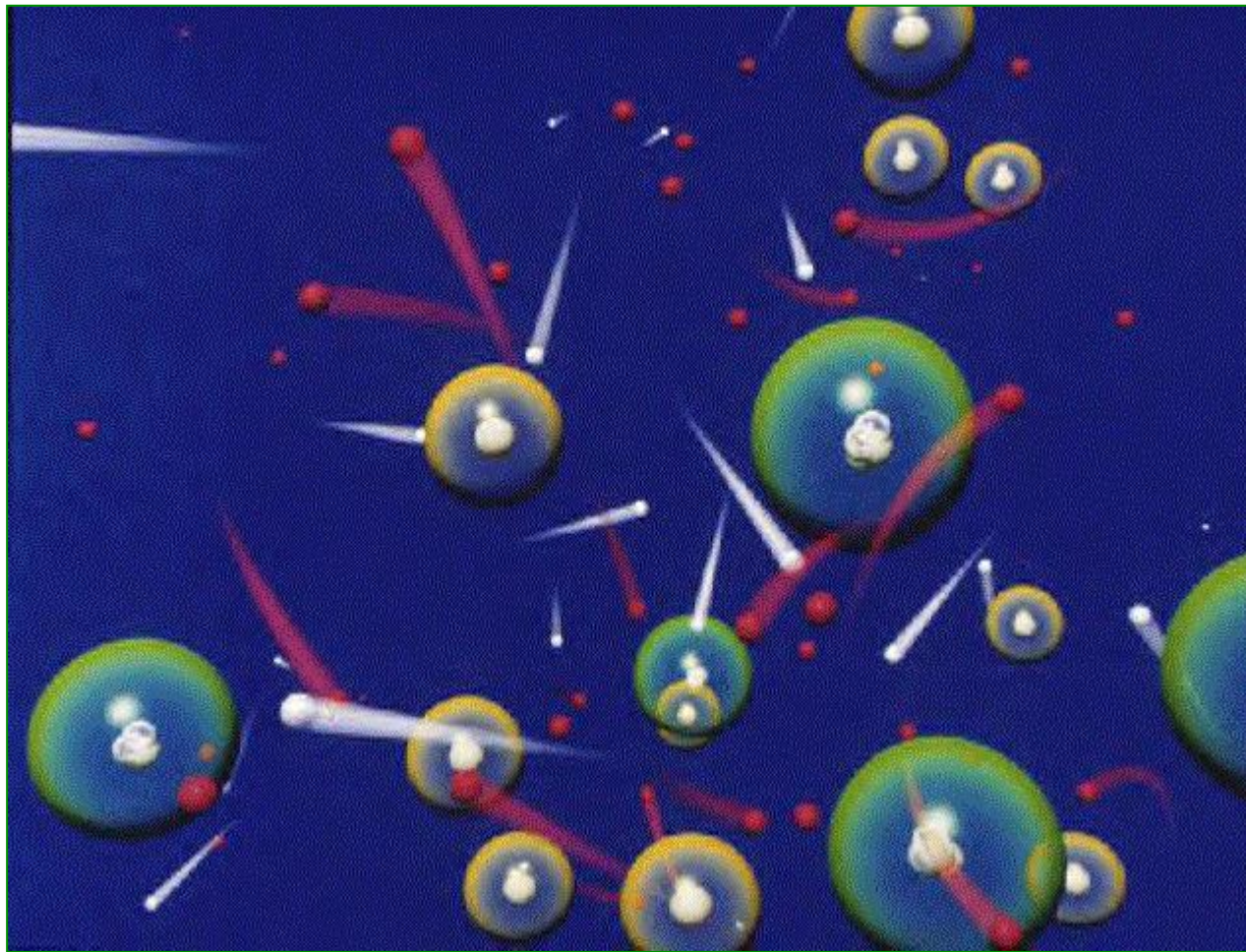
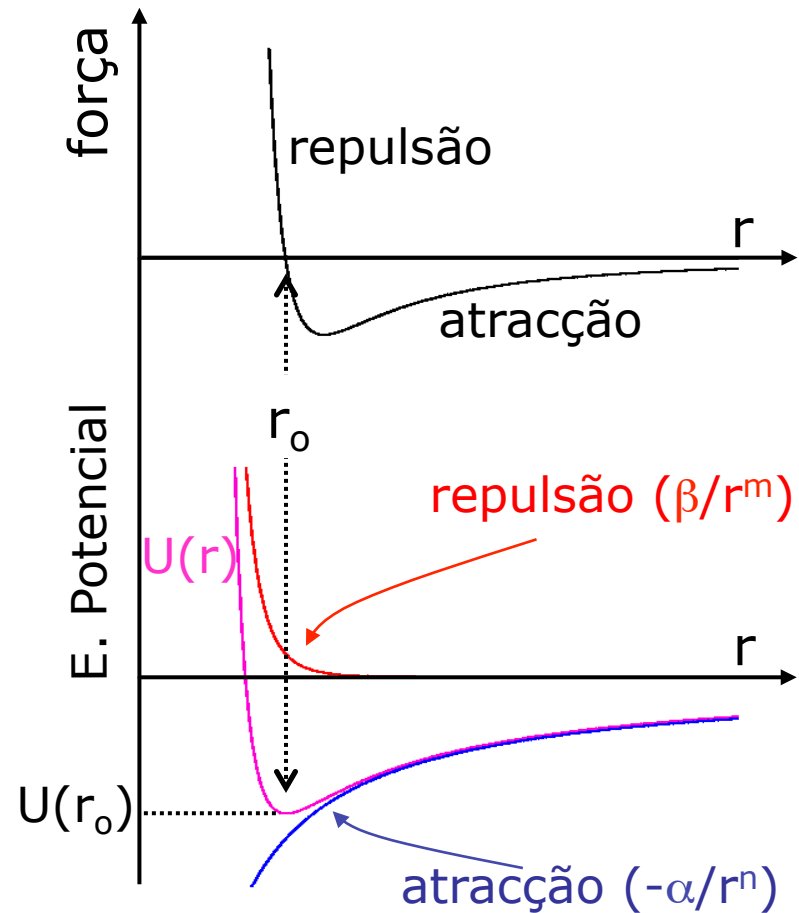


# Fundamentos de Tecnologia de Vácuo



# Estados da matéria

**Estado Sólido** – Partículas muito próximas e, se no estado cristalino, ordenadas. Forças entre as partículas são de tal modo intensas que se afastam pouco do estado de equilíbrio.



**Estado Líquido** – Com aumento da temperatura (T) as partículas afastam-se cada vez mais do equilíbrio, mas mantêm ainda assim forças de coesão entre elas.

**Estado Gasoso** – Com aumento da temperatura as partículas aumentam a sua energia cinética podendo abandonar a superfície do líquido. As forças entre as partículas constituintes são mais fracas e a interacção por **meio de colisões** passa a ser mais importante.

O nº de colisões depende { **densidade**  
**energia**  $\Leftrightarrow$  **temperatura**

A outra característica de um sistema gasoso é a **pressão**.

# Equação dos Gases Ideais

$$pV = n_M RT$$

$p \rightarrow$  pressão (Pa)

$N \rightarrow$  número de moléculas

$n_M \rightarrow$  número de moles

$N_A = 6,022 \times 10^{23}$  (moléculas / mole)  $\rightarrow$  número de Avogadro

$T \rightarrow$  temperatura (Kelvin)

$R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \rightarrow$  const. dos gases

**Densidade numérica = número de moléculas / volume**

$$n = \frac{N}{V} = \frac{n_M N_A}{V} = \left( \frac{N_A}{V} \times \frac{pV}{RT} \right) = \left( \frac{N_A}{R} \right) \left( \frac{p}{T} \right)$$

**A pressões inferiores à pressão atmosférica, as misturas de gases podem ser consideradas como gases ideais**

# O VÁCUO

- Um determinado volume diz-se em vácuo quando a densidade de partículas nele existente é inferior à que se encontra na atmosfera a pressões e temperaturas normais. Para se medir o “grau de vácuo” utiliza-se a pressão e não a densidade de partículas. No sistema SI, a unidade de pressão é o Pa, ou seja  $\text{N/m}^2$ . De entre os seus múltiplos é actualmente muito usado o **milibar (100 Pa)** por ser da ordem de grandeza próxima do torr ou Torricelli que era tradicionalmente usada em tecnologia de vácuo. O torr é a pressão correspondente a uma coluna de mercúrio com 1 mm de altura, tendo o mercúrio uma densidade igual a  $13,595 \text{ g cm}^{-3}$  e a aceleração da gravidade  $g = 980,665 \text{ cm s}^{-2}$ .
- À medida que a pressão diminui, o vácuo atingido é classificado de **primário, alto, muito alto** e **ultra-alto vácuo**. As relações destes graus de vácuo com a pressão e outras grandezas físicas de interesse estão indicadas na tabela da página seguinte.

# VÁCUO

Na verdade, o **Vácuo** é definido como sendo o ambiente gasoso a pressões inferiores à pressão atmosférica, e é convencionalmente classificado nos intervalos apresentados na seguinte tabela.

## Classificação do vácuo em função da pressão

	Pressure units		
	Pa	mbar	Torr
Low	$3.3 \times 10^3 < p < 1.0 \times 10^5$	$3.3 \times 10 < p < 1.0 \times 10^3$	$25.0 < p < \sim 750$
Medium	$1.0 \times 10^{-1} < p \leq 3.3 \times 10^3$	$1.0 \times 10^{-3} < p \leq 3.3 \times 10$	$7.5 \times 10^{-4} < p \leq 25.0$
High	$1.0 \times 10^{-4} < p \leq 1.0 \times 10^{-1}$	$1.0 \times 10^{-6} < p \leq 1.0 \times 10^{-3}$	$7.5 \times 10^{-7} < p \leq 7.5 \times 10^{-4}$
Very high	$1.0 \times 10^{-7} < p \leq 1.0 \times 10^{-4}$	$1.0 \times 10^{-9} < p \leq 1.0 \times 10^{-6}$	$7.5 \times 10^{-10} < p \leq 7.5 \times 10^{-7}$
Ultrahigh	$1.0 \times 10^{-10} < p \leq 1.0 \times 10^{-7}$	$1.0 \times 10^{-12} < p \leq 1.0 \times 10^{-9}$	$7.5 \times 10^{-13} < p \leq 7.5 \times 10^{-10}$
Extreme ultrahigh	$p \leq 1.0 \times 10^{-10}$	$p \leq 1.0 \times 10^{-12}$	$p \leq 7.5 \times 10^{-13}$

<sup>a</sup>Adapted from AVS *Dictionary for Vacuum Science and Technology* (1980).

## Teoria cinética dos gases

A teoria cinética dos gases é de enorme importância para melhor se compreender os vários processos tecnológicos relacionados com a produção de revestimentos/filmes finos (*serão estudados mais adiante*).

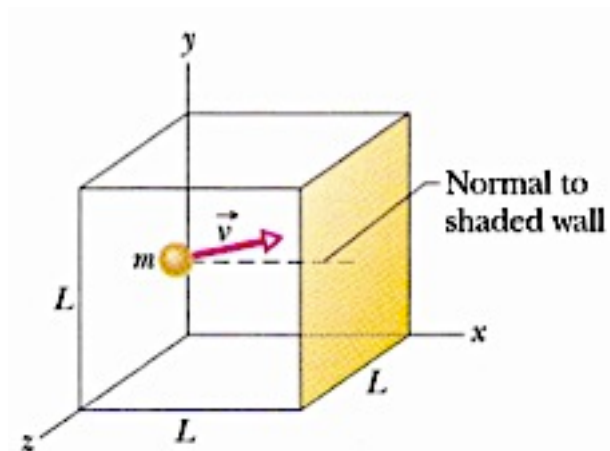
Apesar de constituir um **modelo da física clássica**, as suas previsões são notavelmente precisas, fornecendo uma imagem clara do comportamento físico de um gás que é facilmente entendível e útil.

Os **pressupostos** fundamentais desta teoria microscópica são:

- O gás contém uma quantidade enorme de partículas “clássicas”;
- Estas partículas são esferas infinitamente duras;
- Todas as **colisões são elásticas**;
- Não existem forças entre as partículas, excepto durante as colisões entre si ou as que ocorrem com as paredes do reservatório que as contém.

# Pressão, Velocidade quadrática média

- ◆ Consideremos o seguinte problema de cinética molecular. Imagine-se que  $n_M$  moles de um gás ideal são introduzidas dentro de uma caixa cúbica de volume  $V$ , conforme mostrado na figura.



- ✓ Uma molécula de massa  $m$  e com velocidade  $\mathbf{v}$  colide com a parede lateral da caixa de área  $L^2$ .

- As paredes da caixa são mantidas à temperatura  $T$ . Qual é a relação entre a pressão  $p$  exercida pelo gás sobre as paredes laterais da caixa e a velocidade das moléculas ?
- A variação do momento linear da molécula que colide com a parede da caixa (face sombreada) é  $\Delta p_x = 2mv_x$ . A molécula irá colidir com a parede inúmeras vezes. O tempo  $\Delta t$  entre colisões corresponde ao tempo que a molécula demora até viajar à parede lateral oposta e regressar novamente à face sombreada, cobrindo a distância  $2L$ .



## Pressão, Velocidade quadrática média

- Por isso,  $\Delta t = 2L/v_x$ . A segunda lei de Newton dita que a força que a molécula exerce sobre a face sombreada é igual a rapidez com que o momento linear varia com o tempo, ou seja:

$$F_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{2mv_x}{2L/v_x} = \frac{mv_x^2}{L}$$

- A força total exercida, corresponde à contribuição de todas as moléculas que colidem com a face sombreada. Dividindo a intensidade da força total pela área da a face sombreada, obtém-se a pressão exercida sobre essa parede.

$$\begin{aligned} p &= \frac{\sum F_x}{L^2} = \frac{mv_{x1}^2/L + mv_{x2}^2/L + \dots + mv_{xN}^2/L}{L^2} \\ &= \left(\frac{m}{L^3}\right) (v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \dots + v_{xN}^2) \end{aligned}$$

Onde  $N$  representa o número total de moléculas dentro da caixa. Note-se que  $N = n_M N_A$ , onde  $n_M$  corresponde ao número de moles e  $N_A$  é o número de Avogadro.

## Pressão, Velocidade quadrática média

- Na equação anterior, o segundo factor entre parênteses contém  $N = n_M N_A$  termos. Neste sentido, a equação pode escrever-se da seguinte maneira:

$$p = \frac{mn_M N_A}{L^3} \overline{v_x^2}$$

onde  $\overline{v_x^2}$  é o valor médio do quadrado das componentes em  $x$  de todas as velocidades moleculares. Para qualquer molécula verifica-se:  $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$

Atendendo a que todas as moléculas se movimentam em direcções aleatórias, o valor médio dos quadrados das componentes das suas velocidades são iguais, e por isso:  $\overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$ . A equação anterior pode ser escrita da seguinte maneira:

$$p = \frac{n_M M}{3V} \overline{v^2}$$

onde  $M = mN_A$  corresponde ao peso molecular,  $V = L^3$  é o volume da caixa e a raiz quadrada de  $\left(\overline{v^2}\right)$  é designada por **velocidade quadrática média** das moléculas e representa-se por  $v_{rms}$ .

## Velocidade quadrática média

Esta designação é bastante elucidativa: eleva-se ao quadrado cada velocidade → realiza-se a média de todas os quadrados destas velocidades → toma-se a raiz quadrada desta média.

$$v_{rms} = \sqrt{v^2}$$

A pressão pode então ser escrita da seguinte maneira

$$p = \frac{n_M M v_{rms}^2}{3V}$$

Esta equação ilustra a essência da teoria cinética. Indica como uma quantidade puramente macroscópica (a pressão de um gás) depende de uma quantidade puramente microscópica (a velocidade das moléculas desse gás). Combinado a equação anterior com a equação dos gases ideais, ou seja:  $pV = n_M RT$

obtém-se:

$$pV = \frac{n_M M v_{rms}^2}{3} = n_M RT \quad \Rightarrow \quad v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

## Velocidade quadrática média

- A tabela apresenta a **velocidade quadrática média** de algumas moléculas. Verifica-se que as velocidades são surpreendentemente elevadas. Por exemplo, para as moléculas de hidrogénio à temperatura de 27 °C (300 K), a  $v_{rms}$  é de 1920 m/s (mais rápida do que uma bala). Então, se as moléculas se movem tão rapidamente porque é que temos que esperar mais do que 1 minuto até que possamos sentir o cheiro proveniente de um frasco de perfume quando o frasco é aberto dentro de uma sala fechada?
- Como se verá mais adiante, apesar de cada molécula de perfume ter velocidade elevada, o seu movimento é no entanto muito lento à saída do frasco. Tal acontece porque ocorrem colisões com outras moléculas que evitam que a molécula se dirija directamente do frasco até ao nosso nariz.

Alguns valores de velocidade quadrática média à temperatura de 27 °C (300 K)

Gas	Molar Mass ( $10^{-3}$ kg/mol)	$v_{rms}$ (m/s)
Hydrogen (H <sub>2</sub> )	2.02	1920
Helium (He)	4.0	1370
Water vapor (H <sub>2</sub> O)	18.0	645
Nitrogen (N <sub>2</sub> )	28.0	517
Oxygen (O <sub>2</sub> )	32.0	483
Carbon dioxide (CO <sub>2</sub> )	44.0	412
Sulfur dioxide (SO <sub>2</sub> )	64.1	342

## Energia cinética média e Temperatura

Considere-se novamente uma molécula que se move dentro de uma caixa fechada. Sempre que ocorre uma colisão com outra molécula, a sua velocidade altera-se. Em cada instante, a sua energia cinética de translação é igual a  $\frac{1}{2}mv^2$ .

Ao longo do tempo, a sua energia cinética média é:

$$\bar{K} = \frac{1}{2}m(\overline{v^2}) = \frac{1}{2}mv_{rms}^2$$

- Para gases monoatómicos, a energia total corresponde à energia cinética. Para gases de moléculas poliatómicas, além dos estados translacionais, há que adicionar os termos relativos aos estados vibracionais e rotacionais.

- Atendendo a que  $v_{rms} = \left(\frac{3RT}{M}\right)^{1/2} \Rightarrow \bar{K} = \left(\frac{1}{2}m\right)\frac{3RT}{M}$

- Como  $M = mN_A$ , obtém-se:

$$\bar{K} = \left(\frac{1}{2}m\right)\frac{3RT}{M} = \left(\frac{1}{2}m\right)\frac{3RT}{mN_A} = \frac{3RT}{2N_A} = \frac{3}{2}kT \quad ; \quad k = \frac{R}{N_A}$$

Constante de Boltzmann (J/K)



# Livre percurso médio ( $\lambda$ )

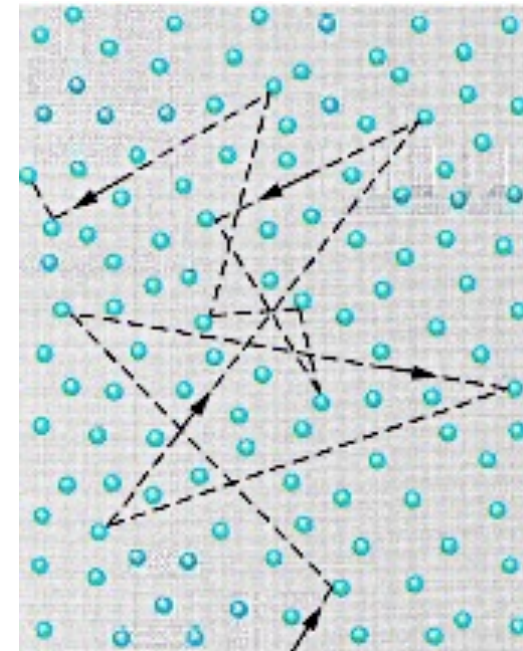
Excepto a pressões muito baixas, a molécula de um gás choca muitas vezes com outras moléculas durante o seu movimento permanente (movimento de zig-zag). A distância média percorrida por uma molécula entre duas colisões sucessivas com outras partículas denomina-se por **livre percurso médio** ( $\lambda$ ).

É espectável que  $\lambda$  varie inversamente com a densidade numérica ( $n = N/V$ ) já que quanto maior for  $n$  maior será o número de colisões e portanto menor será  $\lambda$ . Também é espectável que  $\lambda$  varie inversamente com o tamanho das moléculas, ou seja com o seu diâmetro. Por isso, quanto maiores forem as moléculas menor será  $\lambda$ .

TABLE II.1 Effective Particle Diameter (in Angstroms)

He	2.18
H <sub>2</sub>	2.74
O <sub>2</sub>	3.61
Ar	3.64
Air	3.72
N <sub>2</sub>	3.75
CO <sub>2</sub>	4.59
H <sub>2</sub> O	4.60

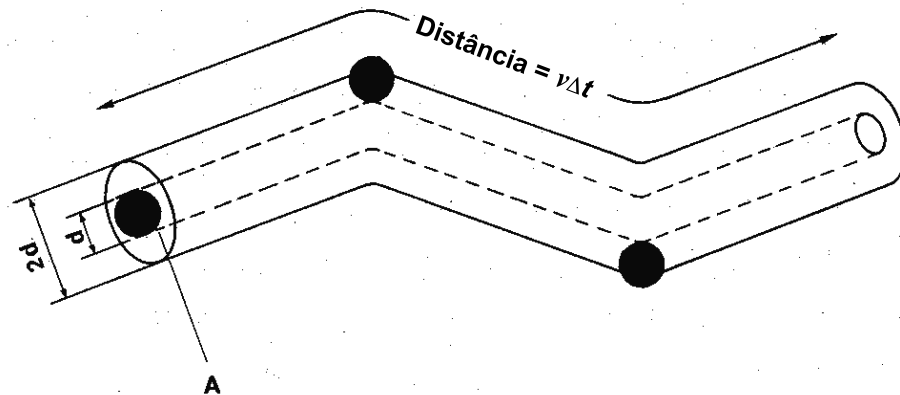
Source: From Kennard [1938].



Movimento de uma molécula através de um gás que, ao longo da sua trajetória, colide com outras moléculas do gás

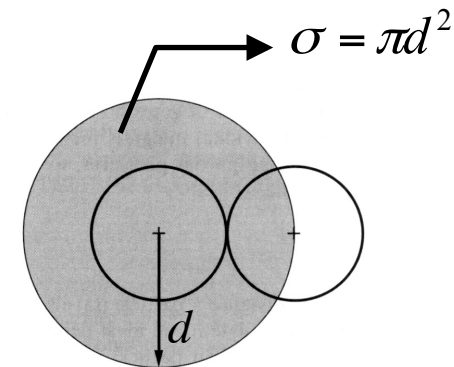
# Livre percurso médio ( $\lambda$ )

Considerando na figura a molécula **A**, de diâmetro **d**, que se desloca com velocidade **v** durante um intervalo de tempo  $\Delta t$  e supondo que só ela se move enquanto que todas as outras estão fixas, a molécula A chocará durante  $\Delta t$  com todas as moléculas cujos centros estejam dentro do cilindro indicado na figura.



Percurso efectuado pela molécula **A** (durante o intervalo de tempo  $\Delta t$ ) num gás constituído por uma única espécie de moléculas.

*Se as moléculas forem de duas espécies terão diâmetros diferentes. Nesse caso, haverá colisão quando os seus centros se encontrarem à distância:*  $d = \frac{d_1}{2} + \frac{d_2}{2} = \frac{d_1 + d_2}{2}$



Para moléculas idênticas, com diâmetro **d** :

A **secção eficaz de colisão** para um par de moléculas é dado por:

$$\sigma = \pi d^2$$

## Livre percurso médio ( $\lambda$ )

Voltando à figura anterior, o número total de moléculas ( $N$ ) no cilindro de volume  $V$  e, portanto, o número de colisões ocorridas em  $\Delta t$  é:

$$N = nV \quad ; \quad V = \sigma v \Delta t = (\pi d^2) v \Delta t$$

- **O  $\lambda$  corresponde ao quociente entre o comprimento do cilindro ( $v\Delta t$ ) e o número de colisões (haverá tantas colisões quantas moléculas –  $N$ ):**

$$\lambda \cong \frac{\text{comprimento do cilindro (i.e. espaço percorrido em } \Delta t)}{\text{número de colisões em } \Delta t} \approx \frac{v\Delta t}{nv\Delta t\pi d^2} = \frac{1}{n\pi d^2}$$

Este resultado é aproximado já que, para além de se basear no pressuposto de que todas as moléculas são fixas, excepto a molécula  $A$ , não leva ainda em consideração a circunstância de que as colisões entre as moléculas (na verdade, todas as moléculas estão a mover-se) podem ser de vários tipos, desde colisões tangenciais a colisões frontais. **Um cálculo mais rigoroso conduz à seguinte expressão:**



## Livre percurso médio ( $\lambda$ )

Valor correto de **LPM**:  $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}$  Expressão válida quando  $\lambda/d > 100$

➤ Pretendendo-se explicitar  $\lambda$  em função da pressão e temperatura:

Equação dos gases ideais:  $pV = n_M RT \Leftrightarrow pV = \left(\frac{N}{N_A}\right) RT$

Donde:  $p = \frac{NRT}{N_A V} \Leftrightarrow p = \underbrace{\left(\frac{N}{V}\right)}_{=n} \underbrace{\left(\frac{R}{N_A}\right)}_k T \Leftrightarrow p = nkT$

Logo:  $n = \frac{p}{kT} \Rightarrow \lambda = \frac{kT}{\sqrt{2} \sigma p}$

## Livre percurso médio ( $\lambda$ )

$$\text{Atendendo a que: } R \approx 8,314 \frac{J}{K \cdot mol}$$

$$\text{Atendendo a que: } k = \frac{R}{N_A} = \frac{8,314}{6,02 \times 10^{23}} \approx 1,381 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$$

Para o ar ( $d \cong 3,72 \text{ \AA} = 0,372 \text{ nm}$ , conforme a tabela da **página 14**) à temperatura ambiente ( $\cong 23 \text{ °C} = 296 \text{ K}$ ) o  $\lambda$  tem a seguinte expressão:

$$\lambda = \frac{1,381 \times 10^{-23} * 296}{p * \sqrt{2} * \pi * (0,372 \times 10^{-9})^2} \approx \frac{7 \times 10^{-3}}{p} (m)$$

Expressão válida com a pressão  $p$  expressa em  $N/m^2$  ou seja em Pa.

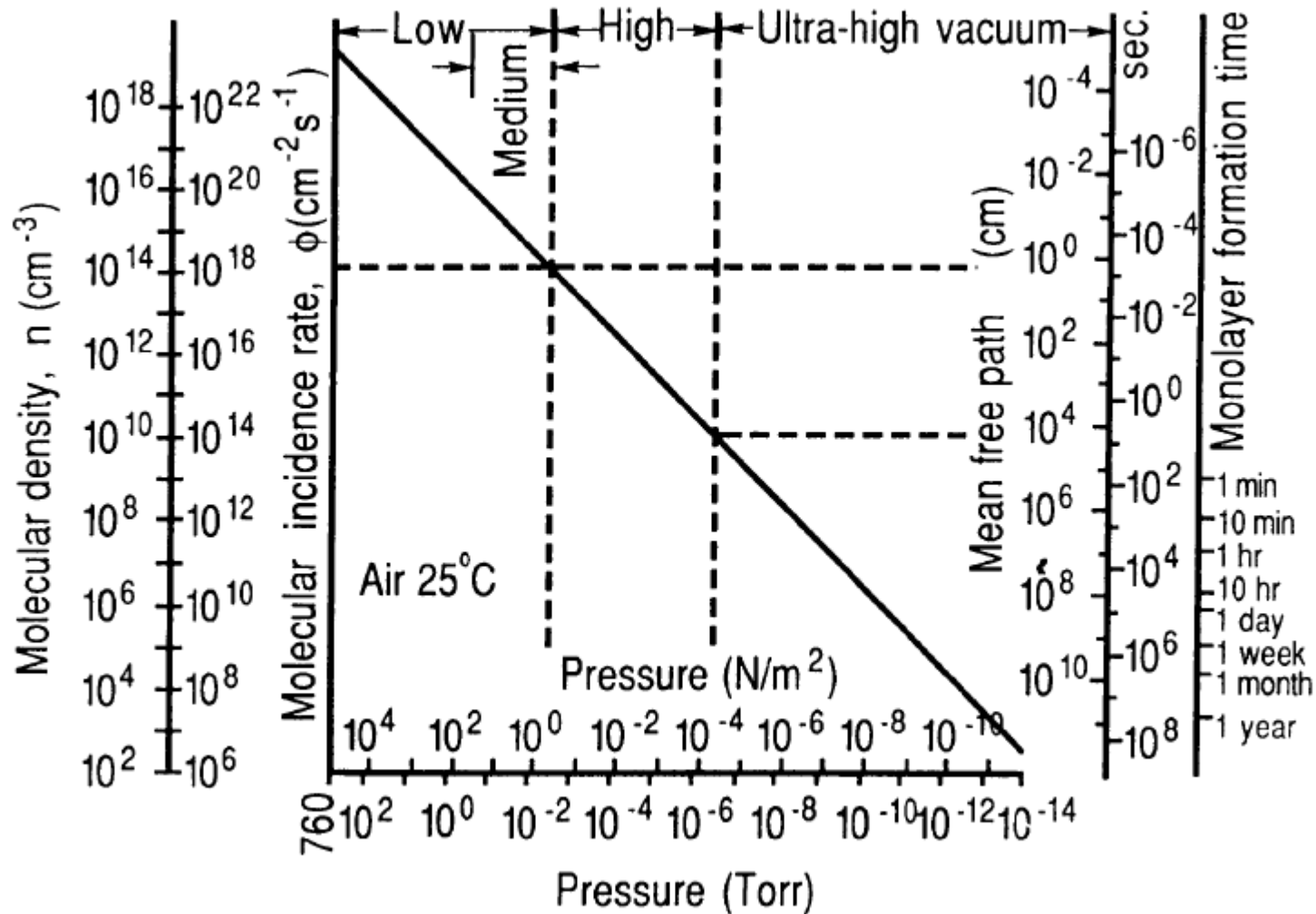
Se a pressão  $p$  for expressa em mbar (nota: 1 mbar = 100 Pa) então obtém-se:

$$\lambda [m] = \frac{7 \times 10^{-3}}{p [mbar] * 100} = \frac{7 \times 10^{-3} \times 10^{-2}}{p [mbar]}$$

Atendendo a que  $1m = 10^2 \text{ cm}$  :

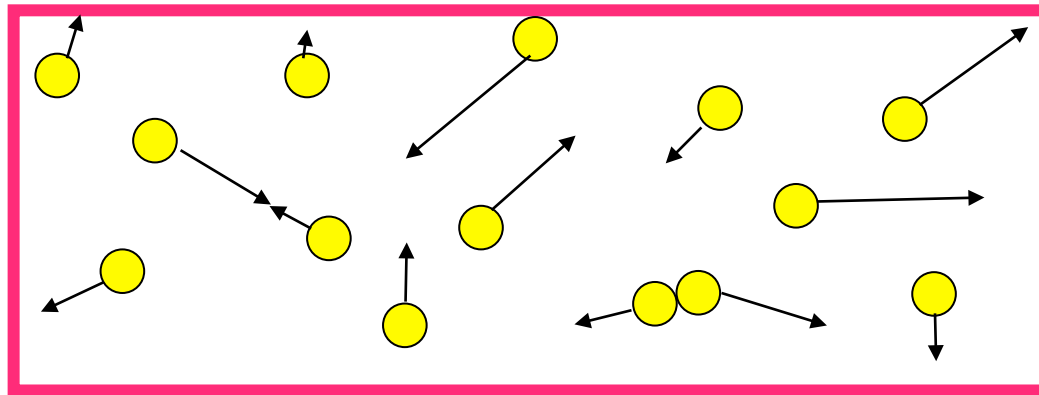
$$\lambda [cm] \cong \frac{7 \times 10^{-3}}{p [mbar]}$$

<b>P (mbar)</b>	<b>Ident.</b>	<b><math>\lambda</math> (cm) [T<sub>amb</sub>(ar)]</b>	<b>n (cm<sup>-3</sup>)</b>	<b>Alt. Eq.</b>
<b>10<sup>3</sup></b>	<b>P. Atm.</b>	<b>7 × 10<sup>-6</sup></b>	<b>2 × 10<sup>19</sup></b>	<b>N. mar</b>
<b>10<sup>2</sup></b>	<b>Vácuo</b>			
<b>10</b>				
<b>1</b>		<b>7 × 10<sup>-3</sup></b>	<b>2 × 10<sup>16</sup></b>	<b>45km</b>
<b>10<sup>-1</sup></b>	<b>Vácuo Primário</b>			
<b>10<sup>-3</sup></b>		<b>7</b>	<b>2 × 10<sup>13</sup></b>	<b>90 km</b>
<b>10<sup>-4</sup></b>	<b>Alto Vácuo</b>			
<b>10<sup>-6</sup></b>		<b>7 × 10<sup>3</sup></b>	<b>2 × 10<sup>10</sup></b>	<b>160 km</b>
<b>10<sup>-7</sup></b>	<b>Vácuo muito alto</b>			
<b>10<sup>-9</sup></b>		<b>7 × 10<sup>6</sup></b>	<b>2 × 10<sup>7</sup></b>	<b>450 km</b>
<b>10<sup>-10</sup></b>	<b>Ultra-alto vácuo</b>			
<b>10<sup>-12</sup></b>		<b>7 × 10<sup>9</sup></b>	<b>2 × 10<sup>4</sup></b>	<b>1000 km</b>
<b>10<sup>-15</sup></b>		<b>7 × 10<sup>12</sup>(200 anos-luz)</b>	<b>20</b>	



## Distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann

Esta teoria ajuda a descrever, numa perspectiva atomística, o estado de um gás confinado num determinado reservatório, assumindo que as suas moléculas estão num contínuo movimento desordenado, dependente da temperatura do gás.



### Considerando a aproximação de um gás ideal:

- sem forças atrativas ou repulsivas entre as moléculas;
- actuando como esferas **elásticas** independentes;
- separadas por distâncias elevadas relativamente à sua dimensão.

## Distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann

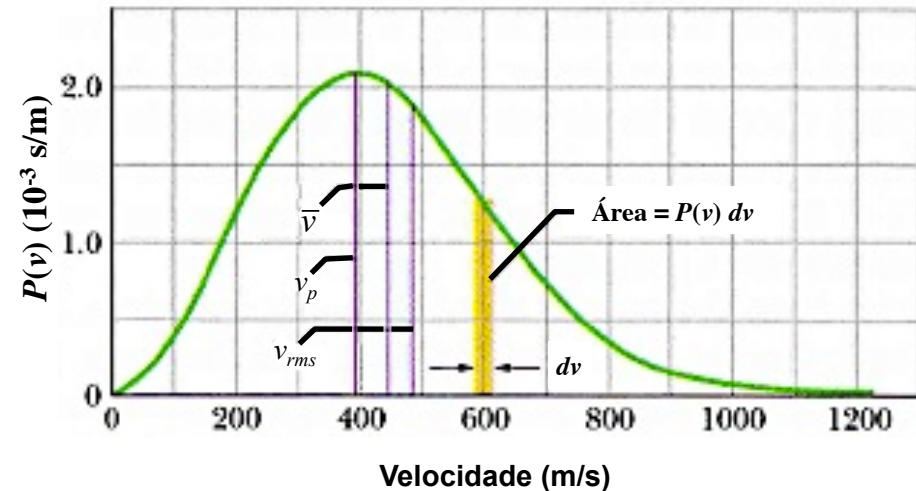
O resultado das interações entre as moléculas de um determinado gás, dita que as suas moléculas não tenham sempre a mesma velocidade. Com efeito, em 1852 o físico James Clerk Maxwell resolveu pela primeira vez o problema que consistia em avaliar a distribuição de velocidades das moléculas de um gás. O resultado traduz-se na denominada lei de **distribuição de velocidades** de Maxwell cuja expressão é:

$$P(v) = 4\pi \left( \frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} v^2 e^{-Mv^2/2RT}$$

O Valor  $P(v)$  é a designada **função distribuição de probabilidade**. Para uma determinada velocidade  $v$ , o produto  $P(v)dv$  (quantidade adimensional) representa a fracção de moléculas que têm velocidades situadas num intervalo  $dv$  centrado no valor de velocidade  $v$ .

# Distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann

A figura mostra a representação gráfica da **função distribuição de probabilidade**. A fracção de moléculas que têm velocidades situadas num intervalo  $dv$  centrado no valor de velocidade  $v$  é igual à área do retângulo de largura  $dv$  e altura  $P(v)$ .



A área total abaixo da curva de distribuição corresponde à fracção de moléculas cujas velocidades têm valores compreendidos entre zero e infinito. Na verdade, atendendo a que todas as moléculas caem nesta categoria, o valor desta área é igual à unidade; isto é:

$$\int_0^{\infty} P(v) dv = 1$$

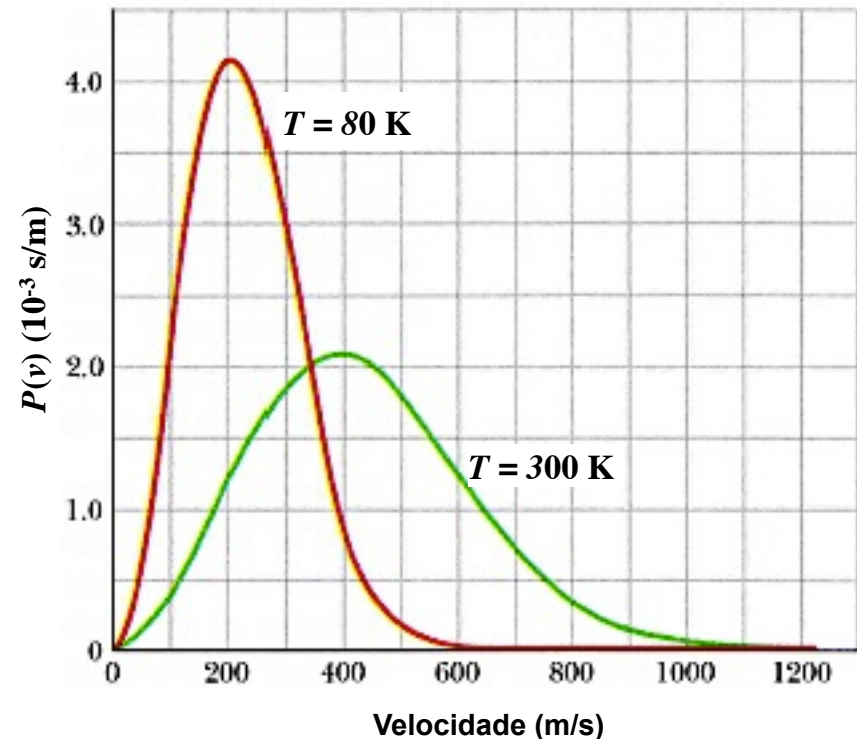
A fracção (**frac**) de moléculas com velocidades compreendidas no intervalo entre  $v_1$  e  $v_2$  é:

$$frac = \int_{v_1}^{v_2} P(v) dv$$

# Distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann

## Velocidade média, $(\bar{v})$

- A figura mostra a representação gráfica da **função distribuição de probabilidade** para moléculas de oxigénio a diferentes temperaturas, ou seja à temperatura de 300 K (27 °C) e de 80 K (-193 °C). Note-se que a baixa temperatura, a fracção de moléculas que se deslocam a baixas velocidades é muito mais elevada.
- A **velocidade média** das moléculas de um gás calcula-se através da seguinte expressão:



$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v P(v) dv \quad \Leftrightarrow \quad \bar{v} = \int_0^{\infty} 4\pi \left( \frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} v^3 e^{-Mv^2/2RT} dv$$

Nota:

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1}{2\alpha^2}$$



# Distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann

## Velocidade média e velocidade quadrática média

Realizando o integral anterior, a velocidade média tem a seguinte expressão:

$$\bar{v} = 4\pi \left( \frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} \times \frac{1}{2} \left( \frac{2RT}{M} \right)^2 \Leftrightarrow$$
$$\bar{v} = 4\pi \left( \frac{M}{2\pi RT} \right) \left( \frac{M}{2\pi RT} \right)^{1/2} \times \frac{1}{2} \left( \frac{2RT}{M} \right)^2 \Rightarrow \boxed{\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}}$$

- De forma semelhante, a **média dos quadrados das velocidades** das moléculas de um gás calcula-se através da seguinte expressão:

$$\boxed{\overline{v^2} = \int_0^\infty v^2 P(v) dv} \Leftrightarrow \boxed{\overline{v^2} = \int_0^\infty 4\pi \left( \frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} v^4 e^{-Mv^2/2RT} dv}$$

*Nota:*

$$\int_0^\infty x^4 e^{-\alpha x^2} dx = \frac{3}{8} \left( \frac{\pi}{\alpha^5} \right)^{1/2}$$

Donde:

$$\overline{v^2} = 4\pi \left( \frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} \times \frac{3}{8} \left( \frac{2RT}{M} \right)^2 \left( \frac{2\pi RT}{M} \right)^{1/2}$$

$$\overline{v^2} = \frac{3RT}{M}$$

## Velocidade Quadrática Média

$$\boxed{v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}}$$

# Distribuição de velocidades de Maxwell-Boltzmann

## Velocidade mais provável

A velocidade mais provável  $v_p$  corresponde à velocidade relativamente à qual a função distribuição de probabilidade  $P(v)$  atinge o seu valor máximo. A função  $P(v)$  atinge o seu valor máximo quando o declive da função distribuição de probabilidade é nulo, ou seja:

$$\boxed{dP(v) / dv = 0}$$

$$\frac{dP(v)}{dv} = 4\pi \left( \frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} \times \frac{d}{dv} \left( v^2 e^{-Mv^2/2RT} \right) \Leftrightarrow$$

$$\frac{dP(v)}{dv} = 4\pi \left( \frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} \times \frac{d}{dv} \left( v^2 e^{-\alpha v^2} \right) \Leftrightarrow$$

$$\frac{dP(v)}{dv} = 4\pi \left( \frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} \left[ 2ve^{-\alpha v^2} + v^2 \left( -2\alpha ve^{-\alpha v^2} \right) \right] \Leftrightarrow \frac{dP(v)}{dv} = 4\pi \left( \frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} \left[ 2ve^{-\alpha v^2} (1 - \alpha v^2) \right]$$

Igualando a zero, obtém-se:  $\frac{dP(v)}{dv} = 0 \Leftrightarrow 4\pi \left( \frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} \times 2ve^{-\alpha v^2} = 0$  ou  $(1 - \alpha v^2) = 0$

$$\text{donde: } (1 - \alpha v_p^2) = 0 \Leftrightarrow v_p^2 = \frac{1}{\alpha} = \frac{2RT}{M} \Rightarrow \boxed{v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{seja:} \\ (ur)' = u'r + ur' \\ (e^z)' = z'e^z \\ \text{com } z = -\alpha v^2 \quad ; \quad \alpha = \frac{M}{2RT} \end{array} \right.$$

## Velocidade mais provável de alguns gases (m/s)

<b>Gases</b>	<b>100 K</b>	<b>200 K</b>	<b>300 K</b>
<b>H<sub>2</sub></b>	<b>908</b>	<b>1284</b>	<b>1572</b>
<b>He</b>	<b>642</b>	<b>908</b>	<b>1112</b>
<b>H<sub>2</sub>O</b>	<b>303</b>	<b>429</b>	<b>525</b>
<b>N<sub>2</sub></b>	<b>243</b>	<b>344</b>	<b>421</b>
<b>CO</b>	<b>243</b>	<b>344</b>	<b>421</b>
<b>O<sub>2</sub></b>	<b>227</b>	<b>321</b>	<b>393</b>
<b>Ar</b>	<b>203</b>	<b>287</b>	<b>352</b>
<b>e<sup>-</sup></b>	<b>55.1×10<sup>3</sup></b>	<b>77.9×10<sup>3</sup></b>	<b>95.4×10<sup>3</sup></b>
<b>&lt;E<sub>c</sub>&gt; (eV)</b>	<b>0.0129</b>	<b>0.0258</b>	<b>0.0388</b>

**A velocidade média de alguns gases (m/s):**  $k/m = R/M$

$R = N_A k \Leftrightarrow 8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} = 6,023 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1} \times 1,381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$

<b>T (°C)</b>	<b>H<sub>2</sub></b>	<b>N<sub>2</sub></b>	<b>Ar</b>	<b>He</b>	<b>Ar</b>	<b>Kr</b>	<b>Hg</b>
<b>20</b>	<b>1754</b>	<b>471</b>	<b>464</b>	<b>1245</b>	<b>394</b>	<b>272</b>	<b>176</b>
<b>100</b>	<b>1979</b>	<b>531</b>	<b>524</b>	<b>1405</b>	<b>445</b>	<b>307</b>	<b>198</b>

Numa distribuição de Boltzmann:

$$v_p < \bar{v} < v_{rms}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{v} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} v_p \\ v_{rms} = \sqrt{\frac{3}{2}} v_p \end{array} \right.$$

$$v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

# RELAÇÕES QUANTITATIVAS ENTRE MOLÉCULAS E ÁREAS

## Fluxo incidente numa superfície

O número de moléculas que colidem, por unidade de tempo, com um determinado elemento que tem uma superfície perpendicular à direcção do movimento das moléculas, é denominado por **fluxo incidente ou taxa de impacto**) e é calculado através da equação de Knudsen:

$$\phi = \frac{1}{4} n \bar{v} \quad (\text{molec. } m^{-2} s^{-1}) \quad ; \quad \text{Com } \begin{cases} n = \frac{N}{V} = (N_A/R)(p/T) \\ \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \end{cases} \Rightarrow \phi = \frac{1}{4} (N_A/R)(p/T) \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

**Equação de Knudsen**

$$\phi = \frac{N_A}{\sqrt{2\pi R}} \frac{p}{\sqrt{TM}} \Leftrightarrow \phi = 8,333 \times 10^{22} p / (TM)^{1/2} \quad (\text{molec. } m^{-2} s^{-1})$$

P expresso em Pa, M em kg e T em Kelvin.

Se estas partículas aderirem a uma superfície, surge a então a questão:

**Quanto tempo é que que uma determinada superfície se mantém limpa dentro de uma câmara de deposição?**

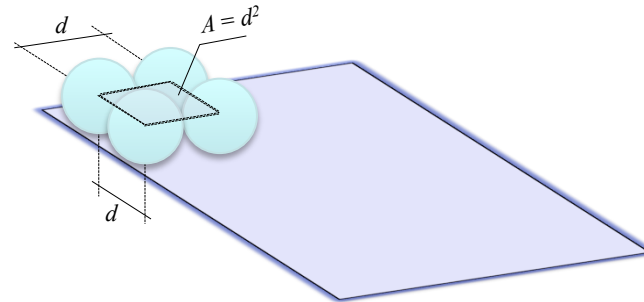
## Tempo de formação de uma monocamada - $t_m$

Na presença de um gás residual dentro de uma câmara de deposição, e admitindo que todas as moléculas que incidem aderem à superfície, o fluxo incidente é  $\phi = (1/4)n\bar{v}$  (*molec. m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>*) e o número de moléculas necessárias para formar uma monocamada é  $\phi_m = 1/d^2$  (*molec. m<sup>-2</sup>*).

O tempo necessário para que uma superfície fique completamente preenchida por uma **monocamada** de átomos do gás residual é :

$$\phi t_m = \phi_m \text{ (molec. m}^{-2}\text{)} \Rightarrow t_m = \phi_m / \phi \Leftrightarrow t_m = 4 / (n\bar{v}d^2)$$

$$t_m = 1,2 \times 10^{-23} (TM)^{1/2} / (p d^2) \text{ (s)}$$



$$\phi_m = 1 / d^2$$

Se **1** conjunto de moléculas

Ocupa a área  **$d^2$**

Contém  **$\phi_m$**  moléculas

**1 m<sup>2</sup>**

## Tempo $t_m$ para formar uma monocamada

O diâmetro molecular,  $d$  pode ser estimado a partir da utilização da constante  $b$  da equação de estado de van der Waals. Os valores da constante  $b$  para diferentes gases é apresentada na tabela seguinte:

GÁS	Fórmula	Massa Molar (g mol <sup>-1</sup> )	$b$ (m <sup>3</sup> · mol <sup>-1</sup> )
Hidrogénio	H <sub>2</sub>	2,016	0,02661
Azoto	N <sub>2</sub>	28,0134	0,03913
<b>Ar</b>	---	<b>28,98</b>	---
Oxigénio	O <sub>2</sub>	31,9988	0,03183
Hélio	He	4,0026	0,02370
Árgon	Ar	39,948	0,03219
Dióxido de carbono	CO <sub>2</sub>	44,01	0,04267
Água	H <sub>2</sub> O	18,0153	0,03049

## Tempo $t_m$ para formar uma monocamada

### Estimativa do diâmetro molecular, $d$ de algumas moléculas:

$$d = \left(7,929 \times 10^{-25} b\right)^{1/3} \text{ (cm)}$$



Nesta expressão, a constante  $b$  terá de ser expressa em litros.

### Exercício 1:

Calcule a taxa de impacto (fluxo incidente,  $\phi$ ) e o tempo ( $t_m$ ) necessário para que uma superfície de silício fique totalmente preenchida por moléculas gasosas de um gás residual de (i) azoto ( $N_2$ ) e de (ii) ar atmosférico, à temperatura ambiente ( $\approx 23^\circ\text{C}$ ) e à pressão atmosférica.

