



**Universidade do Minho**  
Instituto de Educação

Gabriela Maria Araújo da Cruz Gonçalves

**Aprendizagem de Testes de Hipóteses  
por Alunos do Ensino Superior Politécnico**

Gabriela Maria Araújo da Cruz Gonçalves  
**Aprendizagem de Testes de Hipóteses  
por Alunos do Ensino Superior Politécnico**

UMinho | 2017

junho de 2017





**Universidade do Minho**  
Instituto de Educação

Gabriela Maria Araújo da Cruz Gonçalves

## **Aprendizagem de Testes de Hipóteses por Alunos do Ensino Superior Politécnico**

Tese de Doutoramento em Ciências da Educação  
Especialidade em Educação Matemática

Trabalho realizado sob a orientação do  
**Doutor José António Fernandes**  
e da  
**Doutora Maria Manuel da Silva Nascimento**

junho de 2017

## DECLARAÇÃO

Nome: Gabriela Maria Araújo da Cruz Gonçalves

Endereço eletrónico: gmc@isep.ipp.pt

Título da Tese: Aprendizagem de Testes de Hipóteses por Alunos do Ensino Superior Politécnico

Orientadores:

Doutor José António Fernandes

Doutora Maria Manuel da Silva Nascimento

Ano de conclusão: 2017

Designação do Doutoramento: Doutoramento em Ciências da Educação, Especialidade em Educação Matemática

É AUTORIZADA A REPRODUÇÃO INTEGRAL DESTA TESE APENAS PARA EFEITOS DE INVESTIGAÇÃO, MEDIANTE DECLARAÇÃO ESCRITA DO INTERESSADO, QUE A TAL SE COMPROMETE.

Universidade do Minho, 16 de junho de 2017

Assinatura: Gabriela Cruz Gonçalves

---

## DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE

Declaro ter atuado com integridade na elaboração da presente tese. Confirmando que em todo o trabalho conducente à sua elaboração não recorri à prática de plágio ou a qualquer forma de falsificação de resultados.

Mais declaro que tomei conhecimento integral do Código de Conduta Ética da Universidade do Minho.

Universidade do Minho, 16 de junho de 2017

Nome completo: Gabriela Maria Araújo da Cruz Gonçalves

Assinatura: Gabriela Cruz Gonçalves



À memória de Dorinda Fernandes  
Ao meu filho Hugo e  
ao meu marido Quim Zé





## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus orientadores, pelo apoio prestado na orientação deste trabalho. As suas sugestões e críticas foram importantes para a sua realização.

Ao Professor José António Fernandes agradeço pelo incansável acompanhamento e incentivo à realização deste trabalho.

Ao meu marido Quim Zé e ao meu filho Hugo, pelo seu amor, paciência, compreensão e estímulo que tiveram comigo ao longo deste trabalho.

Aos meus pais e irmã agradeço pelo encorajamento e apoio que me transmitiram para realizar este trabalho.

Aos meus amigos que sempre me transmitiram confiança.

Aos meus colegas e amigos do ISEP que sempre me deram o seu incentivo, principalmente quando mais precisava dele.

Um agradecimento aos alunos que participaram neste estudo e aos professores Jorge, Luís, Marta e Teresa que o tornaram possível.

Aos responsáveis pela instituição onde decorreu este estudo, por proporcionarem as condições que possibilitaram a concretização deste trabalho.



APRENDIZAGEM DE TESTES DE HIPÓTESES POR ALUNOS DO ENSINO SUPERIOR  
POLITÉCNICO

Gabriela Maria Araújo da Cruz Gonçalves

Doutoramento em Ciências da Educação – Especialidade em Educação Matemática

Universidade do Minho, 2017

**RESUMO**

Atualmente, nas áreas de Engenharia, é consensualmente reconhecida a necessidade de formação em inferência estatística, a qual contribui para o desenho, análise e interpretação de estudos que poderão surgir na futura atividade profissional e social destes alunos.

Neste estudo pretende-se analisar o processo de aprendizagem de testes de hipóteses numa amostra de alunos do 1.º ano do curso da Licenciatura de Engenharia Informática, inscritos na unidade curricular de Matemática Computacional, em dois momentos: num primeiro momento, identificaram-se as suas dificuldades e erros em conteúdos de testes de hipóteses; e num momento posterior implementou-se uma experiência de ensino baseada na metodologia de trabalho de projeto, tendo em conta as dificuldades e erros identificados antes e com recurso a um software estatístico. Nesta situação, no estudo procurou-se obter respostas às seguintes questões de investigação: 1. Quais os erros e dificuldades mais frequentes dos alunos na aprendizagem de conteúdos de testes de hipóteses; 2. Que fatores podem estar na origem das dificuldades da compreensão de testes de hipóteses; 3. A utilização de um método de ensino, baseado numa metodologia de trabalho de projeto e com recurso ao uso da tecnologia, contribui para melhorar a aprendizagem destes conceitos.

Em termos metodológicos, nesta investigação foram utilizados métodos qualitativos e quantitativos (método misto): no primeiro momento, correspondente ao estudo 1 e referente às duas primeiras questões de investigação, adotou-se uma perspetiva quantitativa; enquanto no segundo momento, correspondente ao estudo 2 e referente à terceira questão de investigação, se adotou uma perspetiva qualitativa. No primeiro estudo participaram 223 alunos e recorreu-se a um questionário como método de recolha de dados, e no segundo estudo participaram 31 alunos, que se organizaram em sete pequenos grupos, recorrendo-se a dados obtidos através de relatórios dos trabalhos de projeto e respetivas apresentações, a uma “ficha de avaliação das fases do projeto”, um questionário sobre as perceções dos alunos acerca da metodologia implementada e às classificações obtidas pelos alunos na UC, e mais especificamente nos conteúdos de testes de hipóteses.

Em termos dos principais resultados, o estudo mostrou que os alunos, em geral, têm dificuldades na aprendizagem dos testes de hipóteses, principalmente em expressarem o seu raciocínio através da justificação escrita das respostas. Essas dificuldades não foram ultrapassadas por todos os alunos que participaram na intervenção de ensino, pois alguns deles ainda continuaram a sentir dificuldades. Contudo, independentemente disso, os alunos valorizaram globalmente a estratégia de ensino adotada.

**Palavras-chave:** Aprendizagem estatística; inferência estatística; testes de hipóteses; trabalho de projeto; alunos do ensino superior.



# LEARNING HYPOTHESIS TESTS BY STUDENTS OF POLYTECHNIC HIGHER EDUCATION

Gabriela Maria Araújo da Cruz Gonçalves

PhD – Mathematics Education

University of Minho, 2017

## ABSTRACT

Nowadays in the areas of Engineering the need for training in statistical inference, which contributes to the design, analysis and interpretation of studies that may arise in the future professional and social activity of these students, is recognized consensually.

This study intends to analyze the learning process of hypothesis tests in a sample of students of the 1st year of the Degree Program in Computer Engineering, enrolled in the curricular unit (CU) of Computational Mathematics. First, the difficulties and errors in hypothesis test content were identified; and next a teaching experience based on the project work methodology was implemented using statistical software, taking into account the difficulties and errors identified before. The study aimed to obtain answers to the following research questions: 1. What are the most frequent errors and difficulties of students in learning hypothesis test? 2. What factors may be at the root of the difficulties of understanding hypothesis testing? 3. Does the use of a teaching method based on a methodology of project work, using technology, help to improve the learning of these concepts?

In methodological terms, qualitative and quantitative methods were used in this research (mixed method): in the first moment, study 1, and referring to the first two research questions, a quantitative perspective was adopted; while in the second moment, study 2, and aiming to answer the third question of investigation, a qualitative perspective was adopted. In the first study, 223 students participated and a survey was used as a method of data collection. In the second study 31 students participated, organized in seven small groups, and data was obtained through reports of the project work, a survey on the perceptions of students about the methodology implemented, and the classifications obtained by the students in the CU, more specifically on the content of hypothesis tests.

The study showed that students have difficulties in learning hypothesis tests, mainly in expressing their reasoning when writing the reasons for their answers. These difficulties were not overcome by all students who participated in the teaching experience, as some of them continued to have trouble. However, in spite of this, overall, the students valued the teaching strategy adopted.

**Keywords:** Statistical learning; statistical inference; hypothesis testing; project work; higher education students.



## ÍNDICE

AGRADECIMENTOS.....	vii
RESUMO.....	ix
ABSTRACT.....	xi
LISTA DE TABELAS.....	xvii
LISTA DE FIGURAS.....	xx
LISTA DE QUADROS.....	xxiii
CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Problema e questões de investigação.....	1
1.2. Importância do estudo.....	2
1.3. Orientações metodológicas.....	5
1.4. Estrutura da tese.....	7
CAPÍTULO II – ENQUADRAMENTO TEÓRICO.....	9
2. 1. Importância da Estatística e orientações para o seu ensino.....	9
2.1.1. A importância Estatística.....	9
2.1.2. Orientações para o ensino da Estatística.....	11
2.1.2.1. Tarefas.....	12
2.1.2.2. Ensino da estatística através de Projetos Investigativos.....	13
2.1.2.3. Recursos tecnológicos.....	16
2.1.2.4. Ensino da Estatística nos cursos de Engenharia.....	18
2.1.3. Projetos investigativos ou investigações estatísticas.....	19
2. 2. Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e do ensino da matemática.....	29
2. 2. 1. Objetos que intervêm e emergem dos sistemas de práticas.....	30
2. 2. 2. Relações entre objetos: função semiótica.....	33
2. 2. 3. Configurações de objetos e processos matemáticos.....	33
2. 2. 4. Adequabilidade/Idoneidade didática.....	36
2.3. Inferência estatística.....	38
2.3.1. Testes de Hipóteses.....	39
2.3.2. Definição de teste de hipóteses.....	39
2.3.3. Dificuldades e erros dos alunos na aplicação de testes de hipóteses.....	45
2.3.4. Síntese dos erros dos alunos sobre TH nos estudos analisados.....	54
2.3.5. Estratégias de ensino e aprendizagem.....	58
CAPÍTULO III – METODOLOGIA.....	71
3.1 Opções metodológicas.....	71

3.2. Dificuldades dos alunos em testes de hipóteses.....	77
3.2.1. Participantes.....	77
3.2.2. Métodos de recolha de dados.....	78
3.2. 3. Métodos de análise de dados .....	81
3.3. Ensino de testes de hipóteses .....	81
3.3.1. Caracterização da intervenção de ensino.....	82
3.3.2. Participantes.....	86
3.3.3. Métodos de recolha de dados.....	87
3.3.4. Métodos de análise de dados .....	90
CAPÍTULO IV – DIFICULDADES DOS ALUNOS EM TESTES DE HIPÓTESES .....	95
4.1. Análise das questões de escolha múltipla .....	95
4.1.1. Análise das respostas e justificações da questão 1 .....	96
4.1.2. Análise das respostas e justificações da questão 2 .....	98
4.1.3. Análise das respostas e justificações da questão 3 .....	100
4.1.4. Análise das respostas e justificações da questão 4 .....	102
4.1.5. Análise das respostas e justificações da questão 5 .....	105
4.1.6. Análise das respostas e justificações da questão 6 .....	108
4.1.7. Análise das respostas e justificações da questão 7 .....	111
4.1.8. Análise das respostas e justificações da questão 8 .....	114
4.1.9. Análise das respostas e justificações da questão 9 .....	116
4.1.10. Análise das respostas e justificações da questão 10 .....	119
4.1.11. Conclusão da análise das questões de escolha múltipla .....	121
4.2. Análise semiótica de problemas de Testes de Hipóteses .....	122
4.2.1. Conflitos semióticos nas resoluções dos alunos do Problema 1 .....	123
4.2.1.1. Conflitos semióticos na formulação das hipóteses (questão a) .....	124
4.2.1.2. Conflitos semióticos no cálculo da probabilidade do Erro tipo I (questão b) .....	130
4.2.1.3. Análise da questão sobre a rejeição da hipótese nula (questão c) .....	134
4.2.1.4. Conclusão da análise semiótica do Problema 1 .....	136
4.2.2. Conflitos semióticos nas resoluções dos alunos do Problema 2 .....	137
4.3. Análise do desempenho dos alunos no questionário .....	144
CAPÍTULO V – ENSINO DE TESTES DE HIPÓTESES.....	149
5.1. Contextualização dos projetos .....	149
5.2. Caraterização e implementação dos projetos.....	151
5.2.1. Projeto 1.....	151
5.2.2. Projeto 2.....	159
5.2.3. Projeto 3.....	167
5.2.4. Projeto 4.....	176



5.2.5. Projeto 5.....	184
5.2.6. Projeto 6.....	192
5.2.7. Projeto 7.....	201
5.2.8. Síntese dos resultados da experiência de ensino.....	210
5.3. Percepções dos alunos sobre o trabalho de projeto .....	212
5.4. Avaliação da aprendizagem .....	221
5.5. Idoneidade didática aplicada aos trabalhos de projeto.....	222
5.5.1. Análise da idoneidade epistémica.....	224
5.5.1.1. Análise <i>a priori</i> .....	225
5.5.1.2. Análise <i>a posteriori</i> .....	227
5.5.2. Análise da idoneidade cognitiva.....	229
5.5.2.1 Análise <i>a priori</i> .....	230
5.5.2.2. Análise <i>a posteriori</i> .....	232
5.5.3. Análise da idoneidade mediacional.....	234
5.5.3.1. Análise <i>a priori</i> .....	235
5.5.3.2. Análise <i>a posteriori</i> .....	235
CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES, IMPLICAÇÕES, LIMITAÇÕES E RECOMENDAÇÕES .....	239
6.1. Síntese do estudo .....	239
6.2. Conclusões do estudo .....	241
6.2.1. Estudo 1.....	241
6.2.1.1. Questão de investigação 1 .....	242
6.2.1.2. Questão de investigação 2 .....	244
6.2.2. Estudo 2.....	245
6.2.2.1 Questão de investigação 3 .....	246
6.3. Implicações do estudo .....	249
6.4. Limitações do estudo .....	251
6.5. Recomendações para futuros estudos .....	252
BIBLIOGRAFIA.....	255
ANEXO 1 – Questionário-piloto de testes de hipóteses .....	271
ANEXO 2 – Questionário de testes de hipóteses .....	281
ANEXO 3 – Grelha de classificação do questionário de testes de hipóteses .....	289
ANEXO 4 – Questionário das Redes Sociais.....	295
ANEXO 5 – Manual do R.....	305
ANEXO 6 – Ficha de avaliação das fases do projeto.....	315

ANEXO 7 – Instruções para a elaboração do relatório .....	319
ANEXO 8 – Questionário das Percepções dos alunos sobre o Trabalho de Projeto realizado .....	329

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tabela das decisões no teste de hipóteses .....	43
Tabela 2 – Diferenças entre as teorias de Neyman-Pearson e de Fisher .....	44
Tabela 3 – Resultado do teste diagnóstico .....	46
Tabela 4 – Erros cometidos pelos alunos na aplicação de testes de hipóteses .....	56
Quadro1 – Grelha de avaliação das questões de escolha múltipla e dos problemas .....	79
Tabela 5 – Cronograma das atividades desenvolvidas no projeto Redes Sociais.....	83
Tabela 6 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 1 .....	96
Tabela 7 – Frequências (percentagens) das justificações na questão 1 .....	97
Tabela 8 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 2 .....	98
Tabela 9 – Frequências (percentagens) das justificações na questão 2 .....	99
Tabela 10 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 3 .....	101
Tabela 12 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 4 .....	103
Tabela 13 – Frequências (percentagens) das justificações da questão 4 .....	103
Tabela 14 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 5 .....	106
Tabela 15 – Frequências (percentagens) das justificações da questão 5 .....	106
Tabela 16 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 6 .....	108
Tabela 17 – Frequências (percentagens) das justificações da questão 6 .....	109
Tabela 18 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 7 .....	112
Tabela 19 – Frequências (percentagens) das justificações da questão 7 .....	112
Tabela 20 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 8 .....	114
Tabela 21 – Frequências (percentagens) das justificações da questão 8 .....	115
Tabela 22 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 9 .....	117
Tabela 23 – Frequências (percentagens) das justificações da questão 9 .....	117
Tabela 24 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 9 .....	119
Tabela 25 – Frequências (percentagens) das justificações da questão 10 .....	120
Tabela 26 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria .....	123
Tabela 27 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria .....	124
Tabela 28 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria .....	125
Tabela 29 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria .....	126

Tabela 30 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria .....	126
Tabela 31 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria .....	127
Tabela 32 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria .....	128
Tabela 33 – Frequência (percentagem) de respostas de cada categoria .....	129
Tabela 34 – Análise Semiótico da resposta correta para a alínea b) .....	130
Tabela 35 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria .....	130
Tabela 36 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria .....	131
Tabela 37 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria .....	132
Tabela 38 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria .....	133
Tabela 39 – Frequência (percentagem) de respostas de cada categoria .....	134
Tabela 40 – Análise semiótica de uma resposta correta para a alínea c) .....	134
Tabela 41 – Frequência (percentagem) de respostas para a questão 1c) .....	135
Tabela 42 – Frequência (percentagem) de respostas para a questão 1c) .....	135
Tabela 43 – Frequência (percentagem) de respostas para a questão 1c) .....	136
Tabela 44 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria .....	138
Tabela 45 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria .....	139
Tabela 46 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria .....	139
Tabela 47 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria .....	140
Tabela 48 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria .....	140
Tabela 49 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria .....	141
Tabela 50 – Frequência (percentagem) de respostas de cada categoria .....	142
Tabela 51 – Frequências de respostas corretas e erradas e de não respostas em cada..... questão.....	144
Tabela 52 – Valor médio e desvio padrão para o número de respostas corretas em cada..... dimensão.....	146
Tabela 53 – Tabela de dupla entrada das variáveis “Preferência pela estatística” e .....	
“Preferência pelos testes de hipóteses” .....	147
Tabela 54 – Cumprimento das regras na elaboração do relatório (Projeto 1) .....	156
Tabela 55 – Autoavaliação das Fases do Projeto 1 .....	156
Tabela 56 – Cumprimento das regras na elaboração do relatório (Projeto 2) .....	164
Tabela 57 – Autoavaliação das Fases do Projeto 2 .....	165
Tabela 58 – Cumprimento das regras na elaboração do relatório (Projeto 3) .....	173

Tabela 59 – Autoavaliação das Fases do Projeto 3 .....	174
Tabela 60 – Cumprimento das regras na elaboração do relatório (Projeto 4).....	182
Tabela 61 – Autoavaliação das Fases do Projeto 4 .....	183
Tabela 62 – Cumprimento das regras na elaboração do relatório (Projeto 5).....	190
Tabela 63 – Autoavaliação das Fases do Projeto 5 .....	190
Tabela 64 – Cumprimento das regras na elaboração do relatório (Projeto 6).....	199
Tabela 65 – Autoavaliação das Fases do Projeto 6 .....	199
Tabela 66 – Cumprimento das regras na elaboração do relatório (Projeto 7).....	207
Tabela 67 – Autoavaliação das Fases do Projeto 7 .....	208
Tabela 68 – Síntese dos projetos .....	212
Tabela 69 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 1 .....	213
Tabela 70 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 2.....	214
Tabela 71 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 3.....	214
Tabela 72 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 4.....	215
Tabela 73 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 5.....	215
Tabela 74 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 6.....	216
Tabela 75 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 7 .....	217
Tabela 76 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 8.....	218
Tabela 77 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 9.....	218
Tabela 78 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 10.....	219
Tabela 79 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 11.....	220
Tabela 80 – Indicadores estatísticos.....	221
Tabela 81 – Componentes e indicadores da idoneidade epistémica.....	224
Tabela 82 – Componentes e indicadores da idoneidade cognitiva .....	229
Tabela 83 – Componentes e indicadores da idoneidade mediacional .....	234

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Processo de investigação estatística (Friel et al., 1997). .....	21
Figura 2. Esquema de desenvolvimento de um projeto (retirado de Batanero & Díaz, 2011). ....	21
Figura 3. Esquema do ciclo investigativo (Wild & Pfannkuch, 1999). .....	22
Figura 4. Tipos de pensamento (Wild & Pfannkuch, 1999). .....	26
Figura 5. Ciclo Interrogativo (Wild & Pfannkuch, 1999). .....	28
Figura 6. Configuração de objetos primários (Godino & Font, 2006). .....	31
Figura 7. Tipos de significados institucionais e pessoais (Godino, Batanero & Font, 2007). .....	32
Figura 8. Modelo Ontossemiótico do conhecimento matemático (Godino, Batanero & Font, 2007). .....	36
Figura 9. Idoneidades da idoneidade didática (Godino, Batanero & Font, 2007).....	37
Figura 10. Processo de inferência estatística. ....	38
Figura 11. Rede de conceitos de testes de hipóteses (citado em Sebastiani, 2010). .....	40
Figura 12. Estrutura concetual da amostragem (Sebastiani, 2010).....	40
Figura 10. Método convergente paralelo. ....	75
Figura 11. Método exploratório sequencial 1.....	75
Figura 12. Método exploratório sequencial 2.....	75
Figura 13. Exemplo da folha de orientações e formulação de algumas questões sobre Redes Sociais.....	84
Figura 14. Extrato do questionário disponibilizado no Google Drive.....	85
Figura 15. Introdução do questionário sobre o trabalho de projeto realizado.....	90
Figura 19. Enunciado da questão 1 .....	96
Figura 20. Enunciado da questão 2. ....	98
Figura 21. Enunciado da questão 3. ....	100
Figura 22. Enunciado da questão 4. ....	102
Figura 23. Enunciado da questão 5. ....	105
Figura 24. Enunciado da questão 6. ....	108
Figura 25. Enunciado da questão 7. ....	111
Figura 26. Enunciado da questão 8. ....	114
Figura 27. Enunciado da questão 9. ....	116
Figura 28. Enunciado da questão 10. ....	119

