

## OS *PRINCIPIOS MATHEMATICOS* DE ANASTÁCIO DA CUNHA: NOTÍCIAS RUSSAS NO SÉCULO XIX

Maria Elfrida Ralha, Maria Fernanda Estrada

CMAT, Universidade do Minho

eralha@math.uminho.pt

festrada@math.uminho.pt

**Resumo:** Os *Principios Mathematicos* de Anastácio da Cunha, graças à tradução francesa feita por João Manuel d'Abreu, mereceram reconhecimento internacional. Alvo de três recensões publicadas logo a seguir à primeira edição francesa (1811): uma em França, uma na Alemanha e outra no Reino Unido, foi igualmente apreciada em Itália, aquando da reedição, em 1816.

Já na década de 70, do século XX, Youschkevitch publicaria dois artigos que reavivaram a atenção dos investigadores para estes *Principes Mathématiques*. Tais estudos foram também um ponto de partida para a presente investigação onde analisámos o interesse de outro matemático russo, Ivan Timchenko, que, quase um século antes de Youschkevitch, já se havia interessado pelo trabalho do matemático português.

Neste artigo apresentamos uma resenha do desenvolvimento histórico que Timchenko publicou em 1899, incluído em “Fundamentos da teoria das funções analíticas”, e daí retiramos a apreciação relativa à obra de Anastácio da Cunha.

**Abstract:** The treatise *Principios Mathematicos* by Anastácio da Cunha, through its French translation, gained international appreciation, especially after the French version, due to João Manuel d'Abreu, was first published in 1811. This prompted an immediate favourable reaction in France, in Germany and also in the United Kingdom with the edition of 1816 generating yet a fourth appreciation, in Italy.

In the 1970s Youschkevitch published two articles which revived interest in Da Cunha's *Principes Mathématiques*. This work initiated the present research relating to the work of Russian mathematician, Ivan Timchenko, who had studied the *Principes Mathématiques*, almost a century before.

In this article we present a brief summary of Timchenko's historical development on the “Foundations of the theory of analytical functions”, published

---

O presente trabalho foi desenvolvido no âmbito do projeto MAT<sup>2</sup> MATemática×MATEus e foi parcialmente financiado pelo CMAT — Centro de Matemática da Universidade do Minho, através de fundos do FEDER pelo Programa Operacional Fatores de Competitividade — COMPETE e pela FCT — Fundação para a Ciência e a Tecnologia, Projeto Est-C/MAT/UI0013/2011.

in 1899, with special reference to the appreciation made by him to Da Cunha's work.

### ***Principios Mathematicos*: quatro recensões desencadeadas pela tradução francesa**

Em 1811 publicou-se em Bordéus, a tradução francesa dos *Principios Matemáticos* de José Anastácio da Cunha sob o título de *Principes Mathématiques de Feu Joseph-Anastase da Cunha (traduits littéralement du Portugais par J. M. D'Abreu)* [da Cunha 1811]. Esta tradução, da autoria do discípulo e amigo João Manuel d'Abreu, haveria de merecer, quase de imediato, três recensões há muito identificadas. Em 1816 teve lugar uma pretensa 2.<sup>a</sup> edição da obra, publicada em Paris, mas que se supõe ter sido feita a partir das sobras da edição de Bordéus, que desencadearia uma 4.<sup>a</sup> recensão.

Uma primeira apreciação dos *Principes Mathématiques* foi feita em francês e publicada no *Moniteur Universel* de 8 de Agosto de 1811 (Rodrigues [1811]); assinou-a, o igualmente discípulo e amigo de Anastácio da Cunha, Anastácio Joaquim Rodrigues. Nas *Göttingische gelehrte Anzeigen*, em 14 de Novembro de 1811 (Autor Desconhecido [1811]), publicou-se uma segunda recensão, desta vez em alemão, de autor desconhecido e que haveria de merecer um comentário crítico do próprio Gauss. Gauss demarcou-se do recensor alemão e elogiou a definição de exponencial/logaritmo dada por José Anastácio da Cunha. Uma terceira recensão, em inglês, atribuída a John Playfair foi publicada no *Edinburgh Review*, em Novembro de 1812 (Playfair [1812]). Recentemente encontrou-se (Domingues [2010]) uma quarta recensão, desta vez italiana, de 1816 e atribuída a Vincenzo Brunacci (Brunacci [1816]).