#### **(i) Azoto**

Taxa de impacto:

$$\phi = \frac{1}{4} n\bar{v} = 8,333 \times 10^{22} p / (TM)^{1/2} \text{ (molec. } m^{-2} s^{-1})$$

$$\phi_{N_2} = 8,333 \times 10^{22} \times 101325 / \left[ (273 + 23) \cdot 28,0134 \times 10^{-3} \right]^{1/2} = 2,93 \times 10^{27} \text{ (molec. } m^{-2} s^{-1})$$



## Tempo $t_m$ para formar uma monocamada (Exercício 1)

### (i) Azoto

*Tempo para a formação de uma monocamada:*  $t_m = 1,2 \times 10^{-23} (TM)^{1/2} / (p d^2)$  (s)

Diâmetro molecular:  $d = (7,929 \times 10^{-25} b)^{1/3}$  (cm)

$$d = (7,929 \times 10^{-25} \times 0,0391 \times 1000)^{1/3} = 3,142 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

$$t_m = 1,2 \times 10^{-23} (296 \times 28,0134 \times 10^{-3})^{1/2} / [101325 \times (3,142 \times 10^{-10})^2] = 3,45 \times 10^{-9} \text{ (s)}$$

### (ii) Ar atmosférico

Taxa de impacto:

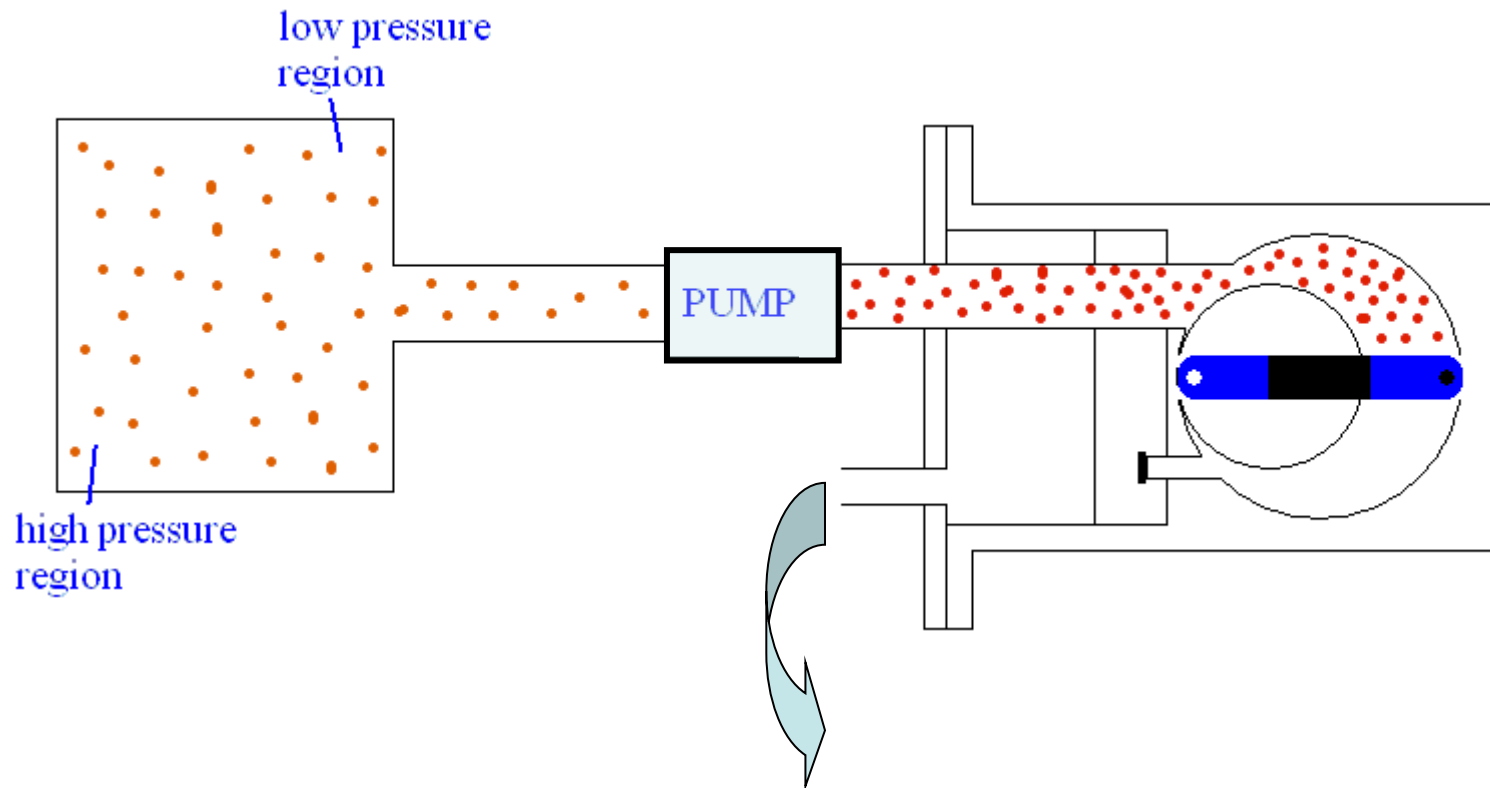
$$\phi = \frac{1}{4} n \bar{v} = 8,333 \times 10^{22} p / (TM)^{1/2} \quad (\text{molec. } m^{-2} s^{-1})$$

$$\phi_{ar} = 8,333 \times 10^{22} \times 101325 / [(273 + 23) \cdot 28,98 \times 10^{-3}]^{1/2} = 2,88 \times 10^{27} \text{ (molec. } m^{-2} s^{-1})$$

*Tempo para a formação de uma monocamada:*  $d_{ar \text{ atmosférico}} \cong 0,364 \text{ nm}$

$$t_m = 1,2 \times 10^{-23} (296 \times 28,98 \times 10^{-3})^{1/2} / [101325 \times (0,364 \times 10^{-9})^2] \approx 2,62 \times 10^{-9} \text{ (s)}$$

# Conceitos básicos de vácuo



## Fluxo de partículas; Velocidade bombeamento.

A **quantidade** de um gás no interior de um reservatório pode exprimir-se por:

**Quantidade de substância [mole (mol)]**: quantidade de substância contendo o mesmo número de entidades elementares (átomos, moléculas, iões, electrões) que os átomos existentes em 12 g de átomos  $^{12}\text{C}$  ( $\sim 6.023 \times 10^{23}$ )

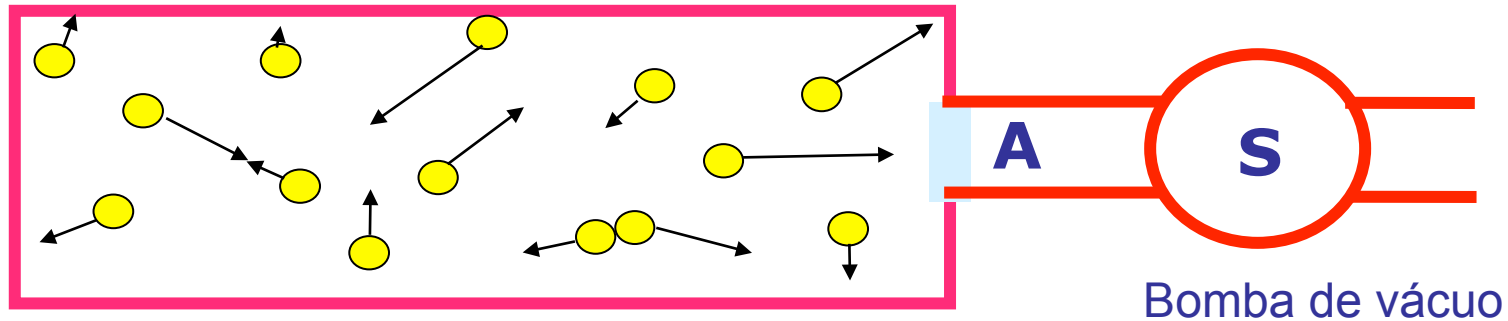
**Quantidade de gás (q)** : Num volume **V**, a uma determinada temperatura **T**, a **quantidade de um gás** à pressão **p**, pode exprimir-se pelo produto:

$$q = p \cdot V$$

*Unidades :*

$$\left( \text{Pa} \cdot \text{m}^3 \right) \text{ ou } \left( \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \text{m}^3 \right) = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J} \rightarrow \text{energia}$$

Considere-se um recipiente contendo  $N$  partículas de gás (e densidade numérica  $n=N/V$ ), que está a ser evacuado com auxilio de uma bomba de vácuo através uma pequena abertura (orifício) de área  $A$ .



O nº de moléculas que **abandona** o recipiente por unidade de tempo (também designada por **velocidade de efusão ( $q_e$ )** ou **velocidade de escoamento** através do orifício) é dado pela razão:

$$q_e = \frac{dN}{dt} = -\Delta\phi A = -(\phi_{saem} - \phi_{entram}) \cdot A \left[ molec \ s^{-1} \right]$$

$$com \ \phi = (1/4) n\bar{v} \left[ molec \ m^{-2} \ s^{-1} \right]$$

Para uma bomba de vácuo/tubagem ideal, todas as moléculas que incidirem na área **A**, serão enviadas pela bomba para o exterior, ou seja o fluxo de retorno ( $\phi_{\text{entram}}$ ) é nulo.

O fluxo máximo de partículas através da abertura A é:

$$q_{e,\text{max}} = -\Delta\phi A = -\phi_{\text{saem}} A = -(1/4) n\bar{v} A \quad [\text{molec } s^{-1}]$$
$$\text{com } \phi = (1/4) n\bar{v} \quad [\text{molec } m^{-2} s^{-1}]$$

- O sinal “menos” indica que as moléculas abandonam o reservatório.

A expressão da **velocidade de efusão** em função da pressão é:

$$q_e = 8,333 \times 10^{22} p A / (TM)^{1/2} \quad (\text{molec } s^{-1})$$

- A capacidade de **extração** de moléculas através de uma abertura (orifício) de área **A** (i.e. o volume de gás que escapa por esse orifício), pode ser caracterizada pela **Velocidade de Bombeamento (S)**. A razão  $q_e/n$  corresponde a um determinado volume de átomos/moléculas por unidade de tempo:  $\Delta V/\Delta t$ , que passa pelo orifício de área **A**. A velocidade máxima de bombeamento é:

$$S = \frac{dV}{dt} = -\frac{q_{e,\max}}{n} = (1/4) A \bar{v} \quad (m^3 / s)$$

A expressão da velocidade de bombeamento em função da temperatura é:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \rightarrow S = \frac{A}{4} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = A \sqrt{\frac{R}{2\pi}} (T/M)^{1/2} = 1,15 A (T/M)^{1/2} \quad [m^3 / s]$$

Se **A** for expressa em (cm<sup>2</sup>), **M** em (g mol<sup>-1</sup>) e **T** em (K) :

$$S = 3,64 A (T/M)^{1/2} \quad [l / s] \quad \text{ou} \quad S = 3,64 \times 10^3 A (T/M)^{1/2} \quad [cm^3 / s]$$

Basicamente, acabamos de calcular a **condutância** de uma abertura circular, que será estudada mais adiante.

## Significado de alguns termos correntemente usados em vácuo

- **Absorção** – Retenção de gases ou vapores dentro de um material (sólido, líquido ou gasoso);
- **Adsorção** – Retenção de gases ou vapores na superfície de um sólido ou líquido;
- **Bombeamento** – **Extração** de gases ou vapores contidos num sistema incluindo os nele absorvidos ou adsorvidos;
- **Desgaseificação** – **Libertação** dos gases e vapores resultantes de absorção, adsorção e contaminações, geralmente tornada mais rápida pelo aquecimento simultâneo das superfícies da câmara em vácuo;
- **Fuga** – Entrada de gás ou vapor no sistema de vácuo, fortuita ou propositada;
- **Pressão parcial** – Pressão de um componente determinado da mistura gás-vapor na câmara de vácuo;
- **Sistema dinâmico** – Sistema bombeado continuamente de modo a manter uma determinada pressão;
- **Sistema estático** – Sistema que é bombeado e em seguida fechado de modo a manter o vácuo. Estes sistemas não devem ter fugas nem desgaseificar muito.

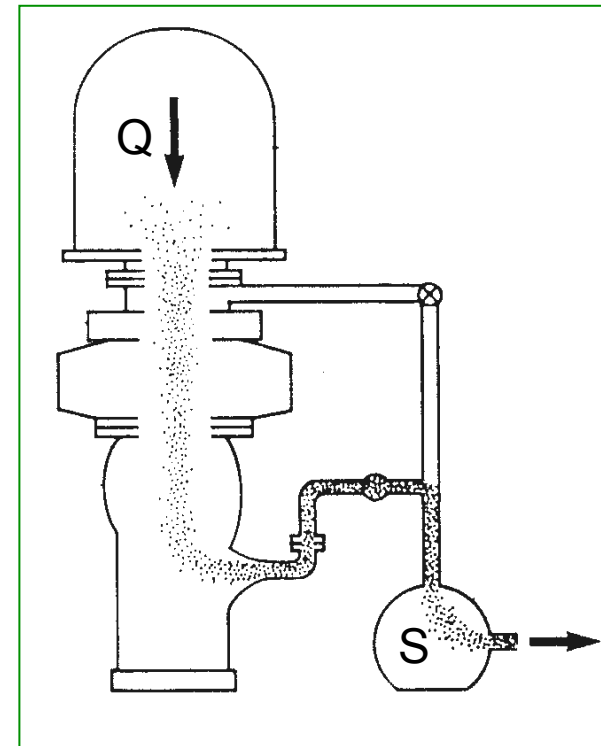
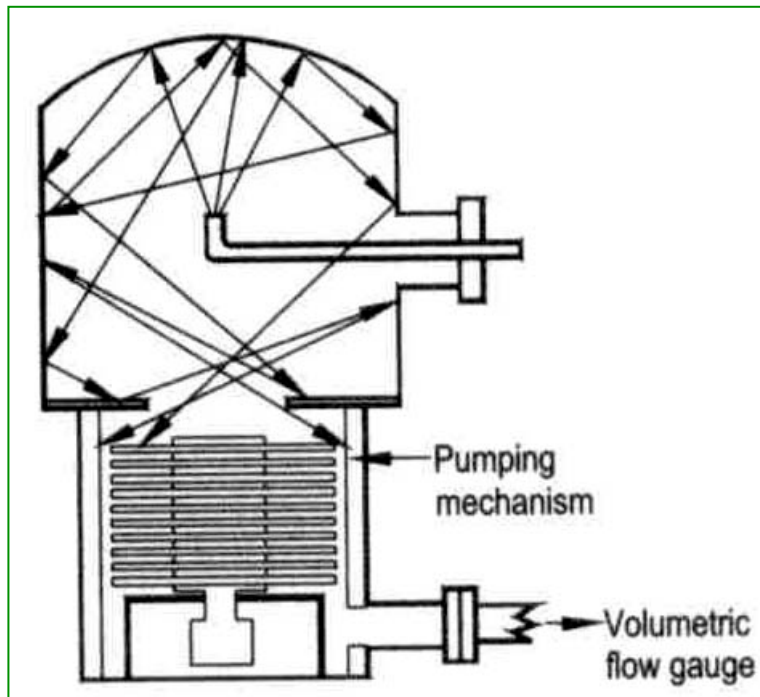
## Algumas Aplicações do Vácuo

O **vácuo** tem muitas aplicações tanto na indústria como na investigação científica. Em seguida, destacam-se algumas das mais importantes:

- ✓ O **vácuo primário** (ou pré-vácuo) é utilizado na desgaseificação de óleos, na amostragem de gases com uma relativa pureza, na filtragem em vácuo, na destilação em vácuo, na desidratação de alimentos, nas lâmpadas de luz eléctrica e de luz fluorescente, no transporte de líquidos (leite por exemplo) ou até de pequenos objetos em sistemas de comunicação internos em grandes empresas.
- ✓ O **alto-vácuo** e o **vácuo muito alto** são usados na indústria, em metalurgia, em fornos para fusão, têmpera de aços, tratamento térmico de ligas de níquel, titânio, e zircónio e em soldaduras; na fusão de resinas sintéticas e impregnação de componentes electrónicos, cabos e transformadores com materiais isoladores; na deposição de camadas metálicas muito finas (**thin films**) para utilização em óptica, electrónica ou até para fins decorativos; em microscópios electrónicos, osciloscópios, aparelhos de TV e Raios-X e simuladores espaciais.
- ✓ O **ultra-alto vácuo** é usado, em determinadas zonas de conjuntos experimentais, em casos especiais de simulação de condições do espaço interplanetário, em estudos de superfícies *limpas*, no fabrico de produtos de grande pureza e em **soldaduras especiais**.



**O papel da bomba de vácuo é passivo**, i.e. a sua função é impedir o fluxo de retorno. O valor real da velocidade de bombeamento é frequentemente inferior ao valor teórico apresentado pelo fabricante, e traduz-se na capacidade da bomba remover do interior da câmara de vácuo um número de partículas de gás lá contidas à taxa de **S** litros por segundo. À medida que a pressão decresce a taxa de remoção de moléculas obviamente também decresce, mesmo que **S** permaneça constante.



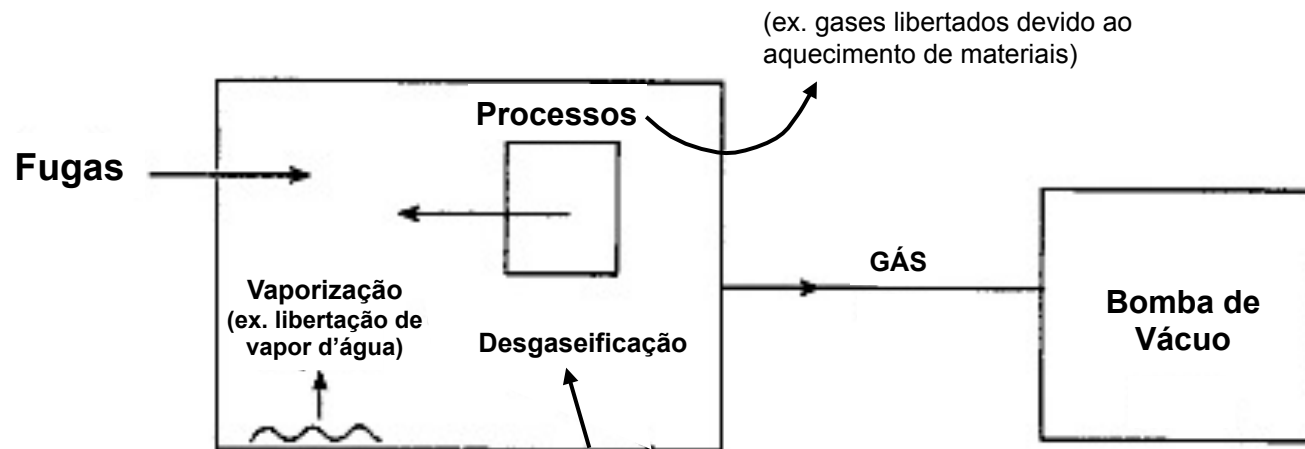
## Exercício:

Uma bomba de vácuo (difusora) tem uma velocidade de bombeamento efetiva de ar de 5600 litros/s. O diâmetro do tubo de ligação da bomba à câmara de vácuo é de 31 cm. Determine:

- a) A velocidade média das moléculas, pressupondo que o gás residual é composto por oxigénio à temperatura ambiente. (444 m/s)
- b) A velocidade de bombeamento teórica da bomba. (~8400 litros/s)
- c) O rendimento da bomba. (66,7%)

## Descrição qualitativa do processo de bombeamento

Atingir-se um determinado nível de vácuo não é simplesmente uma questão de se remover uma quantidade suficiente de gás originalmente dentro da câmara. Na verdade, esse gás tem de ser removido, mas importa também realçar que existem outras causas que constituem fontes contínuas de gás que o introduzem dentro do volume da câmara. Por isso, essas fontes representam para a bomba uma carga de gás contínuo. Neste contexto, o vácuo alcançado no estado estacionário, é o resultado de um equilíbrio dinâmico entre as "fontes" que introduzem gás e a capacidade da bomba para remover esse gás contido no volume da câmara. A Figura ilustra a situação.



## Descrição do conceito quantidade de gás (q)

- A quantidade de um líquido pode ser especificada de forma simples através do seu volume como por exemplo 1 litro de leite, 1 litro de água, etc. Atendendo a que os líquidos são incompressíveis, o **volume** de um líquido é uma medida bastante adequada para especificar a **quantidade** desse líquido já que o volume pode ser facilmente relacionado com a densidade e por consequência relacioná-lo com a medida fundamental de quantidade, ou seja a massa. Contudo, os gases são compressíveis; por isso, a quantidade existente de um gás num determinado volume depende da pressão. A circunstância de uma determinada massa de gás poder ocupar um pequeno volume a elevada pressão, ou inversamente um grande volume a baixa pressão, representa uma dificuldade adicional à especificação da quantidade de gás.
- O problema é facilmente ultrapassado desde que a quantidade de gás seja representado pela produto  $pV$  (expresso em Pa.m<sup>3</sup> ou mbar.l). Na verdade, o facto que a uma determinada temperatura  $pV = NkT$  (onde  $N$  corresponde ao número de moléculas existentes no volume  $V$ ) ser proporcional a  $N$ , representa uma medida directa da quantidade de gás, ou seja, do número de moléculas de gás presentes no volume  $V$ .

## Descrição do conceito quantidade de gás (q)

**EXERCÍCIO:** (a) Determine a quantidade de ar (em mbar.l) existente dentro de uma garrafa “vazia” de 1 litro à temperatura ambiente e à pressão atmosférica. (b) Quantas dessas garrafas teriam de ser utilizadas afim de se armazenar essa quantidade de gás à pressão de  $10^{-2}$  mbar?

$$pV = NkT \quad \text{Lei dos gases ideais}$$

(a) Seja  $p_1 = 1\text{atm} \approx 1000 \text{ mbar}$ . Por isso,  $q_1 = p_1 \times V_1 = 10^3 \times 1 \text{ litro} = 10^3 \text{ mbar l}$

(b) **Lei de Boyle:**  $pV = \text{const.}$   $p_1V_1 = p_2V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1V_1}{p_2}$

Como  $p_1 = 1\text{atm} = 10^3 \text{ mbar}$  ;  $V_1 = 1 \text{ litro}$  ;  $V_2 = f \times V_1$  sendo  $f$  o número de garrafas.

$$fV_1 = \frac{p_1V_1}{p_2} \Leftrightarrow f = \frac{p_1}{p_2} = \frac{10^3}{10^{-2}} = 10^5 \text{ garrafas}$$

# Fluxo de gás e Débito (Q)

O **débito de gás (Q: throughput)** exprime a quantidade de gás, em unidades de pressão × volume, que passa através da abertura de uma área de secção **A**, por unidade de tempo, a uma determinada temperatura **T**. Dito de outra forma, representa a quantidade de gás bombeada por unidade de tempo, ou seja, o fluxo Q (débito), é proporcional à pressão de gás na câmara. Assim, se a velocidade de bombeamento na secção de área **A** for **S**, em estado estacionário (o fluxo que entra é igual ao fluxo que sai), quando a pressão é constante (numa determinada secção transversal do tubo), temos para o fluxo:

$$q = p \cdot V$$

$$Q = \frac{dq}{dt} = p \frac{dV}{dt} = pS \quad (\text{Pa m}^3 \text{s}^{-1})$$

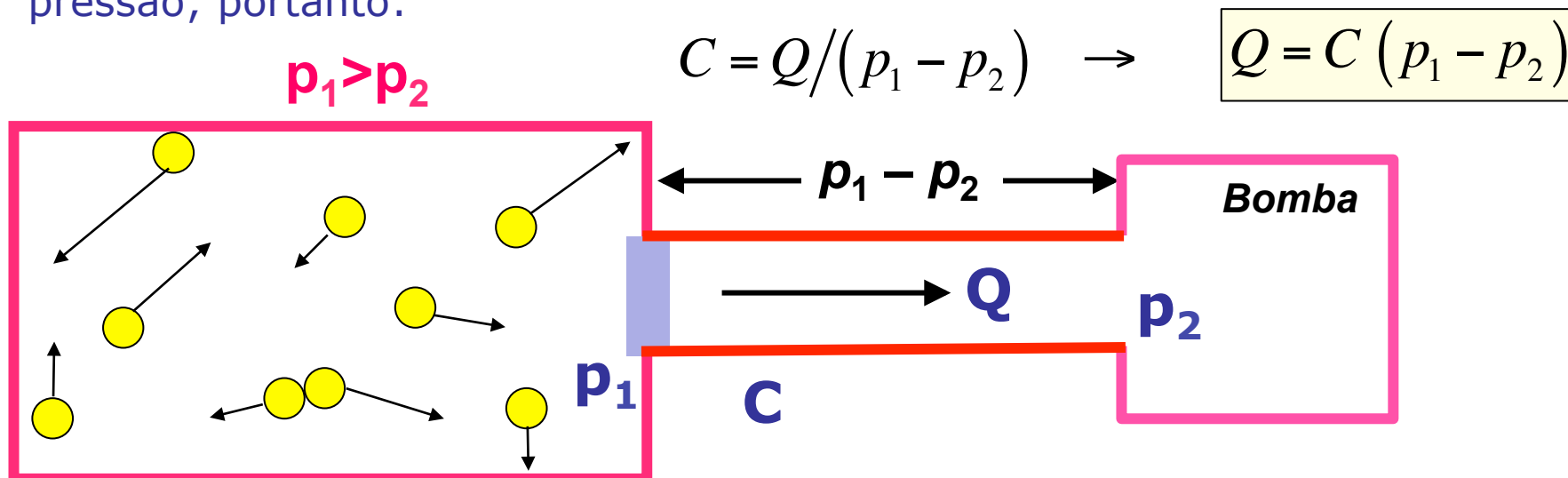
Também:

$$Q = \frac{d(pV)}{dt} = \frac{d(NkT)}{dt} = \frac{dN}{dt} kT = q_e kT \quad \Rightarrow \quad q_e = \frac{Q}{kT}$$

- A unidade SI para o débito (Q) é o **watt (W)** que corresponde à potência requerida para movimentar uma determinada quantidade de gás através da secção transversal de um determinado componente de um sistema de vácuo.

# Condutância

Em condições estacionárias e conservativas (i.e.  $T = \text{const.}$ ,  $Q = \text{const.}$ , ausência de introdução de gás) referentes ao fluxo de gás através de um sistema de vácuo, qualquer componente do sistema exerce uma certa **resistência** à passagem do gás, que é denominada por **impedância** ( $Z$ ). Na verdade, num sistema de vácuo, entre a câmara (volume a bombear) e as bombas de vácuo, existem válvulas, tubos de ligação (flanges) e outros componentes que dificultam a passagem do gás *diminuindo a velocidade de bombeamento do sistema*. Considere-se uma bomba, ligada ao reservatório a bombear através de um tubo. A condutância ( $C$ ), igual ao inverso da impedância ( $C = 1/Z$ ), é definida como sendo a quantidade de gás que passa pelo tubo por unidade de tempo e por unidade de diferença de pressão; portanto:



## Condutância

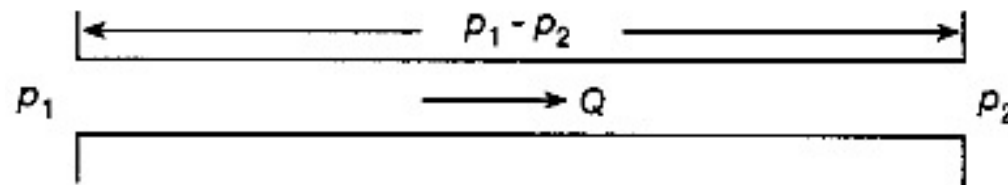
Importa referir que o valor da condutância de um determinado componente de um sistema de vácuo depende da geometria (dimensões) desse componente e **também do tipo de fluxo (regime)** que se estabelece e que será estudado mais adiante.

Pode-se estabelecer uma analogia entre um circuito de vácuo e um circuito eléctrico conforme se indica na tabela seguinte.

VÁCUO	ELECTRICIDADE
$p$ – pressão	$V$ – potencial eléctrico
$Q$ – fluxo (débito)	$I$ – corrente eléctrica
$Z$ – resistência (impedância)	$R$ – resistência
$p = ZQ = Q / C$	$V = RI$ (Lei de Ohm)



**Condutância:** A definição de condutância é bastante importante → se a mesma diferença de pressão existir ao longo de um conjunto de tubos com diferentes dimensões, então aquele que permite o **maior débito** (fluxo) é aquele que apresenta a **maior condutância**.



**NOTA:** Apesar de **S** e **C** terem as mesmas unidades e até poderem ter igual valor, têm significado físico diferente:

**S** – refere-se a qualquer plano que possa ser considerado uma bomba de vácuo para cada uma das secções precedentes do sistema.

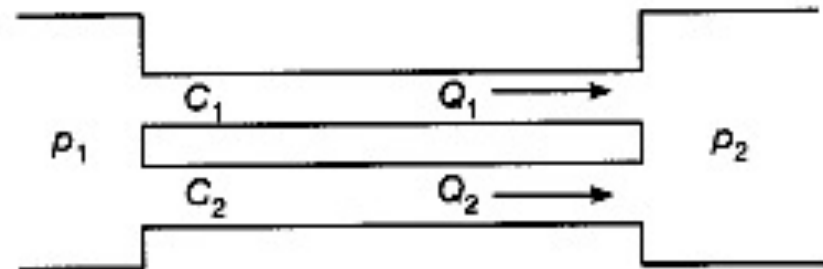
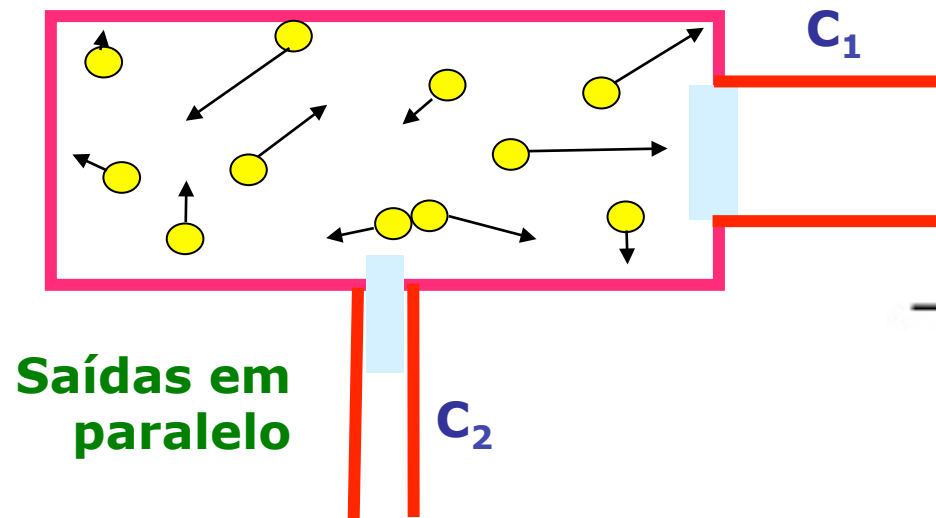
**C** – implica a existência de um componente com determinada geometria, em que entre as suas extremidades existe uma diferença de pressão.

## Condutância e Impedância de componentes interligados

À semelhança de um circuito eléctrico, os componentes de um sistema de vácuo podem ser ligados em **série** ou em **paralelo**. Para condutâncias **ligadas em paralelo**, a condutância equivalente (efetiva) da combinação é:

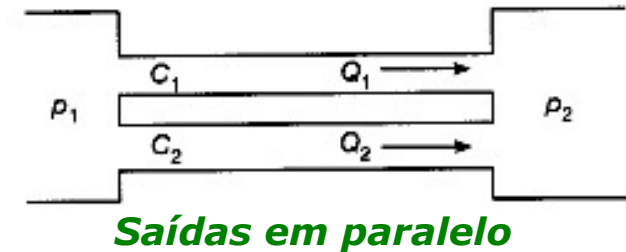
$$C_p = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_i C_i \quad \text{ou}$$

$$\frac{1}{Z_p} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n} = \sum_i \frac{1}{Z_i}$$



## Condutância em paralelo

Por exemplo, para dois componentes ligados em paralelo, os débitos (fluxos) em cada tubo são  $Q_1 = C_1 (p_1 - p_2)$  e  $Q_2 = C_2 (p_1 - p_2)$ , pelo que o débito total é:



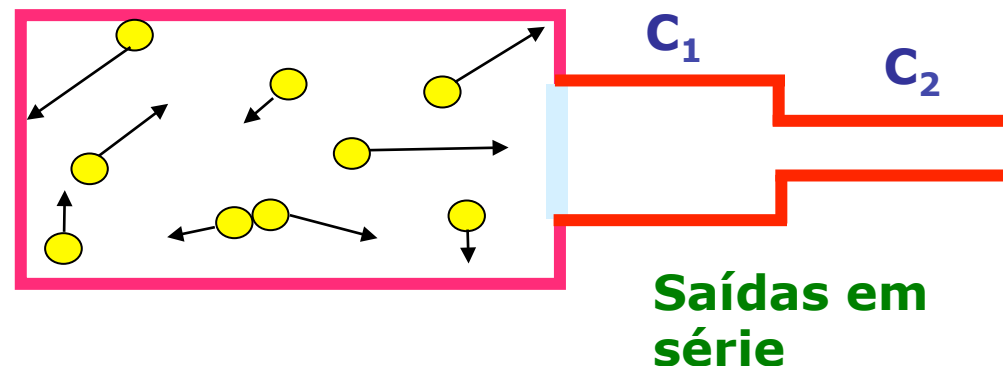
$$Q = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2)(p_1 - p_2)$$

Donde a condutância equivalente (efetiva) dos dois componentes ligados em paralelo é  $C_p = (C_1 + C_2)$  e onde esta conclusão é extensível a qualquer número de condutâncias ligadas em paralelo.

## Condutância em Série

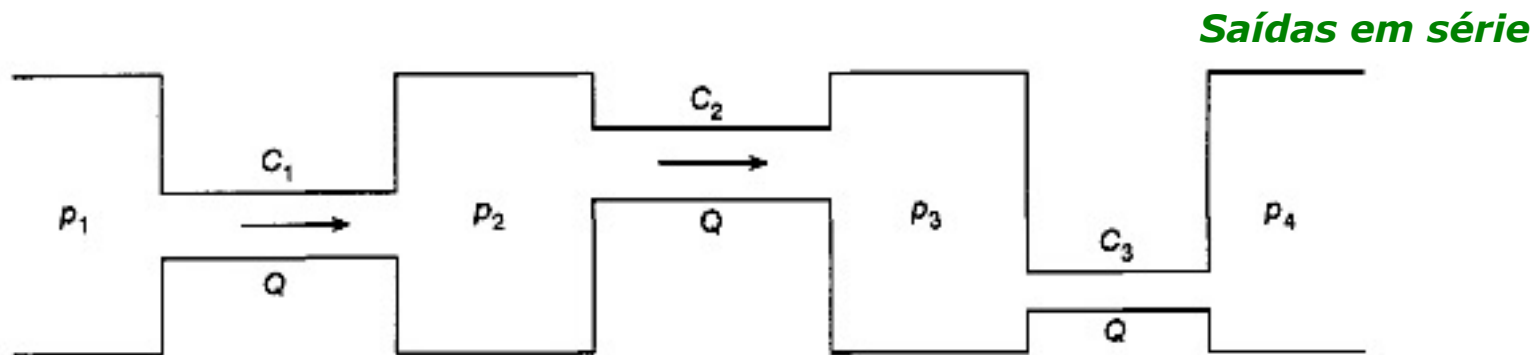
Para um conjunto de tubos ligados em série, a condutância equivalente é:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$



## Condutância em série

A expressão referente à condutância equivalente de componentes **ligados em série** pode ser provada através da análise da figura seguinte. A figura mostra três tubos de diferentes condutâncias, ligados em série e separados por volumes que permitem o estabelecimento de equilíbrios intermédios de pressões  $p_2$  e  $p_3$ .



O Fluxo estacionário através dos tubos é:

$$Q = C_1(p_1 - p_2) = C_2(p_2 - p_3) = C_3(p_3 - p_4)$$

donde:

$$(p_1 - p_2) = Q/C_1 \quad ; \quad (p_2 - p_3) = Q/C_2 \quad ; \quad (p_3 - p_4) = Q/C_3$$

## Condutância em série

Somando as expressões anteriores obtém-se:

$$(p_1 - p_2) + (p_2 - p_3) + (p_3 - p_4) = p_1 - p_4 = Q(1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3)$$

A condutância equivalente ( $C_s$ ) entre as regiões às pressões  $p_1$  e  $p_4$  deverá ser:  $Q = C_s(p_1 - p_4)$ .

Por isso, comparando estas duas expressões, a condutância equivalente de elementos ligados em série é:

$$\boxed{\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_i \frac{1}{C_i}} \quad \text{ou} \quad \boxed{Z_s = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n = \sum_i Z_n}$$

Para **dois** componentes ligados em série, condutância equivalente é:

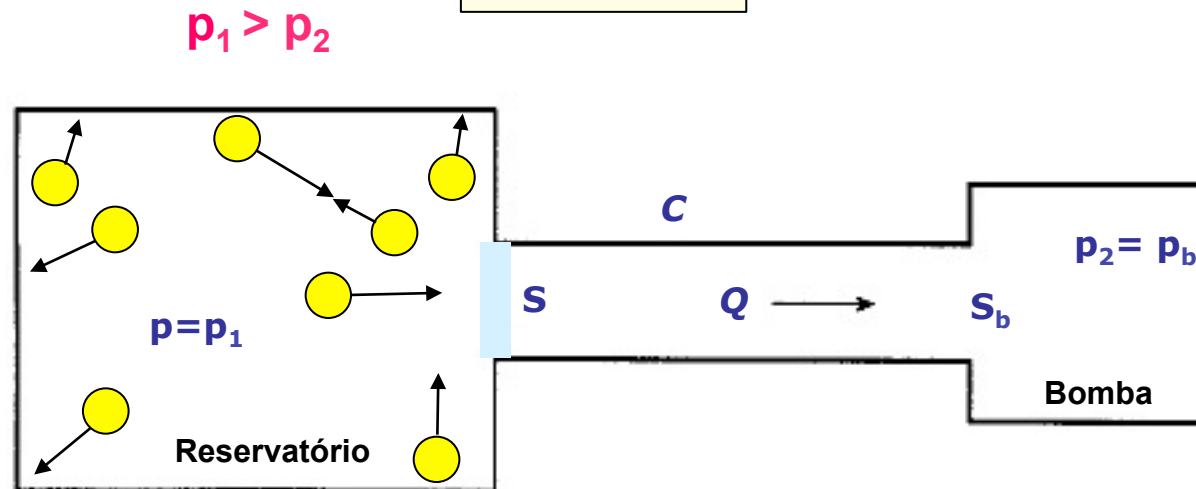
$$\boxed{\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Leftrightarrow C_s = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$$

## Velocidade de bombeamento efetiva

A figura mostra um tubo (condutância  $C$ ) associado a um reservatório (sujeito à pressão  $p$ ) e a uma bomba com velocidade de bombeamento (teórica)  $S_b$  no extremo do tubo (à entrada da bomba).

A velocidade de bombeamento,  $S$ , do volume do reservatório (também denominada por **velocidade de bombeamento efetiva**) é dada pela seguinte expressão:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{C} + \frac{1}{S_b}$$



## Velocidade de bombeamento efetiva

Relativamente à figura anterior, pode-se afirmar que  $S_b = Q/p_b$  enquanto que no reservatório, onde a pressão é mais elevada,  $S = Q/p$ . O débito ( $Q$ ) é:

$$Q = C(p - p_b) = S \times p = S_b \times p_b$$

**então:**  $Q = C(p - p_b) \Leftrightarrow Q = Cp - Cp_b \rightarrow p = \frac{Q}{C} + p_b$

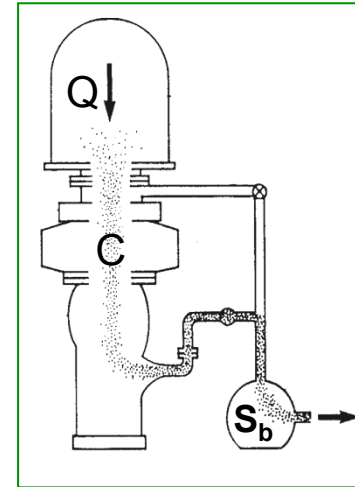
**como**  $\begin{cases} Q = S \times p \\ \frac{p_b}{Q} = \frac{1}{S_b} \end{cases} \Rightarrow p = \frac{Q}{S} \rightarrow \frac{Q}{S} = \frac{Q}{C} + p_b$  Dividindo por  $Q$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{C} + \frac{1}{S_b} \Leftrightarrow S = \frac{C \times S_b}{C + S_b}$$

## Velocidade de bombeamento efetiva

Velocidade de bombeamento efetiva:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{C} + \frac{1}{S_b} \Leftrightarrow S = \frac{C \times S_b}{C + S_b}$$



**C** → condutância da tubagem ou outros elementos existentes entre a bomba e o volume a bombear.

### Conclusões:

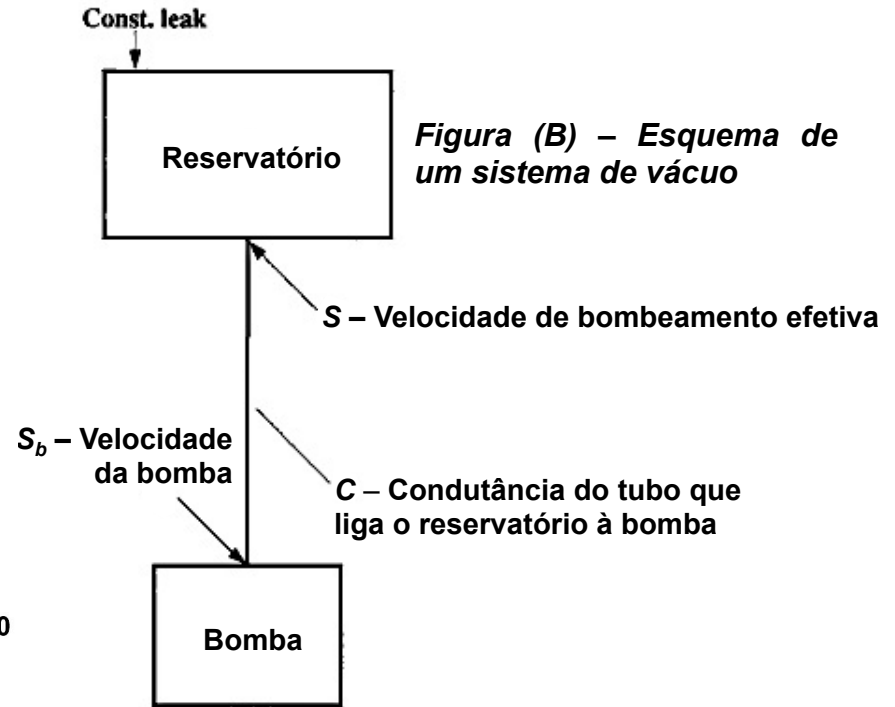
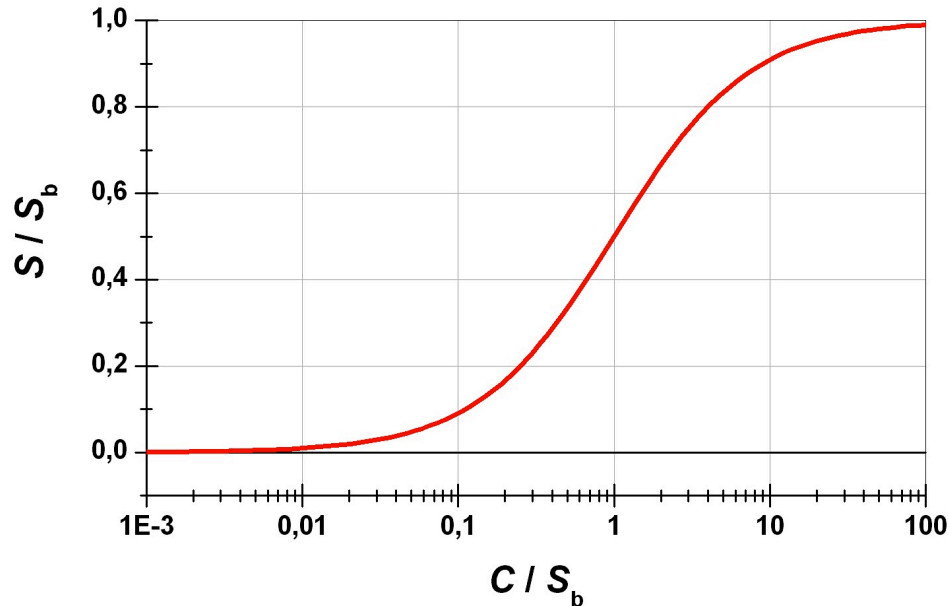
- **Se  $C \ll S_b \Rightarrow S \approx C$**
- **Se  $C \gg S_b \Rightarrow S \approx S_b$**
- A **velocidade de bombeamento efetiva (S)** pode ser semelhante à velocidade de bombeamento da bomba se a condutância for elevada ( **$C > 10 \times S_b$** ). Esta velocidade é determinada pelas **características da bomba**, tendo em conta que não haja fluxo de retorno.
- Mas a velocidade de bombeamento efectiva pode ser limitada pela condutância do tubo se esta for pequena.



## Velocidade de bombeamento efetiva

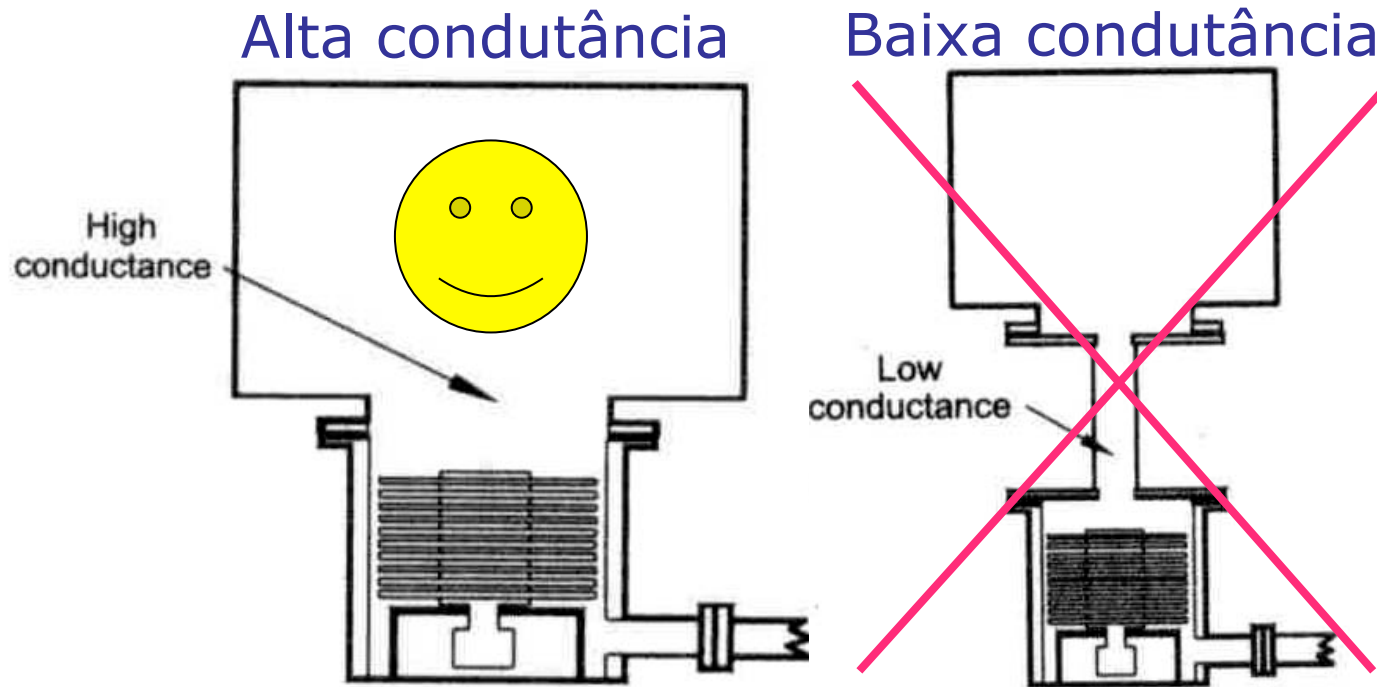
O gráfico da Figura (A) pode ser utilizado para avaliar a **velocidade de bombeamento efetiva (S)** à saída do reservatório (ver Figura (B)) quando a velocidade de bombeamento ( $S_b$ ) à entrada da bomba e a condutância ( $C$ ) do tubo que liga o reservatório e a bomba são conhecidos.

**Figura (A) – Avaliação da velocidade de bombeamento efetiva**



$$\frac{1}{S} = \frac{1}{C} + \frac{1}{S_b} \rightarrow \frac{S}{S_b} = \frac{C}{C + S_b} \Leftrightarrow \frac{S}{S_b} = \frac{x}{1 + x} ; x = \frac{C}{S_b}$$

# Velocidade de bombeamento efetiva



## Velocidade de bombeamento efetiva - Exercício

Uma bomba tem uma velocidade de bombeamento igual a 100 L/s. A bomba é ligada a um reservatório através de um tubo com condutância igual a 400 L/s. **(a)** determine a velocidade de bombeamento efetiva **(b)** se a pressão à entrada da bomba for igual a  $10^{-5}$  mbar, calcule a pressão dentro do reservatório.

### RESOLUÇÃO

a) A velocidade de bombeamento efetiva é:  $\frac{1}{S} = \frac{1}{C} + \frac{1}{S_b} \Leftrightarrow S = \frac{C \times S_b}{C + S_b}$

donde  $S = \frac{400 \times 100}{400 + 100} = 80 \text{ L/s} \Leftrightarrow \frac{S}{S_b} = 0,8$

b) O débito (fluxo) Q é :  $Q = S_b \times p_b \Leftrightarrow Q = 100 \times 10^{-5} = 10^{-3} \text{ mbar L s}^{-1}$

donde

$$(p - p_b) = \frac{Q}{C} \Rightarrow p = p_b + \frac{Q}{C} \Leftrightarrow p = 10^{-5} + \underbrace{\left(\frac{10^{-3}}{400}\right)}_{=0,25 \times 10^{-5}} = 1,25 \times 10^{-5} \text{ mbar}$$

## Regimes de fluxo gasoso

A **condutância** de um tubo depende das suas dimensões, forma,... e também do **tipo de fluxo** que se estabelece. O tipo de fluxo ou (**regime**) varia com a **pressão** (que é diminuída desde a pressão atmosférica até ao mais baixo valor possível), velocidade de bombeamento, tipo de gás, temperatura. Podem-se distinguir os seguintes principais tipos de regime:

Densidade do Gás	Estado do Gás	Regime	Observações
Elevada	Contínuo	Turbulento	O Livre percurso médio das moléculas do gás é pequeno quando comparado com o diâmetro do tubo; o gás comporta-se como um fluido contínuo onde o movimento é transmitido através de colisões intermoleculares.
		Viscoso ou Laminar	
Média	Transição entre contínuo e rarefeito	Intermédio ou de <i>Knudsen</i>	Transição entre o fluxo viscoso e o fluxo molecular. Difere do fluxo viscoso porque a velocidade do gás junto às paredes do tubo não é nula.
Baixa	Rarefeito	Molecular	O Livre percurso médio das moléculas do gás excede o diâmetro do tubo; neste regime, as moléculas passam pelo tubo sem chocarem umas com as outras e as colisões ocorrem somente com as paredes do tubo.

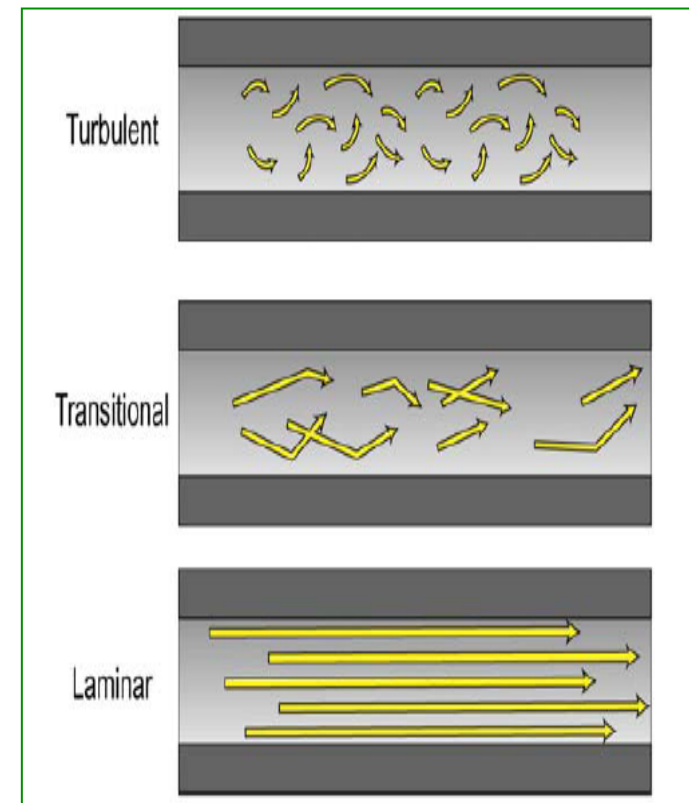
## Regimes de fluxo gasoso

**Fluxo turbulento:** Ocorre quando a pressão e velocidades dos gases são muito elevadas. O fluxo tem remoinhos e oscilações, tendo como consequência uma variação irregular em cada ponto da velocidade com o tempo. Normalmente ocorre no início do processo de bombeamento, a partir da pressão atmosférica.

**Fluxo viscoso ou laminar:** o fluxo de gás a alta pressão desloca-se em camadas finas e paralelas umas às outras e a velocidade dessas camadas aumenta desde as paredes ( $v = 0$ ) até à parte central. O fluxo deve-se às colisões intermoleculares.

**Fluxo molecular:** ocorre a baixas pressões (alto vácuo) quando o livre percurso médio das moléculas excede em muito o diâmetro do tubo. O fluxo é controlado pelas colisões com as paredes, sendo as colisões intermoleculares muito raras.

**Fluxo intermédio ou de Knudsen:** A velocidade das moléculas junto à parede é diferente de zero.



## Critério utilizado para a identificação do tipo de regime de fluxo gasoso

O Critério usado para a determinação da zona de transição entre o fluxo turbulento e o fluxo viscoso (ou laminar) é obtido a partir do **Número de Reynolds** (Re) que é um parâmetro adimensional.

$$Re = \frac{\rho \bar{v} D}{\eta}$$

$D$  – diâmetro do tubo (m)

$\bar{v}$  – velocidade média do fluxo do gás (m/s)

$\rho$  – densidade do gás (kg/m<sup>3</sup>)

$\eta$  – viscosidade do gás (Pa.s)

**Nota:** O poise (símbolo P) é a unidade de viscosidade dinâmica no sistema CGS de unidades.

**1 P = 1 g cm<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>** A unidade análoga no Sistema Internacional de Unidades é o pascal segundo (Pa·s).