Figura 29. Enunciado do problema proposto aos alunos. ....	123
Figura 30. Problema proposto aos alunos no questionário. ....	138
Figura 30. Distribuição das classificações obtidas pelos alunos no teste.....	146
Figura 31. Plano de trabalho do Projeto 1.....	152
Figura 32. Tabela de frequências para a questão 6 segundo o género (Projeto 1).....	153
Figura 33. TH bilateral para a diferença de médias, para a questão 10 (Projeto 1). ....	153
Figura 34. Plano de trabalho do Projeto 2.....	159
Figura 35. Quem frequenta mais o Facebook e o Twitter (Projeto 2).....	160
Figura 36. TH bilateral para a questão 8 (Projeto 2).....	160
Figura 37. TH bilateral para a questão 14 (Usas as redes sociais para seguir artistas )(Projeto 2). .....	162
Figura 38. Curiosidades (Projeto 2). ....	163
Figura 39. Artistas mais seguidos nas redes sociais (Projeto 2). ....	164
Figura40. Plano de trabalho do Projeto 3.....	167
Figura 41. Tabela de frequências para a questão 9 (as redes sociais Hi5 e outra) (Projeto 3). ....	168
Figura 42. TH bilateral para a diferença de proporções a questão 9 (Projeto 3). ....	169
Figura 43. Teste bilateral para a diferença de proporção para a questão 14 (Projeto 3). ....	170
Figura 44. Teste unilateral à direita para a diferença de proporção para a questão 14 (Projeto 3). .....	170
Figura 45. Plano de trabalho do Projeto 4.....	176
Figura 46. TH para as questões escolhidas (Projeto 4).....	177
Figura 47. Gráficos para a questão 11 (Projeto 4).....	177
Figura 48. TH para a questão 9 (Projeto 4).....	178
Figura 49. TH para a média relativamente à questão 10 (Projeto 4).....	179
Figura 50. TH para a questão 11 (Projeto 4).....	179
Figura 51. Plano de trabalho do Projeto 5.....	185
Figura 52. Número de inquiridos em relação ao género (Projeto 5). ....	185
Figura 53. Tabela de frequências para a questão 14 (Projeto 5).....	186
Figura 54. TH unilateral á direita para a diferença de médias da questão 10 (Projeto 5).....	186
Figura 55. Resolução correta do TH unilateral à direita para a diferença de médias da questão 2 (Projeto 5).....	186
Figura 56. Histograma para a idade com que começaste a aceder às RS (Projeto 5). ....	187

Figura 57. Plano de trabalho do Projeto 6.....	192
Figura 58. Gráfico representativo das idades (Projeto 6).....	193
Figura 59. Percentagem da amostra quanto à primeira rede social utilizada (Projeto 6).....	194
Figura 60. Média de ocorrência de cada rede social (Projeto 6).....	194
Figura 61. Primeira rede social utilizada por intervalo de idade (Projeto 6). ....	194
Figura 62. TH unilateral à esquerda para a questão 10 (Projeto 6).....	195
Figura 63. TH bilateral para a questão 11 (Projeto 6).....	196
Figura 64. TH unilateral à esquerda para a questão 11 (Projeto 6).....	196
Figura 65. Plano de trabalho do Projeto 7.....	201
Figura 66. Idade dos inquiridos quando começaram a aceder às redes sociais (Projeto 7).....	202
Figura 67. Percentagem da amostra quanto à primeira rede social utilizada (Projeto 7).....	203
Figura 68. TH bilateral para diferença de médias para a questão 9 (Projeto 7). ....	204
Figura 69. TH bilateral para a diferença de médias para a questão 12 em função do género (Projeto 7).....	204
Figura 70. TH bilateral para a diferença de médias para a questão 12 em função dos dias ..... (Projeto 7).....	205
Figura 71. TH bilateral para a diferença de médias para a questão 12 em função da ..... escolaridade (Projeto 7).....	205



## **LISTA DE QUADROS**

Quadro1 – Grelha de avaliação das questões de escolha múltipla e dos problemas .....	79
--	----



# **CAPÍTULO I**

## **INTRODUÇÃO**

Este capítulo é constituído por quatro secções: na primeira são apresentadas as razões que fundamentam a escolha do problema de investigação e são referidas as questões de investigação do estudo a realizar, na segunda são feitas considerações relativas ao interesse do estudo, na terceira, são indicadas as orientações metodológicas consideradas neste estudo e, por fim, a forma como foi organizado este estudo.

### **1.1. Problema e questões de investigação**

Os testes de hipóteses (TH) é um tema abordado em todos os cursos do ensino superior das áreas tecnológicas, em particular na disciplina de Matemática Computacional do 1º ano do curso de Engenharia Informática do Instituto Superior de Engenharia do Porto (IPP), que leciono desde há 9 anos. Ao longo deste tempo tenho vindo a aperceber-me das dificuldades que os alunos têm na aquisição do conceito de TH, bem como na sua análise e aplicação em diferentes situações, originando alguma desmotivação por parte dos estudantes.

É neste contexto que pretendo averiguar e compreender, com detalhe, os motivos que geram as dificuldades demonstradas pelos estudantes e implementar uma experiência de ensino que contribua para promover o sucesso dos alunos na aprendizagem deste tema. Motivar os alunos através de novos métodos pedagógicos é um aspeto fundamental para a aquisição de competências e consequentemente para um bom desempenho quando se é colocado perante a tomada de decisões em contexto profissional.

A investigação tem por objetivo fundamental promover a aprendizagem dos estudantes sobre testes de hipóteses, procurando-se, numa primeira fase, identificar e compreender as suas dificuldades e erros e, numa segunda fase, implementar uma experiência de ensino baseada numa metodologia de trabalho de projeto, contemplando as dificuldades identificadas e recorrendo a ferramentas informáticas. Assim, para a atingir o objetivo, estabeleceram-se na investigação as três seguintes questões de investigação:

1. Quais os erros e dificuldades mais frequentes que os alunos apresentam na aprendizagem de conteúdos de testes de hipóteses?
2. Que fatores podem estar na origem das dificuldades dos alunos na compreensão de testes de hipóteses?
3. A utilização de um método de ensino, baseado numa metodologia de trabalho de projeto e enfatizando os erros e dificuldades dos alunos e o uso de tecnologia, contribui para melhorar a aprendizagem dos alunos de conceitos relacionados com os testes de hipóteses?

## **1.2. Importância do estudo**

A estatística nos dias de hoje é uma ferramenta indispensável para qualquer pessoa que necessita de analisar dados para a tomada de decisões, seja no seu trabalho ou na sua vida pessoal. A rapidez e a agilidade no processo de obtenção de informação a partir dos dados são fatores muito valorizados atualmente, para os quais o avanço tecnológico (através do uso de computadores que processam uma imensa quantidade de dados num “pisar de olhos”) tem uma enorme importância.

Para Rao (1999), a estatística é uma ciência que estuda diversos fenómenos, adotando, no seu processo analítico, diferentes etapas: o levantamento de dados com a máxima quantidade de informação possível para um dado custo; o processamento de dados para a quantificação da incerteza existente na resposta para um determinado problema; a tomada de decisões sob condições de incerteza com o menor risco possível.

No mesmo sentido, embora de forma mais detalhada, Farias, Soares e César (2003) afirmam que a estatística é uma ciência que se dedica ao desenvolvimento e ao uso de métodos para recolher, resumir, organizar, apresentar e analisar os dados.

Já Batanero e Godino (2005) destacam o papel da estatística na sociedade moderna, no sentido de usar ferramentas metodológicas para a análise de dados, para a descrição e quantificação das relações entre variáveis, para o planeamento, para a análise de estudos e experiências, para a estimação e para tomada de decisões em situações de incerteza.

Nas últimas décadas, a integração do ensino da estatística nas escolas e universidades foi sendo sucessivamente alargada, não só pelo seu carácter instrumental, mas também pela importância que o desenvolvimento do raciocínio estatístico tem numa sociedade caracterizada pela proliferação de informação e pela necessidade de tomar decisões em ambientes de incerteza.

Em Portugal a estatística foi introduzida gradualmente nos programas escolares, sendo atualmente estudada em todos os níveis de ensino básico e secundário (Fernandes, Carvalho & Correia, 2011).

A informática tem tido uma utilização crescente no campo das Engenharias e a estatística – raciocínio e metodologias – assume-se com mais relevância, como uma ferramenta de suporte na investigação científica em engenharia. As revistas e publicações nesta área estão, cada vez mais repletas de informação estatística, tornando-se este um tema imprescindível no curriculum de um engenheiro. Podemos encontrar vários trabalhos publicados na Abenge (Associação Brasileira de Ensino de Engenharia) que recorrem a estatísticas (gráficos estatísticos, intervalos de confiança, testes de hipóteses) para tirarem conclusões nos seus estudos. Destes estudos, destacamos alguns trabalhos: “Caracterização da relação de estágio ou trabalho dos alunos de engenharia da Universidade Presbiteriana Macenzie” (Hu, Cymrot, Pascalicchio, Barros, Zamboni & Pamboukian (2011); “A importância dos conceitos estatísticos na modelagem de análise de processos – 437” (Campos & Masson, 2004) e “Utilização de novas metodologias de ensino no curso de Engenharia Elétrica da UPM” (Oliveira, Cymrot & Matilde, 2011).

Segundo Olivo (2008), um engenheiro, na sua vida profissional, irá deparar-se com a análise de dados e a realização de inferências estatísticas a partir de conjuntos de dados. Um dos métodos utilizados na inferência estatística é o da estimação de parâmetros. Este método utiliza dados amostrais, tais como a média, variância, proporção, diferença de médias, diferenças de proporções, entre outros, como estimadores de parâmetros populacionais (estimação pontual). No entanto os métodos de estimação pontual são limitados uma vez que não fornecem qualquer informação relativa ao rigor ou à confiança das estimativas que através deles são obtidas. Esta dificuldade é ultrapassada recorrendo aos métodos de estimação por intervalo, os quais fornecem um intervalo onde se encontra o parâmetro populacional e cujos limites são condicionados pelo nível de confiança adotado.

Um outro procedimento da inferência estatística é a aplicação de TH, cujo objetivo é o de verificar se dados amostrais (ou estimativas obtidas a partir deles) são ou não compatíveis com determinadas populações (ou com valores previamente fixados dos parâmetros populacionais correspondentes). O resultado do teste corresponde a uma das duas respostas possíveis: resposta afirmativa ou negativa. Em ambos os casos existe o risco de errar, sendo uma das características dos TH precisamente a de permitir controlar ou minimizar esse risco (Guimarães & Cabral, 2007, p. 237).

Em Portugal, a inferência estatística, embora seja abordada no programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais (Ministério da Educação, 2001) com base em intervalos de confiança, é um tema abordado quase exclusivamente nas unidades curriculares de estatística dos cursos do ensino superior.

O ensino da inferência estatística, mais concretamente no que se refere aos TH, é uma área de investigação com alguns trabalhos realizados a nível internacional, mas com pouca expressão na investigação realizada em Portugal. Trata-se de um tema que envolve muitos conceitos abstratos e relações entre eles, tais como distribuições amostrais, nível de significância, valor de prova, etc. Segundo alguns investigadores os TH são a ferramenta principal da inferência estatística e a mais difícil de ensinar (Garfield & Bem-Zvi, 2008; Link, 2002; Sotos, Vanhoof, Noortgate & Onghena, 2007).

No nosso país, na literatura científica aparecem poucos estudos nesta área, apesar de constituir um tópico relevante para a compreensão de boa parte da literatura científica e técnica em várias áreas do conhecimento, como a engenharia, as ciências, a matemática e as ciências sociais.

Apesar da sua relevância, é, ao nível do ensino, um tema em que os alunos manifestam muitas dificuldades na compreensão dos conceitos envolvidos. (Rodríguez, 2006; Sebastiani, 2010; Vallecillos, 1996; Vallecillos, Batanero & Godino, 1992; Vera, Díaz & Batanero, 2011). Essas dificuldades e a quase inexistência de estudos em Portugal justificam a realização de mais investigação nesta temática.

Nesse sentido, alguns autores afirmam que se deve continuar a investigar as dificuldades que os estudantes apresentam na compreensão da inferência estatística (e.g., Henriques, 2011; Sebastiani & Viali, 2011; Vera, Díaz & Batanero, 2011; Sebastiani, 2010). Haller e Krauss (2002) dizem que deve ser dada atenção especial às interpretações erróneas relativas aos testes de hipóteses, dado o uso generalizado dos testes estatísticos em várias áreas de investigação. Henriques (2011) conclui no seu trabalho que se deve “continuar a realizar estudos comparativos e longitudinais sobre a compreensão dos alunos acerca dos diferentes conceitos envolvidos na inferência estatística e das causas das suas possíveis dificuldades” (n.p.).

É nesta linha de pensamento e com a convicção de que é possível tornar mais compreensível, para os alunos, estes temas, que desenvolveremos este estudo.

### 1.3. Orientações metodológicas

A investigação realizada desenvolveu-se ao longo de duas fases, cada uma das quais correspondente a um estudo: no primeiro estudo, centrado na identificação e compreensão das dificuldades dos alunos em conteúdos de testes de hipóteses, englobam-se as duas primeiras questões de investigação e no segundo estudo, focado no ensino dos testes de hipóteses, inclui-se a terceira questão de investigação.

A primeira fase deste estudo tem como o objetivo identificar e compreender as dificuldades de alunos do 1.º ano do curso da Licenciatura de Engenharia Informática, que tinham frequentado a disciplina de Matemática Computacional (MATCP) no ano letivo 2012/13, no tema de Inferência Estatística. Para o efeito, os alunos responderam a um questionário com cuja aplicação se pretendeu estudar as dificuldades dos alunos em TH. Este estudo foi realizado através da análise dos seus conhecimentos, tendo em conta: o seu desempenho, a sua compreensão acerca da linguagem utilizada nos enunciados das questões do questionário, a relação entre a aquisição de termos, conceitos, definições e proposições e a resolução de problemas e, finalmente, a relação entre o seu desempenho no questionário e na unidade curricular de Matemática Computacional (MATCP).

A análise e tratamento dos dados relativos às respostas dos alunos no questionário realizou-se em cinco fases: Análise quantitativa das respostas às questões fechadas; Análise de conteúdo das justificações dos alunos aos itens abertos para cada questão de escolha múltipla; Análise semiótica das respostas às questões abertas (problemas) combinando a análise de conteúdo com o modelo de Godino e seus colaboradores; Construção de tabelas de frequência nas diferentes questões para cada item e Classificação do desempenho dos alunos no questionário.

O segundo estudo consistiu na implementação de uma experiência de ensino baseado na metodologia de trabalho de projeto, com o objetivo de averiguar o impacto de um ensino centrado na exploração das dificuldades e erros dos alunos e na utilização de *software* na aprendizagem dos estudantes de MATCP nos testes de hipóteses. Os participantes nesta experiência de ensino foram os alunos de uma turma do 1º ano da Licenciatura de Engenharia Informática no ano letivo 2014/15.

Nesta experiência de ensino foi proposto aos alunos um trabalho de projeto relacionado com temas do seu interesse e que envolvessem os conhecimentos estatísticos lecionados na

unidade curricular, nomeadamente os testes de hipóteses. A realização dos trabalhos de projeto seguiu as seguintes fases: Objetivos/Questões de investigação; Descrição dos dados usados no estudo; Análise e tratamento de dados; Conclusões. No desenvolvimento do trabalho de projeto, foi pedido aos alunos que incluíssem uma abordagem analítica e uma abordagem computacional com recurso ao software R. No final deste projeto os alunos deveriam entregar um relatório do trabalho que elaboraram e fazer uma pequena apresentação oral para os colegas da turma. A análise dos relatórios dos trabalhos de projeto, apresentações digitais e gravações foi realizada com base na segunda dimensão do modelo de Wild e Pfannkuch (1999), que trata dos tipos de pensamento estatístico aplicados num contexto estatístico. Como este estudo tem como objetivo analisar o raciocínio estatístico através da metodologia trabalho de projeto, iremos fazer a análise através do modelo mencionado anteriormente, que se baseia em cinco categorias para a determinação do pensamento estatístico: Reconhecimento da necessidade de dados; Transnumeração; Reconhecimento (perceção) da variação; Raciocínio com modelos estatísticos; Integração da estatística em contexto. Além desta análise, também iremos fazer a análise para verificar se os alunos seguiram as regras indicadas para a sua realização. Também foi realizada uma análise de conteúdo às apresentações digitais e a primeira com o objetivo de analisar a forma de estruturação dos slides ao nível do conteúdo e, no caso das gravações, a forma de apresentação oral do seu trabalho.

Para analisar a “Ficha de avaliação das fases do projeto” realizou-se uma análise de conteúdo, que teve como propósito identificar, em cada fase do projeto, os obstáculos com que os grupos se depararam para a sua realização. Portanto, elaborou-se uma análise do conteúdo das respostas/justificações dos grupos, levando à criação de uma tabela de “Autoavaliação das fases do projeto” para cada um dos projetos analisados.

No caso das respostas fechadas do questionário sobre as perceções dos alunos foi usada a uma análise quantitativa, já relativamente às justificações dos alunos aos itens abertos para cada questão de escolha múltipla foi realizada uma análise de conteúdo.

Além destas análises, também foi estudada a idoneidade didática segundo o Enfoque Ontossemiótico do conhecimento matemático (EOS), ou seja, recorreu-se a alguns critérios e indicadores de distintas dimensões desse modelo para estudar o processo de ensino implementado, designadamente nas dimensões epistémica, cognitiva e medacional.

Ainda relativamente à experiência de ensino, foi efetuada uma análise quantitativa das classificações obtidas pelos alunos no exame da unidade curricular (UC), mais precisamente na



parte relativa aos testes de hipóteses. Esta análise foi feita comparando as classificações dos alunos que participaram na experiência de ensino com outros alunos, com o intuito de averiguar qual a forma de ensino que contribuiu para a obtenção de melhores resultados nos conteúdos de testes de hipóteses.

#### **1.4. Estrutura da tese**

A tese é organizada em seis capítulos começando no Capítulo I, “Introdução”, com uma contextualização dos estudos de estatística e sua importância para a formação de engenheiros e os objetivos e questões de investigação. Incluiu-se neste capítulo uma visão das orientações metodológicas adotadas, isto é, quem foram os participantes neste estudo, que métodos foram utilizados para a recolha de dados, que métodos e técnicas se utilizaram para a análises efetuadas.

No Capítulo II, “Enquadramento teórico”, apresenta-se os fundamentos do estudo, começando pela importância da estatística, que passa pelas orientações para o seu ensino: tarefas, projetos investigativos, recursos tecnológicos, ensino da estatística nos cursos de Engenharia. Seguidamente faz-se uma descrição breve das noções do marco teórico do Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e do ensino da matemática que propõem Godino e seus colaboradores que usaremos ao longo deste trabalho. Apresenta-se também neste trabalho a definição de teste de hipóteses e uma revisão bibliográfica das investigações mais importantes que se centram nas dificuldades e erros dos alunos na aplicação dos testes de hipóteses e, também nas estratégias de ensino e aprendizagem utilizadas por outros investigadores.

No Capítulo III, “Metodologia”, descreve-se a metodologia utilizada neste trabalho, isto é fundamentam-se as opções metodológicas, identificam-se os participantes, apresenta-se o contexto do estudo e, além disso, descrevem-se os métodos de recolha de dados.

No Capítulo IV, “Dificuldades dos alunos em testes de hipóteses”, apresenta-se a análise dos resultados obtidos no questionário. Começando-se por uma apresentação do estudo e dos seus participantes. Seguidamente mostra-se a análise detalhada das respostas dos alunos nos itens de escolha múltipla e a análise semiótica de dois problemas de TH tendo, por referência o Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e do ensino da matemática. Para cada uma destas análises mostra-se a comparação dos resultados obtidos com as investigações prévias e, além disso, apresenta-se a classificação obtida pelos alunos no questionário. Finalmente, termina-se com a síntese dos resultados obtidos.

No Capítulo V, “Ensino de testes de hipóteses”, apresenta-se a contextualização dos projetos, começando pela caracterização dos projetos, apresentando uma análise detalhada de cada um dos projetos. Posteriormente apresenta-se a análise dos resultados do questionário sobre as percepções dos alunos sobre o trabalho de projeto. Finalmente, apresenta-se uma síntese dos resultados obtidos na experiência de ensino.

No Capítulo VI, “Conclusões, implicações, limitações e Recomendações”, revêm-se os objetivos e questões de investigação iniciais, tendo em vista destacar as principais conclusões do estudo, referem-se implicações do estudo para a aprendizagem dos alunos em TH e, por fim, apresentam-se as limitações do estudo realizado e algumas linhas orientadoras para a continuação do trabalho.

Por último, apresenta-se a lista de Bibliografia e os anexos que incluem os diferentes instrumentos de recolha dados utilizados neste trabalho, designadamente vários questionários, o manual de instruções para a utilização do software R e a ficha de avaliação das fases do projeto.

## **CAPÍTULO II**

### **ENQUADRAMENTO TEÓRICO**

Este capítulo é constituído por seis secções: na primeira secção enfatizamos a importância da Estatística e as orientações atuais para o seu ensino; na segunda secção descrevemos o Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e do ensino da matemática, com particular incidência nos aspetos relacionadas com o presente estudo; na terceira secção realçamos a relevância dos TH na estatística, apresentando alguns resultados de investigação que sustentam o nosso estudo; a quarta secção diz respeito à definição do conceito de testes de hipóteses; na quinta secção é feita uma abordagem das dificuldades e dos erros dos alunos nos TH a partir dos estudos de outros investigadores e, finalmente, descrevemos as estratégias utilizadas por outros investigadores no ensino/aprendizagem de conceitos relacionados com os testes de hipóteses.

#### **2. 1. Importância da Estatística e orientações para o seu ensino**

##### **2.1.1. A importância Estatística**

A enorme quantidade de dados que os atuais sistemas de informação são capazes de gerar, torna a estatística uma ferramenta indispensável para aqueles que usam aquela informação na tomada de decisões. Os diversos modelos estatísticos permitem a extração de conhecimento a partir dos dados, transformando-os em informação útil e constituindo uma mais valia para o decisor. Apesar da Estatística estar presente na vida do homem desde a antiguidade, ela tem-se mostrada cada vez mais próxima nos últimos tempos. Os conteúdos de estatísticos a cada dia estão mais presentes nas necessidades comuns de cada indivíduo (Echeveste, Bittencourt, Bayer &, Rocha 2005).