Sobre os méritos científicos da obra de Anastácio da Cunha não nos restam dúvidas, bem como temos esclarecido o objectivo da divulgação dos seus *Principios Mathematicos* no estrangeiro. Tratou-se de um plano arquitectado por um grupo de discípulos/amigos que admiravam o trabalho do mestre e que, dedicados, tentavam que este fosse publicado e divulgado, particularmente num país culto como a França, na esperança de que aí lhe seria feita a justiça e o louvor que Portugal lhe negara.

O que nos propomos apresentar, neste artigo, é mais uma repercussão, internacional, dos *Principios Mathematicos*. Desta vez, o eco da edição francesa encontramos-lo na Rússia, já em finais do século XIX, e o seu autor é Ivan Yurievich Timchenko. A ligação entre Anastácio da Cunha e o matemático russo, que nasceu quase 100 anos após a sua morte, fora já relatada por Youschkevitch

em 1973 (Youschkevitch [1973, 4]) e haveria de ser reforçada em 1978 (Youschkevitch [1978, 332]) mas o nosso estudo foi sendo adiado, principalmente, por motivos da dificuldade do acesso à obra de Timchenko e da leitura/tradução da língua russa.

### **I. Y. Timchenko e a sua história dos *Fundamentos da Teoria das Funções Analíticas***

O matemático e historiador I. Y. Timchenko (1863–1939)<sup>1</sup> formou-se em 1885, na Faculdade de Física e Matemática da Universidade de Novorossiysk (Odessa: então Rússia e atualmente Ucrânia) e, embora tenha começado por se interessar pela Astronomia, haveria de se deixar influenciar por I. Sleshinsky<sup>2</sup> e enveredar pelo estudo das funções analíticas, área onde Weierstrass exercia uma enorme influência — através quer das suas aulas, quer de alguns trabalhos publicados — e onde têm merecido especial destaque, desde então, as investigações conduzidas por matemáticos russos. O próprio Sleshinsky, professor e mentor do trabalho de Timchenko que aqui analisamos, tinha também iniciado a sua formação na Universidade de Odessa mas obteve o seu doutoramento, em 1882, em Berlim; foi aluno de Weierstrass e importa-nos recordar uma coincidência temporal: durante a permanência de Sleshinsky na Alemanha, mais precisamente em 1880, publicou-se a correspondência trocada entre Gauss e Bessel [Gauss 1880]. Nesse volume epistolar encontramos o registo da opinião de Gauss sobre Anastácio da Cunha, já anteriormente por nós referido. De facto, na carta que enviou a Bessel em 21 de Novembro de 1811, Gauss escreveu:

(...) todos os paradoxos que alguns matemáticos notam nos logaritmos desaparecem quando não se parte da definição usual (...)  
[e] fico satisfeito por constatar que o português Cunha escolheu de facto esta [boa] definição (...)

Parece-nos assim natural admitir que Sleshinsky leu, nessa mesma altura, esta publicação epistolar entre Gauss e Bessel e pode ser plausível a ideia de que, ao deparar-se com esta missiva, tenha sentido curiosidade em conhecer a obra do português que prendera a atenção do próprio Gauss. Desta forma, Sleshinsky teria conhecido os *Principes Mathématiques* de Anastácio da Cunha dos quais, depois, de volta a Odessa, falaria a Timchenko. Por outro lado,

<sup>1</sup>Dados biográficos sobre Timchenko podem ser consultados em Autor Desconhecido [2014].

<sup>2</sup>Dados biográficos sobre Sleshinsky podem, por exemplo, ser consultados em Seneta [1984, 33–77].

sabemos também que, na sua investigação, Timchenko consultou exaustivamente muitos arquivos e, em particular, os da biblioteca da Sorbonne de onde poderia, igualmente, ter obtido os *Principes Mathématiques*.

O resultado da extensa investigação histórica desenvolvida por Timchenko publicar-se-ia num livro [Timchenko 1899] — *Os Fundamentos da Teoria das Funções Analíticas* —, que nos oferece um relato muitíssimo bem articulado (sobre o desenvolvimento dos conceitos e dos métodos), composto por 685 páginas e publicado em 1899.