**1 Pa·s = 1 kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup> = 10 P**



## Tabela de viscosidades de gases

<b><i>Gás (T=20 °C)</i></b>	<b><i>Viscosidade (Poise, g cm<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>)</i></b>
ar	1.83E-04
Amónia NH <sub>3</sub>	9.82E-05
Dióxido de carbono CO <sub>2</sub>	1.48E-04
Monóxido de carbono CO	1.72E-04
Hidrogénio H <sub>2</sub>	8.76E-05
Azoto N <sub>2</sub>	1.78E-04
Oxigénio O <sub>2</sub>	2.02E-04
Dióxido de enxofre SO <sub>2</sub>	1.25E-04

## Critério utilizado para a identificação do tipo de regime de fluxo gasoso

Para um tubo de seção transversal circular de diâmetro  $D$ , a velocidade média é expressa da seguinte maneira:

$$\bar{v} = \frac{S}{\pi D^2 / 4} = 4Q / (\pi D^2 p)$$

$S$  – velocidade de bombeamento do gás a uma determinada temperatura ( $\text{m}^3/\text{s}$ )

$p$  – pressão do gás (Pa)

$Q$  – débito (fluxo) do gás (à temperatura especificada para  $S$ ) que flui através da secção transversal onde se mede a pressão  $p$  ( $\text{Pa m}^3 \text{s}^{-1}$ )

Por consequência, para

**Re > 2000** (aproximadamente) o fluxo é **turbulento**

**Re < 1000** (aproximadamente) o fluxo é **viscoso ou laminar**

A relação entre o **Número de Reynolds** e o **Débito** é:

$$\text{Re} = \left( 4M / \pi RT \eta \right) (Q / D)$$



## Critério utilizado para a identificação do tipo de regime de fluxo gasoso

Para o **ar** à **temperatura de 20°C** o número de Reynolds é:

**Massa molar do ar,  $M = 28,9645$  g/mol**

**Viscosidade do ar,  $\eta = 1,83 \times 10^{-4}$  P (poise)**

**Temperatura do ar,  $T = 293$  K**

**Constante dos gases,  $R = 8,314$  J mol<sup>-1</sup> k<sup>-1</sup>**

$$\text{Re} = \left( \frac{4 * 28,9645 \times 10^{-3}}{\pi * 8,314 * 293 * 1,83 \times 10^{-5}} \right) \times \frac{Q}{D} \rightarrow \text{Re} = 0,83 \times \frac{Q(\text{Pa m}^3 \text{s}^{-1})}{D(\text{m})}$$

Se o fluxo **Q** for expresso em **mbar L s<sup>-1</sup>** e diâmetro **D** em **cm**, então:

$$\text{Re} = (0,83 \times 10) \cdot \frac{Q}{D} \frac{(\text{mbar L s}^{-1})}{(\text{cm})} = 8,3 \times \frac{Q}{D} \frac{(\text{mbar L s}^{-1})}{(\text{cm})}$$

NOTA :

$$\frac{\text{mbar L s}^{-1}}{\text{cm}} = \frac{(10^2 \text{ Pa}) \times (10^{-3} \text{ m}^3) \text{ s}^{-1}}{10^{-2} \text{ m}} = 10 \times \left( \frac{\text{Pa m}^3 \text{ s}^{-1}}{\text{m}} \right)$$

## Critério utilizado para a identificação do tipo de regime de fluxo gasoso

Para o ar à **temperatura de 20°C** o fluxo será **turbulento** se:

$$Q = \frac{2000}{8,3} \times D = 241D \quad \rightarrow \quad Q > \underbrace{250D}_{\text{Valor adoptado}} \quad \begin{array}{l} Q \text{ expresso em mbar e } D \\ \text{expresso em centímetros} \end{array}$$

Para o ar à **temperatura de 20°C** o fluxo será **viscoso** se:

$$Q = \frac{1000}{8,3} \times D = 120,5 \times D \quad \rightarrow \quad Q < \underbrace{120D}_{\text{Valor adoptado}}$$

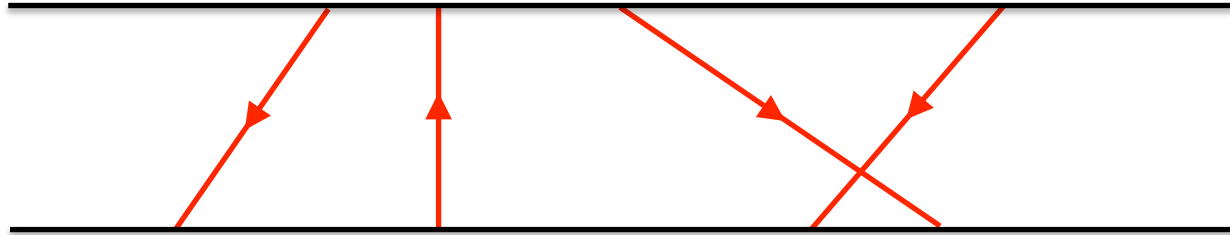
No projecto de um sistema de vácuo o regime **turbulento** não é em geral muito importante, já que, para as quantidades de gás bombeadas continuamente (em geral  **$Q < 40 \text{ mbar L s}^{-1}$** ) haverá regime viscoso desde que:

$$D > \frac{Q}{120} = \frac{40}{120} \cong 0,3 \text{ cm}$$

**Os tubos normalmente usados têm, em geral, diâmetros muito superiores**

## Fluxo molecular

Considere-se por exemplo o tubo de **5 cm** de diâmetro representado na figura.



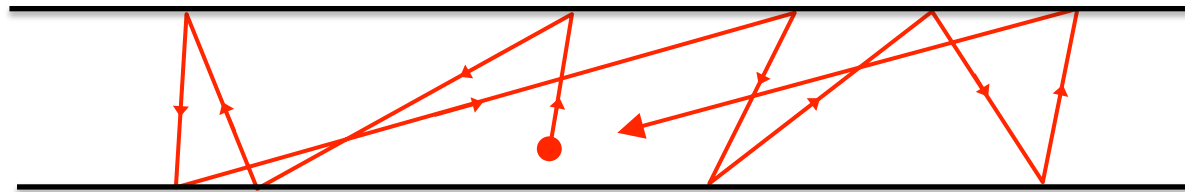
Para o ar à temperatura ambiente ( $\approx 20^\circ\text{C}$ ) e a pressões da ordem dos  $10^{-3}$  mbar ou menos, o **LPM** tem o seguinte valor:

$$\lambda = \frac{7 \times 10^{-3}}{10^{-3}} = 7 \text{ cm}$$

- Foi dito que para baixas pressões (alto vácuo) e quando o **LPM** das moléculas excede o diâmetro do tubo, o regime de fluxo gasoso corresponde ao fluxo molecular. Neste regime, o estado do gás não é contínuo já que o movimento das moléculas entre as paredes do tubo ocorre sem que praticamente existam colisões intermoleculares.
- **Não há comportamento fluídico no sentido convencional - o gás não pode ser empurrado ao longo do tubo como no fluxo viscoso porque não há nenhum meio de comunicação de movimento entre as moléculas do gás.**

## Fluxo molecular

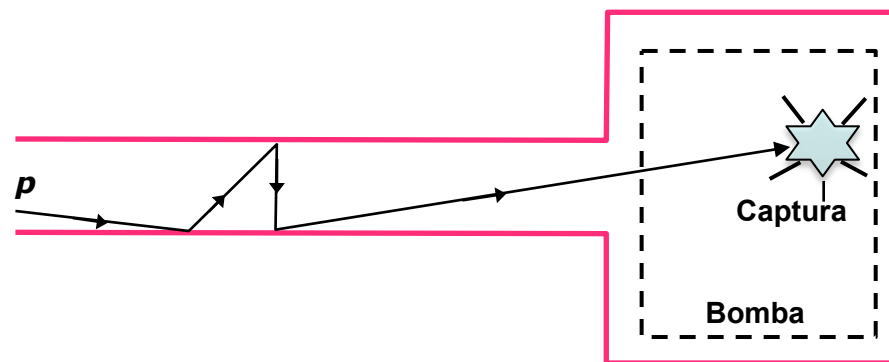
- No regime molecular, o gás existe como sendo formado por um elevado número de moléculas completamente independentes já que não interactivam entre si. Por exemplo, imagine-se que uma molécula é “largada” a partir do centro do tubo longo mostrado na figura.



- A trajetória subsequente dessa molécula será tal que, em média, ela tende a retornar ao local de onde partiu. O seu movimento não ocorre com preferência direcional, ou seja, para a esquerda ou para a direita, e não há maneira de que o seu movimento independente possa ser influenciado. Nestas condições, o fluxo de gás só é possível (**ver Figura seguinte**) desde que exista uma bomba ligada à extremidade do tubo que deverá **capturar** uma fracção das moléculas que entram na bomba e simultaneamente impedir o seu retorno para o tubo (fluxo de retorno).

## Fluxo molecular

- Através da captura de moléculas e a sua consequente remoção da fase gasosa, a bomba conseguirá garantir que à entrada da bomba existirá sempre uma densidade menor do número de moléculas do que aquela que existe na outra extremidade do tubo. Nessa extremidade, a densidade numérica de moléculas é mais elevada e decorre da elevada pressão  $p$  do reservatório.



Um aspecto muito importante do regime de fluxo molecular é que a bomba não "**suga**" moléculas ao longo do tubo. Tudo o que a bomba faz é tentar capturá-las assim que estas chegam à sua entrada.

- No geral, portanto, há um gradiente de concentração de moléculas ao longo do tubo e um movimento difusivo líquido constante a partir de uma região de maior densidade de moléculas, o reservatório, até à bomba onde é mantida uma densidade mais baixa de moléculas devido à sua contínua captura por acção do bombeamento. **Se o bombeamento cessar, a variação de densidade desaparece à medida que moléculas preenchem o espaço até atingirem uma densidade uniforme.**

## Número de Knudsen

Para determinar a transição entre os fluxos **viscoso** (ou laminar) e **molecular** usa-se o **Número de Knudsen, Kn**:

$$Kn = \frac{\lambda}{D}$$

**Em que:**

$\lambda$  - é o livre percurso médio das moléculas;

**(adimensional)**

$D$  - dimensão característica do componente através do qual o gás flui (ex. para tubos cilíndricos  $D$  é o diâmetro interior do tubo).

- O Fluxo é **viscoso** para **Kn < 0,01** e **molecular** para **Kn > 1,0**. Deste modo, para um tubo com uma pressão média  $P_m = (p_1 + p_2)/2$  (onde  $p_1$  e  $p_2$  são as pressões do gás à entrada e à saída do tubo, respectivamente) e para o ar a 20°C ( $\lambda \approx 7 \times 10^{-3}/p_m$ ), a relação entre a pressão  $p_m$  dentro do tubo e o seu diâmetro é:

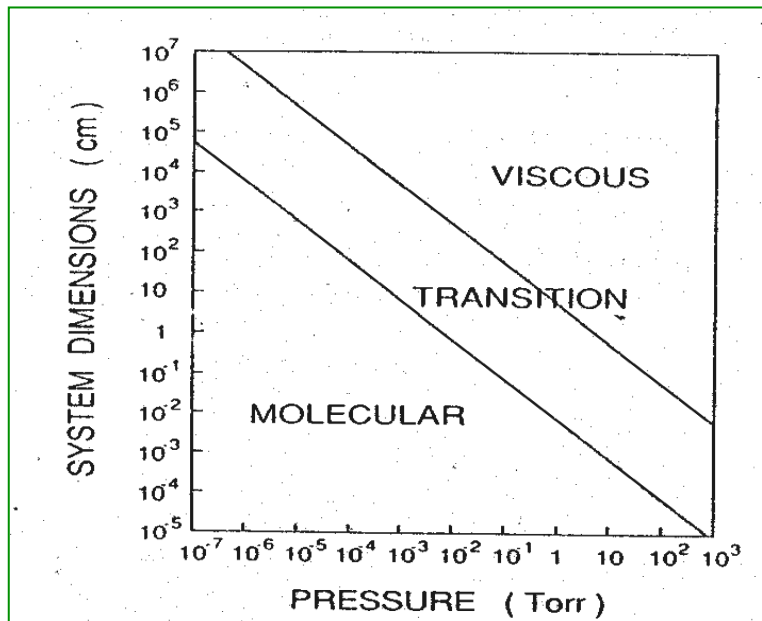
$$Kn = \frac{1}{D} \times \frac{7 \times 10^{-3}}{p_m} \rightarrow p_m D = \frac{7 \times 10^{-3}}{Kn}$$

## Número de Knudsen

**Fluxo viscoso** (ou laminar) do ar a  $T = 20^\circ\text{C}$ :  $p_m D > 0,7$  (*mbar cm*)

**Fluxo molecular** do ar a  $T = 20^\circ\text{C}$ :  $p_m D < 7 \times 10^{-3}$  (*mbar cm*)

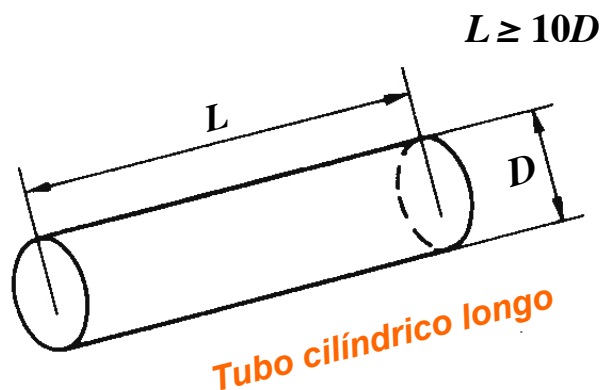
**Fluxo intermédio ou de Knudsen**: A velocidade das moléculas junto à parede é diferente de zero:  **$0,01 < \text{Kn} < 1$** .



## Condutâncias em fluxo viscoso (altas pressões)

Um tubo cilíndrico de comprimento  $L$  e diâmetro  $D$  é considerado longo quando  $L \geq 10D$ . Em regime **viscoso**, o débito (fluxo)  $Q = C \times p$  (em  $\text{mbar} \cdot \text{L/s}$ ) de um gás através de um **tubo cilíndrico longo**, como aquele que está representado na figura, é proporcional à 4ª potência do seu diâmetro, proporcional à diferença de pressão entre as suas extremidades e inversamente proporcional ao seu comprimento e viscosidade,  $\eta$ . Este tipo de fluxo (viscoso ou laminar), representado por  $Q_l$  (em  $\text{mbar} \cdot \text{L/s}$ ), é dado pela fórmula de Poiseuille:

$$Q_l = \left( \frac{\pi D^4}{128 \eta L} \right) p_m (p_1 - p_2) \Leftrightarrow Q_l = 2,46 \times 10^{-2} \frac{D^4}{\eta L} p_m \Delta p \text{ [mbar l s}^{-1}\text{]}$$



### Onde:

$D$  = diâmetro do tubo (cm)

$\eta$  = viscosidade do gás (Poise)

$L$  = comprimento do tubo (cm)

$p_1, p_2$  = pressões à entrada e saída do tubo, respectivamente (mbar)

$\Delta p$  = diferença de pressão (mbar)

$p_m$  = pressão média,  $p_m = (p_1 + p_2)/2$  (mbar)



# Condutâncias em fluxo viscoso (altas pressões)

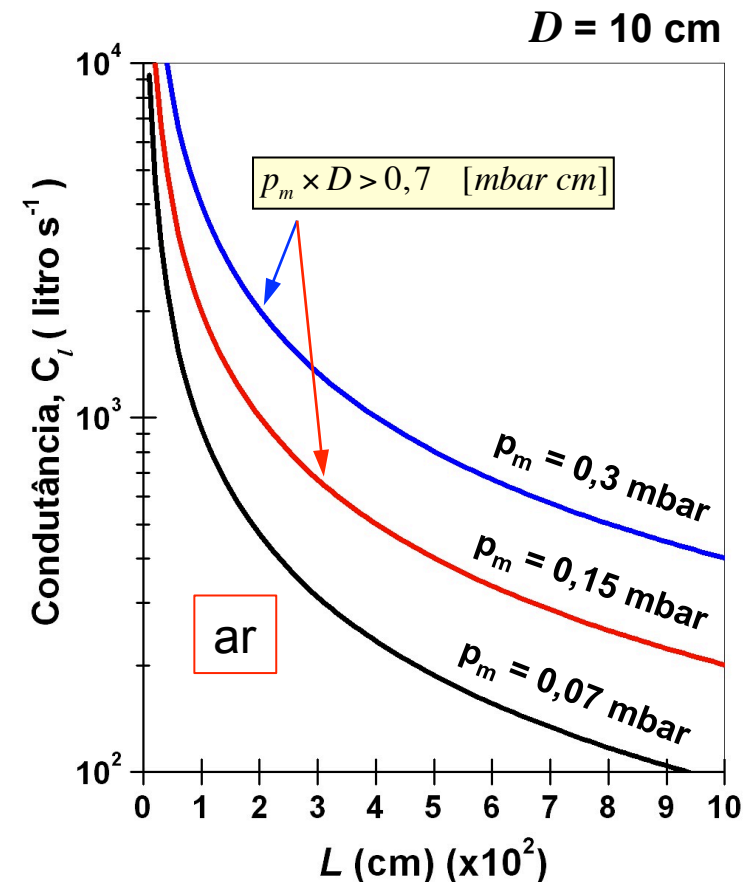
A condutância do **tubo cilíndrico longo** será:

$$C_l = \frac{Q_l}{(p_1 - p_2)} \rightarrow C_l = 2,46 \times 10^{-2} \frac{D^4}{\eta L} p_m \quad [l s^{-1}]$$

Para o caso do ar à temperatura  $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\eta_{\text{ar}} = 1,83 \times 10^{-4}$  Poise, o fluxo e a condutância em regime viscoso serão respectivamente:

$$Q_l^{\text{tubo cilíndrico}}(\text{ar a } 20^\circ\text{C}) = 134 \frac{D^4}{L} p_m \Delta p \quad [\text{mbar } l s^{-1}]$$

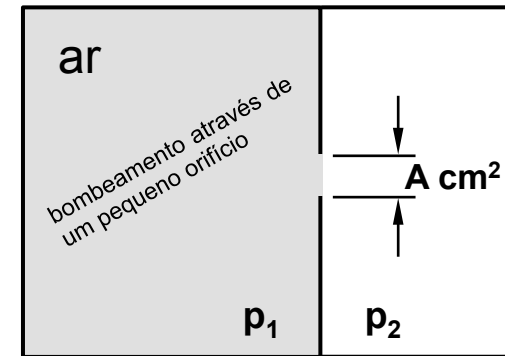
$$C_l^{\text{tubo cilíndrico}}(\text{ar a } 20^\circ\text{C}) = 134 \frac{D^4}{L} p_m \quad [l s^{-1}]$$



**Este gráfico ajuda a seleccionar o comprimento do tubo em função da pressão média**

# Condutâncias em fluxo viscoso (altas pressões)

No caso de um **orifício** pequeno em relação ao volume a bombear (ver figura), a condutância é uma função complicada da razão entre as pressões  $p_1$  e  $p_2$  com  $p_1 > p_2$ . Para o ar à temperatura  $T=20^\circ\text{C}$  a condutância é dada pela seguinte expressão:



$$C_i (l s^{-1}) \cong 20 \frac{A}{1 - \frac{p_2}{p_1}} \quad \text{para} \quad \frac{p_2}{p_1} \leq 0,52$$

Em que  $A$  corresponde à área do orifício em centímetros quadrados ( $\text{cm}^2$ ). O valor de  $p_2/p_1 = 0,52$  é um valor crítico correspondente ao máximo do fluxo. Na verdade, para um gás ideal:

$$\frac{p_2}{p_1} = 0,52 = \left[ 2 / (\nu + 1)^{\nu/(\nu-1)} \right] \quad ; \quad \nu = \frac{c_p}{c_v}$$

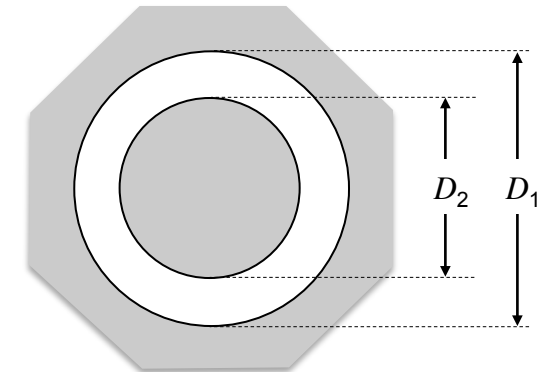
$c_p$  e  $c_v$  são as capacidades caloríficas a pressão e volume constante, respectivamente.

## Condutâncias em fluxo viscoso (altas pressões)

Em regime viscoso a condutância  $C$  (em  $l/s$ ) de um **tubo longo com secção transversal em anel**, como o da figura abaixo apresentada, é dada por :

$$C_l = (\pi/8\eta) (p_m/L) \left[ r_1^4 - r_2^4 - (r_1^2 - r_2^2)^2 / \ln(r_1/r_2) \right] [l s^{-1}]$$

Onde  $r_1$  (em cm) é o raio externo do tubo e  $r_2$  (em cm) é o raio do núcleo,  $\eta$  é a viscosidade do gás (em Poise),  $L$  (em cm) é o comprimento do tubo e  $p_m$  corresponde à pressão média (**mbar**).



- $r_1 = D_1/2$
- $r_2 = D_2/2$

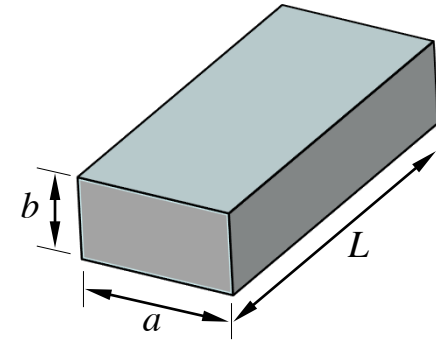
✓ Para o caso do ar à temperatura  $T = 20^\circ\text{C}$ ,  $\eta_{\text{ar}} = 1,83 \times 10^{-4}$  Poise, a condutância em regime viscoso (ou laminar) deste tipo de tubo será:

$$C_l = 2146 (p_m/L) \left[ r_1^4 - r_2^4 - (r_1^2 - r_2^2)^2 / \ln(r_1/r_2) \right] [l s^{-1}]$$

## Condutâncias em fluxo viscoso (altas pressões)

Em regime viscoso a condutância  $C$  (em  $l/s$ ) de um **tubo longo com secção transversal rectangular**, como o da figura mostrada, é dada por :

$$C_l(l s^{-1}) = 3,57 \times 10^{-2} \frac{a^2 b^2}{\eta L} p_m Y$$



Onde  $a$  (em cm) é a largura,  $b$  (em cm) é a espessura,  $\eta$  é a viscosidade do gás (em Poise),  $L$  (em cm) é o comprimento do tubo e  $p_m$  corresponde à pressão média (**mbar**).

- ✓ É importante referir que  $Y$  é um factor de correção que depende da razão  $a/b$ , ou seja,  $Y = f(a/b)$ .
- ✓ Para o ar à temperatura  $T = 20^\circ\text{C}$ ,  $\eta_{\text{ar}} = 1,83 \times 10^{-4}$  Poise, a condutância em regime viscoso (ou laminar) será:

$$C_l(l s^{-1}) = 196 \frac{a^2 b^2}{L} p_m Y$$

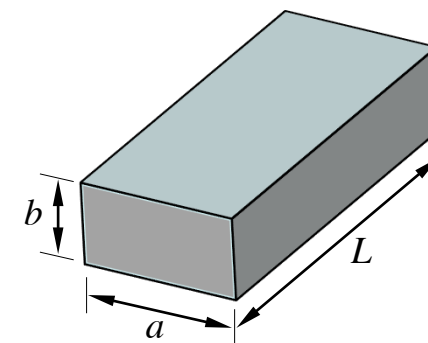
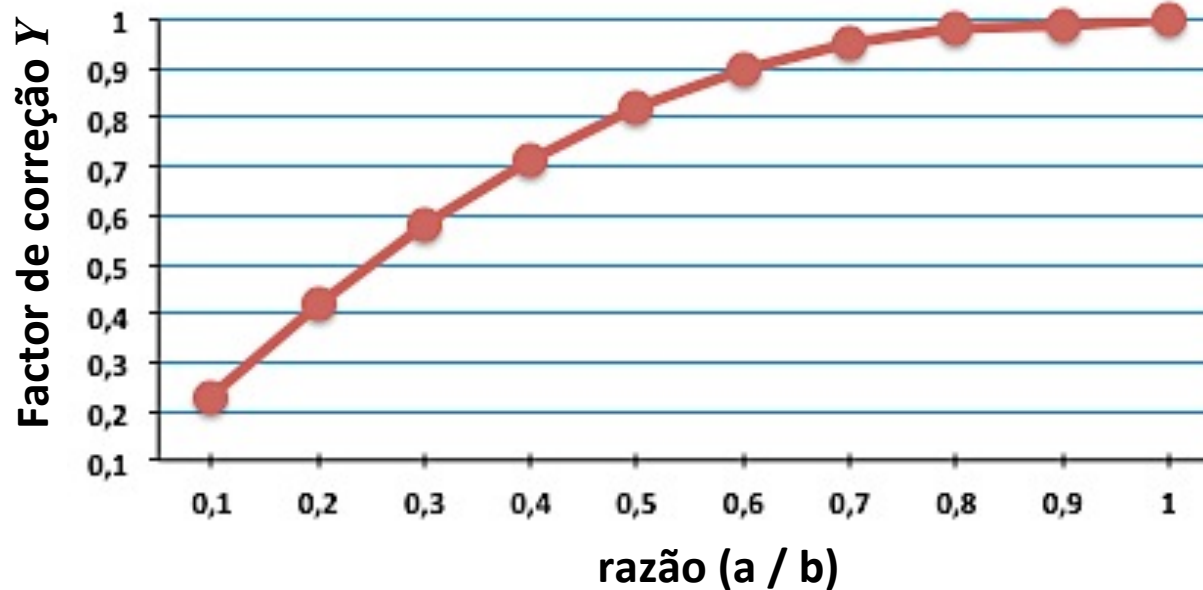
# Condutâncias em fluxo viscoso (altas pressões)

Condutância: *tubo longo com secção transversal rectangular.*

Valores de correção do factor  $Y$  para diferentes razões  $a$  (largura) /  $b$  (espessura)

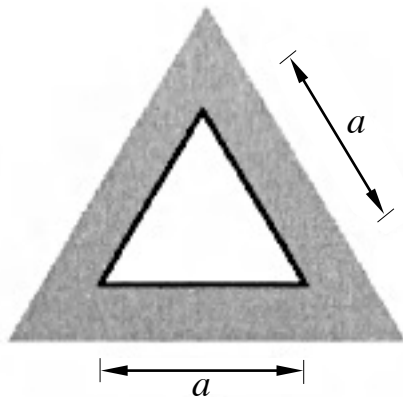
$a/b$	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$Y$	1,0	0,99	0,98	0,95	0,90	0,82	0,71	0,58	0,42	0,23

$Y$  é um factor de correção que depende da razão  $a/b$  e pode ser obtido a partir da tabela mostrada no lado esquerdo.



## Condutâncias em fluxo viscoso (altas pressões)

Em regime viscoso a condutância  $C$  (em  $l/s$ ) de um **tubo longo com secção transversal triangular**, como o da figura mostrada mais abaixo, é dada por:



$$C_l(l s^{-1}) = 24,15 p_m \frac{a^4}{L}$$

Para o ar à temperatura  
 $T = 20^\circ\text{C}$ .

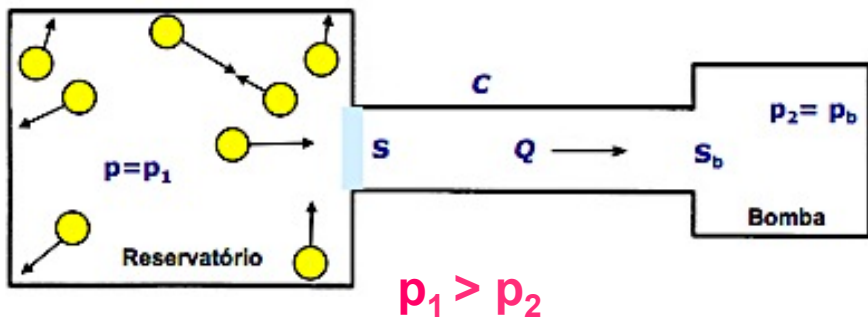
Onde  $a$ , expresso em centímetros (cm), corresponde ao lado do triângulo,  $L$  (em cm) é o comprimento do tubo e  $p_m$  corresponde à pressão média, expressa em **mbar**.

## Condutoâncias em Fluxo Molecular (baixas pressões)

Neste regime, para um determinado gás a uma determinada temperatura, a **condutância só depende da geometria** do tubo. *Para o regime viscoso depende também da pressão.*

### ① Condutoância através de um pequeno orifício numa parede fina

Para se analisar o comportamento do gás nesta condição, é importante visitar a figura da **página 54** que mostra um tubo (condutância **C**) associado a um reservatório (sujeito à pressão **p<sub>1</sub>**) e a uma bomba com velocidade de bombeamento (teórica) **S<sub>b</sub>** no extremo do tubo (à entrada da bomba). Verificou-se que a velocidade de bombeamento, **S**, do volume do reservatório (também denominada por **velocidade de bombeamento efetiva**) é dada pela seguinte expressão:



$$\frac{1}{S} = \frac{1}{C} + \frac{1}{S_b} \Leftrightarrow S = \frac{C \times S_b}{C + S_b}$$

## Condutâncias em Fluxo Molecular (baixas pressões)

### ① Condutância através de um pequeno orifício numa parede fina

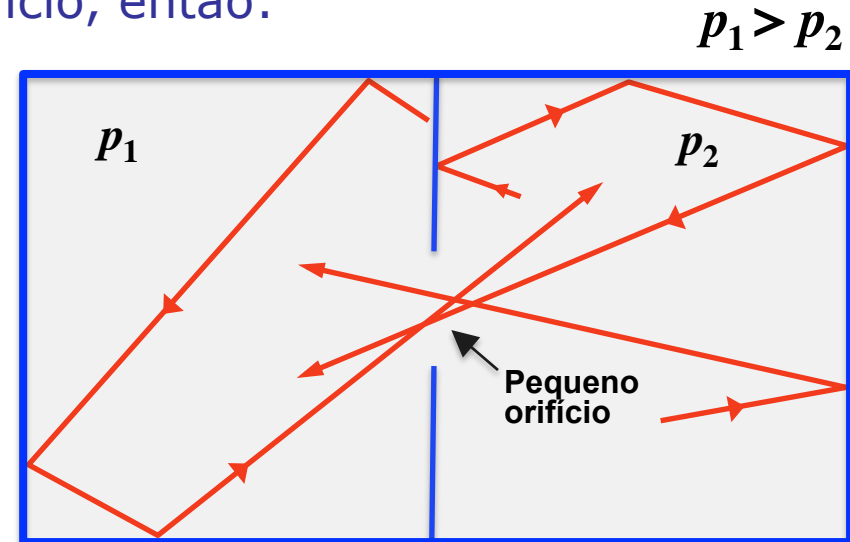
Se o tubo da figura anterior for substituído por um “tubo de comprimento nulo”, ou seja por um orifício, então:

$$C \ll S_b \Rightarrow C \approx S = \frac{1}{4} A \bar{v} \Leftrightarrow$$

$$C = S = \frac{1}{4} A \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = A \sqrt{\frac{kT}{2m\pi}} \quad (m^3 s^{-1})$$

Atendendo a que  $R=8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$  pode-se escrever:

$$S = 1,15A(T/M)^{1/2} \quad (m^3 s^{-1}) \quad \text{Ver pág. 38}$$



*Fluxo molecular de um gás através de um pequeno orifício*

Expressão válida para A expressa em ( $m^2$ ), M em ( $kg \text{ mol}^{-1}$ ) e T em (K).  
**Se A for expressa em ( $cm^2$ ), M em ( $g \text{ mol}^{-1}$ ) e T em (K), obtém-se:**

$$S = C = 1,15 \times A(cm^2) \times 10^{-4} \times \left( \sqrt{\frac{T(K)}{M(g \text{ mol}^{-1}) \times 10^{-3}}} \right) = 3,64 \times 10^{-3} \times A \times (T/M)^{1/2} \quad (m^3 s^{-1})$$



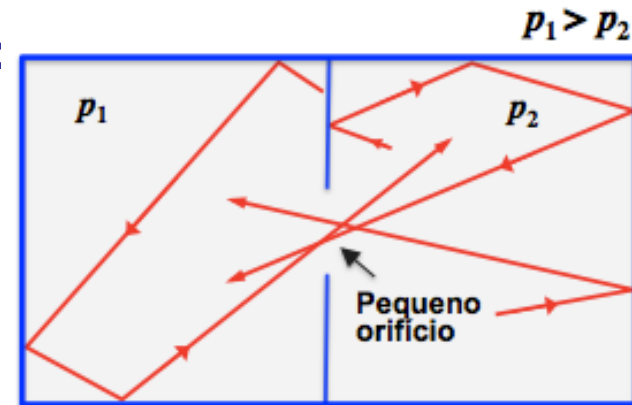
## Condutoâncias em Fluxo Molecular (baixas pressões)

### ① Condutância através de um pequeno orifício numa parede fina

Atendendo a que  $1\text{m}^3 = 10^3$  litros, obtém-se:

$$S = \left[ 3,64 \times 10^{-3} \times A \times (T/M)^{1/2} \right] \times (10^3 \text{ l}) \text{ s}^{-1} \Leftrightarrow$$

$$C_{\text{orifício}} = S = 3,64 (T/M)^{1/2} A \text{ (l s}^{-1}\text{)}$$



Em regime molecular, a condutância através de um orifício depende apenas das espécies (M) e da temperatura (T) do gás e é independente da pressão.

Nesta condição, as moléculas do gás contidas nos dois reservatórios (às pressões  $p_1$  e  $p_2$ ) e ligados através de um pequeno orifício, podem passar de um reservatório para outro, em ambas as direcções, sem efetuarem qualquer tipo de colisão com moléculas vizinhas já que o seu livre percurso médio é muito maior do que o diâmetro do furo, isto é,  $\lambda \gg D$ . Para o **ar** ( $M = 28,98 \text{ g mol}^{-1}$ ) à temperatura de  $20^\circ\text{C}$  ( $T = 293 \text{ K}$ ), obtém-se:

$$C_{\text{orifício}} = 11,6 A \text{ (l s}^{-1}\text{)}$$

→

$$Z_{\text{orifício}} = \frac{1}{C_{\text{orifício}}} = \frac{1}{11,6 A} \text{ (s l}^{-1}\text{)}$$

## Condutoâncias em Fluxo Molecular (baixas pressões)

### ② Velocidade de bombeamento de um pequeno orifício numa parede fina

A partir da figura também se pode escrever:

$$Q = C(p_1 - p_2) = S \times p_1$$

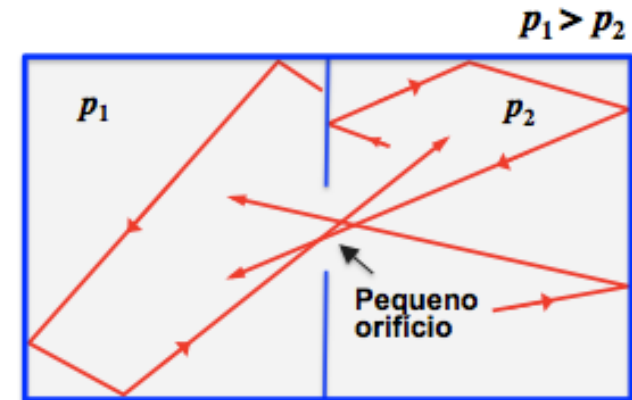
Tratando-se de um “tubo de comprimento nulo” tal como aquele representado na figura ao lado, ou seja, um orifício, então  $C = C_{\text{orifício}}$ . Por isso:

$$S \times p_1 = C_{or} (p_1 - p_2) \Rightarrow S = C_{or} [(p_1 - p_2)/p_1] \Leftrightarrow$$

$$S = 3,64 (T/M)^{1/2} A (1 - p_2/p_1) (l s^{-1})$$

➤ Para o ar ( $M = 28,98 \text{ g mol}^{-1}$ ) à temperatura de  $20^\circ\text{C}$  ( $T = 293 \text{ K}$ ), obtém-se:

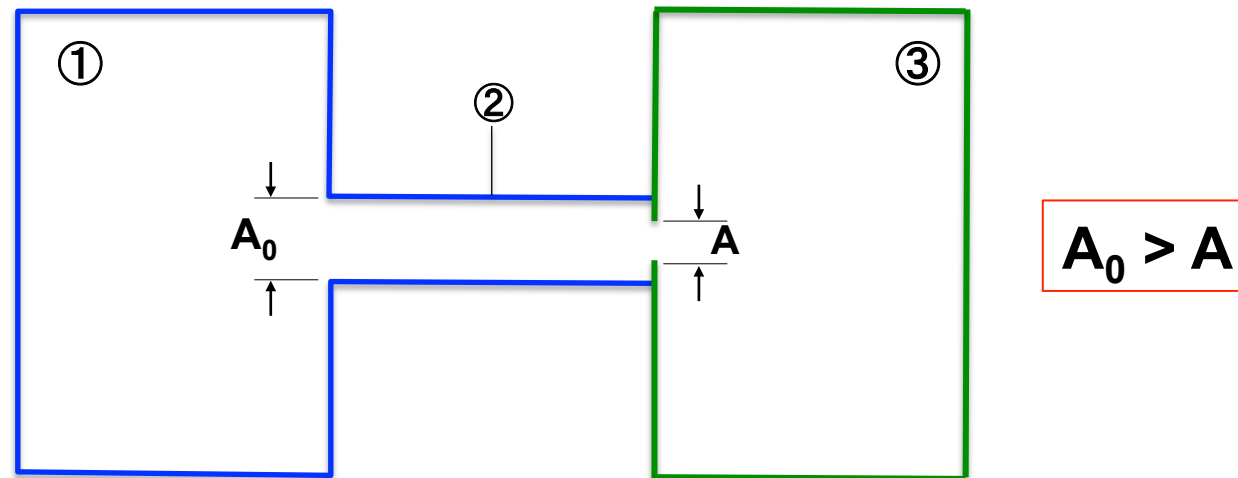
$$S = 11,6A (1 - p_2/p_1) (l s^{-1})$$



## Condutâncias em Fluxo Molecular (baixas pressões)

- ③ **Condutância molecular de um diafragma** - tubo de área  $A_0$  ligado a uma abertura numa parede fina de área  $A$  em que ( $A_0 > A$ )

O Efeito diafragma ocorre quando um reservatório (1) é ligado através de um tubo (2) de área  $A_0$  a outro reservatório (3), através de uma abertura numa parede fina de área  $A$ , conforme representado esquematicamente na figura.



Esquema do efeito de diafragma: 1, 3 – volume dos reservatórios; 2 – tubo de área transversal  $A_0$ ;  $A$  – área da abertura numa parede fina do reservatório de volume (3).

## Condutores em Fluxo Molecular (baixas pressões)

### ③ Condutância molecular de um diafragma - tubo de área $A_0$ ligado a uma abertura numa parede fina de área $A$ em que ( $A_0 > A$ )

A condutância da abertura do diafragma é obtida considerando que a impedância efetiva da abertura do diafragma é igual à impedância de um orifício de área  $A$  subtraída da impedância de um orifício de secção igual à do tubo de área  $A_0$ . Por isso:

$$Z = Z_A - Z_{A_0} \Leftrightarrow Z = Z_A \left[ 1 - \left( Z_{A_0} / Z_A \right) \right]$$

Como a impedância de um orifício é inversamente proporcional à área, pode-se escrever:

$$Z_A \propto \frac{1}{A} \quad ; \quad Z_{A_0} \propto \frac{1}{A_0} \quad \Rightarrow \quad \frac{Z_{A_0}}{Z_A} = \frac{A}{A_0}$$

Obtém-se então:  $Z = Z_A - Z_{A_0} \Leftrightarrow Z = Z_A \left( 1 - \frac{A}{A_0} \right) \Leftrightarrow Z = Z_A \left[ (A_0 - A) / A_0 \right]$

e  $C = \frac{1}{Z} = C_A / \left[ 1 - (A / A_0) \right] \left( l s^{-1} \right)$

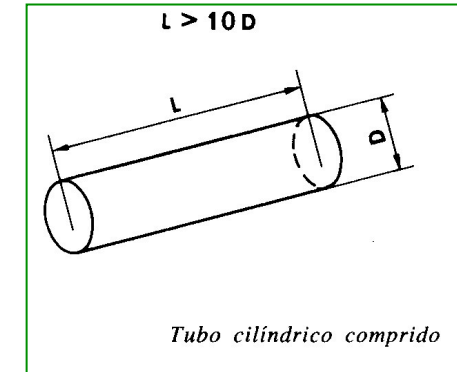
□ Para o ar ( $M = 28,98 \text{ g mol}^{-1}$ ) à temperatura de  $20^\circ\text{C}$  –  $C_A = 11,6 A$

$$C_A = C_{\text{orifício}} = 3,64 (T/M)^{1/2} A \left( l s^{-1} \right)$$

$$C = 11,6 A \left( \frac{A_0}{A_0 - A} \right)$$

## Condutores em Fluxo Molecular (baixas pressões)

**Fluxo Molecular através de Tubos Longos:** A muito baixas pressões (regime molecular) as moléculas movem-se dentro do tubo aleatoriamente ao longo de trajetórias rectilíneas (não colidem umas com as outras) apenas colidindo com as paredes do tubo. Considera-se um tubo longo quando o seu comprimento  $L > 10D$  (diâmetro interno do tubo).



### ④ Condutância molecular de um tubo cilíndrico longo de secção transversal uniforme

Em regime molecular, a condutância de um tubo cilíndrico longo com área de secção transversal constante é dada por:

$$C = (16/3)(RT/2\pi M)^{1/2} \frac{A^2}{PL} \left( cm^3 s^{-1} \right)$$

$P$  – perímetro do tubo  
 $L$  – comprimento do tubo  
 $A$  – área da secção transversal

com  $R$  expresso em ( $erg \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$ ),  $T$  (K),  $M$  ( $g \cdot mol^{-1}$ ),  $A$  ( $cm^2$ ),  $P$  (cm) e  $L$  (cm).

- O **erg** é uma unidade de energia bastante pequena.
- É equivalente a  $1 \text{ grama} \cdot \text{centímetro}^2 / \text{segundo}^2$ , sistema (CGS).

$$1J = 10^7 \text{ erg} \rightarrow 1 \text{ erg} = 100 \text{ nJ}$$

## Condutâncias em Fluxo Molecular (baixas pressões)

### ④ Condutância molecular de um tubo cilíndrico longo de secção transversal uniforme

No sistema (SI) a constante  $R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ . Expressando  $R$  no sistema de unidades centímetro-grama-segundo (CGS), obtém-se:

$$R = 8,314 \times 10^7 \text{ erg}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$$

Deste modo:

$$C = (16/3)(R/2\pi)^{1/2} (T/M)^{1/2} \frac{A^2}{PL} (\text{cm}^3 \text{s}^{-1}) \Leftrightarrow$$

$$C = (16/3) \times (8,314 \times 10^7 / 2\pi)^{1/2} (T/M)^{1/2} \frac{A^2}{PL} (\text{cm}^3 \text{s}^{-1}) \Leftrightarrow$$

$$C = 19400,5 \times (T/M)^{1/2} \frac{A^2}{PL} (\text{cm}^3 \text{s}^{-1})$$

Atendendo a que  $1\text{cm}^3 = 10^{-3} \text{ L}$ , então:

$$C = 19400,5 \times (T/M)^{1/2} \frac{A^2}{PL} (10^{-3} \text{ l}) \text{ s}^{-1} \rightarrow \boxed{C = 19,4 (T/M)^{1/2} \frac{A^2}{PL} (\text{l s}^{-1})}$$

## Condutoâncias em Fluxo Molecular (baixas pressões)

### ④ Condutância molecular de um tubo cilíndrico longo de secção transversal uniforme

Para um tubo cilíndrico com diâmetro interno  $D$  e comprimento  $L$ , obtém-se:

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow A^2 = \frac{\pi^2 D^4}{16} \quad ; \quad P = 2\pi R \quad ; \quad D = 2R$$
$$\frac{A^2}{PL} = \frac{\pi^2 D^4}{16} \times \frac{1}{(2\pi R)L} \Leftrightarrow \frac{A^2}{PL} = \frac{\pi^2 D^4}{16} \times \frac{1}{(2R)\pi L} = \frac{\pi}{16} \times \frac{D^3}{L}$$

Logo:

$$C = 19,4 (T / M)^{1/2} \left( \frac{\pi}{16} \times \frac{D^3}{L} \right) (l s^{-1}) \rightarrow \boxed{C = 3,81 (T / M)^{1/2} \frac{D^3}{L} (l s^{-1})}$$

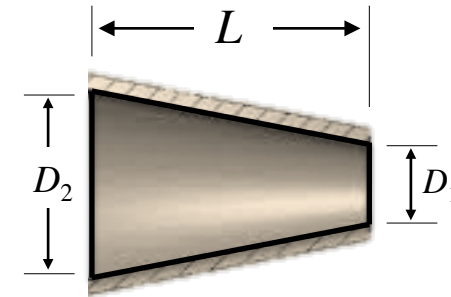
□ Para o ar ( $M = 28,98 \text{ gmol}^{-1}$ ) à temperatura de  $20^\circ\text{C}$ :

$$\boxed{C = 12,1 \frac{D^3}{L} (l s^{-1})}$$

## Condutores em Fluxo Molecular (baixas pressões)

### ⑤ Condutância molecular de um tubo cónico longo de secção transversal circular

$$C = 7,62 (T / M)^{1/2} D_1^2 D_2^2 / [(D_1 + D_2) L] \text{ (l s}^{-1}\text{)}$$



Onde:

- $D_1, D_2$  (cm) correspondem aos diâmetros das extremidades do tubo;
- $L$  (cm) representa o comprimento do tubo;
- $T$  (K) é a temperatura
- $M$  ( $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ ) é a massa molar do gás.

□ Para o ar ( $M = 28,98 \text{ g mol}^{-1}$ ) à temperatura de  $23^\circ\text{C}$ :

$$C = 24,35 D_1^2 D_2^2 / [(D_1 + D_2) L] \text{ (l s}^{-1}\text{)}$$



## Condutores em Fluxo Molecular (baixas pressões)

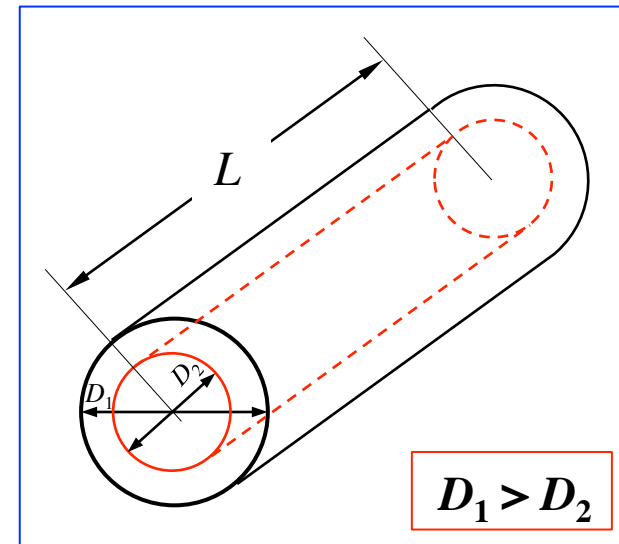
### ⑥ Condutância molecular de um tubo longo cuja secção transversal é uma coroa circular (ou secção transversal em anel)

A condutância de um tubo longo com secção transversal em coroa circular, é obtida a partir da fórmula geral (*de um tubo cilíndrico longo de secção transversal uniforme*), corrigida de um factor  $K''$  – factor de Clausing) mas tendo uma área e perímetro respectivamente iguais a:

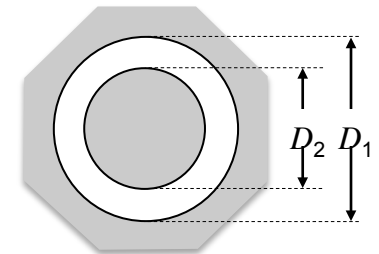
$$\text{Área: } A = \frac{\pi}{4}(D_1^2 - D_2^2) \quad ; \quad \text{Perímetro: } P = \pi(D_1 + D_2)$$

$$\square \text{ Donde: } C = 19,4 (T / M)^{1/2} \frac{A^2}{PL} K'' \quad ; \quad A^2 = \frac{\pi^2}{16} (D_1^2 - D_2^2)^2$$

$$\square \text{ Por isso: } C (l / s^{-1}) = 3,81 (T / M)^{1/2} \frac{(D_1^2 - D_2^2)^2}{(D_1 + D_2) L} K''$$



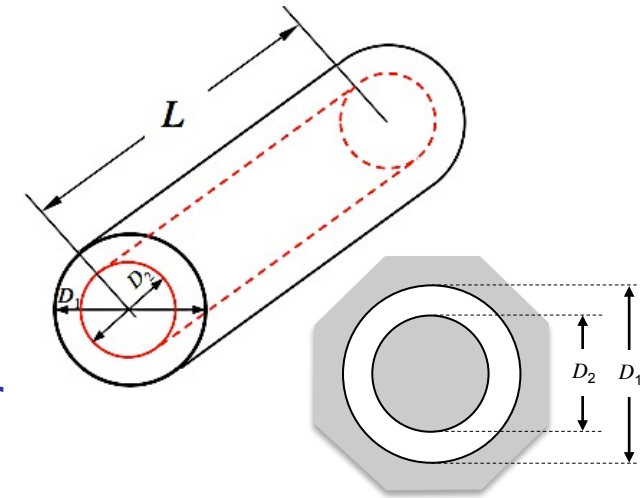
Secção transversal em coroa circular



- Onde  $M$  é expresso em ( $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ ),  $D_1$ ,  $D_2$  e  $L$  são expressos em (cm).

# Condutoâncias em Fluxo Molecular (baixas pressões)

⑥ **Condutoância molecular de um tubo longo cuja secção transversal é uma coroa circular (ou secção transversal em anel)**

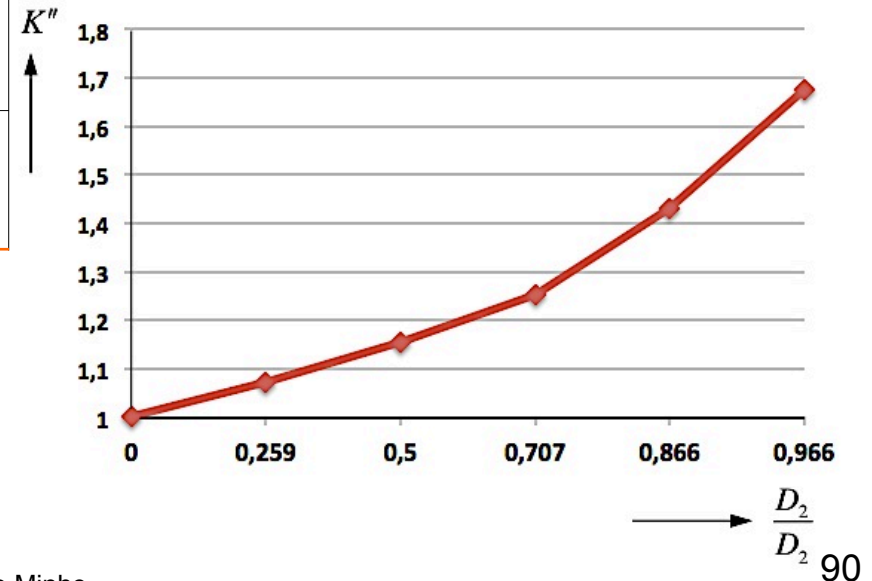


Os valores de  $K''$  podem ser extraídos a partir da tabela e gráfico seguintes:

**Valores de correção do factor  $K''$  para diferentes razões  $(D_2/D_1)$**

$(D_2/D_1)$	0	0,259	0,500	0,707	0,866	0,966
$K''$	1	1,072	1,154	1,254	1,430	1,675

$K''$  é um factor de correção que depende da razão  $(D_2/D_1)$  seja,  $K'' = f(D_2/D_1)$ .



