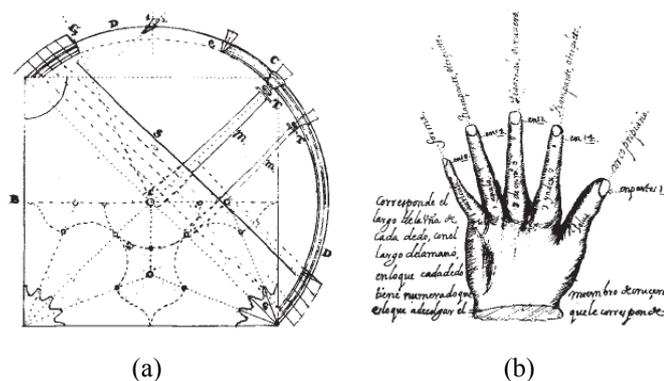


Figura 3.6 – Construção de uma abóbada de ogiva nervurada (Huerta, 2006): (a) representação típica em planta e alçado dos elementos constituintes; (b) analogia entre os dedos de uma mão e as nervuras.

O tratado de Rodrigo Gil define a construção de uma plataforma de madeira ao nível da *tas-de-charge* como a primeira operação a realizar (Huerta, 2006). A planta da abóbada era então desenhada sobre essa estrutura e a posição final das pedras de chave definida com a colocação de prumos de madeira para referência altimétrica. Seguidamente, eram construídos os cimbres de madeira entre as diversas chaves, colocadas as nervuras e por fim, colocadas as lajetas de pedra entre as nervuras. O esqueleto constituído pelas nervuras funciona como cimbra permanente. As nervuras e as pedras de chave devem ter as dimensões adequadas para que o esqueleto esteja em equilíbrio, não apenas no final, mas também durante o processo de construção (Huerta, 2006).

Com base na descrição feita por Rodrigo Gil, foi idealizado o faseamento construtivo das abóbadas da nave da Igreja do Mosteiro dos Jerónimos (Genin, 2001), ver Figura 3.7:

1. a construção teria sido realizada “vão a vão” com início nos arcos transversais; é visível a plataforma de trabalho e, sobre ela, o desenho, em planta, dos arcos transversais (a);
2. construção dos arcos longitudinais (b);
3. com a definição da geometria octogonal no centro, a construção terminaria com a colocação da chave central (c);
4. por razões práticas, as restantes nervuras das naves colaterais seriam construídas por último (d), atendendo à eventual necessidade de circular e de colocar “gruas” sobre as paredes para elevação dos blocos de pedra; após a conclusão das nervuras, seriam colocadas as lajetas de pedra;

5. a colocação das lajetas de pedras era iniciada na zona das colunas para o exterior, de forma simétrica, garantindo o carregamento uniforme dos cimbres e das juntas entre blocos (e);
6. o volume tronco cónico formado pelo arranque das nervuras acima de colunas e de paredes era preenchido com alvenaria ordinária, e o extradorso coberto com uma fina camada de argamassa, conferindo estabilidade e solidez à estrutura;
7. a manutenção dos cimbres de madeira, após a conclusão dos trabalhos, para garantir a presa da argamassa, era aproveitada para decorar as pedras das chaves.

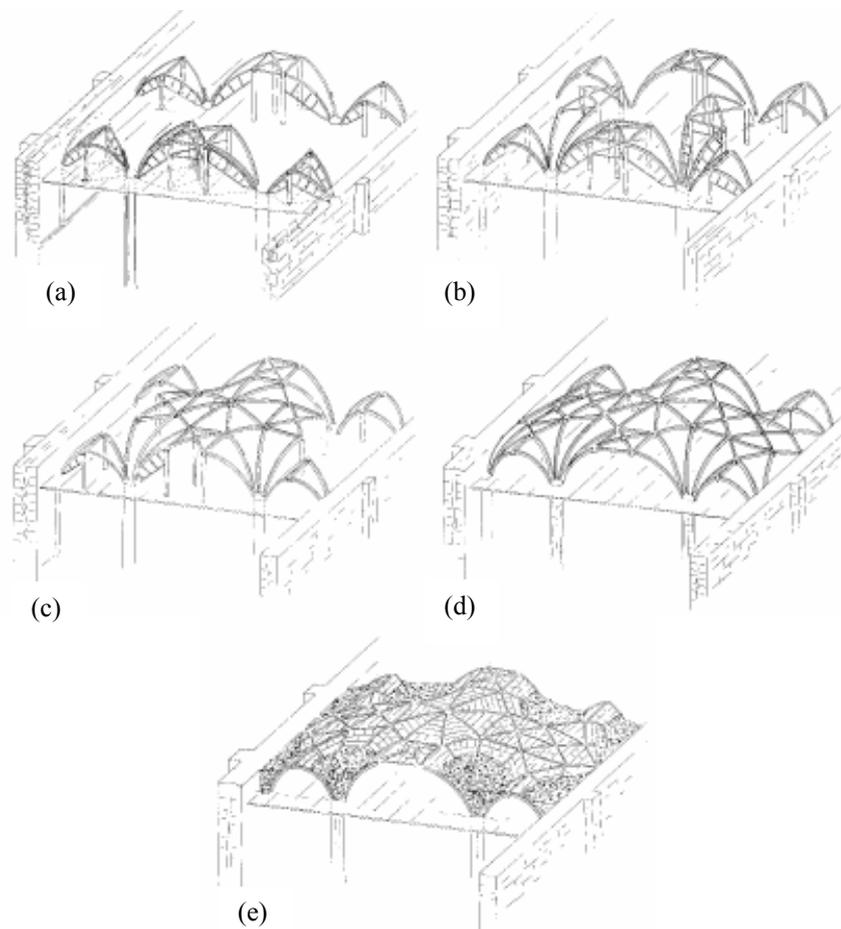


Figura 3.7 – Representação esquemática do possível sistema de construção da nave da Igreja do Mosteiro dos Jerónimos (Genin, 2001): (a) arcos transversais; (b) arcos longitudinais; (c) octógono da nave central; (d) nervuras da nave colateral; (e) lajetas de pedra com revestimento fino de argamassa (extradorso) e enchimento de alvenaria ordinária na zona de arranque das nervuras.

O volume tronco cónico acima do arranque das nervuras de canto era, em geral, preenchido com um material de enchimento, ver Figura 3.8. Apesar de este funcionar como uma massa estabilizante, a sua função principal era permitir o caminho da resultante de esforços de compressão para o contraventamento exterior da abóbada, quando aquela sai do perfil da secção das nervuras diagonais.

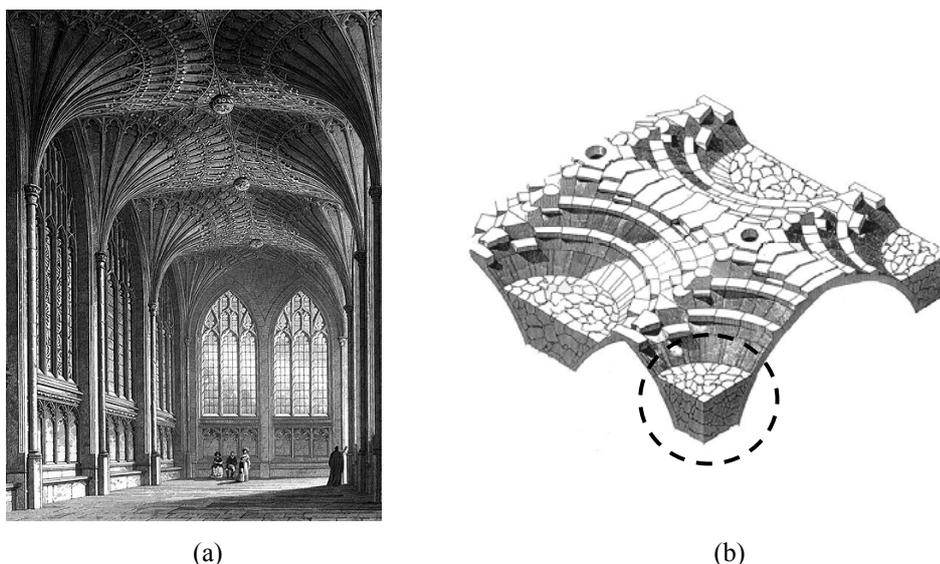


Figura 3.8 – Retrocoro da Catedral de *Peterborough*: (a) vista inferior (PEVSNER 2004) ; (b) extradorso de abóbada (a tracejado é evidenciado o material de enchimento sobre o arranque das nervuras) (Heyman, 1995).

Salienta-se que a contabilização, ou não, do material de enchimento no interior do volume tronco cónico (sobre o arranque das nervuras), pode alterar significativamente o valor da componente horizontal do impulso nas estruturas de suporte (Heyman, 1995). Refere-se o cálculo feito por Heyman para a Capela de *King's College*, onde obteve um valor do impulso horizontal de 16 toneladas, para cada estrutura de suporte, ao não considerar o material de enchimento, valor reduzido para 10 toneladas, caso contrário.

Em abóbadas de ogiva, as lajetas de pedra poderiam ser executadas, em geral, com dois tipos de aparelhos, ver Figura 3.9 (Mateus, 2002; Heyman, 1995):

- o aparelho por fiadas longitudinais ou por bancadas (*French way*) – em que as juntas dos leitos dos blocos são paralelas à linha de fileira ou fecho;

- o aparelho por travessões ou barrotins (*English way*) – com as fiadas dispostas obliquamente em relação aos eixos principais das abóbadas, reunindo-se duas a duas, em V, sobre as linhas de fileira.

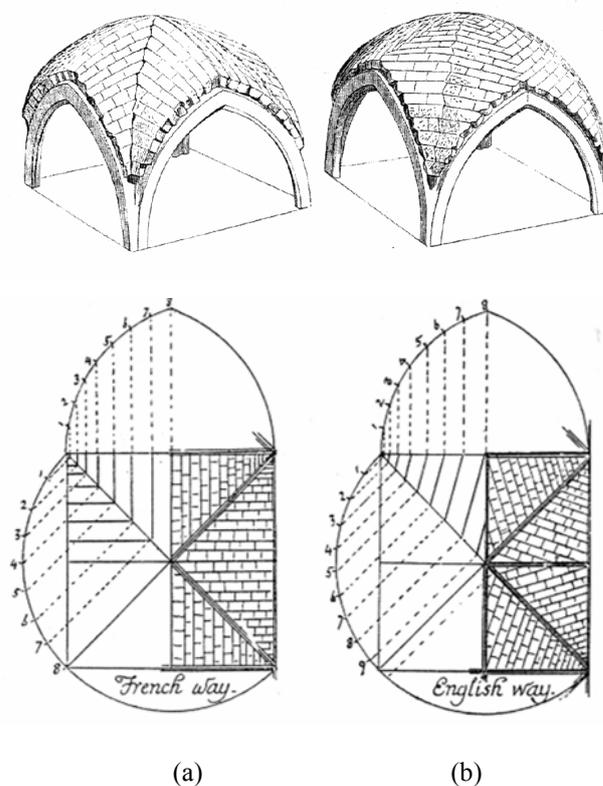


Figura 3.9 – Tipos de aparelhos possíveis em abóbadas de ogiva (Mateus, 2002; Heyman, 1995): (a) por fiadas longitudinais ou por bancadas (*French way*); (b) por travessões ou barrotins (*English way*).

Na Figura 3.10, é possível observar o registo fotográfico, datado de 1941/1942, referente à construção de uma abóbada de ogiva nervurada do Mosteiro dos Jerónimos, provavelmente a abóbada exterior adjacente à entrada da Igreja. Verifica-se que a zona oculta das nervuras (acima das lajetas de pedra) pode atingir uma altura aproximadamente igual à parte visível, ainda que, com largura da secção transversal inferior. A geometria do topo das pedras de chave é conformada (em cruz) com o alinhamento das nervuras.

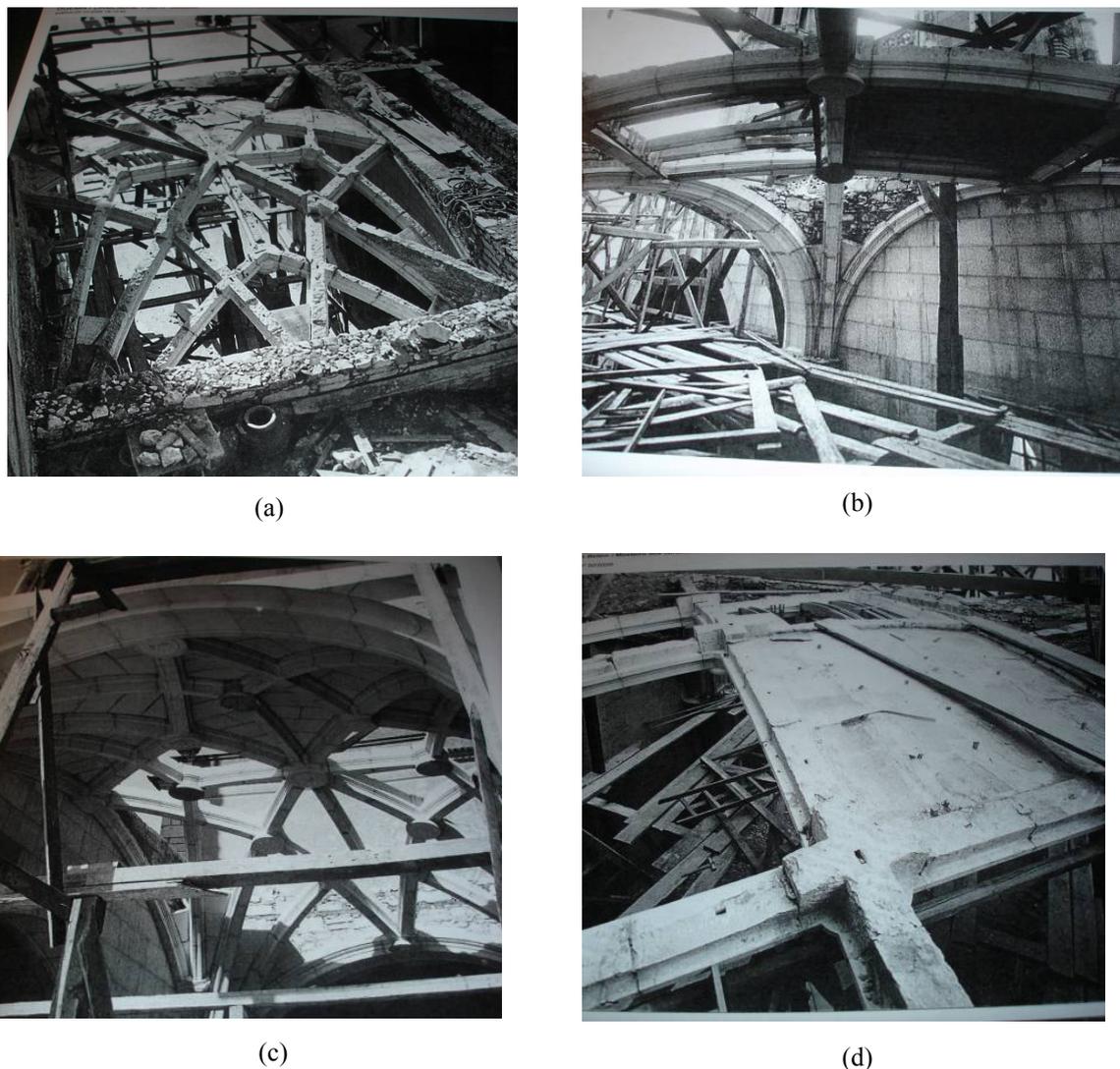


Figura 3.10 – Construção de abóbada nervurada no Mosteiro dos Jerónimos, datada de 1941/1942 (fonte: DGEMN).

Salienta-se um factor fundamental que torna complexa a construção deste tipo de abóbadas (Hill & David, 1995): a curvatura das nervuras não é, em geral, constante ao longo do seu desenvolvimento obrigando a um planeamento detalhado da geometria e da construção, ver Figura 3.11. Neste exemplo, encontram-se representadas as curvaturas de três nervuras: adjacente a uma parede (troço AB), intermédia (troço AE) e diagonal (troço AG). Por simplificação, admite-se a pedra de fecho das três nervuras à mesma cota, ou seja, $BH=EI=GJ$.

As cotas D, F, K acima das linhas AB, AE e AG, respectivamente, representam os pontos de separação das nervuras na zona de arranque (*tas-de-charge*). A construção da nervura

adjacente à parede (corda S1-H) foi feita com um arco de circunferência com centro em C. Para o desenho de cada uma das restantes nervuras foi necessário traçar dois arcos de circunferência, ver Figura 3.12:

- nervura intermédia (corda S2-F com centro em C2 e corda F-I com centro em C3);
- nervura diagonal (corda S3-K com centro em C4 e corda K-J com centro em C5).

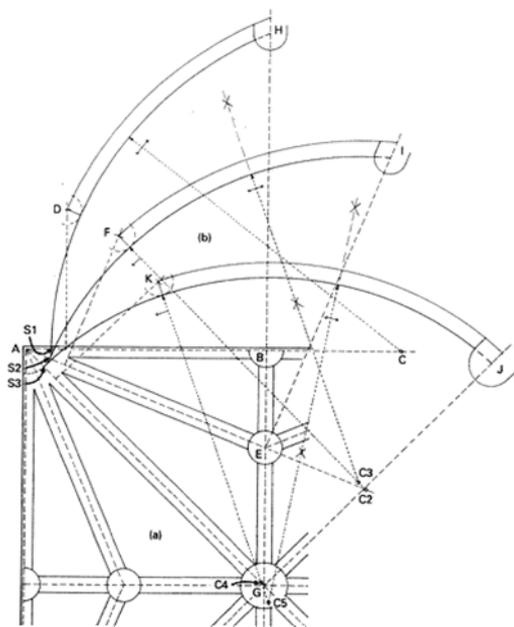


Figura 3.11 – Exemplo da construção geométrica de $\frac{1}{4}$ de abóbada nervurada (Hill & David, 1995).

Uma vez desenhadas as nervuras, passava-se à sua divisão em blocos ou aduelas (Mateus, 2002). Estas operações variavam segundo a forma geométrica das estruturas e, sempre que se utilizava a pedra talhada, constituíam o “traço do aparelho”. A operação de “aparelhar” consistia na aplicação de um número limitado de regras a inúmeras situações e às formas geométricas pretendidas (Mateus, 2002).

A operação que envolve a definição da geometria de um bloco de pedra necessita também de cuidados especiais, dada a responsabilidade envolvida, em particular, num bloco curvo e em rampa, ver Figura 3.13. Após a colocação das pedras das chaves, os blocos que constituem as diferentes nervuras que a ela confluem, devem ter as dimensões exactas que

garantam o equilíbrio do conjunto. Caso contrário, todo o trabalho despendido no corte da pedra teria sido inútil.

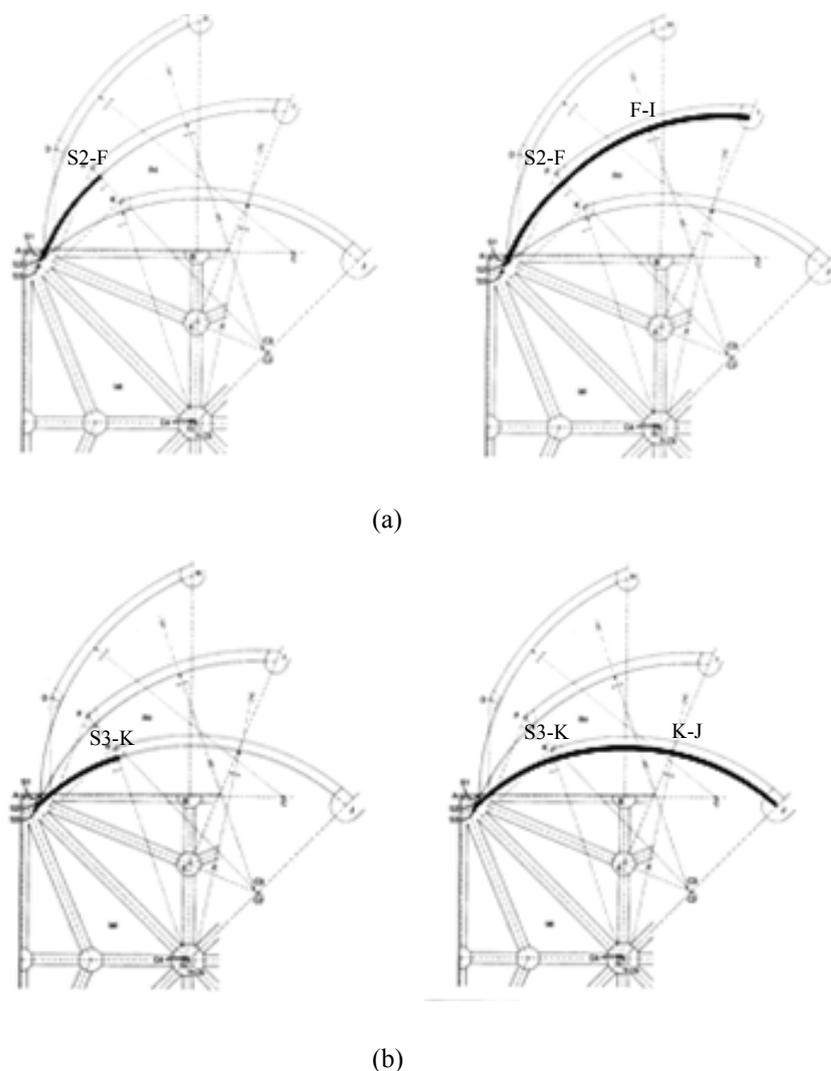


Figura 3.12 – Exemplo da construção geométrica de $\frac{1}{4}$ de abóbada nervurada: (a) nervura intermédia – troço AE; (b) nervura diagonal – troço AG (adaptado de Hill & David, 1995).

Os cimbres de madeira para a construção de arcos e abóbadas devem ter como característica fundamental a rigidez. O seu deficiente dimensionamento e a deformação excessiva, à medida que a estrutura começa a ser construída, pode ser apontada como uma das principais razões do colapso de uma estrutura em arco durante a sua construção (Fitchen, 1981). A convergência e intersecção dos cimbres eram um problema da época medieval que encontrou nas abóbadas nervuradas um novo desafio. Um caso extremo deste

problema pode ser encontrado na abside Gótica onde é comum convergirem, em geral, não menos do que oito nervuras para a mesma chave (Fitchen, 1981).

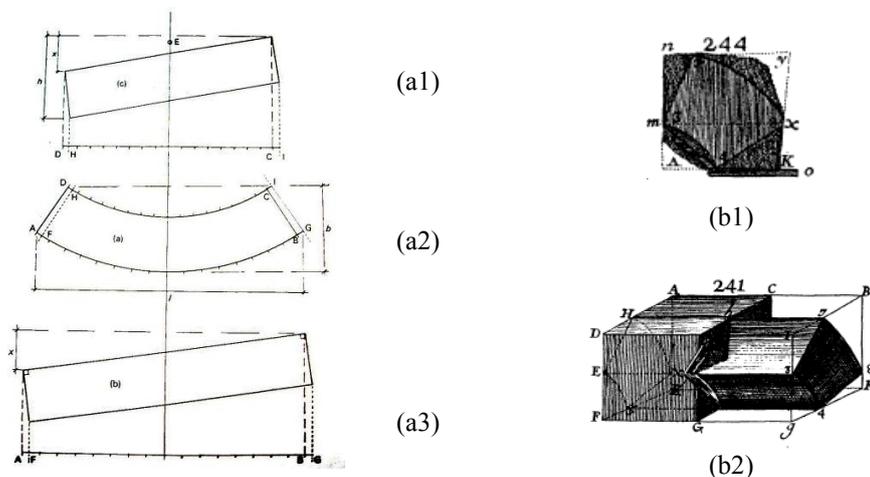


Figura 3.13 – Exemplo da construção geométrica de um bloco de pedra: (a1) intradorso, (a2) alçado lateral e (a3) extradorso (Hill & David, 1995); outro exemplo: (b1) alçado frontal; (b2) perspectiva (Bails, 1796).

A convergência e intersecção das nervuras na mesma chave, admitindo alturas e raios de curvatura diferentes entre si, tiveram de ser resolvidas com soluções engenhosas, como por exemplo, desligando os cimbres na zona central das chaves (Fitchen, 1981). Na Figura 3.14 pode observar-se um cimbre para execução de quatro nervuras que convergem numa pedra de fecho hexagonal. O alinhamento horizontal entre os cimbres das nervuras é conseguido por um encaixe perfeito no hexágono central. O alinhamento vertical da pedra de fecho e a prevenção de queda são conseguidos através da fixação de elementos metálicos nos encaixes referidos.

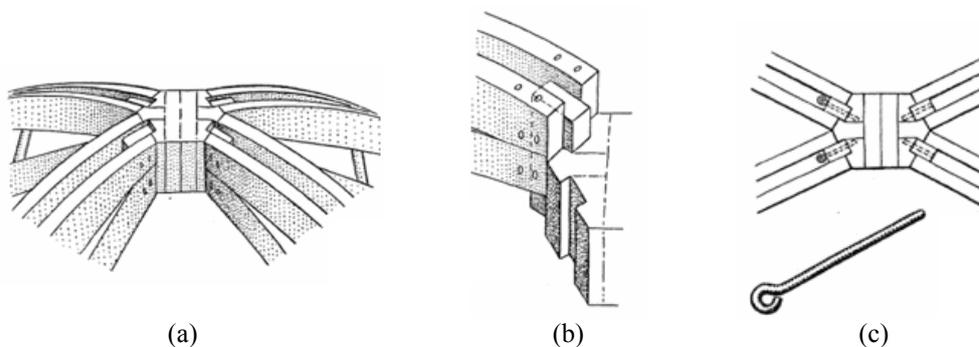


Figura 3.14 – Exemplo de montagem de um cimbre na convergência de quatro nervuras (Fitchen, 1981): (a) vista superior; (b) encaixe simples na zona da chave; (c) fixação do encaixe com elementos metálicos.

Na zona da *tas-de-charge*, o artifício dos “mestres” Góticos de utilizar a sobreposição de blocos monolíticos de pedra até ao nível de separação completa das nervuras, resolveu de forma eficaz um problema estrutural numa zona onde a resistência à compressão era necessária, conforme ilustrado na Figura 3.15.

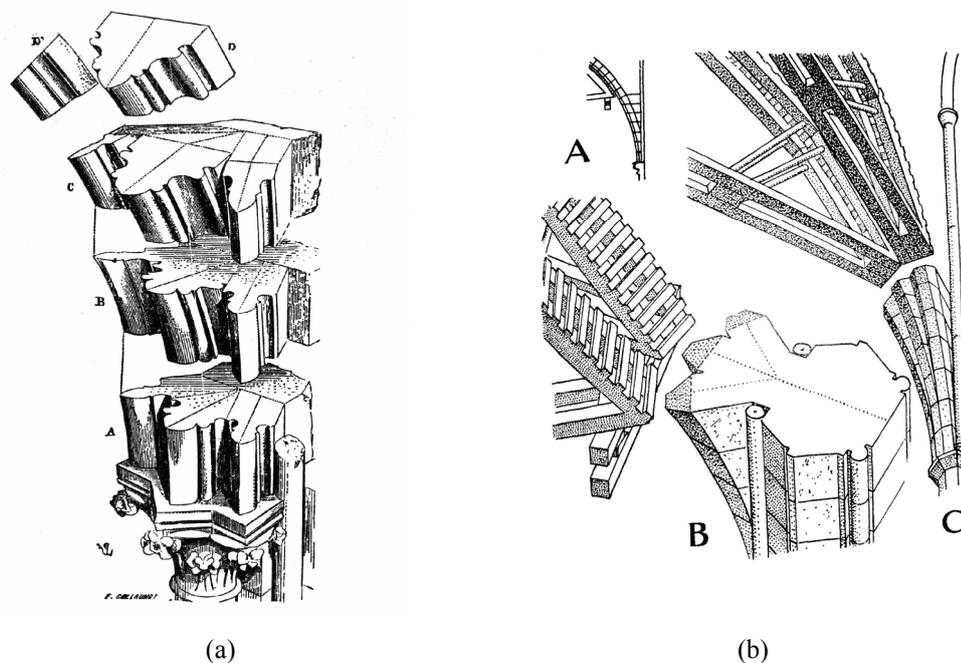


Figura 3.15 – Separação das nervuras no topo da *tas-de-charge*: (a) desenho de Viollet-le-Duc (Heyman, 1995); (b) pormenores da colocação dos cimbres para o arranque das nervuras. (Fitchen, 1981).

As ferramentas, técnicas de utilização e sua designação variam um pouco com a localização geográfica (Ferreira, 2003). Estas ferramentas são utilizadas nas construções de cantaria/alvenaria desde a definição geométrica do bloco de pedra até à execução final das construções propriamente ditas. Apresentam-se alguns dos diferentes tipos de ferramentas utilizadas, identificadas de acordo com a sua função, ver Figura 3.16.

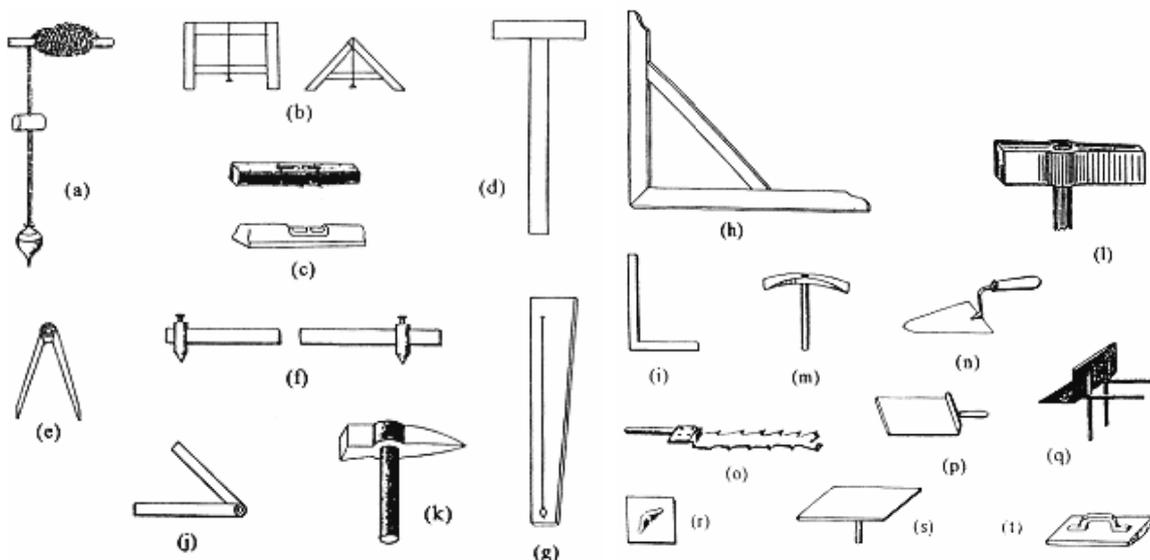


Figura 3.16 – Exemplo de diferentes tipos de ferramentas utilizadas por canteiros (Ferreira, 2003).

Legenda:

- (a) fio-de-prumo;
- (b) níveis de pedreiro - utensílio utilizado para verificar a horizontalidade de uma linha ou superfície;
- (c) níveis de bolha de ar – utensílio utilizado para verificar a horizontalidade de uma linha ou de uma superfície, designadamente no assentamento de cantarias, realização de meio fio, devendo ser colocado sobre uma régua plana de madeira;
- (d) cruzeta de borneio – utensílio de madeira em forma de T para bornear ou passar níveis ou alinhamentos;
- (e) compasso;
- (f) cintel – compasso grande utilizado na marcação de linhas curvas, servindo também de apoio para a implantação de edifícios de gaveto com esquina arredondada;
- (g) gaivel – utensílio de madeira que se fixava a um prumo para implantação de um elemento com inclinação constante;
- (h) esquadro de madeira - utensílio utilizado para a implantação e assentamento de elementos como cantarias, de forma a assegurar a perpendicularidade entre as várias peças ou paredes, cujo material é a madeira;
- (i) esquadro de ferro – utensílio utilizado para a implantação e assentamento de elementos como cantarias, de forma a assegurar a perpendicularidade entre as várias peças ou paredes, cujo material é o ferro;
- (j) suta – utensílio constituído por duas régua de madeira articuladas num ponto, para transporte de ângulos;
- (k) camartelo – tipo especial de martelo, com uma cabeça quadrada e outra em bico, utilizado para partir pedras e auxiliar o seu assentamento, quer com a cabeça quadrada, quer com o cabo;
- (l) marreta;
- (m) picadeira – martelo achatado com as duas pontas em gume, utilizado para cortar e sutar;

- (n) colher;
- (o) ficha – colher dentada comprida e estreita utilizada para introduzir e apertar a argamassa entre as pedras de cantaria;
- (p) trolha – pá de madeira onde se preparava a argamassa imediatamente antes da sua aplicação;
- (q) coche, sistema francês – estrado de madeira para transportar materiais à cabeça ou aos ombros, por exemplo argamassas;
- (r) desempenadeira – utensílio quadrado de madeira, com 0,15 a 0,20m de lado com uma pega numa das faces, utilizada para regularização do reboco, ou desempeno da parede;
- (s) esparvel – utensílio de madeira com cerca de 0,40m de lado, com um cabo redondo numa das faces, utilizada para transporte de argamassa a aplicar em tectos e cantos de paredes;
- (t) talocha.

3.3 Danos estruturais em arcos e abóbadas

A incapacidade das estruturas de alvenaria de resistir a esforços de tracção condiciona a determinação da sua geometria em função das cargas aplicadas e das condições de apoio. Um arco ou uma abóbada em alvenaria devem estar sujeitos exclusivamente a esforços internos de compressão, com a linha de pressões no interior do perfil da secção. De uma forma geral, o desenvolvimento de esforços de tracção em arcos, abóbadas e estruturas de suporte em alvenaria pode estar associado a (adaptado de Cigni, 1978):

- alteração do perfil;
- assentamento dos arcos ou abóbadas;
- assentamento das estruturas de suporte;
- reduzida capacidade resistente aos esforços de compressão, em particular, nas estruturas de suporte;
- variação das condições de carga face ao originalmente previsto.

A variação do perfil está, na generalidade, associada a um carregamento excessivo e/ou ao afastamento entre os apoios de arcos e abóbadas. Salienta-se este último como a principal causa dos danos em estruturas curvas. Por exemplo, o insuficiente confinamento das forças horizontais transmitidas às estruturas de suporte resulta no afastamento dos apoios e na depressão da chave, ver Figura 3.17.

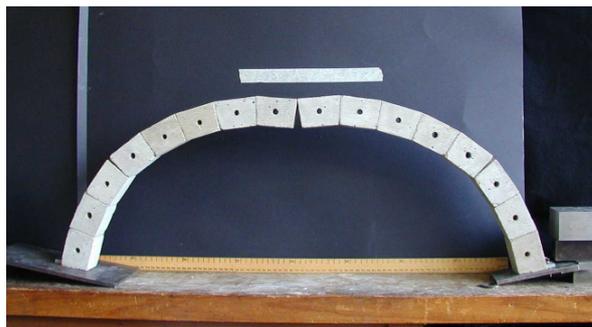


Figura 3.17 – Variação do perfil de um arco após o deslocamento do apoio direito, para o exterior (Ochsendorf, 2006).

A reduzida capacidade resistente aos esforços de compressão dos arcos e abóbadas, incluindo as estruturas de suporte, em alvenaria, pode dever-se à desagregação do material de preenchimento das juntas por acção dos agentes agressivos exteriores. Esta situação pode ser agravada devido a eventuais deficiências, ou mesmo ausência, de operações de manutenção. Em particular, para as estruturas de suporte, salienta-se os efeitos diferidos no tempo associados ao colapso “sem aviso” devido a esforços de compressão elevados, a cerca de 60% a 70% das suas cargas de rotura (em particular, em estruturas de alvenaria de tijolo), (Roque, 1998). Como exemplos, destacam-se o colapso da Torre Cívica de Pavia (1989) e o colapso parcial da Catedral de Noto (1996), ver Figura 3.18 e Figura 3.19



(a)



(b)

Figura 3.18 – Exemplo do colapso de estruturas de alvenaria por esforços de compressão elevados (Pina-Henriques, 2005): (a) Catedral de Noto antes e (b) após o colapso parcial .