ОСНОВАНИЯ ТЕОРИИ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ.

ЧАСТЬ I.

ИСТОРИЧЕСКІЯ СВѢДЕНІЯ

О РАЗВІТІИ ПОНЯТІИ И МЕТОДОВ ЛЕЖАЩИХЪ ВЪ ОСНОВАНІИ  
ТЕОРИИ АНАЛИТИЧЕСКИХЪ ФУНКЦІИ.

Ивана Тимченко.

С.-П. Д. Тип. С. К. С.

ТОМЪ I.

(Извлеченіе изъ Сов. Мат. Оцв. Новорос. Univ. Казанскаго. тт. XII, XVI,  
XIX, 1892—1899).

ОДЕССА.

Тип. А. Шульце, Ланжероновскаго улицы, докъ Карла, № 36.  
1899.

Figura 1: *Os Fundamentos da Teoria das Funções Analíticas*, I — Folha de Rosto

Trata-se de um primeiro volume — tal como fica patente neste frontespício — mas a verdade é que, embora tenhamos procurado, não nos foi possível encontrar qualquer outro volume; duvidamos, inclusive, que, apesar da intenção, algum outro volume tivesse, na prática, chegado a ser publicado. Todavia, como a pesquisa das autoras se prendia, de resto, com a matéria publicada neste mesmo livro, este foi o texto onde concentrámos a nossa atenção. Na verdade o texto em análise começou por ser publicado, entre 1892 e

1896, parcelarmente, nas *Zapiski Matematicheskogo Otdeleniya Novorossijskogo Obschestva Estestvoispytatelej*<sup>3</sup>. No exemplar que consultámos, percebem-se ainda os vestígios destas duas publicações, nomeadamente, na duplicação da numeração das páginas: uma referente à paginação inicial, em 3 números (XII, XVI e XIX) do jornal russo, e que se reinicia para cada um destes tomos, e outra, formatada em contínuo, relativa ao livro de 1899.

### Características da obra de Timchenko

Timchenko adverte, ainda no prefácio do livro, que “examina-se a história da Análise Matemática (principalmente no que diz respeito à moderna teoria das funções)” e aqui destaca, em jeito de atualidade (à época, entenda-se), o papel de Weierstrass sobre quem escreve:

(...) recentemente fundada, a teoria das funções analíticas sofreu um tratamento completamente novo no maravilhoso trabalho de Weierstrass. Em 1880, o famoso matemático de Berlim publicou nas memórias da Academia das Ciências de Berlim, umas Notas Científicas \*), com o título: “Para a teoria das funções”.

De resto, com este esclarecimento, Timchenko inaugurava uma forma de referenciar a sua bibliografia com os dados detalhados nas abundantes notas de rodapé que encontramos em toda a obra; no presente caso podemos ler:

---

\*) *Zur Functionenlehre* (Monatsbericht der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin vom August 1880); см. также: *Abhandlungen aus der Functionenlehre* von Karl Weierstrass Berlin 1886 p. 69, или Bulletin des Sciences mathématiques, 2-e série t. V, 1881, где эта статья помещена во французском переводе J. Tannery под заглавием: *Remarques sur quelques points de la théorie des fonctions analytiques*.

Figura 2: Primeira nota de rodapé, na obra de Timchenko

Traduzindo:

\*) *Zur Functionenlehre* (Monatsbericht der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin vom August 1880); e *Abhandlungen aus der Functionenlehre* von Karl Weierstrass Berlin 1886 p. 69, no *Bulletin des Sciences Mathématiques* 2.<sup>a</sup> série t. V, 1881, onde este artigo aparece numa tradução em francês de J. Tannery com o título: “*Remarques sur quelques points de la théorie des fonctions analytiques*”.

---

<sup>3</sup>Tradução: “Apontamentos do Ramo Matemático da Sociedade de Experimentalistas de Ciências Naturais”.

No exemplar que as autoras consultaram, a investigação histórica de Timchenko é-nos apresentada cronologicamente dividida em oito capítulos — que vão desde Tales (600 a. C.) até ao início do século XIX<sup>4</sup> — compostos por secções (e estas por subsecções), rica e amplamente anotadas e avaliadas, com citações precisas das fontes primárias consultadas e registos bio e bibliográficos diversificados e, tanto quanto nos foi possível perceber, exaustivos dos obras/autores referidos.