**Para o ar a 20°C**

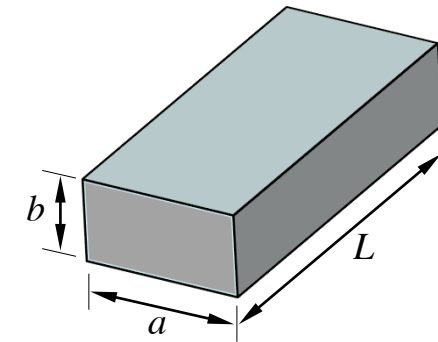
$$C (l / s^{-1}) = 12,1 (D_1^2 - D_2^2)^2 K'' / (D_1 + D_2) L$$

## Condutores em Fluxo Molecular (baixas pressões)

### ⑦ Condutância molecular de um tubo longo de secção transversal rectangular

$$C = (8/3)(RT/2\pi M)^{1/2} \frac{a^2 b^2}{(a+b)L} K \quad (\text{cm}^3 \text{s}^{-1})$$

$$C = 9,7(T/M)^{1/2} \frac{a^2 b^2}{(a+b)L} K \quad (\text{l s}^{-1})$$



*Tubo longo de secção transversal rectangular*

$$1\text{J} = 10^7 \text{ erg} \rightarrow 1 \text{ erg} = 100 \text{ nJ}$$

onde R é expresso em ( $\text{erg}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ), T (K), M ( $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ ), A ( $\text{cm}^2$ ), a (cm), b (cm),  $b < a$ ,  $L \gg a$ , e  $K = f(b/a)$  representa um factor de correção que leva em consideração a assimetria da secção transversal quando comparada com a de um círculo.

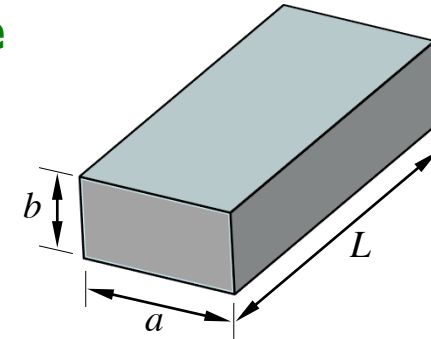
- Os valores do factor de correção **K** podem ser obtidos a partir da tabela e gráfico seguintes:

# Condutâncias em Fluxo Molecular (baixas pressões)

## ⑦ Condutância molecular de um tubo longo de secção transversal rectangular

Valores de correção do factor  $K$  para diferentes razões ( $b/a$ )

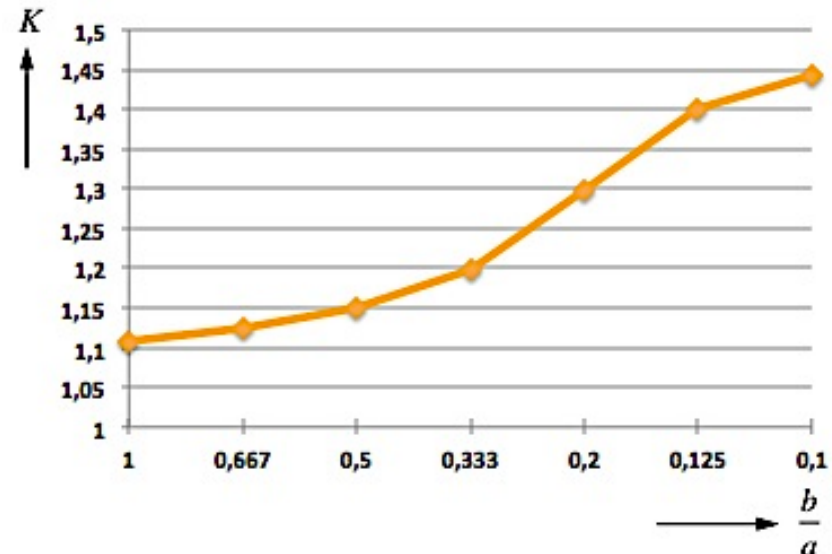
$(b/a)$	1	2/3	1/2	1/4	1/5	1/8	1/10
$K$	1,108	1,126	1,151	1,198	1,297	1,400	1,444



*Tubo longo de secção transversal rectangular*

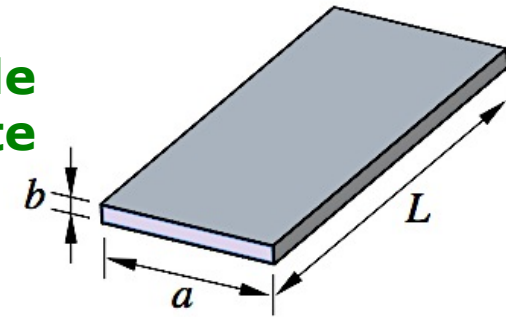
□ Para o ar ( $M = 28,98 \text{ g mol}^{-1}$ ) à temperatura de  $23^\circ\text{C}$ :

$$C = 31,0(a^2 b^2)K / (a + b)L \quad (\text{l s}^{-1})$$



## Condutores em Fluxo Molecular (baixas pressões)

### ⑧ Condutância molecular de um tubo longo de secção transversal rectangular correspondente a uma fenda fina



*Tubo longo de secção rectangular em fenda fina*

Se a secção rectangular for uma fenda fina, isto é  $a \gg b$  e  $b/a \ll 1$ , as expressões anteriores tomam as seguintes formas:

$$C = (8/3)(RT/2\pi M)^{1/2} (ab^2)K'/L \text{ (cm}^3\text{s}^{-1}\text{)}$$
$$= 9,7(T/M)^{1/2} (ab^2)K'/L \text{ (l s}^{-1}\text{)}$$

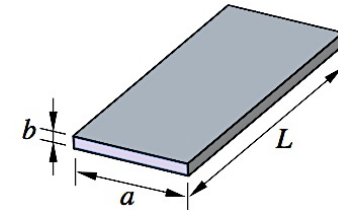
$$1\text{J} = 10^7 \text{ erg} \rightarrow 1 \text{ erg} = 100 \text{ nJ}$$

onde R é expresso em ( $\text{erg}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ), T (K), M ( $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ ), a (cm), b (cm), L (cm) e  $K' = f(L/b)$  representa um factor de correção que leva em consideração a assimetria da secção transversal quando comparada com a de um círculo.

□ Os valores do factor de correção  $K'$  podem ser obtidos a partir da tabela e gráfico seguintes:

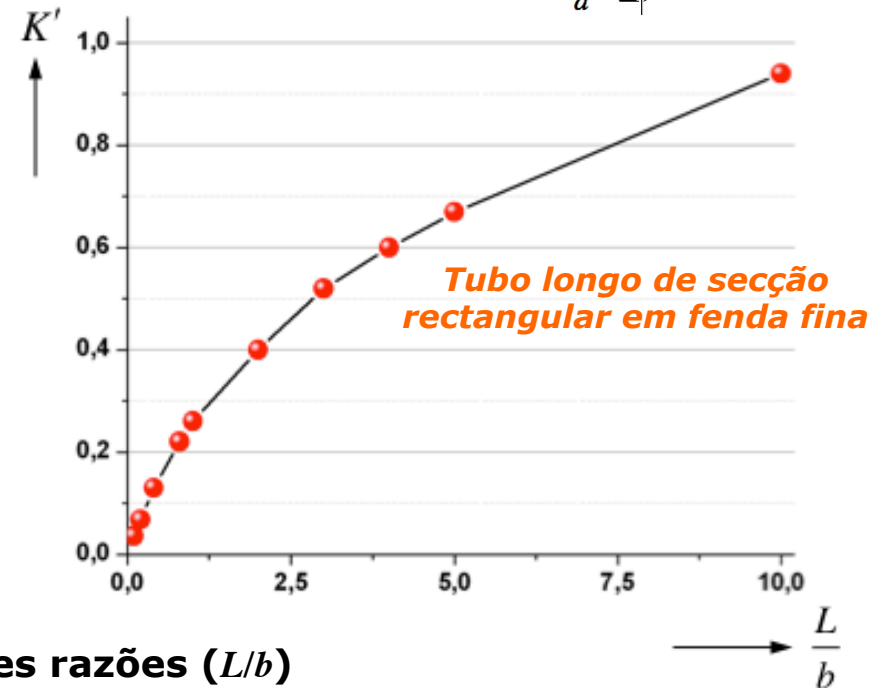
# Condutoâncias em Fluxo Molecular (baixas pressões)

## ⑧ Condutância molecular de um tubo longo de secção transversal rectangular correspondente a uma fenda fina



- Para o ar ( $M = 28,98 \text{ g mol}^{-1}$ ) à temperatura de  $23^\circ\text{C}$ :

$$C = 31,0(ab^2)K'/L \quad (\text{l s}^{-1})$$

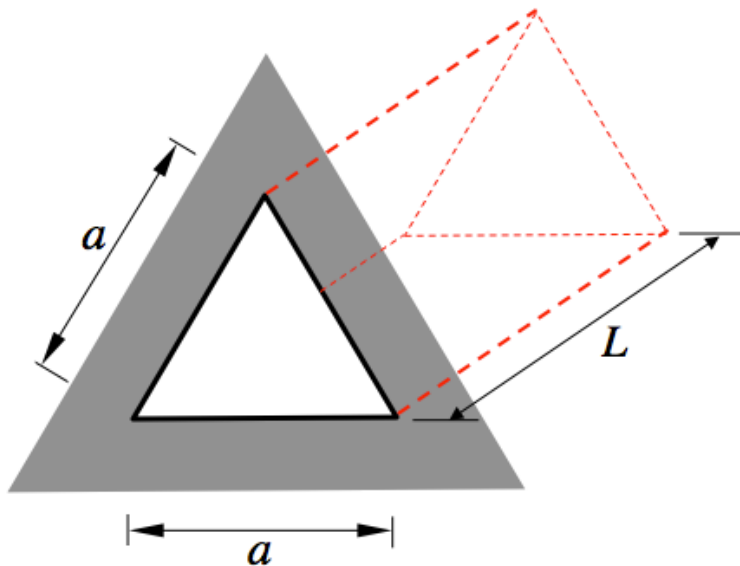


### Valores de correção do factor $K'$ para diferentes razões $(L/b)$

$(L/b)$	0,1	0,2	0,4	0,8	1	2	3	4	5	10
$K'$	0,036	0,068	0,13	0,22	0,26	0,4	0,52	0,60	0,67	0,94

## Condutoâncias em Fluxo Molecular (baixas pressões)

### ⑨ Condutância molecular de um tubo longo de secção transversal triangular (equilátera)



$$C = 0,413 (RT/2\pi M)^{1/2} a^3 / L \quad (cm^3 s^{-1})$$
$$= 1,5 (T/M)^{1/2} a^3 / L \quad (l s^{-1})$$

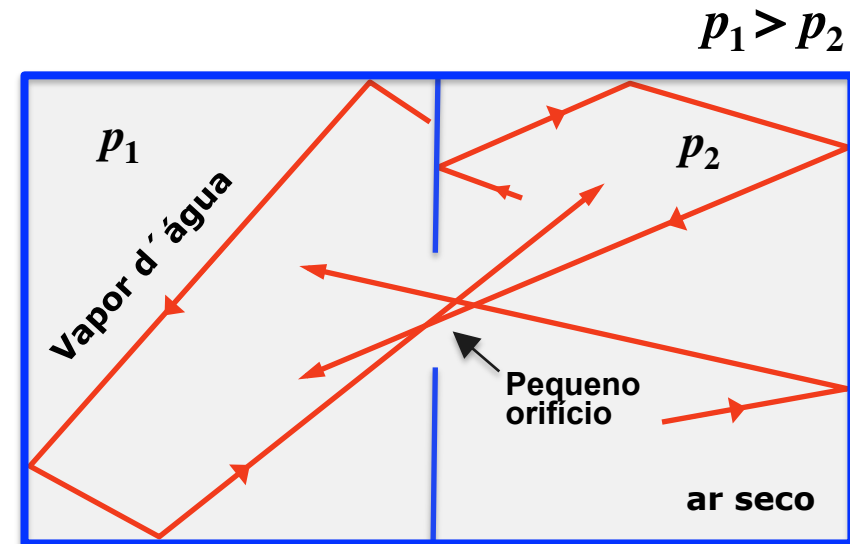
onde R é expresso em  $(erg \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1})$ , T (K), M  $(g \cdot mol^{-1})$ , a (cm) representa o lado do triângulo, L (cm) é o comprimento do tubo.

□ Para o ar ( $M = 28,98 \text{ g mol}^{-1}$ ) à temperatura de  $23^\circ C$ :

$$C = 4,8 a^3 / L \quad (l s^{-1})$$

## EXERCÍCIO

A figura mostra um orifício que separa dois reservatórios à temperatura de 30°C. O reservatório da esquerda contém vapor de água (mistura de ar com 1% de água) à pressão  $p_1 = 10^{-6}$  mbar enquanto que o da direita contém ar seco à pressão  $p_2 = 10^{-9}$  mbar. Determine a razão entre as velocidades de bombeamento do orifício para o vapor d'água e o ar seco.



**RESOLUÇÃO:** A velocidade de bombeamento de um orifício é dada pela seguinte expressão:

$$S = 3,64 (T/M)^{1/2} A (1 - p_2/p_1) (l s^{-1})$$

- $T = 273 + 30 = 303 \text{ K}$
- $M_{\text{ar}} = 28,89 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- $M_{\text{água}} = 18 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- $p_{1 \text{ água}} = 10^{-6} \text{ mbar} \times (1/100) = 10^{-8} \text{ mbar}$
- $p_{1 \text{ ar}} = (10^{-6} - 10^{-8}) = 9,9 \times 10^{-7} \text{ mbar}$
- $p_{2 \text{ ar seco}} = 10^{-9} \text{ mbar}$



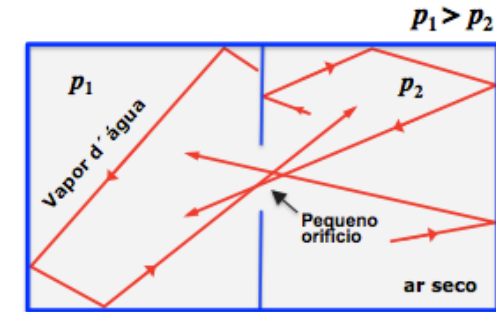
## RESOLUÇÃO EXERCÍCIO (Cont.)

Substituindo pelos valores numéricos obtém-se:

$$S_{\text{água}} = 3,64 (303/18)^{1/2} A (1 - 10^{-9}/10^{-8}) = 13,44 A \quad (l s^{-1})$$

$$S_{\text{ar}} = 3,64 (303/28,98)^{1/2} A (1 - 10^{-9}/9,9 \times 10^{-7}) = 11,76 A \quad (l s^{-1})$$

Donde: 
$$S_{\text{água}}/S_{\text{ar}} = \frac{13,44 \text{ l s}^{-1}}{11,76 \text{ l s}^{-1}} \approx 1,14$$



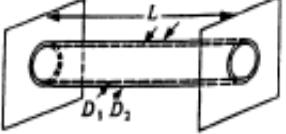

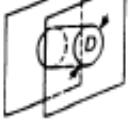
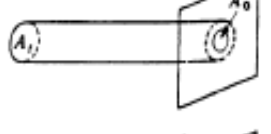
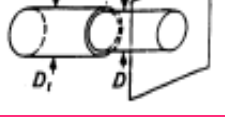


Para as expressões apresentadas nesta tabela, T é expresso em (K), o comprimento em (cm), A em (cm<sup>2</sup>), M em (g•mol<sup>-1</sup>), e a condutância em litros/s. A coluna da direita corresponde ao ar a 23°C.

*in* M. Ohring, *The Materials Science of Thin Films*

### Exercício:

Compare as condutâncias de um orifício e de um tubo para um fluxo molecular de árgon à temperatura ambiente (23°C), utilizando as expressões apresentadas anteriormente e as tabeladas ao lado. Considere um raio de 0,5 cm para ambos e no caso do tubo, um comprimento de 10 cm. (7,8 l/s e 1,04 l/s)

	$C = 3.64A \left( \frac{T}{M} \right)^{1/2}$	$= 11.7A$
	$C = 6.18 \frac{A^2}{DL} \left( \frac{T}{M} \right)^{1/2}$	$= 12.2 \frac{D^3}{L}$
	$C = 3.81 \frac{D^3}{L} \left( \frac{T}{M} \right)^{1/2}$	$= 12.2 \frac{(D_2 - D_1)^2 (D_2 + D_1)}{L}$
	$C = 9.70 \frac{b^2 c^2}{(b + c)L} \left( \frac{T}{M} \right)^{1/2}$	$= 31.1 \frac{b^2 c^2}{(b + c)L}$
	$C = 2.85D^2 \left( \frac{T}{M} \right)^{1/2} \left( \frac{1}{1 + 3L/4D} \right)$	$= 9.14 \frac{D^2}{1 + 3L/4D}$
	$C = 3.64 \left( \frac{T}{M} \right)^{1/2} \left( \frac{A}{1 - (A/A_i)} \right)$	$= \frac{11.7A_0}{1 - A_0/A_i}$
	$C = 3.81 \frac{D^3}{L} \left( \frac{T}{M} \right)^{1/2} \left( \frac{1}{1 + \frac{4D}{3L} \left( 1 - \frac{D^2}{D_i^2} \right)} \right)$	$= \frac{12.2D^3}{L \left[ 1 + \frac{4D}{3L} \left( 1 - \frac{D^2}{D_i^2} \right) \right]}$

## RESOLUÇÃO:

➤ Condutância de um orifício:

$$C_{\text{orifício}} = S = 3,64 (T/M)^{1/2} A \text{ (l s}^{-1}\text{)}$$

➤ Condutância de um tubo cilíndrico longo:

$$C_{\text{tubo}} = 3,81 (T/M)^{1/2} \frac{D^3}{L} \text{ (l s}^{-1}\text{)}$$

• Onde:

$$C_{\text{orifício}} = 3,64 (296/39,948)^{1/2} \times 0,7854 \approx 7,8 \text{ (l s}^{-1}\text{)}$$

$$C_{\text{tubo}} = 3,81 (296/39,948)^{1/2} \frac{1,0^3}{10} \approx 1,04 \text{ (l s}^{-1}\text{)}$$

• Por isso:  $\frac{C_{\text{orifício}}}{C_{\text{tubo}}} = \frac{7,8 \text{ (l s}^{-1}\text{)}}{1,04 \text{ (l s}^{-1}\text{)}} = 7,5$

$$A = \pi R^2 = \pi \times 0,5^2 = 0,7854 \text{ cm}^2$$

$$D = (2R) = 1,0 \text{ cm}$$

- $T = 273 + 23 = 296 \text{ K}$
- $M_{\text{árgon}} = 39,948 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
- $R = 0,5 \text{ cm}$
- $L = 10 \text{ cm}$

# Condutâncias em Fluxo Molecular: Tubos Curtos

Afim de se calcular o fluxo molecular através de **tubos curtos** (ou outras configurações geométricas tais como cotovelos (*elbows*), deflectores (*baffles* ou *traps*, etc.), é necessário que:

- ✓ O livre percurso médio das moléculas seja muito maior do que as dimensões do tubo;
- ✓ O fluxo é estacionário em condições de temperatura constante;
- ✓ O tubo promove a ligação entre dois volumes de grande dimensão (reservatórios) e por isso, proporcionando uma entrada molecular aleatória para o plano de admissão;
- ✓ As paredes do tubo são macroscopicamente rugosas de modo que as moléculas são espalhadas difusamente de acordo com a lei dos cossenos.

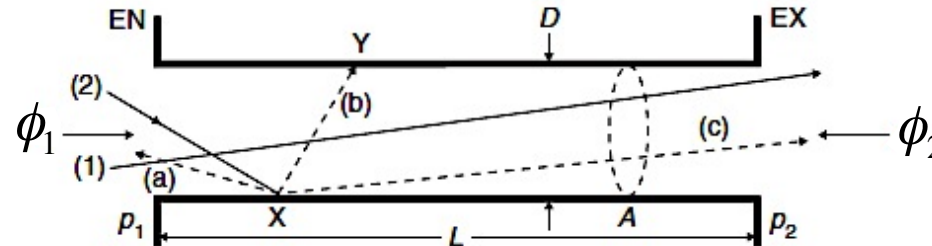
## 1. Condutância molecular de um **tubo curto** de secção circular

*a) Condutância molecular tendo em conta efeitos de extremidade (ex. restrições – flanges)*

$$C = C_{\text{orificio}} \times \text{Pr} \quad (l s^{-1}) \quad \rightarrow \quad C = 3,64 (T/M)^{1/2} A \text{Pr} \quad (l s^{-1})$$

## Condutores em Fluxo Molecular

Onde  $Pr$  é a denominada **probabilidade de transmissão** do tubo, ou seja, representa a probabilidade de transmissão de que uma molécula que passe através do orifício para o tubo irá ser transmitida à abertura oposta.



O nº total de moléculas por unidade de tempo (**velocidade de efusão -  $q_e$** ) que atravessa o plano EN é:  $\phi_1 A$ .

Destas, apenas uma fracção  $Pr$  atravessa o plano EX, podendo-se definir como sendo a **probabilidade de transmissão** do tubo. O mesmo se pode definir para o **fluxo incidente** da direita para a esquerda,  $\phi_2$ .

O débito de gás através do tubo é :

$$Q = (q_e kT) Pr$$

## Condutores em Fluxo Molecular

$$Q = (q_e kT) \text{Pr} \quad ; \quad q_e = (\phi_1 - \phi_2) A \quad ; \quad \phi = \frac{1}{4} n \bar{v} \quad \Leftrightarrow \quad \phi = \frac{A}{\sqrt{2\pi m kT}} p$$

Logo, o débito de gás através do tubo é :

$$Q = \{[(\phi_1 - \phi_2) A] kT\} \text{Pr} \quad \Leftrightarrow \quad Q = A \frac{kT}{\sqrt{2\pi m kT}} (p_1 - p_2) \text{Pr} \quad \Leftrightarrow \quad Q = A \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} (p_1 - p_2) \text{Pr}$$

Atendendo a que:  $C = \frac{Q}{(p_1 - p_2)}$ , obtém-se:  $C = A \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} \text{Pr}$

Ou seja,  $C_{\text{tubo}} = C_{\text{orificio}} \times \text{Pr}$

Para um tubo de **secção circular**, ...

## Condutâncias em Fluxo Molecular

Para um tubo de **secção circular**, os valores de Pr em função da razão entre o comprimento do tubo ( $L$ ) e o seu raio ( $r$ ) foram calculados por diferentes investigadores e estão apresentados na tabela seguinte:

### Valores da probabilidade de transmissão

$L/r$	Pr (dimensionless) <sup>a</sup>			$L/r$	Pr (dimensionless) <sup>a</sup>		
	(1)	(2)	(3)		(1)	(2)	(3)
0.1	0.9639	0.9524	0.952399	7.0	0.2759	0.2537	0.247735
0.3	0.8989	0.8699	0.869928	8.0	0.2500	0.2316	0.225263
0.5	0.8421	0.8013	0.801271	9.0	0.2286	0.2131	0.206641
0.7	0.7921	0.7434	0.743410	10.0	0.2105	0.1973	0.190941
0.9	0.7477	0.6940	0.694044	20.0	0.1176	0.1135	0.109304
1.0	0.7273	0.6720	0.671584	30.0	0.0816	0.0797	0.076912
1.2	0.6897	0.6320	0.632228	40.0	0.0625	0.0613	0.059422
1.4	0.6557	0.5970	0.597364	50.0	0.0506	0.0499	0.048448
1.6	0.6250	0.5659	0.566507	60.0	0.0425	0.0420	0.040913
1.8	0.5970	0.5384	0.538975	70.0	0.0367	0.0363	0.035415
2.0	0.5714	0.5136	0.514231	80.0	0.0322	0.0319	0.031255
3.0	0.4706	0.4205	0.420055	90.0	0.0287	0.0285	0.027925
4.0	0.4000	0.3589	0.356572	100.0	0.0259	0.0258	0.025258
5.0	0.3478	0.3146	0.310525	1000.0	0.002659	0.002658	0.002646
6.0	0.3077	0.2807	0.275438				

➤ coluna (1) – **Dushman**

$$Pr = 1/[1 + (3/8)(L/r)]$$

➤ coluna (2) – **Clausing**

➤ coluna (3) – **Cole**

## Condutoâncias em Fluxo Molecular

*b) Condutância molecular calculada independentemente dos efeitos de extremidades ou das probabilidades de transmissão*

Nesta situação, a condutância é obtida a partir do valor da condutância de um orifício desde que multiplicada por um factor de atenuação, ou seja:

$$C_{tubo} = C_{orificio} \times (8r/L') \Leftrightarrow 3,64 (T/M)^{1/2} A (8r/L') (l s^{-1})$$

Com  $T$  (K),  $M$  (g mol<sup>-1</sup>),  $r$  (cm) é o raio do tubo, e  $L'$  (cm) representa o comprimento equivalente do tubo que pode ser calculado de acordo com a seguinte expressão:

$$L' = L \left[ 1 + 1 / \left( 3 + 3L / 7r \right) \right] \quad (cm)$$

onde  $L$  corresponde ao comprimento real do tubo.



# Condutoâncias em Fluxo Molecular

## 2. Condutância molecular através de condutas curtas

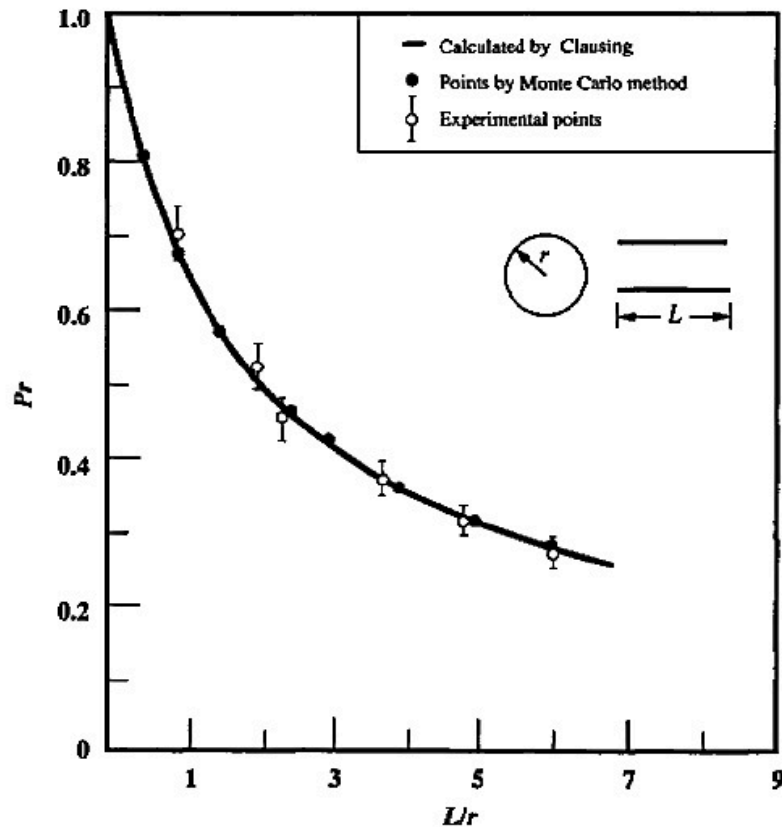
Para uma **fenda rectangular** de largura  $a$ , altura  $b$  e profundidade  $L$ , onde  $b \ll a$ ,  $L \ll a$  e  $b \ll L$ , a condutância é obtida a partir do valor da condutância de um orifício multiplicada pelo factor **probabilidade de transmissão**,  $Pr$ . A tabela abaixo lista os valores de  $Pr$  em função de  $L/b$ .

### *Valores da probabilidade de transmissão para fendas rectangulares*

$L/b$	$Pr$	$L/b$	$Pr$	$L/b$	$Pr$
0	1	1.3	0.6321	3.2	0.4439
0.1	0.9525	1.4	0.6168	3.4	0.4318
0.2	0.9096	1.5	0.6024	3.6	0.4205
0.3	0.8710	1.6	0.5888	3.8	0.4099
0.4	0.8362	1.7	0.5760	4	0.3999
0.5	0.8048	1.8	0.5640	5	0.3582
0.6	0.7763	1.9	0.5525	6	0.3260
0.7	0.7503	2.0	0.5417	7	0.3001
0.8	0.7266	2.2	0.5215	8	0.2789
0.9	0.7049	2.4	0.5032	9	0.2610
1.0	0.6848	2.6	0.4865	10	0.2551
1.1	0.6660	2.8	0.4712	$\infty$	$(b/L) \ln(L/b)$
1.2	0.6485	3.0	0.4570		

## Condutâncias em Fluxo Molecular

A probabilidade de transmissão molecular de alguns componentes de vácuo, calculada por métodos analíticos ou estatísticos (Monte Carlo) é apresentada nas figuras seguintes:

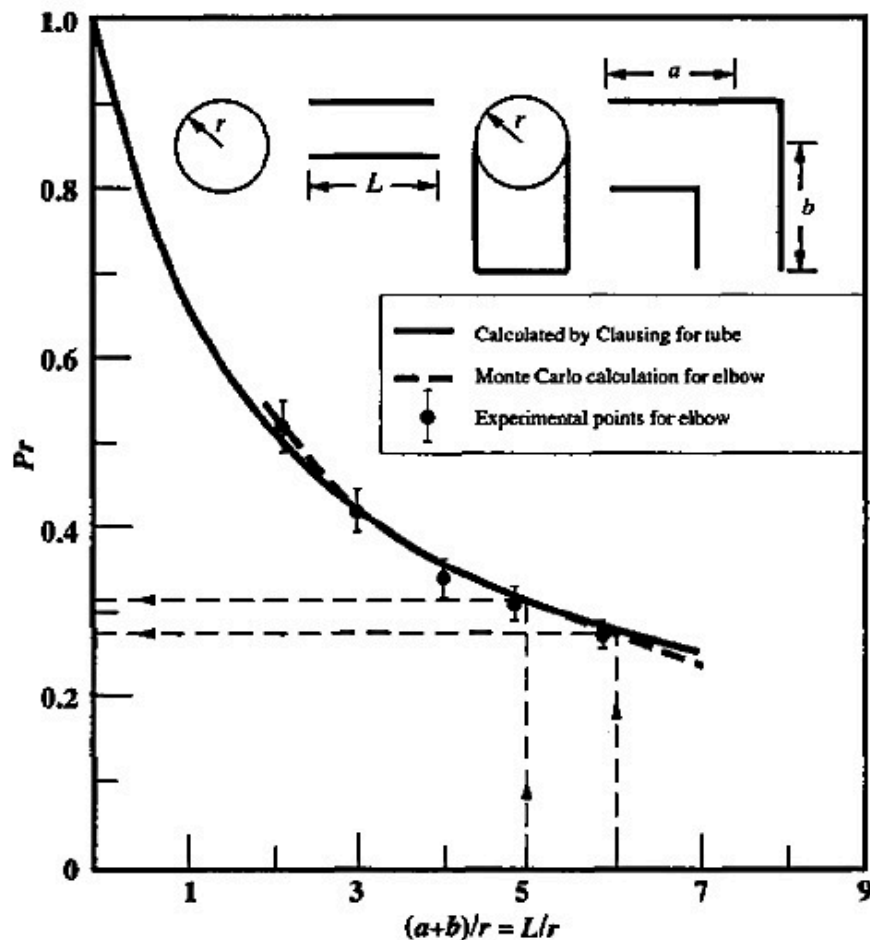


**NOTA:** Esta curva também podia corresponder aos valores calculados através da equação de **Dushman** (pág. 103)

Figure 6.6 Molecular transmission probability  $Pr$  for a cylindrical pipe. [After Levenson et al. (1960).]

# Condutâncias em Fluxo Molecular

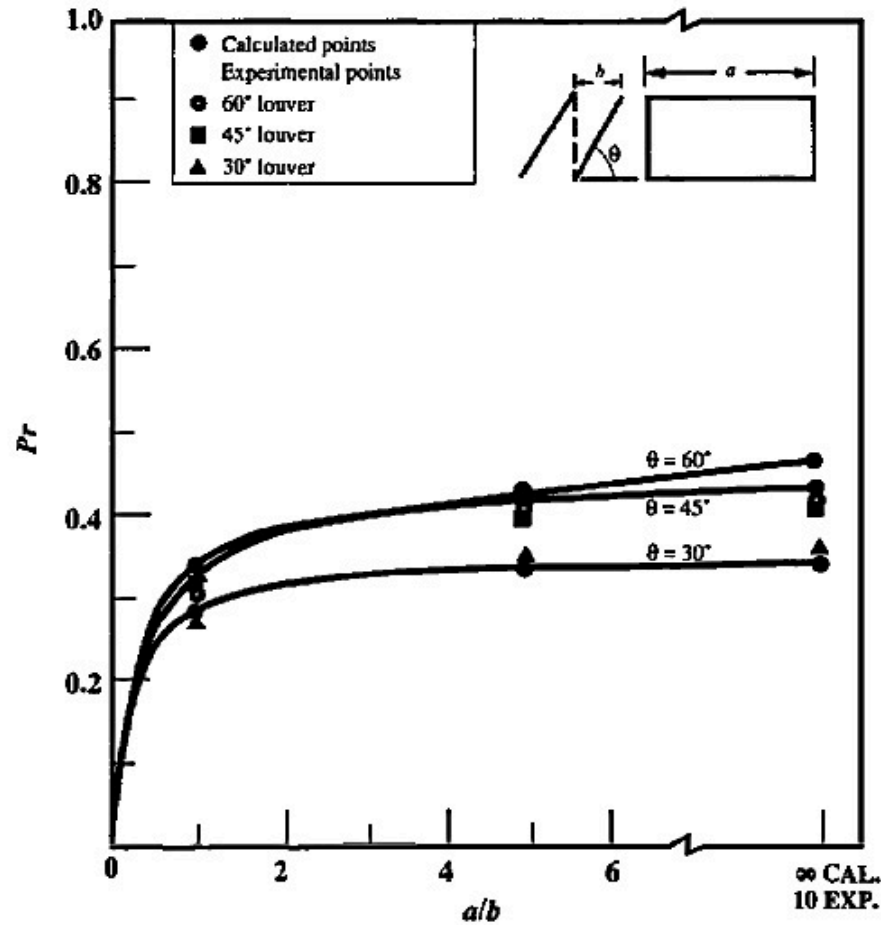
## Probabilidade de transmissão molecular de alguns componentes de vácuo



**NOTA:** Esta curva também podia corresponder aos valores calculados através da equação de Dushman (pág. 103)

Figure 6.7 Molecular transmission probability  $Pr$  for a 90° elbow. [After Levenson et al. (1960).]

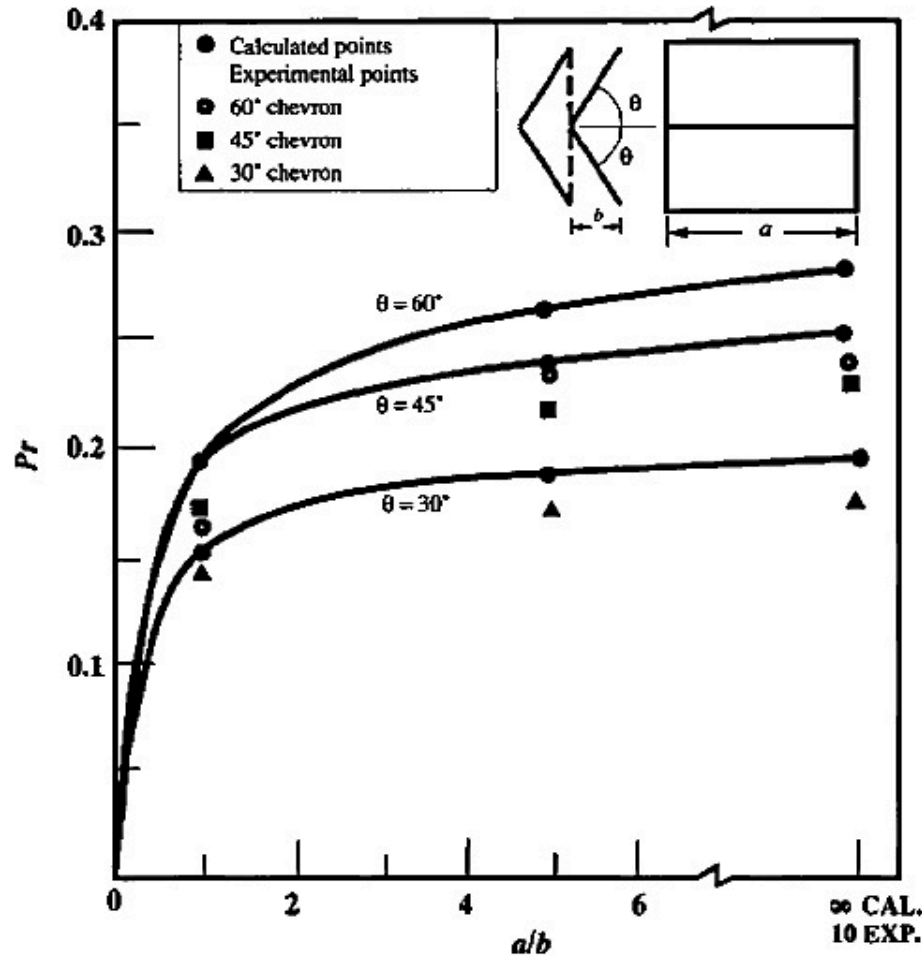
# Condutoâncias em Fluxo Molecular



**Probabilidade de transmissão molecular de alguns componentes de vácuo – Deflectores (Baffles)**

Figure 6.8 Molecular transmission probability  $Pr$  for baffles with louver geometries. [After Levenson et al. (1960).]

# Condutoâncias em Fluxo Molecular



**Probabilidade de transmissão molecular de alguns componentes de vácuo – Deflectores (Baffles)**

Figure 6.9 Molecular transmission probability  $Pr$  for baffles with chevron geometries. [After Levenson et al. (1960).]

# Condutoâncias em Fluxo Molecular

**Probabilidade de transmissão molecular de alguns componentes de vácuo**

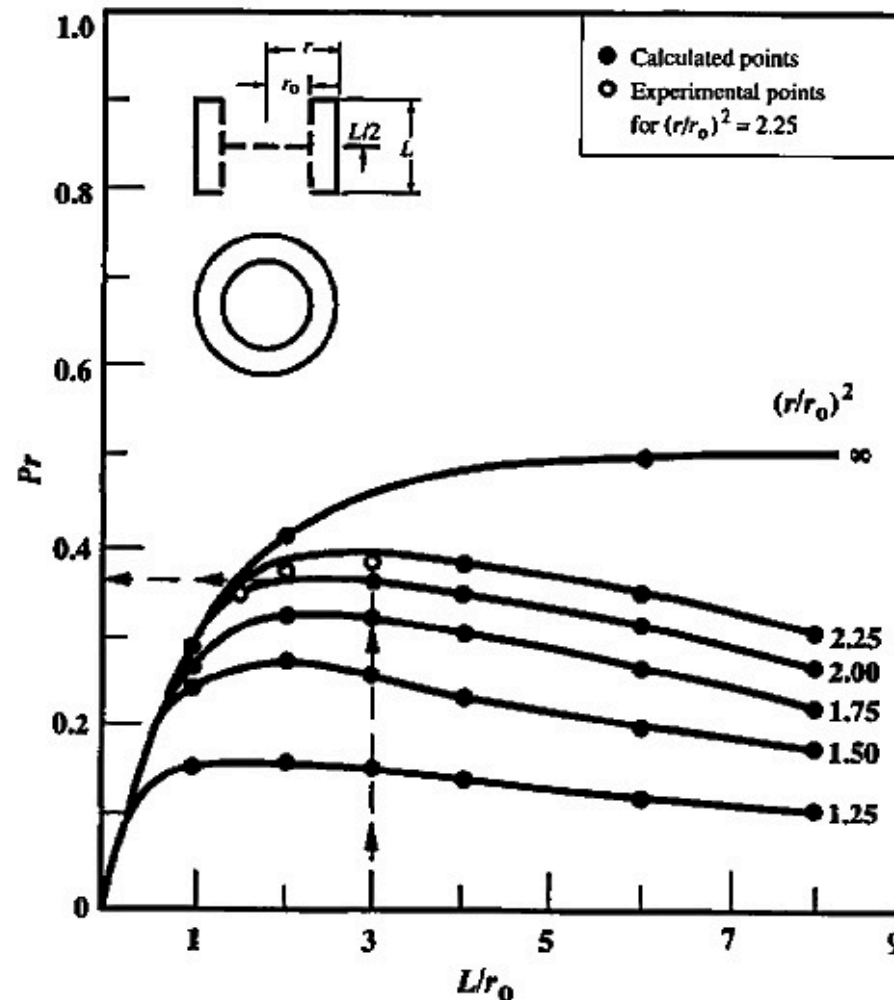
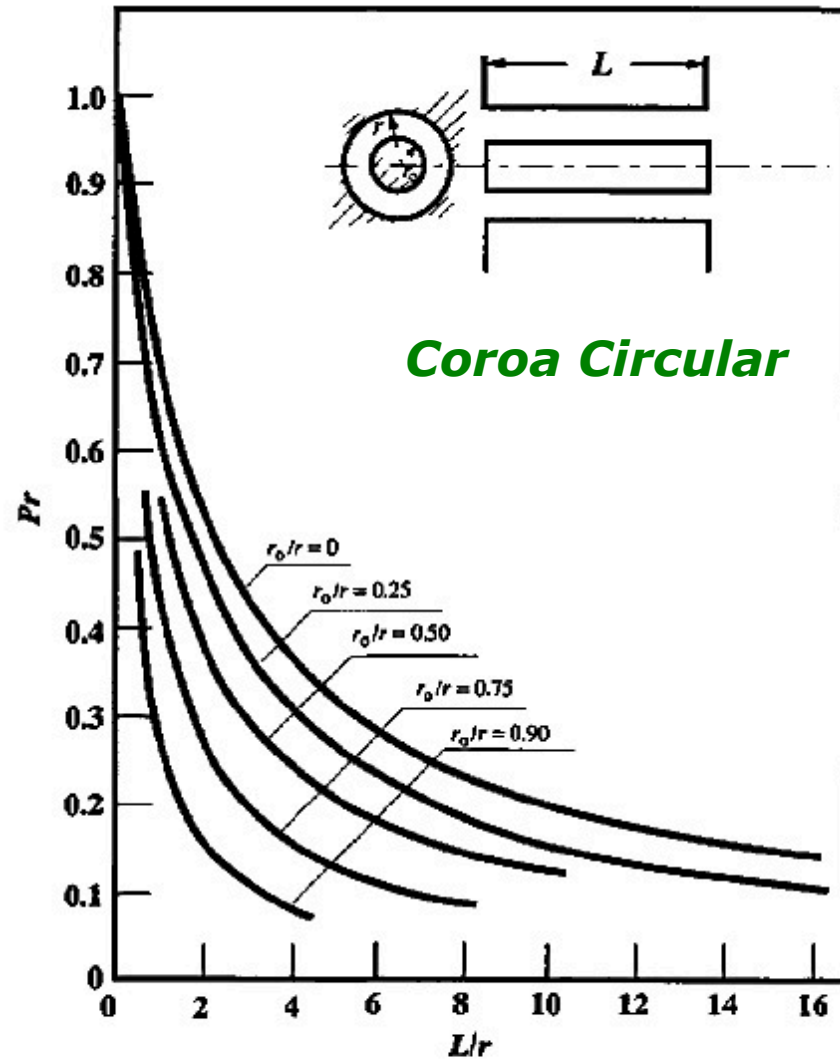


Figure 6.10 Molecular transmission probability  $Pr$  for a straight cylinder with two restricted ends and circular blocking plate. [After Levenson et al. (1960).]

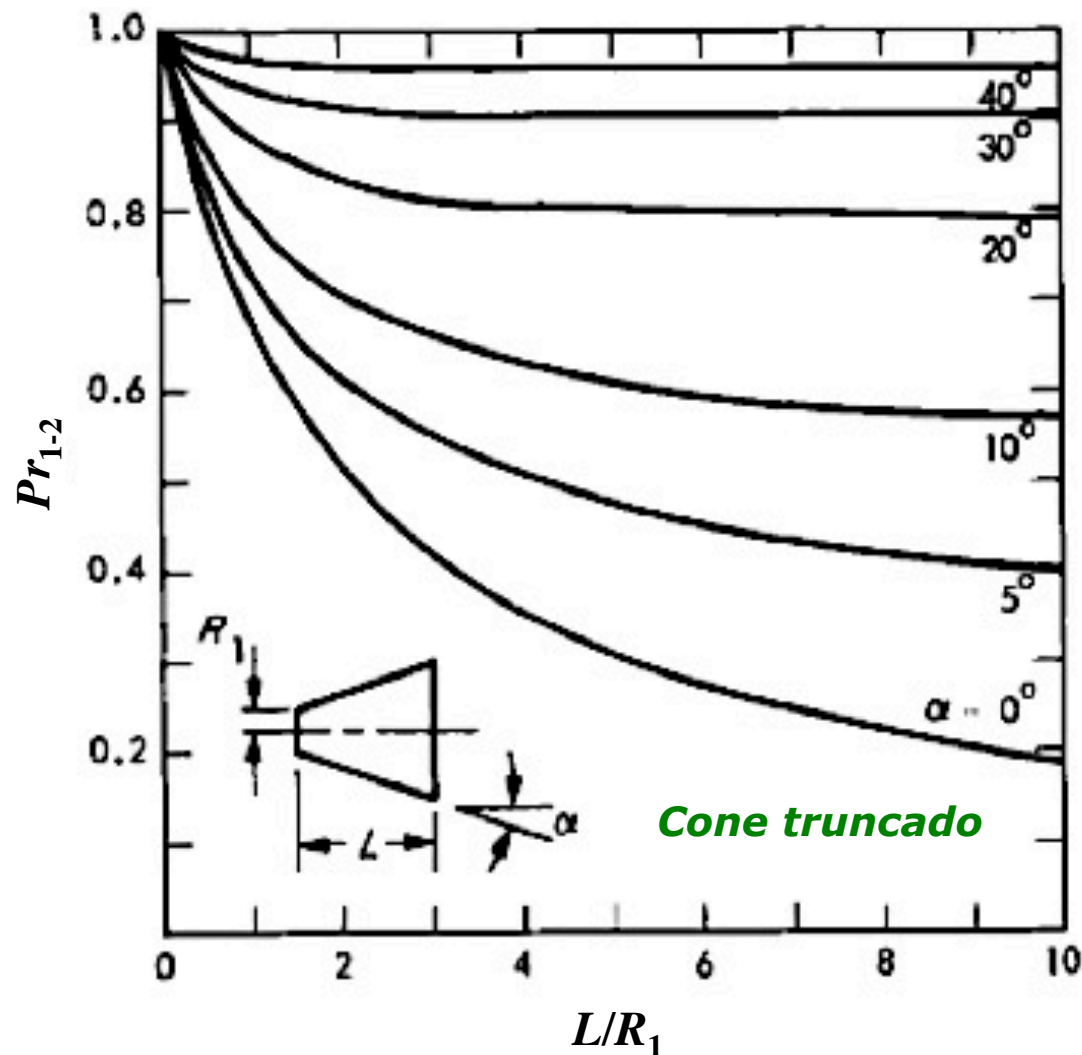
# Condutoâncias em Fluxo Molecular

**Probabilidade de transmissão**  
molecular de alguns  
componentes de vácuo



**Figure 6.16** Molecular transmission probability  $Pr$  for a cylindrical annulus. [After Levenson et al. (1960).]

## Condutâncias em Fluxo Molecular



Probabilidade de transmissão  
molecular de alguns  
componentes de vácuo

Probabilidade de transmissão para um **tubo cônico**.  $Pr_{1-2}$  refere-se à passagem de gás do lado mais pequeno para o lado maior. A probabilidade reversa (do maior para o mais pequeno) será estudada mais adiante.



# Condutâncias em Fluxo Molecular

**Probabilidade de transmissão molecular de alguns componentes de vácuo**

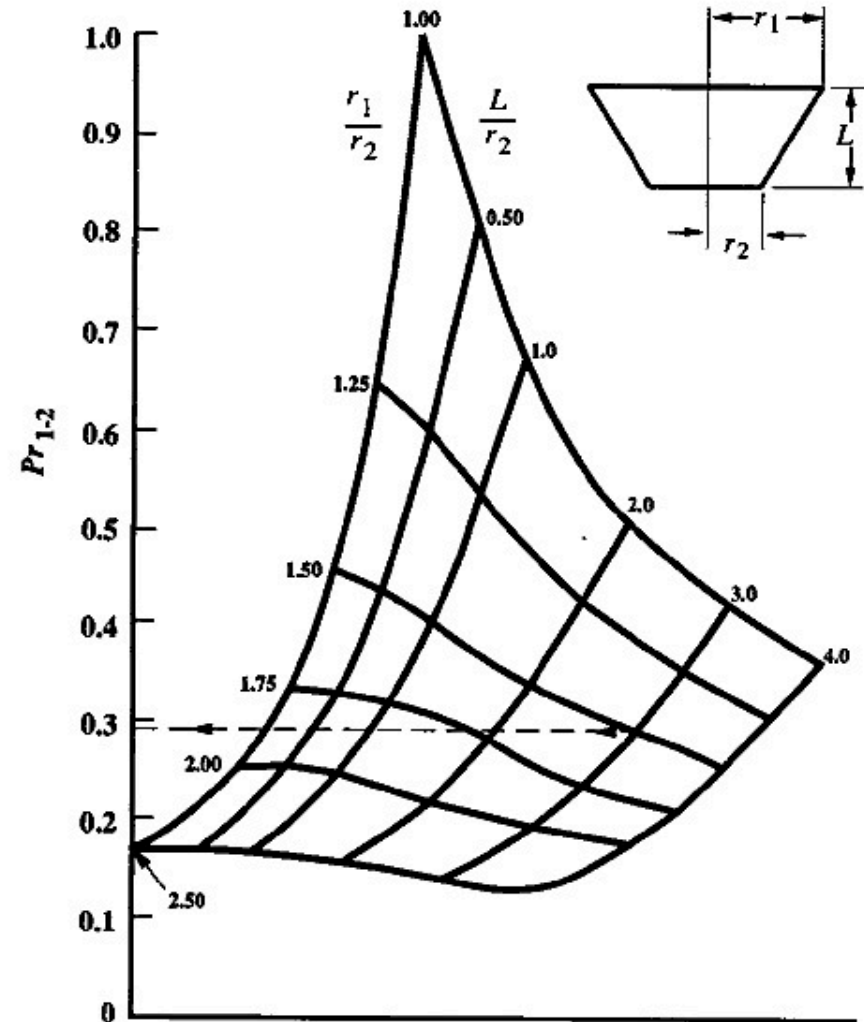
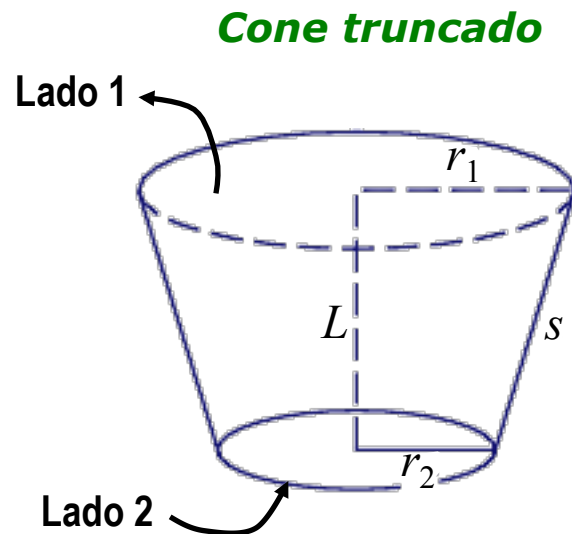


Figure 6.18 Molecular transmission probability  $Pr$  for a frustum;  $Pr_{1-2}$  refers to the passage from the larger to the smaller end. [After Davis (1961).]

## Condutâncias em Fluxo Molecular de componentes de vácuo associados em série

Foi estudado que a condutância equivalente de diferentes componentes de vácuo associados em série pode ser calculada de acordo com a seguinte equação:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_i \frac{1}{C_i} \quad (\text{I})$$

Também se estudou que a velocidade de bombeamento efetiva, **S** pode ser obtida através da equação:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{C} + \frac{1}{S_b}$$

Contudo, estas equações só seriam inteiramente válidas se fosse admitido que a condutância de um determinado componente de vácuo não seria afectada pela presença dos outros componentes adjacentes. Ora, tal não acontece.