(a)



(b)

Figura 3.19 – Exemplo do colapso de estruturas de alvenaria por esforços de compressão elevados (Pina-Henriques, 2005): (a) Torre Cívica de Pavia antes e (b) após o colapso.

A variação das condições de carga para as quais as estruturas de alvenaria foram dimensionadas pode originar sobrecargas acidentais elevadas, nomeadamente, formação de excentricidades em arcos e abóbadas ou aumento excessivo das cargas inicialmente previstas.

3.3.1 Localização mais provável dos danos

3.3.1.1 Cargas verticais (peso próprio)

Os danos em arcos e abóbadas provocados pelas acções verticais (peso próprio), nomeadamente, deformações e fissuras, situam-se preferencialmente nas secções do intradorso e dos rins. A localização das fissuras nos rins pode ser caracterizada por um ângulo de cerca de 30° (ângulo de atrito aproximado para a alvenaria) em relação à horizontal (Cigni, 1978).

A deformação de arcos e abóbadas semicirculares e rebaixados envolve a depressão da chave e o empenamento dos rins, verificando-se a fissuração no intradorso da chave e no extradorso dos rins. Este padrão de fissuração resulta num elemento tri-articulado, ver Figura 3.20.

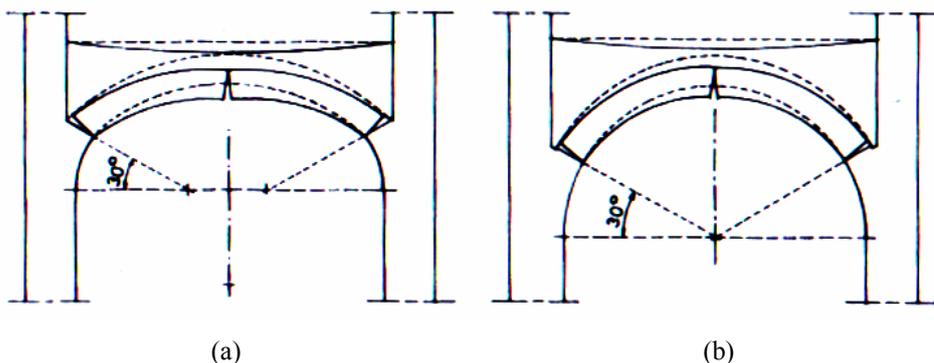


Figura 3.20 – Padrão de fissuração tipo em arcos e abóbadas (Cigni, 1978): (a) rebaixadas; (b) semicirculares.

Em arcos ou abóbadas ogivais, em particular com secções muito esbeltas e com material de enchimento pesado, pode ocorrer a depressão dos rins e o empenamento da chave, resultando na formação de um elemento com cinco rótulas, ver Figura 3.21. A fissuração verifica-se no extradorso da chave e no intradorso dos rins. O peso do material de enchimento tem um papel importante ao “empurrar” a linha de pressões e a localização das rótulas para uma posição inferior na zona dos rins.

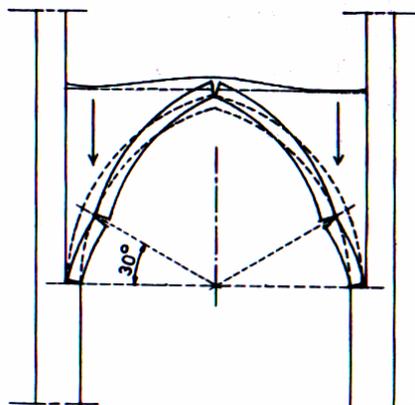
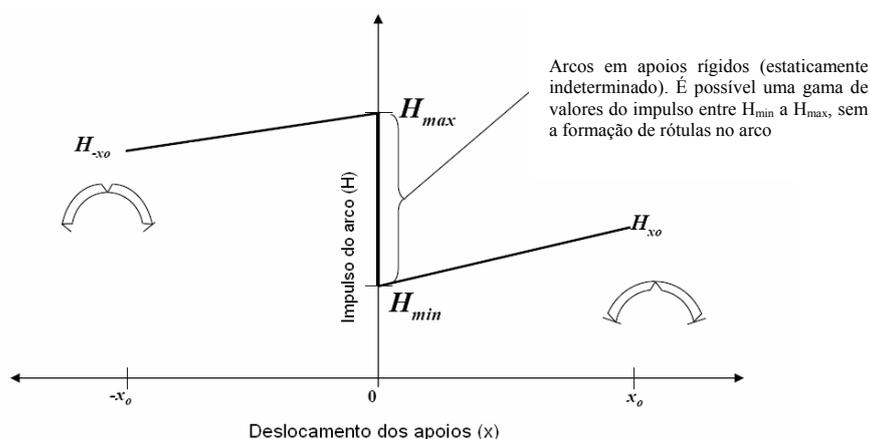


Figura 3.21 – Padrão de fissuração tipo em arcos e abóbadas ogivais (Cigni, 1978).

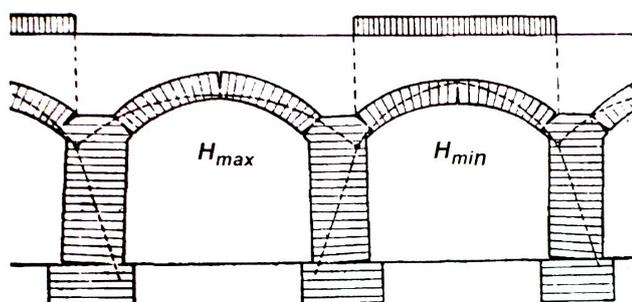
O efeito estabilizador da acção vertical correspondente ao peso próprio do material de enchimento é verificado nos arcos com perfis circulares e ogivais, embora este efeito seja menos pronunciado nos perfis ogivais (Gago, 2004).

3.3.1.2 Deslocamento dos apoios

O deslocamento dos apoios de um arco ou abóbada pode alterar, significativamente, o valor do impulso (Block, 2005). Ao deslocamento dos apoios para o interior corresponde o impulso máximo H_{max} , e ao afastamento dos apoios o valor do impulso mínimo H_{min} (Ochsendorf, 2006), ver Figura 3.22. Salienta-se que neste trabalho vai ser dado ênfase ao afastamento dos apoios.



(a)



(b)

Figura 3.22 – Variação do impulso (H) num arco rígido devido ao deslocamento dos apoios: (a) análise qualitativa (Ochsendorf, 2006); linha de pressões (Gago, 2004).

i) Análise no plano

Na realidade, esses movimentos podem ser bastante complexos e incluir deslocamentos assimétricos entre apoios. Para cada possível movimento de apoio corresponde um determinado padrão de fissuração, no qual as fissuras abrem e fecham para permitir a

adaptação da estrutura às novas condições fronteira (Huerta, 2001), conforme pode ser observado no estudo realizado para um arco ogival (ver Figura 3.23).

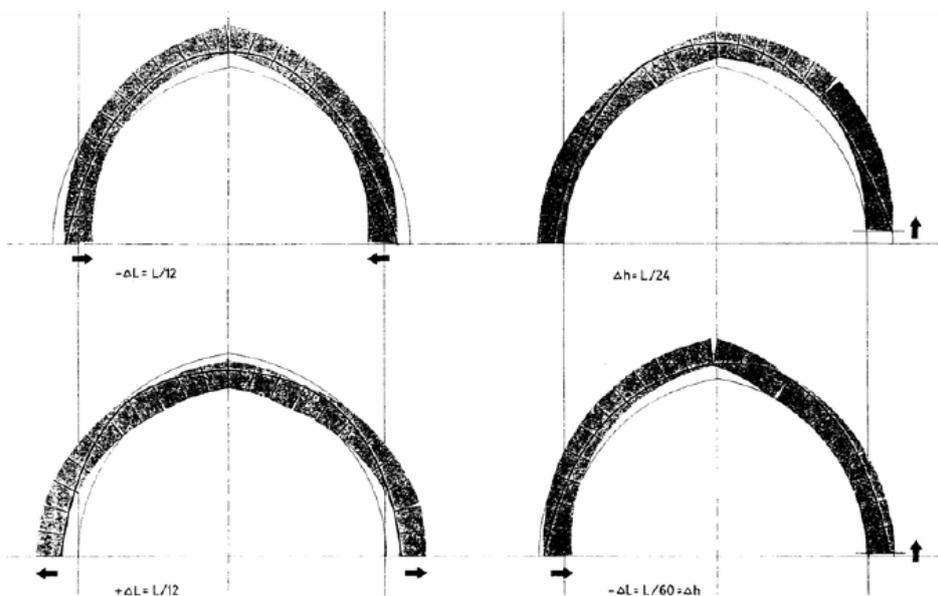


Figura 3.23 – Padrão de fissuração para diferentes movimentos de apoio de um arco ogival (Huerta, 2001).

Em arcos com uma relação espessura/raio (t/R) pequena, o colapso ocorre para pequenos valores de incremento do vão. Em oposição, para valores elevados da relação t/R , os arcos suportam maiores deslocamentos e desenvolvem uma maior componente horizontal do impulso, antes do colapso. À medida que essa relação aumenta, o impulso gerado pode ser suficiente para provocar o colapso da estrutura de suporte e, conseqüentemente, o colapso do arco. Dependendo da geometria do arco, um de dois cenários de colapso pode ocorrer, considerando “estruturas de suporte fortes” ou “estruturas de suporte fracas” (Ochsendorf, 2006):

- “estruturas de suporte fortes”, o colapso ocorre quando o arco atinge o máximo valor do vão, deixando a estrutura de suporte intacta; neste caso, a estrutura tem resistência suficiente para suportar o incremento da componente horizontal do impulso, mas o arco colapsa devido ao aumento do vão; o mecanismo de colapso tem cinco rótulas simétricas e ocorre, em geral, para valores menores da relação t/R ;
- “estruturas de suporte fracas”, o colapso ocorre quando a componente horizontal do impulso ultrapassa o valor da resistência da estrutura de suporte,

resultando numa rotação adicional e no colapso do arco; com o colapso do arco, o impulso é aliviado e as estruturas de suporte restabelecem o equilíbrio; o mecanismo de colapso é formado por três rótulas no arco e uma rótula no canto exterior de uma das estruturas de suporte.

Os dois modos de colapso analisados acima encontram-se resumidos nos diagramas da Figura 3.24. A variação da capacidade resistente da estrutura de suporte e do valor do impulso horizontal do arco, são representados em função da inclinação do suporte. O incremento de inclinação da estrutura de suporte reduz a sua capacidade resistente de forma linear, para pequenos ângulos, devido ao deslocamento horizontal do centróide da estrutura de suporte, enquanto o impulso do arco aumenta (Ochsendorf, 2006).

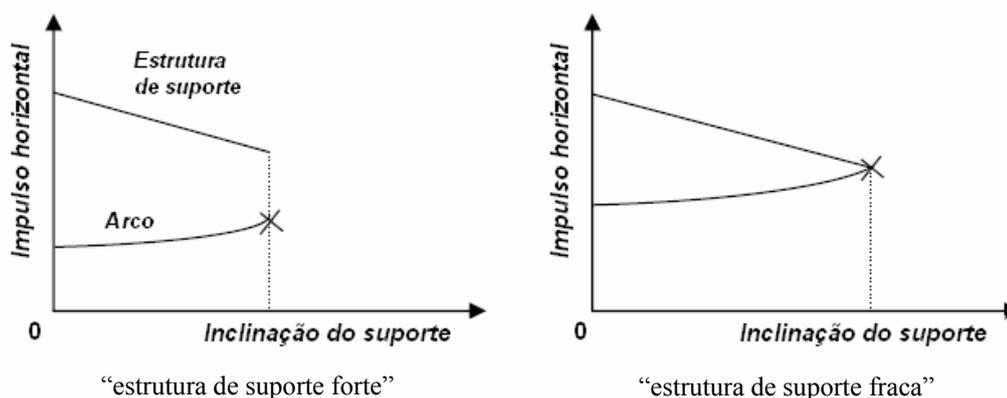


Figura 3.24 – Dois modos de colapso de um arco apoiado em estruturas de suporte (paredes ou contrafortes), (Ochsendorf, 2006).

O apoio de arcos e abóbadas em estruturas de suporte com rigidez diferentes, entre si, ou travadas por estruturas anexas pode contribuir significativamente para o afastamento diferencial entre apoios. A variação de rigidez pode estar associada a paredes de suporte com espessuras ou alturas diferentes, situações verificadas, por exemplo, no Teatro Lethes em Faro e numa igreja, em Serpa, respectivamente, ver Figura 3.25.

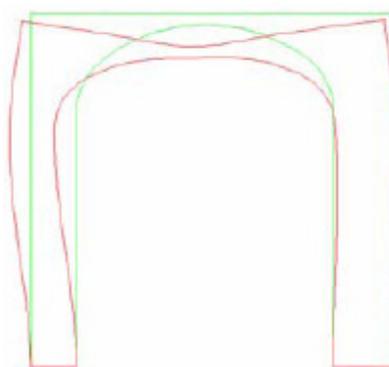
No Teatro Lethes, as paredes que dão apoio à abóbada possuem espessuras diferentes. Esta terá sido uma das causas principais para o afastamento dos apoios e para a deformação excessiva da abóbada sem o seu colapso, encontrando-se os danos ocultos pelo material de

revestimento. Da análise fisicamente e geometricamente não-linear efectuada, verificou-se que a zona do fecho é crítica no intradorso da abóbada e que as zonas a um quinto do vão são críticas no extradorso da abóbada (Costa et al., 2002). Para o factor de segurança da estrutura (cargas permanentes), resultado da razão entre a carga de colapso e a carga a que a estrutura está permanentemente submetida, foi obtido um valor mínimo (1,03).

Na Igreja em Serpa, os danos existentes nos arcos que suportam a abóbada coincidem, em geral, com a formação de um mecanismo de três rótulas (no arco), evidenciando duas fissuras no extradorso dos rins e uma fissura no intradorso do fecho.



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.25 – Exemplo da deformação e fissuração em arcos e abóbadas: (a) tecto da nave do Teatro Lethes (a tracejado é representado, esquematicamente, o perfil não deformado), e (b) mecanismo de colapso previsto (método dos elementos finitos), (Costa et al., 2002); (c) e (d) tecto da nave de Igreja em Serpa.

Para a análise de estruturas de suporte travadas, de forma assimétrica, apresenta-se o estudo realizado sobre a Capela da Nossa Senhora do Monte na antiga Goa Portuguesa ($t/R \approx 0.10$), recorrendo à análise limite (Ochsendorf, 2006), ver Figura 3.26. Os danos detectados na abóbada são caracterizados por duas fissuras no extradorso dos rins, uma fissura no intradorso do fecho e a rotação da parede esquerda para o exterior (ângulo de inclinação de 0.4°), à qual corresponde um incremento do vão de cerca de 0.10m. No colapso, foi admitida a rotação da parede esquerda num ângulo de 2° para o exterior, à qual corresponde um incremento do vão de 0,72m (8%) e um aumento do impulso em mais do dobro do impulso mínimo inicial (componente horizontal igual a 86kN). Estima-se que a parede vertical tenha uma capacidade resistente máxima ao impulso horizontal de $H_u=69\text{kN}$, ponto em que se espera a fractura deste elemento.

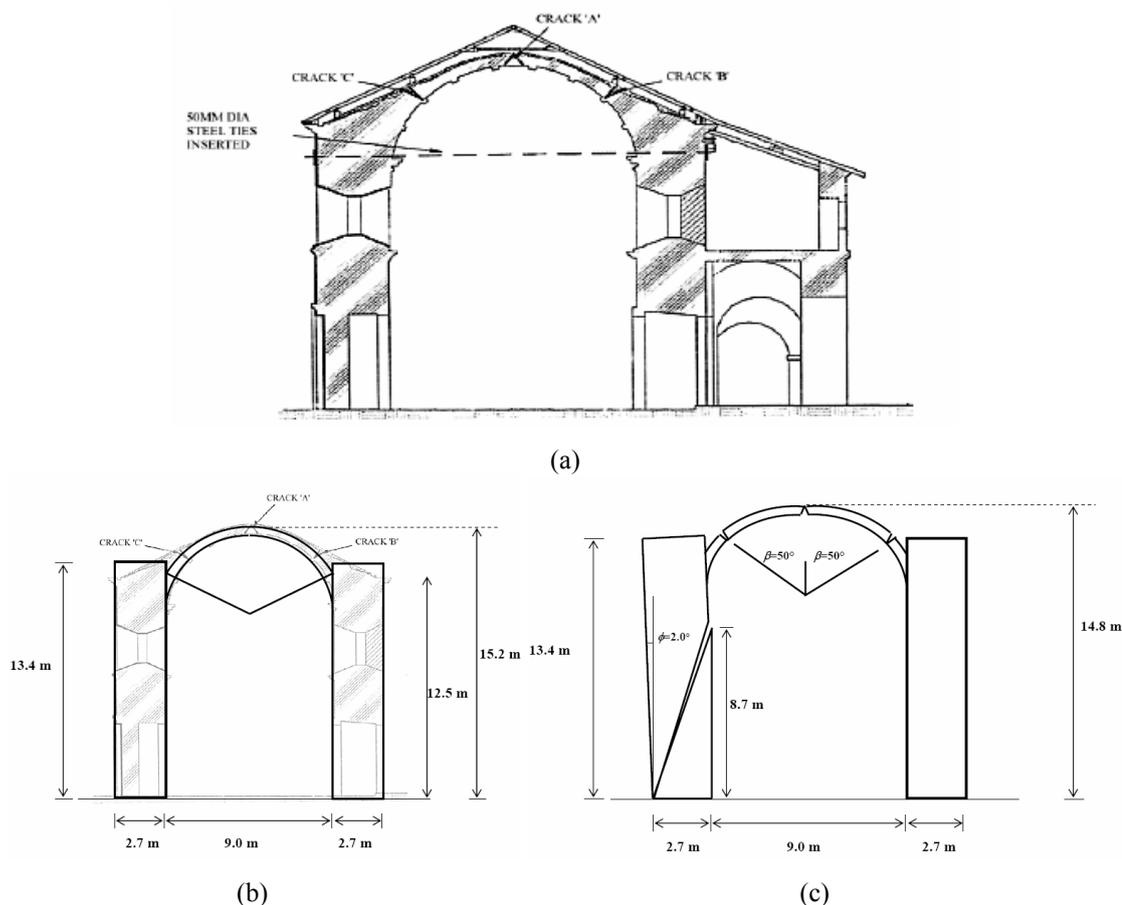


Figura 3.26 – Estudo da estabilidade da Capela da Nossa Senhora do Monte na antiga Goa Portuguesa às cargas verticais (análise limite) (Ochsendorf, 2006): (a) corte transversal, evidenciando a localização das fissuras detectadas na abóbada; (b) modelo adoptado; (c) modo de colapso por rotação e fractura da parede esquerda (4 rótulas).

Em arcos ou abóbadas apoiadas em pisos intermédios e em paredes periféricas de fraca inércia, situação agravada na ausência de contrafortes, pode ocorrer a flexão local do elemento vertical. A translação horizontal do apoio pode modificar a curvatura das abóbadas, em particular na zona dos rins, para um perfil convexo, ver Figura 3.27. O intradorso tende a fissurar devido a esforços de tracção, podendo ocorrer a expulsão de material devido à fragmentação da alvenaria por compressão excessiva do extradorso.

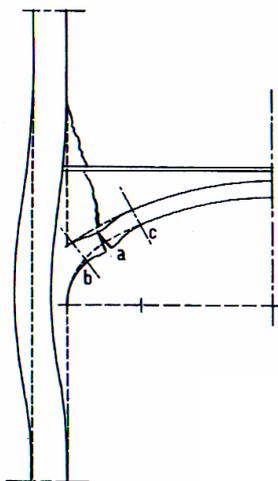


Figura 3.27 – Deformação e fissuração de arco ou abóbada por flexão local da parede de suporte (Cigni, 1978).

Na situação oposta, em que a componente horizontal do impulso de arcos ou abóbadas é equilibrada, como se pode verificar em elementos localizados entre outras estruturas curvas, o assentamento da estrutura de suporte ou das fundações pode originar a rotura da chave, ver Figura 3.28.

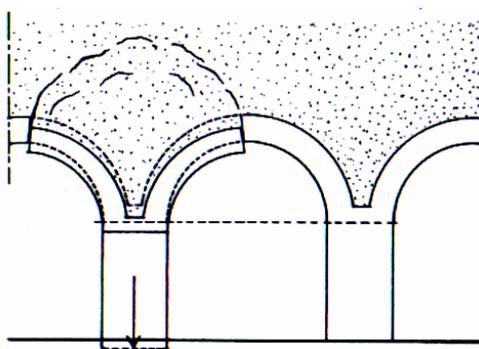


Figura 3.28 – Fractura de chave, em arcos ou abóbadas entre estruturas simétricas, por assentamento do suporte ou das fundações (Cigni, 1978).

O impulso dos arcos e abóbadas pode provocar danos nas estruturas de suporte e, no limite, a sua rotura, conforme referido neste capítulo. A componente horizontal do impulso faz deslocar as estruturas de suporte para o exterior e promove a sua fissuração. Um exemplo de um mecanismo global de colapso é indicado na Figura 3.29 (a). Em geral, as fissuras não se desenvolvem em toda a secção transversal da parede, podendo ser considerada uma distribuição triangular de tensões nas secções horizontais (Gubana & Giuriani, 2004), ver Figura 3.29 (b).

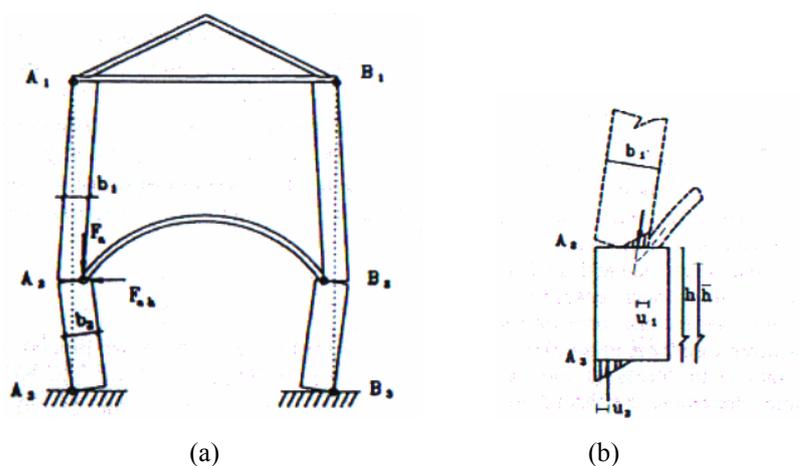


Figura 3.29 – Mecanismo de colapso de uma abóbada apoiada em paredes (Gubana & Giuriani, 2004):
(a) perfil transversal; (b) distribuição triangular de tensões na parede.

ii) *Análise tridimensional*

A presente análise incide sobre abóbadas nervuradas de base rectangular. Os arcos periféricos (transversais e inseridos nas paredes) e as nervuras diagonais são compostos, na generalidade, por segmentos de círculo. Foram considerados dois tipos de curvatura para o forro de pedra: simples e dupla. De uma forma simplificada pode ser feita a seguinte classificação das abóbadas de cruzeiro correntes (Barthel, 1989), ver Figura 3.30:

- Abóbadas semicirculares, resultantes da intersecção de duas abóbadas de berço com o mesmo raio;
- Abóbadas ogivais simples, dependendo a sua altura do perfil das nervuras; foi admitida altura idêntica entre os arcos periféricos e as nervuras;
- Abóbadas ogivais com o forro de pedra (lajetas) do tipo cúpula e duplamente curvo;

- Abóbadas ogivais tipo cúpula: os vértices dos arcos periféricos encontram-se a cota inferior relativamente aos das nervuras; o forro de pedra (lajetas) é duplamente curvo e em certos casos podem formar uma geometria esférica (cúpula).

Com base nos mecanismos de rotura adoptados para os diferentes tipos de abóbadas foi identificado o seguinte padrão de fissuração (Barthel, 1989):

- fissuras de tracção por flexão, localizadas no intradorso e extradorso dos arcos e nervuras, devido à elevada excentricidade da linha de pressões;
- fissuras devido a esforços de tracção, desenvolvidas em toda a espessura das lajetas de pedra.

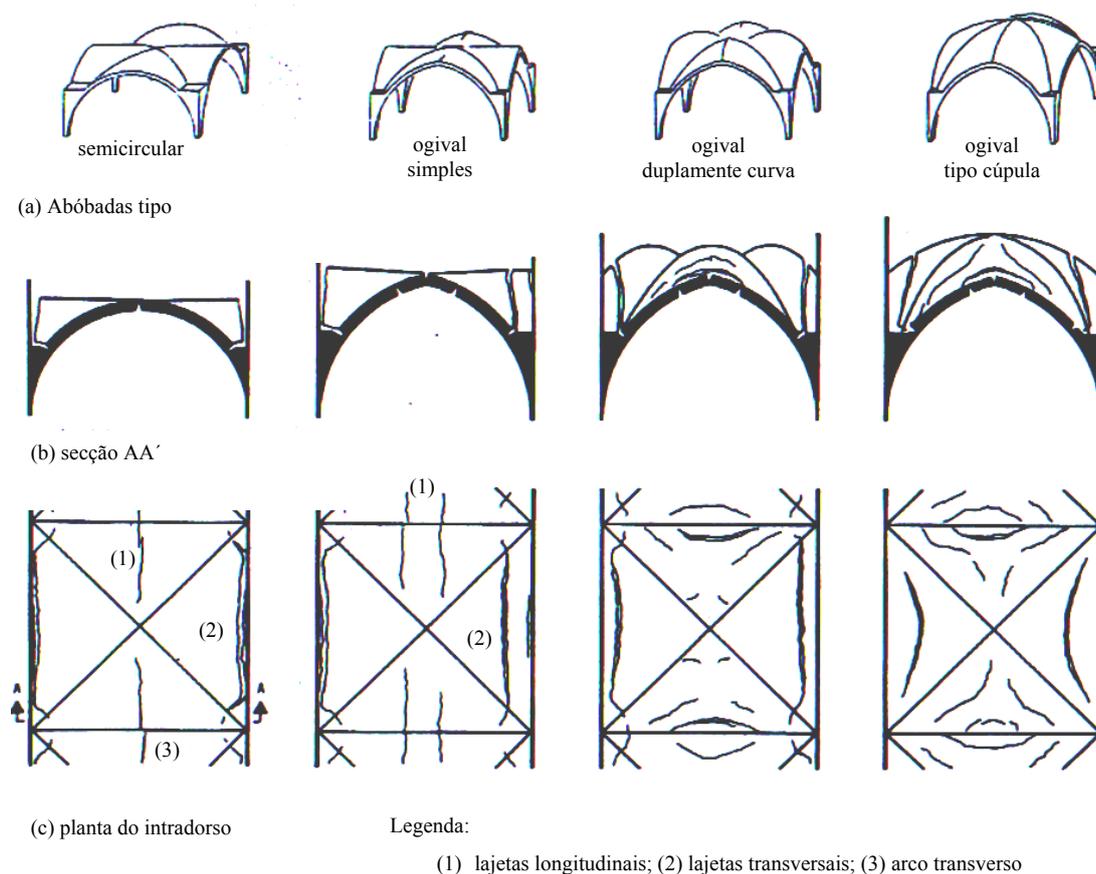


Figura 3.30 – Deformação e fissuração tipo em abóbadas de cruzeiro por afastamento dos apoios (Barthel, 1989): (a) geometrias básicas de abóbadas; (b) secção transversal AA'; (c) planta do intradorso.

Nas abóbadas semicirculares as fissuras localizam-se no intradorso e zona de fecho das lajetas longitudinais (1), bem como no extradorso, junto aos apoios. Fissuras em toda a espessura das lajetas transversais (2) verificam-se paralelamente aos apoios e/ou na ligação aos apoios.

Nas abóbadas ogivais de cruzeiro, de igual altura, verificam-se duas fissuras paralelas no intradorso da zona de fecho das lajetas longitudinais (1) e uma fissura no extradorso da chave. As fissuras em toda a espessura das lajetas transversais (2) situam-se mais próximas da chave do que o verificado nas abóbadas semicirculares de cruzeiro.

Nos outros dois tipos de abóbadas ogivais (duplamente curva e tipo cúpula) o forro de pedra (lajetas) é mais rígido devido à dupla curvatura. O movimento dos apoios origina a separação entre as lajetas e os arcos transversais, resultante das diferenças de cotas entre esses elementos. Salienta-se que um arco rebaixado é mais sensível ao deslocamento dos apoios do que um arco elevado (Barthel, 1989).

Adicionalmente, em todos os tipos de abóbadas, é comum surgir o desligamento entre as nervuras e as lajetas de pedra, devido à ocorrência de fissuração nessa zona. Nas nervuras pode ainda verificar-se fragmentação e fissuras longitudinais que indiciam valores de compressão elevados (Barthel, 1989).

O padrão de fissuração apresentado para as abóbadas é sensível à mínima assimetria da geometria e do carregamento (Heyman, 1995). Em particular para a abóbada ogival simples, pode resultar no desenvolvimento de um mecanismo de três rótulas com apenas uma fissura no intradorso da zona junto das lajetas longitudinais e arco transversal, ver Figura 3.31, ao contrário das duas fissuras apresentadas na Figura 3.30.

A Figura 3.31 reproduz o desenho de Pol Abraham's e a interpretação de Heyman que identifica os diferentes tipos de danos que podem ocorrer numa abóbada ogival tipo (Heyman, 1995):

- fissuras na zona de fecho das lajetas de pedra e, em geral, nos arcos transversais e nervuras diagonais junto da chave;
- fissuras que Abraham designou por *fissures de Sabouret*;

- verifica-se, com frequência, a separação completa entre as lajetas de pedra e as paredes.

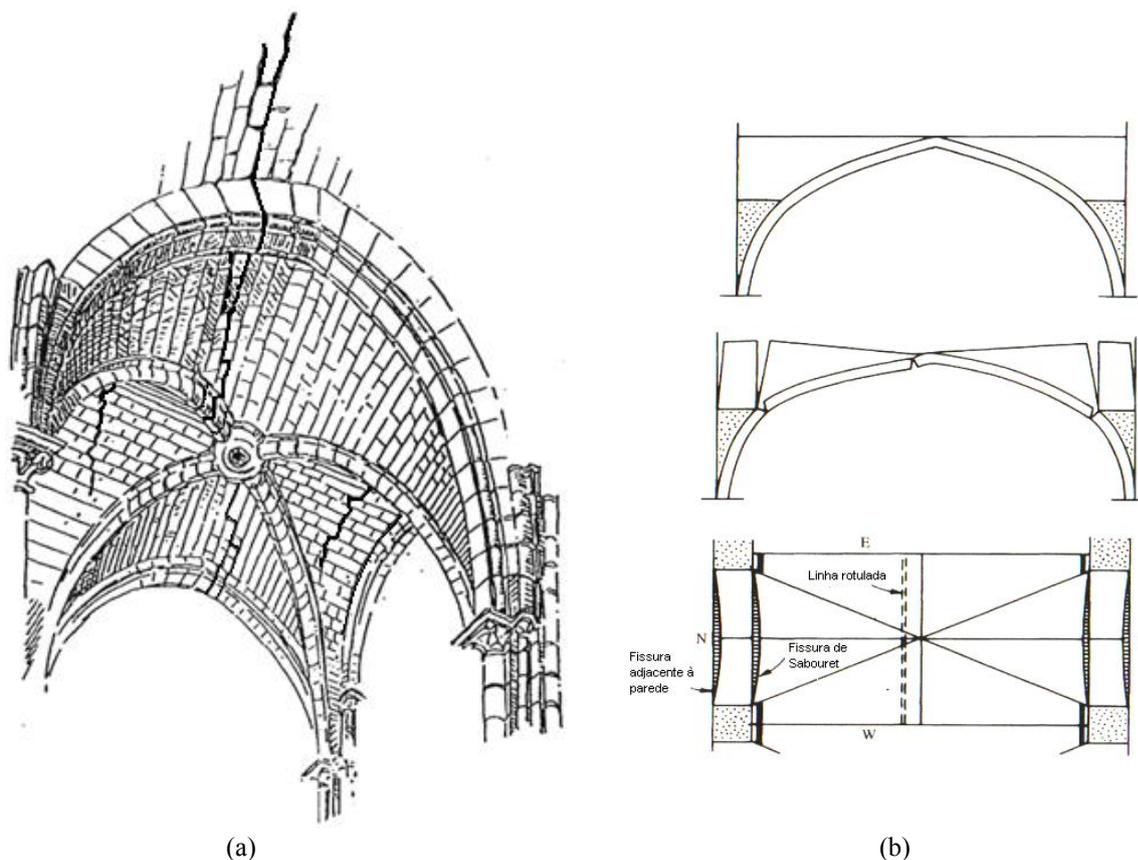


Figura 3.31 – Padrão de fissuração numa abóbada de cruzeiro ogival nervurada (Heyman, 1995):

(a) desenho de Abraham (1934); (b) interpretação de Heyman.

iii) *Influência da dimensão dos blocos*

A dimensão dos blocos tem influência na capacidade de um arco resistir, sem colapsar, a maiores incrementos do vão (Ochsendorf, 2006). O estudo elaborado teve como base um arco com um ângulo total de abertura de 120° ($\alpha=60^\circ$) e uma relação $t/R=0.10$. Os resultados obtidos, considerando blocos com dimensão radial de 1° , constam na Figura 3.32. No colapso, verifica-se um incremento do vão de 8.0% e de mais do dobro do impulso inicial ($2.17 \times H_{\min}$).

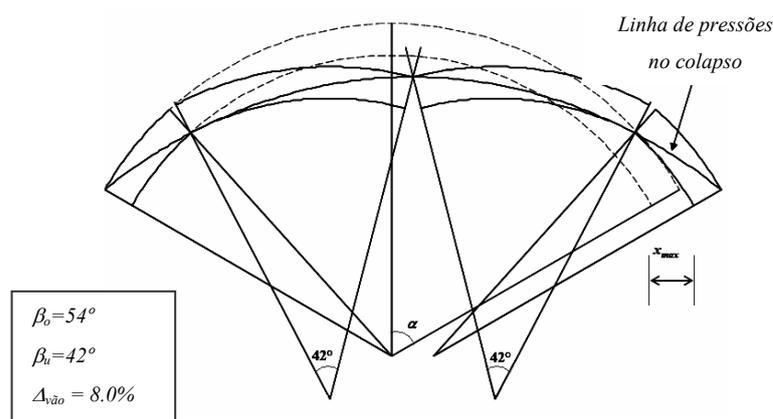


Figura 3.32 – Mecanismo de colapso de um arco por afastamento dos apoios ($\alpha=60^\circ$; $t/R=0.10$; dimensão radial dos blocos = 1°) (Ochsendorf, 2006).

Na Tabela 3.1, ilustram-se os resultados obtidos na análise de sensibilidade elaborada para diferentes dimensões radiais dos blocos de pedra (0.1° , 1° , 5° e 10°). Pode concluir-se, que o incremento do vão na rotura é pouco sensível ao aumento da dimensão dos blocos. Ao aumento significativo da dimensão radial dos blocos de 0.1° para 10° corresponde um incremento ligeiro do vão na rotura de apenas 1,1%, de 8,2% para 9.3%. No entanto, o valor do impulso no colapso é sempre superior ao dobro do impulso inicial.

Dimensão dos blocos	0.1°	1°	5°	10°
Rótula inicial (β_0)	53.8°	54°	55°	50°
Rótula final (β_u)	42.7°	42°	40°	40°
Incremento do vão na rotura (%)	8.2	8	8.6	9.3
Incremento do impulso na rotura (xH_{\min})	2.16	2.17	2.02	2.03

Tabela 3.1 – Resultados obtidos no colapso de um arco para diferentes dimensões dos blocos ($\alpha=60^\circ$; $t/R=0.10$) (Ochsendorf, 2006).

A alteração repentina da geometria do arco, devido ao movimento das rótulas entre blocos, causa descontinuidades no incremento do impulso. Esta alteração geométrica pode originar um efeito dinâmico com a queda repentina da chave, traduzindo-se numa redução da segurança dos arcos no colapso para menores incrementos do vão, em relação aos previstos na teoria. Ao aproximar-se do colapso, qualquer movimento pequeno vai originar alterações no equilíbrio do sistema e causar um colapso prematuro do arco (Ochsendorf, 2006).