Os cinco primeiros capítulos (entre as páginas 40 e 132) percorrem as obras emblemáticas da Grécia (com Euclides a merecer, naturalmente, um destaque especial) e vão até à emergência da geometria analítica (com Descartes) incluindo, no capítulo 5º, um relato sobre a invenção dos logaritmos. Surpreende, em particular, a versatilidade linguística de Timchenko que complementa os seus registos com livros e artigos escritos nas línguas francesa, inglesa ou alemã mas também em grego e em latim.

Nos dois capítulos seguintes (pp. 133–256), Timchenko detém-se nas obras/autores matemáticos dos primórdios da, denominada, Análise Infinitesimal com Newton e Leibniz a ocuparem, naturalmente também, uma parte substancial destes capítulos. E estes foram, tanto quanto se percebe da anteriormente reportada dupla numeração das páginas do livro, os temas abordados por Timchenko no tomo XII do jornal russo.

### **O capítulo oitavo, na obra de Timchenko**

O oitavo e último capítulo, essencialmente sobre o século XVIII, é o mais extenso na obra (desde a página 257 até à 655), e foi publicado nos dois outros tomos (XVI e XIX) do jornal. Inicia-se com uma secção sobre “A emergência de uma nova Análise; Leonard Euler”, que justifica plenamente a advertência, já plasmada no prefácio, de que Timchenko colocaria a sua ênfase na “moderna teoria das funções” e onde se destaca, com inegável justiça, a obra de Euler. Depois, até à página 471, o autor mantém a estrutura seccionada que vinha seguindo nos outros capítulos, com evidências do seu trabalho na colecção e na selecção da literatura do tema, bem como abundantes citações das obras mas o texto é aqui, compreensivelmente, muito mais extenso: analisam-se os trabalhos de Lagrange (sobre a teoria das funções analíticas), discute-se o conceito de função, a história das séries, os conceitos de diferencial (e integral) e nesta primeira parte do capítulo oitavo surge, pela primeira vez, uma secção

<sup>4</sup>A última data detectada foi 1825, a partir da página 578 da obra, e reporta-se a um trabalho de Cauchy, nomeadamente, “Mémoire sur les intégrales définies, prises entre deux limites imaginaires”, publicada em Paris em Agosto.

que contém uma referência aos *Principes Mathématiques* de Anastácio da Cunha, mais precisamente ao seu Livro XV (sobre o conceito de diferencial). No índice podemos ler:

Вопросъ о началахъ дифференціального и интегрального исчисленій въ прошломъ вѣкѣ. Даламбертъ и его теорія дифференціального исчисленія (стр. 351—352). Да Кунья (352—353). Симонъ Люилье (353—358). Аббатъ Калусо (358—359). Теорія «компенсаціи погрѣшностей»; Беркли, Лагранжъ (360—362). «Размышленія о метафизикѣ безконечно-малыхъ» Карно (362—367). «Основанія дифференціального исчисленія» Эйлера. Эйлерова теорія безконечно-малыхъ; исчисленіе конечныхъ разностей, малъ

Figura 3: Extrato da primeira referência a Da Cunha

Tradução, com negritos da responsabilidade das autoras:

**Questões sobre as origens do cálculo diferencial e integral no último século.** D'Alembert e a sua teoria do cálculo diferencial (351–352). **Da Cunha (352–353)**. Simon L'Huilier (353–358). Abbé Caluso (358–359). Teoria “Compensação dos erros”; Berkeley, Lagrange (360–362). “Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal” Carnot (362–367). “Fundamentos do Cálculo Diferencial” em Euler. A teoria Euleriana dos infinitésimos;...

Ainda no mesmo capítulo oitavo, mas entre as páginas 473 — início do texto publicado no tomo XIX do jornal russo — e 609, Timchenko introduz duas partições diferentes (assinaladas em itálico, no índice da sua obra) e que traduzem, em nosso entender, uma nova metodologia na sua exposição. Estes novos conjuntos são ainda compostos por secções mas o estilo, agora, é menos linear: parece uma espécie de conclusão da sua revisão histórica das funções analíticas e aqui o autor aprofunda e reflecte mais claramente as suas convicções mostrando de forma inequívoca, em nossa opinião, a sua originalidade e o seu grande talento. Timchenko debate, então, a natureza das funções arbitrárias, relacionadas com o problema da corda vibrante, aborda o problema dos logaritmos dos números negativos e analisa trabalhos de Lagrange, de Euler, de Laplace, de Poisson ou de Cauchy. Termina com a apresentação do desenvolvimento da teoria dos números imaginários/complexos.