É indubitável que na vida de um cidadão, para o desempenho pleno da sua cidadania, ele deve, além de saber ler gráficos e tabelas, saber interpretar e ter a capacidade de avaliar criticamente as informações estatísticas divulgadas pela comunicação social no campo da política, da economia, da medicina, da educação, etc. Moore (2000) afirma que:

Não podemos escapar dos dados, assim como não podemos evitar o uso das palavras. Tal como as palavras, os dados não se interpretam a si mesmos, antes

devem ser lidos com entendimento. Da mesma maneira que um escritor pode dispor as palavras em argumentos convincentes ou frases sem sentido, assim também os dados podem ser convincentes, enganadores ou simplesmente inócuos. A instrução numérica, a capacidade de acompanhar e compreender argumentos baseados em dados, é importante para qualquer um de nós. O estudo da estatística é parte essencial de uma formação sólida (citado por Echeveste et al, p. 104).

Para Rao (1999), a estatística é uma ciência que estuda variados fenómenos adotando na sua pesquisa diferentes etapas: o levantamento de dados com a máxima quantidade de informação possível para um dado custo; o processamento de dados para a quantificação da quantidade de incerteza existente na resposta para um determinado problema; e a tomada de decisões sob condições de incerteza com o menor risco possível.

No mesmo sentido, embora de forma mais detalhada, Farias, Soares e César (2003) afirmam que a estatística é uma ciência que se dedica ao desenvolvimento e ao uso de métodos para recolher, resumir, organizar, apresentar e analisar os dados.

Já Batanero e Godino (2005) destacam o papel da estatística na sociedade moderna, no sentido de usar ferramentas metodológicas para a análise de dados, para a descrição e quantificação das relações entre variáveis, para o planeamento, para a análise de estudos e experiências, para a estimação e para tomada de decisões em situações de incerteza.

Relativamente ao ensino, alguns autores defendem a importância da estatística pelo facto de esta ter um papel instrumental noutras disciplinas e em diversas áreas do conhecimento, como a Geografia, Medicina, Sociologia, Biologia, Engenharia, etc. (Batanero, Godino & Roa, 2004; Chick & Pierce, 2008; Moore & Cobb, 1997).

Relativamente à importância da Estatística na vida do dia-a-dia das pessoas, incluindo a sua participação social, esclarecida e crítica, Cardona (2011) refere que:

a alfabetização estatística é um elemento primordial para os indivíduos da sociedade moderna. O cidadão comum necessita de formação estatística, essencial para entender o entorno em que se desempenha, para avaliar criticamente a informação estatística relacionada com contextos sociais nos quais se está imerso e para tomar decisões informadas. (p.236).

Pela sua importância no contexto escolar, pode-se definir a estatística como “a ciência que se preocupa com a organização, descrição, análise e interpretação de dados, ou seja, por meio da análise de dados brutos, a estatística preocupa-se com a extração de informações – que permitem o processo posterior de tomada de decisões” (Bruni, 2009, p. 2).

Os professores de Estatística são unânimes em afirmar que o pensamento estatístico favorece a criação de habilidades que capacitam o sujeito a analisar situações considerando todos

os aspetos envolvidos nas mesmas, favorecendo a atuação tanto na vida pessoal quanto profissional (Novaes, 2015). Portanto, justifica-se começar o ensino da Estatística na Educação Básica pela sua importância na leitura das informações expostas no quotidiano dos jovens. Os professores devem ensinar essa ciência para que os alunos possam desfrutar de conhecimentos.

Logo,

A estatística é pródiga na aplicação dos seus conteúdos na vida real. Convivemos com números e com estatísticas, vivemos um constante exercício de comparação e somos permeados de índices que nos acompanham durante a nossa infância e que continuam a nos acompanhar quando nos tornamos adultos. Os jornais diários, revistas e os noticiários na televisão e na internet são ricos em gráficos, índices e análises comparativas de todas as espécies (Campos, Wodewotzki & Jacobini, 2011, p. 51).

Segundo Gal (2002), através da estatística, é possível adquirir uma posição crítica, que pressupõe uma atitude de questionamento diante de mensagens que podem ser enganadoras, desproporcionais, parciais ou incompletas.

Martins, Pires e Barros (2009) destacam ainda que “o estudo da Estatística permite ampliar a imagem que os alunos vão desenvolvendo sobre a Matemática através da contextualização das aprendizagens e da sua ligação à realidade” (p. 2), destacando a importância da Estatística em modificar a percepção que os alunos têm da disciplina de Matemática pelo facto de ter uma forte ligação com o mundo que os rodeia.

Como afirmam Ponte e Sousa (2010), o objetivo principal do estudo da estatística é o desenvolver a literacia estatística desde muito cedo em todos os alunos, tornando-os cidadãos capazes de tomar decisões relativamente à informação recebida do mundo à sua volta. Uma forma de fazer isto acontecer é através das investigações estatísticas.

A Estatística tem tido uma utilização crescente no campo da engenharia, seja através do seu raciocínio ou, mais especificamente, das suas metodologias. Ela assume-se como uma importante ferramenta de suporte à investigação científica em engenharia, como atestam as revistas e publicações nesta área, que estão cada vez mais repletas de informação estatística. Assim, a Estatística é um tema imprescindível para o currículo de um engenheiro, pois os seus fundamentos estão presentes noutras disciplinas e, conseqüentemente, no seu trabalho.

### **2.1.2. Orientações para o ensino da Estatística**

A aprendizagem de uma unidade curricular estabelece por um lado uma relação entre o aluno e os seus conteúdos programáticos e, por outro lado uma relação entre o aluno e as

ferramentas de ensino e aprendizagem utilizadas, cumplicidade da qual poderá depender o grau de implicação dos alunos e consequentemente a *performance* dos mesmos (Simon, 2000).

### **2.1.2.1. Tarefas**

Nas últimas décadas, o ensino da estatística foi integrado, gradualmente, nas escolas e nas universidades, não só pelo seu carácter instrumental, mas também pela importância que o desenvolvimento do raciocínio estatístico tem numa sociedade caracterizada pela proliferação de informação e necessidade de tomar decisões em ambientes de incerteza. Atualmente, em Portugal, a Estatística é estudada em todos os níveis de ensino: básico, secundário e superior.

O ensino da Estatística tem sido marcado por um carácter fortemente académico, onde são valorizados essencialmente os seus aspetos teóricos e técnicos, apesar das opiniões contrárias manifestadas por vários investigadores, as quais já remontam aos anos sessenta (Holmes, 2000). Ao longo de vários anos tem-se vindo a contestar a forma de ensinar a Estatística nas escolas através de publicações de estudos e artigos de opinião (e.g., Bright & Hoeffner, 1993; Holmes, 2000; Lightner, 1991; Scheaffer, 2000; Snee, 1993).

Uma comparação sobre o que é ensinado no Reino Unido e nos Estados Unidos da América, realizada por Fonseca e Ponte (2000), mostra que, em Portugal, os programas de Estatística são em todos os níveis mais tecnicistas e mais pobres em conteúdo.

Refletindo sobre o que vai mal no ensino da Estatística, Snee (1993) defende a necessidade de mudanças tanto no conteúdo como no modo de desenvolver esta disciplina, remontando os seus principais problemas ao final da década de setenta. Assim, propõe que a Educação Estatística se desloque “para a recolha de dados, compreensão e modelação da variação, representação gráfica de dados, experimentação, questionamento” (p. 151), de forma a realçar “o modo como o pensamento estatístico é usado na resolução de problemas do mundo real” (p. 151).

Segundo Batanero, Burrill e Reading (2011), as mudanças esperadas no ensino da Estatística não dizem respeito não apenas à quantidade mas também à qualidade do conteúdo. Até há bem pouco tempo, a Estatística nos currículos escolares estava reduzida a tarefas nas quais eram fornecidos conjuntos de dados já organizados e de dimensão reduzida e aos alunos era pedida a produção de gráficos específicos, o cálculo de estatísticas simples ou a resposta a questões diretas. Esta abordagem tradicional, focada em habilidades, procedimentos e cálculos, resultou em alunos mal preparados para a aprendizagem da Estatística a um nível superior e em adultos estatisticamente iletrados.

Segundo Almeida (2002), tratando-se de um domínio para descrever a realidade, a Estatística não pode ser ensinada de modo convencional, uma vez que não prepara os alunos para o mundo que os rodeia. Se pretendemos educar os alunos de forma a proporcionar-lhes uma base sólida para compreenderem o mundo que os rodeia,

será então desejável que as atividades a propor envolvam: (1) a análise dos pressupostos subjacentes aos dados estatísticos; (2) a exploração de regularidades «escondidas» nos dados; (3) o questionamento da relevância e do rigor das inferências e (4) a compreensão do papel do tamanho da amostra e dos métodos de amostragem (Pereira Mendoza & Swift, 1989, p. 18).

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 108), os objetivos do ensino da Estatística enquadram-se nos objetivos do ensino da Matemática, mas revestem-se de uma natureza própria. Estes autores acreditam que a única forma de desenvolver os conteúdos estatísticos de modo levar os alunos a compreenderem o papel da Estatística na sociedade é considerar o seu ensino numa perspetiva investigativa, afirmando que:

os alunos trabalham então com problemas reais, participando em todas as fases do processo que tem o seu início na formulação do problema, passa pela escolha dos métodos de recolha de dados, envolve a organização, representação, sistematização e interpretação dos dados, e culmina com a obtenção das conclusões finais (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2003, p.105).

Os estudos sugerem que se realizem atividades que envolvam os alunos na resolução de problemas estatísticos que requerem a recolha e exploração de dados reais e de tarefas de grupo, como forma de melhorar as habilidades colaborativas e comunicativas por meio de discussões estatísticas (Ben-Zvi & Garfield, 2005). Os autores acreditam que com este tipo de ensino ajudamos os alunos na construção de seu raciocínio inferencial.

Os professores acreditam que quando se trabalha com dados reais em tópicos de interesse dos alunos, estes sentem maior motivação para a aprendizagem da estatística (Ben-Zvi, 2000; Biehler, 2003; Fernandes et al., 2011).

Para Carvalho (2004) os alunos quando confrontados com um determinado tipo de tarefas e o modo como se envolvem na sua resolução é determinante para a qualidade dos seus desempenhos.

#### **2.1.2.2. Ensino da estatística através de Projetos Investigativos**

Holmes (1997) declara que quando os alunos trabalham em projetos conseguem vivenciar vários aspetos positivos, tais como: os projetos permitem contextualizar a estatística e torná-la mais relevante pois se os dados surgem de um problema, são dados com significado e têm que

ser interpretados; os projetos reforçam o interesse do aluno, sobretudo se é o aluno que escolhe o tema, uma vez que o aluno resolve o problema sem a necessidade da intervenção do professor; o aluno aprende melhor já que os dados são reais, não são “dados inventados” pelo professor, o que mostra que a estatística não se reduz apenas a conteúdos matemáticos.

Segundo Valente (1999), a metodologia de trabalho de projeto propõe a criação de um ambiente de aprendizagem voltado para a construção de conhecimento baseada na realização concreta de uma ação que produz um produto palpável (um artigo, um projeto, um objeto) de interesse para quem o produz. Esta metodologia estimula a interação entre os alunos e entre os alunos e o professor na medida em que integra o conteúdo, viabilizando a resolução de problemas.

De acordo com Pimenta (2009), a metodologia de projetos permite claramente integrar a estatística no contexto das suas aplicações e desenvolver as diferentes fases de uma investigação, promovendo o raciocínio estatístico. Os projetos permitem aprender a fazer e a pensar. Além disso, ainda para Martins (2001),

torna-se evidente que os professores (...) têm de aceitar a rapidez da mudança tecnológica e envolver-se nesta mudança pois só assim poderemos caminhar para a consolidação de uma verdadeira cultura estatística que funcione como um mecanismo facilitador de uma construção ativa do conhecimento. (p. 21)

Batanero e Díaz (2011) acham que uma forma eficiente de trabalhar a estatística nas escolas é através de projetos. Há que saber diferenciar entre o conhecimento e o ser capaz de o aplicar. Acontece que os alunos muitas das vezes conseguem aprender determinados conteúdos, mas não sabem como aplicá-los, pois para tal são necessários não apenas conceitos, mas também estratégias de como usar esses conceitos entretanto adquiridos. Daí, quando se trabalha através de projetos, os alunos são levados a responder a algumas questões, como por exemplo: Qual é o meu problema? Necessito de dados? Quais? Como posso obtê-los? O que significa este resultado na prática?

MacGillivray e Pereira-Mendoza (2011) reconhecem que projetos que envolvem investigações são veículos ideais para o envolvimento dos alunos, para a aprendizagem da resolução de problemas e para sintetizar os componentes da aprendizagem. Eles também constituem um ambiente natural para a aprendizagem do pensamento estatístico pois permitem experimentar o processo de tratamento de dados reais, provenientes do planeamento, recolha e exploração de dados.

Assim, segundo Gomes, Fernando e Vasconcelos (2014), possibilitar ao aluno desenvolver a capacidade de recolher, organizar, interpretar e comparar dados para obter e fundamentar



conclusões, especialmente na área de Engenharia e afins, contribui para que possa desenvolver uma análise crítica sob diferentes aspectos científicos, tecnológicos e/ou sociais, como pode despertar o seu interesse para seguir uma carreira nessas áreas.

A implementação de trabalhos e projetos investigativos, além de motivar os alunos, tem como consequência a valorização do trabalho de grupo. De acordo com os estudos realizados por Petocz e Reid (2007), o trabalho de grupo permite aos professores desenvolverem tarefas mais compreensivas, possibilita aos alunos o desenvolvimento de competências interpessoais, permite expor os alunos aos pontos de vista dos outros membros do grupo e promove a reflexão e a discussão como parte principal do processo de se tornarem práticos competentes e reflexivos.

Skovsmose (2000) alerta que criar um evento (cenário) para investigação convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações. Dessa forma, cabe ao professor conduzir a aprendizagem dos seus alunos, estimulando-os e questionando-os de modo que a aula de investigação seja aceita pelos alunos.

O professor assume um papel de suma importância num projeto investigativo/tarefa investigativa, pois é ele quem pode desafiar e instigar os alunos, fazendo com que eles reflitam sobre o trabalho e procurem as informações que precisam, acompanhando o seu desenvolvimento neste processo e auxiliando-os com informações que possam contribuir para a sua aprendizagem. O professor também precisa encarar o erro do aluno como algo natural, passível de existir, e, ainda, como algo necessário ao ato de apreender. Para isso, é preciso que o próprio professor vivencie este processo de investigação nas suas práticas, procurando refletir, compreender, construir e experimentar, ou seja, que tal atitude investigativa também seja parte do cotidiano do professor (Silva & Carvalho, 2013).

Na opinião de Skovsmose (2000, p. 18), “A tarefa é tornar possível que os alunos e o professor sejam capazes de intervir em cooperação dentro da zona de risco, fazendo dessa uma atividade produtiva e não uma experiência ameaçadora”. Criar uma ocorrência de investigação não é uma tarefa fácil, mas os resultados desta atividade podem ser totalmente ‘ricos’ para o aluno e professor, já que este ambiente propicia a possibilidade vivida de troca de conhecimento e construção de conceitos (ainda desconhecidos), permitindo que o aluno e professor compartilhem juntos este processo de descoberta (Silva & Carvalho, 2013). Em qualquer área, seja ela da Matemática ou não, o envolvimento do aluno é uma condição fundamental para a sua aprendizagem, “O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo” (Ponte, Brocado & Oliveira, 2006, p. 23). Relativamente a trabalhar com

projetos de origem investigativa, a sua exploração depende da proposta apresentada, dos objetivos e das concepções do professor, das oportunidades aproveitadas em sala de aula e da atividade do aluno.

Borba e Penteado (2001) caracterizam as atitudes dos professores em duas zonas contrárias: a zona de risco e a zona de conforto. A primeira refere-se às situações de sala de aula nas quais o professor se sente confortável, em que o seu planeamento segue um decurso natural, previsível; a segunda, ao contrário, é permeada por incerteza, imprevisibilidade, desconforto. Para estes autores, algumas vezes, os professores mesmo cientes da possibilidade de aplicar novos métodos de ensino, não o fazem pois

acabam cristalizando sua prática numa zona dessa natureza [de conforto] e nunca buscam caminhos que podem chegar a incerteza e imprevisibilidade. Esses professores nunca avançam para o que chamamos de uma zona de risco, na qual é preciso avaliar constantemente as consequências das ações propostas. (Borba & Penteado, 2001, p. 57).

### **2.1.2.3. Recursos tecnológicos**

A informática é uma ferramenta facilitadora da aprendizagem por permitir ao aluno, individualmente, a aquisição de habilidades (Gonçalves, Mendonça & Ferro, 2015). De entre os recursos possíveis de serem utilizados no ensino da Estatística, iremos referir-nos particularmente às novas tecnologias, mais concretamente, as máquinas de calcular, aos computadores, à internet e a software estatístico.

Para Jolliffe (2007) as maiores alterações no ensino da Estatística são o resultado da chamada revolução tecnológica. Pedir aos alunos para resolverem problemas reais com dados reais e descrever os resultados é agora exequível de uma maneira que o não era no passado. Os professores afiançam que o uso de dados reais em temas de interesse dos alunos contribui para a motivação dos alunos em aprenderem estatística e para gostarem de o fazer, o que não acontecesse só na Estatística.

Segundo alguns autores (Burrill, 2002; Chance, Ben-Zvi, Garfield & Medina, 2007), o uso de computadores no ensino da Estatística permite a exploração de objetos estatísticos significativamente abstratos através da criação de “micromundos” virtuais que o aluno pode manipular, experimentando o efeito das variáveis definidas. Estes recursos permitem explorar conceitos de probabilidade e inferência e substituir as demonstrações formais por raciocínios mais indutivos (Batanero, 2003).

Já Moore (1997) recomendava o uso da tecnologia (computadores), afirmando que assim os estudantes têm oportunidade de experimentar com dados e problemas reais. Neste caso, a simulação em computador pode contribuir para melhorar a compreensão dos estudantes acerca da variável amostral da distribuição estatística, a respeito da qual existem muitas concepções erradas, e que é essencial para a compreensão da lógica do nível de significância.

Chance, delMas e Garfield (2004) advogam que quando usam simulações (*applets* que permitem simular vários conceitos de estatística) os alunos envolvem-se e interessam-se mais na aprendizagem da Estatística. Estes autores realizaram um estudo sobre distribuições amostrais com o uso de um software de simulação e concluíram que o facto de os alunos fazerem experiências com distribuições amostrais de diferentes tipos de populações e de diferentes dimensões não conduz necessariamente a uma compreensão conceptual dos principais conceitos em estudo.

Fernandes, Batanero, Contreras e Díaz (2009) afirmam que o aluno, recorrendo ao computador, pode construir uma simulação da realidade, isto é, um modelo simplificado do fenómeno em questão, manipulável por ele (aluno) e condensado no tempo. O facto de os alunos utilizarem programas de simulação torna possível a exploração e a descoberta de conceitos que de outro modo seriam muito mais abstratos.

Rubin (2007) no seu trabalho afirma que a tecnologia tem o potencial para tornar mais acessíveis os conceitos complexos e as ideias estatísticas e, por isso, tem sido incorporada na educação estatística para abordar as incompreensões dos alunos e para desenvolver o seu raciocínio estatístico (e.g., Fitzallen & Watson, 2010; Watson & Donne, 2009).

Na opinião de Batanero e Díaz (2011), sempre que seja possível deve usar-se os computadores para a realização dos projetos, não só para a análise dos dados, mas também para preparar os seus relatórios. Os processadores de texto (como o Word) agora são compatíveis com programas estatísticos. O projeto torna-se um pretexto para aprender essas ferramentas que hoje em dia são essenciais. No caso concreto da estatística, os computadores, quando disponíveis, são preferíveis às calculadoras. Em relação a programas estatísticos (software estatístico), existe hoje uma grande variedade, sejam programas profissionais, como SPSS, Statgraphics, modelos e Programas Excel, ou específicos para o ensino, alguns dos quais estão disponíveis na internet.

Para Garfield e Ben-Zvi (2010), os avanços na tecnologia e a crescente facilidade de acesso a dados reais fornecem a alunos e professores novas ferramentas para adotar abordagens

direcionadas para os dados, usando contextos ricos e significativos, como os proporcionados pelos projetos investigativos.

Na opinião de Henriques e Antunes (2014), o acesso a recursos tecnológicos não garante, por si só, uma aprendizagem efetiva, sendo fundamental o papel ativo do professor no estabelecimento e suporte do desenvolvimento do raciocínio dos alunos, focando-se tanto nas representações gráficas construídas como nas questões a serem exploradas de modo a assegurar que eles desenvolvam a compreensão necessária à articulação entre estes aspetos.

No caso das distribuições de probabilidade e distribuições estatísticas, através da simulação, os alunos podem explorar e aprender conceitos e princípios que de outra forma seriam muito abstratos, contribuindo para melhorar a experiência estocástica e a intuição probabilística. Deste modo, a tecnologia é um meio que pode ajudar a visualizar e compreender as complexas relações existentes entre conceitos.

#### **2.1.2.4. Ensino da Estatística nos cursos de Engenharia**

Relativamente ao ensino da Estatística no ensino superior nas diversas áreas, este poderá ser apresentado aos alunos como uma ferramenta de análise de dados, para que eles tomem conhecimento da sua existência, saibam para que serve e tomem consciência da necessidade de usá-la nos trabalhos científicos que envolvam análise de dados. O aluno deverá perceber a importância do conhecimento das ferramentas básicas de organização e análise de dados para o exercício da sua futura atividade profissional.

Nos cursos de Engenharia, por serem da área das ciências aplicadas, a unidade curricular de Estatística pode ter um desenvolvimento maior, pois estes alunos têm uma boa formação em matemática. Apesar destes alunos terem uma boa base de matemática, Ara e Musetti (2001) notam que o ensino da Estatística a partir da fundamentação matemática dos conceitos envolvidos não tem despertado o interesse esperado nos alunos. Os investigadores acham que essa falta de interesse pela unidade curricular se deve, entre outros fatores, ao facto de que a Estatística estuda fenómenos aleatórios, com os quais o aluno do curso de engenharia, em geral, não está familiarizado. Um engenheiro está mais habituado a analisar aspetos determinísticos dos fenómenos, o que dificulta inclusive a sua compreensão da função desempenhada pela Estatística na análise desses fenómenos. A confirmação disso é o constante questionamento dos alunos sobre a necessidade da Estatística no desempenho da sua futura profissão, fazendo perguntas do tipo: “Por que devo estudar isso?”; “Para que serve isso?”; “Qual a aplicação desse assunto na Engenharia?”.