3.3.1.3 Cargas concentradas. Cargas de colapso.

O deslocamento excessivo dos apoios pode provocar o colapso de um arco ou abóbada. No entanto, se estes movimentos forem comportados pela estrutura resultam apenas na sua deformação e fissuração, nalguns casos muito significativa. Importa verificar em que situação pode ocorrer o colapso de uma estrutura sem movimento dos apoios. Esta questão torna-se mais relevante caso se considere a hipótese da análise limite em que o material é infinitamente resistente.

Um arco com três rótulas, estrutura estável e estaticamente determinada, permite que uma única linha de pressões possa ser contida no seu perfil (Heyman, 1983). A formação de uma rótula adicional resultaria num mecanismo de quatro rótulas e no seu colapso, ver Figura 3.33. Esta situação pode ser idealizada através de um arco semicircular com uma carga concentrada de valor P , em que a linha de pressões é representada pela catenária deformada da Figura 3.33 (b). As tensões são reduzidas e as deformações desprezáveis, até um determinado valor da carga P . Para esse ponto, o caminho das forças de compressão (linha de pressões) não pode ser contido no perfil da secção do arco: as tensões permanecem reduzidas e um mecanismo instável de quatro rótulas é formado (Heyman, 1995).

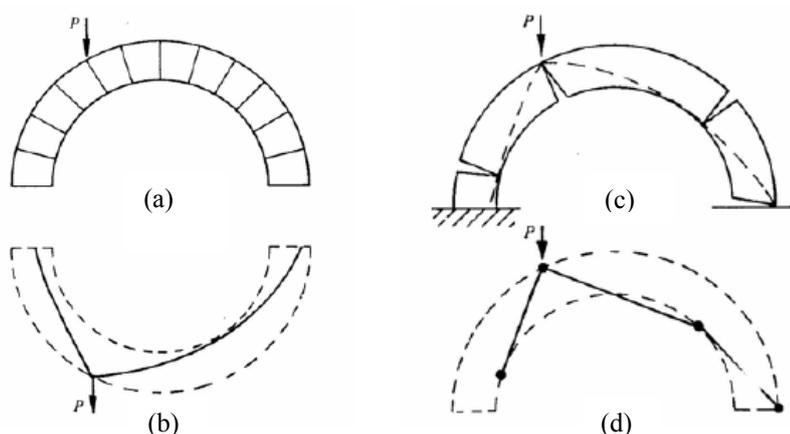


Figura 3.33 – Colapso de um arco semicircular sobre a acção de uma carga concentrada (4 rótulas) (Heyman, 1995).

É importante referir, neste ponto, que o arco de perfil ogival apresenta melhor capacidade para suportar acções de cargas concentradas a meio vão, enquanto que o perfil circular é mais adequado para arcos submetidos à acção de cargas distribuídas. Esta conclusão pode

ser explicada com o conceito de linha de pressões (Gago, 2004): para uma carga concentrada a linha de pressões é bi-linear e ajusta-se melhor ao perfil ogival do que ao perfil circular, mais adequado para suportar cargas uniformes, ver Figura 3.34.

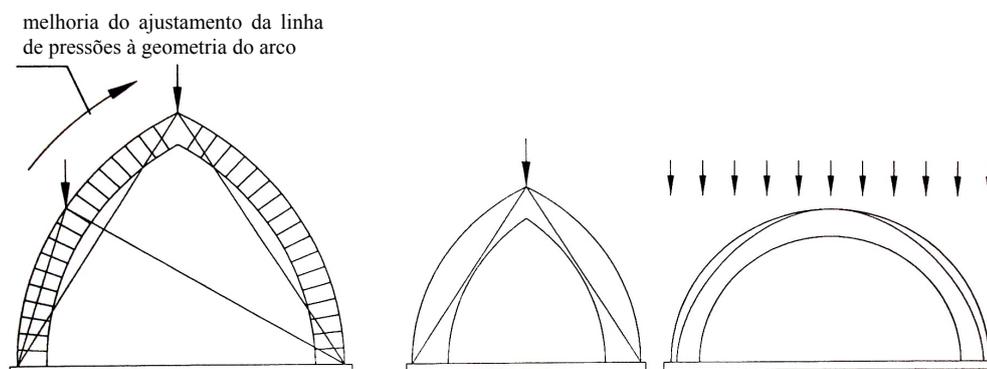


Figura 3.34 – Geometria da linha de pressões para diferentes arcos e carregamentos (Gago, 2004).

3.4 Conclusões do capítulo

A concepção e a construção de uma Catedral ou de outro grande monumento não podiam falhar. Estas tarefas exigiam enormes recursos durante dezenas de anos. Qualquer estudioso de arquitectura ou engenharia da construção descartaria a hipótese de insucesso, como o faria sem dúvida um construtor experimentado. Desta forma, a tarefa de construção de uma Catedral Gótica exigia um conhecimento teórico e prático avançado, ficando restrito apenas a alguns “mestres”.

A construção da abóbada de uma Catedral Gótica teria início com a montagem de uma plataforma de madeira, ligeiramente acima do arranque das nervuras. A planta dos elementos estruturais, desenhada sobre esta plataforma, era utilizada como referência para a elevação da abóbada. Após definida a cota do intradorso das pedras de chave, através de prumos de madeira, eram colocadas as nervuras sobre cimbres de madeira, as pedras de chave e as lajetas de pedra. O volume tronco cónico formado pelo arranque das nervuras acima de colunas e de paredes era preenchido com alvenaria ordinária, e o extradorso coberto com uma fina camada de argamassa, conferindo estabilidade e solidez à estrutura.

A curvatura das nervuras não é, em geral, constante ao longo do seu desenvolvimento obrigando a um planeamento detalhado da sua geometria e da fase construtiva.

Os danos estruturais estudados referem-se aos padrões de fissuração tipo (sintomas) que podem surgir em arcos e abóbadas. O diagnóstico correcto pode tornar-se uma tarefa complexa, pois a esses sintomas está associada, na generalidade, uma combinação das diferentes causas possíveis, sendo por vezes difícil atribuir-lhe uma origem específica. A fissuração de um arco ou abóbada não indicia, por si só, a possibilidade de colapso da estrutura. A capacidade destas estruturas de responder às acções agressivas reside, precisamente, na possibilidade de fissurarem, situação associada aos pressupostos da análise limite: resistência infinita à compressão, resistência nula à tracção e a impossibilidade do deslizamento entre blocos.

A fissuração determina a posição da linha de pressões. A variação do padrão de fissuração faz variar a linha de pressões abruptamente de uma posição para outra, ou seja, as forças internas variam significativamente. Ao aproximar-se do colapso, qualquer movimento pequeno vai originar alterações no equilíbrio do sistema e causar um colapso prematuro do arco.

O arco de perfil ogival apresenta melhor capacidade para suportar acções concentradas a meio vão, enquanto que o perfil circular é mais adequado para arcos submetidos a acções distribuídas.

4 Análise preliminar e definição do modelo numérico de abóbada do Coro Alto

Neste capítulo e no seguinte apresenta-se um estudo relativo à possível colocação de um órgão de tubos sobre o Coro Alto da Igreja de Santa Maria de Belém (Mosteiro dos Jerónimos). O órgão considerado é constituído por três corpos distintos, num total de cerca de 20 toneladas, tendo sido admitida a sua colocação sobre a abóbada Sul. Como introdução a esse estudo é apresentada uma análise histórica do Coro Alto e dos antigos órgãos existentes na Igreja.

4.1 Análise histórica

Abertos os caboucos em 1499 ou 1500, é feito o lançamento da primeira pedra do novo Edifício Monástico no dia 6 de Janeiro de 1501 ou 1502. Entre 1496 e 1502 devem ter sido elaborados os estudos técnicos preparatórios, tais como: sondagens no terreno, instalação dos estaleiros e aprovisionamento de materiais de construção (pedra, cal, areia...). As razões da construção do Mosteiro dos Jerónimos prendem-se, por certo, com a vontade do monarca reunir em panteão o ramo dinástico Avis-Beja, por ele iniciado (JERÓNIMOS, 2000). Os cronistas referem-se amiúde à existência de um arquétipo ou planta do projecto original que actualmente se encontra desaparecido, embora tenha permanecido no cartório do mosteiro até 1833.

Segundo aquele projecto, planificado pelo arquitecto Diogo Boytac (ou Boitaca), o projecto inicial delineava um mosteiro muito mais vasto do que aquele construído. A área a construir seria quatro vezes maior do que a que foi efectivamente edificada. Quatro claustros estavam previstos de diferentes tamanhos e funções, embora apenas um tivesse sido concluído, tendo mesmo este ficado incompleto. A construção de um segundo claustro, dito “jónico”, terá sido abandonada numa fase muito prematura. Foram previstos ainda quatro dormitórios, tendo sido igualmente construído apenas um. A dimensão global em planta do templo foi desde logo fixada aquando do início da construção do mosteiro, assim como a proporção definida pela altura dos tectos. Seria construído em calcário de

lhoz que seria extraído muito próximo do local de implantação - na Ajuda, no Vale de Alcântara, Laveiras, Rio Seco e Tercena.

O mosteiro (ver Figura 4.1 e Figura 4.2) foi traçado no estilo Manuelino, característica fundamental dos Jerónimos. De eterna beleza e atracção irresistível para uma Renascença, o Manuelino, por si próprio, representa, no seu simbolismo, o naturalismo e o equilíbrio de temas. No entanto, a sua expressão seria modificada quando Boytac, passando a dirigir outras obras régias, foi substituído pelo seu colaborador João de Castilho.



Figura 4.1 – Filipe Lobo, 1657. Pintura a óleo sobre tela, 112.5X184.5cm. Lisboa, Museu Nacional de Arte Antiga.



Figura 4.2– Pannel de azulejos dos arredores do Mosteiro dos Jerónimos no início do séc. XVIII.

Entre 1502 e 1516, Boytac dirigiu as obras do Mosteiro dos Jerónimos, tendo elaborado a planta da igreja e sendo também responsável pelo magnífico primeiro piso do claustro, marcado pela decoração manuelina e no qual empregou arcos abatidos. Dada a grandiosidade do projecto e a riqueza da execução, sucederam-se a Boytac as empreitadas de construção: João de Castilho (c.1475-1552), Diogo de Torralva (c.1500-1566) e Jerónimo de Ruão (1530-1601), são alguns dos nomes que o Mosteiro recorda e que deixaram marca indelével neste monumento (JERÓNIMOS, 2000).

A construção do monumento dos Jerónimos apresenta essencialmente três períodos de obras durante o século XVI, não tendo sido realizadas sequencialmente nem em ritmo uniforme, verificando-se períodos de trabalho de maior ou menor intensidade. O monumento compreende, assim, uma sobreposição de artes e estilos, mesmo de maneiras, denunciando pausas, mas que se conjugam num todo harmónico e raramente dissonante.

4.1.1 Coro Alto

O Coro Alto não estava previsto na primitiva traça: inicialmente, o Coro Monástico estaria implantado na Capela-Mor (Alves, 1989): “*Não há entre nós nenhum coro-alto que seja anterior ao reinado de D. João III (1521-1557). Foram os architectos deste monarca que começaram a enxertar ao fundo das antigas naves esta tribuna, que em Espanha é representada nas grandes cadeiras da nave central junto ao cruzeiro*”. O Coro Alto é anterior a 1551, pois nesse ano já é mencionado, na Trasladação dos Ossos de D. Manuel. Trata-se de uma obra de meados do século XVI atribuída a Diogo de Torralva (Alves, 1989).

Entre 1548 e 1550, foi colocada a mais notável peça do Coro Alto e uma das mais notáveis de todo o Mosteiro, o grande cadeiral de talha maneirista decorado com temática sacra, grotescos e pinturas dos Apóstolos, projecto de Diogo de Torralva, ver Figura 4.3. Segundo Robert C. Smith (Alves, 1989): “*De todos os cadeirais portugueses, este é o mais grandioso no seu estilo e proporções [...]; representa o auge do estilo renascentista*”.



Figura 4.3 – Cadeiral do Coro Alto nos dias de hoje: (a) vista geral; (b) pormenor.

O cadeiral ocupa todo o espaço do Coro Alto situado entre as duas salas anexas correspondentes às torres. Os espaldares do cadeiral eram originalmente decorados por um conjunto de catorze pinturas setecentistas, sete de cada lado. Na Figura 4.4, pode ser observado que o cadeiral se estende para além da parede transversal, acomodando um antigo órgão. Presentemente apenas se encontram dez pinturas, cinco de cada lado, ver Figura 4.4 (a). O desmantelamento do cadeiral é evocado de forma perplexa numa passagem de Mário de Sampaio Ribeiro, que o associa à remoção dos antigos órgãos

(Alves, 1993): “[...] mandaram remover [os órgãos] e como o cadeirado ficasse mal acomodado ao recinto, os ‘restauradores’ ordenaram a sua mutilação [...]”.

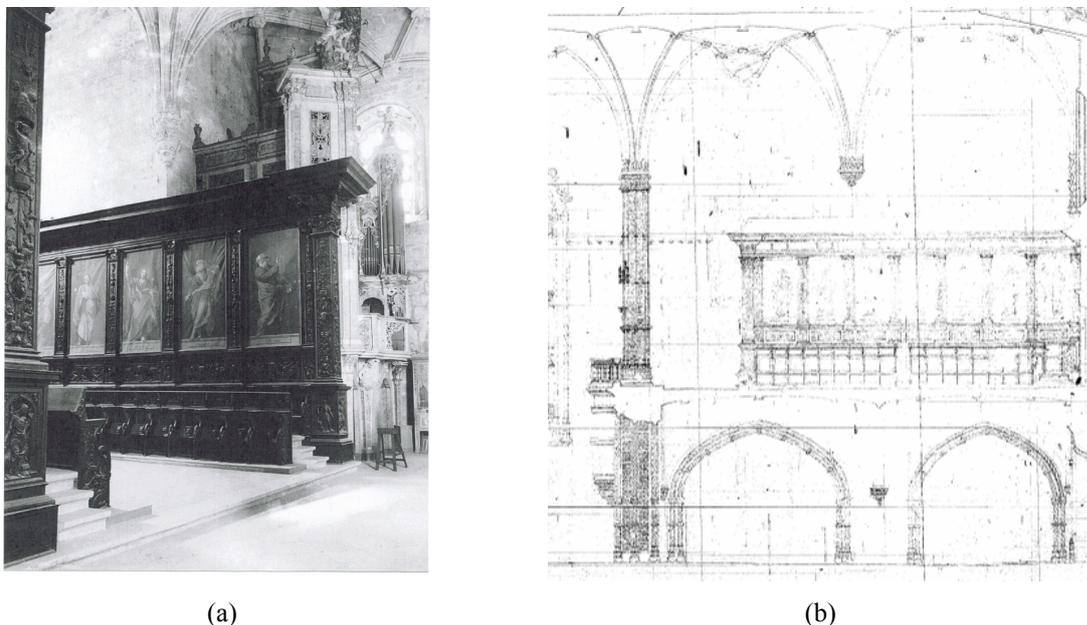


Figura 4.4 – Cadeiral primitivo do Coro Alto: (a) vista do tramo Norte (foto não datada), sendo visível o antigo órgão; (b) levantamento geométrico (não datado) com as sete pinturas de cada lado do cadeiral (fonte: DGEMN).

Algumas obras de remodelação/reconstrução tiveram que ser levadas a cabo por razões várias. Um ano após o sismo de 1755, foi necessário proceder à reconstrução do tramo central da abóbada em que o Coro Alto assentava, devido ao colapso, destruindo 24 dos 84 assentos do cadeiral primitivo. A abertura da rosácea existente no alçado frontal da Igreja de Santa Maria de Belém foi feita entre 1877/1878, tendo sido levada a cabo a substituição da balaustrada no ano de 1883 (JERÓNIMOS, 2000).

Da pesquisa realizada na DGEMN destaca-se uma proposta de intervenção (1927) designada de “*Obras urgentes de reparação dos telhados e abobadas da Igreja e Claustros dos Jerónimos*”. Aquela inclui uma memória descritiva com os trabalhos a realizar e orçamento detalhado no valor global de 159.248\$00 (794,33 euros). O excerto que se apresenta faz parte da cópia do documento original, constante no Anexo A.

“[...] Desarmar o andaime que está na parte central [...] aumentando-o até uma altura de 25,0m; [...]; substituir ou concertar todas as nervuras ou peças do fôrro que o

precisem pelo seu estado de ruína, completando-as ou metendo-lhes tãos, refechando as juntas, tanto das nervuras como das pedras de fôrro, escorando convenientemente os arcos para onde se façam novas peças e substituir por gatos de bronze os gatos de ferro a cuja oxidação se deve a ruína de algumas pedras da abobada. Para êstes trabalhos será necessário desmanchar o telhado e demolir a alvenaria da cobertura no sitio das nervuras a substituir e a sua nova construção e reposição [...]”.

Essa mesma proposta parece ter sido complementada com mais trabalhos a 20 de Fevereiro e a 23 de Abril de 1930, no valor de 9.912\$00 (49,44 euros) e 4.454\$00 (22,22 euros), respectivamente, conforme cópia do documento original, constante no Anexo A. Trabalhos de índole não estrutural também se encontram registados, como por exemplo, os de “*Lavar, retocar e encerar os cadeirais e alçados do côro da Igreja dos Jerónimos, incluindo madeiras e andaimes*”, orçados em 3.059\$05 (15,26 euros), conforme cópia do original constante no Anexo A.

4.1.2 Os antigos órgãos do Coro Alto

4.1.2.1 Mecânica tipo de um órgão de tubos

Um órgão de tubos é composto por várias partes interligadas, conforme exemplo ilustrado na Figura 4.5. Os foles têm por função alimentar os tubos de ar, através de bombas manuais ou de pé, accionadas pelo foleiro. A caixa do órgão encerra o secreto que recebe o ar dos foles, sob pressão transmitindo-o ao someiro, que através das gravuras (canais alongados), comunicam com as flautas, permitindo a saída do som (Figueiredo, 2002).

Os canais são agrupados segundo as características de execução, formando os vários registos, conseguindo-se, entre eles, inúmeras combinações e variedades de som que determinam o seu nome. Dividem-se em duas categorias: flautados e palhetaria. Os primeiros são simples, produzindo um único som pela vibração do ar; as flautas de palheta constituem corpos de ressonância em que o som é produzido por uma lâmina metálica, reforçado pelo ar comprimido no tubo. Estas flautas são accionadas a partir da consola, que para o efeito possui uma pedaleira, e de um a cinco teclados manuais, respectivamente Grande Órgão, Positivo, Recitativo, Bombarda e Eco (tubos encerrados numa caixa que

permitem o efeito de crescendo). Ao lado do teclado, os puxadores accionam os registros, ligando as flautas respectivas à alimentação de ar (Figueiredo, 2002), ver Figura 4.6.

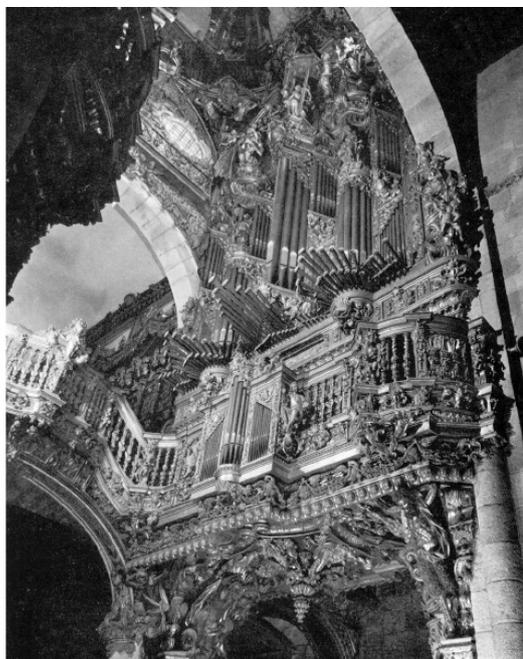


Figura 4.5 – Vista inferior do órgão da Catedral de Braga, construído em 1737/1738 (Azevedo, 1972).



Figura 4.6 – Órgão de tubos da Sé de Beja: (a) consola com três teclados e zona de detalhe dos puxadores; (b) pedaleira; (c) pormenor dos puxadores que accionam os registros.

Salienta-se que a Península Ibérica era um importante centro onde confluíam influências várias, dando origem a instrumentos com características técnicas e sonoras únicas na panorâmica europeia. O órgão peninsular apresenta vários botões, accionados pelos pés ou

pelos joelhos que fazem soar os registos de palheta, muito importantes na música ibérica e, particularmente identificáveis, nas flautas horizontais em forma de leque que permitiam executar as famosas Batalhas (Figueiredo, 2002).

Os someiros são divididos ao meio consumindo menos ar. Cada uma das suas partes (graves e agudos) está ligada a uma zona do teclado, tradição que vem desde o século XVI. Só os grandes instrumentos apresentam dois teclados manuais, extraordinariamente leves, correspondentes ao Grande Órgão e ao Eco; este, muitas vezes, abafado pelo primeiro. O Positivo aparece sempre num instrumento separado que era tocado nas cerimónias quotidianas, servindo para as festividades especiais (Figueiredo, 2002).

Do conjunto resulta uma sonoridade suave, de grande igualdade, com flautado profundo e doce, clarins muito claros e alegres, com uma variedade de cerca de vinte vozes (Figueiredo, 2002).

4.1.2.2 *Registos de imagens*

No Museu da cidade de Lisboa encontra-se exposta uma pintura a óleo do artista belga Tony François de Bergue, com a representação dos antigos órgãos existentes à data, nas abóbadas laterais, ver Figura 4.7. Salienta-se que o tom quase monocromático da pintura não permite definir com clareza os contornos dos órgãos.

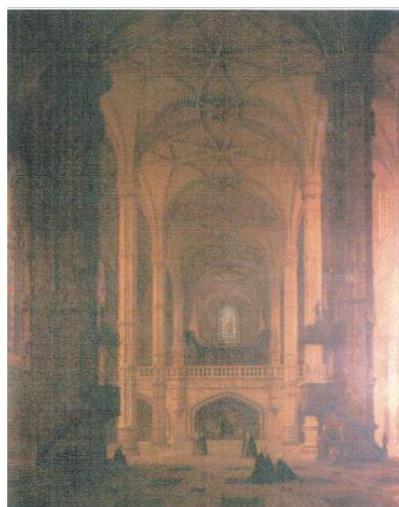


Figura 4.7 – Vista geral do Coro Alto. Pintura a óleo de Tony de Bergue (1820-1890); (fonte, Museu da Cidade de Lisboa).

Os registos de imagens existentes no arquivo do Forte de Sacavém (DGEMN), em Lisboa, evidenciam a localização de dois dos antigos órgãos do Coro Alto sobre as abóbadas laterais, entre as paredes transversais e os vãos exteriores (Norte e Sul), ver Figura 4.8.

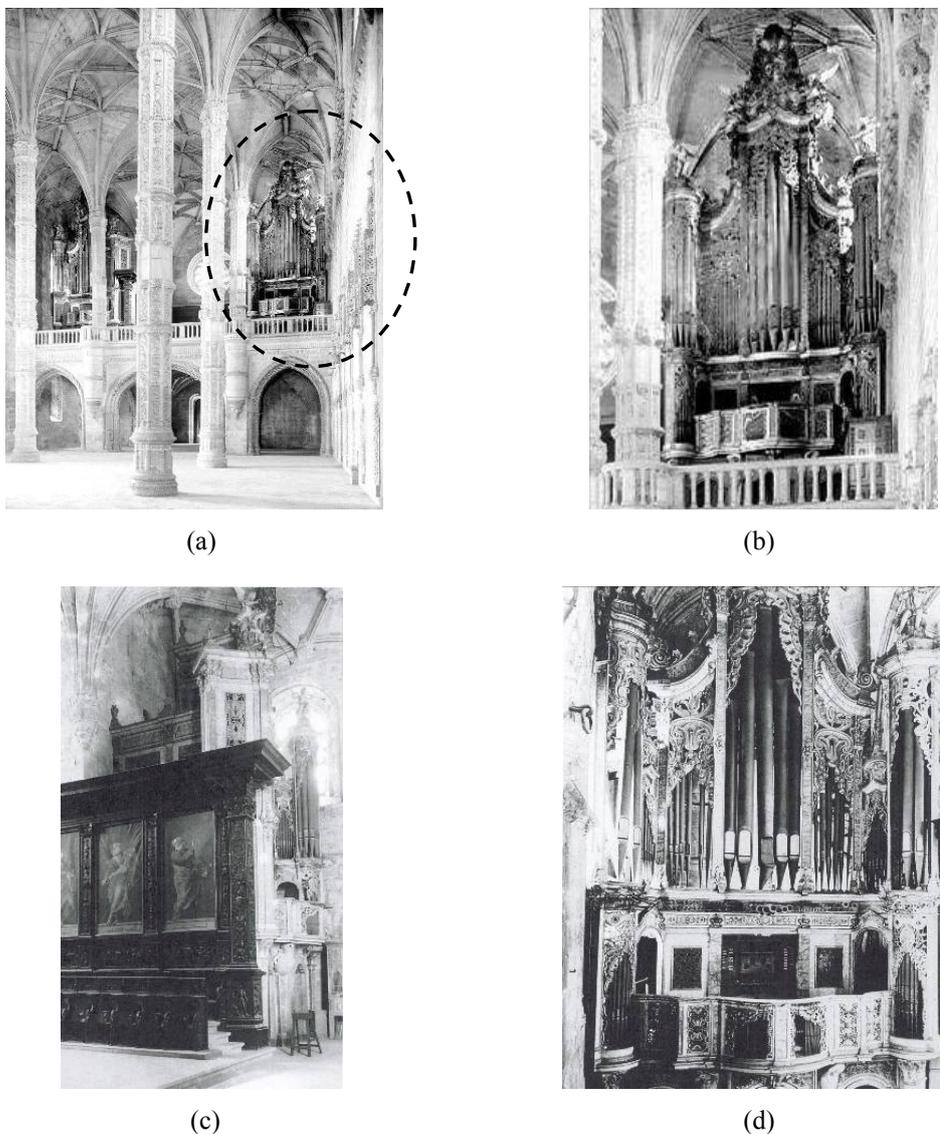


Figura 4.8 – Antigos órgãos do Coro Alto (fonte, DGEMN): (a) vista geral (não datado); (b) pormenor do órgão; (c) órgão Norte (não datado); (d) órgão Sul (1987).

4.1.2.3 Registos textuais

Alves (1993) faz referência a um grande órgão de vários registos, no ano de 1514, tendo sido pagos 800 reais “[...] ao mestre que fynou [afinou] os orgos”. No final do século XVII (1690 a 1693), encontra-se nova referência a dois órgãos (Alves, 1993) “Encostados às paredes das duas casas que ficam de uma e de outra parte do Coro [...] O primeiro

órgão, que é da parte da terra [Norte] é dos maiores que tem em Hespanha [...] Tem [...] os retratos da Senhora Rainha D. Catarina que é a que o deu, e do Senhor Rei D. João 3º seu marido. O outro órgão [...] mandou fazer o Reverendíssimo Padre Fr. António de Campos, sendo Prior deste real Mosteiro, e Geral”.

No ano de 1730, dois órgãos são referidos com 24 e 12 registos, surgindo dois mais pequenos com 6 registos. Mais tarde, é identificado o mestre organeiro Manuel Machado Teixeira de Miranda, a data da conclusão do grande órgão (1781) e algumas características do mesmo, como por exemplo, dimensão, número de tubos (4 010), de registos (74) e de pedais de combinação (12). O excerto que se apresenta faz parte da cópia do documento original (Vieira, 1900, pp. 52-55), constante no Anexo B.

“Machado Cerveira nasceu em 1 de setembro de 1756 [...] em Anadia, diocese de Coimbra. Seu pae, [...] em segundas nupcias, casou com Josepha Cerveira, [...] mãe de Machado e Cerveira. O nome do pae dos Machados figura no grande órgão que existe (hoje desmantelado) no côro do mosteiro dos Jeronymos do lado do evangelho, o qual tem esta inscrição: «Manuel Machado Teixeira de Miranda o fez e acabou no anno de 1781». Esse órgão tinha 4 010 tubos (dos quaes existe apenas uma pequena parte), 74 registros e 12 pedaes de combinações; os folles são em numero de sete. E' uma fabrica magestosa, occupando lateralmente todo o comprimento do côro que é extenssissimo, tendo no interior uma escadaria que vae até á abobada do templo para se poder limpar e concertar todas as peças do instrumento. Diz a tradição que o fabricante tinha deixado um volumoso livro manuscrito com minuciosa descrição da sua obra, mas esse livro desapareceu. [...]”.

De uma informação de factos relativos a 1885 (Alves, 1993), pode retirar-se que: “[...] De Dezembro de 1884 a Setembro de 1885 gastou-se no grande órgão – 2:434:320 rs. [...] Comprou-se por 272:00 rs. Um harmónico para desmanchar e colocar no grande órgão [...] Souberam [freguesia de S. Nicolau] que do órgão dos Jerónimos sobejavam folles e [...] depois de um officio firmado por Fontes Pereira de Melo [...] mandava entregar os folles necessários a S. Nicolau! [...] S. Magestade a Rainha D. Amélia [...] mostrou desejos [...] de ser retirado do claustro o pejamento que ali havia com o material do órgão. Os desejos foram ordens e lá está tudo amontuado mostrando a nacionais e estrangeiros o que somos”.

No testemunho e indignação de Mário de Sampaio Ribeiro (Alves, 1993) ao referir a afinação dos órgãos é mencionado que “[...] *As caixas [dos últimos órgãos mandados construir] eram do tempo de D. João V, mas os instrumentos nelas contidos eram mais modernos e foram por completo desmantelados por altura do centenário da Índia [1897-1899] [...]. Por isso se mandaram remover e como o cadeirado ficasse mal acomodado ao recinto, os «restauradores» ordenaram a sua mutilação (!!!)*”.

Durante os períodos de 1930/1940 e 1955/1957 é removido, na totalidade, cada um dos grandes órgãos, desconhecendo-se com pormenor a sua localização actual (JERÓNIMOS, 2000). No ano de 1936 é ordenada a desobstrução das capelas do Coro Alto, demolição e arrecadação dos foles dos órgãos. O excerto que se apresenta faz parte da cópia do documento original, constante no Anexo B.

“O abaixo assinado António Maria [...] mestre de ofício [...] se obriga a executar na Igreja [...] os seguintes trabalho: [...]

b) - Desobstrução completa das capelas do Côro incluindo a demolição e arrecadação dos foles dos órgãos, soalho, travejamento e tabiques por 480\$00 (2,39 euros) cada uma [...]“.

4.1.2.4 Conclusões da pesquisa

Da informação disponível pode concluir-se da existência de vários órgãos, de dimensões diferentes, nomeadamente (Alves, 1993):

1. o que existia em 1514 na “igreja velha”, pois a nova ainda não estava disponível;
2. o grande órgão oferecido pela rainha D. Catarina, com 24 registos, arruinado eventualmente por altura do terramoto de 1755;
3. outro órgão, de 12 registos, mandado fazer por D. António de Campos em 1690-1693, também desaparecido;
4. dois órgãos pequenos, de 6 registos cada, anteriores a 1721, desaparecidos;

5. o grande órgão, de 74 registos, construído em 1781 por Manuel Teixeira de Miranda, já inutilizado no final do século XIX;
6. o órgão mandado construir em 1789 pelo bispo de Pernambuco, D. Fr. Diogo de Jesus Jardim;
7. um órgão de 13 registos da extinta patriarcal da Ajuda, pela rainha D. Maria II, já inutilizado em 1901;
8. um órgão pequeno e moderno, que servia nos ofícios divinos por volta de 1901.

Os órgãos evidenciados na Figura 4.8 poderão ser os dois órgãos mencionados nos pontos 4 (órgão da direita, lado Norte) e 5 (órgão da esquerda, lado Sul).

A incompatibilidade entre a data de desmonte do segundo órgão (1955/1957) e a data da Figura 4.8 (c) (1987) poderá indiciar a sua permanência durante mais tempo no Coro Alto. A parede exterior parece localizar-se à esquerda do órgão, isto é, na abóbada Sul. A data de 1955/1957 poderá, eventualmente, ter sido associada por equívoco, aos trabalhos de instalação de som da Igreja dos Jerónimos. Aqueles foram realizados pela empresa *Philips* no valor de 18.861\$00 (94,08 euros), conforme cópia do documento original no Anexo B.

4.2 Informação recolhida sobre a estrutura do Coro Alto

O Coro Alto engloba os dois primeiros tramos da entrada da Igreja: o primeiro tramo ocupa apenas o espaço livre entre as duas salas anexas situadas por baixo das torres primitivas; o segundo tramo acompanha a largura da nave, ver Figura 4.9. O tecto inferior do Coro é constituído por seis abóbadas rebaixadas e nervuradas que descarregam em paredes resistentes, em arcos tudor que abrem para a nave e em dois pilares de alvenaria de pedra, ver Figura 4.10. A zona em estudo (abóbada Sudeste) apresenta uma planta rectangular e dimensões aproximadas de 5.50x8.60m².

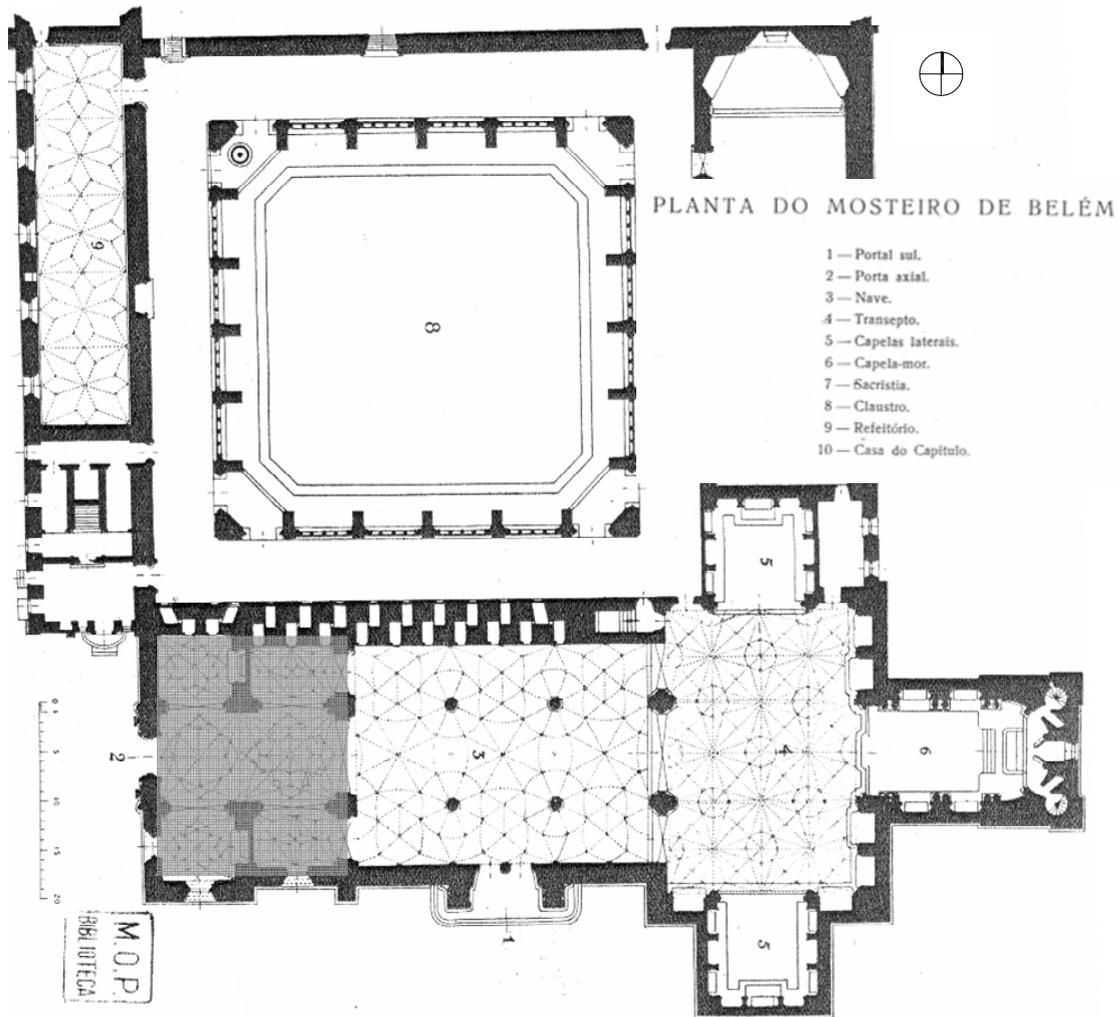


Figura 4.9 – Planta do conjunto monumental do Mosteiro dos Jerónimos, evidenciando-se, esquematicamente, a localização do Coro Alto (Santos, 1930).