Timchenko denomina, no índice, o primeiro dos conjuntos referidos (pp. 473–609) por “História de questões especiais cujo estudo contribuiu para a explicação e o desenvolvimento dos princípios básicos da teoria das funções”. Embora mantendo uma estrutura seccionada, a evolução da matemática/funções não é, neste ponto, directa, nem no tempo, nem na forma e a

narração parece-nos, por isso, ainda mais apelativa. Aqui Timchenko reporta os sucessos mas também as desventuras, os avanços bem como os recuos, as parcerias e os confrontos, a teoria e a prática incluindo, por exemplo, secções sobre “o problema da corda vibrante”, as “opiniões erróneas de Euler”, as “objecções de d’Argobast, d’Alembert e outros”, a “atitude crítica de matemáticos”, os “paradoxos geométricos de Johann Bernoulli e d’Alembert”, o “problema da construção de mapas geográficos”, ou as “limitações da teoria dos integrais de Cauchy”, etc.

Finalmente, na última parte do oitavo capítulo, encontramos (entre as páginas 609 e 655) o segundo conjunto de secções, assinalado no prefácio por “Alguns aspectos da história do desenvolvimento de conceitos matemáticos básicos na época de Euler e Lagrange”. Na primeira secção deste conjunto de páginas Timchenko aborda a “falta de originalidade em conceitos matemáticos elementares entre matemáticos no princípio do período considerado: inconsistências nestes conceitos”; critica, por exemplo, as deficiências de exposição na *Álgebra* de Euler, e termina com a “essência da Análise Matemática”. E, a seguir, apresenta uma secção com um destaque particular, o segundo em toda a obra, que nos apraz registar porquanto se referem, novamente, os *Principes Mathématiques* de Anastácio da Cunha. Podemos, aí, ler:

**Новое направление въ исторіи математики. Подъемъ интереса въ геометріи древнихъ. Стремленія въ болѣе строгой постановкѣ основъ математики. «Начала Математики» Да Кунья; ихъ содержаніе и характерныя особенности ихъ изложенія (632—636). Развѣтіе теорій мнимыхъ величинъ въ XVIII-мъ вѣкѣ.**

Figura 4: Extrato da segunda referência a Da Cunha

Tradução, com negritos da responsabilidade das autoras:

Uma nova tendência na História das Matemáticas. Início do interesse pela geometria antiga. **Procura de uma formulação mais rigorosa dos fundamentos da matemática, “Principios Matemáticos”[de] Da Cunha; o seu conteúdo e características da sua exposição (632–636).** . . .

## Os relatos de Timchenko sobre os *Principios Mathematicos* de Da Cunha

Como já mostrámos, Timchenko refere-se por duas vezes, na sua obra, aos *Principios Mathematicos* (na edição francesa, entenda-se) de Anastácio da Cu-

na. De seguida exporemos e comentaremos, com algum detalhe, o que Timchenko afirma em cada um desses relatos.

### Relato 1

Na página 352 podemos ler (tradução, com negritos da responsabilidade das autoras):

(p. 352, § 2.) O matemático português Da Cunha, seguindo os mesmos princípios que d'Alembert, **já dá uma definição precisa e formal de diferencial**, na sua obra *Princípios Matemáticos*, publicada em 1787 (Vd. \*)<sup>5</sup>. Preservando, tal como d'Alembert, as notações de Leibniz, Da Cunha conserva, todavia, a terminologia de Newton chamando fluxões aos diferenciais e fluentes aos integrais. Passo a expor algumas definições interessantes do livro XV destes *Princípios*.