## Condutâncias em Fluxo Molecular de componentes de vácuo associados em série

Com efeito, em muitas das linhas de vácuo ou outros elementos do circuito, tais como trapas, deflectores (baffles) e bombas, que normalmente têm um comprimento da ordem de grandeza do seu diâmetro, podem ser pensados como sendo peças curtas (orifícios com um comprimento) e por isso, o desempenho destes elementos é muito sensível à presença de outros elementos adjacentes. Por isso, o conceito de **probabilidade de transmissão**,  $Pr$  é muito útil. Neste sentido, considere-se a figura seguinte que esquematiza um reservatório que contém duas aberturas separadas.



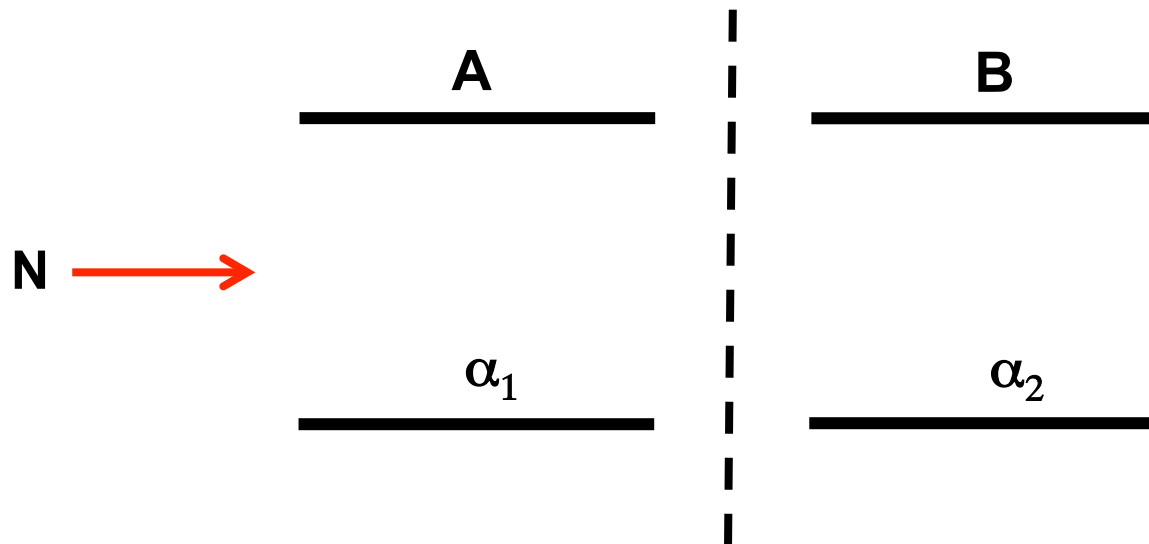
**$N$**  é o número de moléculas que entram através da abertura do lado esquerdo e  **$\alpha N$**  corresponde ao número de moléculas que abandona a abertura oposta. A probabilidade de transmissão é denotada por  $\alpha$  por uma questão de simplificação de escrita.

# Condutâncias em Fluxo Molecular de componentes de vácuo associados em série

Se  $N$  moléculas entrarem pela abertura da esquerda, então  $\alpha N$  irão eventualmente sair pela abertura oposta (da direita), enquanto que  $(1-\alpha)N$  retornarão à abertura inicial.



- Considere-se agora dois tubos ligados em série como os que estão esquematicamente representados na figura seguinte.



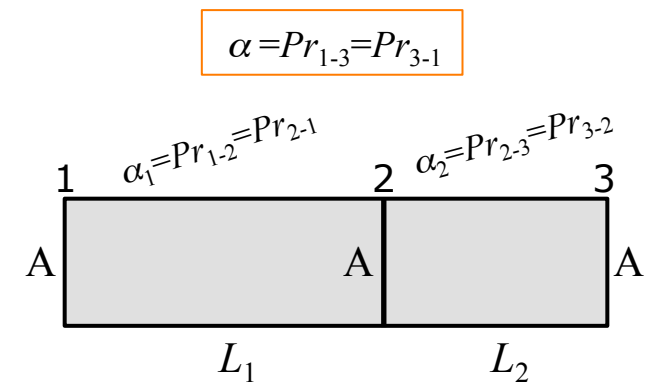
# Condutâncias em Fluxo Molecular de componentes de vácuo associados em série

Das  $N$  moléculas que entram em A (ver figura da pág. anterior),  $N\alpha_1$  passam para B e  $N(1-\alpha_1)$  // isto é,  $(N-N\alpha_1)$  // regressam novamente ao reservatório de onde provinham. Das  $N\alpha_1$  moléculas que entram em B,  $N\alpha_1\alpha_2$  emergem pelo lado direito de B, enquanto que  $(N\alpha_1-N\alpha_1\alpha_2)=N\alpha_1(1-\alpha_2)$  tentam regressar a A. Destas,  $[N\alpha_1(1-\alpha_2)-N\alpha_1(1-\alpha_2)\alpha_1]=N\alpha_1(1-\alpha_2)(1-\alpha_1)$  entram novamente em B e  $N\alpha_1\alpha_2(1-\alpha_2)(1-\alpha_1)$  emergem outra vez pelo lado direito de B. Prosseguindo sempre desta maneira, verifica-se que o número total de moléculas que passam através dos tubos (**em série**) desde o lado esquerdo até ao lado direito é dado pela série infinita:

$$N\alpha = N\alpha_1\alpha_2 \left[ 1 + (1-\alpha_1)(1-\alpha_2) + (1-\alpha_1)^2(1-\alpha_2)^2 + \dots \right]$$

$$\alpha \approx \frac{\alpha_1\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_1\alpha_2} \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} = \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} - 1 \right) \quad \text{(II)}$$

**Probabilidade de transmissão de dois componentes** de vácuo associados em série (ex. dois tubos com áreas de secção iguais ( $A_1=A_2=A$ ) mas com diferentes comprimentos  $L_1$  e  $L_2$ ).



$$\frac{1}{Pr_{1-3}} = \left( \frac{1}{Pr_1} + \frac{1}{Pr_2} - 1 \right)$$

## Condutâncias em Fluxo Molecular de componentes de vácuo associados em série

- A tabela seguinte compara os valores da **probabilidade de transmissão**, calculados através da equação (II) e da equação (I), com o valor correto obtido por Clausing (através de métodos estatísticos) para dois tubos curtos associados em série.

**Nota:** Na tabela, os valores de  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são os que constam na coluna (2) da pág. 103.

$L_1/r_1$	$L_2/r_2$	Valores de Clausing			$\alpha$ calculado		Erro (%)	
		$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha$	Eq. (I)	Eq. (II)	Eq. (I)	Eq. (II)
0,5	0,5	0,801	0,801	0,672	0,401	0,669	40,3	0,5
1,0	1,0	0,672	0,672	0,514	0,336	0,507	34,6	1,4
4	4	0,359	0,359	0,232	0,180	0,219	22,4	5,6
8	8	0,232	0,232	0,137	0,116	0,131	15,3	4,4
20	20	0,114	0,114	0,061	0,057	0,060	6,6	1,7
4	1	0,359	0,672	0,315	0,234	0,305	25,7	3,2
4	4	0,359	0,359	0,232	0,180	0,219	22,4	5,6
4	8	0,359	0,232	0,172	0,141	0,164	18,0	4,6
4	16	0,359	0,137	0,114	0,099	0,110	12,7	3,1

# Condutâncias em Fluxo Molecular de componentes de vácuo associados em série

A **Probabilidade de transmissão** de **vários** componentes de vácuo associados em série (ex. vários tubos com áreas de secção iguais ( $A_1=A_2=\dots=A_n = A$ ) mas com diferentes comprimentos  $L_1, L_2, \dots, L_n$  é dada pela seguinte equação:

$$\frac{1 - Pr_{1-n}}{Pr_{1-n}} = \frac{1 - Pr_1}{Pr_1} + \frac{1 - Pr_2}{Pr_2} + \dots + \frac{1 - Pr_n}{Pr_n}$$

(adimensional)

Donde

$$C = C_{\text{orificio}} \times Pr_{1-n}$$

ou também pode ser escrito da seguinte forma (conforme aparece muitas vezes escrito na literatura):

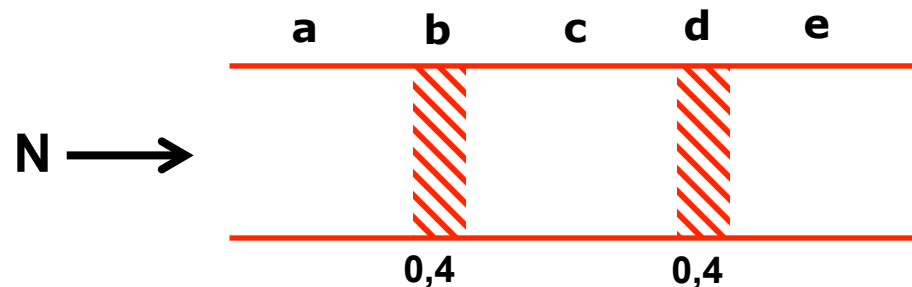
$$\frac{1 - \alpha}{\alpha} = \frac{1 - \alpha_1}{\alpha_1} + \frac{1 - \alpha_2}{\alpha_2} + \dots + \frac{1 - \alpha_n}{\alpha_n}$$

onde

$$\begin{cases} \alpha = Pr_{1-n} = Pr_{n-1} \\ \alpha_1 = Pr_1 = Pr_{1-2} = Pr_{2-1} \\ \alpha_2 = Pr_2 = Pr_{2-3} = Pr_{3-2} \\ \vdots \end{cases}$$

## Condutâncias em Fluxo Molecular de componentes de vácuo associados em série

**Exercício:** Determine a probabilidade de transmissão do tubo esquematizado na figura abaixo ilustrada que, no seu interior, contém dois deflectores (baffles). Considere que os segmentos do tubo "a", "c" e "e" têm um comprimento  $L$  igual ao seu diâmetro e que o valor de  $P_r$  referente a cada uma das baffles é igual a 0,4 (extraído do gráfico da pág. 108 onde nesse caso  $(a/b) > 6$ ).



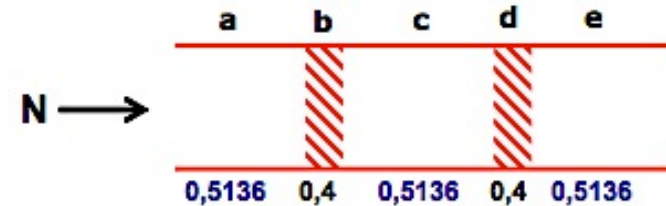
**Resolução:** A tabela apresentada na pág. 103 lista os valores de  $P_r$  para diferentes razões de  $L/r$ . Para o caso que está a ser estudado, cada um dos segmentos do tubo "a", "c" e "e" apresentam valores de  $L/r = (2 r/r) = 2$ . Adoptando os valores calculados por Clausing (2ª coluna da tabela da pág. 103), verifica-se que para  $L/r = 2$ , o valor de  $P_r = 0,5136$ .



# Condutâncias em Fluxo Molecular de componentes de vácuo associados em série

Recorde-se que a condutância é directamente proporcional à probabilidade de transmissão, ou seja:

$$C = C_{\text{orifício}} \times Pr_{1-n}$$



- Se optássemos pela solução convencional de calcular a condutância equivalente de 5 componentes associados em série (e por isso a probabilidade de transmissão global), seria obtido o seguinte valor:

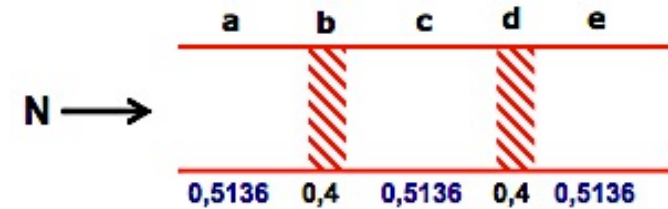
$$\frac{1}{Pr_{1-n}} = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3} + \frac{1}{\alpha_4} + \frac{1}{\alpha_5} \quad \text{onde} \quad \begin{cases} \alpha_1 = \alpha_3 = \alpha_5 = 0,5136 \\ \alpha_2 = \alpha_4 = 0,4 \end{cases}$$

Donde:

$$\frac{1}{\alpha} = \left[ \left( 3 \times \frac{1}{0,5136} \right) + \left( 2 \times \frac{1}{0,4} \right) \right] \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} = 10,84 \rightarrow \alpha \approx 0,0923$$

## Condutâncias em Fluxo Molecular de componentes de vácuo associados em série

- Alternativamente, se optássemos por considerar os três segmentos do tubo "a", "c" e "e" como apenas um só tubo de comprimento  $L = (2r + 2r + 2r) = 6r$ , então a razão  $L/r = 6$ .



Nestas condições, para um tubo que tivesse uma razão  $L/r = 6$ , a 2ª coluna da tabela da pág. 103 (valores de Clausing) apresenta um valor de  $Pr = 0,2807$ . Nestas circunstâncias, a probabilidade de transmissão global seria:

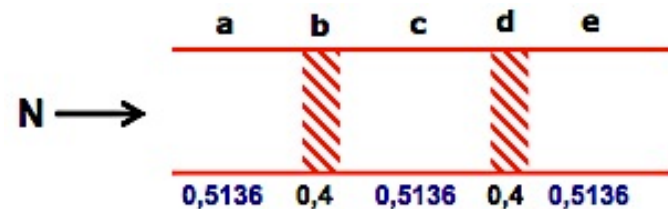
$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3} \quad \text{onde} \quad \begin{cases} \alpha_1 = 0,2807 \\ \alpha_2 = \alpha_3 = 0,4 \end{cases}$$

Donde:

$$\frac{1}{\alpha} = \left[ \frac{1}{0,2807} + \left( 2 \times \frac{1}{0,4} \right) \right] \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha} = 8,56 \rightarrow \alpha \approx 0,117$$

# Condutâncias em Fluxo Molecular de componentes de vácuo associados em série

Os pressupostos anteriormente estabelecidos **não** estão corretos já que a função das duas baffles consiste em aleatorizar (espalhar ou deflectir) o fluxo. Por isso, na figura, existem 5



segmentos individuais onde cada um deles deve ser tratado como tendo um fluxo de entrada com distribuição uniforme. Ou seja, um observador colocado num ponto da seção "e", olhando para trás, em direção à entrada, irá ver uma distribuição uniforme de moléculas provenientes das alhetas em "d".

- Nestas condições, a probabilidade de transmissão global é obtido da seguinte forma:

$$\frac{1-\alpha}{\alpha} = \frac{1-\alpha_1}{\alpha_1} + \frac{1-\alpha_2}{\alpha_2} + \frac{1-\alpha_4}{\alpha_4} + \frac{1-\alpha_5}{\alpha_5} \quad \text{onde} \quad \begin{cases} \alpha_1 = \alpha_3 = \alpha_5 = 0,5136 \\ \alpha_2 = \alpha_4 = 0,4 \end{cases}$$

$$\text{Donde: } \frac{1-\alpha}{\alpha} = \left[ 3 \times \left( \frac{1-0,5136}{0,5136} \right) + 2 \times \left( \frac{1-0,4}{0,4} \right) \right] \Leftrightarrow \frac{1-\alpha}{\alpha} = 5,84 \rightarrow \alpha \approx 0,146$$

# Condutâncias em Fluxo Molecular de componentes de vácuo associados em série

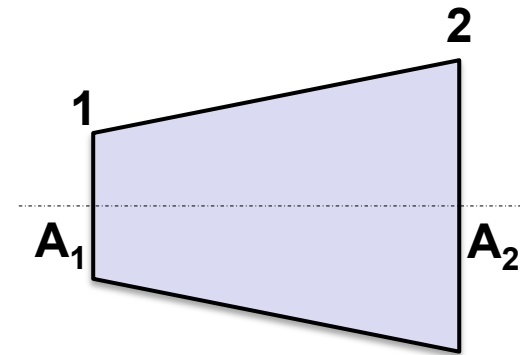
A condutância molecular de componentes de vácuo pode ser calculada a partir da determinação da condutância molecular através de um orifício desde que a probabilidade de transmissão,  $Pr$  das moléculas que atravessam ambos os lados desse componente seja conhecida. Para um componente de vácuo simples, como o que está ilustrado na figura com **áreas de secção transversal diferentes**,  $A_1$  e  $A_2$ , que ligam volumes a muito baixa pressão, verifica-se a seguinte relação:

$$C_{tubo} = C_{orificio} \times Pr$$

$$A_1 Pr_{1-2} = A_2 Pr_{2-1}$$

Na equação,  $Pr_{1-2}$  corresponde à probabilidade de que uma molécula que entre no componente através da secção transversal  $A_1$ , seja capaz de abandonar esse componente através da da secção transversal  $A_2$ ; na mesma equação,  $Pr_{2-1}$  é a probabilidade de que uma molécula que entre no componente através da secção transversal  $A_2$ , seja capaz de abandonar esse componente através da da secção transversal  $A_1$ . Quando  **$A_1 = A_2$**  então:

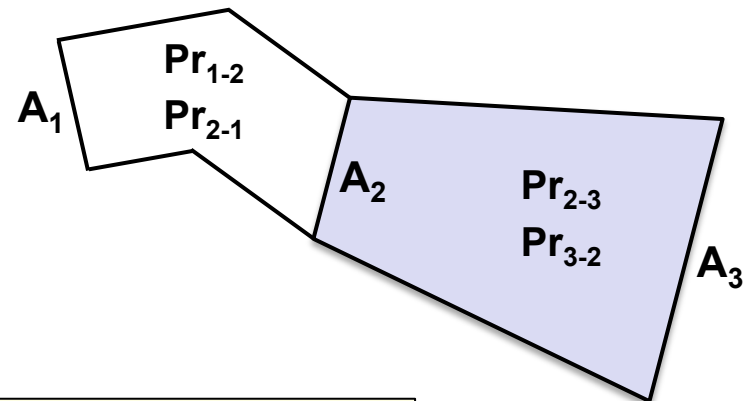
$$Pr_{1-2} = Pr_{2-1} \quad (\text{adimensional})$$



# Condutâncias em Fluxo Molecular de componentes de vácuo associados em série

A Probabilidade de transmissão de dois componentes de vácuo associados em série e com diferentes formas geométricas (ver figura) é dada pela seguinte equação:

$$\Pr_{1-3} = \frac{\Pr_{1-2} \Pr_{2-3}}{(\Pr_{2-1} + \Pr_{2-3} - \Pr_{2-3} \Pr_{2-1})}$$



Atendendo a que  $A_1 \Pr_{1-2} = A_2 \Pr_{2-1}$

Obtém-se:

$$\Pr_{1-3} = \frac{\Pr_{1-2} \Pr_{2-3}}{\left[ \left( \frac{A_1}{A_2} \right) \Pr_{1-2} + \Pr_{2-3} - \left( \frac{A_1}{A_2} \right) \Pr_{1-2} \Pr_{2-3} \right]}$$

com  $\Pr_{3-1} = \left( \frac{A_1}{A_3} \right) \Pr_{1-3}$

Por isso  $C = C_{\text{orificio}} \times \Pr_{1-3} \quad (l \cdot s^{-1})$

## Descrição quantitativa do processo de bombeamento

Num sistema de vácuo, o **fluxo total**,  $Q_T$  é em geral, o somatório de fluxos de várias origens, dado pela expressão:

$$Q_T = Q + Q_d + (Q_e + Q_{Fug} + Q_{Per}) \quad [mbar \, l \, s^{-1}]$$

$Q$  – Corresponde aos gases existentes inicialmente no volume a bombear

$Q_e$  – corresponde ao gás que é produzido por evaporação dos materiais

$Q_{Fug}$  – corresponde à entrada de gás devido à existência de fugas

$Q_{Per}$  – corresponde à entrada de gás devido à permeabilidade dos materiais da câmara de vácuo

$Q_d$  – Corresponde à desgaseificação dos materiais. Uma vez que todos os materiais adsorvem gases da atmosfera que os rodeia, especialmente vapor de água, oxigénio e azoto.

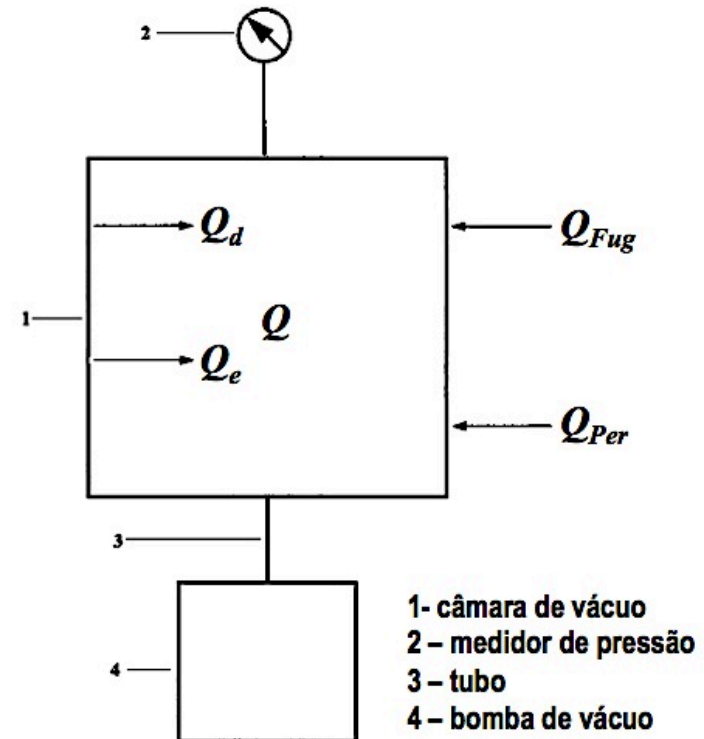
## Descrição quantitativa do processo de bombeamento

- A expressão correspondente ao fluxo total pode ser escrita da seguinte maneira:

$$Q_T = Q + Q_d + Q_f \quad [mbar \ l \ s^{-1}]$$

$Q_f$  – Corresponde à contribuição devida à entrada contínua de gás no sistema, isto é, a fugas, evaporação e permeabilidade dos materiais que constituem o sistema de vácuo.

$$Q_f = Q_e + Q_{Fug} + Q_{Per}$$



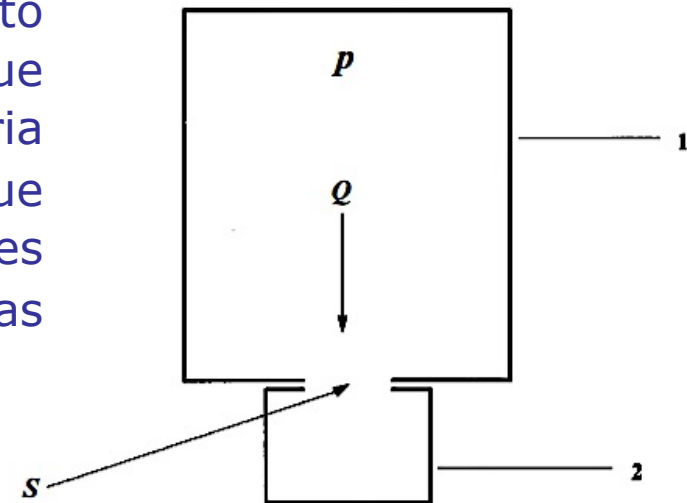
## Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

Foi já referido que a pressão num volume  $V$  está relacionada com o fluxo de gás, através da seguinte expressão:

$$p = \frac{Q + Q_d + Q_f}{S}$$

onde  $S$  representa a velocidade de bombeamento efetiva à pressão  $p$ . Admite-se a hipótese de que a velocidade de bombeamento efetiva não varia de ponto para ponto do volume a bombear e que se mantém constante no intervalo de pressões considerado. Admite-se ainda que são satisfeitas as seguintes condições:

- ❑ A bomba e a câmara estão diretamente ligadas (ver figura);
- ❑ A temperatura da câmara é constante.



- 1) Câmara de vácuo
- 2) Bomba diretamente ligada à câmara ( $S$  – velocidade de bombeamento efetiva,  $Q$  – fluxo de gás dentro da câmara,  $p$  – pressão do gás dentro da câmara de vácuo).



## Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

Analisa-se em seguida, separadamente, várias situações muito frequentes no funcionamento de sistemas de vácuo.

Considere-se um estado onde a pressão esteja a diminuir ao longo do tempo, contudo antes de ser atingido um estado estacionário. Num dado instante, considere  $p$  a pressão dentro da câmara de volume  $V$  que diminui para um valor  $(p - dp)$  durante um pequeno intervalo de tempo  $dt$ . A seguinte "equação" qualitativa descreve completamente o sistema:

*"A variação da quantidade de gás dentro da câmara num intervalo de tempo  $dt$ , é igual à quantidade de gás removido pela bomba menos a quantidade de gás que entra para dentro da câmara a partir de outras fontes (ex. fugas, desgaseificação, etc..)."*

$$-V \left( \frac{dp}{dt} \right) = S p - (Q_d + Q_f) \quad (I)$$

*Trata-se da equação fundamental do fluxo que pode ser usada para estimar o vácuo alcançado e os respectivos tempos de bombeamento.*

## Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

### CASO A

Considera-se que não existe contribuição devida à entrada contínua de gás no sistema. Na verdade, quando um sistema é bombeado a partir da atmosfera, numa primeira fase, a parcela  $Q$ , devida aos gases existentes nesse volume, predomina sobre as outras ( $Q \gg Q_d + Q_f$ ), que se podem desprezar. Nesta condição tem-se:

$$Sp = Q$$

Devido à acção de bombeamento a pressão diminui no tempo à razão  $(dp/dt)$  e a quantidade de gás bombeada é dada por:

$$Q = -V(dp/dt) = Sp$$

A resolução desta equação diferencial conduz à expressão da variação da pressão com o tempo; senão vejamos:

# Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

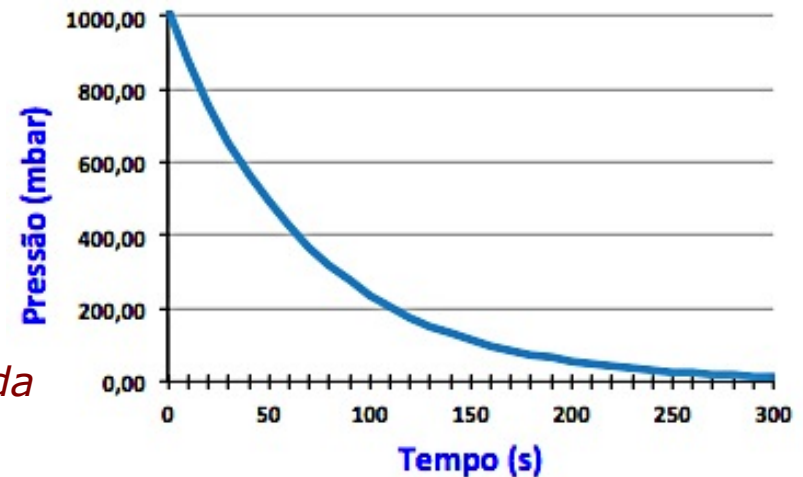
## CASO A

Considera-se ( $Q \gg Q_d + Q_f$ ), que se podem desprezar.

$$-V(dp/dt) = Sp \Leftrightarrow (dp/dt) = -(S/V)p \Leftrightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{S}{V}dt$$

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = -\frac{S}{V} \int_0^t dt \rightarrow [\ln p]_{p_0}^p = -\frac{S}{V}t \rightarrow \ln \frac{p}{p_0} = -\frac{S}{V}t$$

$$\frac{p}{p_0} = e^{-\frac{S}{V}t} \Leftrightarrow p = p_0 \exp\left[-(S/V)t\right] \quad (\text{mbar})$$



## CASO A

a) Tempo decorrido até se atingir uma determinada pressão

A partir da expressão anterior pode-se escrever:  $\ln(p/p_0) = -(S/V)t$

donde  $(\ln p - \ln p_0) = -(S/V)t \Leftrightarrow -(\ln p_0 - \ln p) = -(S/V)t$ , ou seja:

$$\ln(p_0/p) = (S/V)t$$

# Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

## CASO A

a) Tempo decorrido até se atingir uma determinada pressão

**Bomba rotatória (mecânica): valores de pressão elevados**

$$\ln(p_0/p) = (S/V)t \Leftrightarrow t = (V/S)\ln(p_0/p) \Leftrightarrow t = 2,3 (V/S)\log(p_0/p)$$

Os valores de  $t$  calculados através da equação anterior são exatos dentro de um intervalo de alguns segundos a partir do início do processo de bombeamento até que a pressão dentro da câmara diminua até atingir o valor de pressão de aproximadamente **13 mbar**. Para pressões inferiores a 13 mbar, quando os fenómenos de desgaseificação começam a ser significativos, é possível obterem-se valores razoavelmente satisfatórios desde que se multiplique  $t$  (equação anterior) por:

$$\begin{array}{l} 1,5 \text{ quando } 6,7 \times 10^{-1} \text{ mbar} < p < 13 \text{ mbar} \\ 2,0 \text{ quando } 6,7 \times 10^{-2} \text{ mbar} < p < 6,7 \times 10^{-1} \text{ mbar} \\ 4,0 \text{ quando } 1,3 \times 10^{-3} \text{ mbar} < p < 6,7 \times 10^{-2} \text{ mbar} \end{array}$$

# Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

## CASO A

Nas expressões anteriores considerou-se que  $S$  não variava apreciavelmente entre  $p_0$  e  $p$ . Se tal condição não se verificar, o intervalo entre  $p_0$  e  $p$  terá de ser decomposto em pequenos intervalos dentro dos quais  $S$  é constante, de modo a que a fórmula possa ser aplicada em cada um. O tempo total será então:

$$t = \sum_i t_i = V \sum_i \frac{1}{S_{i,i+1}} \ln \left( \frac{p_i}{p_{i+1}} \right)$$

em que  $S_{i,i+1}$  corresponde à velocidade média de bombeamento tomado no intervalo  $[p_i, p_{i+1}]$ .

# Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

## CASO A

*b) Tempo necessário para reduzir a pressão até um valor específico*

Seja  $\tau = V/S$  a denominada **constante de tempo** do sistema.

O tempo necessário para que a pressão se reduza a 36,7% ( $e^{-1}$ ) do seu valor inicial é a denominada constante de tempo do sistema, ou seja:

$$\frac{p}{p_0} = e^{-\frac{S}{V}t} \Leftrightarrow p = p_0 e^{-\frac{t}{(V/S)}} \Leftrightarrow p = p_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Quando  $t = \tau$  obtém-se:  $p = p_0 e^{-1} \Leftrightarrow p = \frac{p_0}{e}$

## CASO A

*c) Tempo necessário para reduzir a pressão até metade do seu valor inicial*

Tempo de meia-vida ( $\tau_{1/2}$ ), ou tempo para reduzir **p** a metade do seu valor inicial:

# Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

## CASO A

*c) Tempo necessário para reduzir a pressão até metade do seu valor inicial*

**Tempo de meia-vida ( $\tau_{1/2}$ )**

$$p = (p_0/2) \Rightarrow (p_0/2) = p_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \Leftrightarrow 2 = e^{\frac{t}{\tau}}$$

**donde**

$$\frac{t}{\tau} = \ln 2 \Leftrightarrow t = \tau_{1/2} = (\ln 2) \tau \Leftrightarrow t = \tau_{1/2} = 0,693 \tau \Leftrightarrow \tau_{1/2} = 0,693 (V/S)$$

É importante referir que a equação da **pág. 131** pode também ser usada para determinar a velocidade de bombeamento **S** necessária para evacuar um determinado volume até se atingir uma determinada pressão ao fim de um determinado intervalo de tempo específico. Senão vejamos:

$$\ln(p/p_0) = -(S/V)t \Leftrightarrow \ln(p_0/p) = (S/V)t \rightarrow S = (V/t)\ln(p_0/p)$$

## Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

**Exercício - Considere o caso A:** Se o volume de 1000 litros tiver de ser bombeado desde a pressão atmosférica até 13 mbar em 5 min = 300 s, a velocidade de bombeamento terá de ser

$$S = (V/t) \ln(p_0/p) \Rightarrow S = (1000/300) \ln(1013/13) \approx 14,52 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1} = 871,2 \text{ l} \cdot \text{min}^{-1}$$

- **Nota:** Quando um sistema atinge o **estado estacionário** ( $dp/dt=0$ ), a velocidade de bombeamento dos gases dentro do volume da câmara (extração dos gases) é igual à velocidade de entrada de gases para dentro desse mesmo volume (fugas, evaporação, desgaseificação, etc.). Nestas condições:

$$0 = Sp - (Q_d + Q_f) \Rightarrow Sp = (Q_d + Q_f) \rightarrow p_u = (Q_d + Q_f)/S \Leftrightarrow p_u = Q_0/S$$

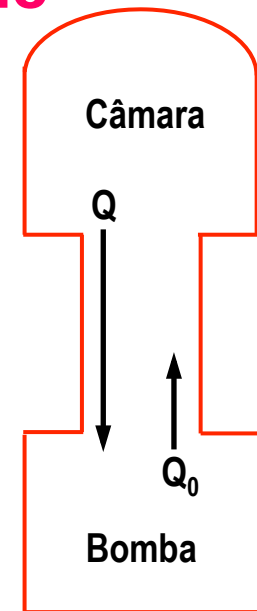
Em que  $p_u$  representa a pressão última (limite) do sistema (estado estacionário) e  $(Q_0 = Q_d + Q_f)$  corresponde às contribuições dos fluxos de desgaseificação, fugas, evaporação e permeabilidade que **variam muito lentamente no tempo** e por isso, numa primeira aproximação, pode ser considerada **constante**.



## Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

A baixas pressões, a velocidade de bombeamento  $S$  diminui ao longo do tempo (sendo  $S_{\max}$ , a velocidade máxima de bombeamento que é constante num largo intervalo de pressões – da pressão atmosférica até  $\sim 10^{-1}$  mbar) devido a processos de desgaseificação, ou fugas e por isso, há um fluxo de entrada na câmara (de retorno),  $Q_0$ . Esta situação pode ser traduzida pela seguinte equação:

$$pS(p) = Q_{ef} = pS_{\max} - Q_0$$



Onde  $Q_{ef}$  representa o fluxo efectivo. Quando  $Q_0 = pS_{\max} \rightarrow S(p) = 0$ . Este ponto é atingido quando  $p = p_u$ . Pode-se então escrever:

$$pS(p) = Q_{ef} = pS_{\max} - p_u S_{\max} \Leftrightarrow S(p) = S_{\max} - \frac{p_u}{p} S_{\max} \Leftrightarrow S(p) = S_{\max} \left( 1 - \frac{p_u}{p} \right)$$

Se em vez de  $S(p)$  for usado a notação  $S_{ef}$  então:

$$S_{ef} = \frac{Q_{ef}}{p} = S_{\max} \left( 1 - \frac{p_u}{p} \right) \quad (II)$$

*A velocidade de bombeamento (efetiva) diminui (tende para zero) à medida que a pressão do sistema se aproxima da pressão final característica da bomba ( $p_u$ ).*

# Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

## CASO B

Quando as contribuições de  $Q_0 = (Q_d + Q_f)$  são importantes em comparação com  $Q$ , o que acontece volvida a primeira fase de bombeamento (pré-vácuo), a evolução da pressão no sistema passa a ser traduzida pela equação:

$$-V(dp/dt) = p S_{ef} - (Q_f + Q_d) \quad \text{(III)}$$

Nesta situação, pode-se admitir que as contribuições de  $Q_d + Q_f = Q_0$  (gás que entra para o sistema) variam ou muito lentamente com o tempo ou podem-se considerar **constantes**. Tal condição pode advir de duas situações: ou porque existe um grande fuga e portanto,  $Q_0 = Q_f = \text{constante}$  (e  $Q_d = 0$ ) ou porque em situações de alto vácuo (HV) ou ultra-alto-vácuo (UHV),  $Q_0 = Q_d$  (e  $Q_f = 0$ ), e o valor varia muito lentamente no tempo quando comparado o com o principal fluxo de gás ( $Q$ ) que é bombeado do sistema. Na análise que se efetuará, o efeito do fluxo  $Q_0$  será dividido e avaliado separadamente em dois termos:  $Q_f$  (fuga constante que entra para o sistema) e  $Q_d$  (desgaseificação que varia no tempo).

Considere-se a **primeira situação** ( $Q_f = Cte.$ ). Inserindo a equação **(II)** da página anterior, na equação **(III)** obtém-se:

$$V(dp/dt) = Q_f - p S_{ef} \rightarrow V(dp/dt) = Q_f - p S_{\max} (1 - p_u/p) \rightarrow V(dp/dt) = Q_f - p S_{\max} + p_u S_{\max}$$

$$\text{ou seja: } V(dp/dt) = -S_{\max} \left[ (p - p_u) - \frac{Q_f}{S_{\max}} \right]$$

# Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

## CASO B

Para resolver esta equação, fazamos a seguinte mudança de variável:

$$\text{Seja } z = \left[ (p - p_u) - (Q_f / S_{\max}) \right] \Rightarrow dz/dt = (dp/dt)$$

$$\text{e para } p = p_1 \Rightarrow z_1 = \left[ (p_1 - p_u) - (Q_f / S_{\max}) \right]$$

Em que  $p_1$  corresponde à pressão no instante inicial ( $t=0$ ) e  $t$  corresponde ao intervalo de tempo em que o sistema atinge a pressão  $p$ . Por isso:

$$V(dz/dt) = -S_{\max} z \Leftrightarrow dz/z = -(S_{\max}/V) dt \Rightarrow \left[ \ln z \right]_{z_1}^z = -(S_{\max}/V)t \Leftrightarrow \ln(z/z_1) = -(S_{\max}/V)t$$

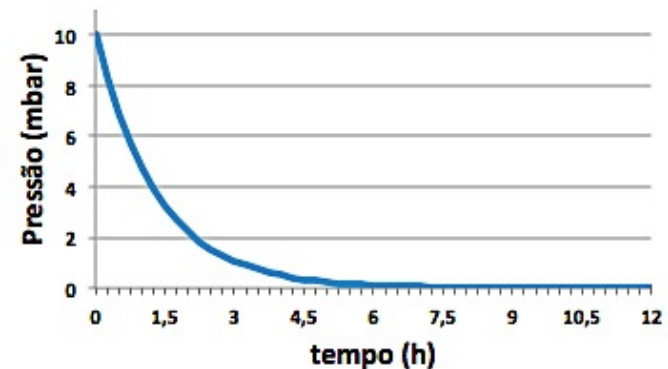
donde:

$$z/z_1 = e^{-(S_{\max}/V)t} \Leftrightarrow z = z_1 e^{-(S_{\max}/V)t} \Leftrightarrow \left[ (p - p_u) - (Q_f / S_{\max}) \right] = \left[ (p_1 - p_u) - (Q_f / S_{\max}) \right] e^{-(S_{\max}/V)t}$$

Por isso:

$$p = \left( p_u + \frac{Q_f}{S_{\max}} \right) + \left[ (p_1 - p_u) - \frac{Q_f}{S_{\max}} \right] e^{-(S_{\max}/V)t}$$

(IV)



## Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

### CASO B

A última expressão mostra que a pressão decresce exponencialmente com o tempo e que após ter decorrido um intervalo de tempo suficientemente longo os termos que contêm as exponenciais tendem para zero e a pressão última da câmara,  $P_{u,câmara}$  é atingida:

$$P_{u,câmara} = P_{u,bomba} + \frac{Q_f}{S_{max}}$$

Evidentemente que num sistema onde não ocorram fugas (não existem fontes adicionais de gases):

$$Q_f = 0 \Rightarrow P_{u,câmara} = P_{u,bomba}$$

Finalmente, resolvendo em ordem ao tempo a equação **(IV)** da pág. anterior, é possível calcular o tempo de bombeamento que é necessário decorrer para reduzir a pressão do valor  $p_1$  ao valor  $p$ .

$$t = (V/S_{max}) \ln \left[ \frac{(p_1 - p_u) - \left(\frac{Q_f}{S_{max}}\right)}{(p - p_u) - \left(\frac{Q_f}{S_{max}}\right)} \right] \quad (V)$$

# Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

## CASO B

Considere-se agora a **segunda situação** que corresponde à existência de um processo de desgaseificação,  $Q_d$ . Na prática, é possível estimar razoavelmente o tempo total de bombeamento desde que seja considerado a ocorrência dos dois seguintes processos:

- 1) Remoção do gás a partir do volume da câmara de vácuo ( $t'_1$ );
  - 2) Remoção de gás que advém da desgaseificação das superfícies metálicas **expostas ao alto vácuo** ( $t'_2$ ). Nesta situação o gás escoa em regime molecular (muito baixas pressões).
- O tempo de bombeamento para cada processo é calculado como se este fosse o único processo a ocorrer a velocidade constante. Por isso, o tempo total de bombeamento é ( $t = t'_1 + t'_2$ ). Por exemplo, se uma câmara de volume  $V$  for evacuada a partir de uma pressão  $p_1$  até à pressão  $p$ , o tempo ( $t'_1$ ) é calculado a partir da equação (**V**) da página anterior.
  - O tempo ( $t'_2$ ) é calculado a partir de constantes de desgaseificação específicas:

$$t'_2 = \frac{Q_d t'}{S_{\max} \left[ p - \left( p_u + \frac{Q_f}{S_{\max}} \right) \right]} \Leftrightarrow t'_2 = \frac{Q_d t'}{S_{\max} (p - p_{u,câmara})}$$

## Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

### CASO B

Em que  $Q_d$  (mbar L s<sup>-1</sup>) é o fluxo de gás ( $\sim$ constante) devido à desgaseificação das superfícies metálicas expostas ao vácuo,  $t'$  é tomado como o tempo de desgaseificação das superfícies metálicas (com área total  $A$ ) que são expostas ao alto vácuo durante aproximadamente 3600 s ou seja, 1h),  $S_{max}$  é a velocidade de bombeamento à entrada da câmara de vácuo,  $p_u$ , é a pressão última da bomba e  $p$  é a pressão da câmara no instante  $t$ .

- ✓ O fluxo de desgaseificação  $Q_d$  é calculado a partir do fluxo de desgaseificação específico,  $q_d$  (mbar L s<sup>-1</sup> cm<sup>-2</sup>) de superfícies metálicas:

$$Q_d = q_d A$$

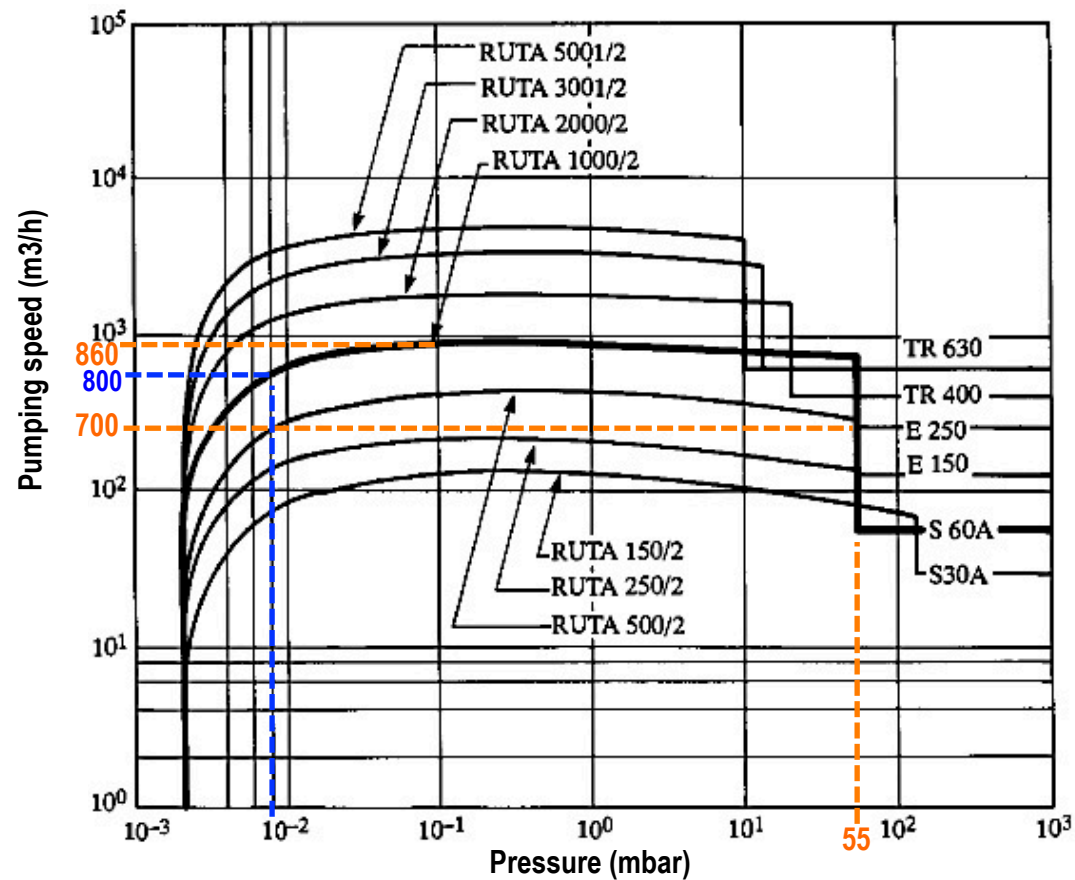
onde  $A$  (cm<sup>2</sup>) é a área total da superfície que está a ser desgaseificada.

# Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

## CASO B

**Exercício:** A figura mostra a curva da velocidade de bombeamento da associação em série de uma bomba "roots" e uma bomba rotatória.

➤ **Rotary + Roots pump (described as RUTA 1000/2)**



# Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

## CASO B

**Exercício:** Pretende-se evacuar uma câmara de vácuo ( $V=20\text{ m}^3$ ) desde a pressão atmosférica ( $p_1=1013\text{ mbar}$ ) até uma pressão  $p=10^{-1}\text{ mbar}$ . Para o efeito, utiliza-se a combinação de uma bomba rotatória e uma bomba "roots" que é ligada quando a pressão for de  $55\text{ mbar}$ . Considere que na câmara existe uma fuga constante de  $Q_f=10^{-1}\text{ mbar L s}^{-1}$ . As superfícies da câmara estão limpas e por isso não ocorre desgaseificação. Calcule o tempo total de bombeamento.

*A curva da velocidade de bombeamento da combinação das bombas está apresentada na figura anterior.*

**Bomba rotatória:**  $S_{\max}=250\text{ m}^3/\text{h}$  ( $=69\text{ L/s}$ );  $P_u=2,5\times 10^{-2}\text{ mbar}$

**"Roots"+rotatória:**  $S_{\max}=860\text{ m}^3/\text{h}$  ( $=239\text{ L/s}$ );  $P_u=2,5\times 10^{-3}\text{ mbar}$

Procedimento a efectuar:

- 1) Evacua-se até  $55\text{ mbar}$  usando apenas a bomba rotatória;
- 2) Evacua-se desde  $55$  até  $10^{-1}\text{ mbar}$  usando a combinação de bombas.

**a) Tempo de bombagem deste  $1013\text{ mbar}$  até  $55\text{ mbar}$ :**

A bomba rotatória tem velocidade constante,  $S_{\max}=69\text{ L/s}$ ; **pode-se desprezar  $p_u$  pois  $(p_1-p_u)\sim p_1$ .**



# Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

## CASO B

### Exercício

a) Tempo de bombagem desde 1013 mbar até 55 mbar:

$$t_{rotatoria} = (20000/69) \ln \frac{1013 - \left(\frac{10^{-1}}{69}\right)}{55 - \left(\frac{10^{-1}}{69}\right)} = 844,45 \text{ s} \cong 14 \text{ min}$$

b) Tempo de bombagem desde 55 mbar até  $10^{-1}$  mbar: a velocidade da combinação aumenta de 700 m<sup>3</sup>/h a 55 mbar até 860 m<sup>3</sup>/h a  $10^{-1}$  mbar. Deve-se considerar uma velocidade de bombeamento constante e que deverá corresponder ao valor médio entre a duas velocidades, ou seja 860 m<sup>3</sup>/h (216,7 L/s).

$$t_{roots} = (20000/216,7) \ln \frac{55 - \left(\frac{10^{-1}}{216,7}\right)}{10^{-1} - (2,5 \times 10^{-3}) - \left(\frac{10^{-1}}{216,7}\right)} = 585,14 \text{ s} \cong 9,75 \text{ min}$$

**Tempo total de bombeamento:**  $t = t_{rotatoria} + t_{roots} = (14 + 9,75) = 23,75 \text{ min}$

## Variação no tempo da pressão num sistema de vácuo

**Caso C** – Se se isolar o volume  $V$  (já em vácuo) das bombas (cessa o bombeamento), ter-se-á  $S = 0$  e  $Q = 0$  e a variação da pressão será devida somente a  $Q_d$  e  $Q_f$ . Admitindo que  $Q_d + Q_f = Q_0$  é praticamente constante no tempo, ter-se-á:

$$0 = -V \frac{dp}{dt} + Q_0$$

Resolvendo esta equação obtém-se:

$$p = p_0 + \frac{Q_0}{V} t$$

### Exercício para resolver:

Uma fuga num sistema de vácuo tem uma condutância de  $10^{-4}$  litros/s à temperatura ambiente.

a) Determine a taxa ( $q_e$ ) a que o ar entra no sistema de vácuo através desta fuga. ( $2,46 \times 10^{18} \text{ s}^{-1}$ )

b) Qual a pressão final sabendo que a bomba tem uma velocidade de bombeamento efectiva de 5600 litros/s? ( $1,81 \times 10^{-3} \text{ Pa}$ )

c) Qual o débito da fuga? ( $0,01 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 \text{ s}^{-1}$ )

# Equipamentos de Vácuo

## Medidores de pressão.

Só em condições de baixo **vácuo** (altas pressões) é que a **pressão** é medida directamente: pressão hidrostática ( $P=F/A$ ).

Para quase toda a gama de pressões desde zero até à pressão atmosférica, a pressão é medida indirectamente a partir de outras propriedades físicas (condutividade eléctrica, condutividade térmica, taxa de ionização, ...).

Como consequência, as medidas de vácuo podem estar sujeitas a erros apreciáveis, principalmente abaixo de  $10^{-4}$  mbar. Nestes casos é necessário proceder à calibração com vacuómetros padrão em geral, o **McLeod**).

Em muitas aplicações é suficiente saber um valor aproximado da pressão.

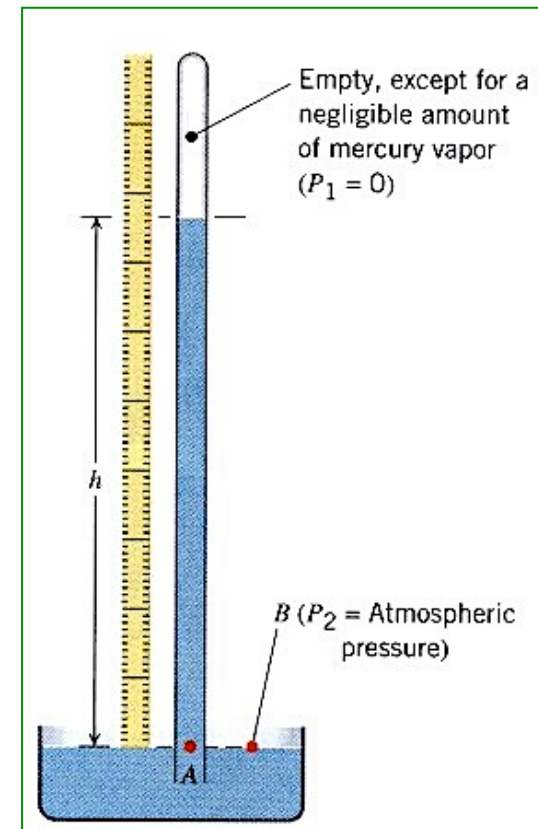
Historicamente as unidades usadas em vácuo resultaram das unidades usadas em meteorologia. O modo mais conveniente para medir as variações na pressão atmosférica consistia em encher um tubo, fechado numa extremidade, com um líquido (geralmente Hg) e invertê-lo numa base (tina). O líquido desce até uma altura em que a pressão correspondente iguala a pressão atmosférica.