Podemos, então, asseverar que a prática docente mais adequada para o ensino da Estatística é aquela em que se parte das aplicações nas áreas de interesse dos alunos, através de uma análise exploratória dos dados experimentais, com o auxílio do computador, para que, a partir da análise de uma situação concreta, se possa desenvolver as abstrações através dos modelos matemáticos correspondentes e dos métodos estatísticos apropriados para a análise e interpretação estatística dos dados.

Para Massarini e Kaminski (2003), o ensino da metodologia de projeto em cursos de engenharia contribui para o desenvolvimento do processo de abordagem e solução de problemas que não estão bem definidos, de projetos e/ou de operações, que são típicos do dia-a-dia do engenheiro. Conseqüentemente, este conhecimento e habilidade de tratar problemas difusos e não estruturados é muito valorizado na profissão.

O aperfeiçoamento das tecnologias desenvolvidas pelas empresas tem sido cada vez maior e mais constante, o que requer uma atualização crescente dos engenheiros no que diz respeito às exigências do mercado e às técnicas para alcançar os resultados. Em face dessa nova realidade, percebe-se que o currículo do engenheiro deve ser flexível, no sentido de que gestores de educação possam oferecer aos alunos opções para estudar disciplinas que estejam de acordo com o perfil desejado pelas empresas (Monteiro, Sousa, Zindel, Santos Vilhena & Kling, 2012).

Podemos concluir que os autores, aqui referidos, têm a mesma opinião quanto à necessidade de se criarem experiências de aprendizagem nas quais os alunos recolhem, interpretam e representam dados relativos a acontecimentos reais e com ajuda de um software, em vez de se limitarem à realização de atividades rotineiras.

### **2.1.3. Projetos investigativos ou investigações estatísticas**

A realização de tarefas ou projetos que envolvam investigações estatísticas na sala de aula é uma perspectiva que tem vindo com o tempo a ganhar terreno. A concretização destas tarefas/projetos de investigação permite criar condições para que os alunos pensem matematicamente, definindo objetivos e traçando os seus próprios caminhos.

Uma investigação diz-se estatística se, na sua execução, o aluno utiliza metodologias quantitativas, incluindo a linguagem e os métodos estatísticos num processo mais global de investigação (Batanero, 2001). A sua execução permite aos alunos viver a sua 'experiência estatística', envolvendo-se nas tomadas de decisão durante as várias fases do processo (Canavarro, 2013).

Nestas investigações estatísticas (projetos investigativos), os alunos criam ou escolhem os instrumentos de recolha, selecionam amostras, codificam, analisam e interpretam dados para responder às questões propostas (Batanero & Godino, 2005). A análise e interpretação dos dados pressupõem a sua manipulação, organizando-os, sintetizando-os e representando-os de várias formas. As conclusões obtidas poderão responder ou não às questões de investigação e, neste último caso, será necessário recolher novos dados e ou reformular as questões de investigação. Uma vez terminado o estudo, os alunos comunicam os resultados da sua investigação tendo o cuidado de preparar argumentos para defenderem as opções que tomaram e as interpretações que fizeram ao longo do processo de investigação (Souza, 2002). Além disso, ensinar através de investigações estatísticas (projetos investigativos) proporciona também a identificação das dificuldades dos alunos tanto do conhecimento estatístico como do conhecimento matemático, mesmo em conceitos e ideias que se assumem como bem consolidados (Ponte, 2007).

Raciocinar estatisticamente significa entender e ser capaz de explicar os processos estatísticos, e ser plenamente capaz de interpretar os resultados estatísticos, remetendo ao pensamento estatístico que requer uma compreensão *do por que e como* são conduzidas investigações estatísticas. Isto inclui reconhecer e compreender todo o processo investigativo desde a pergunta elaborada, passando pela escolha dos instrumentos para a construção dos dados até ao processo de interpretação e análise (Lopes, 2012, p. 168).

De acordo com Silva e Carvalho (2013), numa atividade investigativa a tarefa proposta tem um caráter mais aberto, onde é apresentada uma situação não tão clara como num problema. Espera-se que, por meio de explorações, os alunos construam questionamentos e procurem caminhos para a solucionar a tarefa. Este método é diferente de uma proposta de resolução de problemas na qual o professor elabora os problemas e entende que a resolução dos mesmos é a prática de aplicação de procedimentos. Na investigação existe a possibilidade de os alunos não serem simplesmente resolvedores, mas também que reflitam, discutam entre si as suas ideias e métodos de resolução, procurando dar resposta às suas próprias dúvidas e questionamentos, embora

muitas vezes um problema é usado tradicionalmente, no sentido de uma tarefa a ser realizada com foco no resultado final. Este é um dos pontos de maior distanciamento com a exploração-investigação matemática e com a própria resolução de problemas enquanto metodologia desencadeadora para construção do conhecimento matemático. (Lamonato & Passos, 2011, p. 67).

Segundo os autores Graham (1987) e Franklin et al. (2007), uma investigação estatística (projetos investigativos) típica envolve quatro etapas: colocar uma questão; recolher dados;

analisar dados e interpretar os dados de modo organizado. Já Friel, Bright, Frierson e Kader (1997) sugerem uma quinta etapa, centrada na comunicação de resultados, como podemos ver sistematizado na Figura 1.

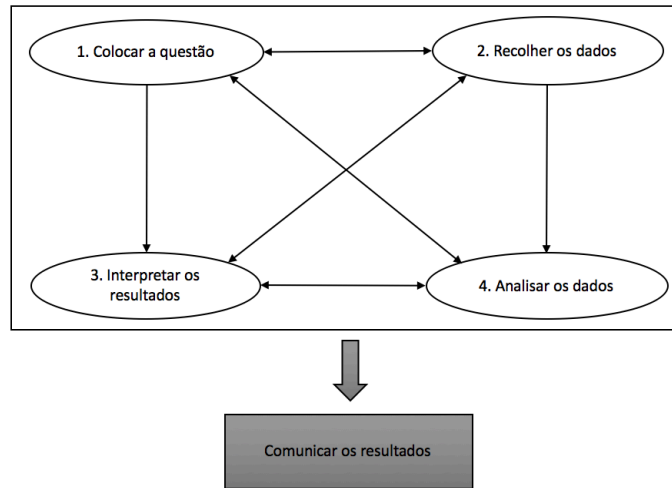


Figura 1. Processo de investigação estatística (Friel et al., 1997).

Para Batanero e Díaz (2011) os projetos concebem-se como verdadeiras investigações, donde tratamos de integrar a estatística dentro do processo mais geral de investigação. Os projetos devem escolher-se com cuidado, ser realistas (inclusive quando são versões simplificadas do problema dado), abertos, apropriados ao nível do aluno e proporcionar o desenvolvimento da criatividade. O pensamento estatístico é uma ferramenta de resolução de problemas e não um fim em si mesmo. Nesta conceção, a estatística é considerada uma ferramenta para a resolução de problemas encontrados no decorrer do projeto considerando algumas etapas que podem ser observadas na Figura 2.

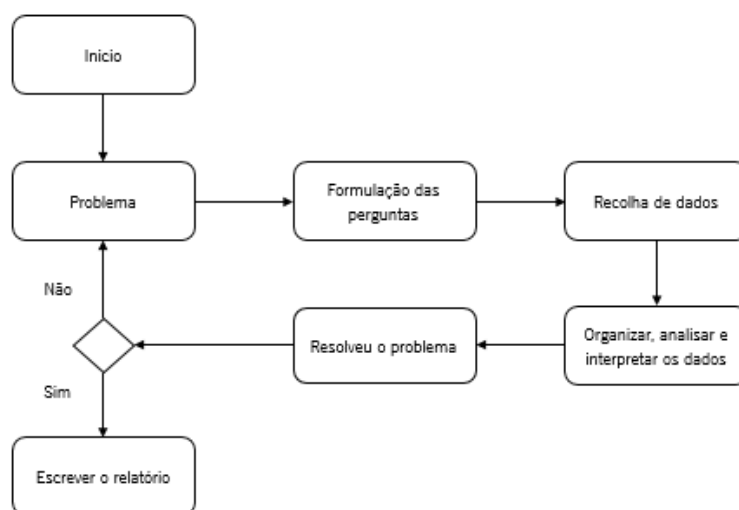


Figura 2. Esquema de desenvolvimento de um projeto (retirado de Batanero & Díaz, 2011).

As etapas destacadas no esquema não acontecem necessariamente nesta ordem, já que podem variar de acordo com a situação, pois quando se tem por base uma situação real não se pode afirmar que o problema foi resolvido definitivamente, o que se obtém são aproximações convenientes, de acordo com as variáveis escolhidas para o problema em questão e com os interesses do pesquisador. Por isso, Carvalho (2001) aconselha que os dados com os quais os alunos desenvolverão a análise exploratória sejam obtidos por meio de experiências, entrevistas, questionários, conjeturas, etc. e a procurar relações quando têm que resolver problemas do mundo real (p. 30).

Segundo Wiid e Pfannkuch (1999), a maioria dos problemas referem-se ao desejo de mudarmos um “sistema” para melhorar alguma coisa. A investigação movida pela curiosidade, usualmente, está justificada por uma ideia de que a compreensão acumulada trará a longo prazo benefícios práticos. Devem-se encontrar objetivos de aprendizagem para se chegar ao nível de compreensão desejado. Com o intuito de atingir cada objetivo de aprendizagem, estes autores desenvolveram o modelo chamado PPDAC (problema, plano, dados, análise e conclusões), também conhecido por ciclo investigativo, como podemos ver na Figura 3. O conhecimento obtido e as necessidades identificadas dentro destes ciclos podem iniciar ciclos de investigação mais avançados. Este modelo é a primeira dimensão da estrutura proposta por Wild e Pfannkuch e é uma adaptação do modelo PPADC (problema, plano, dados, análise e conclusões) de Mackay e Oldford (1994), e que relaciona a forma como nós agimos e pensamos no decorrer de um projeto estatístico (investigação estatística). Numa investigação estatística seguem-se os passos do modelo PPADC de Wiid e Pfannkuch (1999). Além do ciclo investigativo, trataremos também das outras três dimensões dessa estrutura uma vez que não são independentes umas das outras e são também relevantes para o desenvolvimento de conhecimentos necessários ao pensamento estatístico.

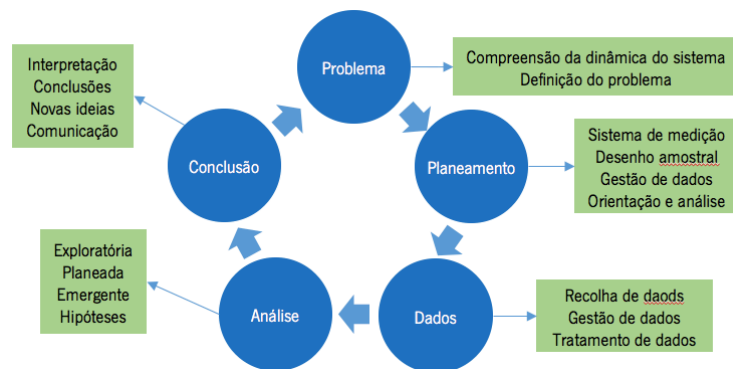


Figura 3. Esquema do ciclo investigativo (Wild & Pfannkuch, 1999).



A estrutura proposta por eles para o pensamento estatístico envolvido nas investigações estatísticas (empíricas) deve ser composta por quatro dimensões: “O ciclo investigativo”; “Tipos de pensamento”; “Ciclo interrogativo”; “Disposições”.

Cada uma das etapas propostas no ciclo investigativo é importante por direito próprio, mas só quando integradas é que os alunos podem encontrar a lógica do processo estatístico. Neste sentido, expor os alunos ao ciclo do processo estatístico dá-lhes oportunidade de construir uma compreensão da importância de cada uma das fases e do propósito das várias técnicas estatísticas (Henriques & Oliveira, 2012).

A primeira etapa do ciclo consiste na *Formulação de um problema* que vá, de preferência, ao encontro dos interesses dos alunos. Como indicam Makar e Fielding-Wells (2011), esta etapa constitui a base fundamental para o trabalho a realizar, ou seja, a formulação do problema é muito relevante uma vez que a questão de investigação funciona como o ponto inicial e foco para toda a investigação.

Konold e Higgins (2003) referem que o primeiro desafio para os alunos será transformar uma questão geral em questões estatísticas que possam ser respondidas através de dados, nomeadamente antecipar a realização do estudo com auxílio das questões que projetam para a recolha de dados. É muito importante que os alunos ganhem sensibilidade quando estão a redigir a questão, pensando na forma como lhes poderiam responder, o que lhes permite descobrir uma variedade de respostas possíveis bem como antecipar múltiplas interpretações da mesma.

Para ilustrar esta etapa vamos mostrar um exemplo retirado de Roque e Ponte (2012): numa turma do 8º ano, quando foi pedido aos alunos um esboço de um estudo para conhecer as práticas de higiene oral, uma aluna começou por formular questões gerais: “Costumas utilizar fio dentário? Com que frequência vais ao dentista?” (p. 508). Ao ser interrogada pela professora sobre o significado atribuído a “costumas utilizar” e “frequência”, a aluna esclareceu que poderia obter dados, como “sim” e “regularmente” ou “com pouca frequência”. Confrontada com significados diversos para as diferentes pessoas indagadas, ela opta pela sua reformulação, fazendo surgir a quantificação das ações referidas.

A segunda fase é o *Plano*. Nesta fase passa-se à construção de um plano, que passa pela escolha de uma amostra (caso seja necessário); de um sistema de medida ou recolha, pelo estabelecimento da gestão dos dados, por exemplo o estabelecendo um limite para o número de variáveis a estudar, algum grupo de controlo, etc.; pela organização e análise. A fase *Plano* remete para uma das partes chave do conhecimento estatístico básico de Gal (2002): compreender o

porquê da necessidade de dados e como estes podem ser concebidos. É nesta fase que os alunos devem colocar questões do tipo: “O estudo é apropriado?”; “Usa-se uma amostra?”: “Como se escolhe a amostra?” e “A amostra é enviesada” (Santos & Ponte, 2010).

No mesmo sentido, Scheaffer, Watkins e Landwehr (1998) dizem que a questão sobre o que constitui uma boa amostra leva a que os alunos lidem com outra questão: “Quantos?”. Nesta etapa os alunos debatem qual o número de indivíduos a escolher da população para que se obtenha uma resposta aproximada do que verifica na população. Para obtermos boas aproximações, a aleatoriedade tem um papel vital na seleção de amostras. Quando constroem ou selecionam o instrumento de recolha de dados, os alunos devem ter em consideração que este possa ter várias interpretações.

Na mesma linha, Henriques (2012) diz que, por vezes, os alunos rejeitam a ideia de amostragem porque subestimam as dificuldades associadas à realização de um censo, negligenciado a vantagem de se reduzir os dados a recolher, ou porque se debatem com a compreensão de como a amostra, que não contém toda a população, pode dar informação relevante sobre esta.

A fase seguinte, *Dados*, consiste na recolha e organização dos dados. A recolha de dados pode ser um bom indicador para levar os alunos a compreenderem se o plano que estabeleceram foi bem construído, tendo como objetivo a questão inicial. Segundo Selmer, S., Bolyard, J., & Rye, J. (2011), os alunos podem explorar a forma mais efetiva de converter dados na informação necessária para responder às suas questões e, assim, contactarem de perto com o verdadeiro trabalho estatístico.

A fase *Análise* requer a exploração, a análise de dados e a construção de hipóteses usando conceitos e ideias relacionadas com as representações gráficas e tabelares e medidas estatísticas (de localização, forma, dispersão e relação). Estas ferramentas estatísticas tornam-se, assim, meios para obter respostas às questões, em vez de serem fins em si mesmas (Groth & Bargagliotti, 2012). Scheaffer et al. (1998) defendem a ideia de que o facto de os alunos compreenderem as variáveis em estudo ajuda-os na compreensão de tabelas e gráficos construídos por outros ou a determinar a melhor tabela ou gráfico a usar para construir uma representação original. Embora as representações gráficas sejam objeto de estudo e de interesse em todos os níveis da educação estatística (González & Pinto, 2008), de acordo com Morais (2010), as dificuldades que os alunos revelam na seleção de gráficos adequados aos dados advêm, na maioria das vezes, de uma

escolha baseada em critérios não focados nos dados, como sejam a facilidade da construção ou a familiaridade com a representação escolhida.

Na última fase do ciclo, *Conclusão*, os alunos deverão interpretar os resultados obtidos, elaborando conclusões depois de refletirem sobre todo o processo, principalmente sobre adequação dos dados e da eficácia da análise para fornecer respostas à questão ou questões iniciais (Selmer et al., 2011). As conclusões obtidas poderão responder ou não aos objetivos e, em caso negativo, será necessário recolher novos dados e ou reformular as questões de investigação. Souza (2002) diz que há necessidade de fornecer raciocínios convincentes (argumentos persuasivos) baseados na análise de dados, que podem permitir aos alunos fazer inferências ou levantar questões conduzindo a novas investigações. Para Konold e Higgins (2003) a literatura evidencia a necessidade de contrariar a tendência dos alunos para o tratamento dos dados como simples números, esquecendo-se que eles estão inseridos em contextos que se desejam conhecer melhor e que são a razão da análise realizada, principalmente quando não são os próprios a recolhê-los.

Souza (2002) realizou uma experiência sobre investigações estatísticas com alunos do 6º ano, em que utilizou o ciclo PPAD. Para a realização dessa tarefa, os alunos foram conduzidos a formular questões (Problema) e a planejar estudos que lhes permitissem responder a essas mesmas questões (Planeamento). Segundo a investigadora, tais estudos englobaram a tomada de decisões quanto ao tipo de dados necessários e ao modo de recolhê-los (Recolha de dados) e à interpretação dos dados obtidos (Análise). Uma vez terminado o estudo, os alunos comunicaram os resultados da sua investigação, tendo o cuidado de preparar argumentos para defenderem as opções que tomaram e as interpretações que fizeram ao longo do processo de investigação (Conclusões). Para alcançar esses objetivos, as atividades foram divididas em sessões, cada uma com questionamentos para auxiliar e motivar os estudantes: 1.ª) Preparação das questões de investigação; 2.ª) Recolha dos dados; 3.ª) Análise Exploratória dos dados; 4.ª) Balanço do trabalho desenvolvido; 5.ª) Preparação dos relatórios; 6.ª) Apresentação dos trabalhos.

Biajone (2010) realizou um projeto estatístico num curso de Pedagogia, cujas fases compreenderam todas as etapas do ciclo investigativo. O trabalho foi conduzido pelas seguintes fases de um projeto estatístico: Definição do tema; Planeamento das ações; Realização das ações; Elaboração das análises e conclusões; Divulgação e comunicação dos resultados.

A segunda dimensão do modelo de Wild e Pfannkuch (1999) trata dos Tipos de pensamento estatístico aplicados num contexto estatístico. Os tipos de pensamento surgiram das entrevistas

realizadas com estatísticos, que posteriormente foram refinados e modificados ao serem aplicados às entrevistas com alunos. As categorias resultantes estão agrupadas em tipos fundamentais de pensamento e tipos mais gerais aplicados num contexto estatístico (Figura 4).

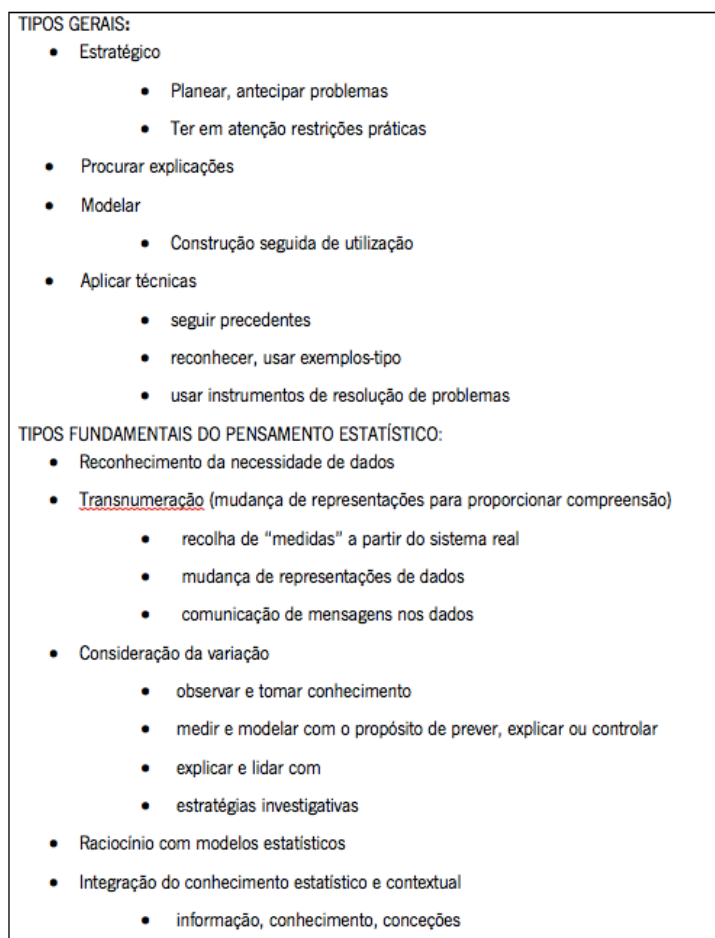


Figura 4. Tipos de pensamento (Wild & Pfannkuch, 1999).

Os Tipos de pensamento estatístico que se apresentam a seguir são, segundo os autores, os alicerces (as bases) sobre os quais assenta o pensamento estatístico: a) *Reconhecimento da necessidade de dados*: está relacionado com o reconhecimento de que as nossas experiências pessoais são insuficientes para fundamentar tomadas de decisão; b) *Transnumeração*: é a ideia essencial num método estatístico, que se refere à capacidade de mudar de representação de modo a compreender os dados; c) *Variação*: é de grande importância para a definição de pensamento estatístico pois, segundo os autores, a variação afeta a tomada de decisões baseadas nos dados pois sem uma compreensão da origem dessa variação, as pessoas tendem a expressar generalizações com base num conjunto de dados como sendo certezas em vez de possibilidades. d) *Raciocínio com modelos estatísticos*: para Wild e Pfannkuch, (1999) todo o pensamento usa modelos e a principal contribuição da Estatística para o pensamento tem sido o seu próprio

conjunto de modelos, de estruturas, para a reflexão sobre certos aspetos da investigação de uma forma genérica. Em particular, os métodos para o desenho e análise do estudo que têm sido desenvolvidos a partir de modelos matemáticos que incluem componentes aleatórios (Mallows, 1998); e) Integração da estatística em contexto: as matérias-primas com que se trabalha o pensamento estatístico são o conhecimento estatístico, o conhecimento do contexto e a informação dos dados. O pensamento em si é a síntese destes elementos para produzir implicações, ideias e conjecturas. Os muitos exemplos utilizados no ensino da Estatística, construídos num panorama árido, sem contexto, levam a que um grande número de estudantes não desenvolva o pensamento estatístico, a não ser que estejam interessados. Os autores explicam que as etapas iniciais são conduzidas quase completamente pelo conhecimento do contexto, que o conhecimento estatístico contribui mais à medida que o pensamento se concretiza e que se estabelece um diálogo constante nas esferas do contexto e da Estatística por meio do processo PPDAC.