As notas de rodapé introduzidas por Timchenko oferecem ao leitor mais do que indicações precisas, no que se reporta à referenciação bibliográfica e à paginação; aqui encontramos também algumas apreciações pessoais onde o russo dos comentários e as línguas estrangeiras dos títulos e dos nomes em análise se misturam. O mesmo se passa com os *Principes Mathématiques* e, neste caso, Timchenko escreveu em rodapé (\*):

Da Cunha, Professor de Matemática da Universidade de Coimbra, nascido em 1744, morreu no ano de 1787. Vd. *Principes Mathématiques de feu Joseph-Anastase da Cunha, trad. littéralement du portugais par J. M. D'Abreu. Bordeaux 1811*, pp. I–VIII: Avertissement du traducteur. Sobre esta maravilhosa obra que contém a primeira exposição estritamente formal de toda a matemática (apenas com 299 páginas, em 8º), voltaremos a falar mais adiante.

Muito nos apraz registar este comentário quer pelo louvor explicitado no adjectivo “maravilhosa”, quer pelo reconhecimento da originalidade da obra de Anastácio da Cunha, a perspicácia com que Timchenko ressaltou o estilo conciso e formal do nosso autor e ainda a promessa, que aqui deixou, de que voltaria a esta obra “mais adiante”, o que de facto aconteceu.

Neste seu primeiro relato, destaca-se a ênfase, dada por Timchenko, à definição de “diferencial”, a quarta do livro XV, dos *Principes Mathématiques* —

---

<sup>5</sup>Importa referir que esta data é a da morte de Anastácio da Cunha. A publicação dos *Principios Mathematicos* deu-se em 1790.

desde logo na frase/registo introdutório onde escreveu, como anteriormente assinalámos, que

[da Cunha] já dá uma definição precisa e formal de diferencial

e depois na selecção das citações que apresentou — afigura-se-nos notável e também precursora das apreciações que no século XX viriam a ser reforçadas e ficariam cabalmente demonstradas por eminentes historiadores/matemáticos como Youschkevitch, Grattan-Guinness, Mawhin, Carvalho e Silva, Leal Duarte ou Queiró, sobre a modernidade da definição de “diferencial” em Anastácio da Cunha.

Timchenko soube discernir, com clareza, que de todas as definições do livro XV só as três por ele escolhidas e transcritas são relevantes, omitindo em particular a primeira consciente, certamente, que tal não prejudicaria a compreensão. De facto, embora na respetiva nota de rodapé tenha apostado a referência precisa das páginas que as contêm — a saber <sup>3)</sup> *Princ. math.*, pp. 196 – 197. — na verdade, das seis definições e das quatro notas, bem como da proposição I que se encontram nessas duas páginas dos *Principes Mathématiques*, Timchenko incorpora no corpo principal do texto a sua tradução para russo das definições II, III e IV (conforme a figura 5).

II. Переменная величина, допускающая значения постоянно превосходящая всякую данную величину, бесконечно-велика; переменная же, значения которой могут быть сделаны постоянно меньшими всякой предложенной величины, называется бесконечно-малой. III. Если величина выражения А зависит от величины другого выражения В, А называется функцией от В, а В корнем А.—IV. Выберем величину однородную с корнем  $x$  и, назвав ее флюксией этого корня обозначим через  $dx$ .—Обозначают через  $dI'x$  и называют флюксиею функции  $I'x$ , величину, которая дѣлает отношение  $\frac{dI'x}{dx}$  постояннымъ, а разность  $\frac{I'(x+dx)-I'x}{dx} - \frac{dI'x}{dx}$  бесконечно-малой или нулемъ, при бесконечно-маломъ  $dx$  и при томъ предположеніи, что всѣ величины независимы отъ  $dx$  остаются постоянными.

Figura 5: Extrato da pág. 353 do livro de Timchenko: tradução russa das definições II, III e IV do Livro XV dos *Principes Mathématiques*

Para evitar os erros de uma tradução múltipla optámos, neste caso particular, por apresentar as definições em francês na edição que Timchenko leu, porquanto o Professor Smirnov (tradutor que nos ajudou, em particular, com os detalhes científicos da tradução do russo) foi claro em considerar que quer o texto francês, quer o original português, são “muito boas” traduções deste trecho russo:

(p. 353, § 2.)