Do transepto pode subir-se ao Coro Alto, através de uma escadaria localizada na parede Norte do corpo da Igreja, que também realiza a parede Sul do Claustro. Existe ainda outro acesso ao Coro Alto directamente do piso superior do Claustro.

Na zona inferior do Coro Alto, a Norte encontra-se a capela do Senhor dos Passos revestida de talha dourada com quatro pinturas da Paixão de Cristo, a Sul a capela baptismal, seguindo-se as arcos tumulares de Luís de Camões e Vasco da Gama.

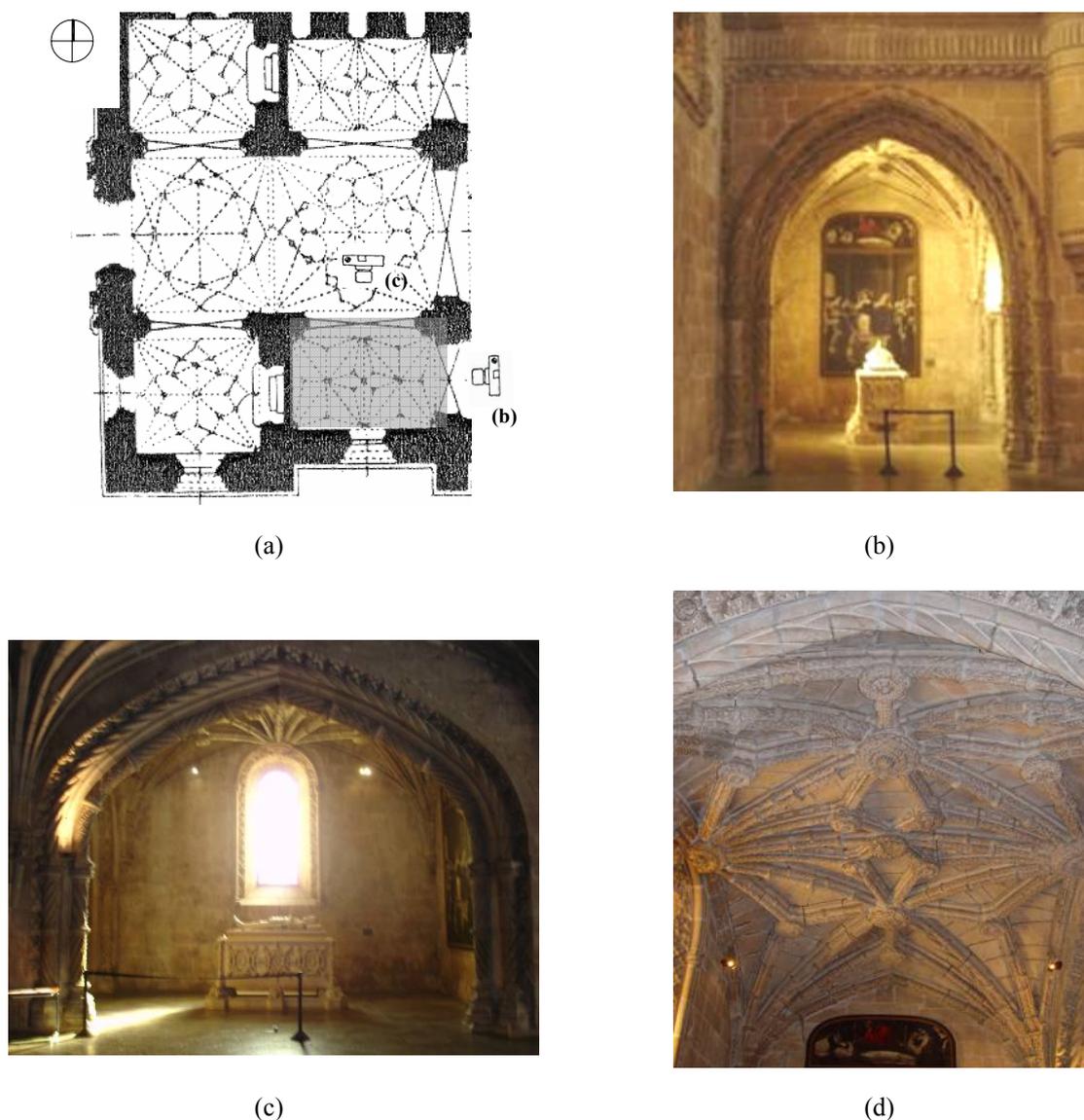


Figura 4.10 – Coro Alto e abóbada em estudo: (a) planta do tecto com a representação das nervuras, evidenciando-se a localização da abóbada em estudo (Santos, 1930); (b) vista frontal; (c) vista lateral; (d) intradorso.

4.2.1 Levantamento geométrico

Foi necessário proceder ao levantamento geométrico da abóbada do Coro Alto, destinada a suportar o futuro órgão de tubos, dada a ausência de informação detalhada sobre a geometria da estrutura, ao contrário do verificado para a nave da Igreja que foi recentemente levantada pormenorizadamente (Lourenço, 2004). A metodologia utilizada teve início com o levantamento planimétrico do alinhamento das nervuras e a sua projecção no pavimento para posterior referência. Posteriormente, foram marcados pontos, espaçados em média de 20cm (ver Figura 4.11), para medição das cotas altimétricas do

intradorso das nervuras com o recurso a um distanciómetro laser. A irregularidade do pavimento foi mitigada com o espaçamento apertado dos pontos levantados, pretendendo-se com isto, identificar e corrigir variações anormais do perfil.

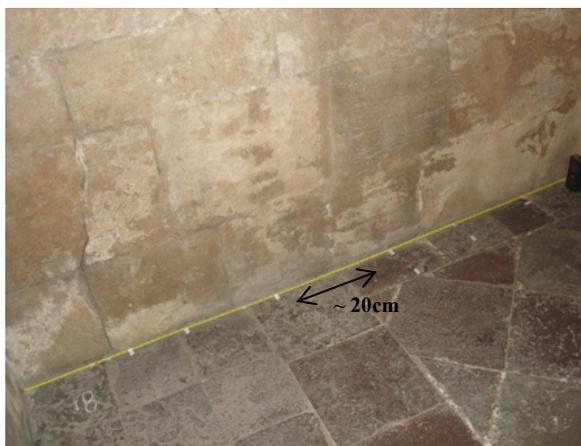
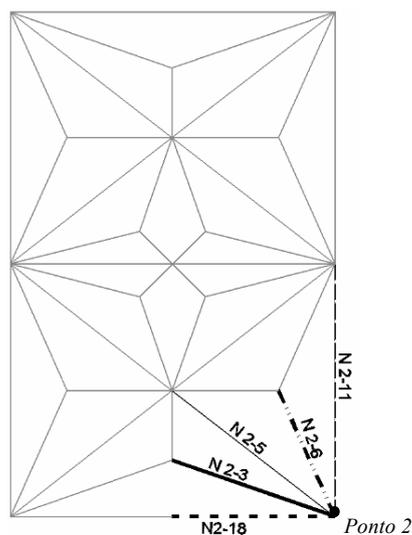


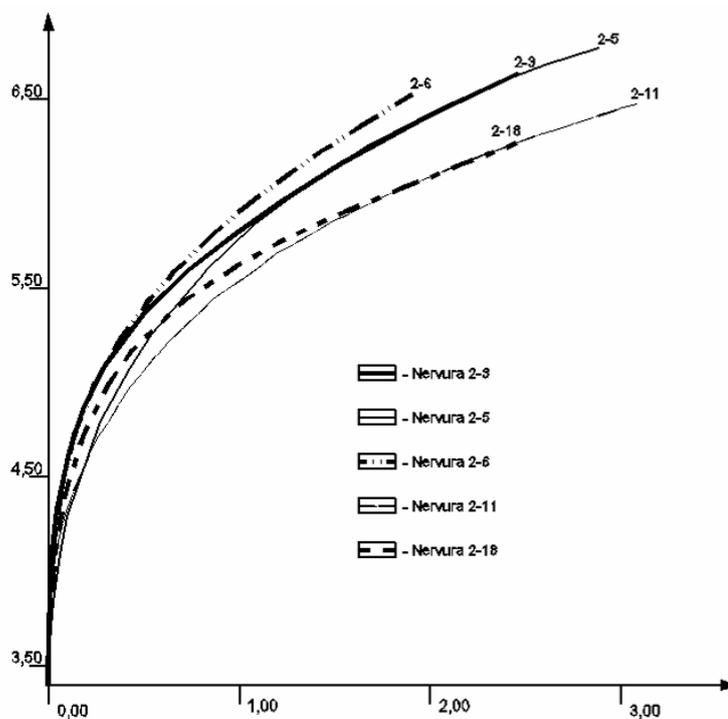
Figura 4.11 – Exemplo de pontos utilizados para o levantamento altimétrico da nervura adjacente à parede Sul.

O levantamento altimétrico do intradorso das nervuras apresentou complexidade acrescida, uma vez que a curvatura, para além de não ser constante ao longo do seu desenvolvimento, é diferente de nervura para nervura. Como simplificação, dada a aparente dupla simetria do levantamento planimétrico, foram apenas levantadas as cotas altimétricas de $\frac{1}{4}$ da abóbada. A título de exemplo, apresenta-se o perfil do intradorso das nervuras que convergem numa zona de arranque da abóbada, ver Figura 4.12.

As secções resistentes das nervuras foram medidas a fita métrica com recurso a meios elevatórios. O levantamento geométrico foi prolongado ao pilar de canto e às paredes e arcos periféricos. É de salientar, que foi ainda necessário identificar a cota de separação das nervuras na zona de arranque (*tas-de-charge*), importante para a construção do modelo numérico.



(a)



(b)

Figura 4.12 – Perfil do intradorso das nervuras que convergem no ponto 2: (a) planta de localização; (b) perfis longitudinais.

4.2.2 Paredes e contrafortes

A parede da fachada Sul possui uma espessura de cerca de 1.90m, praticamente constante em todo o seu desenvolvimento. Para assegurar a estabilidade da parede Sul da nave identificam-se três contrafortes, de forma trapezoidal em alçado, afastados de 11.0m e

9.7m, ver Figura 4.9. A parede Poente, confinante com a capela baptismal, tem uma espessura de cerca de 1.90m e de 0.70m na zona do nicho existente, ver Figura 4.13.

O contraforte adjacente ao Coro Alto encontra-se no alinhamento do arco Nascente, ver Figura 4.10 (a). Esta situação é verificada na restante planta da nave da Igreja com os contrafortes no alinhamento dos pilares centrais (arcos transversais).

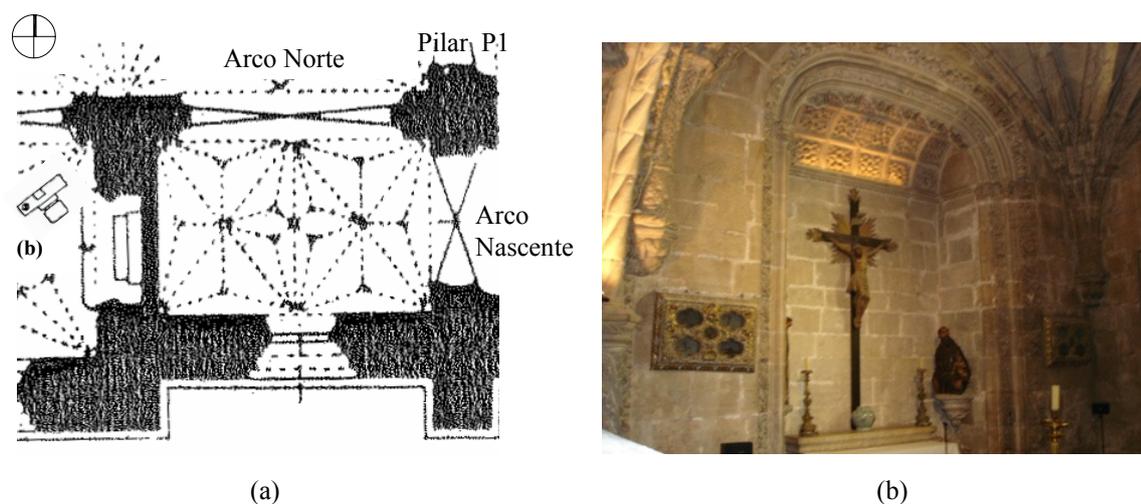


Figura 4.13 – Coro Alto: (a) planta do tecto da abóbada Sul, com a representação das nervuras a tracejado (Santos, 1930); (b) nicho existente na parede Poente.

4.2.3 Pilares

Os dois pilares do Coro Alto possuem secção transversal e condições fronteira idênticas, encontrando-se contraventados transversalmente ao nível das abóbadas, ver Figura 4.14. A geometria da secção transversal do pilar P1 é complexa e apresenta dimensões máximas de cerca de $2.80 \times 2.60 \text{m}^2$, ver Figura 4.15. Acima do Coro Alto os pilares desenvolvem um perfil octogonal, podendo ser aproximado a um círculo com um diâmetro de 1.04m (Lourenço, 2004).

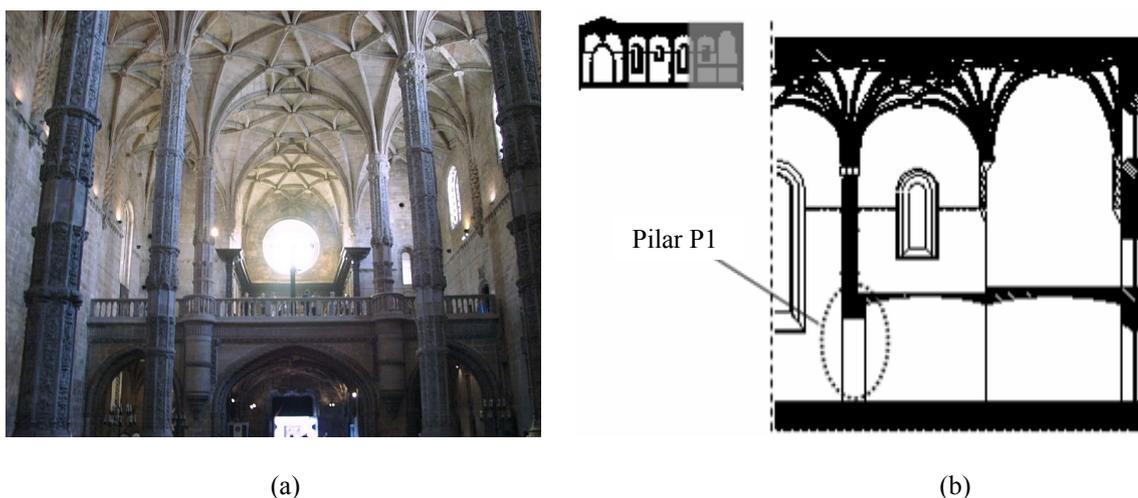


Figura 4.14 – Pilares do Coro Alto: (a) alçado frontal; (b) corte longitudinal.



Figura 4.15 – Secção transversal do pilar levantado (P1) entre o Coro Alto e o pavimento da Igreja.

4.2.4 Arcos

Os dois arcos tudor que delimitam a abóbada em estudo possuem secção transversal diferente, ver Figura 4.16. O arco Nascente tem dimensões máximas de cerca de $0.80 \times 2.00 \text{m}^2$ e uma distância entre apoios de aproximadamente 4.00m. Por sua vez, o arco Norte tem dimensões máximas de cerca de $1.22 \times 1.09 \text{m}^2$ e uma distância entre apoios de 6.20m. Por altura da secção transversal dos arcos considerada-se aqui a distância do seu intradorso até à cota do extradorso das nervuras adjacentes.

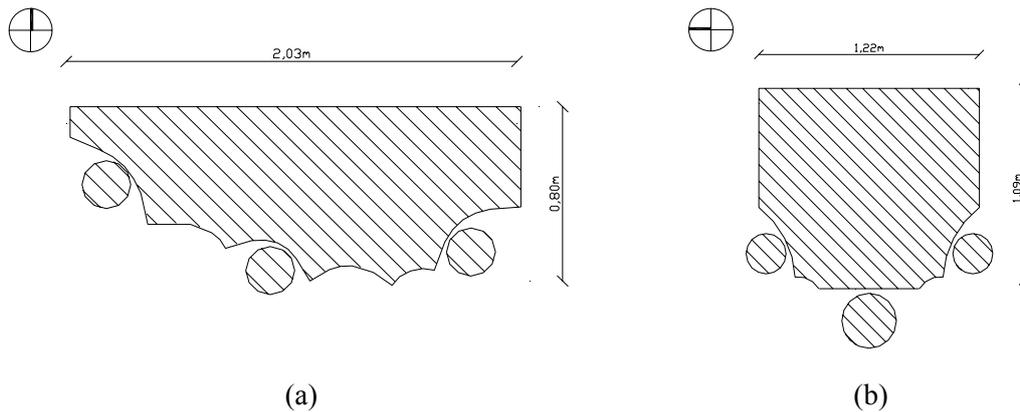


Figura 4.16 – Secção transversal dos arcos tudor: (a) Nascente; (b) Norte.

4.2.5 Abóbada

Na sequência do mencionado anteriormente, a abóbada onde se prevê a colocação do novo órgão é rebaixada e nervurada. O seu intradorso é constituído por lajetas de pedra apoiadas sobre as nervuras também de pedra. Por cima dessas lajetas, existe uma camada de material de enchimento com espessura variável. A geometria das nervuras levantadas, em planta, foi considerada duplamente simétrica, ver Figura 4.17.

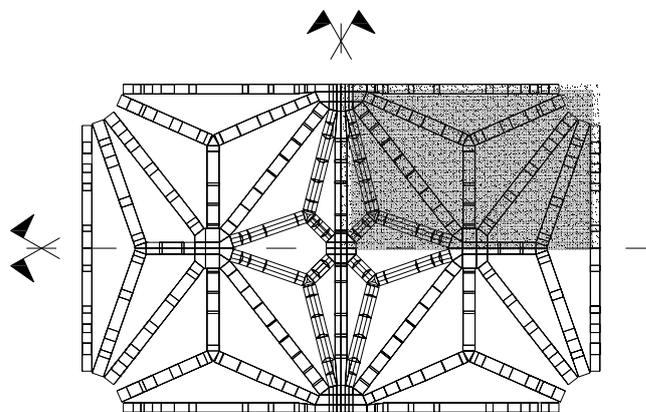


Figura 4.17 – Geometria, duplamente simétrica, adoptada para as nervuras, em planta.

As nervuras têm duas secções transversais diferentes, ver Figura 4.18. Admite-se que a razão para a alteração das secções fosse essencialmente arquitectónica, conjugada com a menor espessura do material de enchimento na zona central.

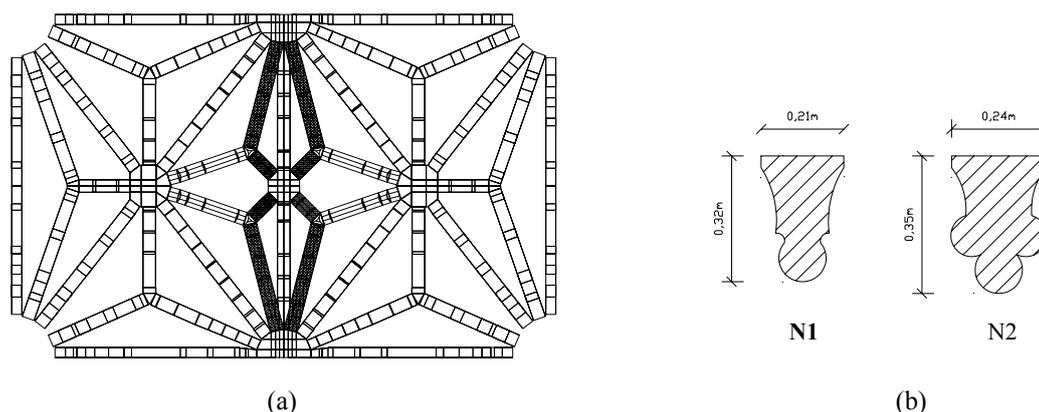


Figura 4.18 – Nervuras tipo: (a) localização esquemática, em planta (a negrito assinalam-se as nervuras tipo N1); (b) secção transversal das nervuras tipo N1 e N2.

Na ligação entre as nervuras encontram-se as chaves, com a forma de uma pedra cilíndrica única decorada com motivos arquitectónicos na face visível, ver Figura 4.19.



Figura 4.19 – Exemplo das chaves de pedra na zona central da abóbada.

4.3 Definição dos modelos da abóbada do Coro Alto

A falta de informação histórica detalhada sobre as tecnologias construtivas utilizadas na edificação do Coro Alto, e a ausência de estudos aprofundados sobre as propriedades mecânicas dos materiais existentes, condicionam a análise efectuada e a interpretação dos resultados obtidos.

Com base na informação recolhida do Coro Alto, foi possível proceder à construção dos modelos numéricos, em duas fases: a primeira fase consistiu na construção de um modelo com recurso a elementos sólidos tridimensionais (designado por “modelo 3D”); numa segunda fase, foi elaborado um modelo constituído por elementos de viga e casca

(designado por “modelo de vigas”), permitindo reduzir significativamente o tempo necessário para as análises não lineares do primeiro modelo.

4.3.1 Modelo 3D

Este modelo é constituído por elementos finitos sólidos tridimensionais de 20 e 15 nós (ver Figura 4.20), permitindo a consideração de um estado tridimensional de tensão com os seis componentes do tensor das tensões.

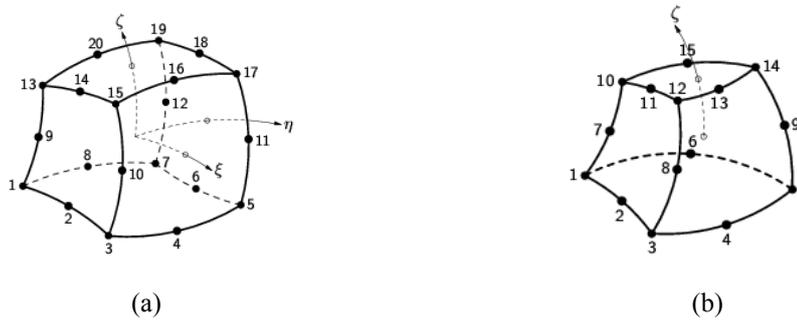


Figura 4.20 – Elementos finitos utilizados: (a) sólido *brick* de 20 nós; (b) sólido *wedge* de 15 nós (DIANA, 2005).

4.3.1.1 Nervuras

A definição do modelo 3D iniciou-se a partir das nervuras, com base no levantamento geométrico elaborado, ver Figura 4.21.

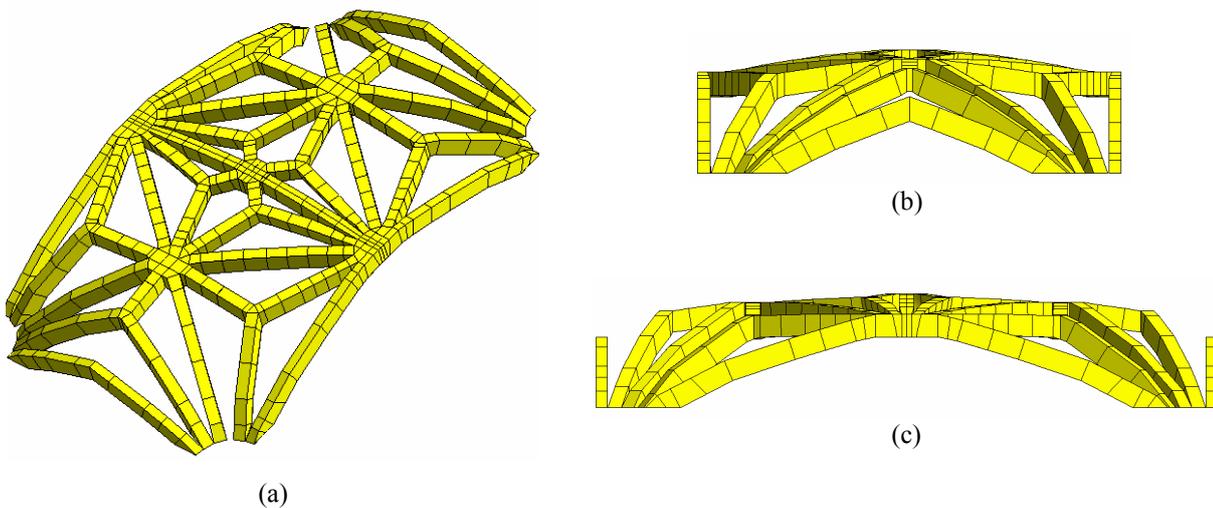


Figura 4.21 – Geometria das nervuras: (a) perspectiva; (b) alçado Nascente; (c) alçado Norte.

O arranque das nervuras de canto (*tas-de-charge*) foi ajustado de forma a acompanhar o nascimento das lajetas de pedra, à cota 5.70m, ver Figura 4.22.

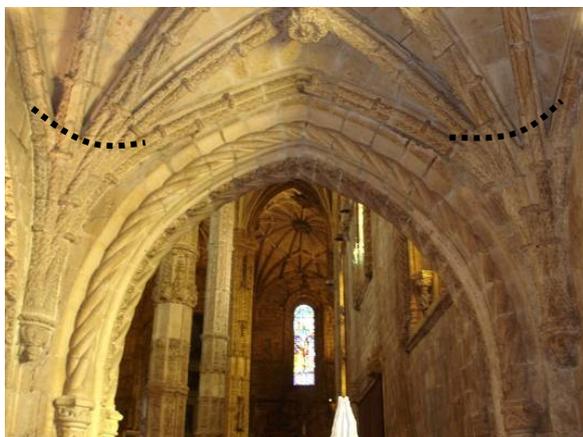


Figura 4.22 – Localização esquemática do arranque das lajetas de pedra, assinaladas a tracejado (a cerca de 5.70m do pavimento).

Na compatibilização entre o levantamento geométrico e o modelo estrutural surgiram dificuldades na ligação das nervuras às chaves. Neste sentido, foi necessário proceder à alteração ligeira da secção das nervuras, tendo em vista assegurar a convergência em dois planos únicos na face superior e inferior da chave, ver Figura 4.23.

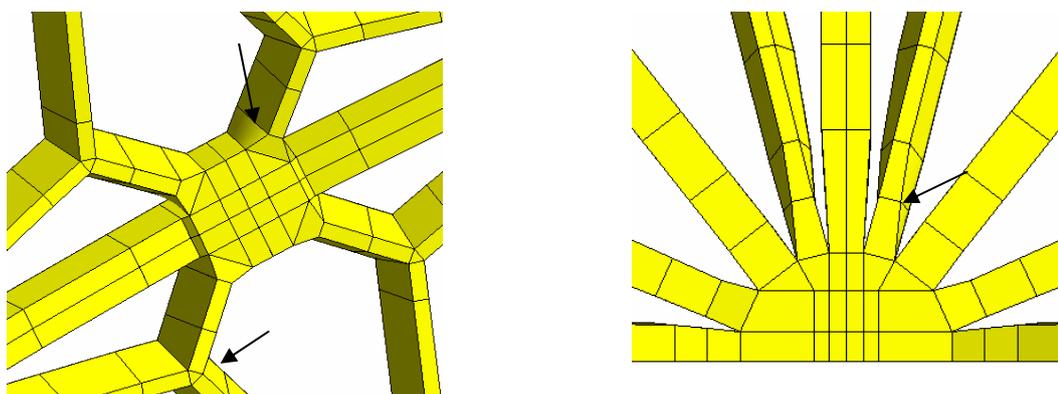


Figura 4.23 – Exemplos do ajuste da directriz e da secção na zona de ligação das nervuras (intradorso).

A secção transversal das nervuras foi admitida constante, tendo sido adoptadas duas geometrias distintas: trapezoidal (nervura tipo N1*) e rectangular (nervura tipo N2*), ver Figura 4.24.

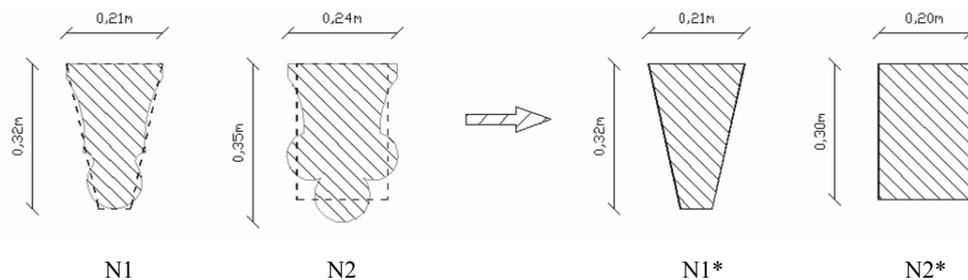


Figura 4.24 – Geometria aproximada da secção transversal das nervuras tipo.

4.3.1.2 Lajetas entre nervuras

As lajetas de pedra apoiadas entre as nervuras foram também modeladas com elementos de volume, ver Figura 4.25, tendo sido adoptada uma espessura de 0.10m.



Figura 4.25 – Vista inferior das lajetas de pedra entre nervuras: (a) estrutura existente; (b) modelo 3D.

4.3.1.3 Material de enchimento

O material de enchimento foi também representado com elementos de volume, ver Figura 4.26. A sua espessura foi obtida através da diferença entre a cota do extradorso das lajetas de pedra e do pavimento do Coro Alto. No modelo elaborado, a espessura do material de enchimento varia de 2.00m, na zona do arranque das nervuras, para 0.50m, no fecho da abóbada.

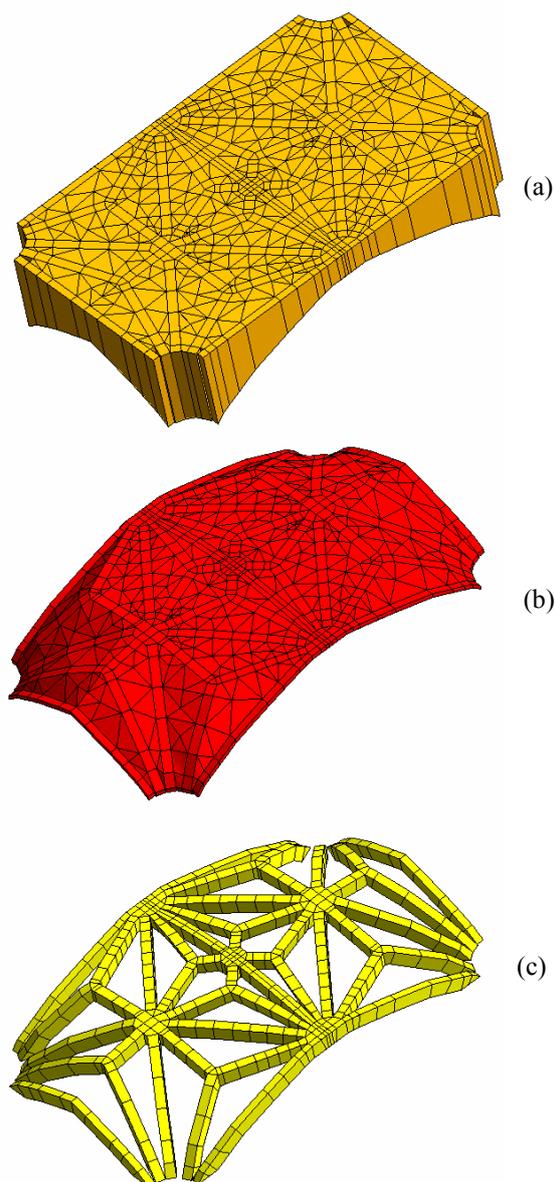


Figura 4.26 – Modelo 3D completo: (a) material de enchimento; (b) lajetas de pedra; (c) nervuras.

4.3.2 Modelo de vigas

Este modelo é constituído por elementos de viga tridimensionais e elementos de casca curvos quadráticos, ver Figura 4.27. Os elementos de viga utilizados consideram a deformação por corte de acordo com a teoria de Mindlin. Os elementos de casca consideram as duas hipóteses habituais: (a) Navier-Bernoulli, secções planas mantêm-se planas após deformação mas não necessariamente perpendiculares à superfície de referência. A deformação por corte é incluída de acordo com a teoria de Mindlin-Reissner;

(b) tensão normal zero, em que se assume que a componente da tensão normal na direcção perpendicular à superfície de referência é nula.

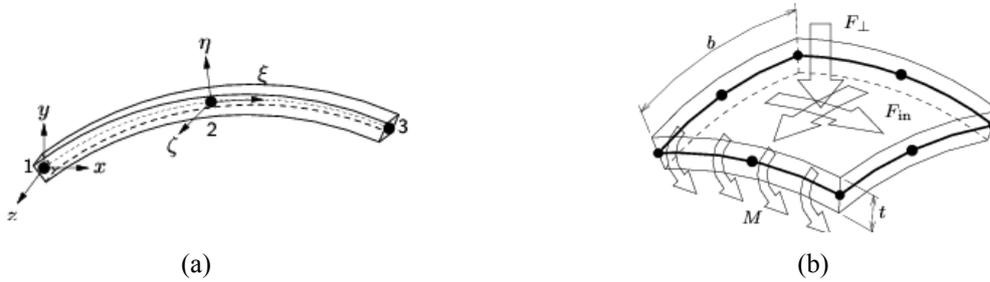


Figura 4.27 – Elementos finitos utilizados (DIANA, 2005): (a) viga tridimensional de 3 nós; (b) casca curva quadrática de 8 nós.

4.3.2.1 Nervuras

A construção deste modelo iniciou-se também a partir das nervuras com base no levantamento geométrico elaborado. O arranque das nervuras de canto (*tas-de-charge*) foi ajustado de forma a acompanhar o nascimento das lajetas de pedra, à cota de 5.70m, ver Figura 4.28.

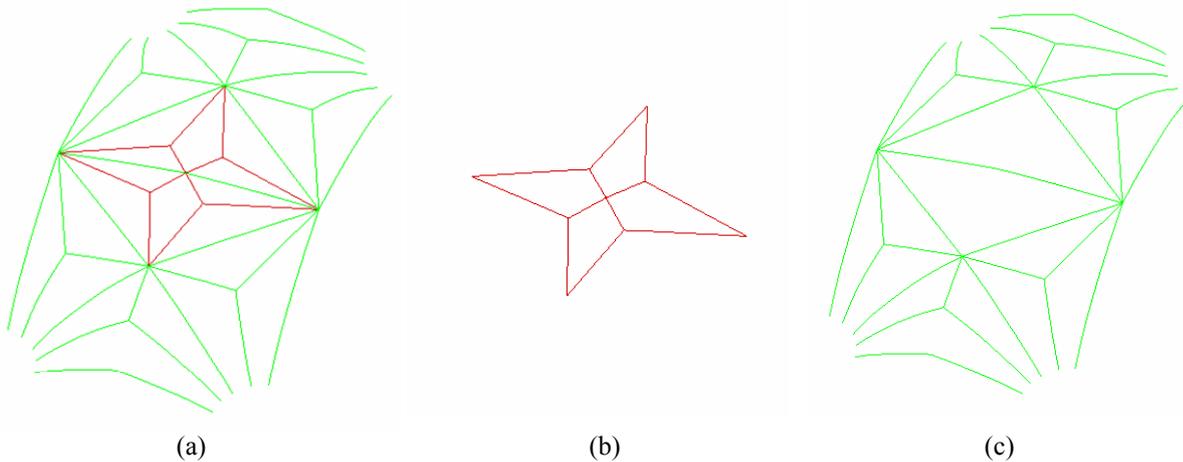


Figura 4.28 – Elementos de viga que simulam as nervuras: (a) vista superior; (b) nervuras tipo N1; (c) nervuras tipo N2.