Os tipos de pensamentos aplicados num contexto estatístico são denominados por “Tipos gerais” de pensamento e são: a) *Estratégico*: está relacionado com o planeamento, leva a decidir o que fazer e como fazê-lo. Tem a ver com a antecipação de problemas e a fim de evitá-los, leva em conta as limitações sob as quais se está a trabalhar. Para isso é necessário ter em consideração as restrições quando se está a elaborar o planeamento, como por exemplo, falta de conhecimentos, capacidades, técnicas de comunicação desadequadas, tempo, dinheiro, matérias e limitações dos dados, etc.; b) *Modelagem*: construir modelos e usá-los para compreender e prever o comportamento de aspetos do mundo que nos preocupam parece ser uma maneira geral do pensamento. Constroem-se, então, modelos estatísticos para ter uma visão desta informação, que retroalimenta o modelo mental; c) *Aplicação de técnicas*: a estratégia de se abordar um problema com base em problemas já resolvidos, aplicando ou adaptando a sua solução, é usualmente utilizada em estatística. A implementação desta estratégia ou a aplicação prática de qualquer técnica envolve reconhecimento, aplicação do método e interpretação no contexto, de maneira cíclica.

O Ciclo interrogativo é a terceira dimensão do modelo de Wild e Pfannkuch (1999). Este ciclo diz respeito aos questionamentos e às críticas a ideias e informações que surgem enquanto se resolvem problemas (Figura 5). O pensador deve imaginar e ter ideias para gerar possibilidades, seja a partir do contexto, dos dados ou do conhecimento estatístico; procurar internamente (conhecimento próprio) ou externamente (na literatura, consultando outras pessoas, etc.) essas

ideias e informações; extrair e processar os resultados da procura visando encontrar relações entre as ideias e a ampliação dos modelos mentais para compreender estas inter-relações; julgar a confiabilidade das informações, a utilidade das ideias, a necessidade de mais investigações, etc. para tomar decisões sobre o que deve ser mantido e o que deve ser descartado. É, portanto, um processo genérico de pensamento de uso constante na resolução de problemas estatísticos.

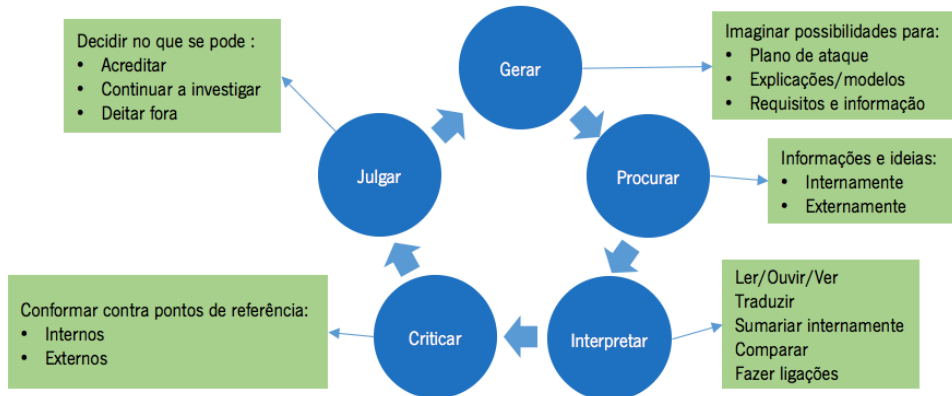


Figura 5. Ciclo Interrogativo (Wild & Pfannkuch, 1999).

Por fim temos a quarta dimensão, “*As Disposições*”, que está relacionada a qualidades pessoais que afetam os modos de pensamento. As disposições, neste caso, dizem respeito ao indivíduo enquanto produtor de estatísticas, mas que poderão também colaborar no desenvolvimento das disposições necessárias à literacia estatística uma vez que envolve análises críticas e reflexivas do que se está produzindo. a) *Curiosidade e consciência*: perceber e questionar – Porquê? Como isso aconteceu? Isto é algo que acontece em geral? Como posso aproveitar isso? b) *Compromisso*: o compromisso intensifica os outros elementos de disposição. Refere-se a alguma conexão pessoal com o problema. Se o problema é interessante ou importante, a curiosidade, a consciência, a imaginação ou a perseverança ficam mais críticos. c) *Imaginação*: a formação de modelos mentais que captam a dinâmica essencial do problema é profundamente imaginativa. d) *Ceticismo*: conduz a que se critiquem as ideias, informações ou planeamentos. Questiona-se a adequação das medições, do desenho do estudo, a qualidade dos dados, o método de análise, ou se as conclusões alcançadas estão justificadas nos dados. e) *Ser lógico*: a capacidade para detetar quando uma ideia segue a partir de outra e quando não, e construir um argumento lógico é claramente importante para todo o processo de pensamento. O raciocínio lógico é a única forma para se chegar a conclusões válidas.

Na opinião Scheaffer (2000), os alunos só depois compreenderem a recolha, a organização e a interpretação dos dados é que desenvolvem a capacidade de argumentar, refletir, criticar e usar claramente os conhecimentos e procedimentos ligados aos conceitos estatísticos.

As investigações estatísticas, segundo Groth (2006), são importantes na sala de aula por servirem de base para interpretar asserções obtidas noutros estudos. Além disso, segundo o investigador o facto de muitos alunos não passarem pela experiência de realizarem investigações estatísticas faz com que em adultos tenham dificuldades em avaliar criticamente a informação dos estudos estatísticos.

Os aspetos que falamos nesta secção evidenciam uma mudança para uma forma mais flexível e não compartimentada de se perspetivar a aprendizagem da Estatística, considerando as investigações em situações diversificadas e sempre que possível próximas da realidade dos alunos integrando os vários tópicos do programa escolar. Para tal, seguindo as ideias de Tishkovskaya e Lancaster (2012), os múltiplos recursos tecnológicos hoje disponíveis podem contribuir significativamente, podendo ser usados de formas diversificadas: como fonte de questões, fonte de dados ou instrumento para tratamento e análise de dados. De acordo com Makar e Rubin (2009), o uso desses recursos em ambientes adequados pode promover o desenvolvimento do raciocínio estatístico dos alunos, proporcionando-lhes acesso a processos estatísticos mais inovadores (avançados), como por exemplo a inferência estatística informal.

Os projetos investigativos também se aplicam no âmbito da formação de professores, e como o uso de projetos também é aceite como base integrante das experiências de aprendizagem escolar, a utilização dos projetos de investigação de dados é ideal para desenvolver quer a compreensão estatística, quer a pedagogia para professores. Associar o ciclo investigativo a projetos ajudará professores a ensinar estatística, pois o ciclo pode ser usado para descobrir o pensamento estatístico dentro de uma estrutura pedagógica de aprendizagem ativa por meio de projetos (MacGillivray e Pereira-Mendoza, 2011).

## **2. 2. Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e do ensino da matemática**

O Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e do ensino da matemática, que Godino e colaboradores têm vindo a desenvolver, servirá de base para responder a algumas das questões do estudo a realizar.

Nesta secção vão-se referir algumas das noções teóricas desenvolvidas por Godino e seus colaboradores (Godino & Batanero, 1994, 1998; Godino, 2002, 2003; Godino, Batanero & Roa,

2005; Godino, Batanero & Wilhelmi 2008; Godino, Batanero & Font, 2008; Godino, Batanero & Font, 2009) sobre o conhecimento e a educação matemática, designadamente: objetos que intervêm e emergem dos sistemas de práticas; e relações entre objeto, incluindo funções semióticas, configurações de objetos e processos matemáticos.

### **2. 2. 1. Objetos que intervêm e emergem dos sistemas de práticas**

Neste modelo sugere-se que os objetos matemáticos (ou estatísticos, por exemplo, os conceitos de hipótese nula e alternativa) são emergentes das práticas atuativas ou discursivas de uma pessoa ou instituição, dando, assim, origem a significados pessoais ou institucionais consoante se referem a uma pessoa ou a uma instituição, respetivamente.

Nas práticas matemáticas intervêm objetos ostensivos (símbolos, gráficos, etc.) e não ostensivos (conceitos, proposições, etc., que evocamos ao fazer matemática) e que são representados em forma textual, oral, gráfica e, inclusive, gestual. Dos sistemas de práticas matemáticas operativas e discursivas emergem novos objetos que revelam sua organização e estrutura. Quando os sistemas de práticas são compartilhados no âmbito da instituição, os objetos emergentes são considerados “objetos institucionais” e se os referidos sistemas de práticas correspondem a uma pessoa, consideramos que emergem “objetos pessoais”. A noção de emergência pode ser relacionada, desde o ponto de vista dos objetos pessoais, como os processos cognitivos que Sfard (1991) descreve como interiorização, condensação e reificação e, desde o plano institucional, se relaciona com os processos de comunicação, simbolização e regulação.

Na perspetiva dos autores existem diferentes tipos de objetos matemáticos, constituindo uma entidade complexa, nos quais intervêm os seguintes tipos de objetos matemáticos primários:

– *Situações-problema de onde surge o objeto*: são aplicações extra-matemáticas, exercícios, problemas, ações que induzem uma atividade matemática. Relativamente ao conceito hipótese estatística, surgirão problemas de comparação de duas ou mais populações, de estimação de parâmetros ou da tomada de decisões.

– *Linguagem*: são termos, expressões, notações, gráficos que se utilizam para representar os dados de um problema (por exemplo, os símbolos usados para denotar os parâmetros  $\mu$ ,  $\sigma$  ou os usados para as hipóteses nula  $H_0$  e alternativa  $H_1$ ), as operações que se efetuam, os objetos matemáticos que se utilizam e a solução encontrada, quer na forma escrita, oral, gestual, etc.



– *Conceitos (definições)*: são formulações introduzidas mediante definições e descrições, práticas realizadas pelos alunos para resolver um problema matemático que implicam o uso implícito ou explícito de objetos matemáticos. Por exemplo, população e amostra, estatística e parâmetro, região crítica e região de aceitação.

– *Propriedades (proposições)*: são enunciados sobre relações ou propriedades dos conceitos que se utilizam para resolver problemas matemáticos. Por exemplo, as hipóteses nulas e alternativa são complementares ou são formuladas com base nos valores do parâmetro populacional e da estatística amostral, respetivamente.

– *Procedimentos*: são algoritmos, operações, técnicas de cálculo que os alunos adquirem durante o ensino prévio e que aplicam para a resolução do problema. Por exemplo, os cálculos que os alunos têm de efetuar para definir a(as) região(ões) crítica(s) e a região de aceitação.

– *Argumentos*: são enunciados usados para justificar ou explicar a outra pessoa as proposições e procedimentos ou a solução dos problemas, que podem ser dedutivos, formais ou informais.

A Figura 6 apresenta seis objetos que se articulam formando configurações epistémicas.

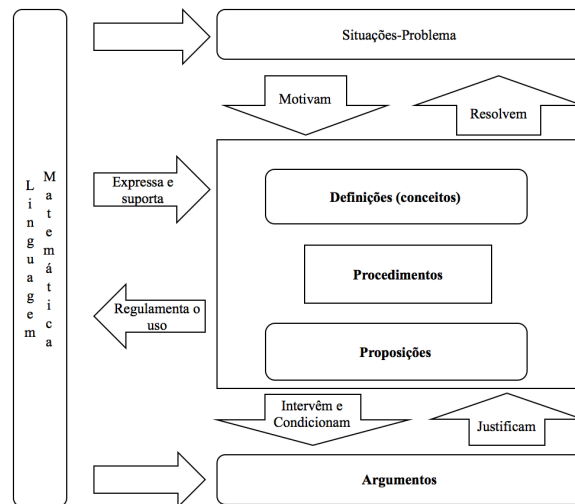


Figura 6. Configuração de objetos primários (Godino & Font, 2006).

Segundo Gusmão, Cajaraville, Font e Godino (2011), as situações-problema são a origem da atividade; a linguagem representa as restantes entidades e serve de instrumento para ação; os argumentos justificam os procedimentos e proposições que relacionam os conceitos entre si.

Godino e seus colaboradores diferenciam para um objeto matemático (por exemplo, hipótese estatística) entre o significado institucional e pessoal. O significado institucional inclui as práticas matemáticas que a instituição de ensino tenta transmitir ao aluno, enquanto o significado

peçoal estaria formado pelas práticas matemáticas adquiridas pelo aluno, algumas delas podendo não coincidir com as pretendidas pela instituição.

A seguir vamos descrever os tipos de significados institucionais e pessoais propostos no Enfoque Ontossemiótico. Em termos de significados institucionais (focados na instituição), os autores identificam quatro níveis de operacionalização destes significados:

- *Referencial*: sistema de práticas utilizado como referência para elaborar o significado pretendido;

- *Pretendido*: sistema de práticas incluídas no planeamento do processo de estudo;

- *Implementado*: é o processo de práticas efetivamente implementadas pelo docente;

- *Avaliado*: sistema de práticas que utiliza o docente para avaliar a aprendizagem;

Já em termos de significados pessoais (focados no aluno), os autores reconhecem três níveis de operacionalização destes significados:

- *Global*: corresponde à totalidade dos sistemas de práticas pessoais que é capaz de manifestar potencialmente o sujeito em relação a um objeto matemático;

- *Declarado*: refere-se às práticas efetivamente expressas através das avaliações propostas, incluindo-se tanto as corretas como as incorretas do ponto de vista institucional;

- *Atingido*: corresponde às práticas manifestadas que são coerentes com o significado institucional estabelecido.

Na Figura 7 representam-se os diferentes tipos de significados institucionais e pessoais. Podemos constatar que as relações dialéticas entre o ensino e a aprendizagem estão situadas na parte central da figura, que supõem o acoplamento progressivo entre os significados pessoais e institucionais. Neste sentido, o ensino implica a participação do estudante na comunidade de práticas que suporta os significados institucionais, entendendo-se a aprendizagem, em última estância, como a apropriação pelo estudante dos referidos significados.

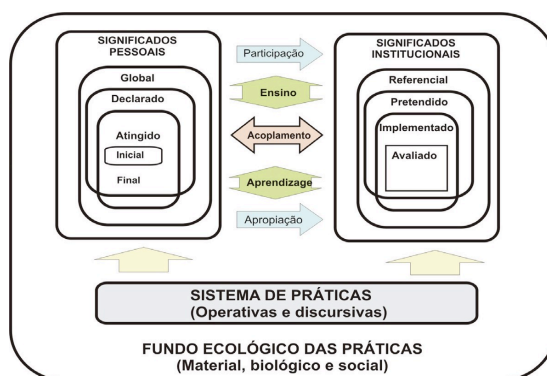


Figura 7. Tipos de significados institucionais e pessoais (Godino, Batanero & Font, 2007).

### **2. 2. 2. Relações entre objetos: função semiótica**

Godino, Batanero e Font (2007) adotam a noção de função semiótica de Hjelmslev (1943) e consideram a função semiótica como a dependência entre um texto e as suas componentes, bem como a dependência entre estas componentes. Assim, referem-se às correspondências (a dependência entre relações ou função) entre um antecedente (expressão, representante) e um conseqüente (conteúdo, representado) estabelecidas por um sujeito (pessoa ou instituição) de acordo com um determinado critério ou código de correspondência. Esses códigos podem ser regras (hábitos, acordos) que informam os sujeitos implicados sobre os termos que devem ser colocados em correspondência nas circunstâncias fixadas. As entidades primárias descritas anteriormente (os seis tipos de objetos matemáticos) podem desempenhar o papel de expressão ou conteúdo das funções semióticas.

O uso das funções semióticas permite um refinamento da análise do significado em termos de práticas. As funções semióticas correspondem a um instrumento relacional que facilita o estudo conjunto da manipulação de ostensivos matemáticos e do pensamento que a acompanha, característico das práticas matemáticas. Entende-se por ostensivo qualquer objeto que é público e que, portanto, pode ser mostrado a outro, e é utilizado nas práticas públicas através de seus ostensivos associados (notações, símbolos, gráficos, entre outros).

Godino, Batanero e Font (2007, 2008) denominam de conflitos semióticos as interpretações de expressões matemáticas por parte dos alunos que conflituam com as que o professor está a transmitir. Os autores advogam que estes conflitos semióticos estão na origem de erros alunos, que não são devidos a falta de conhecimento, mas sim a uma interpretação incorreta das expressões matemáticas.

### **2. 2. 3. Configurações de objetos e processos matemáticos**

A noção de “sistema de práticas” é útil para determinadas análises do tipo macrodidática, particularmente quando tratamos de comparar a forma particular que adota os conhecimentos matemáticos em distintos marcos institucionais, contextos de uso ou jogos de linguagem. Para uma análise mais refinada da atividade matemática, é necessário introduzir os seis tipos de entidades primárias comentados anteriormente: situações-problema, linguagens, definições, proposições, procedimentos e argumentos. Em cada condição estes objetos estarão relacionados entre si formando *configurações*, definidas como redes de objetos que intervêm e emergem dos sistemas de práticas e suas relações. Portanto, estas configurações podem ser *epistémicas* (redes

de objetos institucionais) ou *cognitivas* (redes de objetos pessoais). Os sistemas de práticas e as configurações são propostas como ferramentas teóricas para descrever a constituição destes objetos e relações (configurações) na sua dupla versão: pessoal e institucional.

A constituição desses objetos e suas relações, tanto na sua faceta pessoal quanto institucional, assume-se ao longo do tempo mediante processos matemáticos, os quais são interpretados como “sequências de práticas”. Assim, a constituição dos objetos linguísticos, problemas, definições, proposições, procedimentos e argumentos têm lugar mediante os respectivos processos matemáticos, de comunicação, problematização, definição, enunciação, elaboração de procedimentos (execução de algoritmos, rotinas...) e argumentação.

A *resolução de problemas* e, de um modo geral, a *modelização* devem ser consideradas como “híper-processos” matemáticos ao originar configurações complexas dos processos matemáticos primários (estabelecimento de *conexões* entre os objetos e *generalização* de técnicas, regras e justificações). Além de que a realização efetiva dos processos de estudo necessita da realização de sequências de práticas de planejamento, controle e avaliação (*supervisão*) que conduzem a processos metacognitivos.

Para Wittgenstein (1953), a noção de jogo de linguagem ocupa um lugar de grande importância ao considerá-lo, junto com a noção de instituição, como os elementos contextuais que relativizam os significados dos objetos matemáticos e lhes atribuem uma natureza funcional. Para Godino (2002), os objetos matemáticos que intervêm nas práticas matemáticas e os seus emergentes, segundo o jogo de linguagem em que participam, podem ser considerados desde que as seguintes facetas ou dimensões duais:

- *pessoal – institucional*. Se os sistemas de práticas são compartilhados no âmbito de uma instituição, os objetos emergentes são considerados “objetos institucionais”; se estes sistemas são específicos de uma pessoa, são considerados como “objetos pessoais” (Godino & Batanero, 1994, p. 338). A cognição matemática deve considerar as facetas pessoal e institucional, entre as quais se estabelecem relações dialéticas complexas e cujo estudo é essencial para a Educação Matemática. A “cognição pessoal” é o resultado do pensamento e a ação do sujeito individual perante uma certa classe de problemas, enquanto a “cognição institucional” é o resultado do diálogo, o entendimento e a regulação no âmbito de um grupo de indivíduos que formam uma comunidade de práticas;
- *ostensivo – não ostensivo*. Entende-se por *ostensivo* qualquer objeto que é público e que, portanto, pode ser mostrado a outro. Os objetos institucionais e pessoais têm uma natureza

*não ostensiva* (não perceptíveis por si mesmos). Qualquer destes objetos é utilizado nas práticas através dos seus ostensivos associados (noções, símbolos, gráficos). Esta classificação entre ostensivo e não ostensivo é relativa ao jogo de linguagem em que participam.

- *expressão – conteúdo*. Antecedente e conseqüente de qualquer função semiótica. A atividade matemática e os processos de construção e uso dos objetos matemáticos caracterizam-se por serem fundamentalmente relacionais. Os distintos objetos não devem ser concebidos como entidades isoladas, senão colocadas em relação uns com os outros. A relação estabelece-se por meio de funções semióticas, entendidas como uma relação entre um *antecedente* (expressão, significante) e um *conseqüente* (conteúdo, significado) estabelecida por um sujeito (pessoa ou instituição) de acordo com um certo critério ou código de correspondência;
- *extensivo – intensivo (exemplar-tipo)*. Um objeto que intervém num jogo de linguagem como um caso particular (um exemplo específico pode ser dado pela função  $y = 2x + 1$ ) e uma classe mais geral (por exemplo  $y = 2mx + n$ ).
- Contreras, Font, Luque e Ordoñez (2005) explicam que a dualidade extensivo-intensivo é utilizada para explicar uma das características básicas da atividade matemática: o uso de elementos genéricos. Esta dualidade permite centrar a atenção na dialética entre o particular e o geral, que é com certeza uma questão-chave na construção e aplicação do conhecimento matemático.
- *unitário – sistêmico*. Em algumas situações os objetos matemáticos intervêm como entidades unitárias (que supostamente são conhecidas antecipadamente), enquanto outras intervêm como sistemas que devem ser divididos para seu estudo.

Na Figura 8 estão representadas as diferentes noções teóricas anteriormente descritas de forma resumida. No Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e do ensino da matemática a atividade matemática ocupa o lugar central e a sua modelização ocorre em termos de sistema de práticas operativas e discursivas. Destas práticas emergem os distintos tipos de objetos matemáticos, que estão relacionados entre si formando configurações. Por fim, os objetos que intervêm nas práticas matemáticas e os emergentes das mesmas, segundo o jogo em que participam, podem ser considerados desde as cinco facetas ou dimensões duais.