- II. La variable qui peut admettre une valeur toujours plus grande qu’aucune grandeur proposée, est *infinie*; et la variable dont le valeur peut devenir toujours plus petite qu’aucune grandeur peoposée, s’appelle *infinitième*.
- III. Si la valeur d’une expression  $A$  dépend de celle d’utre autre expression  $B$ , on appelle  $A$  *fonction* de  $B$ , et  $B$  *racine* d’ $A$ .
- IV. Lorsqu’on désigne par  $dx$  une grandeur que l’on a choisi homogène à la racine  $x$ , pour être nommée *fluxion* de cette racine, on désigne de même par  $d\Gamma x$ , et on appelle *fluxion* de  $d\Gamma x$ , la grandeur qui rendroit  $\frac{d\Gamma x}{dx}$  constant, et  $\frac{\Gamma(x+dx)-\Gamma x}{dx} - \frac{d\Gamma x}{dx}$  infinitième ou zéro, si  $dx$  devenoit infinitième, et si tout ce qui ne dépend pas de  $dx$  demeroit constant.

Sem outros comentários, Timchenko parece deixar ao leitor a tarefa de verificação da justeza das suas palavras introdutórias sobre a antecipação, devida a Anastácio, de uma definição precisa e formal de “diferencial”. Todavia havemos de convir que esta comprovação da modernidade da definição de Anastácio da Cunha, não é óbvia como, bem mais tarde, demonstrou Mawhin (Mawhin [1990]).

Depois, na sua cronologia, Timchenko detem-se sobre outros autores/obras contemporâneos de Anastácio da Cunha escrevendo:

(p. 353, § 3.) Quase simultaneamente, com a obra de Da Cunha, surgiram mais duas dedicadas à análise superior, da autoria de Simon L’Huillier e do abade Caluso.

## Relato 2

A partir da página 632, Timchenko diz oferecer ao leitor um “resumo breve do conteúdo” dos *Principes Mathématiques* mas que, em nossa opinião, é bem

mais do que um simples/breve resumo porque apresenta comparações e comentários e denota uma leitura cuidada e profunda da obra de Anastácio da Cunha. Aqui podemos, por exemplo, ler (tradução):

(p. 632, § 1.) Uma das primeiras e mais bem sucedidas tentativas da fundamentação das matemáticas do seu tempo, no século XVIII, que merece atenção, foi o livro, já antes por mim mencionado, do matemático português Da Cunha. Publicado em português no ano de 1787 tornou-se muito conhecido apenas graças à tradução francesa de D'Abreu, em 1811. Apesar das incorreções, que são claras para um matemático moderno, esta obra é muito interessante graças quer à sua ideia e plano, quer ao método de exposição adotado; para me fazer entender melhor, vou resumir brevemente o seu conteúdo.

Os *Principios Mathematicos* de Da Cunha estão divididos em vinte e um livros; cada livro começa pelas definições formais relativas aos conceitos aí expostos, tal como nos livros dos matemáticos antigos; depois seguem-se as proposições e as correspondentes demonstrações, tal como fazem os matemáticos antigos. Este sistema de apresentação torna o conteúdo altamente conciso e permite ao autor colocar em três centenas de páginas de um formato relativamente pequeno, as principais teorias das matemáticas elementares e superiores, conhecidas à época.

Merecem, com certeza, ser transcritos todos os resumos e comentários de Timchenko sobre os vinte e um livros dos *Principios Mathematicos*, o que faremos numa outra oportunidade. Limitamo-nos, aqui, a transcrever alguns deles, assinalando assim a sua pertinência. Em particular,

**Livro IV:** A multiplicação e a divisão dos números definem-se, tal como na Geometria de Descartes, por meio das proporções...

**Livro IX:** O livro nove contém a teoria das séries convergentes. A definição de série convergente está, na sua essência, completamente correta embora não pareça bem formulada. (...) A série convergente  $1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(bc)^n}{n!}$  é tomada como definição do símbolo  $a^b$ , onde  $c$  deve satisfazer a equação  $1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c^n}{n!} = a$

**Livro XXI:** O livro vinte e um completa os livros anteriores. Aqui se encontram também a teoria dos máximos e mínimos das funções e o cálculo das variações.