*A força exercida pela coluna na base corresponde ao seu peso:*

$$F = mg = \rho Vg = \rho hAg$$

*A pressão será:*

$$p = \frac{F}{A} = \rho gh$$

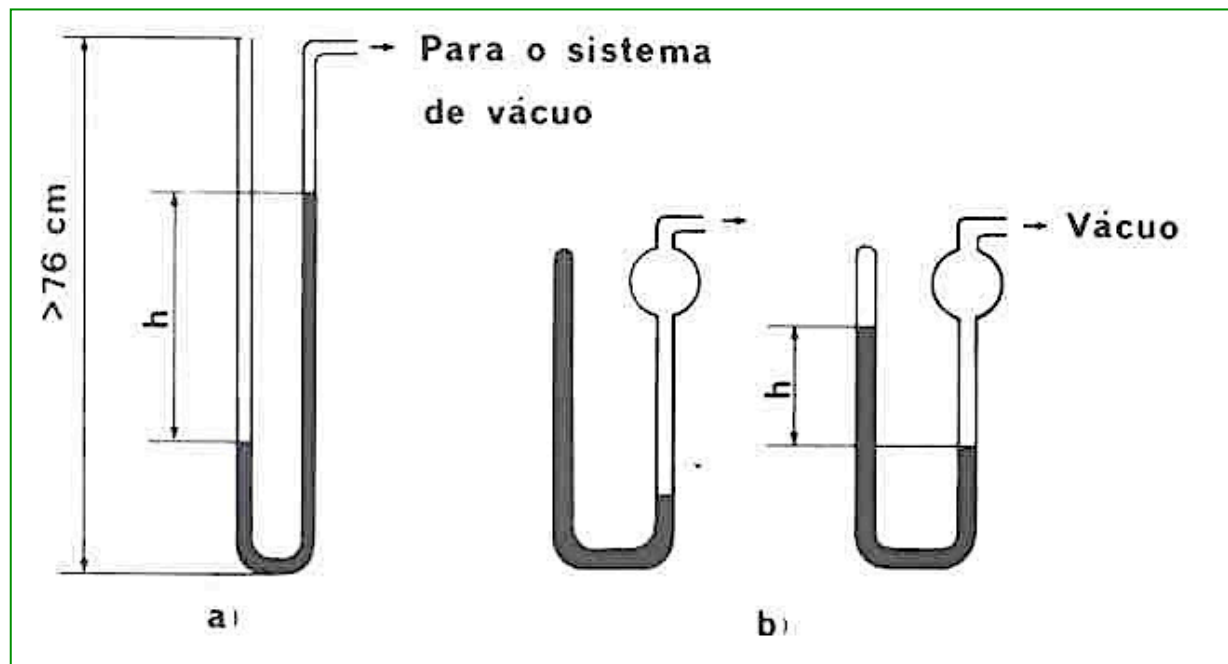


## Vacuómetros de mercúrio

Tubo em U - Limite  $\sim 10^{-1}$  Torr.

No caso de tubo aberto:  $p = p_{\text{atm}} - \rho gh$

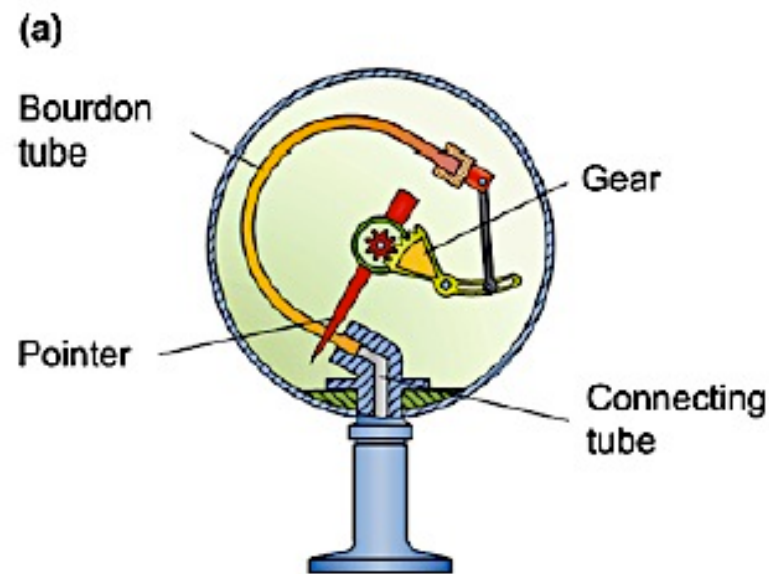
No caso de tubo fechado:  $p = \rho gh$



# Vacuómetros mecânicos

## Vacuómetro de Bourdon - Limite $\sim 10$ torr (vácuo primário).

- Trata-se de um dispositivo mecânico e constitui o vacuómetro mais utilizado para medir directamente a pressão.
- Baseia-se no mesmo princípio que os barómetros atmosféricos de Bourdon (séc. XIX) para medir pressões atmosféricas e é constituído por um tubo em forma de arco flexível, fechado numa extremidade e ligado ao sistema de vácuo na outra.
- A curvatura do tubo varia com a pressão e estas variações são indicadas num mostrador por meio de um ponteiro ligado à extremidade fechada.



### **Nota:**

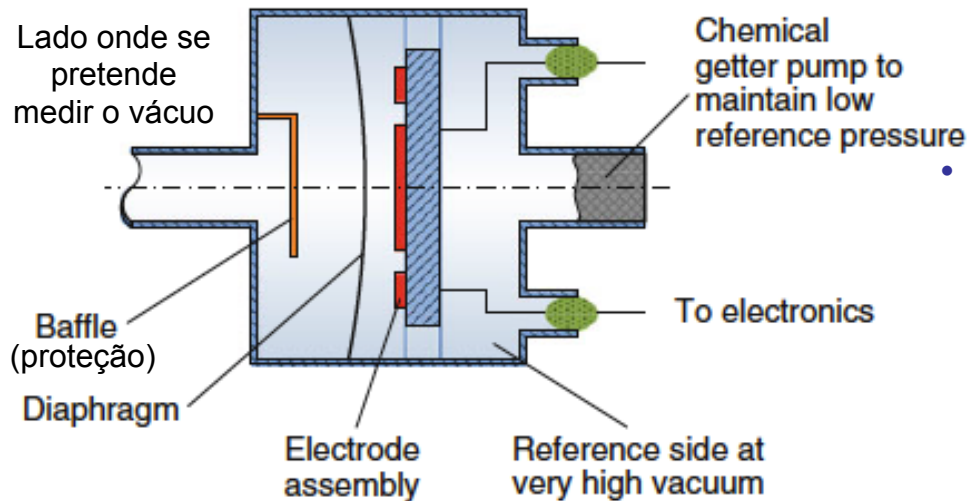
1 torr  $\approx$  133,3 Pa

1 torr  $\approx$  1,33 mbar

# Vacuómetros mecânicos

## Vacuómetro de membrana ou diafragma

- **Limite:**
  - **leitura mecânica:**  $\sim 10^{-1}$  mbar;
  - **leitura eléctrica:**  $\sim 10^{-5}$  mbar.



- Estes vacuómetros são formados por 2 câmaras separadas por uma membrana sensível às diferenças de pressão. A membrana é normalmente **metálica**.
- No **método eléctrico** mede-se a variação da capacidade  $C$  do condensador formado pelas placas e pelo diafragma. O zero do aparelho é fixado quando as duas câmaras estão à mesma pressão. A introdução de um gás à pressão  $p$  provoca um desvio da posição de equilíbrio o qual se pode compensar com uma tensão eléctrica  $V$  aplicada às placas

do condensador que forma o vacuómetro. A pressão está relacionada com a tensão pela relação:  $p = k V^2$ .

A **deformação da membrana** pode ser medida por:

- métodos mecânicos (membrana ligada directamente a um ponteiro);
- métodos eléctricos (mede-se a diferença de capacidade do condensador).

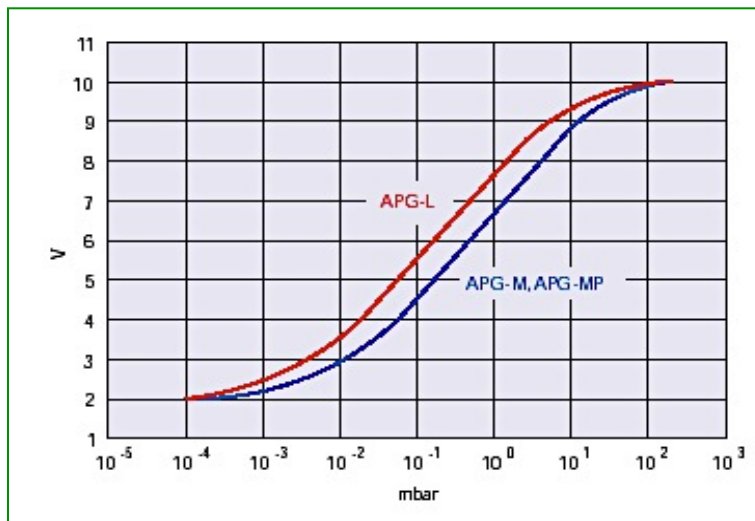
**O zero do aparelho corresponde à pressão igual nas duas câmaras.**



## Medidas indirectas do vácuo

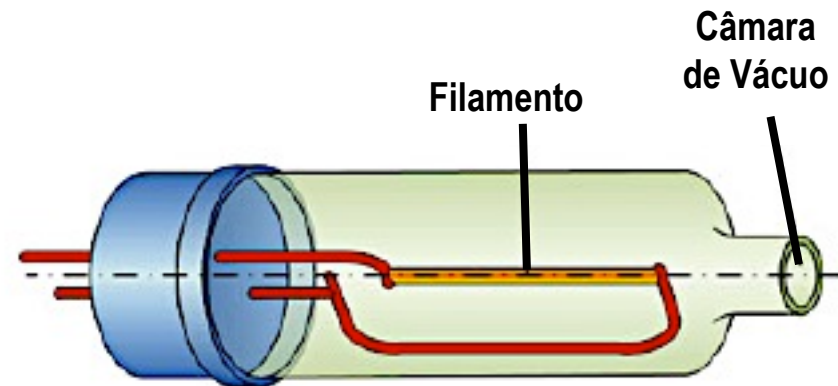
### Vacuómetros de Condutividade Térmica

- Às pressões em que o fluxo (débito) é viscoso a **condutividade térmica** é proporcional à viscosidade e independente da pressão. A pressões mais baixas, em que o livre percurso médio é da ordem de grandeza da dimensão característica do sistema de vácuo, a **condutividade térmica depende da pressão** e nesse sentido pode ser usado para medida indirecta de pressões.
- Um dos medidores de pressão mais usados para pressões até  **$10^{-4}$  mbar** é o sensor **PIRANI**



## Pirani - Limite: até $10^{-4}$ mbar

- A resistência eléctrica dos metais aumenta com o aumento da temperatura.
- Neste tipo de vacuómetro, há um filamento aquecido (100 a 125 °C) que está em contacto com o volume relativamente ao qual se quer medir a pressão.

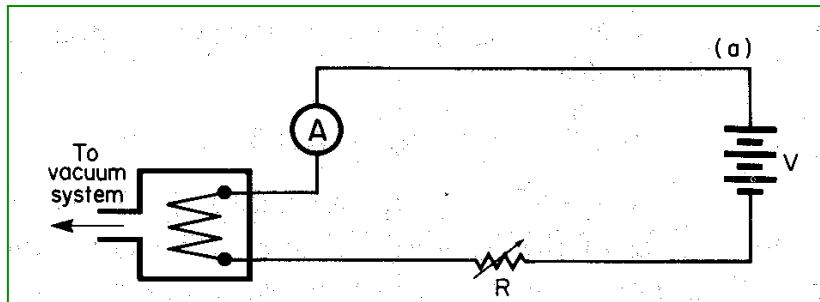


A remoção do calor do filamento faz-se por meio dos átomos ou moléculas que colidem com o filamento. Estes recebem energia térmica e chocando com a parede do tubo, dentro do qual está o filamento, perdem-na porque a parede está a uma temperatura mais baixa. A perda de calor pelo filamento é uma função do número de partículas presentes e, portanto, da pressão.

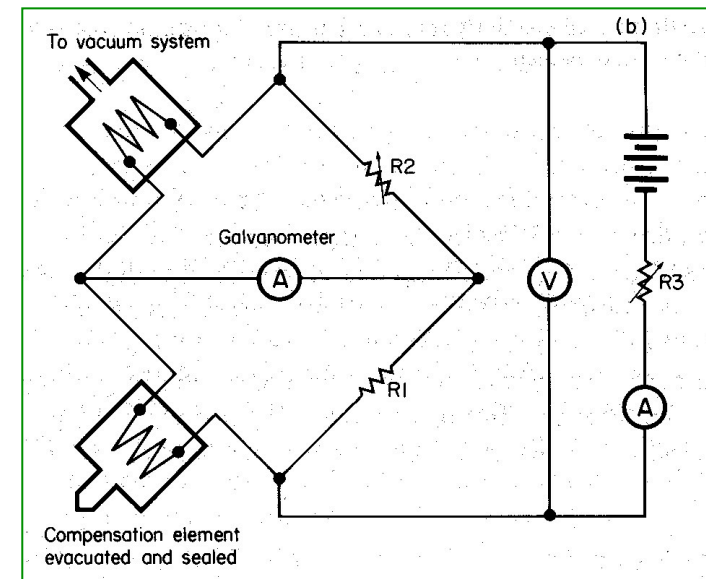
O aumento da pressão traduz-se numa diminuição da temperatura do filamento e consequentemente da resistência eléctrica e assim, a pressão é medida em função da resistência do filamento. O Pirani usa-se para medir pressões desde **a pressão atmosférica até  $10^{-3}$  -  $10^{-4}$  mbar.**

## Circuitos de medida: os Pirani podem funcionar de 3 modos:

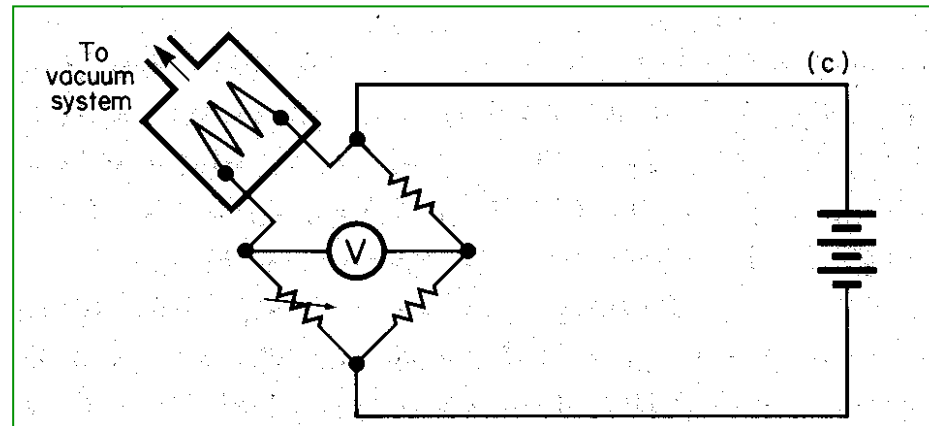
i) Mantém-se a tensão constante e observa-se a variação da corrente com a pressão. Este era o processo utilizado por Pirani, mas a sensibilidade não é tão boa como nos outros dois processos.



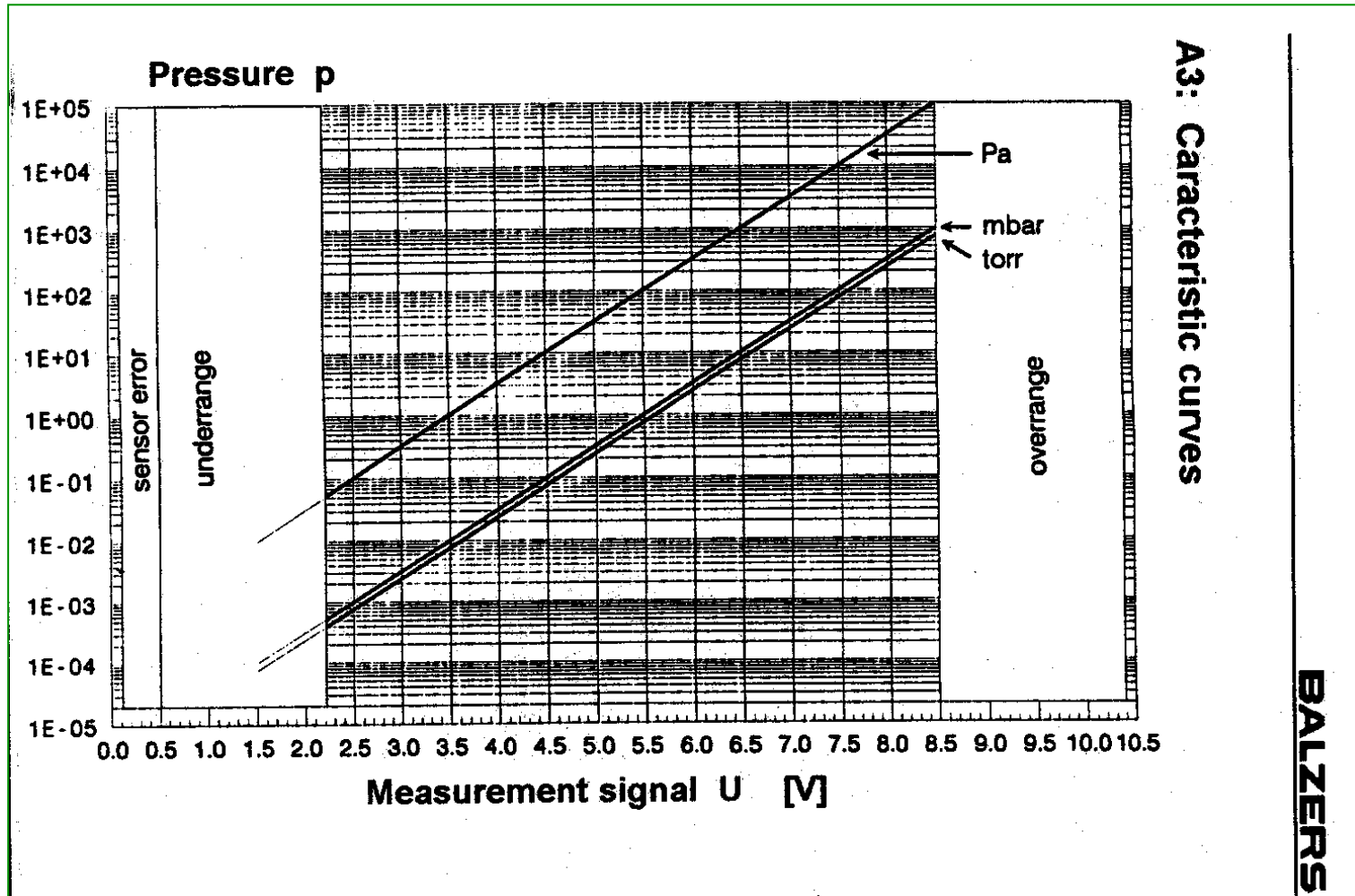
ii. Hale introduziu o conceito de elemento de compensação num dos ramos de uma ponte de Wheatstone. Neste caso a corrente mantém-se constante. A variação de resistência no filamento é medida em resultado da variação de pressão.



iii) Campbell utilizou também a ponte de Wheatstone ajustando a tensão de modo a manter a ponte em equilíbrio.



Os **Pirani** são sensíveis ao tipo de gás (já que a transferência de calor depende da massa molar do gás) e são normalmente calibrados para o ar. As instruções do aparelho trazem normalmente as correções para outros gases.

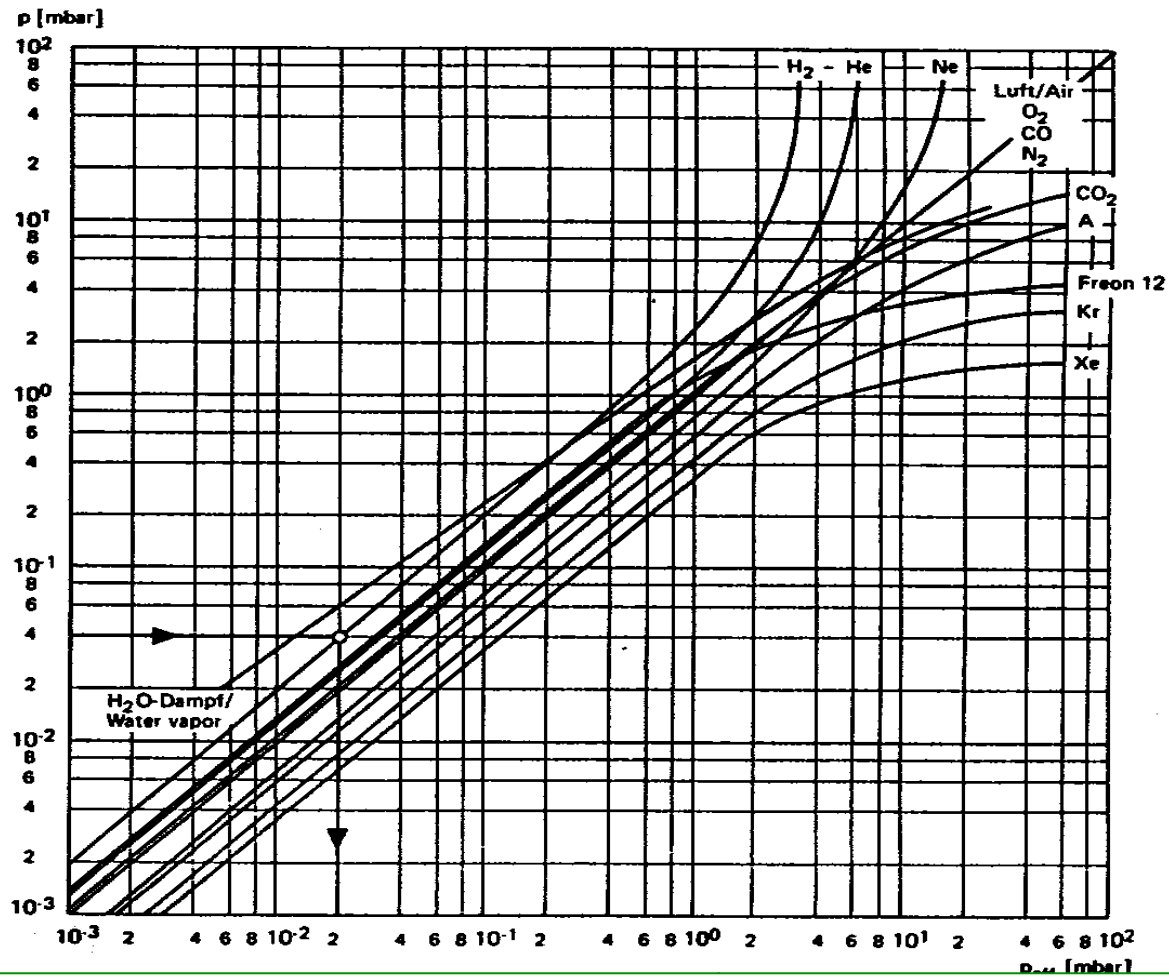


$$U = c + \log p \Rightarrow p = 10^{U-c}$$

U	p	c
V	mbar	5.5
V	torr	5.625
V	Pa	3.5

## B: Gas type dependence

Indicated pressure  
(Calibrated for air)



## Vacuómetros de ionização

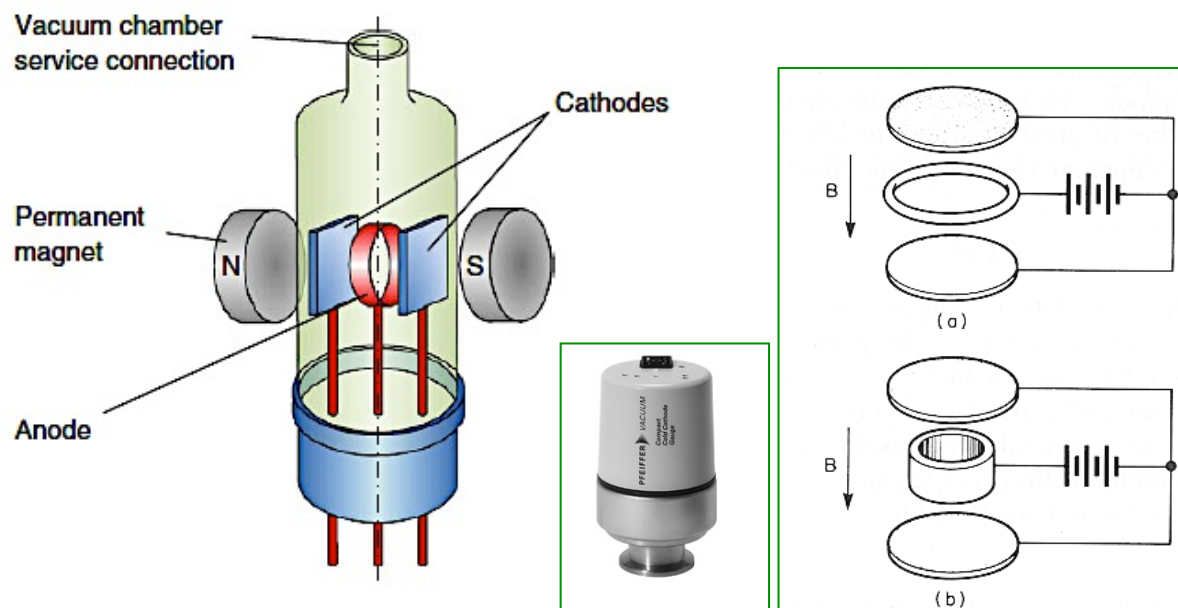
Estes vacuómetros baseiam-se no facto de que a **baixas pressões**, o número de iões devidos ao bombardeamento, com electrões, do gás residual é proporcional à pressão desse gás.

**Vacuómetro de cátodo frio ou Penning** - Limite: de  $10^{-2}$  a  $10^{-9}$  mbar

O vacuómetro tipo **Penning** é um manómetro de cátodo frio em que a ionização do gás é produzida por uma descarga entre o cátodo e o ânodo. A pressão é medida **indirectamente** a partir de uma corrente de ionização. Os **Penning** são constituídos por 2 cátodos e 1 ânodo (ver figura da pág. seguinte). Um campo magnético é aplicado perpendicularmente aos eléctrodos. A diferença de potencial (ddp) é da ordem de **1-6 kV** e a indução magnética é da ordem das centenas de Gauss.



## Vacuómetro de cátodo frio ou Penning

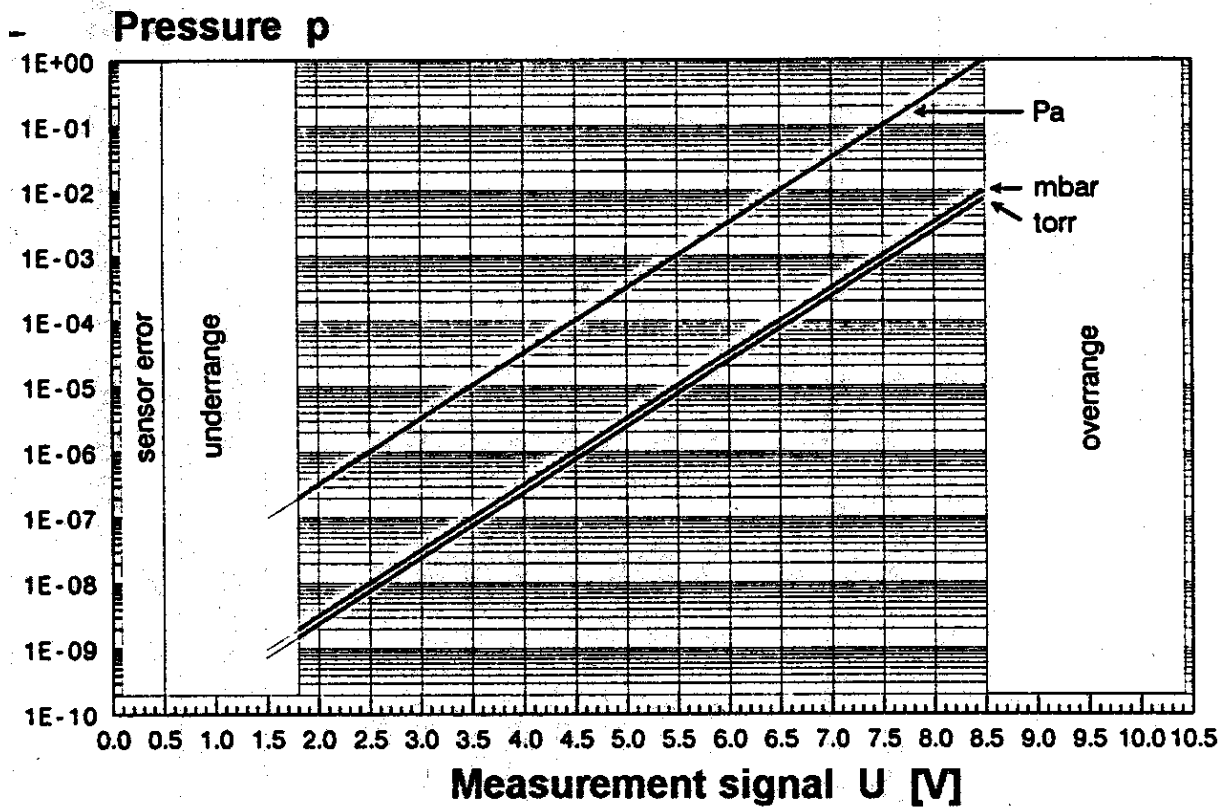


A pressão está directamente relacionada com a corrente de descarga. Baixa pressão → baixa corrente de descarga (poucos iões formados)

Devido ao campo magnético (0,05 T), gerado através de um íman (**colocado fora do tubo**), e à configuração do ânodo, os electrões oscilam entre os cátodos descrevendo espirais em direcção ao ânodo e têm por isso grande poder de ionização. A **pressões** inferiores a  **$10^{-6}$  mbar** o início da descarga é difícil e por vezes leva alguns segundos antes de se estabelecer uma descarga estável. Entre  **$10^{-2}$  e  $10^{-3}$  mbar** dá-se uma subida rápida da corrente iónica que é muitas vezes aproveitada para operar um relé que desliga a cabeça. Acima desta pressão, embora não haja perigo de danificar a cabeça, as variações da corrente com a pressão já não são sensíveis.

A ddp aplicada causa a descarga. Para cada colisão ionizante, o ião dirige-se para o cátodo e a sua chegada é registada por uma **corrente de descarga**. O electrão dirige-se para o ânodo mas o caminho é muito mais longo, o que ajuda à sensibilidade destes vacuómetros já que há um aumento da probabilidade dos  $e^-$  colidirem com as moléculas do gás de forma a serem ionizadas.





**A3: Conversion curves**

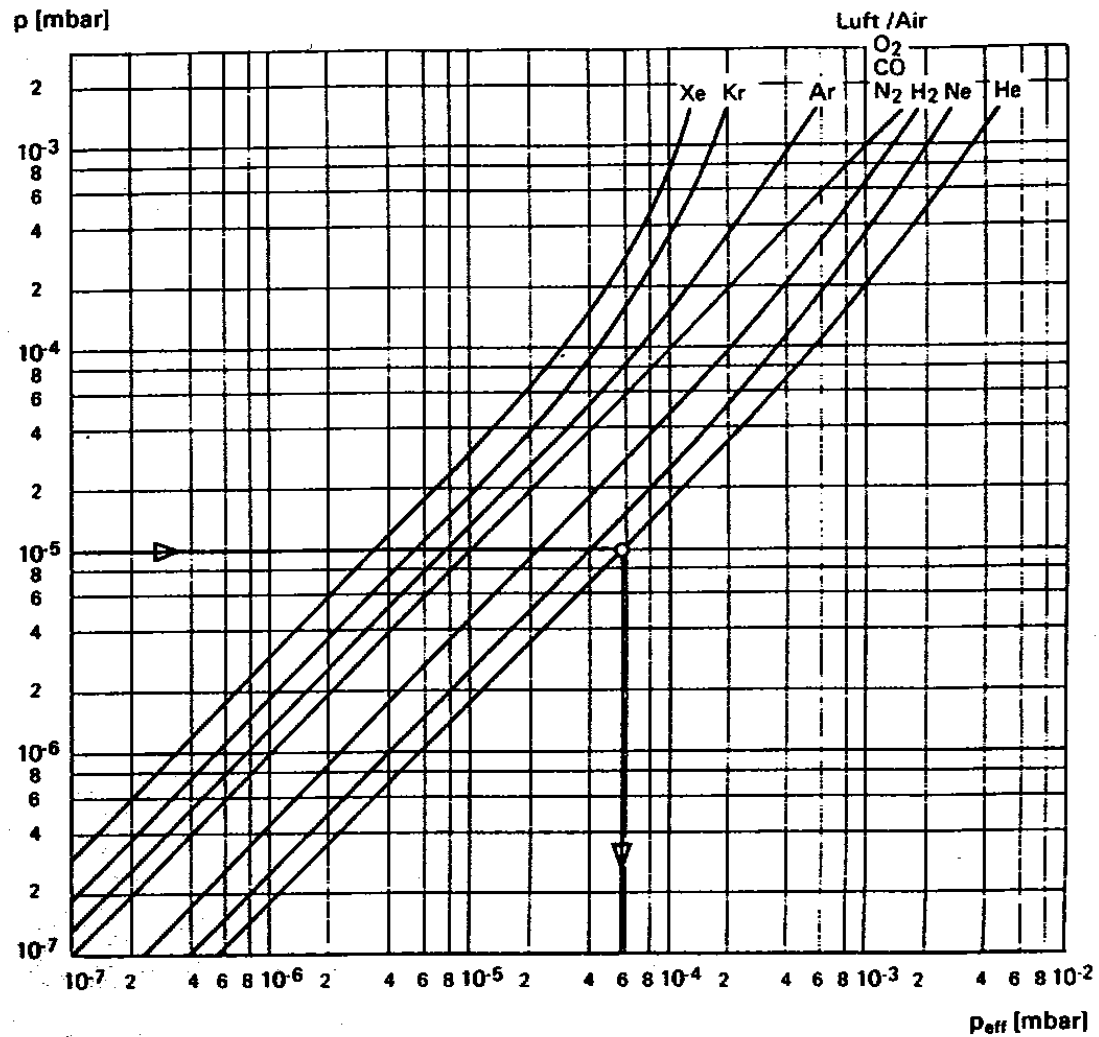
**BALZERS**

$$U = c + \log p \Rightarrow p = 10^{U-c}$$

U	p	c
V	mbar	10.5
V	torr	10.625
V	Pa	8.5

## B: Gas type dependence

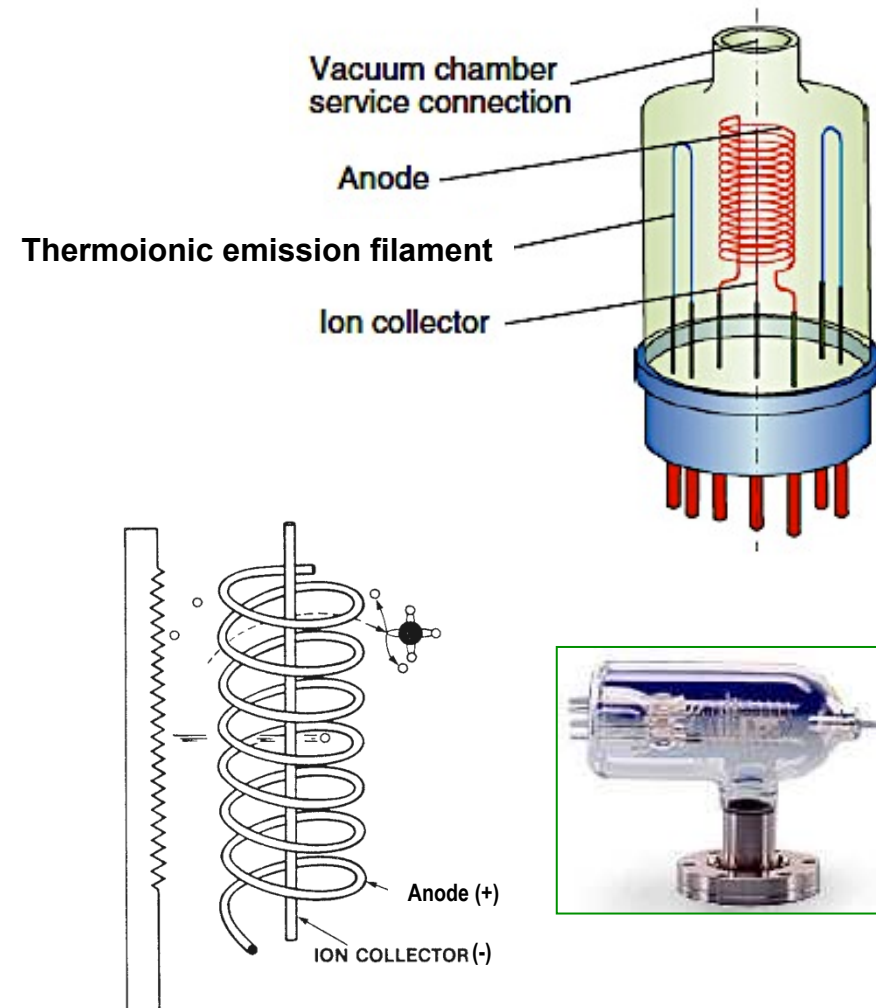
Indicated pressure  
(calibrated for air)



# Vacuómetros de filamento quente **Limite $\sim 10^{-10}$ mbar**

## (Hot Filament Gauges)

Estes sensores têm filamentos aquecidos e polarizados de tal forma que possam emitir electrões termiónicos com **70eV**, energia necessária para ionizar quaisquer moléculas de um gás residual com as quais possam colidir. Os iões positivos que se formam neste processo dirigem-se depois para um colector de iões (cátodo - carregado negativamente), que se encontra a um potencial eléctrico de -150V. A corrente iónica varia conforme a densidade do gás residual, constituindo assim uma medida indirecta da pressão desse gás.



## Na escolha de vacuómetros deve ter-se em conta:

1 – O intervalo de pressões em que se pretenda efectuar as medidas;

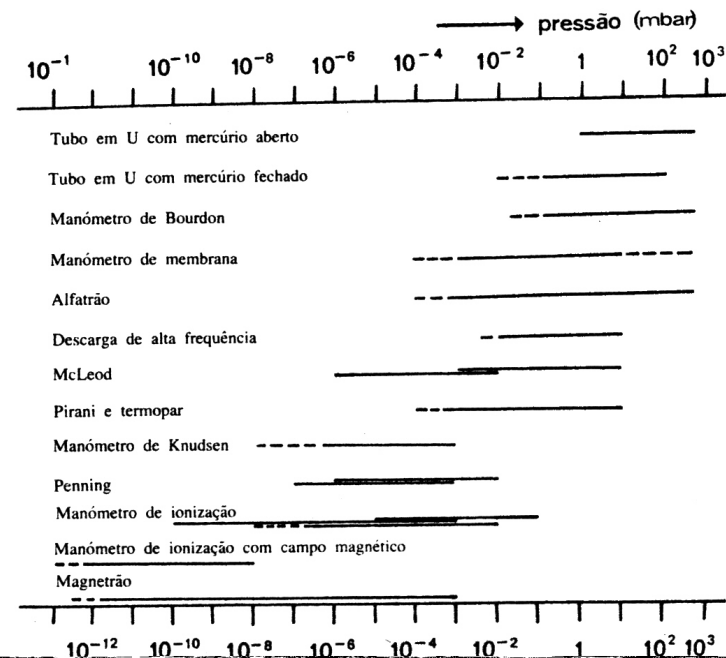
2 – A precisão das leituras;

3 – Os gases cuja pressão se pretende medir;

4 – As condições de trabalho (robustez do aparelho, obtenção de medidas absolutas ou relativas,...)

**Factores a considerar na escolha de um vacuómetro**


	X SIM ⊗ SIM com reservas	Leituras contínuas	Leitura em dado momento	Independente de gás	Precisão			Várias cabeças	Saida para registo	Prático para calibração
					Bom	Suficiente	Mau			
Tubo em U com mercúrio		X	X	X	X					
Tubo em U com mercúrio e fechado		X	X	X	X					
Manómetro de Bourdon		X	X	X						
Manómetro de membrana		⊗	X	X						
Alfatrão		X		X					X	
Descarga de alta frequência					X					
McLeod		X	⊗			X				X
Pirani e termopar		X		X			X	X		
Manómetro de Knudsen		X	⊗			X		X		
Penning		X		X			X	X		
Manómetro de ionização		X		X			X	X		
Manómetro de ionização com campo magnético		X			X		X	X		
Magnetraão		X			X		X	X		



# Analísadores de gases residuais

Em muitos casos, em alto e ultra-alto vácuo, é necessário conhecer as **pressões parciais** dos gases que constituem a atmosfera residual, o que permite conhecer os materiais que podem intervir no processo.

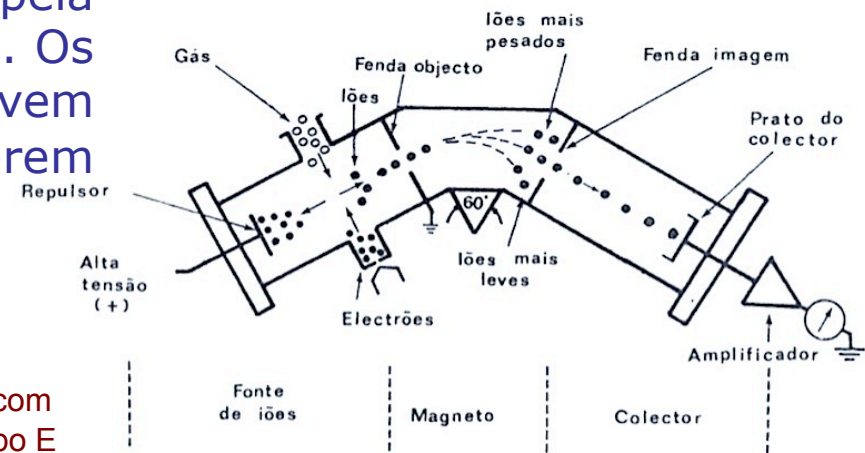
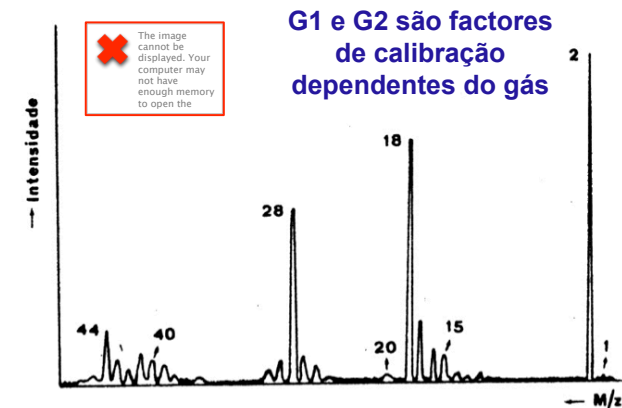
O método mais utilizado é a **espectrometria de massa** e o estudo da libertação de gases adsorvidos e absorvidos no sistema, por aquecimento do material sorvente. Os iões positivos são dirigidos para o analisador de massa onde são separados de acordo com as razões entre as respectivas massas e cargas eléctricas ( $m/z$ ). Nestes espectrómetros a separação dos iões por massas é feita pela combinação de um campo **E** e um campo **B**. Os iões, ao atravessarem o campo B descrevem trajetórias circulares e os únicos a serem coletados são aqueles obedecem à equação

 The image cannot be displayed. Your computer may not have enough memory to open the image, or the image may have been corrupted. Restart your computer, and then open the file again. If the red x still appears, you may have to delete the image and then insert it again.

**DEMONSTRE !**

$r$  (m) é o raio descrito pelo ião,  $V$  (volt) o potencial elétrico de aceleração e  $B$  o campo magnético em Tesla. O único raio  $r$  possível é uma constante de construção do aparelho. Por isso, para focar iões com diferentes razões ( $M/Z$ ) é necessário variar o campo  $E$  já que o campo  $B$  é habitualmente constante.

Pressões parciais a partir das alturas dos picos



Espectrómetro de massa de deflexão magnética

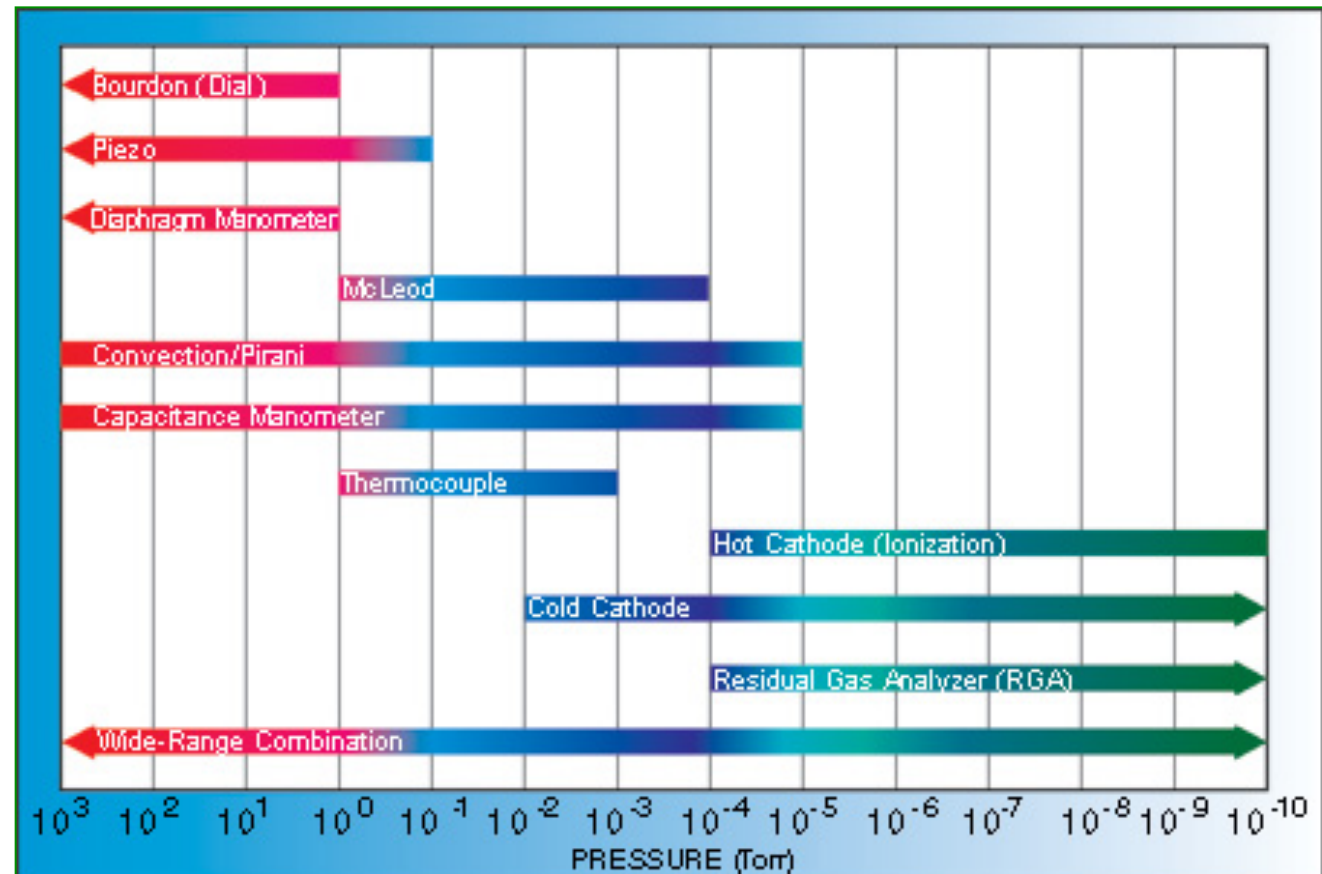
<b>Vacuómetro</b>	<b>Propriedade física envolvida</b>	<b>Tipo de pressão registada</b>
<b>Tubo em U</b>	<b>Pressão do gás</b>	<b>Total, Relativa</b>
<b>Bourdon ou diafragama</b>	<b>Pressão do gás</b>	<b>Total, Relativa</b>
<b>McLeod</b>	<b>Pressão do gás</b>	<b>Total</b>
<b>Termopar</b>	<b>Termocondutividade</b>	<b>Total</b>
<b>Pirani</b>	<b>Termocondutividade</b>	<b>Total</b>
<b>Penning</b>	<b>Ionização</b>	<b>Total</b>
<b>Ionização de filamento quente</b>	<b>Ionização</b>	<b>Total</b>

## Gamas de pressões de trabalho de alguns medidores de pressão

1 torr = 1,33 mbar

$P_{\text{atm}} = 1 \text{ bar} = 1000 \text{ mbar} = 750 \text{ Torr} \approx 10^5 \text{ Pa}$

Em geral, medidores mecânicos medem de  $p_{\text{atm}}$  até  $10^{-1}$  mbar, medidores de condutividade térmica entre 1 e  $10^{-3}$  mbar e os de ionização entre  $10^{-3}$  e  $10^{-10}$  mbar.



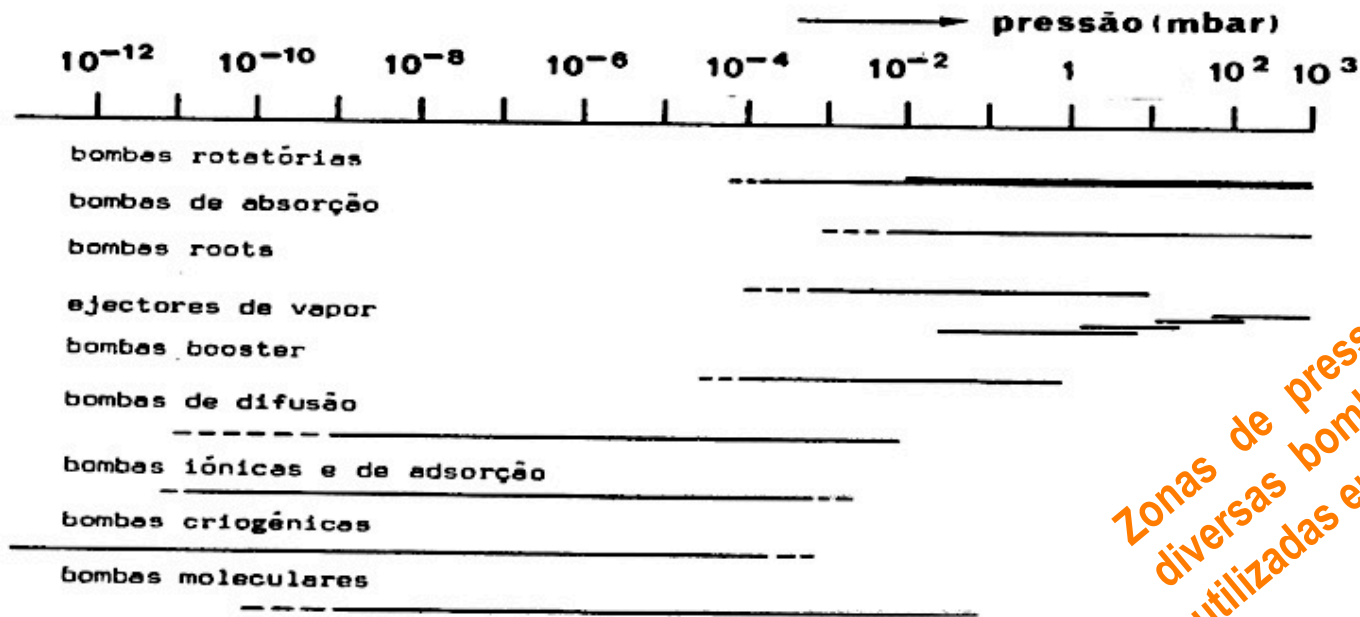
# Detecção de fugas

Vários métodos podem ser usados para detecção de fugas num sistema de vácuo, entre estes, merecem destaque:

- ❖ Detecção por gases comprimidos (introduz-se ar comprimido na peça e imerge-se esta num tanque de água. As fugas maiores podem ser localizadas pelo borbulhar do ar na H<sub>2</sub>O.)
- ❖ *Detecção com descarga de alta frequência (bobina de Tesla);*
- ❖ *Detecção com vacuómetros (Pirani e de ionização);*
- ❖ *Detecção com bombas iónicas e de adsorção;*
- ❖ *Detecção com halogéneos;*
- ❖ *Detecção com espectrómetros de massa.*



# Bombas de Vácuo



Zonas de pressão correspondentes às diversas bombas que são normalmente utilizadas em sistemas de vácuo.