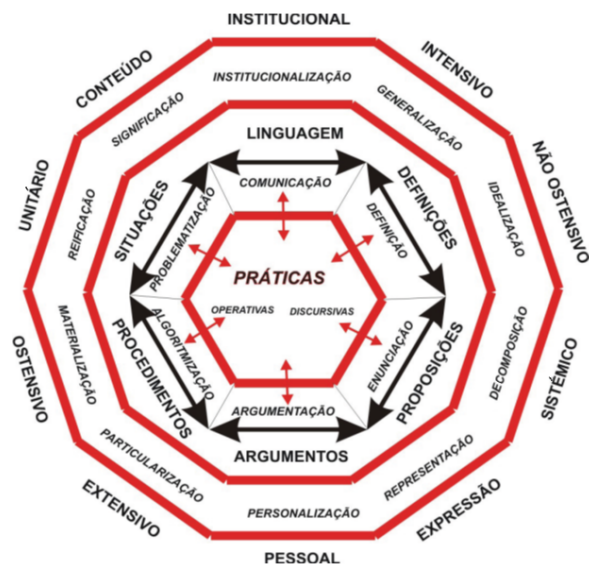


Figura 8. Modelo Ontossemiótico do conhecimento matemático (Godino, Batanero & Font, 2007).

#### 2. 2.4. Adequabilidade/Idoneidade didática

As noções teóricas, tratadas anteriormente, complementam-se com a noção de adequação/idade didática de um processo de instrução, definido como a articulação coerente e sistêmica das seguintes componentes (Godino, Contreras & Font, 2006):

- *Adequação epistêmica*: refere-se ao grau de representatividade dos significados institucionais implementados ou pretendidos, com relação ao significado de referência;
- *Adequação cognitiva*: expresso pelo grau em que os significados pretendidos/implementados se situem na zona de desenvolvimento potencial dos alunos, assim como a proximidade destes significados pretendidos com os implementados;
- *Adequação interacional*: um processo de ensino e aprendizagem terá maior adequação, desde o ponto de vista interacional, se as configurações e trajetórias didáticas permitirem, por uma parte, identificar conflitos semióticos potenciais (que podem ser detetados *a priori*) e, por outra parte, resolver os conflitos que forem experimentados durante o processo de instrução;
- *Adequação mediacional*: grau de disponibilidade e apropriação dos recursos materiais e temporais necessários para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem;
- *Adequação emocional*: grau de implicação (interesse, motivação, ...) do aluno no processo de estudo. A adequação emocional está relacionada com fatores que dependem tanto da instituição quanto basicamente do aluno e da sua história escolar prévia;

- *Adequação ecológica*: grau em que o processo de estudo se ajusta ao projeto educativo, à escola, à sociedade e aos condicionamentos do contexto no qual se desenvolve.

Estas adequabilidades/idadeidades devem ser integradas tendo em conta as interações entre as mesmas, o que requer abordar a *adequação didática* como um critério sistémico de apropriação e pertinência com relação ao projeto educativo global (Godino, Wilhelmi & Bencomo, 2005). Esta adequação deve ser interpretada como relativa às circunstâncias temporais e contextuais, o que requer uma atitude de reflexão e investigação por parte do professor e demais agentes que compartilham a responsabilidade do projeto educativo.

Consideramos úteis as noções, antes referidas, para a análise de projetos e experiências de ensino. Os distintos elementos podem interagir entre si, o que sugere a extraordinária complexidade dos processos de ensino e aprendizagem. Atingir uma alta adequação numa das dimensões, por exemplo, a epistémica, pode requerer capacidades cognitivas que não possuem os estudantes para os quais está direcionado o ensino. Uma vez obtido um certo equilíbrio entre as dimensões epistémica e cognitiva é necessário que a trajetória didática otimize a identificação e solução de conflitos semióticos. Os recursos técnicos e o tempo disponível também interatuam com as situações-problemas, a linguagem, etc.

Na Figura 9 resumimos os critérios que compõem a adequação didática. Representamos mediante um hexágono regular a adequação correspondente a um processo de estudo pretendido ou programado, no qual, *a priori*, se supõe um grau máximo das adequações parciais. O hexágono irregular inscrito corresponderia às adequações efetivamente atingidas na realização de um processo de estudo implementado.

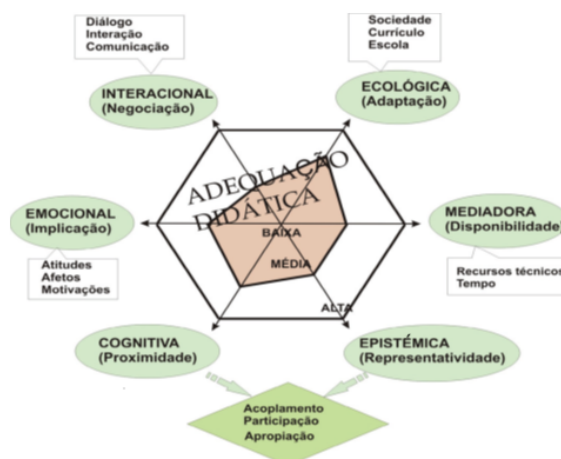


Figura 9. Idoneidades da idoneidade didática (Godino, Batanero & Font, 2007).

As ferramentas descritas podem ser aplicadas à análise de um processo pontual de estudo implementado numa aula, ao planeamento ou ao desenvolvimento de uma unidade didática ou a um nível global, como pode ser o desenvolvimento de um curso ou uma proposta curricular. Também podem ser úteis para analisar aspetos parciais de um processo de estudo, como material didático, um livro de texto, respostas dos alunos a tarefas específicas ou “incidentes didáticos” pontuais.

Com o estudo da adequação/idoneidade didática pretendemos, fundamentalmente, analisar os processos de instrução implementados num método de ensino, caracterizado na questão de investigação 2, tendo em vista a promoção da aprendizagem dos estudantes sobre testes de hipóteses.

### 2.3. Inferência estatística

A inferência estatística compreende duas grandes áreas de interesse: estimação de parâmetros (por pontos e por intervalos de confiança) e os testes de hipóteses. Estes dois métodos permitem-nos construir um esquema de conceitos inter-relacionados, como podemos ver na Figura 10, que resume o processo de inferência estatística. Nesse processo, depois de recolhidos os dados numa amostra, da organização e resumo desses dados de forma a apresentá-los corretamente, usando a estatística descritiva, é geralmente intenção de um investigador generalizar os resultados para toda a população. Neste contexto, a análise estatística tem como objetivo principal inferir conclusões válidas para a população através do estudo de amostras dessa população.

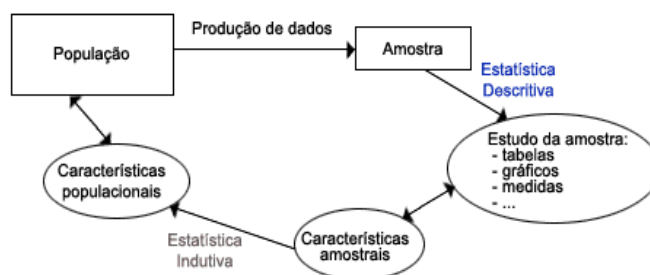


Figura 10. Processo de inferência estatística<sup>1</sup>.

O intervalo de confiança tem um papel importante nas disciplinas de Matemática no ensino secundário (Ministério da Educação, 2001), apenas no caso do programa de Matemática Aplicadas

<sup>1</sup> Consultado em outubro 1, 2012, em: [http://aleaestp.ine.pt/html/nocoes/html/cap2\\_4\\_2.html](http://aleaestp.ine.pt/html/nocoes/html/cap2_4_2.html)



às Ciências Sociais, e principalmente nas unidades curriculares do ensino universitário, porque é um procedimento geral de inferência estatística que se pode aplicar a diversos problemas, tais como no estudo de várias amostras, bem como na análise da correlação e regressão.

Associação Americana de Psicologia (APA) declarou acerca dos intervalos de confiança (2001, citado em Olivo, 2008):

Devido aos intervalos de confiança combinarem informação sobre a localização e precisão e muitas vezes poderem ser diretamente usados para inferir níveis de significância, eles são, em geral, a melhor estratégia a usar. O uso dos intervalos de confiança são então fortemente recomendados. (p. 19)

Em geral, os intervalos de confiança são uma forma de apresentar os resultados principais de um estudo. Por vezes, em alguns estudos, temos que averiguar se a hipótese formulada sobre aspetos desconhecidos de uma população é ou não apoiada pela informação contida na amostra retirada dessa população. Para resolver este tipo de problemas surgem os testes de hipóteses.

### **2.3.1. Testes de Hipóteses**

De acordo com Batanero (2001), os testes de hipóteses, apesar de possuírem um campo específico de aplicação, são a área da inferência estatística provavelmente menos compreendida e a mais confundida. Alguns conceitos relacionados com a aplicação de testes de hipóteses são mal interpretados e confundidos tanto por estudantes como por investigadores.

A este propósito, também Sotos, Vanhoof, Noortgate e Onghena (2007) referem que as ideias de inferência são especialmente sensíveis a interpretações erradas e os estudantes adotam-nas com frequência pelo facto de a inferência requerer a compreensão e a conexão de muitos conceitos abstratos, tais como o de distribuições amostrais, nível de significância, valor de prova, etc. Além disso, os autores salientam o facto de a estatística inferencial ser um tópico decisivo para o desenvolvimento das pesquisas em todas as áreas das ciências.

### **2.3.2. Definição de teste de hipóteses**

Para podermos definir teste de hipóteses previamente temos que mencionar que conceitos são necessários para a sua compreensão. Tal como em outras disciplinas da área da Matemática, a Estatística e as Probabilidades mantêm uma estrutura lógica que está baseada numa rede de conceitos (Figura 11) onde os nodos, em geral, têm uma direção de sentido único.

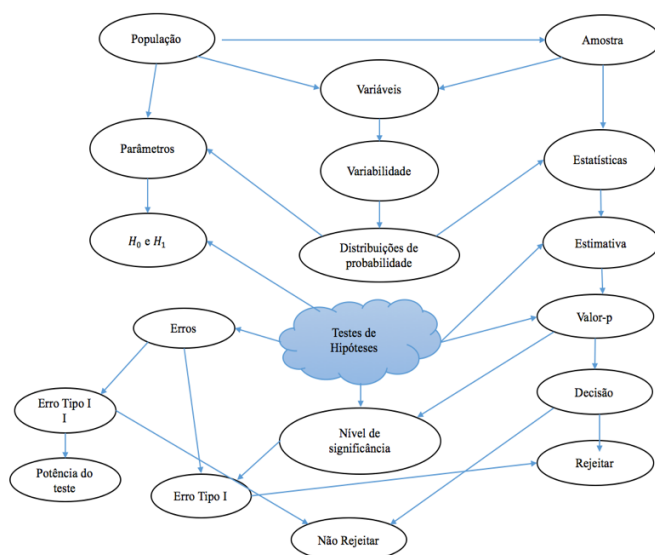


Figura 11. Rede de conceitos de testes de hipóteses (citado em Sebastiani, 2010).

Isto é, não é possível aprender os conceitos de inferência, pelo menos de forma razoável e significativa, sem que anteriormente tenha ocorrido uma compreensão de conceitos relativos à descrição de dados amostrais e de conceitos probabilísticos que se assumem como aprendizagens pré-requisito.

Os testes de hipóteses requerem uma compreensão mínima de alguns conceitos de probabilidades, nomeadamente de probabilidade condicionada e de conceitos de amostragem. Por outro lado, para compreender a amostragem é necessário estabelecer ligações entre três contextos: amostra e população e a teoria da probabilidade. A ligação entre o contexto possível (amostra) e o idealizado (população) é moldada por intermédio de modelos probabilísticos que nos apresentam uma estimativa do quanto podemos estar errados ao considerarmos a população em vez da amostra (Sebastiani & Viali, 2011). Na Figura 12 apresenta-se uma estrutura concetual da amostragem.

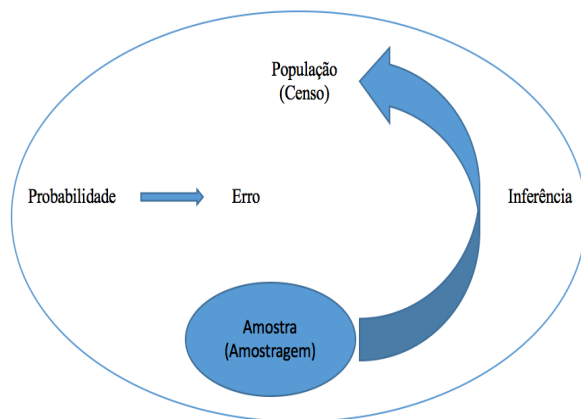


Figura 12. Estrutura concetual da amostragem (Sebastiani, 2010).

O teste de hipóteses é um procedimento que requer um raciocínio indutivo (Link, 2002; Lopes, 2007). O raciocínio indutivo está associado a um fator de incerteza, isto é, as conclusões serão sempre probabilísticas. Assim, um teste de hipóteses é um procedimento que permite decidir se uma dada hipótese é ou não suportada pela informação fornecida pelos dados de uma amostra.

Antes de iniciarmos uma breve explicação dos testes de hipóteses, vamos apresentar algumas definições importantes para a sua compreensão com base nos textos de Murteira, Ribeiro, Silva e Pimenta (2007) e Guimarães e Cabral (2007):

- *Hipótese Estatística*: é qualquer conjetura sobre aspetos desconhecidos da população (podem ser parâmetros ou mesmo a forma da distribuição). Assim, se a hipótese diz respeito a:
  - um parâmetro, supondo conhecida a forma da distribuição, a hipótese diz-se *paramétrica*;
  - investigar a forma da distribuição ou um parâmetro sem admitir o conhecimento da forma da distribuição, a hipótese diz-se *não paramétrica*.
  - Neste estudo vamos trabalhar apenas com as hipóteses paramétricas.
- *Hipótese nula*,  $H_0$ : hipótese que se pretende testar. É a hipótese que se refere sempre a um valor exato e previamente especificado para o parâmetro da população, portanto, é sempre uma *igualdade* e assume-se como verdadeira durante o teste.
- *Hipótese alternativa*,  $H_1$ : assume que o parâmetro tem um valor diferente do indicado na hipótese nula. É a hipótese que permite testar uma alternativa, por isso nunca é uma igualdade, podendo tomar várias formas: “diferente”, “menor” ou “maior”.

Podemos estudar as hipóteses para diferentes parâmetros, como média, proporção, diferença de médias, diferença de proporções e variância. Os testes de hipóteses aplicados a estes parâmetros podem ser unilaterais e bilaterais:

- *Testes Unilaterais*: Quando  $H_1$  for estabelecida através de uma desigualdade, “>” ou “<”, isto é, unilaterais à direita se for a desigualdade “>”, unilaterais à esquerda se for a desigualdade “<”.

- Exemplo:

$$H_0 : \mu = \mu_0 \text{ versus } H_1 : \mu < \mu_0 \text{ ou } H_0 : \mu = \mu_0 \text{ versus } H_1 : \mu > \mu_0.$$

- *Testes Bilaterais*: Quando  $H_1$  for estabelecida através da desigualdade “ $\neq$ ”.

○ Exemplo:  $H_0 : \mu = \mu_0$  versus  $H_1 : \mu \neq \mu_0$ .

– *Estatística do teste*: é a estatística usada para verificar a plausibilidade de  $H_0$ .

Um teste de hipóteses corresponde a uma regra que permite especificar um subconjunto do espaço-amostra,  $W \subset X$ , tal que:

– Se  $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in W$ , rejeita-se  $H_0$ ;

– Se  $(x_1, x_2, \dots, x_n) \notin W$ , não se rejeita  $H_0$ .

O conjunto  $W$  chama-se região crítica, região de rejeição ou região de não-aceitação.

Como a região crítica é um subconjunto de  $\mathbb{R}^n$ , pode ser difícil concluir se uma determinada amostra lhe pertence ou não. No entanto, em muitos casos, consegue-se evitar esta dificuldade recorrendo a uma estatística  $T = T(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , designada por *estatística do teste*. Nestes casos trabalha-se com o espaço-amostra  $S$ , relativo à estatística  $T$ , ou seja, com o conjunto de todos os valores particulares da amostra  $t = T(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Neste texto, o valor da estatística do teste para a amostra também será denominado por valor crítico.

Nestas circunstâncias, um teste de hipóteses estabelece uma regra que permite determinar um conjunto  $W_T \subset S$  tal que se  $t \in W_T$ , rejeita-se  $H_0$  (a evidência da amostra é contra a hipótese nula); se  $t \notin W_T$ , não se rejeita  $H_0$  (a evidência da amostra é favorável à hipótese nula). Os conjuntos  $W_T$  e  $\overline{W_T}$  continuam a chamar-se, respetivamente, região de rejeição e região de não rejeição.

Resumindo, um dos processos para sistematizar as etapas de um teste de hipóteses pode ser o seguinte:

1. Definição da hipótese nula,  $H_0$ , que é mantida até a evidência amostral mostrar o contrário;
2. Definição da hipótese alternativa,  $H_1$ , que será adotada caso a hipótese nula não seja mantida, isto é, seja rejeitada;
3. Identificação da estatística do teste  $T = T(X_1, X_2, \dots, X_n)$  e caracterização da sua distribuição;
4. Definição da região de rejeição ou região crítica,  $W_T$ ;
5. Calcular a estatística do teste e tomar a decisão.

Sendo os testes de hipóteses um dos métodos de inferência estatística convém recordar que todo o caminho que vai do particular (amostra) para o geral (população) pode conduzir a erros. No caso dos testes de hipóteses devem considerar-se dois tipos de erros:

Erro do tipo I (erro de 1.ª espécie): o erro de 1.ª espécie ou de rejeição consiste em rejeitar  $H_0$  quando  $H_0$  é verdadeira;

Erro do tipo II (erro de 2.ª espécie): o erro de 2.ª espécie ou de não rejeição ou não aceitação consiste em não rejeitar  $H_0$  quando  $H_0$  é falsa.

Na Tabela 1 apresentam-se as diferentes decisões associadas à realização de um teste de hipóteses.

Tabela 1 – Tabela das decisões no teste de hipóteses

<i>Decisão</i>	<i><math>H_0</math> Verdadeira</i>	<i><math>H_0</math> Falsa</i>
<i>Não rejeitar <math>H_0</math></i>	Decisão correta (probabilidade $1 - \alpha$ )	Erro tipo II (probabilidade $\beta$ )
<i>Rejeitar <math>H_0</math></i>	Erro tipo I (probabilidade $\alpha$ )	Decisão Correta (probabilidade $1 - \beta$ )

Nota:  $\alpha$  (nível de significância do teste) = P (erro do tipo I) = P (rejeitar  $H_0$  sabendo que  $H_0$  é verdadeira);  $\beta$  = P (erro do tipo II) = P (não rejeitar  $H_0$  sabendo que  $H_0$  é falsa) e  $1 - \beta$  também se designa por potência do teste.

Uma vez que o teste de hipóteses nos dá a possibilidade de controlar a probabilidade de cometer cada um dos tipos de erro, temos que ter presente que, depois de tomada a decisão, se comete apenas um dos dois tipos de erro (se se rejeitar  $H_0$  nunca ocorre o Erro de tipo II; se não se rejeitar  $H_0$  nunca acontece o Erro de tipo I).

*Potência do teste,  $1 - \beta$* : é a probabilidade de rejeitar  $H_0$  quando é falsa, ou seja, é a probabilidade de tomar uma decisão correta ou, ainda, a probabilidade de rejeitar uma hipótese nula falsa.

*Valor de prova,  $p$* : de acordo com o procedimento descrito para aplicação de um teste de hipóteses, no final toma-se a decisão de *rejeição* ou de *não rejeição* da hipótese nula,  $H_0$ . Esta decisão é relativa pois à fixação de um nível de significância arbitrário e em que os dados amostrais podem contradizer a hipótese nula em maior ou menor grau (adaptado de Guimarães & Cabral, 2007, pp. 340-341).

O valor de prova constitui uma medida do grau com que os dados amostrais contradizem a hipótese nula. O valor de prova corresponde à probabilidade de a estatística do teste tomar um

valor igual ou mais extremo do que aquele que de facto é observado. Tal como a estatística do teste, o valor de prova é calculado admitindo que  $H_0$  é verdadeira.

A aplicação dos testes de hipóteses pode seguir duas abordagens: a clássica baseada na teoria de Neyman-Pearson (descrita anteriormente) e a computacional que segue a teoria de Fisher.

Na teoria Fisher, se a hipótese nula é verdadeira e o valor de prova é pequeno, então o resultado é estatisticamente significativo, assumindo-se que os dados fornecem evidências contra a hipótese nula. No entanto, se for seguida a teoria de Neyman-Pearson, então o valor de prova é comparado com o nível de significância, previamente estabelecido, e é tomada uma decisão para rejeitar-se ou não a hipótese nula. De acordo com esta teoria, o nível de significância é interpretado como um erro tolerável que se assume ao rejeitar-se a hipótese nula quando ela é verdadeira.

Seguidamente, passamos a descrever os passos necessários para a realização de um teste de hipóteses segundo a teoria de Fisher:

1. Formular a proposição inicial, ou seja, a “hipótese”;
2. Identificar a distribuição de probabilidade;
3. Realizar o estudo e observar o resultado da estatística do teste;
4. Calcular o *valor de prova*  $p$ , ou seja, a probabilidade de ocorrer o valor observado ou um valor mais extremo, sob a curva especificada na proposição inicial;
5. Tomar a decisão com base no *valor de prova*  $p$ ;
6. Apresentar conclusões.

Na Tabela 2 (retirada de Cano & Guerrero, 2009)) sintetizam-se as diferenças entre a teoria de Neyman-Pearson e a de Fisher.

Tabela 2 – Diferenças entre as teorias de Neyman-Pearson e de Fisher

Fisher	Neyman-Pearson
Definir $H_0$	Definir $H_0$ e $H_1$
Identificar a estatística do teste e sua distribuição	Identificar a estatística do teste e sua distribuição
Recolher os dados e calcular a estatística do teste	Especificar o valor de $\alpha$ e determinar a região de rejeição ou região crítica
Determinar o valor de $p$	Recolher os dados e calcular a estatística do teste
Rejeitar $H_0$ se o valor de $p$ é pequeno ( $p < 0,05$ ); senão, manter $H_0$	Rejeitar $H_0$ se o valor da estatística do teste cair na região crítica; senão, manter $H_0$

Os testes de hipóteses paramétricos podem dividir-se em dois grupos: testes de amostras independentes e testes de amostras emparelhadas. Iremos abordar no estudo os dois grupos de testes que envolvem: (1) a média; (2) a média de uma população normal com variância desconhecida (com pequenas amostras); (3) a igualdade de duas médias; (4) a proporção; (5) a diferença entre duas proporções.