As secções transversais adoptadas para as nervuras tipo N1 e N2 encontram-se indicadas anteriormente, na Figura 4.24. Na compatibilização entre o levantamento geométrico e o modelo estrutural de vigas, não foi considerado o contributo local da rigidez das pedras de fecho, ao contrário do modelo 3D.

4.3.2.2 Pilar

O pilar levantado (P1) foi também modelado com elementos de viga. A secção transversal foi aproximada a um rectângulo de dimensões de cerca de $2.40 \times 2.10 \text{m}^2$, ver Figura 4.29.

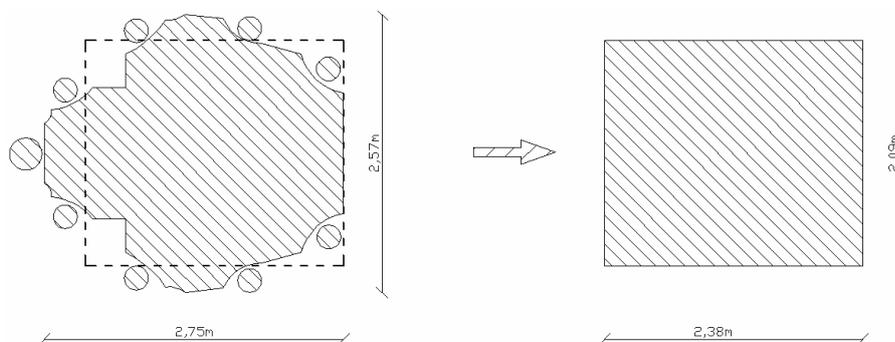


Figura 4.29 – Geometria adoptada para a secção transversal do pilar P1.

4.3.2.3 Paredes e contrafortes

As paredes e contrafortes foram modelados com os elementos de casca, ver Figura 4.30. A espessura é admitida constante em cada elemento, mas variável de acordo com a localização do elemento na malha: 1.90m para a zona corrente da parede; 3.70m para a zona do contraforte. No modelo, não foi considerada a abertura da janela (parede Sul) e a redução da espessura da parede Poente devido ao nicho existente na Capela Baptismal, uma vez que se trata de um modelo simplificado e se admite que a influência destes pormenores é insignificante para o estudo da abóbada.

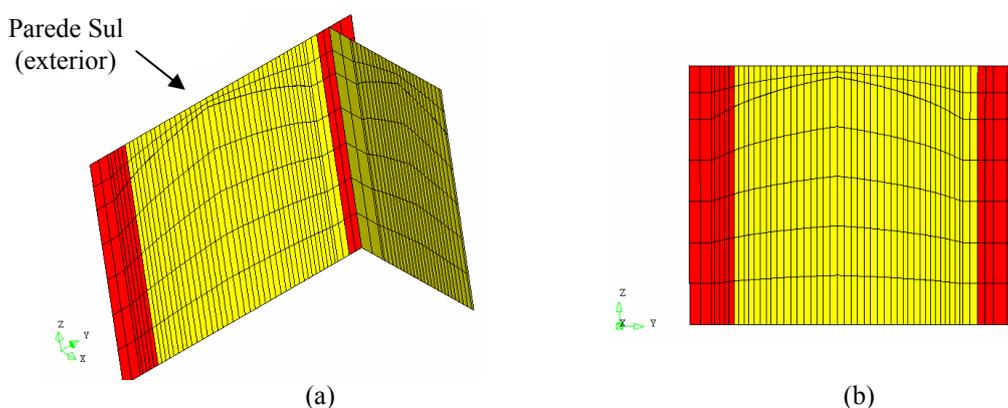


Figura 4.30 – Elementos de casca que representam as paredes e os contrafortes (localizados nos extremos da parede Sul): (a) perspectiva; (b) alçado da parede Sul.

4.3.2.4 Arcos

Os arcos Nascente e Norte foram simulados com elementos de viga, encontrando-se as secções transversais adoptadas na Figura 4.31. Salienta-se que a aproximação para o arco é relativamente pobre, tendo sido preferível adoptar um elemento em “L”, ainda que a solução adoptada seja conservadora.

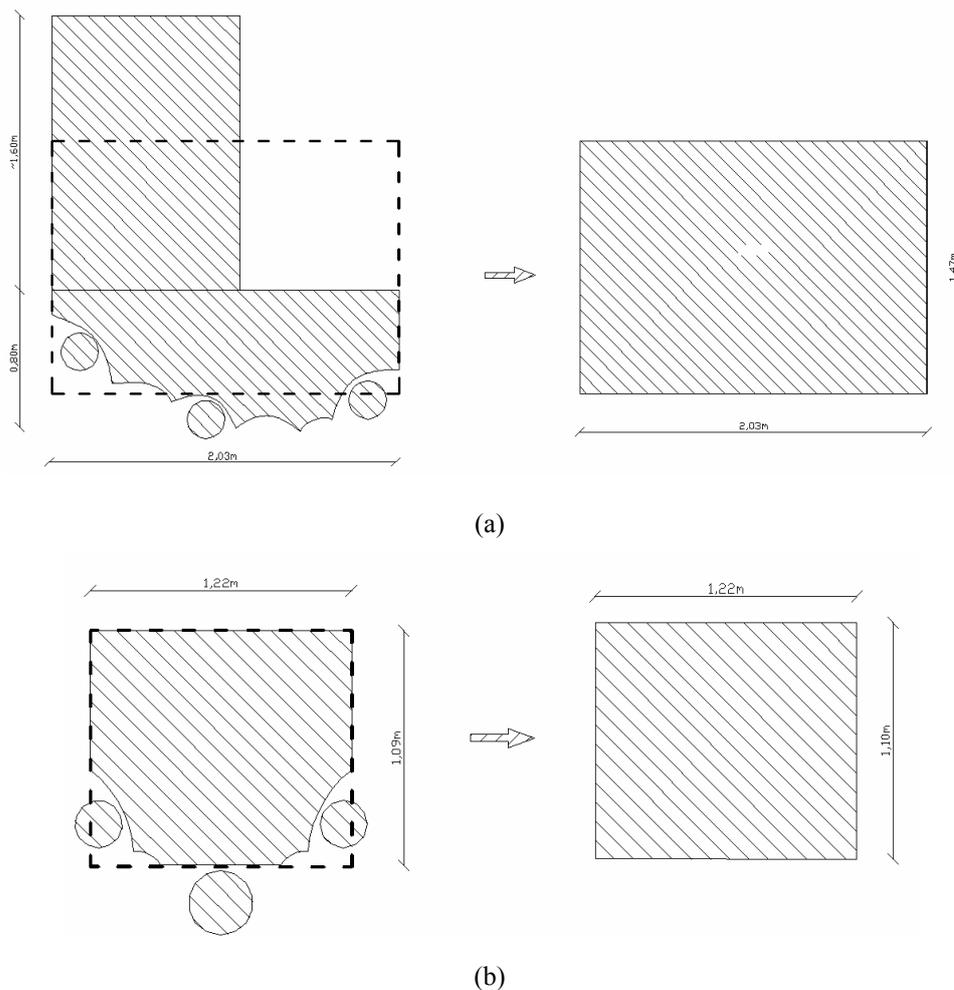


Figura 4.31 – Geometria adoptada para a secção transversal dos arcos: (a) Nascente; (b) Norte.

4.3.2.5 Lajetas entre nervuras e enchimento

As lajetas entre nervuras e o enchimento foram também modelados com elementos de viga, ver Figura 4.32. Conforme referido anteriormente, a espessura do material de enchimento varia de 2.00m, na zona do arranque das nervuras, para 0.50m, no fecho da abóbada. A secção transversal destes elementos foi estimada considerando a contribuição conjunta da

rigidez das lajetas de pedra e do enchimento, proporcional ao módulo de elasticidade adoptado para os dois materiais, ver Anexo C para detalhes.

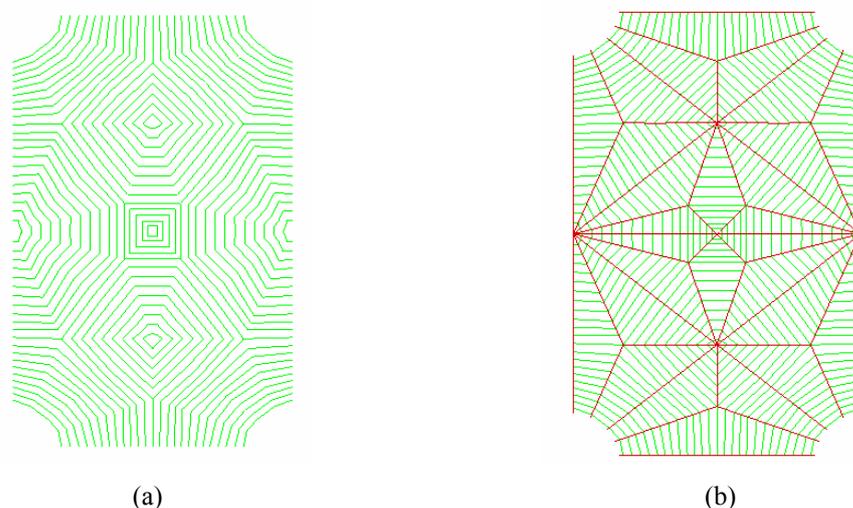


Figura 4.32 – Elementos de viga que simulam as lajetas (entre nervuras) e o enchimento, em planta: (a) modelo evidenciando esses elementos; (b) o mesmo modelo incluindo as nervuras.

4.3.3 Condições fronteira

A base das paredes, incluindo os contrafortes e o pilar, foi admitida encastrada, salientando-se que a consideração do comportamento não-linear da alvenaria se encarrega automaticamente de permitir a rotação dos apoios, caso surjam tensões de tracção.

O deslocamento horizontal dos bordos da abóbada em contacto com outras abóbadas do Coro Alto foi restringido (Norte e Poente), ver Figura 4.33. Para compatibilização do deslocamento horizontal do topo do pilar com os elementos adjacentes, aquele foi restringido na direcção transversal do Coro Alto.

Os deslocamentos da base das nervuras (arranque das lajetas) são dependentes dos deslocamentos dos elementos de suporte adjacentes, nomeadamente, paredes e pilar P1, conduzindo a movimentos compatíveis. Os restantes graus de liberdade estão livres.

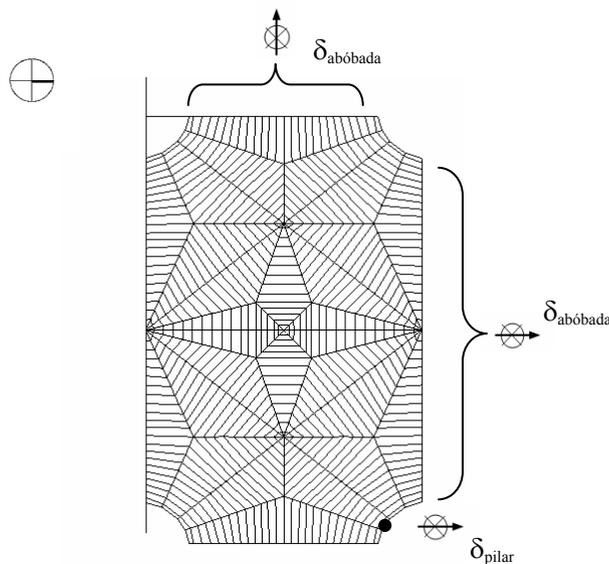


Figura 4.33 – Restrição do deslocamento horizontal dos bordos da abóbada em estudo (contacto com outras abóbadas) e do topo do pilar.

4.4 Validação do modelo de vigas e cascas

A geometria complexa do modelo 3D iria resultar em análises não lineares excessivamente morosas, face ao tempo necessário para a obtenção da solução em regime linear. Este modelo, uma vez elaborado, foi utilizado para validar o modelo de vigas da abóbada em termos de deformação vertical, recorrendo a análises em regime linear. Para tal, foram comparados os resultados de três modelos reduzidos: nervuras; nervuras e lajetas; nervuras, lajetas e enchimento. As condições fronteiras adoptadas foram simplificadas (bordos simplesmente apoiados), dado que o objectivo era validar o comportamento do modelo de vigas.

4.4.1 Resultados obtidos e sua análise

Os resultados obtidos para as deformações verticais dos modelos acima referidos constam na Figura 4.34 a Figura 4.36. No modelo constituído pelas nervuras, lajetas e enchimento, ver Figura 4.36 (a), destaca-se a maior deformação na zona dos arranques devido à maior deformabilidade do material de enchimento. Por esta razão, não é evidente a deformação das lajetas de pedra a meio vão.

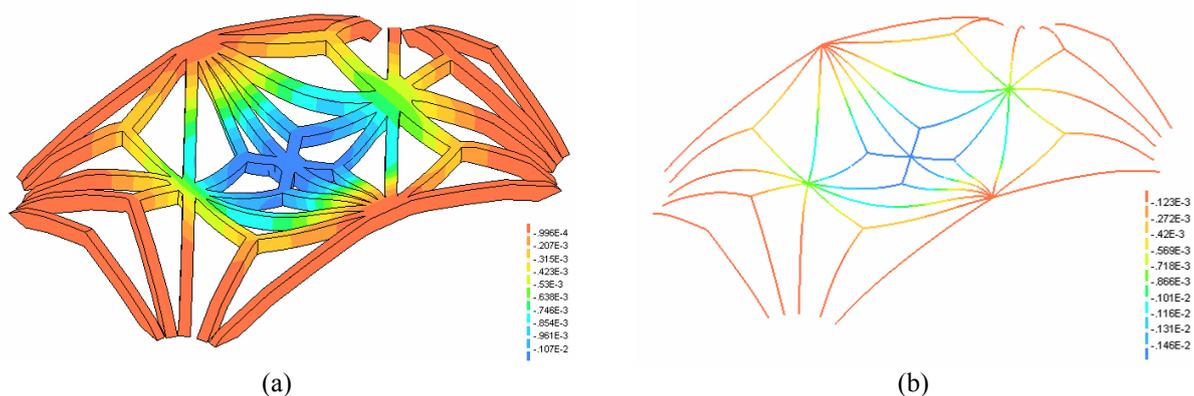


Figura 4.34 – Deformada obtida na análise linear para o modelo constituído pelas nervuras: (a) modelo 3D ($\delta_{z,\text{máx}} = 1.18\text{mm}^1$); (b) modelo de vigas ($\delta_{z,\text{max}} = 1.40\text{mm}^1$).

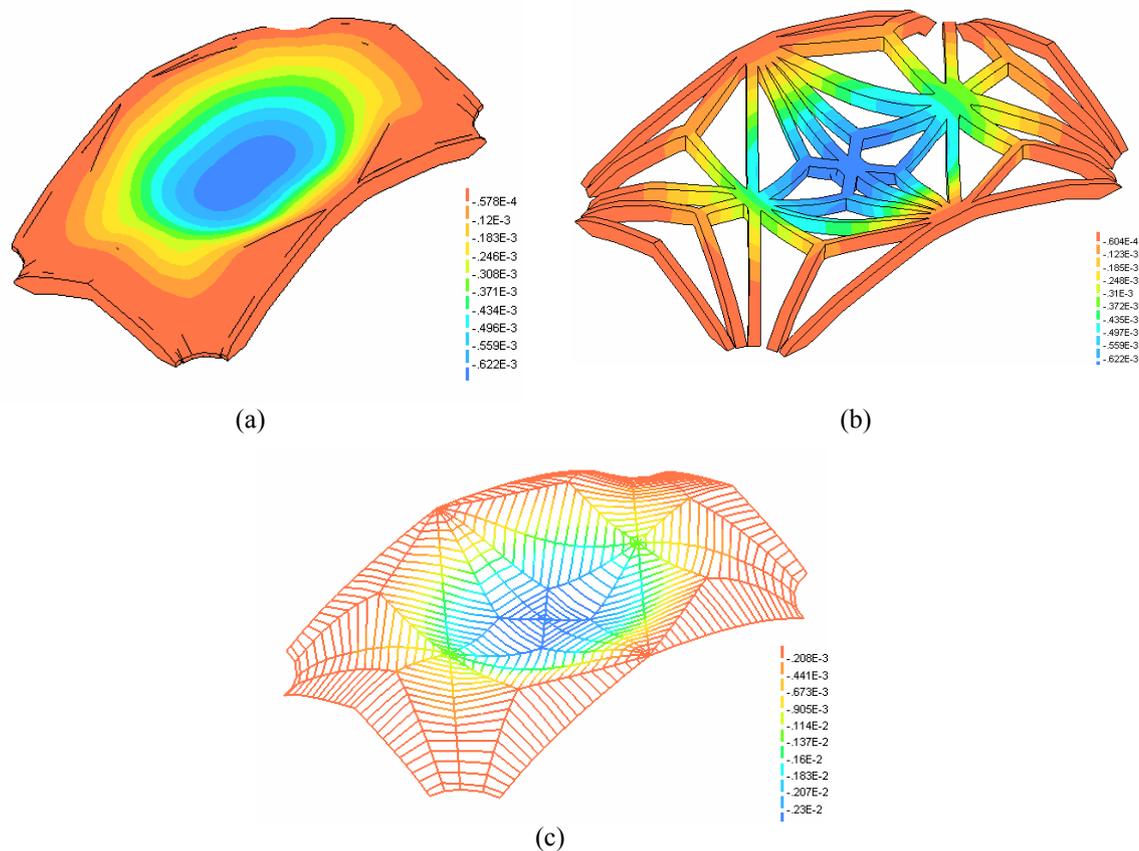


Figura 4.35 – Deformada obtida na análise linear para o modelo constituído pelas nervuras e lajetas: (a) modelo 3D; (b) modelo 3D evidenciando as nervuras ($\delta_{z,\text{máx}} = 2.00\text{mm}^1$); (c) modelo de vigas ($\delta_{z,\text{máx}} = 1.84\text{mm}^1$).

¹ Os valores dos deslocamentos verticais são referenciados à massa do modelo 3D.

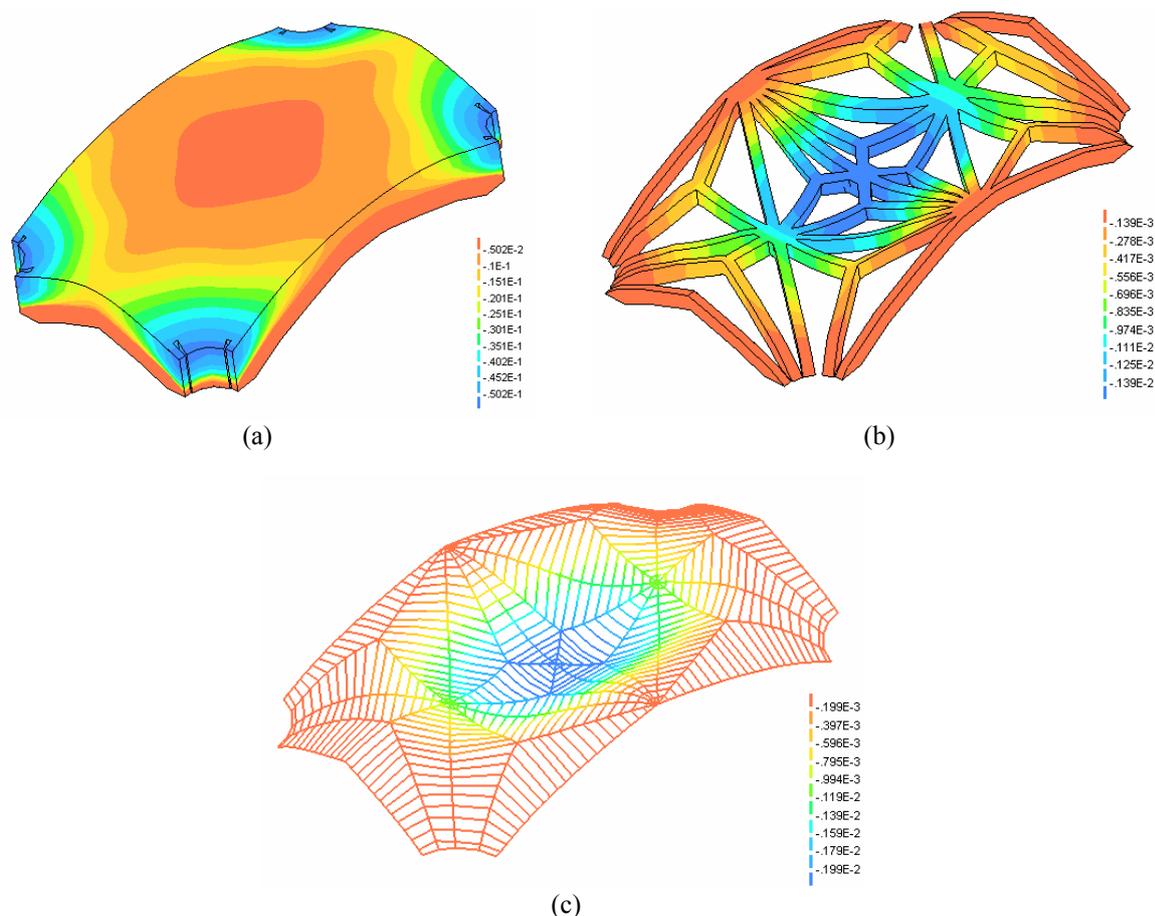


Figura 4.36 – Deformada obtida na análise linear para o modelo constituído pelas nervuras, lajetas e enchimento: (a) modelo 3D; (b) modelo 3D evidenciando as nervuras ($\delta_{z,\text{máx}} = 1.63\text{mm}^2$); (c) modelo de vigas ($\delta_{z,\text{máx}} = 1.96\text{mm}^2$).

Na Tabela 4.1, resumem-se os resultados dos deslocamentos verticais obtidos em regime linear, para os diferentes modelos reduzidos. Analisando esta tabela, constata-se que o modelo de vigas constituído, quer pelas nervuras ou quer pelas nervuras + lajetas + enchimento, apresenta uma deformação superior em 19% e 20%, respectivamente, ao modelo 3D, possivelmente associada a dois factores:

- não contabilização da rigidez das pedras de chave;
- simplificação do carregamento adoptado para o enchimento por áreas de influência e não de uma forma contínua, como acontece na realidade (ver Figura 5.1 e Tabela 5.2).

² Os valores dos deslocamentos verticais são referenciados à massa do modelo 3D.

Modelos simplificados	$\delta_{z,m\acute{a}x}$ (mm)		Δ
	Modelo 3D	Modelo de vigas	%
Nervuras	1.18	1.40	19%
Nervuras + Lajetas	2.00	1.84	-8%
Nervuras + Lajetas + enchimento	1.63	1.96	20%

Tabela 4.1 – Comparação dos deslocamentos verticais obtidos para a validação do modelo de vigas.

As diferenças verificadas entre os modelos 3D e de vigas são moderadas face às aproximações habituais em engenharia e ao desconhecimento sobre a constituição da abóbada e sobre as propriedades mecânicas dos materiais., podendo considerar-se o modelo de vigas validado. Mais se acrescenta, que o modelo de vigas com as nervuras, lajetas e enchimento apresenta deslocamentos superiores ao modelo 3D, admitindo-se desta forma que o mesmo seja conservador.

Salienta-se ainda que ocorre uma redução do deslocamento no modelo 3D constituído pelas nervuras + lajetas + enchimento em relação ao modelo sem enchimento (2.00mm para 1.63mm), evidenciando o efeito estabilizador do enchimento. Obviamente que este efeito depende das características de rigidez do enchimento.

4.5 Conclusões do capítulo

A pesquisa documental (textual e fotográfica) efectuada revelou lacunas na pouca informação existente sobre o Coro Alto e os antigos órgãos de tubos: a data exacta do início de construção do Coro Alto é desconhecida, sendo uma obra do século XVI, anterior a 1551; concluiu-se da existência de, pelo menos, 9 órgãos de dimensões diferentes (entre 6 a 74 registos); vários órgãos desapareceram ao longo dos tempos; os órgãos, ou partes dos mesmos, que terão chegado aos dias de hoje têm paradeiro incerto ou duvidoso. A remoção de dois dos antigos órgão do Coro Alto deu origem à destruição parcial do grande cadeiral de madeira por razões de ordem estética.

O piso do Coro Alto é constituído por seis abóbadas rebaixadas e nervuradas que descarregam em paredes resistentes, em arcos tudor que abrem para a nave e em dois pilares de alvenaria de pedra. Por sua vez, o esqueleto das abóbadas é constituído por lajetas de pedra apoiadas sobre nervuras também de pedra.

As nervuras da abóbada que irá suportar o órgão têm duas secções transversais diferentes na zona central. Sobre as lajetas existe uma camada de material de enchimento com espessura variável. Nos modelos elaborados, a espessura do material de enchimento varia de 2.00m, na zona do arranque das nervuras, para 0.50m, no fecho da abóbada.

A espessura das paredes é de 1.90m e o comprimento dos contrafortes de 3.70m (incluindo a espessura das paredes). Na parede Poente, que confina com a Capela Baptismal, existe um nicho que reduz a espessura da parede para cerca de 0.70m. Os dois arcos tudor que delimitam a abóbada em estudo têm secções resistentes e vãos diferentes: a secção do arco Nascente tem dimensões máximas de cerca de $0.80 \times 2.00 \text{m}^2$ e uma distância entre apoios de aproximadamente 4.00m; a secção do arco Norte tem dimensões máximas de cerca de $1.22 \times 1.09 \text{m}^2$ e uma distância entre apoios de 6.20m.

Com base na informação recolhida, foram elaborados dois modelos de elementos finitos: elementos de volume e elementos de viga e de casca. A morosidade das análises não lineares a realizar com os elementos de volume deu origem à construção do segundo modelo. Algumas simplificações foram adoptadas, dada a complexidade da geometria da estrutura que dificultou o levantamento e a modelação.

5 Análise estrutural de abóbada do Coro Alto

5.1 Acções e materiais

5.1.1 Acções verticais

As acções verticais consideradas na análise estrutural incluem a acção gravítica, nomeadamente, o peso próprio dos materiais e do órgão de tubos. Os pesos específicos adoptados para a alvenaria de pedra e para o material de enchimento foram de 22kN/m^3 e 18kN/m^3 , respectivamente. A cobertura foi simulada por uma acção equivalente uniformemente distribuída de 0.3kN/m^2 (Lourenço, 2004).

Para a alvenaria de pedra (paredes, arcos, pilar e nervuras) e material de enchimento foram adoptadas propriedades mecânicas distintas. A falta de informação sobre estas propriedades obrigou à realização de uma análise de sensibilidade da resposta face à variação da tensão de compressão da alvenaria de pedra. Na Tabela 5.1 apresentam-se os diferentes valores das propriedades consideradas na análise, tendo-se considerado o valor referência de 6.0MPa para a resistência característica à compressão da alvenaria (a negrito), (Lourenço, 2004).

Alvenaria de pedra			Material de enchimento		
E [GPa]	f_{ck} [MPa]	f_t [MPa]	E [GPa]	f_{ck} [MPa]	f_t [MPa]
3.0	3.0 / 6.0 / 9.0	0	0.5	1.0	0

Legenda:

E - módulo de elasticidade; f_{ck} - resistência característica à compressão;

f_t - resistência à tracção.

Tabela 5.1 – Propriedades mecânicas adoptadas na análise (a negrito é indicado o valor de referência - f_{ck})

Em estudo anterior realizado sobre as abóbadas da Nave da Igreja de Santa Maria de Belém (Lourenço, 2004), concluiu-se que a influência da resistência à compressão do material de enchimento não foi significativa para a resposta do modelo. Perante este cenário, optou-se por não fazer variar este parâmetro nas análises de sensibilidade elaboradas.

Para o cálculo do peso próprio a atribuir aos elementos de viga que simulam o enchimento, foi necessário proceder ao seu zonamento, em planta, função da espessura, ver Figura 5.1 e Tabela 5.1. O peso volúmico equivalente foi calculado com base na espessura média de cada zona e nas secções transversais adoptadas para os diferentes elementos de viga, ver Anexo C.

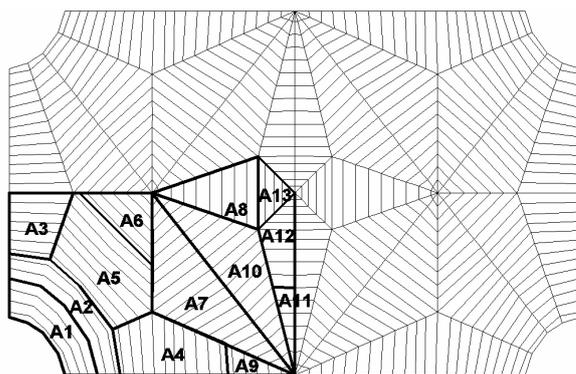


Figura 5.1 – Zonamento das lajetas de pedra e do enchimento para cálculo das densidades equivalentes dos elementos de viga (divisão em 13 zonas).

Zona	A_{zona} (m^2)	$h_{\text{média}}$ (m)
A 1	0.72	1.70
A 2	1.06	1.43
A 3	0.75	1.16
A 4	1.24	1.08
A 5	1.77	0.98
A 6	0.59	0.77
A 7	1.88	0.78
A 8	0.87	0.61
A 9	0.23	0.90
A 10	1.58	0.69
A 11	0.22	0.73
A 12	0.53	0.62
A 13	0.30	0.58

Tabela 5.2 – Área e altura média de cada uma das 13 zonas. (a altura média corresponde à média aritmética da espessura do enchimento nos vértices de cada uma das zonas).

O peso próprio do pilar acima do Coro Alto e da estrutura da cobertura que este suporta, foi simulada através de uma carga pontual aplicada no topo do pilar do modelo, de valor igual a 2400KN (Lourenço, 2004). Por sua vez, o peso próprio das paredes acima do Coro Alto e da estrutura que estas suportam, foi simulado através de cargas de faca aplicadas no topo das paredes do modelo: 737.6 KN/m para a parede Sul; 797.3 KN/m para a parede Poente.

As cargas verticais do futuro órgão do Coro Alto são distribuídas por três corpos distintos de 1.5, 12 e 6 toneladas cada, perfazendo um total de 19.5 toneladas, ver Figura 5.2. O peso próprio dos três corpos foram simulados no modelo de vigas por degradação das respectivas cargas (ângulo de 60° com a horizontal), ver Figura 5.3. Para tal, foi necessário fazer a compatibilização desta área com a malha de elementos finitos.

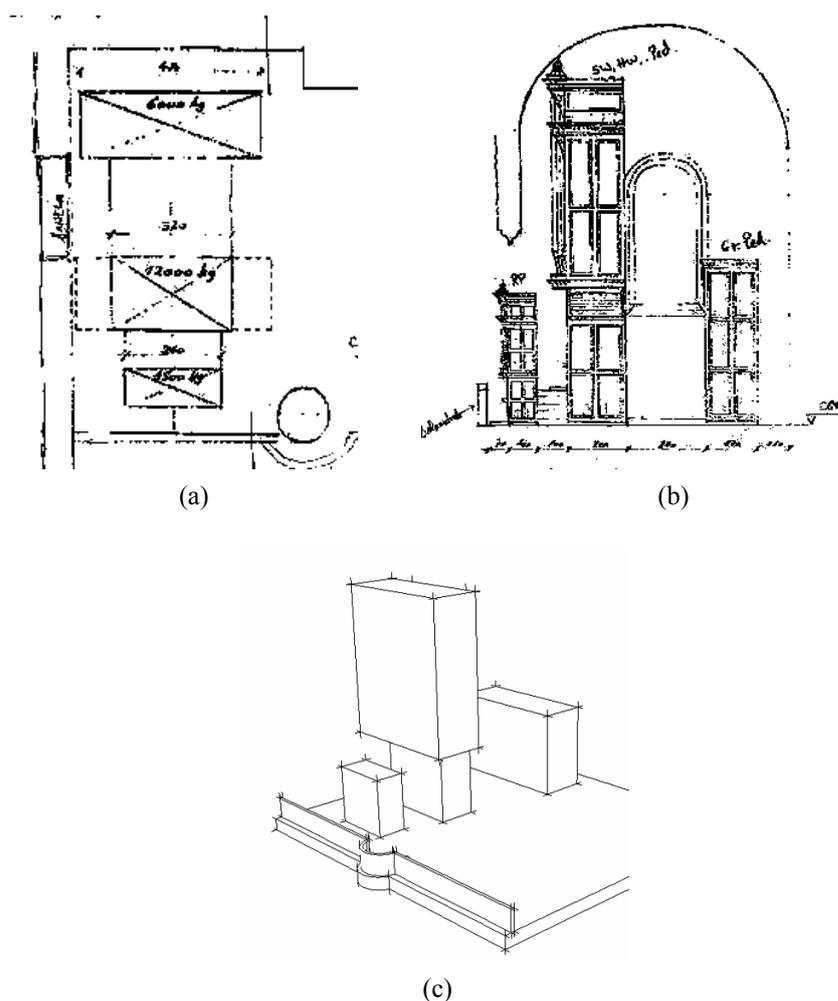


Figura 5.2 – Projecto do órgão previsto para o Coro Alto: (a) planta; (b) alçado lateral direito; (c) modelo virtual.

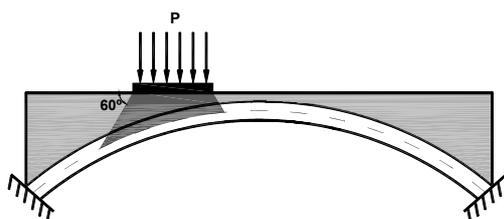


Figura 5.3 – Representação esquemática da degradação da carga adoptada para a sobrecarga do órgão.

5.1.2 Acções horizontais

Em alternativa a métodos mais complexos e morosos e, de acordo com as possibilidades apresentadas pelo Eurocódigo 8 (CEN,1999), foi estudada a resposta da estrutura às acções horizontais através de uma análise estática não-linear do tipo *push-over*. Foi aplicado, na direcção e sentido mais desfavorável, um sistema de forças estáticas proporcionais à massa da estrutura e do órgão, ver Figura 5.4. Estas forças estáticas foram obtidas multiplicando as cargas correspondentes às massas por um coeficiente sísmico de valor igual a 0.22, de acordo com a regulamentação portuguesa (RSA, 1983). Salienta-se que esse coeficiente sísmico para edifícios históricos pode assumir valores entre 0.1 e 0.3, em zonas de elevada sismicidade (Meli, 1998).

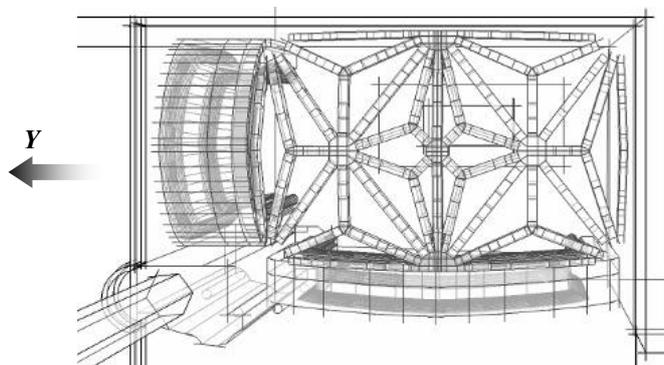


Figura 5.4 – Representação esquemática da abóbada Sul (Coro Alto), em planta: assinala-se o sentido mais desfavorável para a actuação do sistema de forças estáticas horizontais.

5.2 Análise não-linear do modelo de vigas

5.2.1 Introdução

Para a análise em regime não-linear adoptaram-se, inicialmente, os valores característicos de referência para as propriedades dos materiais, nomeadamente uma resistência à compressão de 6.0MPa para a alvenaria de pedra e de 1.0MPa para o material de enchimento. A análise dos elementos de viga englobou a não linearidade física (ou material) e geométrica. Para os elementos de casca que simulam as paredes e os contrafortes, foi adoptado comportamento linear, uma vez que se pretende estudar exclusivamente a abóbada.

Os resultados das análises, repartidos em acções verticais e horizontais, são apresentados em termos de deformada, extensões principais máximas (equivalente ao dano associado a fissuração) e tensões principais mínimas (de compressão). Os resultados completos destas análises, incluindo em regime linear, estão ilustrados no Anexo D e E.