As bombas de vácuo podem classificar-se em *bombas de deslocamento de gás* que retiram os gases do sistema expelindo-os para a atmosfera e *bombas de fixação* que retêm os gases dentro da bomba. As primeiras, subdividem-se ainda em bombas que operam a partir da atmosfera (**bombas rotatórias**) e bombas que operam a pressões subatmosféricas e que requerem a ligação a **uma bomba de vácuo primário** para remover os gases para a atmosfera (**bombas "roots"** e bombas de vapor).

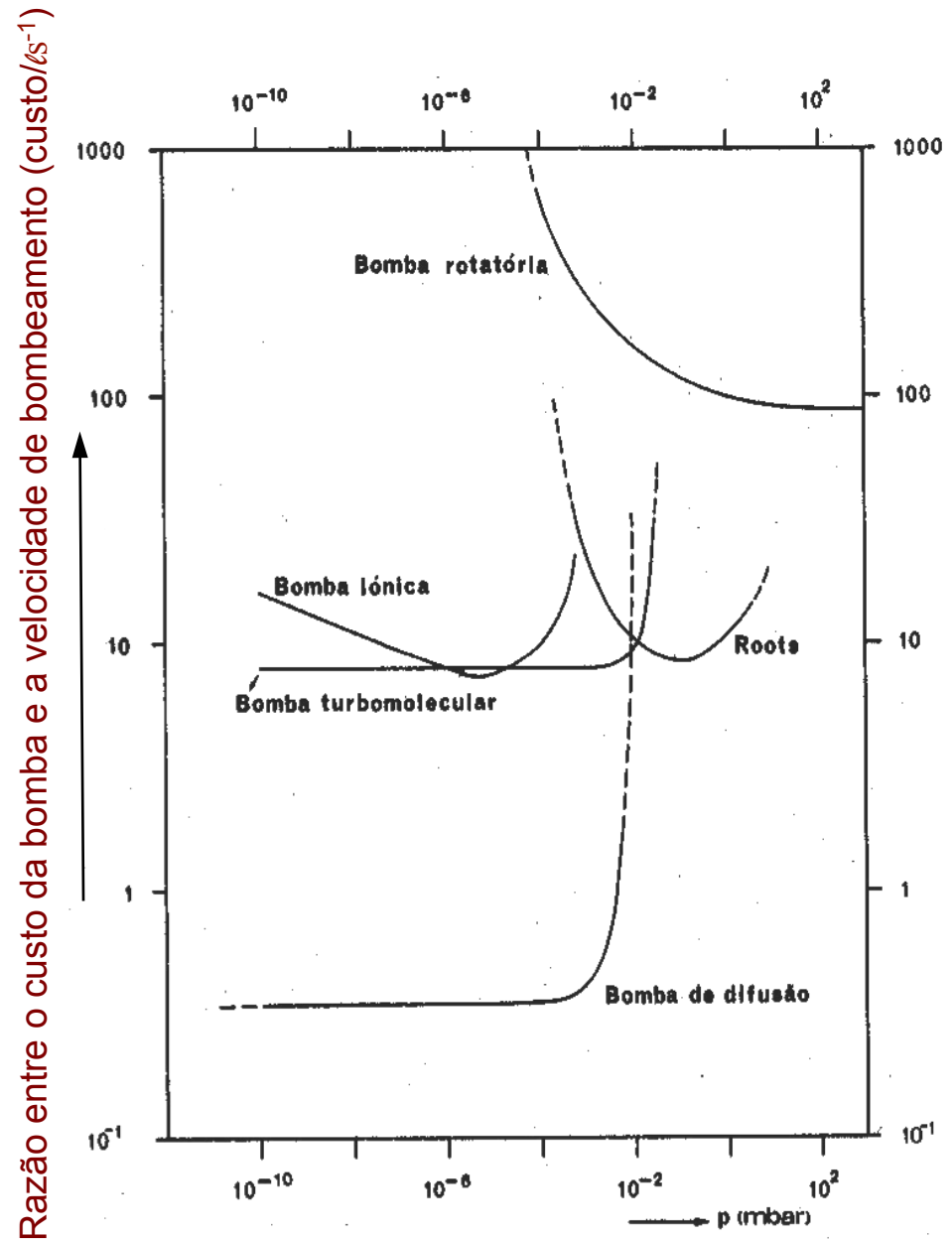
# Bombas de Vácuo

Normalmente, é requerido que um sistema de vácuo execute o bombeamento desde a pressão atmosférica até se atingir alto vácuo ou ultra-alto vácuo.

Contudo, não há nenhuma bomba que seja eficiente em toda essa gama de pressões e se houvesse os custos seriam muito elevados.

Por essa razão (para atingir pressões muito baixas, **associam-se duas ou mais bombas de vácuo.**

O desempenho das bombas está directamente associado a diferentes factores tais como as velocidades de bombeamento e gama de pressões expectáveis.



## 1) Bombas Primárias (descarregam para a atmosfera)

São bombas que efetuam o bombeamento a partir da  $P_{atm}$  e/ou são associadas a outras bombas que não conseguem bombear a partir de  $P_{atm}$ .

### Podem ser divididas em 3 categorias:

- a) bombas mecânicas:** *transporte do gás é feito por um ou dois andares de compressão. Nestas bombas, há uma passagem de gás da entrada para a saída sendo este movimento provocado pela transferência de momento linear entre um meio motor e o gás.*
- b) **ejectores de vapor:** transporte de gás realizado por transferência de momento;
- c) bombas de absorção:** moléculas do gás imobilizadas sobre superfícies a baixas temperaturas, sendo mais tarde recuperadas termicamente.

## i) Bombas rotatórias com vedação a óleo

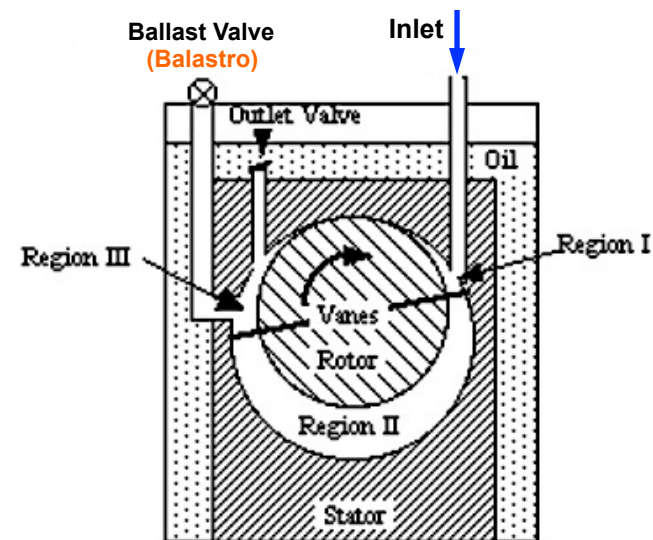
As bombas que asseguram o vácuo primário são conhecidas por ***bombas rotatórias***. Fundamentalmente, são compressores que extraem os gases do sistema de vácuo para a atmosfera.

Usam vedação e lubrificação por óleo (com baixa pressão de vapor) que também serve como lubrificante dos componentes móveis.

As velocidades de bombeamento típicas oscilam entre **0,3 L/s a 500 L/s**.

De acordo com a forma de construção, as bombas rotatórias dividem-se em:

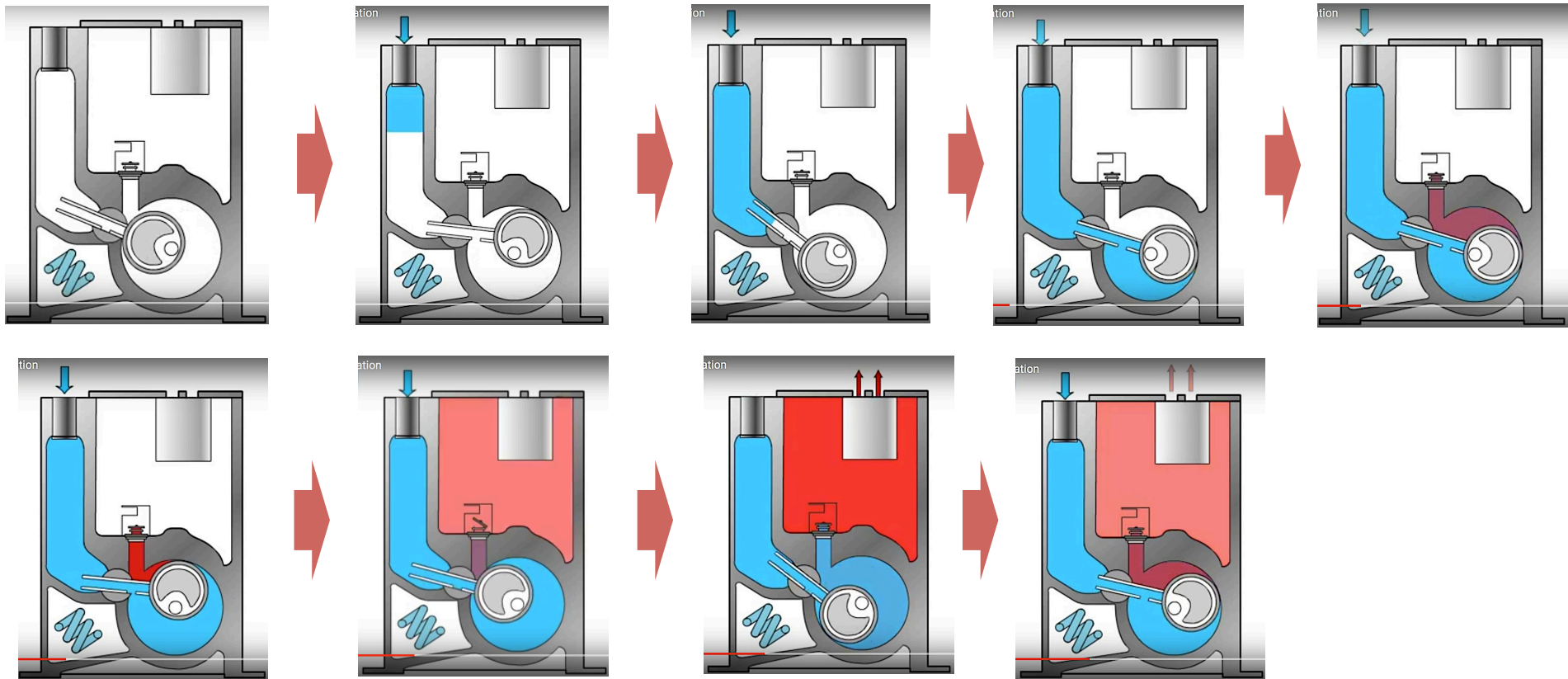
- 1) Bombas de pistão rotatório;
- 2) Bombas de palhetas:
  - a) duas palhetas;
  - b) palheta simples.



*Bomba de pistão rotatório*

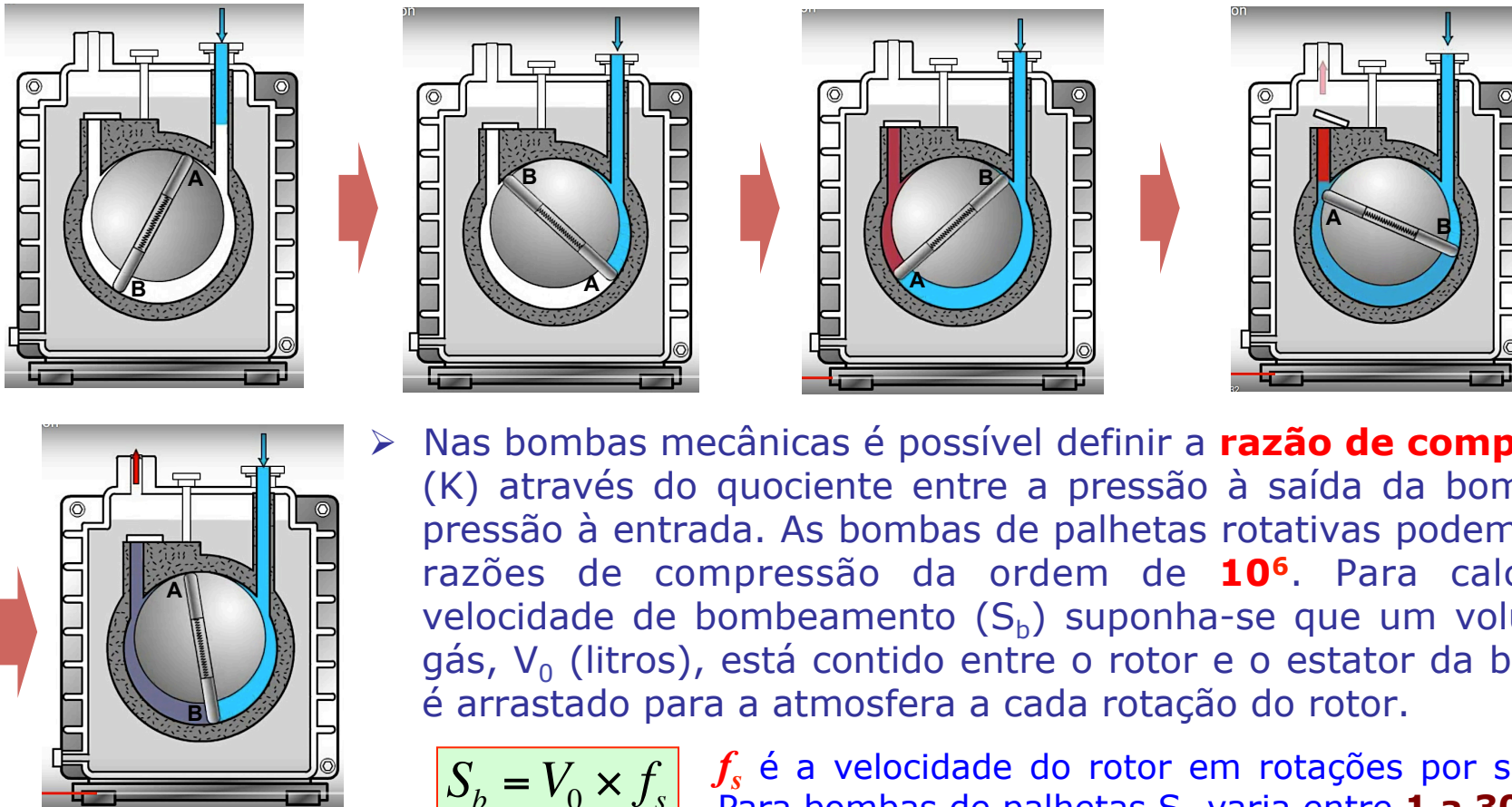
## Bombas de pistão rotatório

São utilizadas como bombas de vácuo primário. Numa bomba de pistão rotativo, o êmbolo está ligado a um excêntrico montado no cilindro da bomba. O ciclo começa quando o dispositivo da came roda, **umentando o volume** entre o pistão e o cilindro. O gás é canalizado através do êmbolo para dentro do cilindro até que a câmara esteja cheia. À medida que a came termina a sua rotação, a válvula de admissão é fechada e o gás é empurrado para fora através da válvula de escape. Em seguida, o ciclo repete-se.



## Bombas de palhetas (duas palhetas e um estágio)

A bomba de palhetas rotativa contém um rotor montado excentricamente com palhetas de mola. Durante a rotação, as palhetas deslizam dentro do interior cilíndrico da bomba, permitindo que uma determinada quantidade de gás seja confinado, comprimido, e descarregado através de uma válvula de escape para a atmosfera.

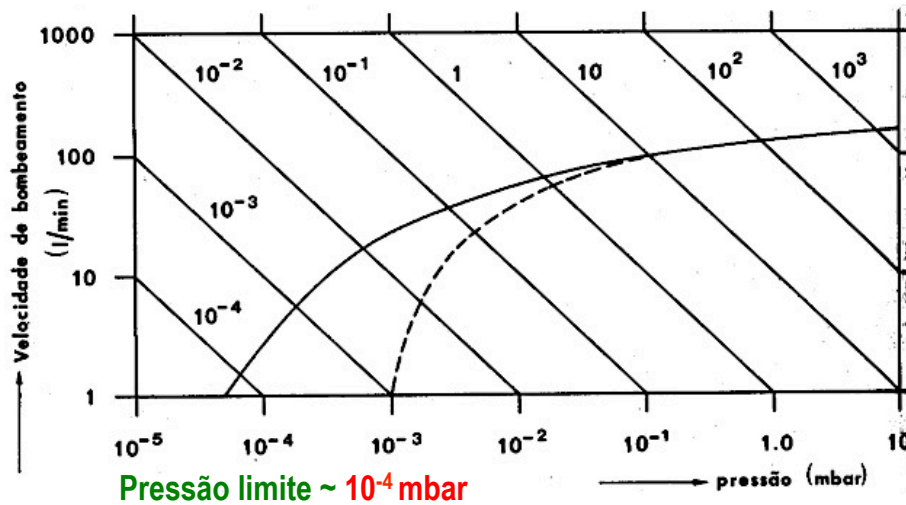
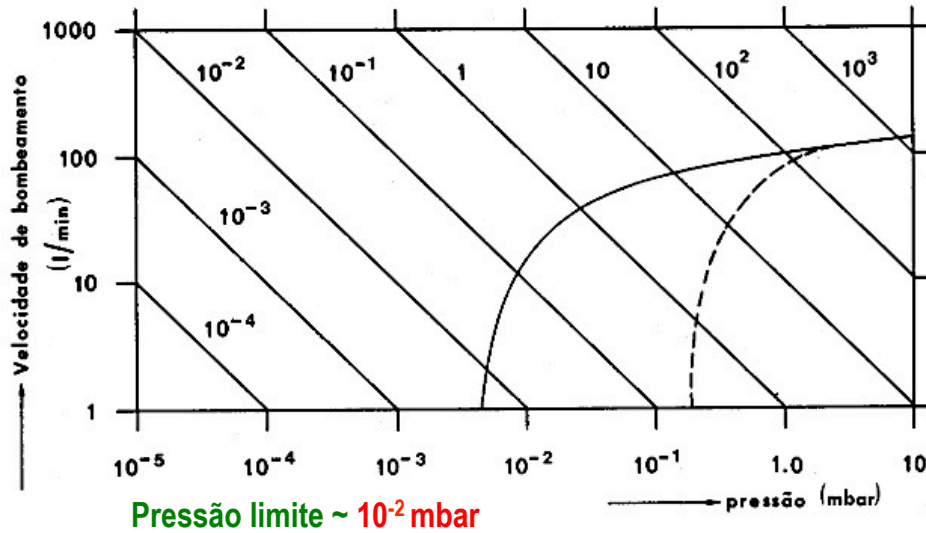


- Nas bombas mecânicas é possível definir a **razão de compressão** (K) através do quociente entre a pressão à saída da bomba e a pressão à entrada. As bombas de palhetas rotativas podem atingir razões de compressão da ordem de  **$10^6$** . Para calcular a velocidade de bombeamento ( $S_b$ ) suponha-se que um volume de gás,  $V_0$  (litros), está contido entre o rotor e o estator da bomba e é arrastado para a atmosfera a cada rotação do rotor.

$$S_b = V_0 \times f_s$$

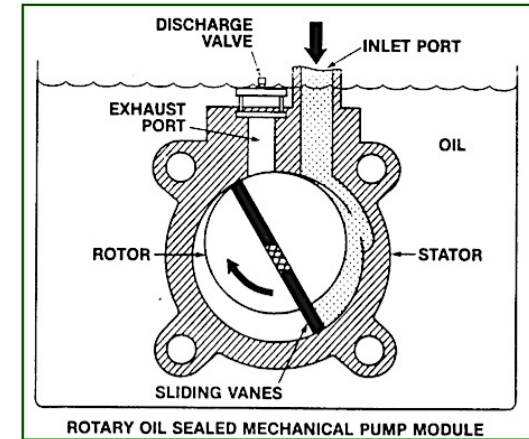
$f_s$  é a velocidade do rotor em rotações por segundo. Para bombas de palhetas  $S_b$  varia entre **1 a 300 L/s**.

- As características das bombas são representadas pelas curvas de velocidade de bombeamento em função da pressão.

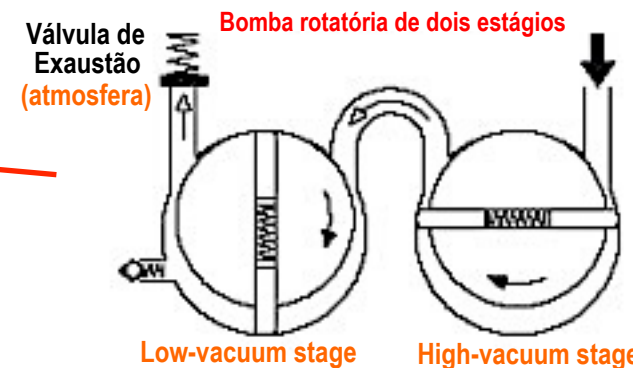


A tracejado - com balastro

- Característica de uma bomba rotatória com **um andar** (estágio).



- Característica de uma bomba rotatória com **dois andares** (estágios). O rotor do 1º estágio trabalha contra uma pressão bastante baixa, e o rotor do 2º estágio trabalha contra a atmosfera.



**Balastro** é uma pequena válvula de entrada de ar, regulável, situada na zona de saída do gás (**fim de ciclo, i.e. fase de compressão**) que evita a condensação de vapor água durante a fase de compressão, impedindo assim que este seja arrastado pelo óleo (contaminando-o) e que seja libertado nas fases seguintes. O balastro deixa entrar ar suficiente de modo a limitar o aumento da pressão de saída a cerca de 20 vezes a pressão de entrada da bomba impedindo a condensação de vapores.

Para proteger a bomba quando houver grandes quantidades de vapor a bombear ou gases corrosivos, usam-se condensadores de vapor de água ou crivos moleculares que são **armadilhas (trapas)** de zeolites (aluminosilicatos de metais alcalinos ou alumina ativada) que, devido ao poder de absorção destas substâncias moleculares, permitem grandes velocidades de bombeamento do vapor de água e dos vapores de óleo provenientes da bomba rotatória. Um sistema formado exclusivamente por bomba rotatória e trapa de zeolites permite alcançar pressões da ordem de  **$4 \times 10^{-5}$  mbar**.

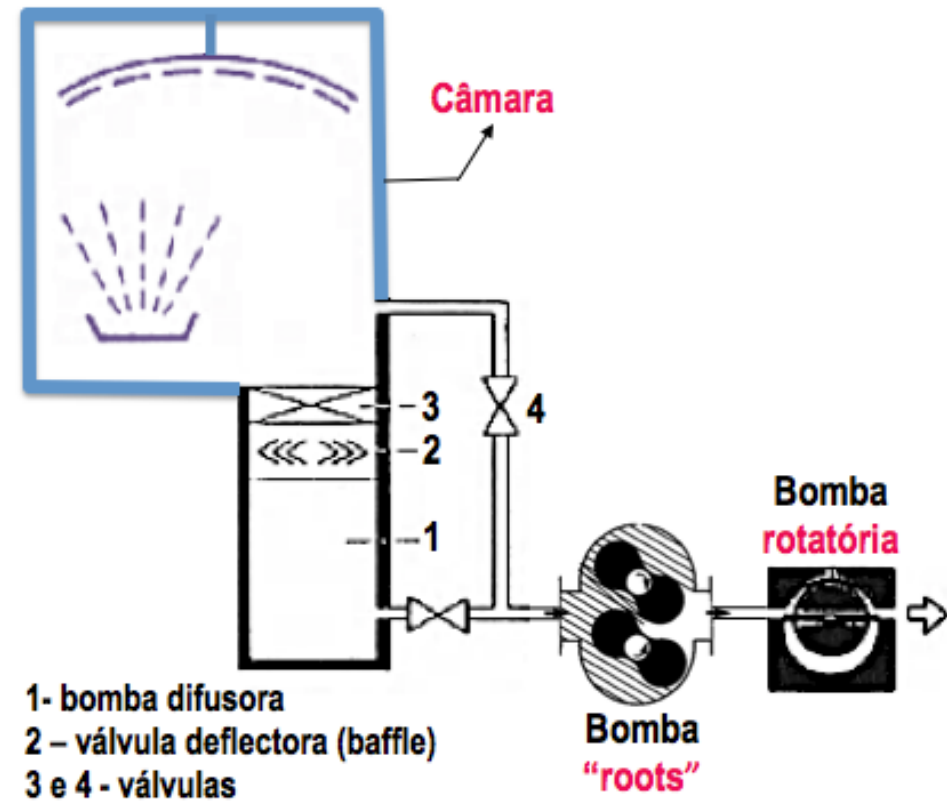
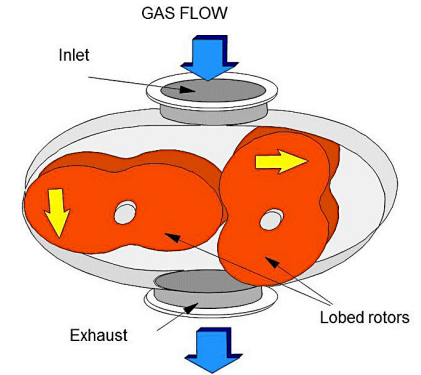
- As principais limitações das bombas primárias decorrem das reduzidas dimensões das secções (orifício) de entrada e da contaminação por moléculas de óleo.



## ii) bomba de vácuo seca "roots"

Uma importante variante das bombas rotatórias são as designadas bombas "roots" que são formadas por dois rotores em forma de oito que rodam em torno de eixos paralelos (e em sentidos contrários). A bomba "roots" é uma bomba de reforço que se coloca em série com uma bomba rotatória.

Por sua vez, esta associação (roots/rotatória) é utilizada para evacuar os gases que advêm de uma bomba **difusora**. A bomba "roots" é utilizada quando se pretende evacuar gás a partir de câmaras de grande volume ou então bombear grandes volumes de gás (elevadas velocidades de bombeamento) e minimizar os tempos de bombeamento. Numa perspectiva económica, é preferível optar-se pela aquisição de uma bomba "roots" e associá-la a uma pequena bomba rotatória do que utilizar apenas uma bomba rotatória com grande velocidade de bombeamento.



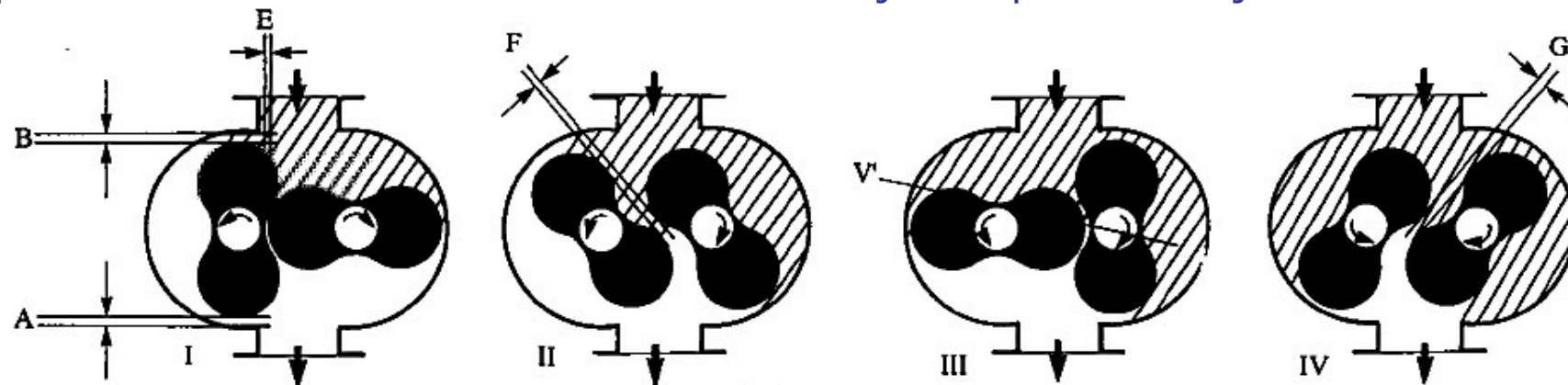
## Bomba de vácuo seca "roots"

Durante o ciclo da bomba os rotores "entram um no outro" ajustando-se sem se tocarem, ou seja, com baixas tolerâncias (a folga entre os rotores varia entre **0,05 a 0,3 mm**) e por isso não havendo a necessidade de se utilizar **óleo de vedação** bem como permitindo que os rotores tenham velocidades muito elevadas, da ordem das **3000-3500 rpm**. Funcionam a pressões inferiores a **100 mbar até  $10^{-4}$  mbar**, variando a **razão de compressão** de gás entre **10-100**.



O princípio de funcionamento da bomba "roots" é mostrado na figura seguinte.

Considerando-se o lado direito da bomba, à medida que os rotores se deslocam da posição I para II, o volume na entrada da bomba é aumentado. Quando os rotores assumem a posição **T** mostrada em III, um determinado volume da gás ( $V'$ ) fica isolado. A rotação adicional para a posição IV permite que o gás que ocupava  $V'$  possa comunicar com a saída da bomba e seja comprimido e ejetado.



*Tolerâncias dentro da câmara de uma bomba de vácuo "roots"*

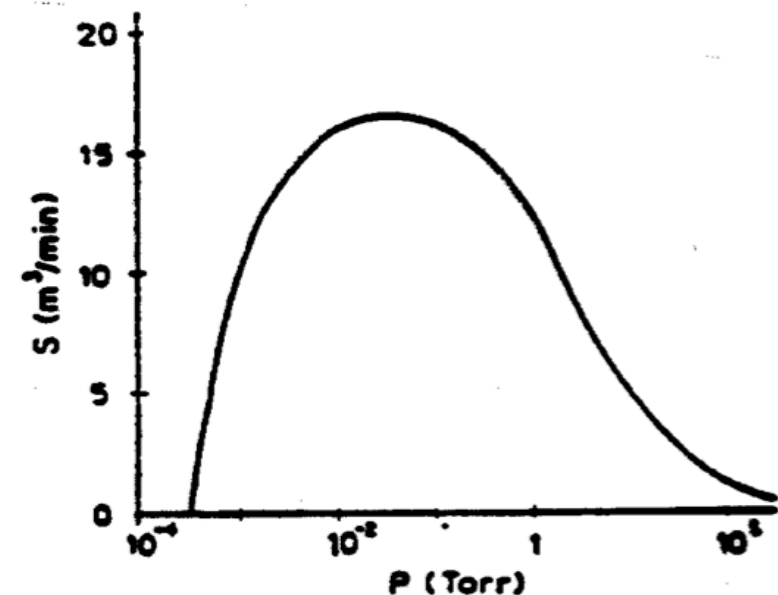
## Bomba de vácuo seca "roots"

A velocidade de bombeamento e o vácuo final dependem da condutância entre a zona de altas e baixas pressões, que depende da folga entre os rotores e entre o rotor/estator.

As bombas "roots" **não bombeiam** desde a  $p_{atm}$ , por isso a **velocidade de bombeamento** também depende da *pressão estabelecida pela bomba rotatória* que está associada à bomba "roots".

- As velocidades de bombeamento são normalmente elevadas (**50-25000 L/s**), podendo ser usadas na gama de pressões de **15 mbar a  $10^{-5}$  mbar**.
- O volume de gás deslocado numa rotação é  $V_s = 4 V'$ .
- A velocidade de bombeamento ( $S_{max}$ ) corresponde ao produto do volume deslocado,  $V_s$  pela velocidade de rotação,  $f_s$  (em **rotações/segundo**) dos rotores.

$$S_{max} = f_s \times V_s$$



## **Bomba de vácuo seca "roots"**

O débito teórico (máximo) de uma bomba que trabalhe nestas condições será:

$$Q_{\max} = p_{in} S_{\max}$$

onde ( $S_{\max}$ ) representa a velocidade máxima (teórica) da bomba e  $p_{in}$  corresponde ao valor da pressão à entrada da bomba. Atendendo a que as bombas "roots" não são vedadas com óleo, então existem sempre fugas internas (fluxo de retorno) da saída para a entrada da bomba. Por isso, o débito eficaz de gás,  $Q_{ef}$ , (i.e. quantidade de gás eficazmente transportado) é dado pela expressão:

$$Q_{ef} = Q_{\max} - Q_f$$

em que  $Q_f$  corresponde ao débito das fugas (fluxo de retorno), que, similarmente é dado pela expressão:

$$Q_f = p_{out} S_f$$

Em que  $p_{out}$  corresponde à pressão à saída da bomba (i.e. pressão dos gases ejetados). Por outro lado, também se pode escrever:

$$S_f = f_s \times V_f$$

em que  $S_f$  é a condutância das fugas (ou seja, a velocidade com que um determinado volume de fugas retorna novamente ao sistema - do Inglês "**back pumping speed**") e  $V_f$  representa o volume do gás de retorno (fugas).

## **Bomba de vácuo seca "roots"**

A **eficiência volumétrica ( $\eta$ )** de uma bomba de vácuo "roots" é definida pela seguinte expressão:

$$\eta = \frac{Q_{ef}}{Q_{max}} = \frac{Q_{max} - Q_f}{Q_{max}} = \left(1 - \frac{Q_f}{Q_{max}}\right)$$

ou seja, a eficiência volumétrica ( $\eta$ ) de uma bomba "roots" é:

$$\eta = \left(1 - \frac{Q_f}{Q_{max}}\right) \Leftrightarrow \eta = \left(1 - \frac{P_{out} S_f}{P_{in} S_{max}}\right) \Leftrightarrow \eta = \left[1 - \left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right) \left(\frac{S_f}{S_{max}}\right)\right] \Leftrightarrow \eta = 1 - K \left(\frac{S_f}{S_{max}}\right)$$

onde  **$K$**  é a denominada **razão de compressão** e é definida como correspondendo ao quociente entre a pressão de saída e a pressão à entrada da bomba, isto é:

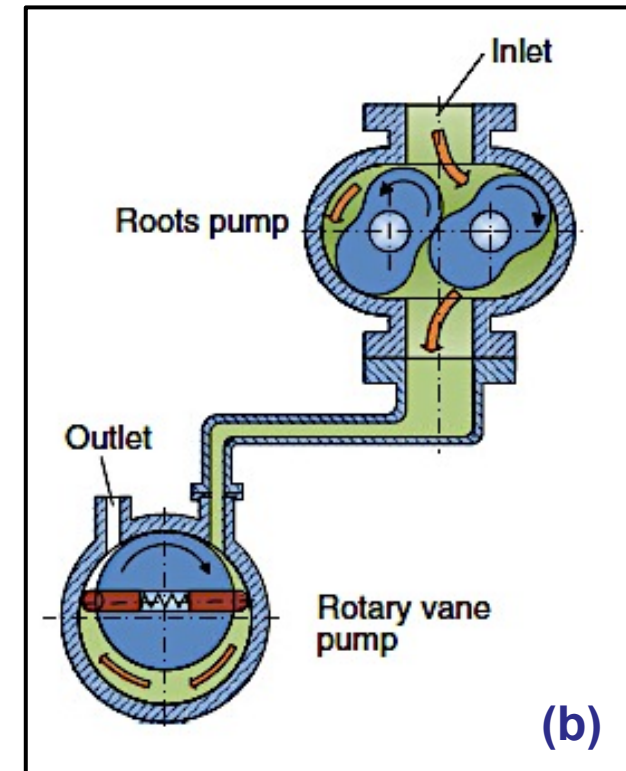
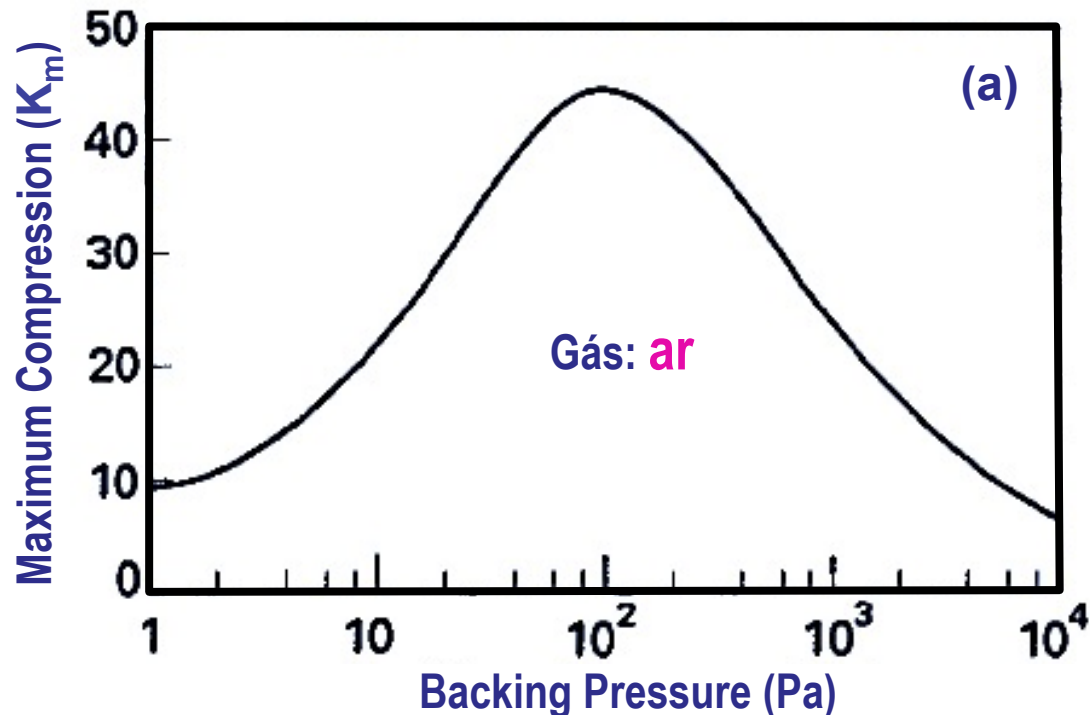
$$K = \left(\frac{P_{out}}{P_{in}}\right)$$

Para o **ar**, a máxima compressão ( $K_m$ ) é calculada através do quociente entre a velocidade máxima da bomba ( $S_{max}$ ) e a condutância das fugas:

$$K_m = \left(\frac{S_{max}}{S_f}\right)$$

## Bomba de vácuo seca "roots"

O valor de  $K_m$  obtém-se de modo experimental. A figura (a) mostra a variação dos valores de  $K_m$  com a pressão de saída ( $p_{out}$ ) da bomba "roots" (idealmente corresponderia à pressão de entrada de uma bomba rotatória na eventualidade desta estar associada à bomba "roots", de acordo com a figura (b)).



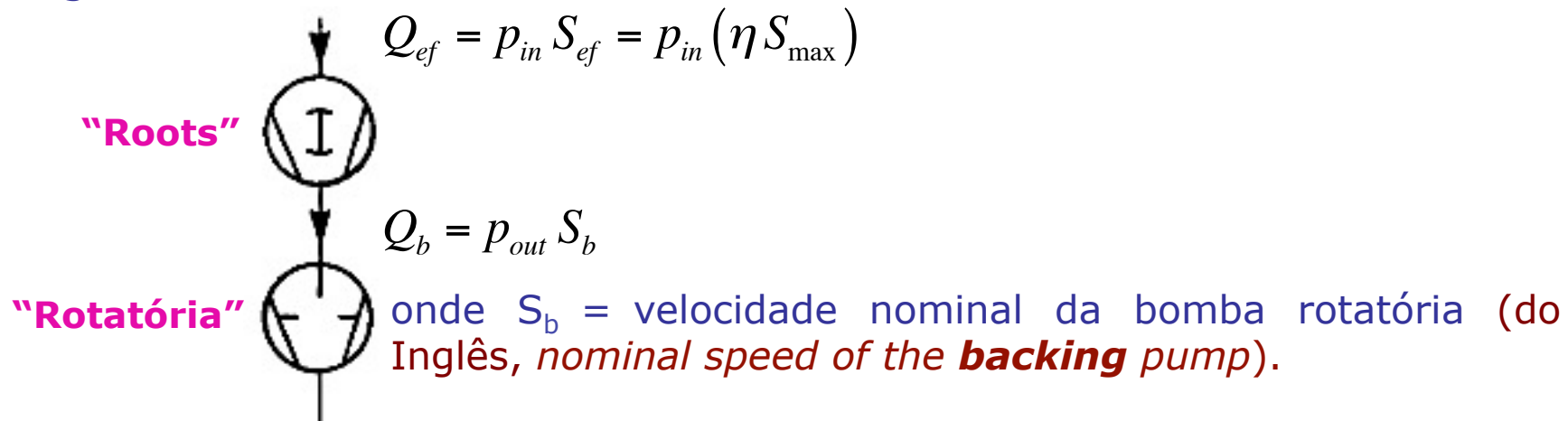
*Variação dos valores de  $K_m$  com a pressão de saída da bomba "roots" - Leybold WS500.*

## Bomba de vácuo seca "roots"

Utilizando a definição de **máxima compressão**, a eficiência volumétrica de uma bomba "roots" também pode ser expressa da seguinte forma :

$$\eta = 1 - \frac{K}{K_m}$$

Considere-se ainda o caso da bomba "roots" estar associada (em série) com uma bomba rotatória, conforme esquematicamente representado na figura.



O débito de gás que atravessa a bomba "roots" deverá ser igual ao que atravessa a bomba rotatória. Por isso, em condições de estado estacionário pode-se escrever:

# Bomba de vácuo seca "roots"

Condição de estado estacionário:

$$p_{out} S_b = p_{in} S_{ef} \quad \text{em que} \quad S_{ef} = \eta S_{max}$$

$$\text{donde, } p_{out} S_b = p_{in} (\eta S_{max})$$

$$\text{ou seja: } \frac{p_{out}}{p_{in}} = \eta \frac{S_{max}}{S_b}$$

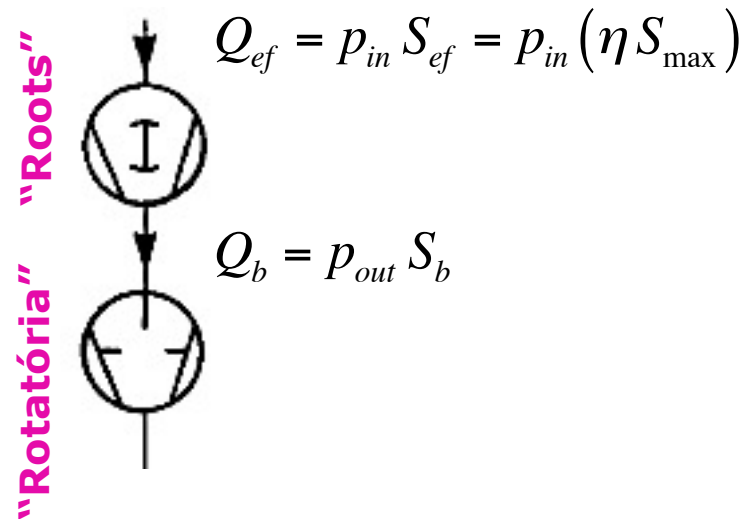
$$\text{Atendendo a que } K = (p_{out} / p_{in})$$

então:

$$K = \left( \frac{p_{out}}{p_{in}} \right) = \eta \frac{S_{max}}{S_b} \Leftrightarrow K = \eta K_{th}$$

•  $\eta$  é a eficiência volumétrica.

onde o termo  $K_{th} = (S_{max} / S_b)$  é denominado por **gradação**.





## Bomba de vácuo seca "roots"

Nas bombas mecânicas vedadas a óleo, uma das funções do óleo é efectuar a transferência de calor através da estrutura da bomba. Contudo, nas bombas de vácuo "roots", os rotores não estão em contacto directo com o corpo da bomba e estas tendem a **sobreaquecer** se a diferença de pressão através da bomba for demasiadamente elevada. Por isso, a maior parte da **potência** desenvolvida para **comprimir** o gás vai aquecer os rotores. A **potência ( $W_C$ ) de compressão** (provoca **aquecimento**) é dada por:

$$W_C = S_{\max} (p_{out} - p_{in}) \Leftrightarrow W_C = S_{\max} p_{in} \left( \frac{p_{out}}{p_{in}} - 1 \right)$$

De acordo com o que já foi exposto anteriormente, o débito de gás que atravessa a bomba "roots" deverá ser igual ao que atravessa a bomba rotatória. Por isso, pode-se escrever:

$$p_{out} S_b = p_{in} S_{ef} \Leftrightarrow \frac{p_{out}}{p_{in}} = \frac{S_{ef}}{S_b}$$

Donde:

$$W_C = S_{\max} p_{in} \left( \frac{S_{ef}}{S_b} - 1 \right) \Leftrightarrow W_C = S_{\max} p_{in} \left( \frac{\eta S_{\max}}{S_b} - 1 \right)$$

A potência desenvolvida, e portanto o aquecimento só diminui se a pressão à entrada a roots diminuir ou se a velocidade da bomba rotatória  $S_b$  aumentar. Por isso, as bombas roots não devem funcionar muito tempo acima da pressão crítica (3-40 mbar). Nessas situações os rotores aquecem, dilatam e a bomba pode gripar. *A razão de compressão ( $p_{out}/p_{in} = S_{ef}/S_b$ ) típica duma bomba roots é da ordem de **10**, sendo máxima (40) a 1 mbar, pelo que a bomba rotatória associada tem de ter uma velocidade de bombeamento **pelos menos 10 vezes menor** do que a da roots.*

## Bomba de vácuo seca "roots"

Nas bombas de vácuo "roots", para além da **potência de compressão** (provoca aquecimento) há que contemplar outras perdas e que advêm principalmente de perdas mecânicas. Por isso, a potência total ( $W_T$ ) consumida corresponde à soma da potência de compressão com a potência consumida devido às perdas mecânicas ( $W_m$ ), ou seja:

$$W_T = W_C + W_m$$

A potência consumida devido às perdas mecânicas é proporcional a  $S_{\max}$  e por isso:

$$W_T = W_C + cte \times S_{\max}$$

onde a constante depende do tipo e da construção da bomba. Em termos práticos é comum adoptar-se para  $W_m$  um valor que corresponde a 20% de  $S_{\max}$ . Por isso:

$$W_T = W_C + 0,2 S_{\max}$$

Parte o trabalho total realizado por unidade de tempo (i.é, potência) é dissipado (trata-se de  $W_C$ ) nos rotores da bomba que aquecem e expandem, podendo gripar a bomba, tal como já foi anteriormente referido.

## Bomba de vácuo seca "roots"

- O aumento de temperatura nos rotores que é provocado pelo processo de compressão dos gases pode ser calculado a partir da seguinte expressão:

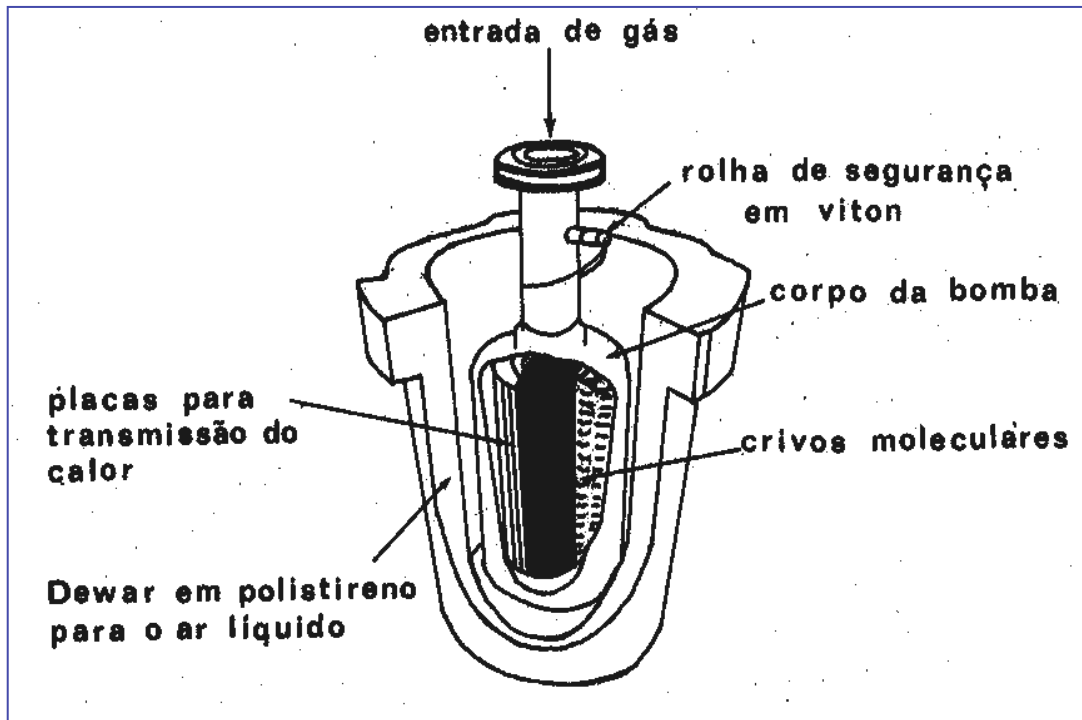
$$\Delta T = T_{in,gás} \times \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right) \times \frac{\left( \frac{p_{out} - 1}{p_{in} - 1} \right)}{\eta} \times f(T)$$

onde  $\gamma = C_p/C_v$  é a razão dos calores específicos para o gás bombeado (= **1,4 para o ar**) e  $\eta$ ,  $p_{in}$  e  $p_{out}$  têm o significado já atribuído.

$$\begin{aligned} f(T) &= 1,0; p \in [10^2 - 10^3] \text{ mbar} \\ &= 0,5; p \in [50 - 10^2] \text{ mbar} \\ &= 0,2; p \in [1 - 50] \text{ mbar} \end{aligned}$$

### iii) Bombas de Fixação (de Absorção)

Podem ser usadas em substituição das bombas rotatórias. São constituídas por vasos de um material absorvente muito poroso (zeolito e carvão activado). Os vasos são arrefecidos em azoto líquido e depois de um período de arrefecimento (~15 min) são ligados à câmara a bombear. A velocidade de bombeamento está relacionada com a quantidade de material absorvente e com a eficiência de transferência de calor.



Para grandes volumes usam-se normalmente várias destas bombas em paralelo.

As vantagens destas bombas sobre as rotatórias são a produção de um **vácuo limpo** (sem contaminação por óleo) e a **ausência de vibrações** no sistema de vácuo. Muito úteis para processos de vácuo em hospitais.

## 2) Bombas secundárias – descarregam para uma bomba de apoio (bomba primária)

São bombas para produzir alto/muito alto vácuo e são associadas a uma bomba primária, uma vez que não conseguem bombear a partir da  $P_{atm}$ .