Em suma, o percurso da nossa investigação mostrou-se árduo e sinuoso tal como antecipávamos, principalmente, pela dificuldade do acesso ao texto russo. Provou, no entanto, ser extremamente gratificante e compensador na medida em que a obra de Anastácio da Cunha foi cuidadosamente analisada por Timchenko — um autor necessariamente sem preconceitos (nem pela negativa, nem pela positiva) — e foi, afinal, prestada a justiça científica que os discípulos tanto procuravam. Além disso, levantaram-se, para nós próprias, múltiplas motivações e pistas para novas comparações com alguns dos autores citados por Timchenko (por exemplo, com Carnot, com Descartes, com Poncelet, etc.) e para novas leituras dos *Principios Mathematicos* de José Anastácio da Cunha (por exemplo, em relação ao Livro XXI).

**Agradecimento:** As autoras agradecem, reconhecidas, a ajuda imprescindível prestada por GUEORGUI SMIRNOV (Professor Catedrático do Departamento de Matemática e Aplicações, na Universidade do Minho) e STANISLAV NOSOV (da Turma de Filosofia de 2013, Universidade Católica Portuguesa em Braga). O Professor G. Smirnov facultou-nos, em primeiro lugar, o acesso à obra de Timchenko e, depois, esclareceu-nos sobre especificidades linguísticas de termos matemáticos na tradução literal (do russo para o português) que o Sr. S. Nosov nos apresentou. Todavia quaisquer defeitos nestas traduções são da inteira responsabilidade das autoras do presente trabalho.

## Referências

- Autor Desconhecido, 1811. Recensão de Principes Mathématiques de Feu Joseph-Anastace. Göttingische gelehrte Anzeigen unter der Aufsicht der Königl. Gesellschafte der Wissenschaften, Der dritte Band auf das jahr 1811, 181 Stück, Den 14., págs. 1801–1806.
- Autor Desconhecido, 2014. Biografia de Timchenko, Ivan Y., [http://library.opu.ua/upload/files/library/Timchenko\\_EN.doc](http://library.opu.ua/upload/files/library/Timchenko_EN.doc), consultado em julho de 2014.
- Brunacci, V., 1816. Recensão de [Cunha, 1816]. Giornale di Fisica, Chimica, Storia Naturale, Medicina ed Arti, tomo IX, págs. 153–154.
- Cunha, J. A., 1790. Principios Mathematicos para instrucção dos alumnos do Collegio de São Lucas. Lisboa. Reprodução fac-simile, Universidade de Coimbra, 1987.

- Cunha, J. A., 1811. Principes Mathématiques de Feu Joseph-Anastase da Cunha traduits littéralement du Français par J. M. D'Abreu. Bordéus. Reprodução fac-simile, Universidade de Coimbra, 1987.
- Domingues, J. C., 2010. Uma recensão italiana dos *Princípios Matemáticos* de José Anastácio da Cunha. Boletim da SPM 65, Outubro de 2010, págs. 89–98.
- Gauss, C. F., 1880. Briefwechsel zwischen C. F. Gauss und F. W. Bessel. Leipzig.
- Mawhin, J., 1990. Le concept de différentielle chez da Cunha et ses successeurs. Em Ferraz, M. L. et al. (orgs.), Anastácio da Cunha, o matemático e o poeta. Imprensa Nacional — Casa da Moeda, págs. 97–105.
- Playfair, J., 1812. Recensão de [Cunha, 1811]. Edinburgh Review 20 (Jul-Nov 1812), págs. 425–433.
- Rodrigues, A. J., 1811. Principes Mathématiques de feu Joseph-Anastase da Cunha traduits littéralement du portugais par J. M. d'Abreu. Moniteur Universel, 8 de Agosto de 1811 (transcrito em Anastácio da Cunha, o matemático e o poeta, Imprensa Nacional — Casa da Moeda, Lisboa 1990, págs. 399–404).
- Seneta, E., 1984. The Central Limit Problem and Linear Least Square in Pre-revolutionary Russia: the Background. Mathematical Scientist 9, págs. 37–77.
- Timchenko, I. Y., 1899. Osnovania teoriii analiticheskikh founktsii (Os Fundamentos da teoria das funções analíticas). Istoritcheskíe svedane (apontamentos históricos), I, Odessa.
- Youschkevitch, A. P., 1973. J. A. da Cunha et les fondements de l'analyse infinitésimale. Revue d'histoire des sciences XXVI, págs. 3–22.
- Youschkevitch, A. P., 1978. C. F. Gauss et J. A. da Cunha. Revue d'histoire des sciences XXXI, págs. 327–332.