Os resultados em termos de deformada são complementados com os diagramas factor de carga vs. deslocamento (vertical e horizontal) para os pontos notáveis da estrutura. Por factor de carga, entende-se o rácio entre as forças aplicadas na análise e as forças previstas na estrutura. Desta forma, o factor de carga representa um indicador da segurança da estrutura em relação às cargas verticais.

5.2.2 Acções verticais

5.2.2.1 Peso próprio da estrutura

Os resultados da análise para o peso próprio da estrutura encontram-se apresentados nas Figura 5.5 a Figura 5.13. A resposta da estrutura em termos de deslocamentos verticais (ver Figura 5.5) é severamente não-linear, na zona central da abóbada, praticamente desde o início do carregamento e linear na cabeça do pilar. Para os deslocamentos horizontais (ver Figura 5.6), a resposta é praticamente linear no fecho do arco Nascente e na cabeça do pilar. O factor de segurança na rotura é de cerca de 5.0, valor considerado elevado admitindo os coeficientes de segurança parciais para o material (γ_M) e para as acções (γ_F) iguais a 2.5 (CEN, 1995) e 1.5 (CEN, 2002), respectivamente, ou seja, $2.5 \times 1.5 = 3.75$.

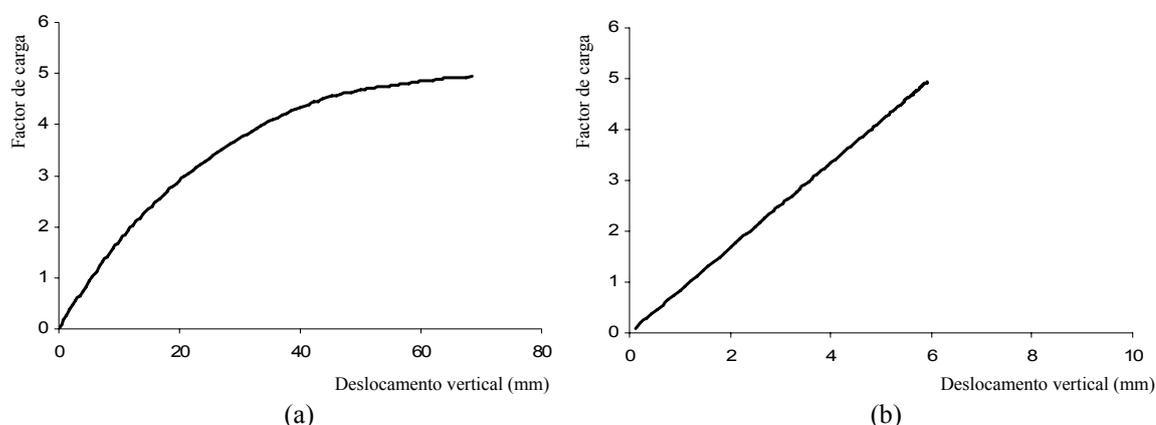


Figura 5.5 – Diagrama factor de carga vs. deslocamento vertical (peso próprio): (a) zona central da abóbada; (b) cabeça do pilar.

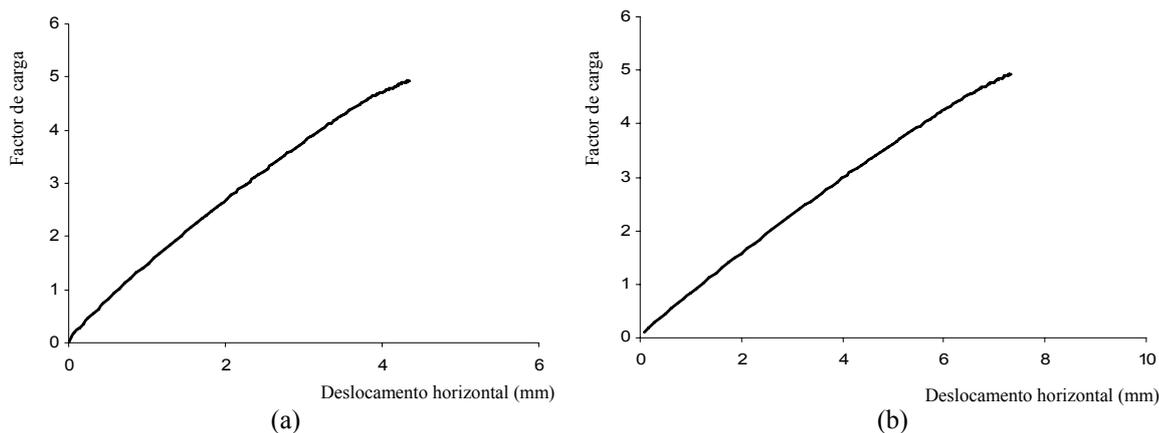


Figura 5.6 – Diagrama factor de carga vs. deslocamento horizontal (peso próprio): (a) fecho do arco Nascente; (b) cabeça do pilar.

O mecanismo de rotura envolve a deformação excessiva e vertical da zona central da abóbada (68mm) e o deslocamento horizontal da cabeça do pilar (8mm). Este deslocamento funciona como um apoio “deslizante”, na direcção y , afectando directamente o equilíbrio do arco Norte com o incremento da deformação vertical no fecho (16mm), ver Figura 5.7 e Figura 5.8. O deslocamento das paredes para fora do plano (direcção x) é cerca de metade do valor obtido para o deslocamento horizontal da cabeça do pilar (direcção y). O encurtamento do pilar, na rotura, devido ao peso próprio da estrutura é igual 6.0mm, valor reduzido e associado ao comportamento linear do elemento vertical.

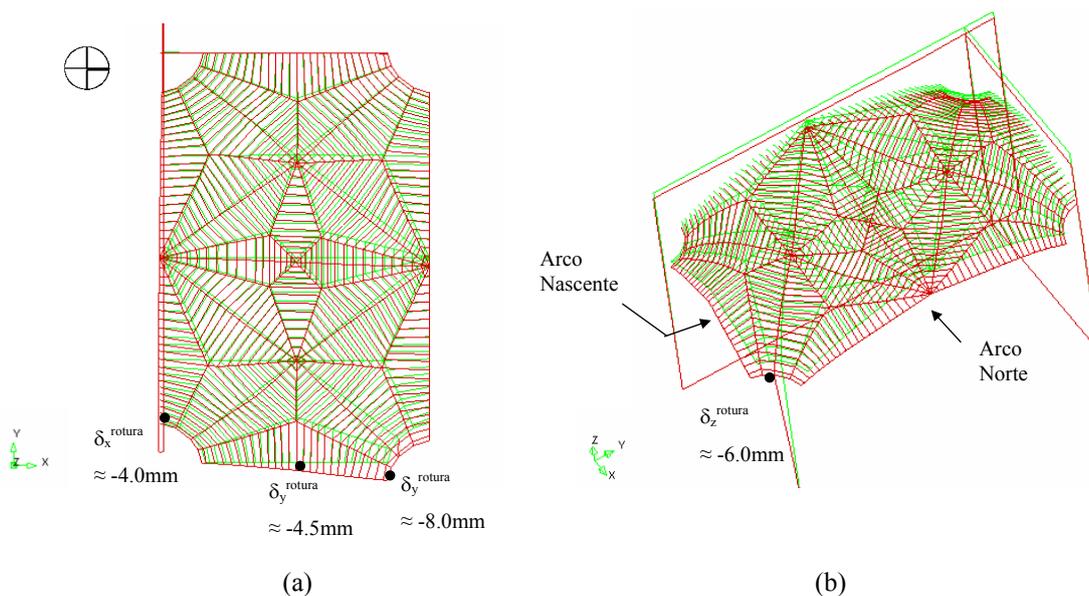


Figura 5.7 – Deformada total obtida na análise em regime não-linear (peso próprio), com indicação da configuração original: (a) planta; (b) perspectiva.

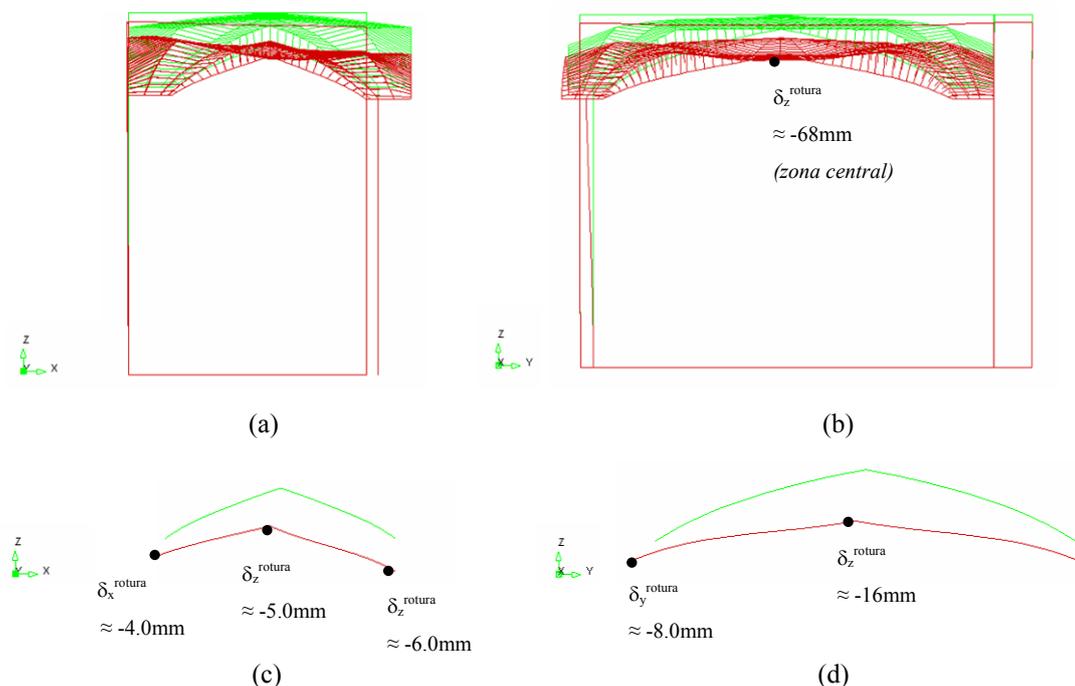


Figura 5.8 – Deformada total obtida na análise em regime não-linear (peso próprio), com indicação da configuração original: (a) alçado Nascente; (b) alçado Norte; (c) arco Nascente; (d) arco Norte.

As tensões principais encontram-se nesta análise limitadas pelas leis de comportamento não-lineares adoptadas, pelo que surge fissuração e esmagamento nos elementos que constituem a estrutura. Na Figura 5.9 e Figura 5.10, apresentam-se as extensões principais de tracção obtidas na análise para a carga de rotura que representam a fissuração da estrutura.

Na face inferior, ver Figura 5.9 (a), verifica-se fissuração significativa nos pares de nervuras diagonais apoiadas quer na parede Sul (centro), quer no arco Norte e pontualmente nas nervuras que formam o hexágono central. Na zona de fecho dos dois arcos (Norte e Nascente) verifica-se também fissuração significativa, passando a moderada com um ligeiro afastamento da zona central, em concordância com as suas deformadas, ver Figura 5.8 (c) e (d). Surge ainda fissuração mais moderada e distribuída, destacando-se as fissuras no interior do hexágono central.

Na face superior, ver Figura 5.9 (b), a fissuração significativa localiza-se na zona das nervuras apoiadas no centro da parede Sul e no fecho do arco Norte, com maior relevo no apoio da parede Sul, devido ao maior efeito de encastramento da parede. Destaca-se ainda

fissuração significativa a moderada nos vértices do hexágono central e ligeira na zona dos rins dos arcos Norte e Nascente.

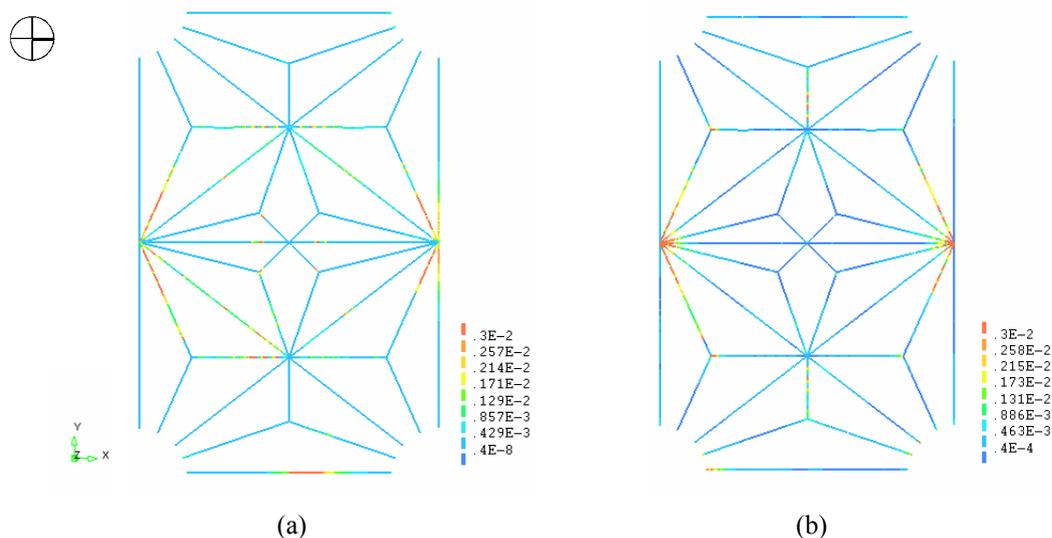


Figura 5.9 – Extensões máximas de tracção (equivalente a fissuração) obtidas na análise para a carga de rotura (peso próprio). Planta das nervuras e arcos: (a) face inferior; (b) face superior.

Analisando a Figura 5.10, verifica-se que a localização das extensões máximas de tracção nos elementos de viga que simulam as lajetas de pedra e o enchimento é coerente com a análise feita atrás às nervuras e arcos, destacando-se a fissuração significativa na face superior e nos elementos adjacentes às paredes e arcos devido ao efeito de encastramento.

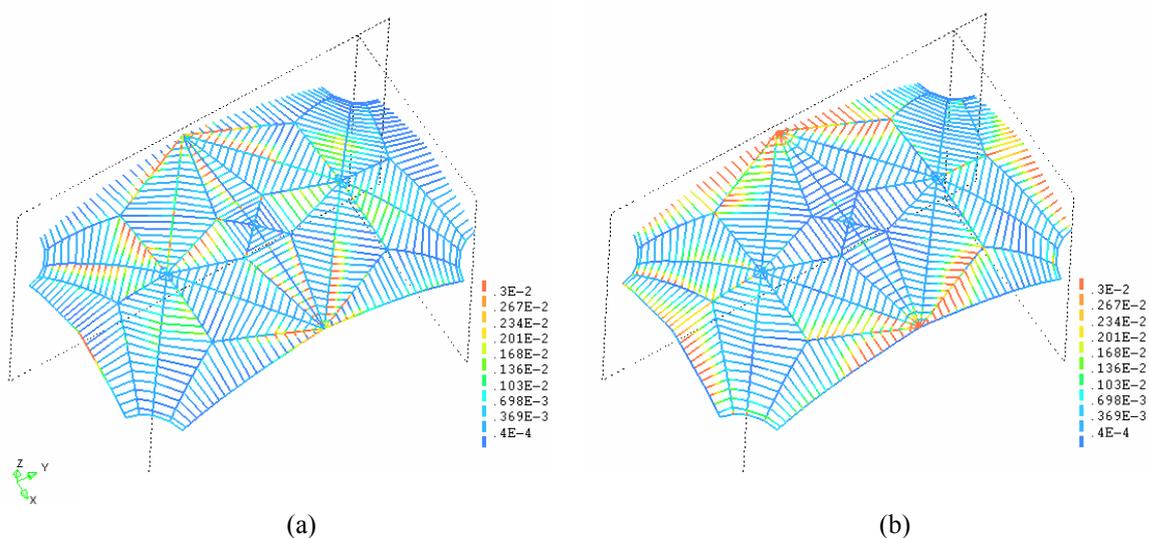


Figura 5.10 – Extensões máximas de tracção (equivalente a fissuração) obtidas na análise para a carga de rotura (peso próprio). Perspectiva do modelo da abóbada: (a) face inferior; (b) face superior.

Na Figura 5.11 a Figura 5.13, apresentam-se as tensões principais de compressão obtidas na análise, para a carga de rotura. Na face inferior, ver Figura 5.11 (a), as tensões de compressão mais elevadas localizam-se nos vértices (Nascente e Poente) do hexágono central. As nervuras diagonais que partem dos cantos da abóbada e a zona de arranque das nervuras centrais apoiadas na parede Sul e no arco Norte (fecho), apresentam tensões de compressão mais moderadas.

Na face superior, ver Figura 5.11 (b), as tensões de compressão localizam-se preferencialmente no interior do hexágono central e em algumas nervuras periféricas, preferencialmente do lado Nascente, associada, provavelmente, à deformação horizontal do pilar. Destacam-se ainda, tensões de compressão moderadas na face superior do fecho dos dois arcos, em concordância com as suas deformadas, ver Figura 5.8 (c) e (d).

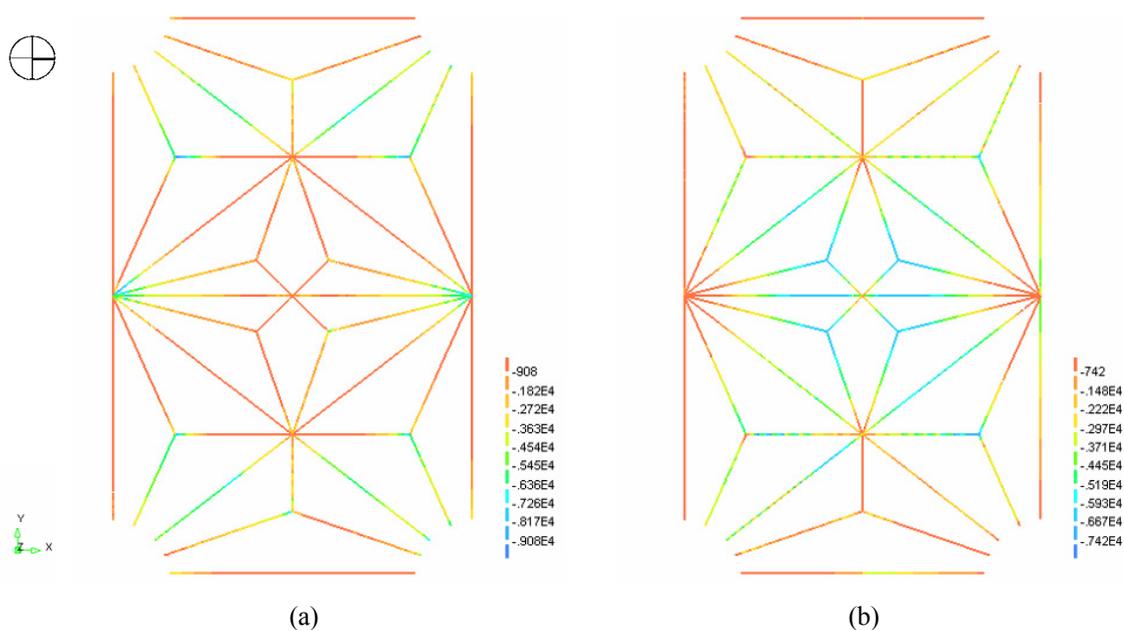


Figura 5.11 – Tensões máximas de compressão obtidas na análise para a carga de rotura (peso próprio). Planta das nervuras e arcos: (a) face inferior; (b) face superior.

Analisando a Figura 5.12, verifica-se que a localização das tensões de compressão máximas nos elementos de viga que simulam as lajetas de pedra e o enchimento é coerente com a análise das nervuras e arcos.

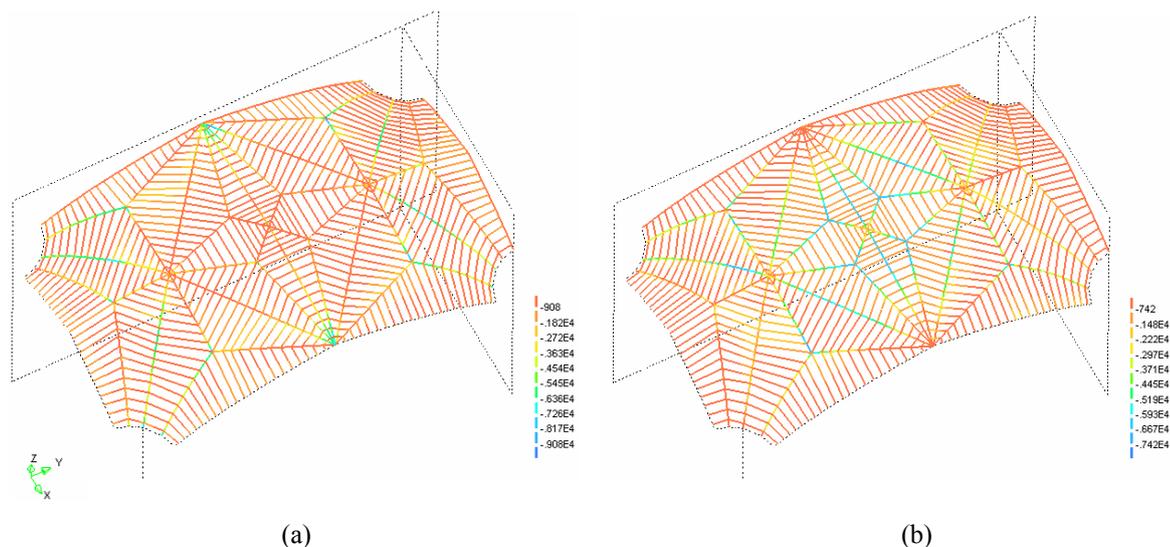


Figura 5.12 – Tensões máximas de compressão obtidas na análise para a carga de rotura (peso próprio).
 Perspectiva do modelo da abóbada: (a) face inferior; (b) face superior

No pilar do Coro Alto ocorrem também tensões de compressão elevadas (ver Figura 5.13). Na face Poente (direita), as tensões são máximas junto à cabeça do pilar, enquanto que na face oposta estão localizadas junto à base, face ao efeito de flexão no pilar.

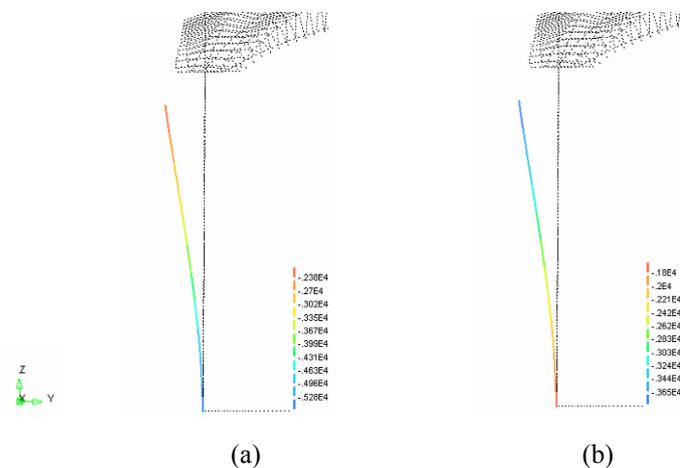


Figura 5.13 – Tensões máximas de compressão obtidas na análise para a carga de rotura (peso próprio).
 Alçado Norte do pilar: (a) face Nascente (-Y); (b) face Poente (+Y).

i) Influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra

A influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra na resposta é muito significativa, ver Figura 5.14 e Figura 5.15. Verifica-se que o factor de segurança na rotura

passa de um valor de cerca de 3.3, quando a resistência à compressão da alvenaria assume o valor de 3.0MPa, para um valor superior a 5.5, se igual 9.0MPa.

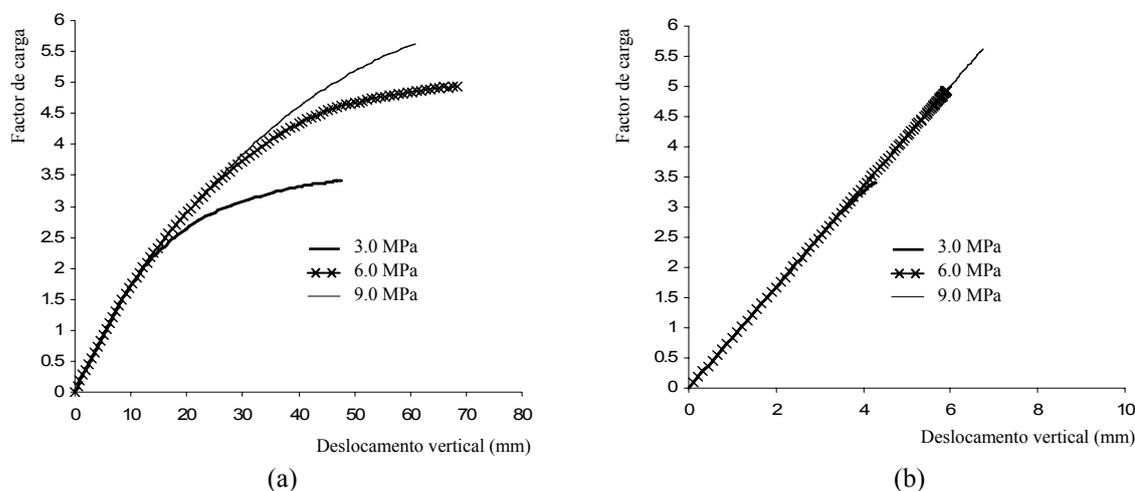


Figura 5.14 – Influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra na resposta da estrutura. Diagrama factor de carga vs. deslocamento vertical (peso próprio): (a) zona central da abóbada; (b) cabeça do pilar.

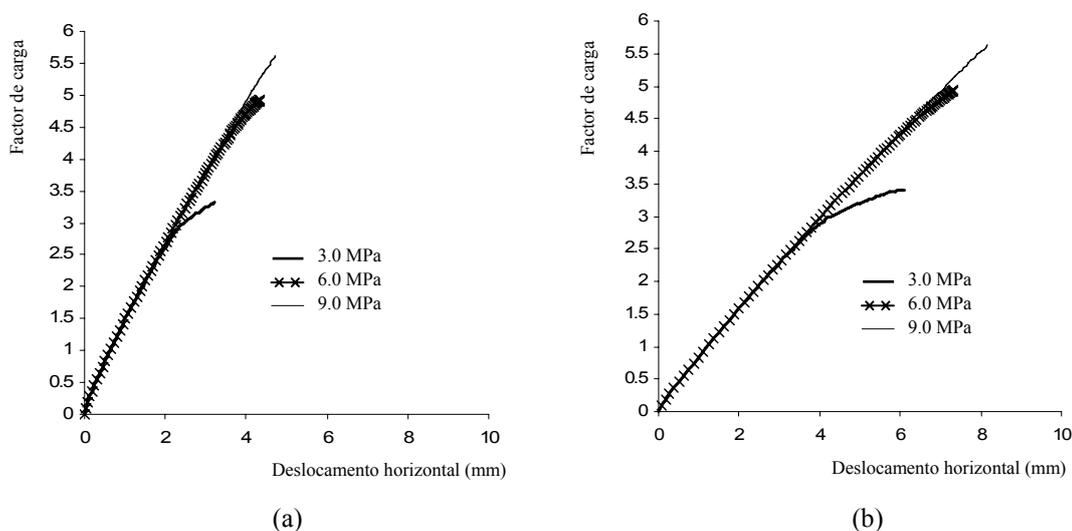


Figura 5.15 – Influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra na resposta da estrutura (peso próprio). Diagrama factor de carga vs. deslocamento horizontal (peso próprio): (a) fecho do arco Nascente; (b) cabeça do pilar.

Verifica-se ainda elevado o comportamento não-linear na resposta do pilar (em particular para o deslocamento horizontal), caso seja considerado o valor de 3.0MPa para a resistência à compressão da alvenaria. Nesta situação, o comportamento do pilar pode

condicionar significativamente o mecanismo de colapso da estrutura por esmagamento da alvenaria.

ii) Influência da secção transversal das nervuras

Na análise de sensibilidade foram consideradas nervuras com continuidade acima do extradorso, em metade da altura original, assumindo uma espessura de 8cm, ver Figura 5.16. As dimensões consideradas são especulativas, servindo apenas para avaliar a resposta da estrutura face a esta alteração. A influência da variação da secção resistente das nervuras (consideradas) na resposta é significativa, verificando-se um incremento do factor de carga na rotura de cerca de 0.8, ver Figura 5.17.

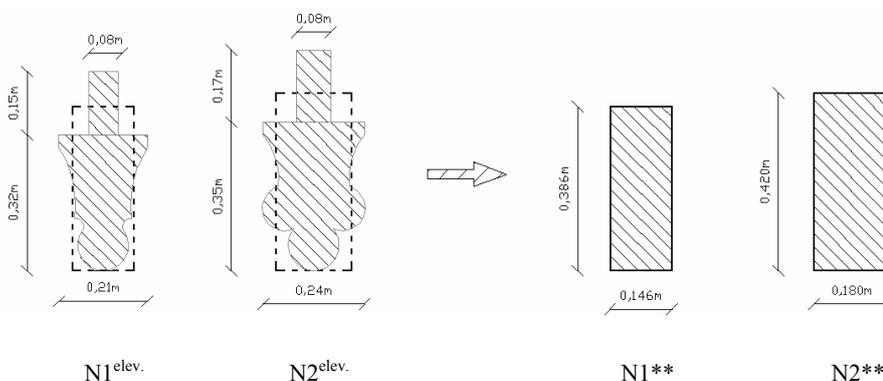


Figura 5.16 – Geometria aproximada da secção transversal das nervuras tipo (nervuras elevadas).

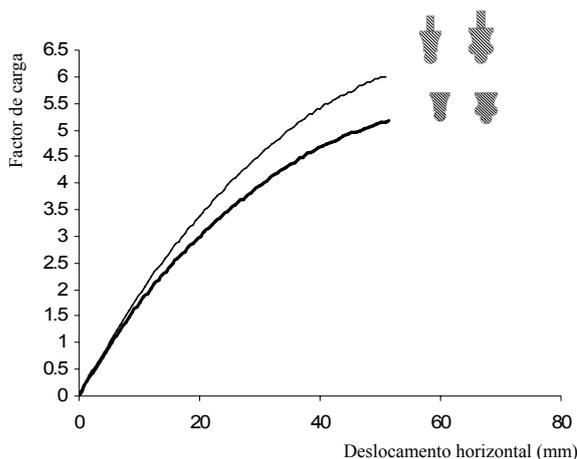


Figura 5.17 – Influência da secção transversal das nervuras na resposta da estrutura. Diagrama factor de carga vs. deslocamento vertical (peso próprio) para a zona central da abóbada.

5.2.2.2 *Peso próprio da estrutura + órgão*

Os resultados da análise para o peso próprio da estrutura mais o órgão, encontram-se apresentados, em termos de diagramas factor de carga vs. deslocamento, na Figura 5.18 e Figura 5.19. A resposta da estrutura em termos de deslocamentos verticais é severamente não-linear, na zona central da abóbada, praticamente desde o início do carregamento e linear na cabeça do pilar. Para os deslocamentos horizontais, a resposta é praticamente linear, no fecho do arco Nascente e na cabeça do pilar. Salienta-se que o factor de segurança na rotura é de 4.0, valor considerado ainda elevado admitindo os coeficientes de segurança parciais para o material (γ_M) e para as acções (γ_F) iguais a 2.5 (CEN, 1995) e 1.5 (CEN, 2002), respectivamente, ou seja, $2.5 \times 1.5 = 3.75$.

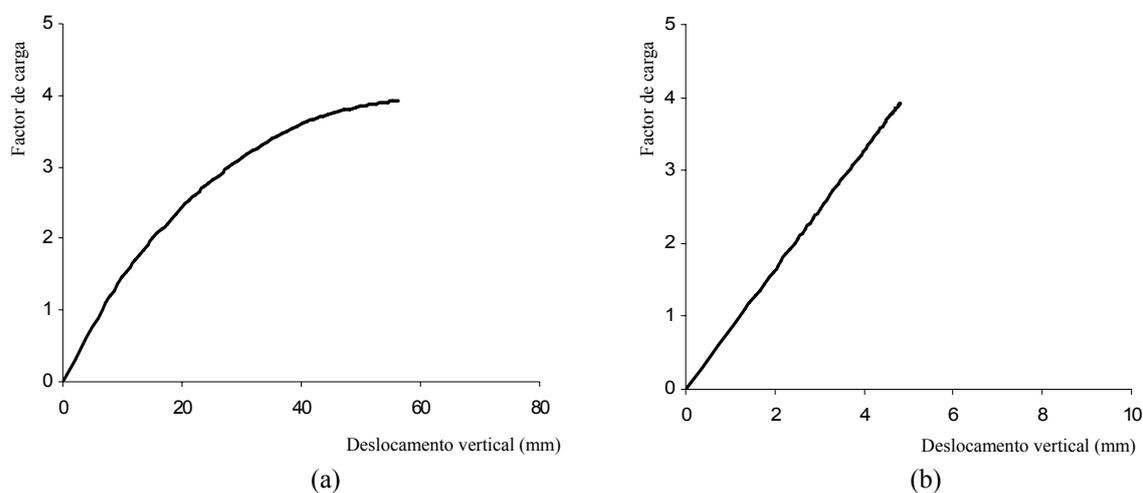


Figura 5.18 – Diagrama factor de carga vs. deslocamento vertical (peso próprio + órgão): (a) zona central da abóbada; (b) cabeça do pilar.

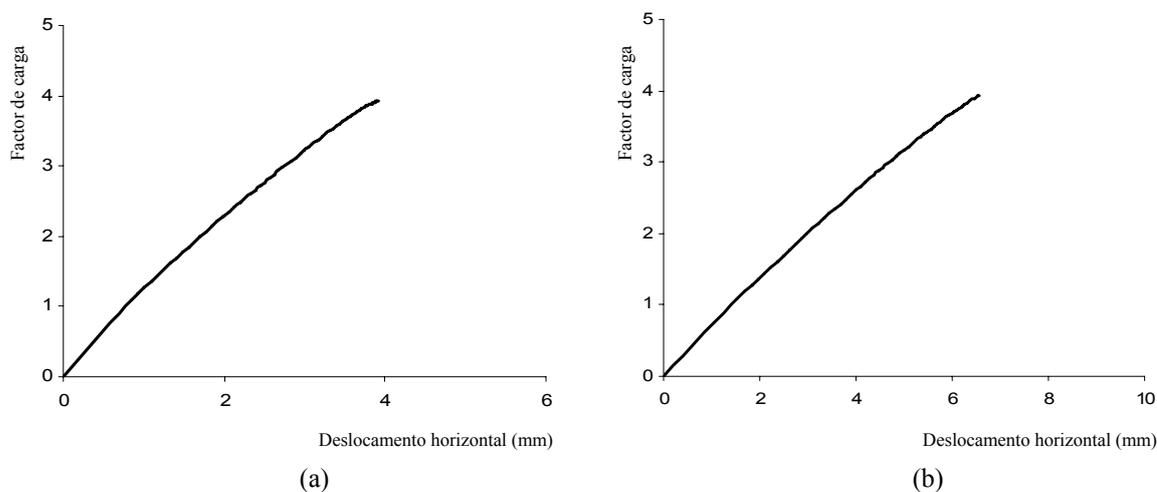


Figura 5.19 – Diagrama factor de carga vs. deslocamento horizontal (peso próprio + órgão): (a) fecho do arco Nascente; (b) cabeça do pilar.

i) Influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra

A influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra na resposta é muito significativa, ver Figura 5.20 e Figura 5.21. O factor de segurança na rotura passa de um valor de 2,8, quando a resistência à compressão da alvenaria assume o valor de 3,0MPa, para um valor superior a 4,5, se igual a 9,0MPa.