As bombas secundárias são, essencialmente de 3 tipos:

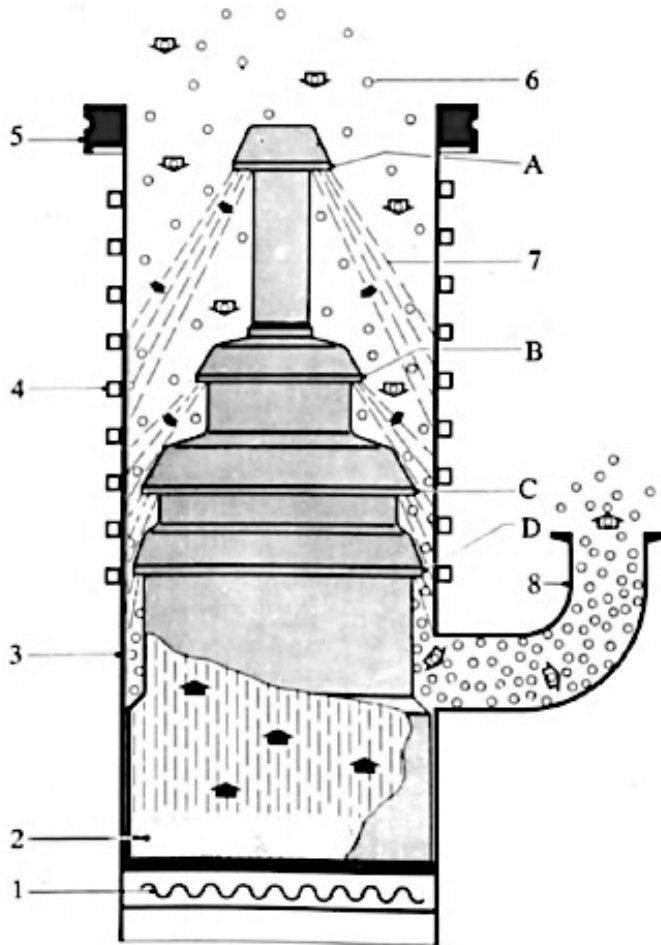
- ❖ **Bombas de difusão**
- ❖ **Bombas turbomoleculares**
- ❖ **Bombas criogénicas**

## ❖ Bombas de difusão

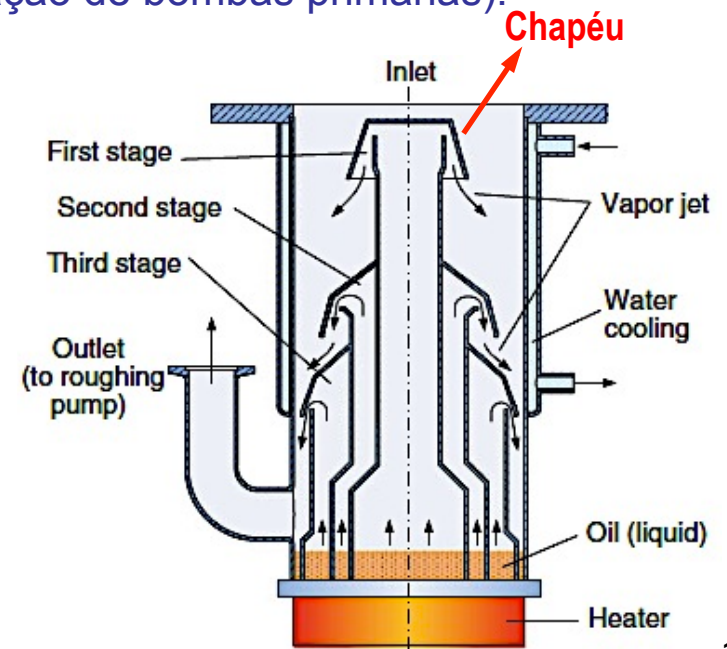
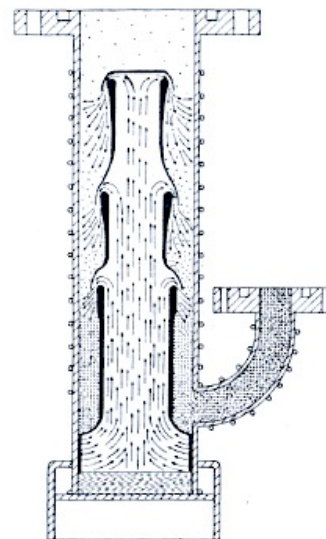
- Ao contrário das bombas mecânicas, as **bombas difusoras** não contêm partes móveis. As bombas difusoras utilizadas para operarem em regime de fluxo molecular e podem funcionar num intervalo de pressões que tipicamente varia entre  **$10^{-2}$  mbar** até  **$10^{-9}$  mbar**. Atendendo a que estas bombas não conseguem descarregar directamente para a atmosfera, é necessário que esta seja combinada com uma bomba mecânica (de palhetas ou de pistão) ou com uma combinação de bombas mecânicas (roots/rotatória, caso já esquematizado anteriormente). Tipicamente as pressões de saída das bombas difusoras são da ordem do  **$10^{-1}$  mbar**. Além disso, estas bombas podem ter ***elevadas razões de compressão***. Por exemplo, se a pressão de entrada de uma bomba difusora for de  $10^{-7}$  mbar e a pressão de saída for de  $10^{-1}$  mbar, então a razão de compressão é de  $10^6$ .
- Estas bombas são usadas quando são requeridas velocidades de bombeamento elevadas, constantes, durante largos períodos de tempo, para gases de tipos diferentes.

## • Bombas de difusão

Uma bomba de difusão é constituída por um invólucro cilíndrico, dentro do qual existem um vaporizador para o líquido da bomba (óleo) e sobre este uma chaminé que conduz o vapor aos vários andares de ejectores. As moléculas do vapor do óleo ao saírem dos ejectores arrastam as moléculas do gás existentes dentro da bomba para baixo de encontro às paredes da bomba. Como estas são arrefecidas (água ou ar), dá-se uma condensação do óleo que regressa ao vaporizador. O gás que é arrastado é comprimido na parte inferior, de onde é retirado por uma bomba primária (ou combinação de bombas primárias).



**Cross-sectional view of a conventional diffusion pump.** 1, heater; 2, boiler; 3, pump body; 4, cooling coil; 5, high-vacuum flange connection; 6, gas particles; 7, vapour jet; 8, backing vacuum connection port; A-D, nozzles.



## ❖ Bombas de difusão

- Os líquidos mais utilizados nas bombas de difusão são o mercúrio ou óleos especiais (tipicamente o óleo de silicone) de muito baixa tensão de vapor. As bombas de difusão podem ter velocidades de bombeamento que variam desde alguns litros por segundo até **20000 L/s** e dependem da dimensão das bombas, ou seja, a velocidade de bombeamento é proporcional à condutância da entrada da bomba.
- Um problema grave que está normalmente associado às bombas de difusão é o retorno “backstreaming” do óleo para dentro da câmara. Por exemplo, no caso de deposição de filmes finos, o óleo pode contaminar simultaneamente as superfícies depositadas e os correspondentes substratos conduzindo, por isso, a uma fraca adesão e a uma correspondente degradação das propriedades dos revestimentos produzidos.
- Afim de se minimizar o efeito de backstreaming, o óleo deve ser condensado antes de entrar na câmara já em alto vácuo. Para o efeito, utilizam-se **trapas** arrefecidas colocadas na parte mais alta do jato (acima do último chapéu) ou deflectores muito densos, mas à custa de uma ligeira redução da condutância e por conseguinte da velocidade de bombeamento.



## ❖ Bombas de difusão

Na sua gama de funcionamento normal (i.e. num determinado intervalo de pressões à entrada da bomba) a bomba difusora é um dispositivo que opera a **velocidade constante**. Atendendo a que a entrada da bomba é constituída por uma abertura cilíndrica (orifício de área  $A$ ), a velocidade de bombeamento é proporcional à condutância ( $C=11,6 \times A$ ) desta entrada, ou seja:

$$S = H_o (11,6 \times A) \Leftrightarrow S = H_o (11,6 \times \pi r^2) \Leftrightarrow S = H_o \times 11,6 \pi (d^2/4) \quad [L/s]$$

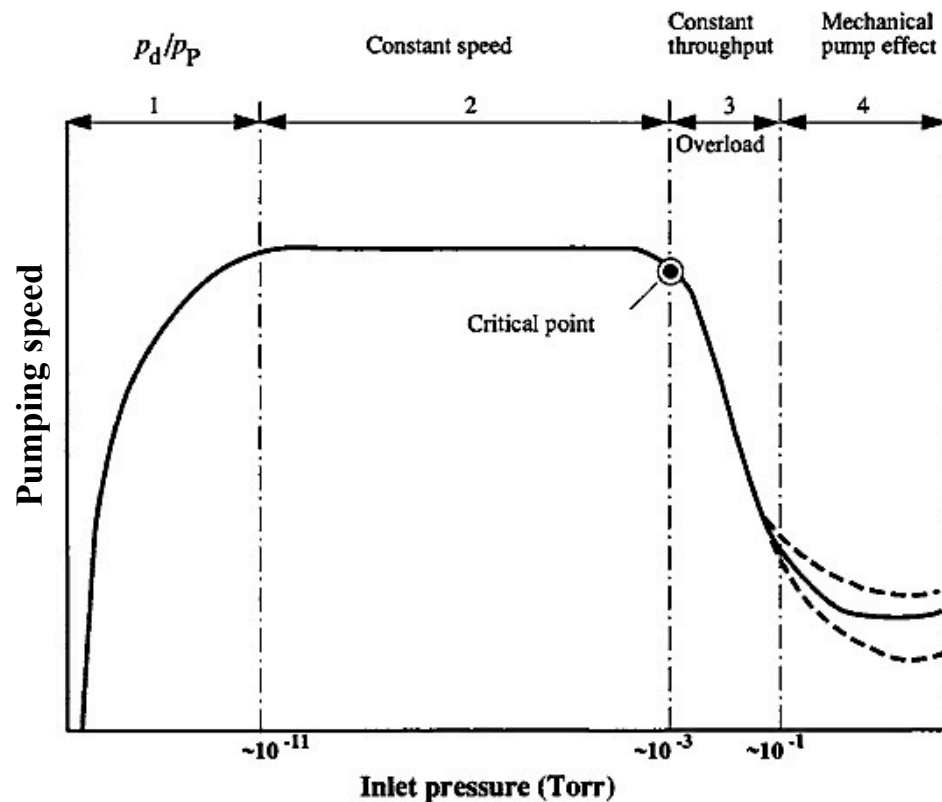
- Onde  $r$  é o raio expresso em centímetros e o fator  $H_o$  refere-se à probabilidade de captura de moléculas pela bomba. Este fator é sempre inferior a 1, sendo frequentemente da ordem de 0,2 - 0,3.
- Na prática geralmente verifica-se que cada polegada (2,5 cm) no diâmetro ( $d$ ) da bomba corresponde a cerca de 100 L/s de velocidade de bombeamento. Por exemplo, numa bomba de 6 polegadas de diâmetro terá uma velocidade de bombeamento próxima de 600 L/s, ou seja:

$$S = H_o \times 11,6 \pi [(6 \times 2,5)^2 / 4] \Leftrightarrow S = H_o \times 11,6 \pi \times (9 \times 2,5^2) = H_o \times 2050 \approx 600 \quad (L/s)$$

Onde se tomou para  $H_o$  um valor aproximadamente igual a 0,3. Um outro tipo de bombas, **bojudas** (como a que está representada na figura) devido à sua forma específica apresentam um  $H_o$  que é praticamente o dobro do valor das bombas difusoras convencionais.



## ❖ Bombas de difusão



Para um determinado gás, a figura mostra a curva característica da variação da velocidade de bombeamento com a pressão (à entrada da bomba difusora), onde se realçam as 4 regiões de operação. Para a maioria dos gases, a gama de pressões com que a bomba opera a velocidade constante varia desde  $10^{-3}$  Torr ( $\sim 1,3 \times 10^{-3}$  mbar) até  $10^{-11}$  Torr ( $\sim 1,3 \times 10^{-11}$  mbar).

A pressão máxima ou limite de pressão de entrada é designado por "**pressão crítica de entrada**" e que corresponde ao ponto em que **não ocorre o jacto dos vapores de óleo no ejetor de topo**.

Tal acontece porque a altas pressões o livre percurso médio dos vapores de óleo é muito pequeno e por isso, esses vapores dificilmente chegarão ao ejetor de topo afim de arrastar o gás rarefeito das espécies a bombear. O **débito** de gás na região de **velocidade de bombeamento constante**, corresponde ao produto da pressão pela velocidade à entrada da bomba. Nesta região (2), o débito **varia linearmente** com a pressão (inlet pressure), até que seja atingida a pressão crítica.

## ❖ Bombas de difusão

- Acima da pressão crítica (zona 3 da Fig. anterior), o **débito é constante** até ao ponto em que os vapores de óleo nem sequer conseguem chegar ao ejetor de topo (o seu livre percurso médio é já muito baixo) e por isso deixam de cumprir a sua função. Para a região de elevadas pressões (4) o débito volta a aumentar e o correspondente aumento depende da velocidade de bombeamento da bomba primária.
- O **débito máximo ( $Q_{\max}$ )** utilizável por uma bomba de difusão corresponde ao produto da velocidade (à entrada) da bomba de difusão pela pressão crítica.
- Uma bomba difusora que seja caracterizada por uma curva hipotética como a representada na Fig. anterior, tem uma pressão última de cerca de  $10^{-12}$  mbar. Se, nesse ponto a pressão à saída da bomba for de  $10^{-1}$  mbar, então a razão de compressão será igual a  $10^{11}$ .

# Bombas turbomoleculares

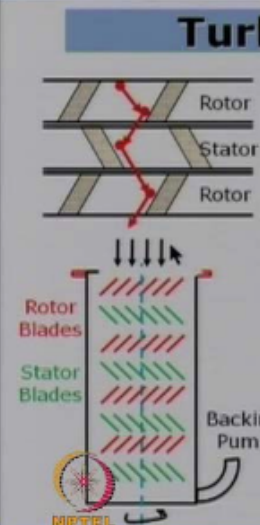
As bombas turbomoleculares (TMP) dispõem de vários estágios (andares) sobrepostos de pás de turbinas alternadamente **fixas** (estator - ligado ao corpo da bomba) e **rotativas**. Quando a velocidade de rotação é muito elevada (entre 20000 e 80000 rpm) e as pressões são inferiores às do vácuo primário as moléculas que chocam com as palhetas em rotação são dirigidas para a saída, onde uma bomba primária as expulsa para a atmosfera. Os primeiros estágios (do lado do volume a evacuar) são desenhados de modo a obterem-se elevadas velocidades de bombeamento e baixa compressão e os últimos para se obter alta compressão, embora com menor velocidade de bombeamento.



- O aumento da pressão nos últimos estágios permite bombear a mesma quantidade de gás ( $Q=Sp$ ) embora a velocidade de bombeamento seja menor. São o tamanho, a inclinação e a distância entre as pás que determinam a razão de compressão e a velocidade de bombeamento de cada estágio. A razão máxima de compressão varia linearmente com a velocidade angular de rotação do rotor, mas decresce (exponencialmente) com a raiz quadrada do peso molecular do gás a bombear. As razões típicas de compressão são de  **$10^{10}$** ,  **$10^9$**  e  **$10^3$** , respectivamente para os hidrocarbonetos,  $N_2$  e  $H_2$ .
- Numa TMP as pás rotativas são as responsáveis por transmitir **quantidade de movimento** às moléculas de gás e as pás estáticas do estator são as responsáveis por lhes conferirem a direcção do movimento (e assim evitar que regressem à câmara de vácuo) ao longo da bomba.

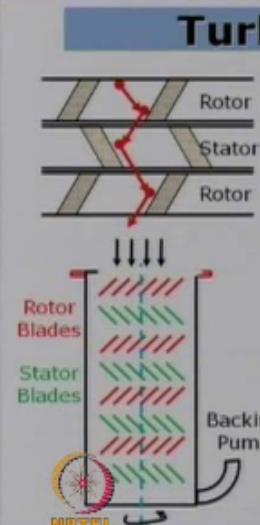
# Bombas turbomoleculares

### Turbo Molecular Pump



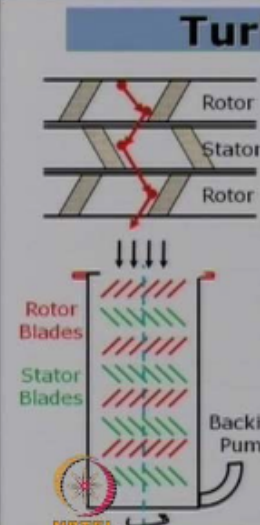
- The schematic of a Turbo Molecular Pump (TMP) is as shown.
- It consists of alternate layers of stator and rotor discs.
- The rotor rotates at a very high RPM, typically, of the orders of 27000 and above.
- The blades are mounted at an optimum angle, on both stator and rotor.

### Turbo Molecular Pump



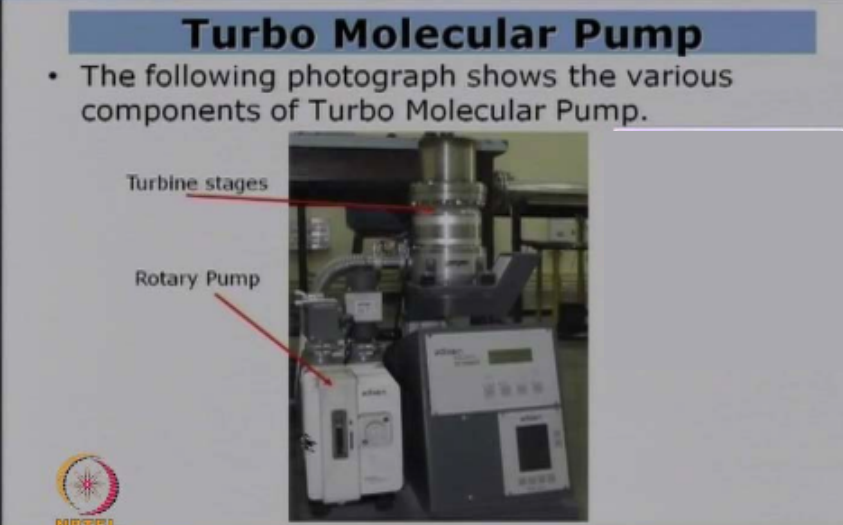
- This high speed rotation imparts momentum to the gas particles upon collision with the rotor discs.
- The high speed molecules are directed towards the exit using the stator discs.
- These two adjacent discs are often called as a stage in the TMP.

### Turbo Molecular Pump



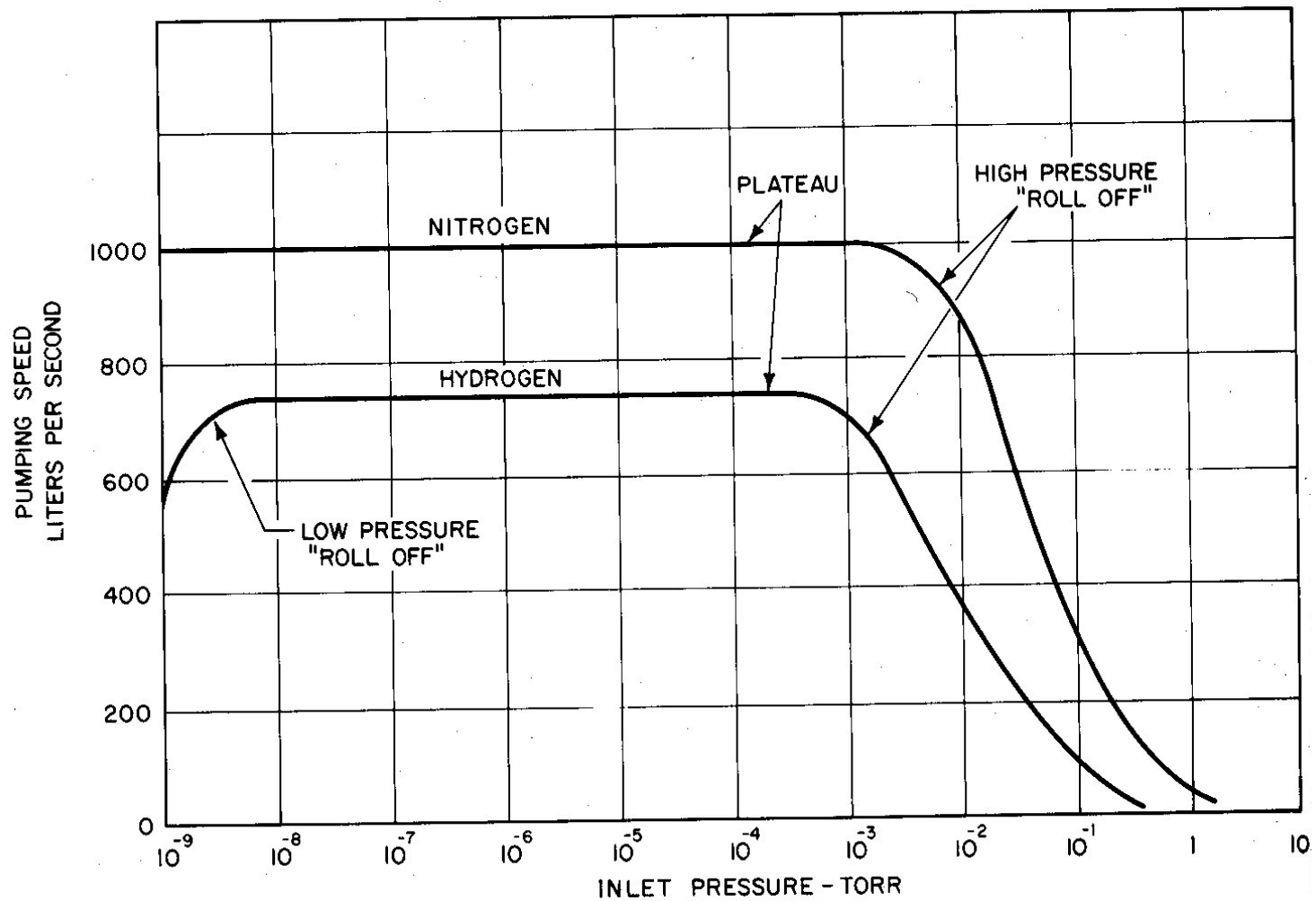
- A TMP has 6 to 7 stages depending upon the level of vacuum required.
- These pumps are more efficient in free molecular flow regime.
- They are often backed up by mechanical pumps.
- Latest developments in TMP include replacement of oil bearings with dry, non lubricant bearings.

### Turbo Molecular Pump

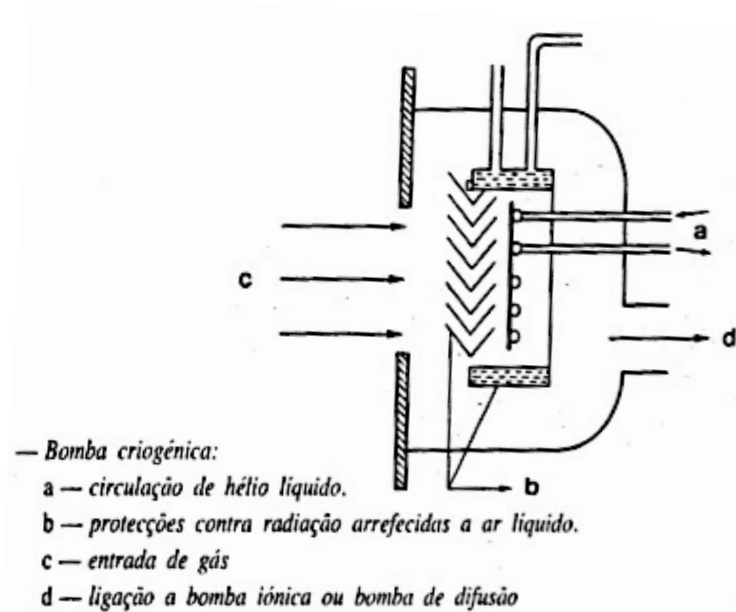


- The following photograph shows the various components of Turbo Molecular Pump.

## Velocidades de bombeamento até 10000 L/s.



## ❖ Criobombas



- Se for utilizado azoto líquido, a velocidade de bombeamento (S), é particularmente elevada para o vapor de água, baixa para o oxigénio e nula para o

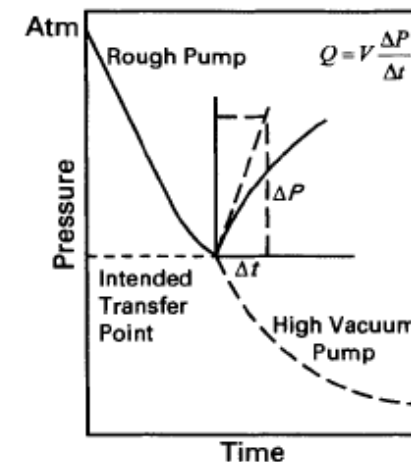
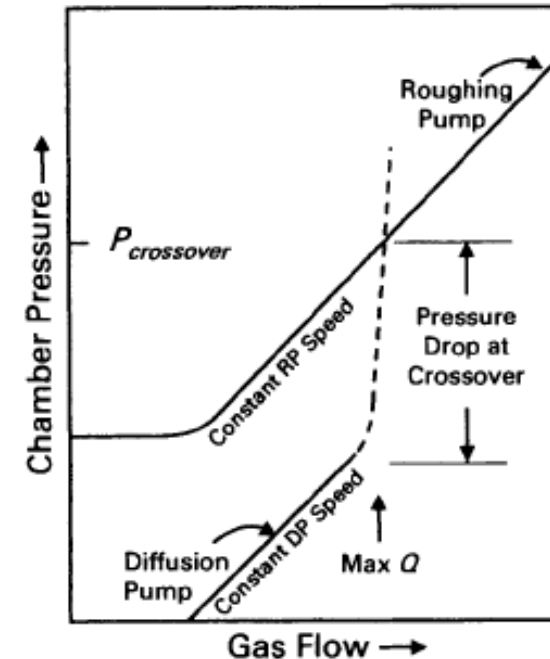
Estas são as únicas que não extraem as moléculas da câmara, mas fixam-nas. Por isso, **não necessitam de uma bomba primária de apoio**, mas precisam de ser regeneradas quando a sua capacidade de fixação tiver sido esgotada.

Para fixar a maioria dos gases, as criobombas dispõem de um elemento a muito baixa temperatura sobre o qual ficam “congeladas” todas as moléculas que lá incidem. O elemento frio é habitualmente arrefecido por hélio líquido, pelo que a temperatura atingida é suficientemente baixa (15 a 20 K) para congelar todos os gases com excepção do hélio e do hidrogénio (para estes dois costuma haver uma zona central de adsorção em carvão activado).

# Dimensionamento de sistemas de bombeamento

A pressão de transferência à qual se deve ligar a bomba secundária depende da pressão crítica desta. A pressão crítica é a pressão à entrada da bomba a partir da qual a velocidade de bombeamento começa a diminuir e portanto para a qual o débito da bomba é máximo.

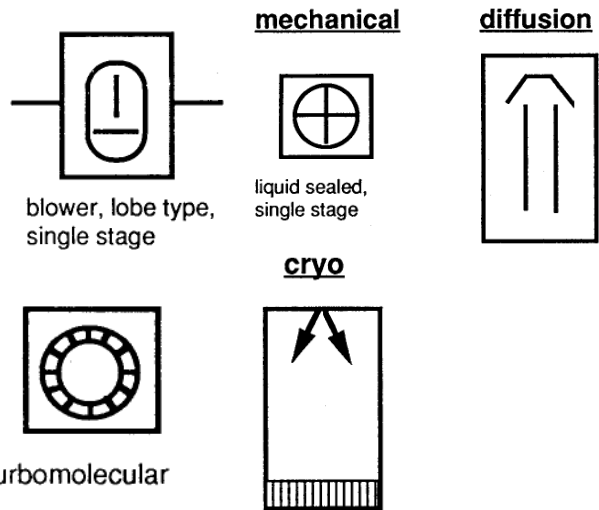
A pressão final da bomba primária deve satisfazer os requisitos de pressão crítica da bomba secundária. A regra é fazer a transferência a 100-150 mTorr (0,1-0,2 mBar) para o caso das bombas vedadas a óleo, de modo a minimizar a difusão de óleo para a câmara.



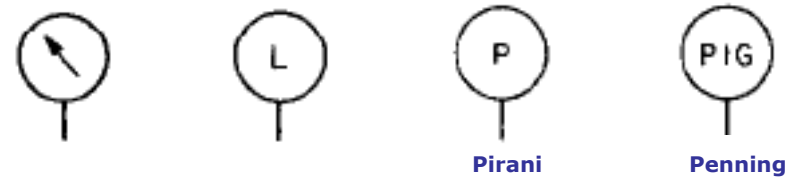


# Simbolos equipamentos para sistemas de vácuo.

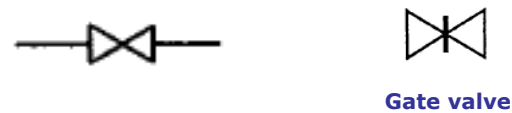
## Bombas



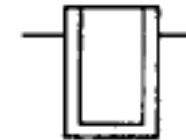
## Medidores



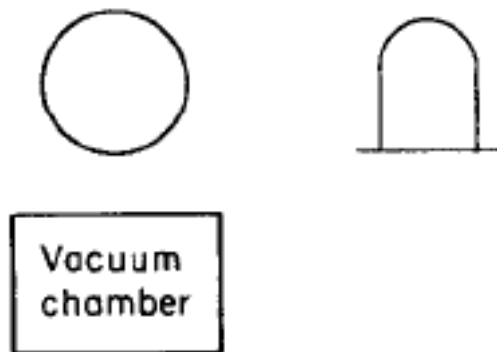
## Válvulas



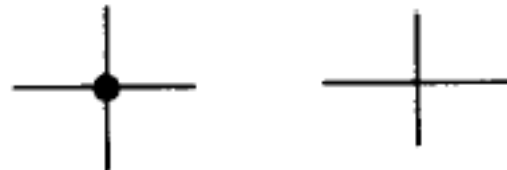
## Traps



## Câmaras

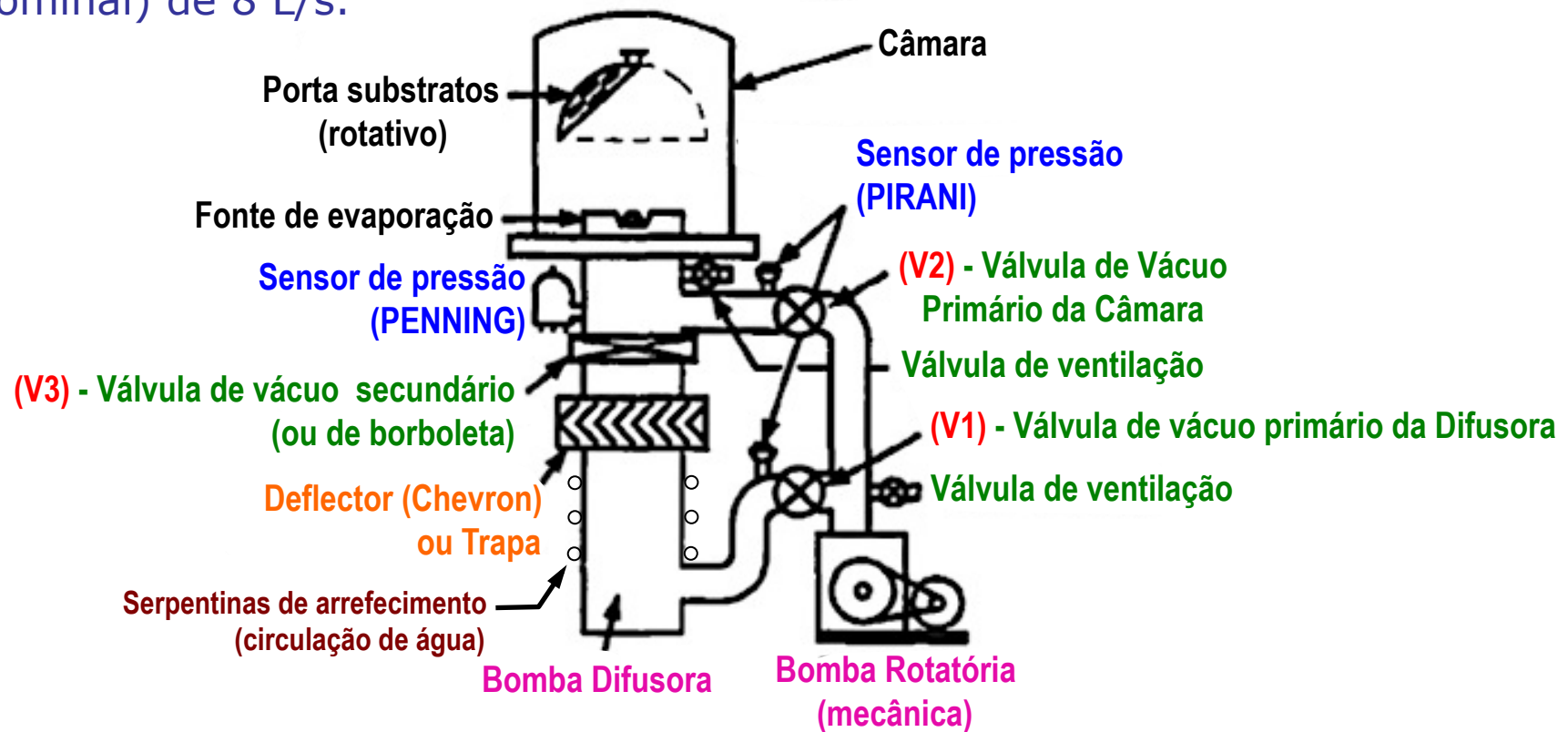


## Linhas de gás



## Funcionamento Típico de de um sistema de vácuo constituído por Câmara de Vácuo + bomba rotatória + bomba difusora

Um sistema de vácuo muito comum é aquele representado na figura. Este sistema é normalmente utilizado para efectuar a evaporação de metais (metalização em vácuo). O sistema básico de bombeamento é constituído por uma bomba difusora de 15 cm de diâmetro (6 polegadas) que é assistida por uma bomba rotatória com velocidade de bombeamento (nominal) de 8 L/s.



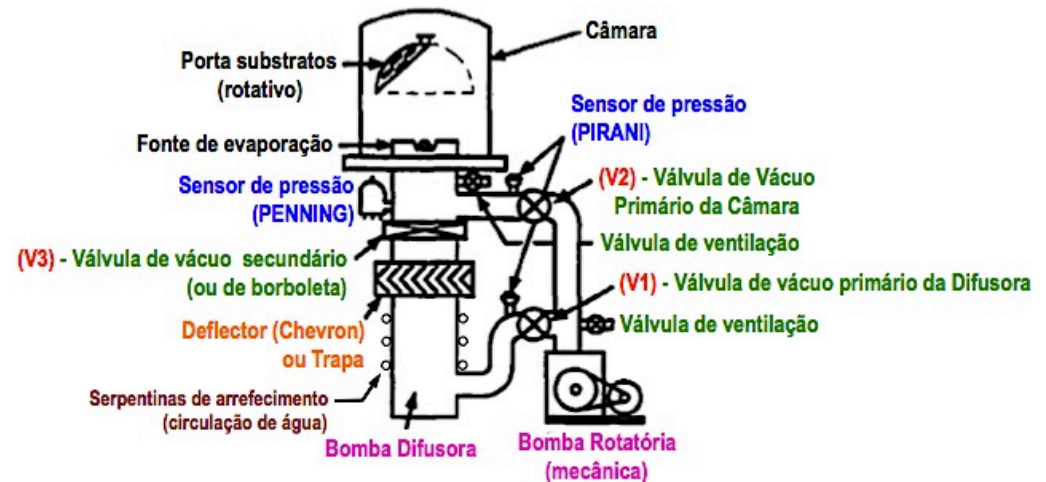
## Funcionamento Típico de de um sistema de vácuo constituído por Câmara de Vácuo + bomba rotatória + bomba difusora

Quando se inicia o bombeamento do sistema a partir da atmosfera, começa-se por ligar a bomba rotatória e após ter decorrido um período de aproximadamente 3 min (para aquecer a bomba) abre-se a válvula V2, conservando as válvulas V1 e V3 fechadas. Desde que não existam fugas, a pressão desce normalmente. Quando se atingir uma pressão inferior a  $10^{-2}$  mbar,

fecha-se a válvula V2 do do "by-pass", abre-se a válvula V1 e liga-se a bomba difusora. Logo que esta arranque, espera-se cerca de 1 min e abre-se a válvula V3. Pode então ligar-se o vacuómetro **Penning** (de ionização) e verificar se a pressão baixa até cerca de  $10^{-5}$  –  $10^{-6}$  mbar.

Para desligar o sistema de vácuo, isola-se a câmara fechando a válvula V3 e conservando a válvula V2 também fechada (já estava). Em seguida desliga-se a bomba difusora continuando porém o arrefecimento por água, até que se atinja a temperatura ambiente.

Por último, fecha-se a válvula V1 e desliga-se a bomba rotatória.



## Exercício:

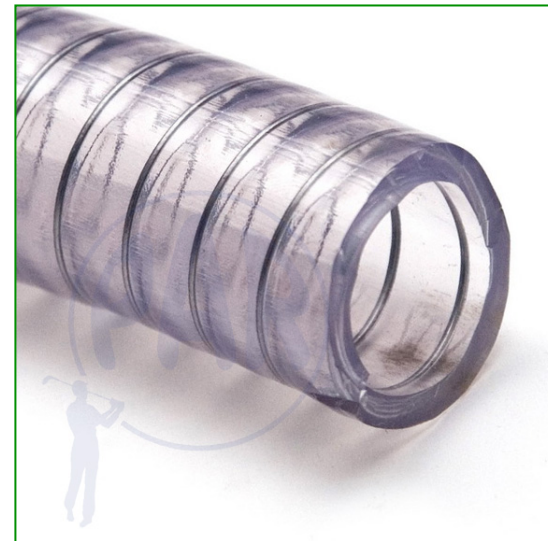
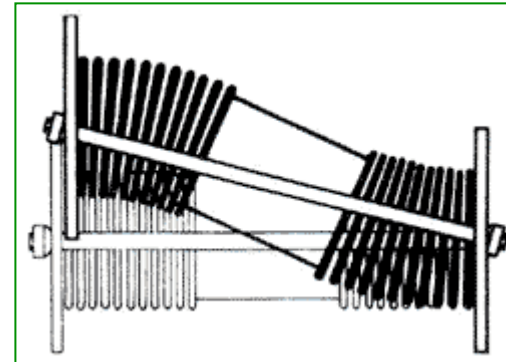
Vai-se usar uma bomba de difusão e uma bomba rotatória num processo que usa um fluxo de gás de  $10^{-3}$  mbarL/s e requer uma pressão de funcionamento de  $10^{-6}$  mbar.

Suponha que a bomba de difusão necessita de uma pressão de saída máxima de 0.5 mbar , o débito máximo da bomba de difusão é 1 mbarL/s. A ligação da bomba de difusão à câmara tem 20 cm de comprimento, e à bomba rotatória tem 40 cm.

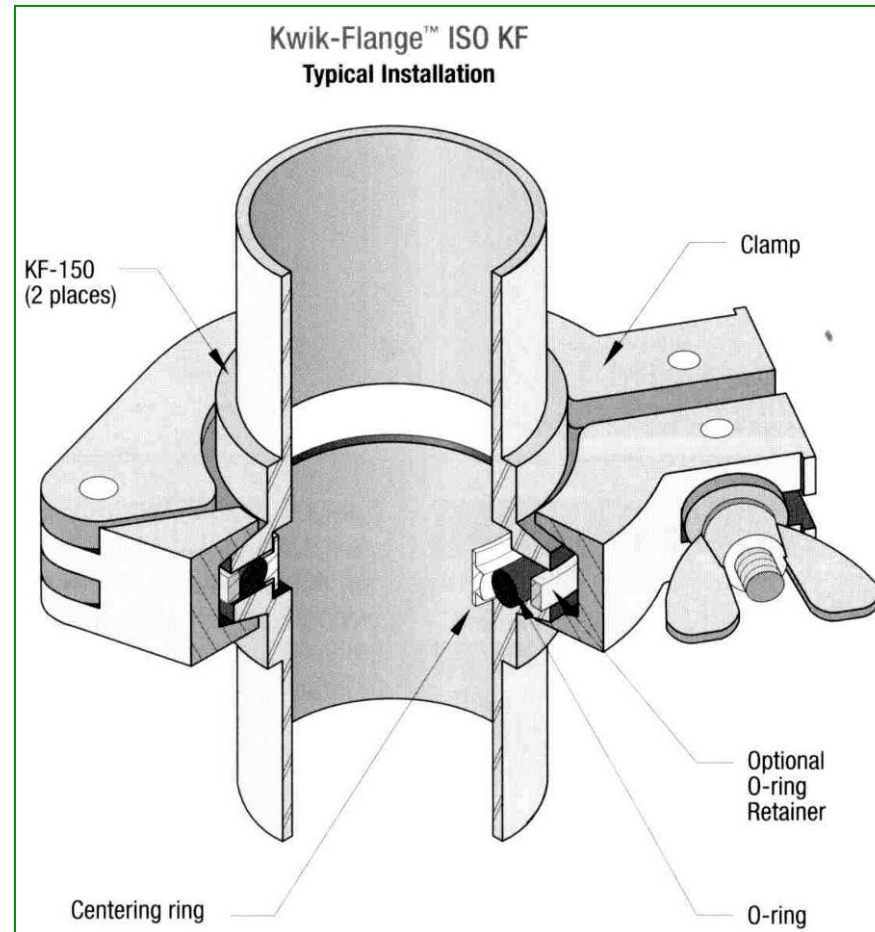
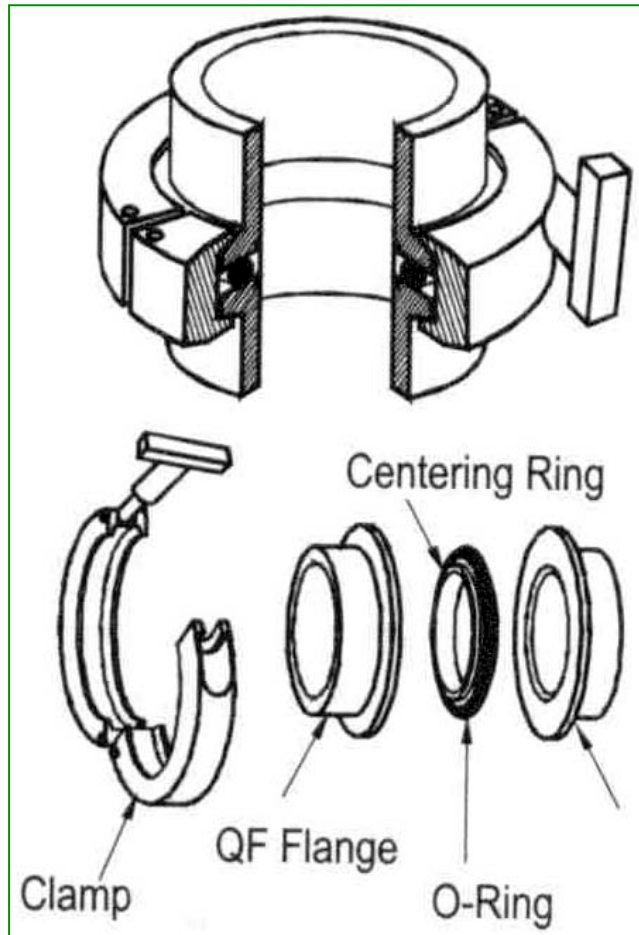
- a) Estimar a velocidade de bombeamento mínima das bombas de difusão e rotatória e os diâmetros das ligações.
  
- b) Estimar o tempo de necessário para atingir o vácuo pretendido.
  
- c) Fazer um esquema simplificado do sistema de vácuo (Câmara, válvulas medidores de pressão) e descreva qual será a sequência de abrir/fechar válvulas, ligar bombas, leituras nos medidores de pressão.

# Outros equipamentos para sistemas de vácuo

## Tubos de ligação UHV

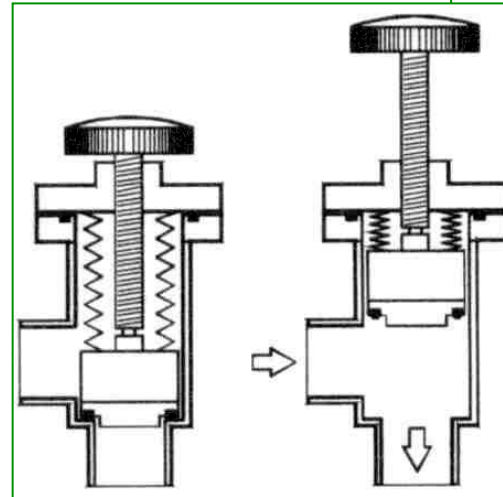
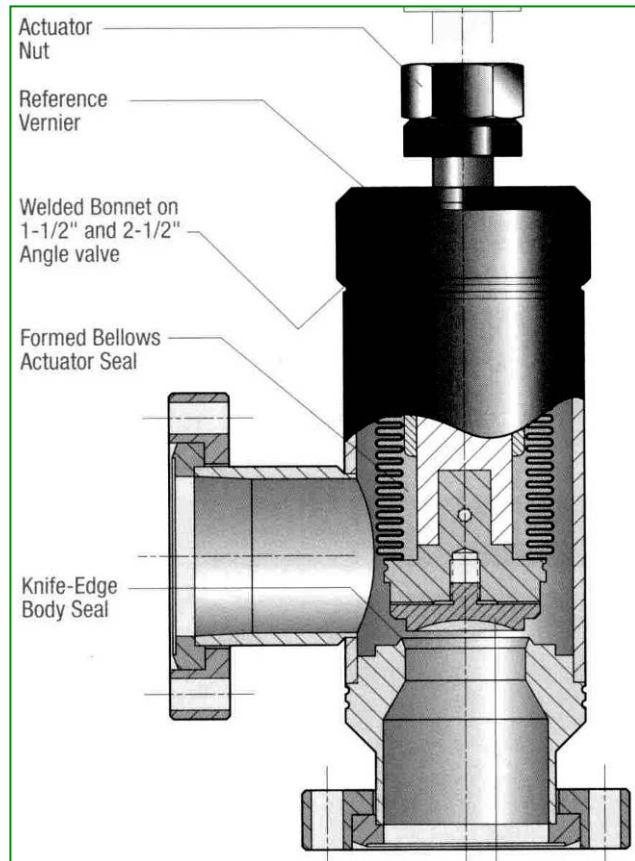


# Quick-Flange



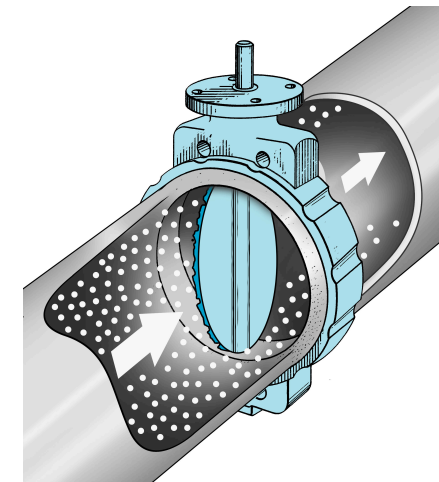
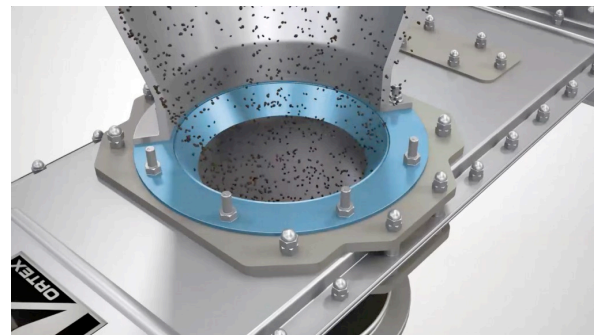
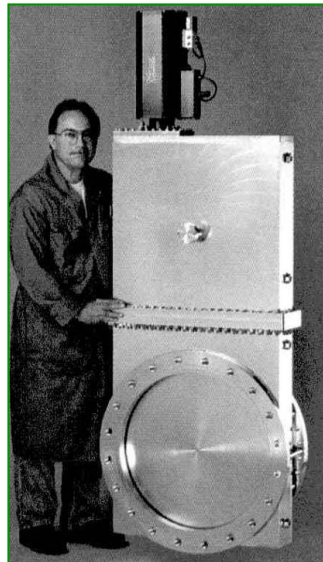
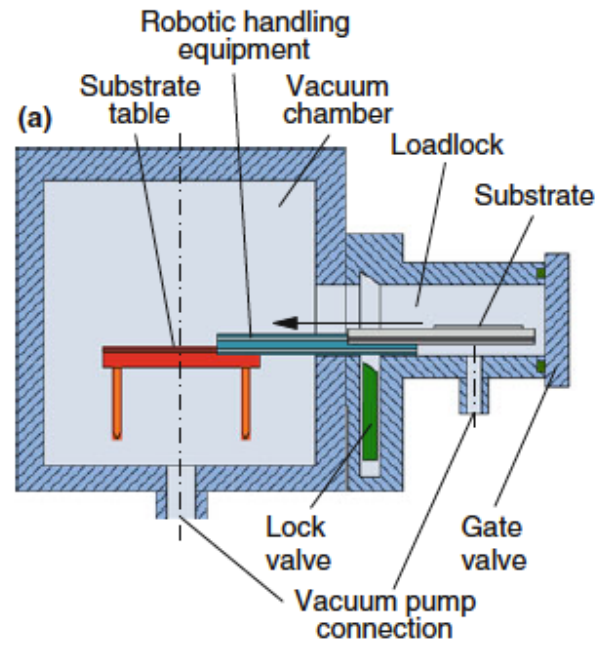
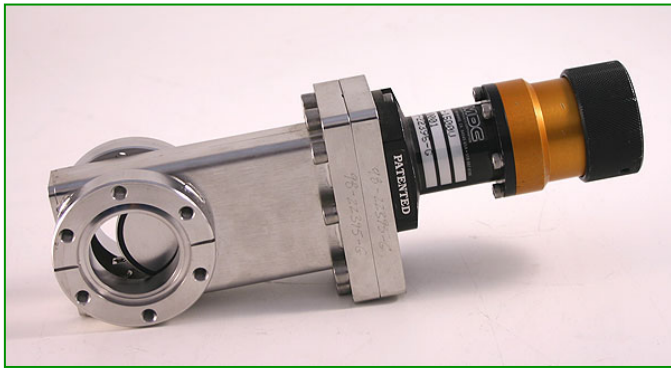
Flange utilizada para ligações de alto vácuo

# Válvulas de entrada de ar/gás



Utilizadas para introduzir ar ou determinadas quantidades de gás dentro de uma câmara de vácuo, em ligação com linhas de bombeamento do sistema a bombear.

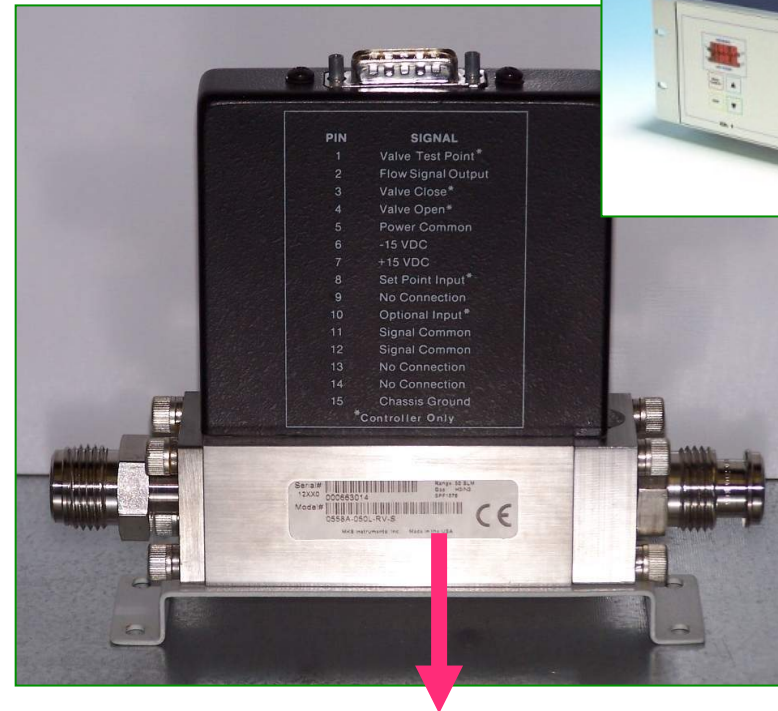
# Válvulas UHV: Gate valve



- Utilizadas em alto vácuo para efectuar ligações da câmara principal com bombas de vácuo, ante-câmaras, etc.



# Controladores de fluxo de massa (gás)



Calibrado para um tipo de gás e para um determinado fluxo ( $\text{cm}^3/\text{min} = \text{sccm}$ )

## Materiais para vácuo.

Os materiais a escolher para a construção de sistemas de vácuo devem satisfazer as seguintes condições:

- a) Baixa capacidade de desgaseificação
- b) Baixa permeabilidade aos gases e vapores
- c) Baixa pressão de vapor
- d) Elevada resistência à corrosão
- e) Elevada resistência mecânica

## Desgaseificação

Todos os materiais adsorvem gases da atmosfera que os rodeia, especialmente vapor de água, oxigénio e azoto. Durante o fabrico de certos materiais de construção pode haver adsorção de gases, o que torna a desgaseificação especialmente importante quando o equipamento é novo.

Os materiais que se encontram dentro de um sistema de vácuo tendem a **desgaseificar** à medida que a pressão baixa e se caminha para alto vácuo. A desgaseificação de um material mede-se em  $mbar \cdot l/s \cdot cm^{-2}$ .