### **2.3.3. Dificuldades e erros dos alunos na aplicação de testes de hipóteses**

As dificuldades que os alunos demonstram na compreensão dos TH têm sido objeto de diversos trabalhos de investigação. De entre as pesquisas realizadas sobre dificuldades e erros na compreensão do teste de hipóteses, destacamos seguintemente algumas.

Vallecillos e Batanero (1997) realizaram um estudo sobre as dificuldades de compreensão de estudantes universitários em alguns conceitos-chave dos testes de hipóteses, tais como: nível de significância; hipótese nula e alternativa; parâmetro estatístico e a interpretação (lógica) de um teste de hipóteses. A análise da compreensão dos conceitos foi feita utilizando a técnica de entrevista. O estudo em causa foi feito com 7 estudantes universitários do 2.º ano do curso de Medicina. As entrevistas foram realizadas individualmente por uma das investigadoras e as perguntas foram feitas em tom coloquial e deixando o entrevistado falar livremente. O questionário utilizado na entrevista consistiu nas três questões seguintes:

*Questão 1:* Um teste de hipóteses, aplicado corretamente, estabelece a verdade de uma das hipóteses nula ou alternativa.

*Questão 2:* Um nível de significância de 5% significa que, em média, 5 em cada 100 vezes que rejeitamos a hipótese nula estamos enganados.

*Questão 3:* Um nível de significância de 5% significa que, em média, 5 em cada 100 vezes que a hipótese nula é certa, rejeitámo-la. (Vallecillos & Batanero, 1997, n.p.)

A questão 1 foi colocada no sentido de analisar como é que os alunos interpretam o resultado da aplicação de um teste de hipóteses, enquanto o objetivo das questões 2 e 3 foi estudar as interpretações erradas acerca do nível de significância, em particular tomar  $\alpha$  como sendo  $P(\text{não rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ é falsa})$  em vez de  $P(\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ é verdadeira})$  (Falk, 1986).

Foi ainda perguntado aos alunos, na entrevista, se as questões 2 e 3 são equivalentes, e no caso de responderem que não, questionavam-se os alunos sobre qual das questões é que define o nível de significância.

Além deste questionário, os alunos tiveram que resolver dois problemas: o primeiro é um problema típico de TH envolvendo a média de uma variável com distribuição normal num contexto de controlo de qualidade e no segundo é apresentada uma tabela de contingência com dados sobre a capacidade diagnóstica de um teste para detetar cancro, que passamos a enunciar.

Problema 1: A quantidade média de um determinado medicamento colocado num recipiente no processo de enchimento é de 20 g. Para controlo de qualidade são escolhidos aleatoriamente 25 recipientes e pesados os seus conteúdos. Considera-se que o processo está fora de controlo quando a média amostral  $\bar{x}$  é menor ou igual a 19,8 g ou maior ou igual a 20,2 g. Supõe-se que a quantidade em cada recipiente é aproximada por uma distribuição normal com desvio padrão de 0,5 g. (Vallecillos & Batanero, 1997, n.p.).

- a) Enunciar a hipótese nula e a hipótese alternativa para este problema.
- b) Calcular a probabilidade do erro tipo I.
- c) Em caso de rejeitarmos a hipótese nula,
  - i) existe a possibilidade de termos cometido um erro?
  - ii) que tipo de erro?
  - iii) qual é a probabilidade de estarmos enganados?

Problema 2: Um hospital estudou a eficácia de um teste para detetar o cancro com 3000 voluntários, dos quais 1000 são pacientes com cancro e 2000 são saudáveis. Os resultados obtidos são mostrados na Tabela 3.

Tabela 3 – Resultado do teste diagnóstico

	Positivo	Negativo	Total
Padece de cancro	900	100	1000
Não padece de cancro	20	1980	2000
Total	920	2080	3000

- a) Se um destes sujeitos padece de cancro, qual é a probabilidade de que o teste resulte positivo?
- b) Se o teste de um destes sujeitos é positivo, qual é a probabilidade de que se trate de uma pessoa que padece de cancro?
- c) Que tipos de erros de diagnóstico podem cometer-se neste teste? Quais são as suas probabilidades? (Vallecillos & Batanero, 1997, n.p.)



Os resultados obtidos relativamente aos erros que os alunos cometeram foram agrupados em 5 categorias: interpretação de probabilidades condicionadas (problema 2 e questão b) do problema 1); interpretação do nível de significância (problemas 1 e 2); conceito de hipóteses nula (questão a) do problema 1); lógica do processo e parâmetro e estatística do teste e sua distribuição (problemas 1 e 2).

*Interpretação de probabilidades condicionadas.* Todos os alunos foram capazes de resolver as três perguntas do problema 2 sem dificuldade, todos eles reconheceram que a situação apresentada neste problema requer o uso da probabilidade condicionada e foram capazes de enunciar e distinguir as probabilidades condicionadas  $P(A|B)$  e  $P(B|A)$ . Por exemplo, um aluno referiu: “são justamente a inversa, diferenciam-se fundamentalmente no acontecimento condicionado, no sentido em que na primeira pergunta o acontecimento condicionado é padecer de cancro e na segunda o acontecimento é que na prova .... o teste dê positivo” (Vallecillos & Batanero, 1997, n.p.).

Em geral, os alunos foram capazes de interpretar o problema 2 na ótica dos testes de hipóteses, mesmo o aluno que crê que a semelhança entre os dois problemas se deve, fundamentalmente, à existência de dois tipos de erros e encontra um paralelismo correto entre os falsos positivos e falsos negativos com os erros de tipo I e II num teste de hipóteses.

Também no caso da questão b) do problema 1, onde se pede o cálculo da probabilidade do erro tipo I, um aluno afirma na sua resposta que “ $\alpha = P(H_1 | H_0) = P(H_1 \text{ e } H_0) / P(H_0)$ ”. Isto é, não só está consciente de que  $\alpha$  (nível de significância) é dado por uma probabilidade condicional, mas escreve a fórmula para calcular essa probabilidade.

*Interpretação do nível de significância.* Os estudantes não acharam que os enunciados das questões 2 e 3 fossem equivalentes, não porque tenham a conceção correta do nível de significância. Foram encontradas várias respostas, das quais passamos a citar algumas: um aluno acha que as duas questões estão erradas; já outro acha que ambas estão corretas e dois alunos consideram a questão 2 verdadeira e a questão 3 falsa, isto é, dão uma resposta errada, mas consistente para ambas as questões, manifestando confusão na troca  $P(\text{não rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é falsa})$  em vez de  $P(\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdadeira})$ .

Em geral, os alunos não chegaram a calcular corretamente o nível de significância (erro tipo I) para o Problema 1. Por exemplo, um aluno, embora tenha efetuado o cálculo, interpretou-o como sendo a probabilidade da hipótese nula e outro aluno acreditava que o nível de significância não se pode calcular, que é um valor que o investigador escolhe antes de realizar o teste de

hipóteses. Os alunos que efetuaram o cálculo do nível de significância utilizando a definição (2 alunos) cometeram o mesmo erro de tipificação: dividir por 0,5 em vez de  $0,5/5$ , isto é, não tiveram em conta a distribuição estatística nem o tamanho da amostra. Os restantes alunos limitaram-se a representar simbolicamente a definição do nível de significância sem o calcular, e destes alguns reconheceram que não sabiam efetuar esse cálculo.

Analisando os resultados obtidos, as investigadoras concluíram que todos os alunos da amostra cometeram erros que evidenciam a não compreensão da relação entre distribuição de probabilidade, as regiões de aceitação e o nível de significância. Além disso, nenhum dos alunos pareceu compreender o conceito de estatística do teste.

*Conceito de hipóteses nula e alternativa.* Os alunos consideraram as hipóteses estatísticas como enunciados sujeitos a demonstração, discriminando entre dado e hipótese, assim como entre hipótese nula e alternativa. As investigadoras observaram nas entrevistas que os alunos tiveram dificuldade em determinar as hipóteses adequadas a partir do enunciado verbal dos problemas, o que foi motivado pela insuficiente aquisição de alguns dos conceitos relacionados com o conceito de hipótese estatística.

*Lógica do processo.* Nesta categoria as investigadoras quiseram testar que conclusões tiram os alunos relativamente ao tipo de validação das hipóteses que este processo proporciona. Uma das conceções que se destaca sobre o tipo de prova que proporciona um teste de hipóteses diz respeito a tratar-se de um procedimento que, embora não prove a hipótese, permite calcular com um grau de certeza a probabilidade da mesma. Esta ideia é manifestada de várias formas por todos os alunos: para um dos alunos, esta crença é reforçada pela interpretação que dá às probabilidades associadas às regiões de aceitação e crítica, como probabilidades, respetivamente, de certeza das hipóteses nula e alternativa. Três alunos compararam o teste de hipóteses com a demonstração de um teorema matemático, embora sugerissem que a sua demonstração está somente relacionada com “*probabilidades e erros*”. Os alunos creem, como consequência, que o resultado final de um teste de hipóteses se refere à probabilidade da hipótese. Esta probabilidade obtém-se aplicando os cálculos que se realizam durante o teste de hipóteses. Para eles a probabilidade *a posteriori* da hipótese seria a probabilidade do resultado obtido, sabendo que a hipótese nula é certa.

*Parâmetro, estatística do teste e sua distribuição.* Quase todos os alunos confundiram estatística amostral e parâmetro populacional. Em geral, os alunos diferenciam teoricamente a média da amostra dada e a média da população, embora não identifiquem, em nenhum dos casos,

outras médias implicadas no procedimento do teste. Por exemplo, um aluno diferenciou os dois tipos de média, embora não sentisse necessidade de utilizá-las no problema. Para ele os cálculos que se realizam referem-se à probabilidade da hipótese e não à probabilidade de obter um valor estatístico, suposto certo na hipótese.

Perante a pergunta da investigadora sobre outras possíveis médias intervenientes num teste de hipóteses, outro aluno só foi capaz de pensar que se está referindo à média da distribuição normal  $N(0, 1)$ , que deve usar como instrumento ao ter de utilizar as tabelas desta distribuição para calcular as probabilidades intervenientes no problema. Já outro aluno achou suficiente usar a média amostral para resolver as diversas partes do problema; embora diferenciasse entre média da amostra e da população, não distinguiu o papel de cada uma delas no procedimento do teste. O mesmo aconteceu com três alunos que formularam as hipóteses recorrendo à média amostral em vez da populacional. Assim, observa-se uma falta de compreensão da estatística do teste como variável aleatória e a função que desempenha na distribuição da estatística do teste para determinar as regiões crítica e de aceitação.

Link (2002) analisou os testes realizados por 295 estudantes de duas disciplinas do curso de Ciências Biológicas com o objetivo de identificar os erros cometidos pelos alunos em diferentes etapas da aplicação dos testes de hipóteses: na formulação das hipóteses; na determinação da estatística do teste e do valor crítico; no cálculo da estatística do teste; na comparação da estatística do teste com o valor crítico; na determinação do valor de prova e na tomada de decisão. As maiores dificuldades encontradas neste estudo residiram na determinação da estatística do teste e do valor crítico, com 47% de respostas incorretas, seguindo-se 39,8% dos alunos que erraram na determinação do valor crítico, 4,1% na escolha da estatística do teste e 3,1% apresentou uma resposta sem sentido.

Destacam-se também as dificuldades dos alunos na etapa de formulação das hipóteses, com 31,6% de respostas incorretas, assim distribuídas: não identificação do parâmetro correto, por exemplo usar  $\mu$  em vez de  $\pi$  (12,6%); referir-se à estatística em vez de ao parâmetro (5,8%); valor do parâmetro incorreto e erro de sinal (12,6%); respostas sem sentido (0,7%). Em seguida, destaca-se a etapa da determinação do valor de prova, em que 26,8% dos alunos apresentaram respostas incorretas, e na etapa do cálculo da estatística do teste 25,8% erraram no cálculo da estatística do teste. Por último, a etapa em que se verificou a menor percentagem de erros foi a etapa da decisão, com apenas 16,3%.

Rodríguez (2006) desenvolveu um estudo que envolveu 96 alunos, sendo 29 alunos do curso de Biologia, 22 alunos do curso de Microbiologia e 45 alunos do curso de Agronomia. A investigadora aplicou um questionário aos alunos composto por duas partes: a primeira para identificar o conhecimento conceitual dos alunos, com onze itens do tipo verdadeiro-falso; e a segunda com três problemas de aplicação. A maior dificuldade verificada foi relativa ao nível de significância, que os alunos consideraram como sendo a probabilidade da hipótese nula ser verdadeira, dado que ela foi rejeitada. Para a maior parte deles, não havia diferença entre  $P(A|B)$  e  $P(B|A)$ , ou seja, não distinguiram a probabilidade condicionada da sua transposta.

Sotos, Vanhoof, Noorgate e Onghena (2009), no seu estudo, investigaram 144 alunos universitários de cursos introdutórios de estatística através de um questionário. O questionário teve como fim estudar três aspetos fundamentais que são de difícil compreensão num teste de hipóteses: definição de um teste de hipóteses; interpretação do *valor de prova* e interpretação do nível de significância. Os investigadores, além de quererem detetar os erros cometidos pelos alunos, também estudaram a confiança que eles tinham nos seus erros.

Analisando os erros que os alunos cometeram, os investigadores concluíram que eles acreditavam que um teste de hipóteses é uma prova matemática da hipótese nula, ou que é uma prova probabilística por contradição. O erro mais comum em relação ao *valor de prova* foi considerá-lo como sendo a probabilidade de cometer um erro ao rejeitar a hipótese nula. Os erros detetados com maior frequência estão relacionados com as seguintes considerações: o resultado do teste foi estatisticamente significativo para um nível de significância de 5%; a probabilidade de rejeitar a hipótese nula é igual a 95%; e a probabilidade da hipótese nula ser verdadeira é igual a 5%.

Vera, Díaz e Batanero (2011) realizaram um estudo com estudantes de Psicologia com o objetivo de identificar as suas dificuldades na formulação das hipóteses estatísticas. O estudo consistiu em analisar as respostas de 224 alunos da Licenciatura de Psicologia da Universidade de Huelva a uma pergunta aberta, na qual os alunos teriam que formular as hipóteses para um problema de testes de hipóteses. Usando como marco teórico o “Enfoque Ontosemiótico” (Godino & Batanero, 1998; Godino, Batanero & Roa, 2005; Godino, Batanero & Font, 2007; Godino, 2009) do conhecimento matemático, analisaram-se os conhecimentos matemáticos implícitos nas respostas assim como os objetos e processos matemáticos utilizados para descobrir os conflitos semióticos que conduzem a respostas inadequadas. Godino, Batanero e Font (2007) denominam de conflitos semióticos as interpretações dos alunos de expressões matemáticas que não

concordam com as que o professor está a transmitir. Apresenta-se, a seguir, o problema colocado aos alunos.

*Problema:* Sabe-se por diversos trabalhos de investigação que os meninos de seis anos têm uma velocidade média de leitura de 40 palavras por minuto, com variância igual a 16. Um professor quer saber se os meninos da sua classe se situam ou não na média de leitura de palavras por minuto. Para tal, ele mediu a velocidade de leitura dos 25 alunos da sua classe, obtendo uma média de 43 palavras por minuto. Define as hipóteses estatísticas adequadas para realizar este teste de hipóteses. (Vera, Díaz & Batanero, 2011, p. 46)

Os alunos resolveram a tarefa por escrito e individualmente, sem poderem consultar os apontamentos. Depois de recolhidos os dados, foi feita uma análise quantitativa mediante um processo indutivo em que se compararam as respostas semelhantes entre si para chegar a uma categorização. Em primeiro lugar, classificaram-se as respostas recolhidas como corretas e incorretas. Dentro das incorretas diferenciaram-se duas categorias: as respostas em que as hipóteses se estabelecem em função do parâmetro da população e aquelas em que as hipóteses são colocadas em função da estatística amostral. Também foi tida em conta a confusão entre teste unilateral e bilateral, e entre teste sobre um único parâmetro e teste de comparação de dois parâmetros.

Através da análise semiótica, explicam-se as respostas incorretas em termos de conflitos semióticos, que de acordo com o marco teórico aparecem quando um estudante atribui a uma expressão ou objeto matemático um significado pessoal que não está de acordo com o significado institucional que o professor transmitiu. De seguida, passamos a enunciar os conflitos encontrados: confusão entre teste bilateral e unilateral (10,3% dos alunos); reconhecer incorretamente o problema com um teste de comparação de médias (12,9% dos alunos); enunciar a hipótese alternativa pontual (7,7% dos alunos); definir hipóteses não complementares (8,7% dos alunos); enunciar as hipóteses em função da estatística amostral (28,6% dos alunos); confusão entre a estatística amostral e o parâmetro correspondente à média da população (25% dos alunos). Os investigadores chegaram à conclusão que o conflito que mais se encontrou consistiu na confusão entre estatística e parâmetro, seguindo-se o não reconhecimento de que a estatística é uma variável aleatória. Os alunos também evidenciaram dificuldades em formular as hipóteses e identificar a população a que tinham de aplicar a inferência, bem como diferenciar entre testes unilaterais e bilaterais.

Sotos, Vanhoof, Noorgate e Onghena (2007) identificaram os principais erros que os alunos universitários cometem em relação aos TH analisando publicações de estudos que fornecem evidências sobre os mesmos. Segundo eles, as abordagens aos TH podem causar confusão na interpretação dos resultados, muitas dessas abordagens misturam a perspectiva de Neyman-Pearson com a de Fisher (nesta etapa as duas diferem). Os autores também detetaram que, além desta influência metodológica, os conceitos que não são compreendidos também são causadores de erros, destacando-se as dificuldades dos alunos em compreender significado da hipótese nula e alternativa, a natureza condicional do nível de significância, a interpretação do valor de  $p$ , a lógica dos TH e a avaliação da significância estatística.

Sebastiani e Viali (2011) avaliaram os erros cometidos pelos alunos nas avaliações realizadas na disciplina de Estatística e Probabilidades, no segundo semestre de 2009, dos cursos de Engenharia de três universidades do Rio Grande do Sul. As questões dessas avaliações foram elaboradas pelos professores que lecionavam as respectivas disciplinas e na análise dos dados recolhidos foi utilizada a metodologia de análise de conteúdo. A análise de conteúdo foi feita em três fases: a pré-análise; a exploração do material e o tratamento dos resultados. Na primeira fase foram escolhidos os documentos e foi feita uma leitura do material selecionado para constituir o conjunto de documentos selecionados para a análise. Foi ainda definido nesta etapa que seriam analisadas questões referentes a dois tipos de testes paramétricos: o teste da média com desvio padrão desconhecido e o teste da proporção. Das avaliações realizadas, os autores optaram pelas provas de sete turmas, pois em cada uma delas havia uma questão sobre cada tipo de teste escolhido, com exceção de uma turma, na qual foram analisados dois enunciados de cada tipo de teste. Portanto, foram analisadas as respostas a 16 questões diferentes, de provas aplicadas a 7 turmas, elaboradas por 6 professores.

Na fase de exploração do material foi realizada uma leitura mais aprofundada dos documentos selecionados para a análise. O processo de agrupamento foi estabelecido durante a exploração do material, tendo sido criados códigos para identificar as universidades, os professores e as turmas. A seguir foi feito um levantamento das questões respondidas corretamente, das que continham algum tipo de erro e daquelas que não foram respondidas, que posteriormente foram categorizadas. Definidas as categorias, foi feito o tratamento e análise dos dados, tendo-se salientado os resultados seguintes: os alunos ignoraram o conceito de nível de significância em grande parte das conclusões por eles formuladas; o uso de notação inadequada para representar parâmetros e estatísticas foi um erro sistemático; os alunos cometeram erros quando enunciavam

as hipóteses a partir do contexto do problema; alguns alunos não compreenderam que num teste de hipóteses são testados valores hipotéticos de parâmetros populacionais.

Segundo os investigadores, as dificuldades dos alunos, que coincidiram com erros detetados na investigação, segundo os investigadores, poderão estar relacionadas com a metodologia adotada pelos professores que lecionavam as disciplinas de Estatística no curso superior. Por outro lado, o número de horas semanais para lecionar os conteúdos de estatística básica, 4 horas semanais, ou em alguns casos, apenas 2 horas semanais, poderá ter criado dificuldades aos professores, impedindo-os de explorar melhor os conceitos. Por outro lado, nas soluções apresentadas, os alunos revelaram alguma destreza nos cálculos. Muitos conceitos, nomeadamente os erros de tipo I (nível de significância) e tipo II e o valor de prova parecem não ser tão relevantes quanto os aspetos relativos aos algoritmos (procedimentos matemáticos) e são, de certa forma, ignorados pelo professor. Segundo os autores, os estudantes poderiam ter uma melhor compreensão destes conceitos se lhes fossem fornecidos exercícios que os refiram. Também constataram que os alunos investigados se dividem de forma uniforme quanto aos tipos de erros cometidos, sendo aproximadamente 50% para erros operacionais e 50% para erros conceituais.

Batanero, Vera e Díaz (2012) realizaram um estudo com 224 alunos do 2º ano da Licenciatura de Psicologia da Universidade de Huelva que frequentavam a unidade curricular de Análise de Dados II, com o objetivo de avaliar as dificuldades dos alunos na compreensão dos testes de hipóteses. Mais especificamente, com base nas respostas dos alunos a um questionário curto (seis itens sobre testes de hipóteses) avaliaram a sua compreensão sobre diferentes conceitos relativos aos testes de hipóteses: diferença entre teste unilateral e bilateral; hipótese nula e alternativa; tipos de erros e suas probabilidades e tomada de decisão. Depois de analisados os resultados do questionário, concluíram que os resultados deste estudo são melhores do que os dos estudos anteriores, mais concretamente de Vallecillos (1994), embora subsistam erros relacionados com a discriminação entre os tipos de erro, relação entre as regiões crítica e de aceitação, nível de significância, valor de prova e potência do teste. A percentagem de alunos que deram respostas corretas em todos os itens foi superior a 50%, sendo que 93,3% dos alunos foram capazes de enunciar corretamente a hipótese nula a partir do enunciado dado e 84,8% souberam enunciar corretamente as hipóteses nula e alternativa. Relativamente ao erro tipo II e potência do teste, 50,9% dos alunos responderam corretamente, enquanto 64,7% discriminaram entre os erros

tipos I e II. No que diz respeito à compreensão da relação entre o nível de significância e a região crítica, a percentagem de respostas corretas foi de 64,3% e na tomada de decisão foi de 58%.