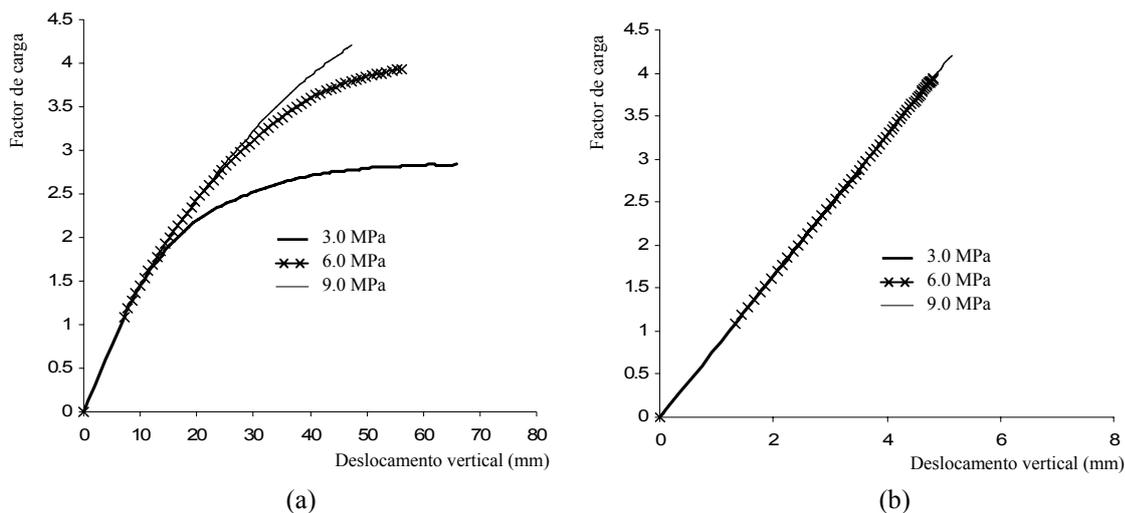


Figura 5.20 – Influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra na resposta da estrutura. Diagrama factor de carga vs. deslocamento vertical (peso próprio + órgão): (a) zona central da abóbada; (b) cabeça do pilar.

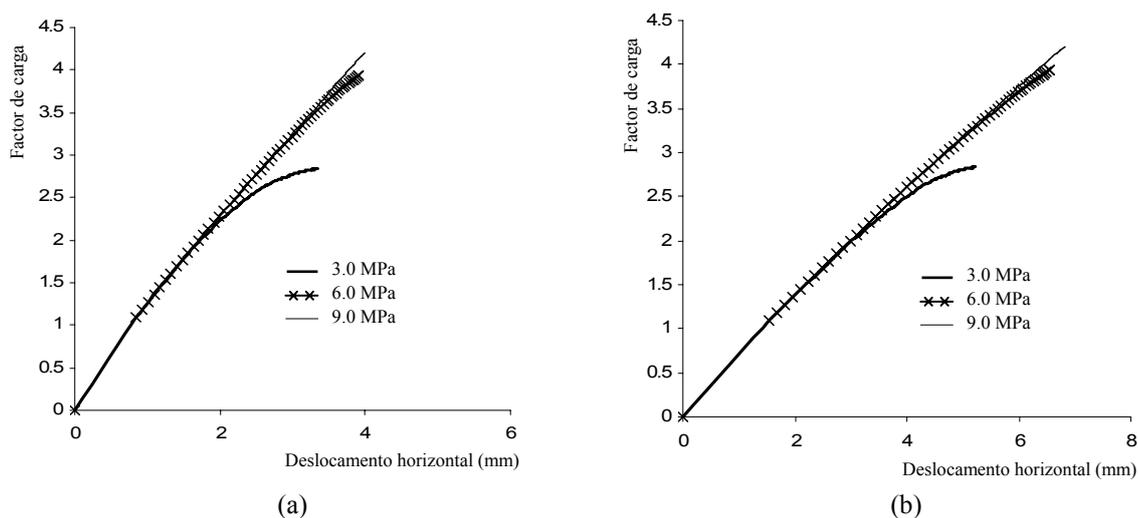


Figura 5.21 – Influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra na resposta da estrutura. Diagrama factor de carga vs. deslocamento horizontal (peso próprio + órgão): (a) fecho do arco Nascente; (b) cabeça do pilar.

5.2.2.3 Influência da sobrecarga do órgão

A influência da sobrecarga do órgão na resposta às acções verticais é significativa, ver Figura 5.22 e Figura 5.23. O factor de segurança na rotura é reduzido em cerca de uma unidade com a inclusão do órgão. A resposta da cabeça do pilar para os deslocamentos verticais mantém-se praticamente linear.

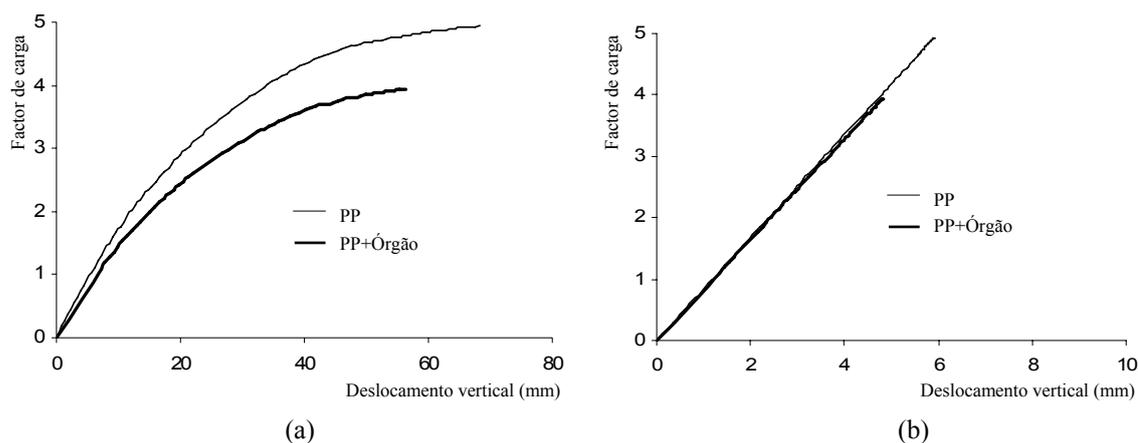


Figura 5.22 – Diagrama factor de carga vs. deslocamento vertical: (a) zona central da abóbada; (b) cabeça do pilar.

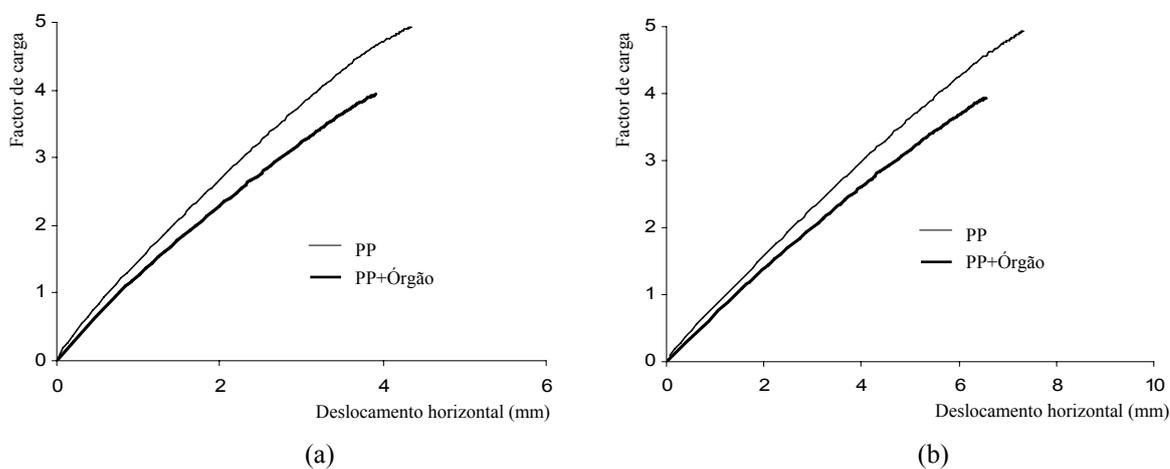


Figura 5.23 – Diagrama factor de carga vs. deslocamento horizontal: (a) fecho do arco Nascente; (b) cabeça do pilar.

5.2.3 Combinações com a acção envolvendo o sismo

5.2.3.1 Peso próprio + sismo

Os resultados da análise para o peso próprio da estrutura combinado com a acção do sismo encontram-se apresentados em termos de diagramas factor de carga vs. deslocamento, na

Figura 5.24 e Figura 5.25. A resposta da estrutura em termos de deslocamentos verticais é severamente não-linear na zona central da abóbada, praticamente desde o início do carregamento e ligeiramente não-linear no caso do pilar. Para os deslocamentos horizontais a resposta é severamente não-linear no fecho do arco Nascente e na cabeça do pilar, a partir de um factor de carga de 2.8. Salienta-se que o factor de segurança na rotura é de 4.0, valor ainda considerado elevado.

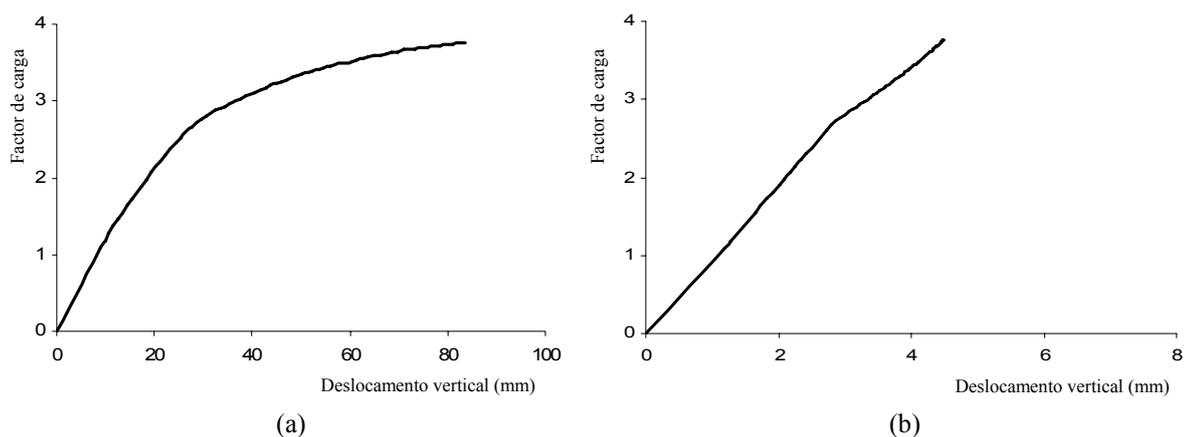


Figura 5.24 – Diagrama factor de carga vs. deslocamento vertical (peso próprio + sismo): (a) zona central da abóbada; (b) cabeça do pilar.

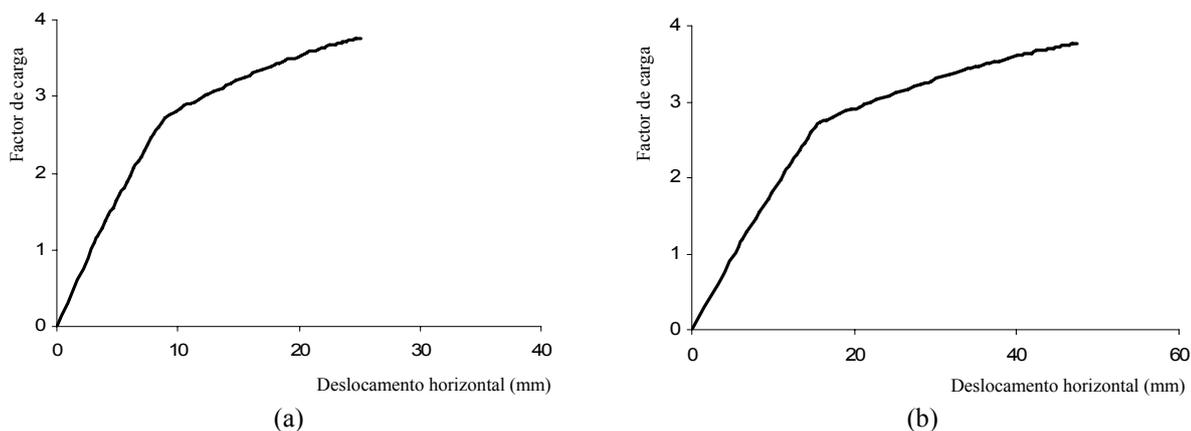


Figura 5.25 – Diagrama factor de carga vs. deslocamento horizontal (peso próprio + sismo): (a) fecho do arco Nascente; (b) cabeça do pilar.

i) Influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra

A influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra na resposta é muito significativa, ver Figura 5.26 e Figura 5.27. O factor de segurança na rotura passa de um

valor de 2.0, quando a resistência à compressão da alvenaria assume o valor de 3.0MPa, para um valor superior a 4.5, se igual a 9.0MPa.

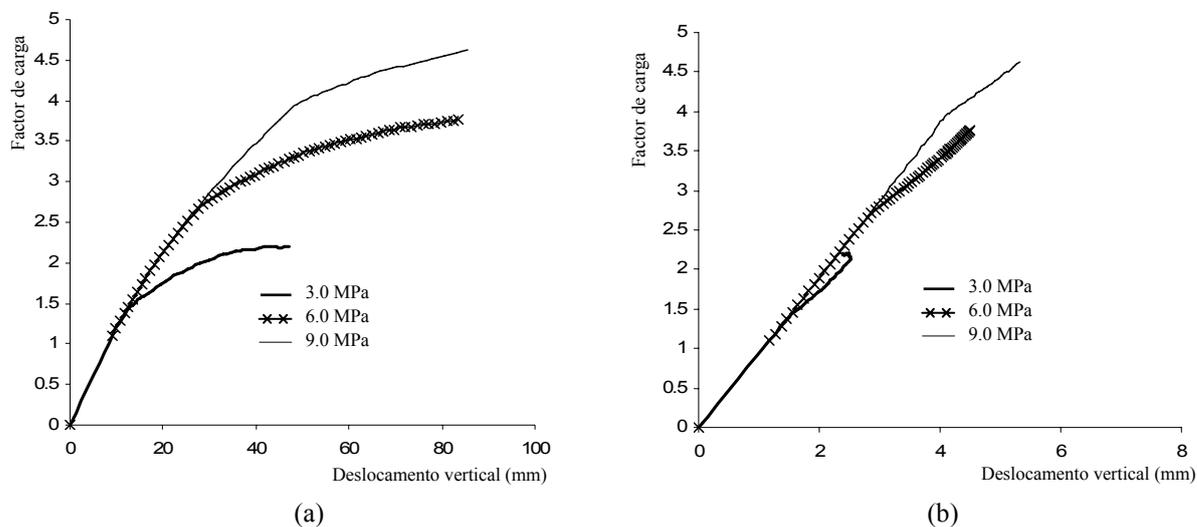


Figura 5.26 – Influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra na resposta da estrutura. Diagrama factor de carga vs. deslocamento vertical (peso próprio + sismo): (a) zona central da abóbada; (b) cabeça do pilar.

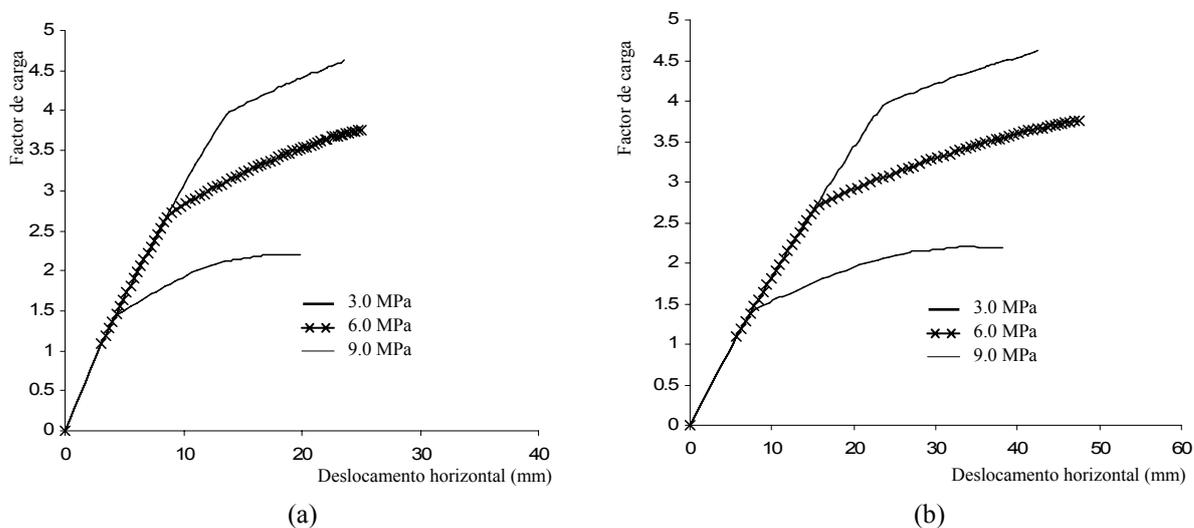


Figura 5.27 – Influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra na resposta da estrutura. Diagrama factor de carga vs. deslocamento horizontal (peso próprio + sismo): (a) fecho do arco nascente; (b) cabeça do pilar.

5.2.3.2 *Peso próprio + órgão + sismo*

Os resultados da análise para o peso próprio da estrutura, conjuntamente com o sismo e com o órgão, ver Figura 5.28 a Figura 5.36. A resposta da estrutura em termos de

deslocamentos verticais (ver Figura 5.28) é severamente não-linear na zona central da abóbada, praticamente desde o início do carregamento e ligeiramente não-linear na cabeça do pilar. Para os deslocamentos horizontais (ver Figura 5.29), a resposta é severamente não-linear, no fecho do arco Nascente e na cabeça do pilar, a partir de um factor de carga de cerca de 2.6. Salienta-se que o factor de segurança na rotura é de 3.2, valor considerado ainda aceitável admitindo o sismo como uma acção de carácter accidental. Neste caso, os valores dos coeficientes de segurança parciais para o material (γ_M) e para as acções (γ_F) são iguais a 1.50 (CEN, 1995) e 1.50 (CEN, 2002), respectivamente, ou seja, $1.5 \times 1.5 = 2.25$.

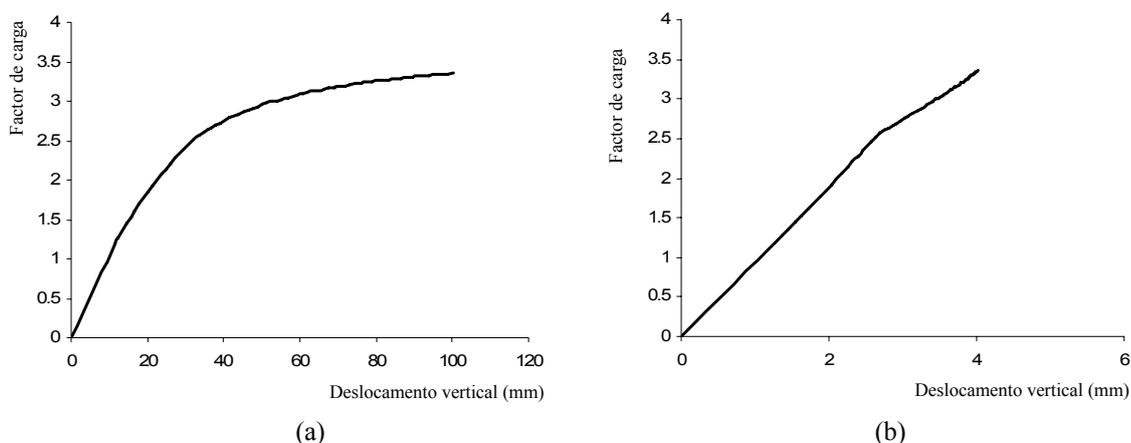


Figura 5.28 – Diagrama factor de carga vs. deslocamento o vertical (peso próprio + órgão + sismo): (a) zona central da abóbada; (b) cabeça do pilar.

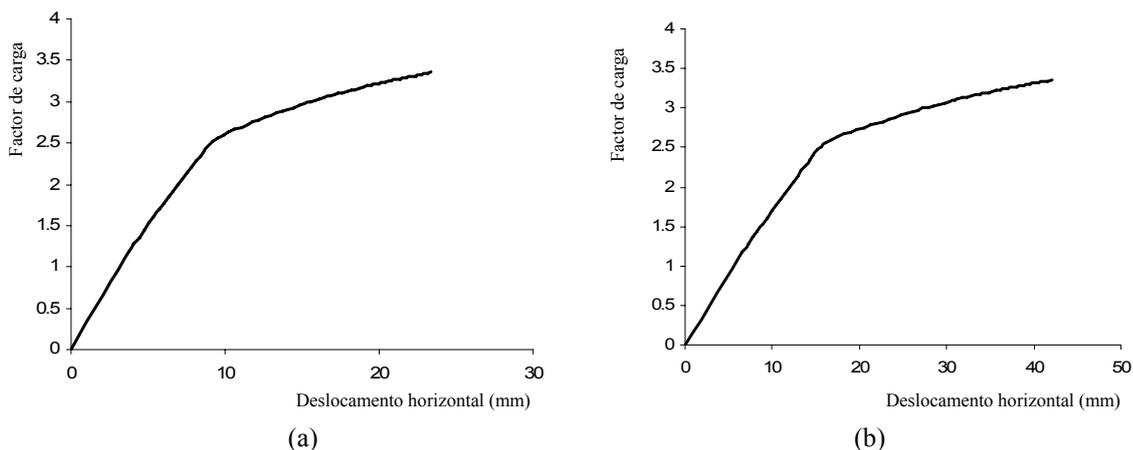


Figura 5.29 – Diagrama factor de carga vs. deslocamento horizontal (peso próprio + órgão + sismo): (a) fecho do arco Nascente; (b) cabeça do pilar.

O mecanismo de rotura envolve a deformação exagerada e vertical da zona central da abóbada (100mm) e o deslocamento horizontal da cabeça do pilar (42mm). Este deslocamento funciona como um apoio “deslizante”, na direcção y, afectando directamente o equilíbrio do arco Norte com o incremento da deformação vertical (40mm), ver Figura 5.30 e Figura 5.31. O deslocamento vertical no fecho do arco Norte é da mesma ordem de grandeza do deslocamento horizontal do apoio (cabeça do pilar). O deslocamento das paredes para fora do plano (direcção x) é cerca de oito vezes inferior ao valor obtido para o deslocamento horizontal da cabeça do pilar (direcção y). O encurtamento do pilar, na rotura, é igual a 4mm, valor reduzido e associado ao seu comportamento praticamente linear.

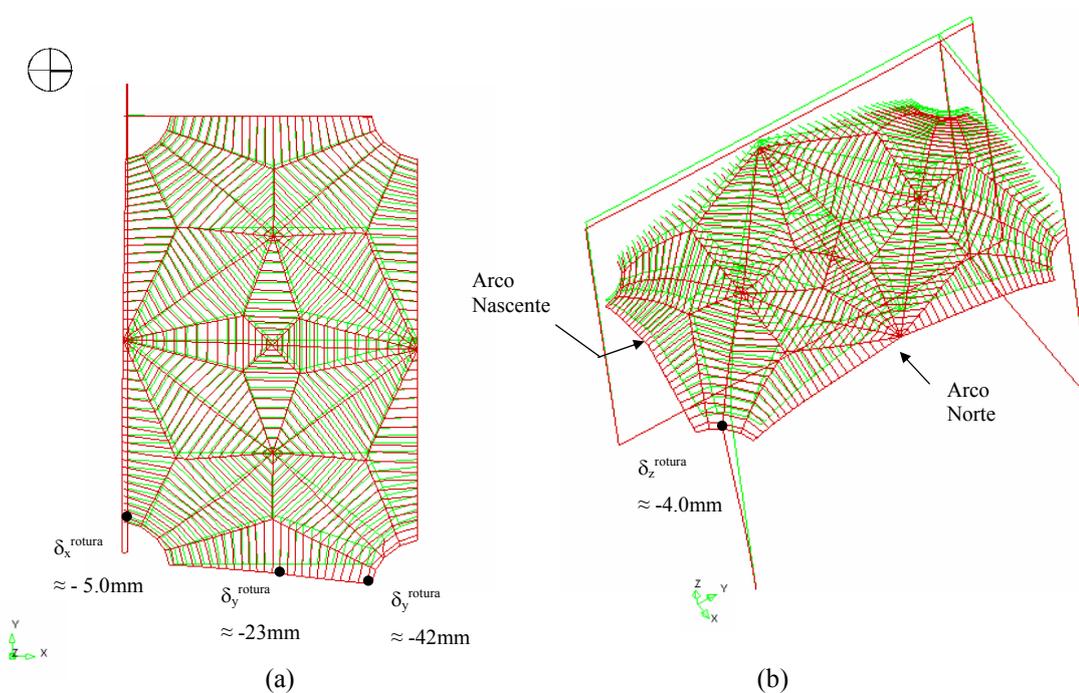


Figura 5.30 – Deformada total obtida na análise, com indicação da configuração original (peso próprio + órgão + sismo): (a) planta; (b) perspectiva.

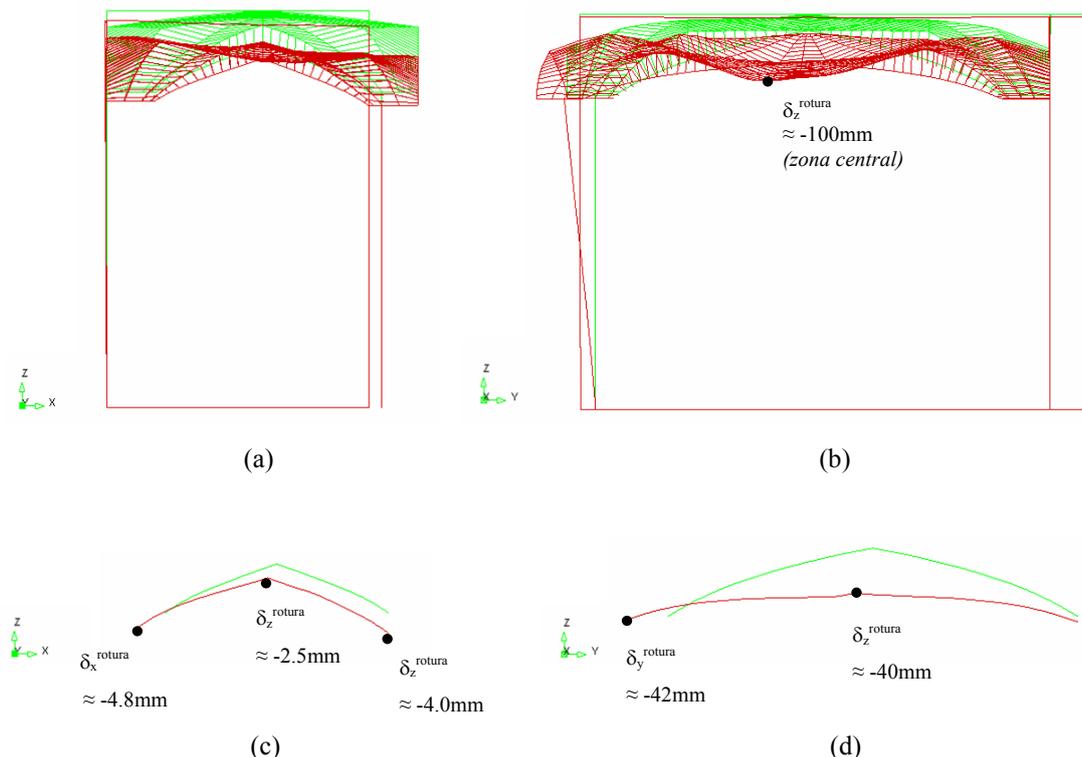


Figura 5.31 – Deformada total obtida na análise, com indicação da configuração original (peso próprio + órgão + sismo): (a) alçado Nascente; (b) alçado Norte; (c) pormenor do arco Nascente; (d) pormenor do arco Norte.

As tensões principais encontram-se nesta análise limitadas pelas leis de comportamento não-lineares adoptadas, pelo que surge fissuração e esmagamento nos elementos que constituem a estrutura. Na Figura 5.32 e Figura 5.33, apresentam-se as extensões principais de tracção obtidas na análise para a carga de rotura que representam a fissuração da estrutura.

Analisando as extensões principais de tracção na face inferior, ver Figura 5.32 (a), verifica-se fissuração significativa nos pares de nervuras diagonais apoiadas quer na parede Sul (centro), quer no arco Nascente, bem como na zona central e subjacente ao corpo central do órgão e apoio do arco Nascente (junto ao pilar). Na zona de fecho do arco Norte verifica-se também fissuração significativa, enquanto que no fecho do arco Nascente a fissuração é mais moderada, em concordância com a deformada (ver Figura 5.31). Tal facto deve-se ao maior deslocamento horizontal do pilar, ao considerar a acção de um sismo, afectando com maior incidência o arco Nascente. Na face superior, ver Figura 5.32 (b), a fissuração significativa localiza-se na zona das nervuras apoiadas no centro da parede Sul e no fecho do arco Norte, com maior relevo no apoio da parede Sul, devido ao maior efeito de

encastramento da parede. Destaca-se ainda a fissuração significativa nas nervuras diagonais adjacentes do pilar e nos apoios dos arcos, passando a moderada na zona dos rins.

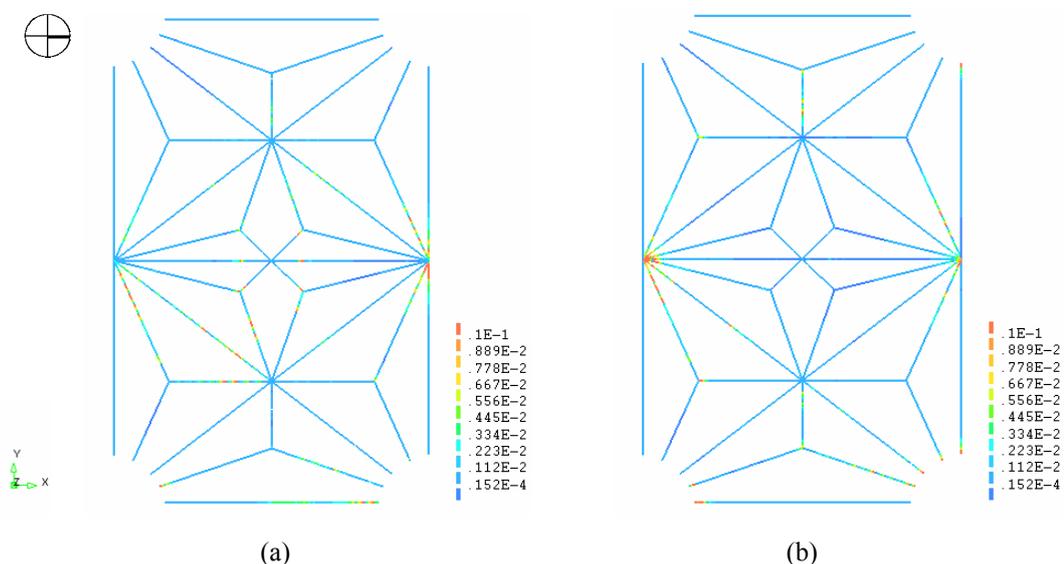


Figura 5.32 – Extensões máximas de tracção (equivalente a fissuração) obtidas na análise para a carga de rotura (peso próprio + órgão + sismo). Planta das nervuras e arcos: (a) face inferior; (b) face superior.

Analisando a Figura 5.33 verifica-se que a localização das extensões máximas de tracção nos elementos de viga que simulam as lajetas de pedra e o enchimento, é coerente com a análise feita atrás às nervuras e arcos. Destaca-se a fissuração significativa na face superior e nos elementos adjacentes às paredes e arcos devido ao efeito de encastramento.

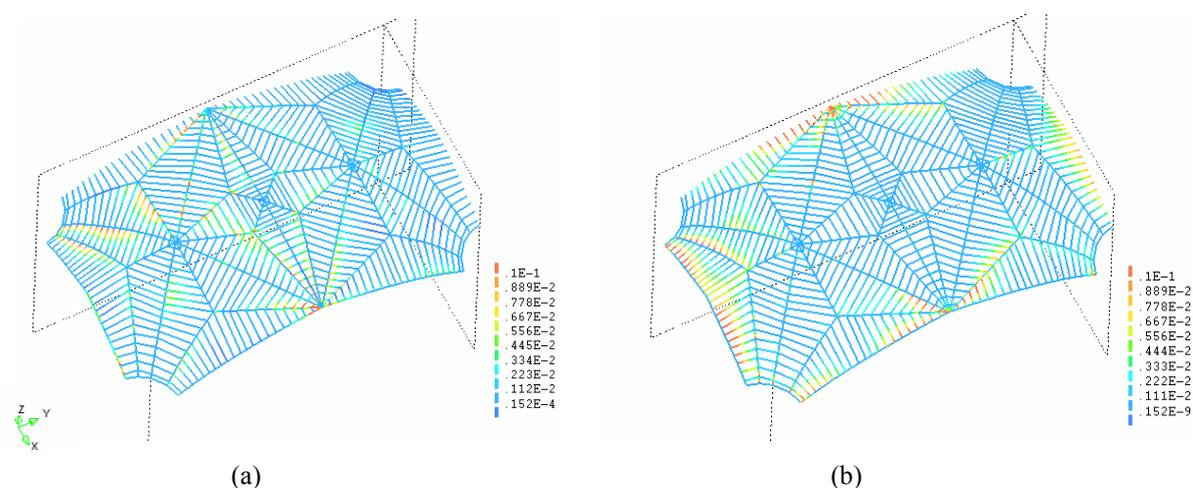


Figura 5.33 – Extensões máximas de tracção (equivalente a fissuração) obtidas na análise para a carga de rotura (peso próprio + órgão + sismo). Perspectiva do modelo da abóbada: (a) face inferior; (b) face superior.

Na Figura 5.34 a Figura 5.36 apresentam-se as tensões principais de compressão obtidas na análise para a carga de rotura. Na face inferior, ver Figura 5.34 (a), as tensões de compressão mais elevadas localizam-se nos vértices do hexágono central e nervuras adjacentes, neste último caso, variando de moderadas a elevadas. Destaca-se também a zona de arranque das nervuras centrais apoiadas na parede Sul e no arco Norte (fecho) com tensões de compressão moderadas, sendo pontualmente elevadas junto à parede (maior efeito de encastramento).

Na face superior, ver Figura 5.34 (b), verificam-se tensões de compressão elevadas no interior do hexágono central e em algumas nervuras periféricas, em particular, na zona subjacente ao corpo central do órgão. As tensões de compressão moderadas, localizadas no fecho dos arcos Norte e Nascente e junto à cabeça do pilar (arco Nascente), estão em concordância com as deformadas, ver Figura 5.31.

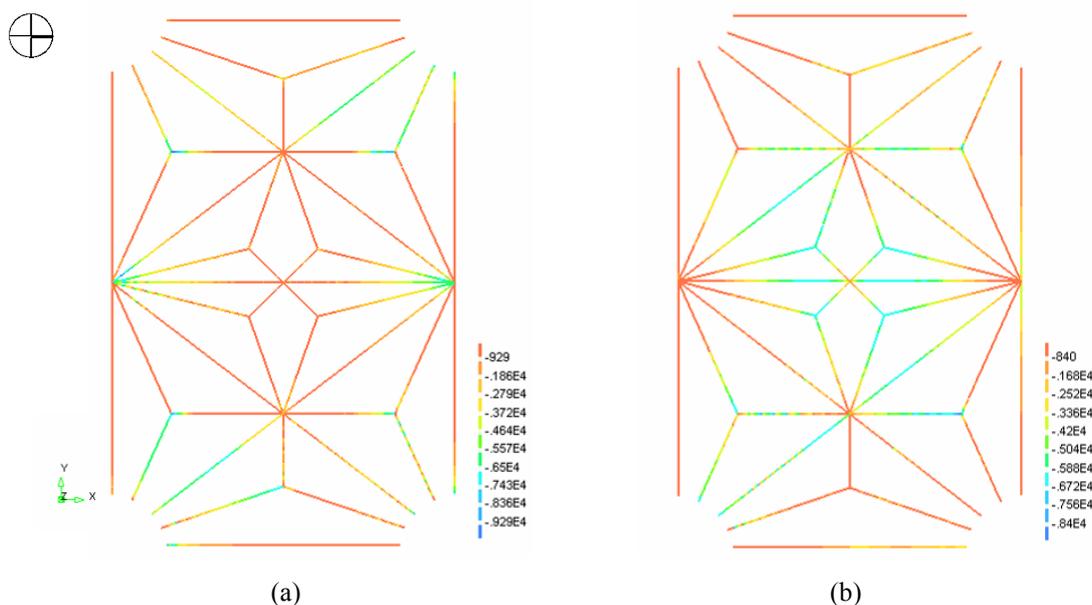


Figura 5.34 – Tensões máximas de compressão obtidas na análise para a carga de rotura (peso próprio + órgão + sismo). Planta das nervuras e arcos: (a) face inferior; (b) face superior.

Analisando a Figura 5.35, verifica-se que a localização das tensões de compressão máximas nos elementos de viga que simulam as lajetas de pedra e o enchimento é coerente com a análise feita atrás às nervuras e arcos.

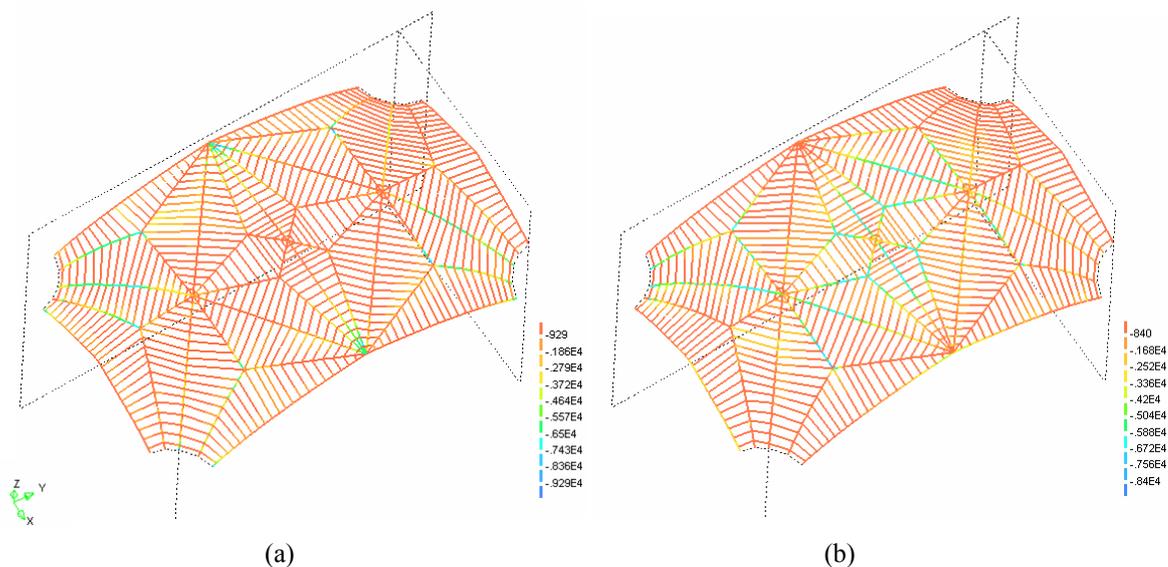


Figura 5.35 – Tensões máximas de compressão obtidas na análise para a carga de rotura (peso próprio + órgão + sismo). Perspectiva do modelo da abóbada: (a) face inferior; (b) face superior

No pilar do Coro Alto ocorrem também tensões de compressão elevadas (ver Figura 5.36). Na face Poente (direita) e na face oposta, as tensões máximas localizam-se junto à cabeça do pilar e junto à base, respectivamente, face ao efeito de flexão do pilar.

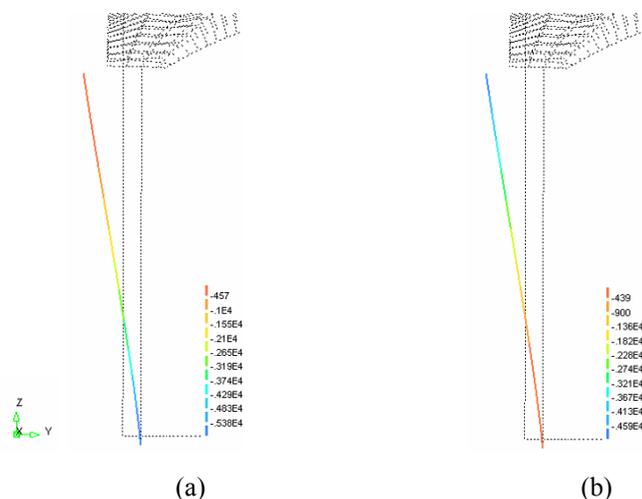


Figura 5.36 – Tensões máximas de compressão obtidas na análise para a carga de rotura (peso próprio + órgão + sismo). Alçado Norte do pilar: (a) face Nascente (-Y); (b) face Poente (+Y).

i) Influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra

A influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra na resposta é muito significativa, tal como se ilustra na Figura 5.37 e Figura 5.38. O factor de segurança na

rotura passa de um valor de 2.0, quando a resistência à compressão da alvenaria assume o valor de 3.0MPa, para um valor superior a 4.0, se igual 9.0MPa.

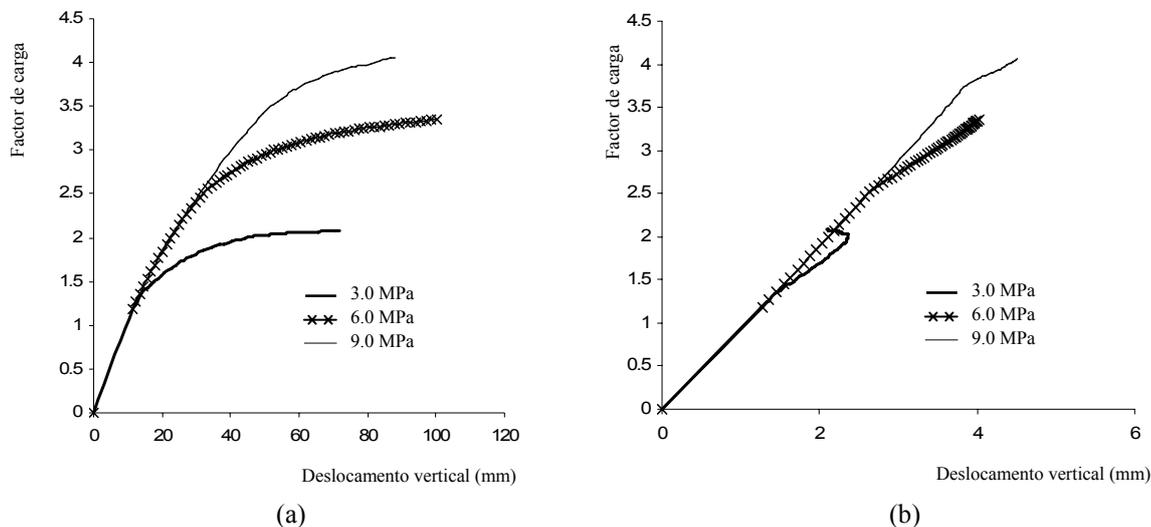


Figura 5.37 – Influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra na resposta da estrutura. Diagrama factor de carga vs. deslocamento vertical (peso próprio + órgão + sismo): (a) zona central da abóbada; (b) cabeça do pilar.

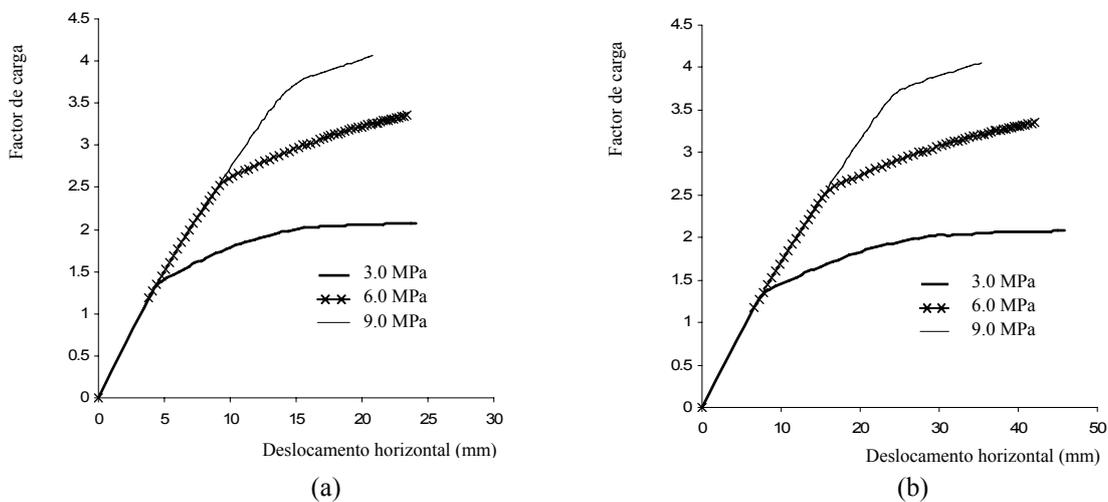


Figura 5.38 – Influência da resistência à compressão da alvenaria de pedra na resposta da estrutura. Diagrama factor de carga vs. deslocamento horizontal (peso próprio + órgão + sismo): (a) fecho do arco Nascente; (b) cabeça do pilar.

ii) Influência da secção transversal das nervuras

Para a análise de sensibilidade foram consideradas nervuras elevadas, acima do extradorso, em metade da altura original e com uma espessura de 8cm, ver Figura 5.16. As dimensões

são especulativas, servindo apenas para avaliar a resposta da estrutura face a esta alteração. A influência da variação da secção transversal das nervuras (consideradas) na resposta é moderada neste caso, verificando-se um incremento do factor de carga de cerca de 0.3, ver Figura 5.39.

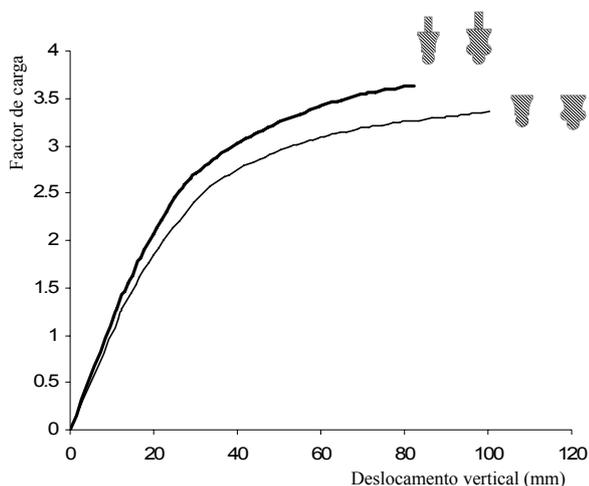


Figura 5.39 – Influência da secção transversal das nervuras na resposta da estrutura. Diagrama factor de carga vs. deslocamento vertical (peso próprio + órgão + sismo) para a zona central da abóbada.

5.2.3.3 Influência da sobrecarga do órgão

A influência da sobrecarga do órgão na resposta às acções envolvendo o sismo é moderada, ver Figura 5.40 e Figura 5.41. Verifica-se que o factor de segurança na rotura é reduzido em cerca de 0.5 com a inclusão do órgão.

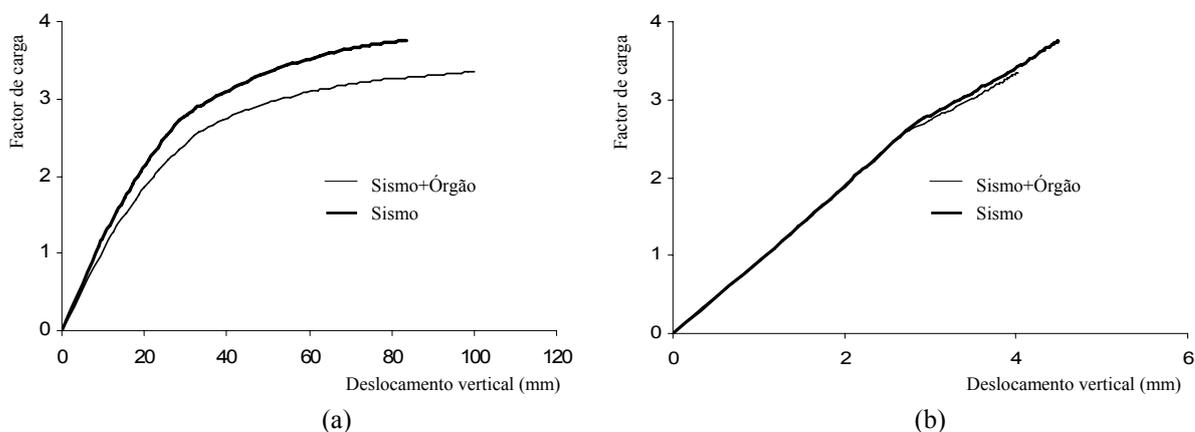


Figura 5.40 – Diagrama factor de carga vs. deslocamento vertical (peso próprio + órgão + sismo): (a) a zona central da abóbada; (b) a cabeça do pilar.

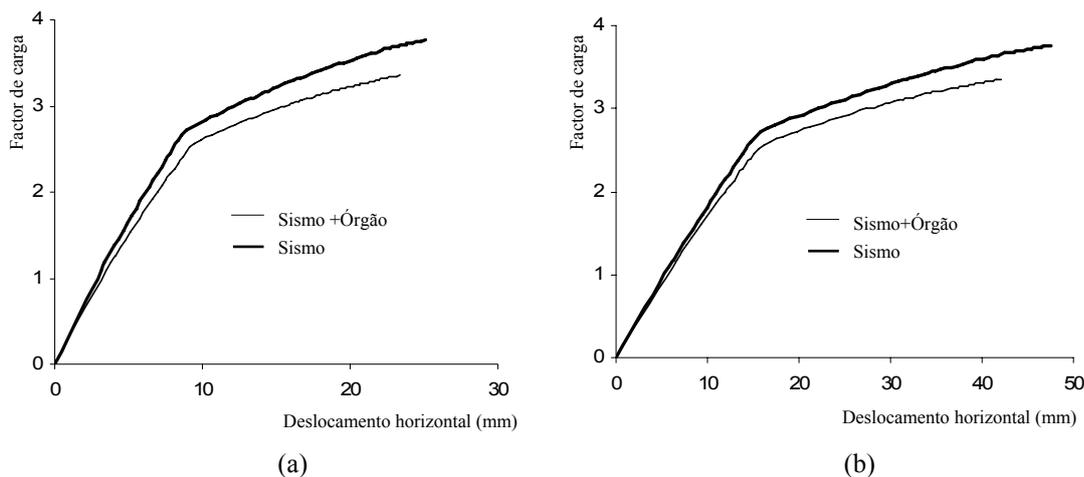


Figura 5.41 – Diagrama factor de carga vs. deslocamento horizontal (peso próprio + órgão + sismo): (a) fecho do arco Nascente; (b) cabeça do pilar.

5.3 Conclusões do capítulo

Atendendo à informação limitada sobre as propriedades dos materiais e às condicionantes de uma análise deste tipo, face à elevada complexidade da estrutura, os resultados deverão ser encarados como a melhor aproximação da resposta provável da estrutura. As análises realizadas permitem concluir que:

1. A rotura da abóbada Sul do Coro Alto ocorre num mecanismo de colapso que envolve o pilar de canto, a zona central da abóbada e os arcos Nascente e Norte, ainda que a rotura seja condicionada, essencialmente, pelo deslocamento horizontal da cabeça do pilar;
2. A resistência à compressão da alvenaria de pedra condiciona a resposta da estrutura de forma muito significativa;
3. A secção transversal das nervuras, se considerada com uma altura adicional superior ao lajeado, altera a resposta da estrutura;
4. Os pilares de apoio do coro parecem ser o elemento estrutural mais relevante no estabelecimento da segurança da estrutura. O factor de segurança na rotura é de cerca de 3.2, quando se admite o valor característico da resistência à compressão da alvenaria igual a $f_{ck}=6.0\text{MPa}$ e a acção combinada do peso próprio, órgão e sismo. Desta forma, parece que a segurança da estrutura se mantém a um nível aceitável.

Salienta-se que nas análises efectuadas se consideraram desprezáveis as vibrações induzidas na estrutura devido ao funcionamento do órgão de tubos.

6 Conclusões finais e recomendações

O presente trabalho discute o comportamento estrutural de arcos e abóbadas de alvenaria de pedra, problema aplicado, em particular, ao Coro Alto da Igreja de Santa Maria de Belém, Mosteiro dos Jerónimos, quando sujeito à acção de um órgão de tubos (cerca de 20 toneladas) e de um sismo. A análise de construções históricas é uma tarefa difícil devido à incerteza associada a vários parâmetros. No entanto, técnicas avançadas de análise são fundamentais para compreender o comportamento deste tipo de construções, em particular, de construções complexas. Independentemente da técnica adoptada, a construção de modelos rigorosos só é possível mediante uma caracterização detalhada das propriedades mecânicas da alvenaria. O recurso a análises de sensibilidade pode ser encarada como uma solução alternativa no estudo da influência dos parâmetros decisivos que condicionam o comportamento da estrutura. Os valores mínimos e máximos a adoptar para esses parâmetros devem ser definidos com base na experiência ou em ensaios. As conclusões deste trabalho são apresentadas separadamente para cada tema desenvolvido.

Técnicas tradicionais e modernas de dimensionamento estrutural

Os construtores da Idade Média e do Período Gótico foram capazes de aplicar regras geométricas, desenvolvidas ao longo dos séculos, na construção de elementos estruturais através de métodos de tentativa e erro. Os “mestres” do Período Gótico dispunham de uma “ciência” baseada na geometria: é a forma que garante o equilíbrio. As suas regras de dimensionamento estrutural baseavam-se, em geral, nas proporções entre os elementos (por exemplo, a profundidade de um contraforte como uma fracção do vão). A utilização de regras de proporção prolongou-se até à primeira metade do século XX.

A análise de estruturas complexas de alvenaria dificulta a tarefa de modelação e de adopção de esquemas estruturais simplificados. Modelos constituídos por blocos rígidos, com as mesmas proporções que as estruturas reais, são adequados para o estudo do fenómeno de equilíbrio. A base teórica existe, denomina-se análise limite e parte dos seguintes pressupostos: resistência nula à tracção; resistência infinita à compressão; deslizamento nulo entre blocos. No final da análise esses pressupostos podem ser

verificados para assegurar que as estruturas não estão em risco de escorregamento ou rotura por compressão do material.

O método da análise limite obriga a diversas simplificações e a muito engenho para estudar estruturas complexas, pelo que encontra vasta aplicação essencialmente na resolução de problemas específicos, como pontes ou arcos e abóbadas simples de alvenaria. A análise estrutural com elementos finitos permite reproduzir o comportamento de uma estrutura, incluindo comportamento elástico linear, fissuração, esmagamento e o seu colapso, e continua a ser particularmente eficaz no estudo de estruturas complexas, quer recorrendo a uma discretização em blocos, quer assumindo um contínuo homogéneo. A análise com elementos discretos, por permitir deslocamentos elevados e rotações com destacamentos e detecção de novos contactos, revela-se adequada para o estudo do comportamento de estruturas de alvenaria até ao completo colapso, ainda que exija uma representação da estrutura em macro-blocos.

Concepção, construção e análise do comportamento de arcos e abóbadas

A concepção e a construção de uma Catedral ou de outro grande monumento não podiam falhar. Estas tarefas exigiam enormes recursos durante dezenas de anos. Qualquer estudioso de arquitectura ou engenharia da construção descartaria a hipótese de insucesso, como o faria sem dúvida um construtor experimentado. Desta forma, a tarefa de construção de uma Catedral Gótica exigia um conhecimento teórico e prático avançado, ficando restrito apenas a alguns “mestres”.

A construção da abóbada de uma Catedral Gótica teria início com a montagem de uma plataforma de madeira, ligeiramente acima do arranque das nervuras. A planta dos elementos estruturais, desenhada sobre esta plataforma, era utilizada como referência para a elevação da abóbada. Após definida a cota do intradorso das pedras de chave, através de prumos de madeira, eram colocadas as nervuras sobre cimbres de madeira, as pedras de chave e as lajetas de pedra. O volume tronco cónico formado pelo arranque das nervuras acima de colunas e de paredes era preenchido com alvenaria ordinária, e o extradorso coberto com uma fina camada de argamassa, conferindo estabilidade e solidez à estrutura.

A curvatura das nervuras não é, em geral, constante ao longo do seu desenvolvimento obrigando a um planeamento detalhado da sua geometria e da fase construtiva.

Os danos estruturais estudados referem-se aos padrões de fissuração tipo (sintomas) que podem surgir em arcos e abóbadas. O diagnóstico correcto pode tornar-se uma tarefa complexa, pois a esses sintomas está associada, na generalidade, uma combinação das diferentes causas possíveis, sendo por vezes difícil atribuir-lhe uma origem específica. A fissuração de um arco ou abóbada não indicia, por si só, a possibilidade de colapso da estrutura. A capacidade destas estruturas de responder às acções agressivas reside, precisamente, na possibilidade de fissurarem, situação associada aos pressupostos da análise limite: resistência infinita à compressão, resistência nula à tracção e a impossibilidade do deslizamento entre blocos.

A fissuração determina a posição da linha de pressões. A variação do padrão de fissuração faz variar a linha de pressões abruptamente de uma posição para outra, ou seja, as forças internas variam significativamente. Ao aproximar-se do colapso, qualquer movimento pequeno vai originar alterações no equilíbrio do sistema e causar um colapso prematuro do arco.

O arco de perfil ogival apresenta melhor capacidade para suportar acções concentradas a meio vão, enquanto que o perfil circular é mais adequado para arcos submetidos a acções distribuídas.

Análise preliminar e definição do modelo numérico da abóbada do coro alto

A pesquisa documental (textual e fotográfica) efectuada revelou lacunas na pouca informação existente sobre o Coro Alto e os antigos órgãos de tubos: a data exacta do início de construção do Coro Alto é desconhecida, sendo uma obra do século XVI, anterior a 1551; concluiu-se da existência de, pelo menos, 9 órgãos de dimensões diferentes (entre 6 a 74 registos); vários órgãos desapareceram ao longo dos tempos; os órgãos, ou partes do mesmo, que terão chegado aos dias de hoje têm paradeiro incerto ou duvidoso. A remoção de dois dos antigos órgão do Coro Alto deu origem à destruição parcial do grande cadeiral de madeira por razões de ordem estética.

O piso do Coro Alto é constituído por seis abóbadas rebaixadas e nervuradas que descarregam em paredes resistentes, em arcos tudor que abrem para a nave e em dois pilares de alvenaria de pedra. Por sua vez, o esqueleto das abóbadas é constituído por lajetas de pedra apoiadas sobre nervuras também de pedra.

As nervuras da abóbada que irá suportar o órgão têm duas secções transversais diferentes na zona central. Sobre as lajetas existe uma camada de material de enchimento com espessura variável. Nos modelos elaborados, a espessura do material de enchimento varia de 2.00m, na zona do arranque das nervuras, para 0.50m, no fecho da abóbada.

A espessura das paredes é de 1.90m e o comprimento dos contrafortes de 3.70m (incluindo a espessura das paredes). Na parede Poente, que confina com a Capela Baptismal, existe um nicho que reduz a espessura da parede para cerca de 0.70m. Os dois arcos tudor que delimitam a abóbada em estudo têm secções resistentes e vãos diferentes: a secção do arco Nascente tem dimensões máximas de cerca de $0.80 \times 2.00 \text{m}^2$ e uma distância entre apoios de aproximadamente 4.00m; a secção do arco Norte tem dimensões máximas de cerca de $1.22 \times 1.09 \text{m}^2$ e uma distância entre apoios de 6.20m.

Com base na informação recolhida, foram elaborados dois modelos de elementos finitos: elementos de volume e elementos de viga e de casca. A morosidade das análises não-lineares feitas com os elementos de volume deu origem à construção do segundo modelo. Algumas simplificações foram adoptadas, dada a complexidade da estrutura que dificultou o levantamento e a modelação.

Análise estrutural da abóbada do coro alto

Atendendo à informação limitada sobre as propriedades dos materiais e às condicionantes de uma análise deste tipo, face à elevada complexidade da estrutura, os resultados deverão ser encarados como a melhor aproximação da resposta provável da estrutura. As análises realizadas permitem concluir que:

1. A rotura da abóbada Sul do Coro Alto ocorre num mecanismo de colapso que envolve o pilar de canto, a zona central da abóbada e os arcos Nascente e Norte, ainda que a rotura seja condicionada, essencialmente, pelo deslocamento horizontal da cabeça do pilar;

2. A resistência à compressão da alvenaria de pedra condiciona a resposta da estrutura de forma muito significativa;
3. A secção transversal das nervuras, se considerada com uma altura adicional superior ao lajeado, altera a resposta da estrutura;
4. Os pilares de apoio do coro parecem ser o elemento estrutural mais relevante no estabelecimento da segurança da estrutura. O factor de segurança na rotura é de cerca de 3.2, quando se admite o valor característico da resistência à compressão da alvenaria igual a $f_{ck}=6.0\text{MPa}$ e a acção combinada do peso próprio, órgão e sismo. Desta forma, parece que a segurança da estrutura se mantém a um nível aceitável.

Salienta-se que nas análises efectuadas se consideraram desprezáveis as vibrações induzidas na estrutura devido ao funcionamento do órgão de tubos.

Recomendações

Face às conclusões apresentadas no ponto anterior e à importância da estrutura, sugerem-se os seguintes trabalhos, tendo em consideração a futura colocação de um órgão de tubos:

1. Remoção localizada do revestimento e enchimento do Coro Alto para caracterização visual do material de enchimento, em particular, sobre o arranque das nervuras;
2. Ensaios de compressão uniaxial em provetes de alvenaria com características idênticas às existentes no Coro Alto;
3. Realização de uma campanha de ensaios sísmicos e ensaios de radar nos pilares do coro com o objectivo de identificar eventuais descontinuidades significativas;
4. Realização de ensaios de identificação dinâmica, tendo em vista avaliar o comportamento da estrutura antes e após a colocação do órgão, bem como com o órgão em funcionamento;
5. Implementação de um plano de monitorização contínua durante a fase de colocação do órgão com o objectivo de validar o modelo e de mitigar deformações exageradas.

A heterogeneidade do material alvenaria e o problema associado aos efeitos diferidos no tempo, por esforços de compressão elevados, obriga a um estudo aprofundado e à definição de modelos que prevejam o comportamento rigoroso das estruturas sujeitas a estas acções. Este factor pode ter influência no comportamento do pilar de canto que irá suportar parte da carga do futuro órgão.

7 Referências bibliográficas

- Alves, J.F. (1989). *O Mosteiro dos Jerónimos. I – Descrição e evocação*. Coleção Cidade de Lisboa. Livros Horizonte.
- Alves, J.F. (1993). *O Mosteiro dos Jerónimos. III – Para um inventário do recheio do Mosteiro de Santa Maria de Belém*. Coleção Cidade de Lisboa. Livros Horizonte.
- Azevedo, Carlos de (1972). *Baroque Organ-Cases of Portugal*. Bibliotheca Organologica (CD-ROM). Fritz Knuf n. v. Amsterdam.
- Azevedo, J.; Sincaian, G. (2000). *Modelling the seismic behaviour of monumental masonry structures*. Congresso Internacional “Archi 2000”. Disponível em <http://www.unesco.org>.
- Bails, Benito D. (1796). *Arquitectura civil. Elementos de matemática. Tom. IX, Parte I*. Segunda edição. Imprensa de la Viuda de D. Joaquim Ibarra.
- Barthel, R. (1989). *Analysis and structural behavior of masonry cross vaults*. Structural Repair and Maintenance of Historical Buildings. Brebbia, C.A. (Ed.). Computational Mechanics Publications Dirkhäuser.
- Block, Philippe (2005). *Equilibrium systems. Studies in Masonry Structure*. Dissertação para obtenção do grau de Mestre. Massachusetts Institute of Technology. Disponível em: <http://web.mit.edu/masonry>.
- Broggi, Corrado (1955). *Volume VI. Geometria delle Masse, Statica, Scienza delle Costruzioni, I Cavi Sospesi, la Catenaria*. Disponível em: <http://www.itismeucci.it/corradobroggi/index.htm>.
- CEN (1995). *Eurocódigo 6 – Projecto de Estruturas de Alvenaria. Parte 1-1: Regras gerais para edificios*. ENV 1996-1-1. Comité Europeu de Normalização. Bruxelas, Bélgica.
- CEN (1999). *Eurocódigo 8 – Disposições para Projecto de Estruturas Sismo-Resistentes. Parte 1: Regras gerais, acção sísmica e regras para edificios*. ENV 1998-1-1. Comité Europeu de Normalização. Bruxelas, Bélgica.

- CEN (2002). *Eurocódigo 0 – Bases para o projecto de estruturas*. EN 1990. Comité Europeu de Normalização. Bruxelas, Bélgica.
- Chak, D.; Galbraith, M.; Kilian, A. (2002). *CatenaryCAD: An architectural design tool*. Final Project Report. Disponível em: <http://destech.mit.edu>.
- Cigni, Giuseppe (1978). *Il consolidamento murario. Tecniche d'intervento*. Edizioni Kappa.
- Como, M.; Ianniruberto, U.; Imbimbo, M. (2001). *Limit analysis of the structures of Colosseum*. Historical Constructions. Universidade do Minho, Guimarães. Disponível em: <http://civil.uminho.pt/masonry>.
- Costa, J.P.; Ripper, T.; Mesquita, C. (2002). *Reabilitação estrutural de uma cúpula do século XVI sujeita a sério risco de ruína*. Revista Ingenium, N.º53. Disponível em: <http://www.tecnocrete.pt>.
- Croci, Giorgio (1979). *I dissesti ed i crolli nell'evoluzione delle costruzioni, della scienza e della tecnica: prevenzione e criteri d'intervento*. Atti del 1º Corso de informazione ASSIRCCO. Perugia, 6-7-8 de Novembro.
- DIANA (2005). *Análise de Elementos Finitos. Manual de utilização Versão 9*. TNO DIANA. Delf, Holanda.
- Ferreira, Ana L. (2003). *Causas e classificações de patologias em paredes de alvenaria de pedra*. Construlink press.
- Figueiredo, Ana P. (2002). *O órgão da igreja*. Revista Semestral de Edifícios e Monumentos, N.º 17.
- Fitchen, John (1981). *The construction of Gothic cathedrals. A study of medieval vault erection*. The University of Chicago Press.
- Gago, António (2004). *Análise estrutural de arcos, abóbadas e cúpulas*. Dissertação para obtenção do grau de Doutor. Instituto Superior Técnico, Lisboa.
- Genin, Soraya (2001). *The nave vault of the Hieronymites Monastery Church in Lisbon*. Historical Constructions. P.B. Lourenço, P. Roca (Eds.). Universidade do Minho, Guimarães.
- Grave, P. Radelet-de (1998). *La théorie des voûtes de Pierre Bouguer: jeu mathématique et enjeu pratique*. Nantes.

- Guastavino, R. (1893). *Cohesive Construction*. Segunda edição. Disponível em: <http://www.guastavinos.com>.
- Gubana, A.; Giuriani, E. (2004). *Structural restoration of vaults with extrados ties*. Structural Analysis of Historical Constructions, de 10 a 13 de Novembro em Padova, Itália. Modena, Lourenço & Roca (Eds.).
- Heyman, Jacques (1983). *Chronic defects in masonry building: Sabouret's cracks*. Monumentum.
- Heyman, Jacques (1995). *The stone skeleton*. Cambridge, University Press.
- Hill, P.R.; David, C.E. (1995). *Practical Stone Masonry*. Donhead.
- Hortal, J. Carasco (2002). *La estructura Gótica Catalana. Sobre los conceptos de medida y espacio. El Problema de la forma en la cubierta*. Dissertação para obtenção do grau de Doutor. Universidade Politécnica da Catalunha, 2002.
- Horváth, Bucur I.; Popa, I.; Bacsó, A.; Puskás, A. (2001). *Approaches of the technical state and behaviour for old structures in brick vaults*. Historical Constructions. P.B. Lourenço, P. Roca (Eds.). Guimarães, Universidade do Minho. Disponível em: <http://civil.uminho.pt/masonry>.
- Huerta, Santiago (2001). *Mechanics of masonry vaults: The equilibrium approach*. Historical Constructions. P.B. Lourenço, P. Roca (Eds.). Guimarães, Universidade do Minho. Disponível em: <http://civil.uminho.pt/masonry>.
- Huerta, Santiago (2004). *Arcos, bóvedas y cúpulas. Geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica*. Instituto Juan de Herrera.
- Huerta, Santiago (2006). *Geometry and equilibrium: The gothic theory of structural design*. Revista internacional "The International Journal of the Institution of Structural Engineers (IStructE)", de 17 de Janeiro.
- JERÓNIMOS (2000). *Mosteiro dos Jerónimos - História do Monumento*. Disponível em <http://www.mosteirojeronimos.pt>.
- Lourenço P.B. (1996). *Computational strategies for masonry structures*. Dissertação para a obtenção do grau de Doutor. Delft University of Technology, Delft, Holanda. Disponível em: <http://civil.uminho.pt/masonry>.

- Lourenço, P.B. (1998). *Experimental and numerical issues in the modelling of the mechanical behaviour of masonry*. Structural analysis of historical constructions II. P. Roca, J.L. González, E. Oñate and P.B. Lourenço (Eds.). CIMNE, Barcelona. Disponível em: <http://civil.uminho.pt/masonry>.
- Lourenço, P.B. (2001). *Analysis of historical constructions: From thrust-lines to advanced simulations*. Historical Constructions. P.B. Lourenço, P. Roca (Eds.). Guimarães, Universidade do Minho. Disponível em: <http://civil.uminho.pt/masonry>.
- Lourenço, P.B.; Krakowiak, K.J. (2004). *Estabilidade das abóbadas da igreja do Mosteiro dos Jerónimos*. Métodos computacionais em engenharia, APMTAC.
- Mateus, Mascarenhas (2002). *Técnicas tradicionais de construção de alvenarias. A literatura técnica de 1750 a 1900 e o seu contributo para a conservação de edifícios históricos*. Livros Horizonte.
- Meli, R. (1998). *Ingeniería estructural de los edificios históricos*. Fundación ICA.
- Ochsendorf, John (2005). *Analysis of Historic Structures (lectures)*. Massachusetts, Massachusetts Institute of Technology: Building Technology Program. Disponível em: <http://architecture.mit.edu>.
- Ochsendorf, John (2006). *The masonry arch on spreading supports*. Revista internacional “The International Journal of the Institution of Structural Engineers (IStructE)” de 17 de Janeiro.
- PEVSNER (2004). *Looking at Buildings: an educational resource*. Pevsner Architectural Guides. Disponível em: <http://www.lookingatbuildings.org.uk>.
- Pina-Henriques, J.L. (2005). *Alvenaria em compressão: Comportamento à rotura e efeitos diferidos*. Dissertação para a obtenção do grau de Doutor. Guimarães, Universidade do Minho. Disponível em: <http://civil.uminho.pt/masonry>.
- Pistone, G.; Roccatti, R. (1980). *Interpretazione delle vecchi strutture murarie: proposta metodologica*. Atti del 2º Corso de informazione ASSIRCCO. Venezia, 21-22-23 de Maio.
- RING (2005). *Masonry arch bridge analysis software*. Versão 1.5. Universidade de Sheffield. Reino Unido. Disponível em: <http://www.shef.ac.uk>.

- Roque, J. (1998). *Reforço e reabilitação estrutural de paredes antigas de alvenaria*. Dissertação para a obtenção do grau de Mestre. Guimarães, Universidade do Minho. Disponível em: <http://civil.uminho.pt/masonry>.
- RSA (1983). *Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes*. Decreto-Lei nº235/83 de 31 de Maio.
- Rua, H. (1998). *Os Dez Livros de Vitruvius (sec. I a. C.)*. Corrigidos e traduzidos em Português, com notações e figuras. Lisboa, Instituto Superior Técnico. Departamento de Engenharia Civil.
- Santos, Reynaldo (1930). *A arte em Portugal*. Mosteiro de Belém (Jerónimos). Nº. 10. Porto. Marques Abreu.
- Theodossopoulos, D.; Sinha, B.P. (2004). *Function and technology of historic cross vaults*. Revista internacional “Progress in Structural Engineering and Materials”. Volume 6. Janeiro/Março.
- Vieira, Ernesto. (1900). *Diccionario biographico de musicos portuguezes e bibliographia da musica em Portugal*. Lisboa. Typographia Mattos Moreira & Pinheiro. Pág. 52-55.