Face aos resultados obtidos, os investigadores recomendam que se deve aceitar a conclusão de Harradine, Batanero e Rossman (2011) de que o raciocínio inferencial não pode ser desenvolvido num curto espaço de tempo e que seria importante começar a introduzi-lo de forma informal desde o ensino secundário.

Krishnan e Idris (2014) realizaram um estudo com 150 alunos de duas universidades da região central da Malásia com o objetivo de identificar os erros que os alunos cometem na realização dos testes de hipóteses. Para este estudo foram retirados sete itens abertos de um questionário original de 21 itens para a identificação dos erros. Esses itens consistiam em perguntas sobre a finalidade das hipóteses nula e alternativa, região crítica, tomada de decisão e valor-p.

Depois de analisados os itens abertos, os investigadores identificaram quatro erros que os alunos cometeram acerca dos testes de hipóteses. Esses erros foram: 1) o teste de hipóteses é realizado para estabelecer a estatística da amostra; 2) o teste de hipóteses é realizado para decidir se a hipótese nula é verdadeira ou falsa; 3) a hipótese nula deve ser rejeitada e 4) a hipótese nula pode ser aceite. Nos itens relativos à habilidade de inferir num dado contexto (eram três), para dois dos itens os alunos deram respostas consideradas pelos investigadores insensíveis e para o outro 43,3% deram a resposta correta. Nos itens que dizem respeito à comunicação e compreensão (eram dois), os alunos, em geral, responderam corretamente. Para os dois itens que avaliam o conhecimento na tomada de decisão, num deles 40,7% dos alunos deu uma resposta incompleta e no outro 47,3% dos alunos deu uma resposta estatisticamente incorreta (aceitar a hipótese nula). Perante estes dados, os autores chegaram à conclusão que o principal resultado deste estudo é que os erros cometidos por estes alunos foram semelhantes aos identificados noutros estudos anteriores. Como existem poucos estudos na determinação dos erros que os alunos cometem na realização dos TH em países em desenvolvimento, os investigadores sugerem a realização de mais estudos que possam complementar ou contradizer as conclusões deste estudo no futuro.

#### **2.3.4. Síntese dos erros dos alunos sobre TH nos estudos analisados**

Nesta secção vamos sintetizar os erros cometidos pelos alunos com base em pesquisas realizadas segundo os estudos apresentados na secção 2.3.3.



Os estudos analisados possibilitaram a identificação de vários tipos de erros relacionados com as várias etapas de realização de um teste de hipóteses. Diversos erros foram detetados, sendo que alguns deles foram referenciados mais vezes, como podemos constatar nos estudos analisados. Nesse contexto, a seguir, cometam-se os principais erros evidenciados.

A etapa da formulação das hipóteses é o erro que aparece com mais frequência nos estudos analisados. Os alunos não utilizam a notação adequada para enunciar as hipóteses, porque não conseguem identificar o parâmetro a ser testado e também não formulam a hipótese nula com o objetivo de ser rejeitada.

O uso de notação inadequada foi um dos erros detetados para representar parâmetros, estatísticas e estimativas. O uso inadequado de notação evidencia que os alunos não reconhecem ser necessário fazer uma diferenciação entre valores provenientes da população e da amostra.

Outro dos erros detetados com alguma frequência refere-se à conclusão do teste de hipóteses, ao expressar a ideia de que o resultado encontrado é absolutamente verdadeiro. Constatou-se que os estudantes ignoraram o conceito de nível de significância em grande parte das conclusões.

O valor de prova  $p$  também foi identificado em alguns estudos, revelando, por parte dos alunos, não ser um conceito relevante na lógica do processo de contraste e como sendo a probabilidade de cometer um erro ao rejeitar a hipótese nula.

Os erros mais comuns encontrados foram relativos a:

1. Definição das hipóteses;
2. Identificação da estatística de teste e caracterização da sua distribuição;
3. Cálculo da estatística do teste;
4. Definição da região crítica ou nível de significância do teste;
5. Valor de *prova*  $p$  ;
6. Tomada de decisão.

Atendendo a esta codificação, apresentam-se na Tabela 4, de forma sistematizada, os erros que os alunos cometeram na aplicação de testes de hipóteses e que foram enunciados pelos autores anteriormente estudados.

Tabela 4 – Erros cometidos pelos alunos na aplicação de testes de hipóteses

Autores	Erros					
	1	2	3	4	5	6
Vallecillos e Batanero (1997)	✓	✓	✓	✓	–	✓
Link (2002)	✓	✓	✓	✓	–	✓
Rodríguez (2006)	–	–	–	✓	–	–
Sotos, Vanhoof, Noorgate e Onghena (2007)	✓	–	–	✓	✓	–
Sotos, Vanhoof, Noorgate e Onghena (2009)	✓	–	–	✓	✓	✓
Sebastiani e Vialli (2011)	✓	✓	–	✓	–	✓
Batanero, Vera e Diaz (2012)	–	–	–	✓	✓	✓
Krishnan e Idris (2014)	✓	–	–	✓	✓	✓

Nota: ✓ referência ao erro; – não referência ao erro.

Em termos de comparação dos resultados entre os vários estudos analisados sobre testes de hipóteses, verificou-se que Vallecillos e Batanero (1997), Link (2002), Sotos, Vanhoof, Noorgate e Onghena (2007), Sotos, Vanhoof, Noorgate e Onghena (2009), Vera, Díaz e Batanero (2011) e Sebastiani e Vialli (2011), Batanero, Vera e Díaz (2012), Krishnan e Idris (2014) chegaram à conclusão que os alunos, embora tenham teoricamente conhecimento de que a hipótese nula deve ser formulada com o objetivo de ser rejeitada, na prática não conseguem enunciá-la corretamente. Esta dificuldade pode estar associada à falta de elementos que dão significado ao conceito hipótese estatística.

A maioria dos alunos analisados nos estudos de Vallecillos e Batanero (1997), Link (2002), Vera, Díaz e Batanero (2011) e Sebastiani e Vialli (2011), relativamente à identificação do parâmetro, estatística do teste e à sua distribuição, confundiram estatística amostral e parâmetro populacional e não reconheceram que uma estatística é uma variável aleatória.

Relativamente ao cálculo da estatística do teste, Vallecillos e Batanero (1997) chegaram à conclusão que para os alunos os cálculos que se realizam referem-se à probabilidade da hipótese e não à probabilidade de obter um valor estatístico, enquanto no estudo de Link (2002) só 25,8% dos alunos erraram o cálculo da estatística do teste. Sobre esse resultado, Link (2002) afirma que a determinação correta do valor da estatística do teste não quer dizer que o aluno tenha a compreensão plena do processo dos testes de hipóteses. O processo de substituir corretamente valores numa fórmula é um procedimento que não envolve o raciocínio probabilístico, e aqueles

alunos que têm uma razoável base matemática conseguem resolver esta etapa sem grandes dificuldades.

Quanto à interpretação do nível de significância, Vallecillos e Batanero (1997) detetaram que os alunos confundem  $P(\text{não rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é falsa})$  com  $P(\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdadeira})$ . Os alunos não chegam a calcular corretamente o nível de significância (erro tipo I) para o problema que lhes foi proposto, isto é, embora o aluno realize o cálculo, acha que este se refere à probabilidade da hipótese nula ou é um valor que não se pode calcular. Também no estudo de Rodríguez (2006) a maior dificuldade identificada diz respeito ao nível de significância, chegando à mesma conclusão que Vallecillos e Batanero (1997), isto é, os alunos não diferenciam as probabilidades condicionadas. Já Sebastiani e Vialli (2011) concluíram que os alunos ignoram o conceito de nível de significância em grande parte das conclusões por eles formuladas. Tanto o nível de significância como o *valor de prova*  $p$  parecem não ser tão relevantes para os alunos quanto os aspetos ligados aos algoritmos.

Nos trabalhos de Sotos, Vanhoof, Noorgate e Onghena (2007, 2009) e Batanero, Vera e Díaz (2012) destaca-se que os alunos têm dificuldades na interpretação do nível de significância e do *valor de prova*  $p$ . O erro mais comum em relação ao *valor de prova*  $p$  foi considerá-lo como sendo a probabilidade de cometer um erro ao rejeitar a hipótese nula. No estudo de Link (2002) só 26,8% dos alunos apresentaram respostas incorretas relativamente à determinação do *valor de prova*  $p$ .

No que diz respeito à tomada de decisão, Vallecillos e Batanero (1997) destacaram a seguinte conclusão sobre o tipo de prova que proporciona um teste de hipóteses: é um procedimento que, embora não prove a hipótese, permite calcular com um grau de certeza a probabilidade da mesma. Concluíram ainda que os alunos creem, como consequência, que com o resultado final de um teste de hipóteses obter-se-á a probabilidade da hipótese, ou seja, esta interpretação é reforçada pelos alunos quando associam as probabilidades associadas às regiões de aceitação e crítica como probabilidades, respetivamente, de certeza das hipóteses nula e alternativa. Nesta etapa, o estudo de Krishnan e Idris (2014) revelou que os alunos têm muita dificuldade perante os resultados obtidos em tirar uma conclusão, mostrando não saber a finalidade de um teste de hipóteses. O estudo de Link (2002) revelou que a etapa da decisão foi aquela em que os alunos menos erraram, com 16,3% de respostas erradas.

### **2.3.5. Estratégias de ensino e aprendizagem**

Nesta secção referiremos algumas experiências de ensino e aprendizagem que alguns investigadores implementaram nos estudos que realizaram sobre inferência estatística.

A influência da tecnologia no ensino da Estocástica tem sido reconhecida internacionalmente, nomeadamente pela *International Association for Statistical Education (IASE)* e em congressos e publicações na área da Educação Estatística. Cada vez mais se tem discutido a utilização de software no ensino, designadamente as mudanças ao nível do conteúdo e das metodologias de ensino que o seu uso tem implicado e o seu impacto nas atitudes e motivação dos alunos (Fernandes, Batanero, Contreras & Díaz, 2009).

Martínez e Martínez (2010) desenvolveram um software didático para o desenvolvimento do pensamento estatístico, que vem sendo utilizado desde o ano letivo 2007-2008 na disciplina de Estatística do curso de Agronomia, da Universidade “Máximo Gómez Báez” de Ciego de Ávila (UNICA). Segundo os autores, este recurso informático é uma fonte de informação complementar aos livros, favorece a interpretação dos conteúdos estatísticos e motiva o aluno para o estudo. O software didático foi desenhado como um sistema de aprendizagem estruturado segundo as dimensões: orientações metodológicas gerais; objetivos específicos; conteúdos; materiais complementares; exercícios e problemas. O software é composto por cinco temas: estatística descritiva; elementos de probabilidade; amostragem e estimação; testes de hipóteses; regressão e correlação.

A estratégia usada para a utilização do software nas aulas do laboratório informático foi desenhada da seguinte forma:

- Na atividade inicial os alunos são distribuídos por grupos e é aplicado um teste diagnóstico inicial aos alunos com a finalidade de conhecer o que é que os alunos aprenderam sobre os conteúdos de estatística descritiva em disciplinas anteriores. Estes resultados vão permitir ao professor a caracterização de cada estudante e do grupo no seu conjunto para determinar os possíveis líderes de cada grupo. Seguidamente é explicado aos alunos o objetivo da disciplina, bem como os diferentes temas que vão ser abordados no processo de ensino-aprendizagem. Depois é feita uma introdução teórica pelo professor ao primeiro tema, estatística descritiva, e finalmente é dado aos alunos um guia metodológico que os vai orientar no estudo, independentemente do tema ser apoiado pelo software didático, para a consolidação dos conhecimentos.

- Nas atividades intermédias realizam-se várias tarefas na aula, por cada tema, de forma a relacionar a teoria com a prática mediante a resolução e interpretação de problemas e/ou resultados seguindo uma sequência lógica das operações correspondentes com o uso de métodos participativos de exposição, isto é, o professor mediante perguntas vai orientando o aluno permitindo que ele faça uma correta interpretação dos problemas propostos, assim como uma correta análise dos resultados obtidos. Além destas tarefas, realizam-se outras atividades no laboratório computacional proporcionando aos alunos a aquisição de competências com a utilização de programas estatísticos para o processamento de dados.
- Na atividade final, ao terminar o estudo de cada tema, é realizada uma avaliação na aula destinada à análise concetual de uma dada situação e uma avaliação no laboratório de informática onde o aluno deve seguir a lógica sequencial para resolver o problema que lhe foi proposto.

Ao terminar o semestre os alunos realizam um teste teórico-prático, na aula e no laboratório computacional, respetivamente, para a determinação da avaliação final da disciplina e, como consequência, para determinar o nível do raciocínio estatístico adquirido pelos estudantes.

Este software foi apresentado em diversos eventos nacionais e internacionais realizados em Cuba, desencadeando o interesse por parte dos professores estrangeiros que participaram nesses eventos. Desde o ano letivo de 2007-2008 que o software vem sendo usado no curso de Agronomia da Universidade UNICA.

Os investigadores têm a convicção que o uso do software didático, como estratégia de ensino e aprendizagem, constitui um meio que apoia, complementa e suprime carências detetadas no livro de texto, além de contribuir para a aprendizagem independente e consolidação dos conhecimentos dos alunos, motivando-os e levando a mudanças de atitude perante o tema e a perceber a sua importância como ferramenta de análise na resolução de problemas.

Cazares (2010) elaborou um artigo onde apresenta uma proposta alternativa para o ensino e aprendizagem da estimação de parâmetros por intervalos de confiança baseada na utilização do software Fathom e Excel. O modelo utilizado no trabalho utiliza os princípios teóricos para criar Ambientes de Aprendizagem para o Pensamento Estatístico (AARE) definidos por Garfield e Ben-Zvi, (2008) e Cobb e McClain (2004). Estes princípios baseiam-se num modelo construtivista e no uso de tecnologia na prática de ensino com o propósito de estimular os estudantes a construir o seu conhecimento mediante atividades que lhes proporcionem oportunidades de pensar,

raciocinar e refletir sobre a sua aprendizagem, e, além disso, conduzindo à discussão e reflexão com os colegas da turma.

Foi escolhido o modelo construtivista uma vez que se baseia na elaboração de situações de aprendizagem, na observação de como os alunos se deparam com os problemas, nos conhecimentos prévios que servem de ponte para novas aprendizagens e, além disso, oferece ajuda ao aluno, facilitando a sua expressão, permitindo-lhe refletir através de perguntas colocadas ao professor e promovendo atividades conjuntas para que aprendam uns com os outros.

O estudo realizou-se com 17 alunos universitários do 1.º ciclo da licenciatura de Estudos Internacionais da Universidade Autónoma de Sinaloa que frequentavam a disciplina de Probabilidade do 1.º semestre, no ano letivo 2008-2009, em que o tema de intervalos de confiança é abordado. A duração do estudo foi de 4 sessões de 2h cada e mais 2h de entrevistas com alunos selecionados. Estes alunos já tinham frequentado um curso de Estatística Descritiva e outro de Matemáticas Básicas. Antes de se iniciarem as atividades propostas para o estudo foi abordado o tema dos intervalos de confiança para a média e para a proporção. O papel do professor (investigador) consistiu em delinear as atividades com o propósito de que os alunos construíssem por si mesmos, e apoiados na utilização de ferramentas computacionais, um raciocínio adequado sobre os intervalos de confiança. Algumas vezes o investigador também era professor, mas nessa função apenas intervinha quando os alunos tinham dúvidas com o software.

Foram apresentados aos alunos dois problemas com dados reais fornecidos pela empresa Consulta Mitofsky. O primeiro sobre o escrutínio que se realizou para conhecer a proporção de mexicanos que têm familiares nos Estados Unidos, o segundo relacionado com a proporção de mexicanos que considera a insegurança o principal problema do país. Na 1.ª sessão os alunos tinham que construir um intervalo de confiança para amostras de diferentes tamanhos (10, 20 e 50), com o propósito que explorarem e identificarem visualmente que para o maior tamanho de amostra diminui a variabilidade e, portanto, geram intervalos de menor amplitude para o mesmo nível de confiança. As atividades propostas para as sessões 2 e 3 tiveram como objetivo analisar a compreensão por parte dos alunos sobre a fiabilidade de um intervalo de confiança. Na última sessão foi pedido aos alunos que utilizassem o Excel para visualizar o efeito do tamanho da amostra, a confiança da margem de erro e a amplitude dos intervalos.

No final das atividades foi aplicado um questionário para o investigador perceber se os alunos entenderam o tema e foram feitas entrevistas a alguns estudantes para aprofundar a sua compreensão acerca de certos aspetos relevantes relacionados com a problemática de

investigação: saber se o uso do software influencia a aprendizagem da estimação de parâmetros por intervalos de confiança. No final do estudo, o investigador concluiu que o uso da tecnologia (computadores) permitiu uma atividade cognitiva de maior nível do que o uso “fastidioso” mediante o cálculo de fórmulas. Ele considerou que a investigação conduziu a indícios positivos, mas que seria necessário aprofundar com outros estudos.

Filgueira, Carvalho, Figueiredo e Dantas (2007) efetuaram uma pesquisa com alunos da disciplina de Estatística aplicada do curso superior de Tecnologia em Gestão Ambiental do Centro Federal de Educação Tecnológica-CEFET/RN, tendo como objetivo avaliar uma metodologia de ensino orientada para projetos e também o grau de satisfação do aluno no que diz respeito à importância da referida disciplina para o curso.

A referida disciplina é lecionada de forma a preparar os alunos para fazer uso de conhecimentos estatísticos na sustentação e na credibilização das pesquisas, bem como nos desenvolvimentos efetuados no âmbito das suas atividades acadêmicas e na sua futura vida profissional. Percebeu-se a necessidade de integrar os conteúdos de Estatística com as temáticas abordadas nas outras disciplinas, com o objetivo de proporcionar a consolidação de conceitos estatísticos e também outras formas de utilizar o conhecimento adquirido nas aulas em situações reais. Com base nestes objetivos, foi proposta aos alunos a seguinte metodologia:

- A divisão da turma em grupos de forma que o aluno pudesse desenvolver a capacidade de trabalhar em equipa;
- A escolha por parte de cada grupo de um tema relacionado com o curso, com o intuito de possibilitar aos alunos uma visão das fases que compõem uma pesquisa;
- A elaboração de um relatório que mencionasse a formulação de hipóteses e sugestões acerca das problemáticas discutidas, além de apresentar os resultados obtidos.

Para a realização do estudo foi utilizado um questionário com 19 questões, as quais foram divididas em 5 grupos:

1. Perfil do aluno: estabelecer características da amostra e quanto as mesmas podem influenciar os resultados alcançados;
2. Compreensão do conteúdo: analisando a influência da metodologia utilizada na compreensão do conteúdo;
3. Compreensão de ferramentas e/ou softwares: relacionar técnicas empregadas através do uso de ferramentas e softwares com a metodologia empregada;

4. Compreensão do estudo de caso: avaliar a interdisciplinaridade existente no modelo pedagógico de trabalho de projeto;

5. Integração da turma: estabelecer a reação da turma perante a metodologia do trabalho de projeto apresentado no decorrer da disciplina.

O questionário foi aplicado através de um documento eletrónico (software Word) e os dados foram tratados no software Statistic 7.0. No final da pesquisa, os investigadores concluíram que:

- A metodologia orientada para trabalhos de projeto foi eficaz na medida em que possibilitou uma maior aprendizagem do aluno e permitiu uma ampliação de seu conhecimento do mundo, ou seja, o aluno pôde ver na prática como irá atuar na sua futura profissão;
- Os alunos demonstraram alguma dificuldade em trabalhar e analisar dados estatísticos, contudo as ferramentas e softwares estatísticos contribuíram para minimizá-la;
- A camaradagem entre os elementos dos grupos e a relação que estabeleceram com o professor contribuiu para o aumento da aprendizagem dos alunos.

Para trabalhos futuros, os autores propõem uma utilização mais efetiva dos conceitos estatísticos, nomeadamente na área do Meio Ambiente, de forma a tornar as pesquisas mais compreensíveis e com maior credibilidade.

Lopes (2007) apresenta no seu artigo uma pesquisa desenvolvida na disciplina de Probabilidade e Estatística, tendo como objetivo apresentar o ensino de Estatística, nomeadamente os testes de hipóteses, com ênfase no processo de Análise de Dados e investigando atitudes dos alunos perante uma metodologia de ensino inédita para eles. Em termos gerais, o trabalho de projeto consistia num problema “real”: verificar se uma moeda é honesta. No lançamento de uma moeda, ou seja, num lançamento, a probabilidade de obtermos a face “cara” é  $1/2$  e a probabilidade de obtermos a face “coroa” também é igual a  $1/2$ . O material que serviu de análise era composto pelas notas que o pesquisador recolheu das aulas, registos e relatórios dos alunos, além de um questionário respondido pelos alunos após a conclusão das atividades. A realização desta atividade estava prevista para ser desenvolvida em dois blocos de 100 minutos cada, mas no final foi necessário a utilização de mais um bloco de 100 minutos para a discussão dos erros que ocorreram no estudo e exploração de um teste hipóteses e das conclusões finais. Fazendo um balanço da experiência, o autor considerou que:

- A experiência despertou o interesse dos alunos, tendo a maioria dos alunos trabalhado cooperativamente;
- Diminuiu o fluxo de alunos que saíam da sala de aula;



- Promoveu uma participação mais ativa dos alunos na construção dos seus conhecimentos;
- Verificou-se uma cooperação mútua entre os alunos na busca da solução para as questões apresentadas;
- Promoveu nos alunos o desenvolvimento das suas capacidades de crítica e reflexão.

Fernandes, Viseu, Fernandes, Silva e Duarte (2009) realizaram uma intervenção de ensino em estatística no ensino profissional através de investigações estatísticas. O estudo foi realizado com uma turma de 19 alunos do Curso Profissional de Técnico de Gestão de Equipamentos Informáticos, do 10º ano, em que os alunos, trabalhando em pequenos grupos, desenvolveram investigações estatísticas sobre problemáticas selecionadas com a ajuda da folha de cálculo. No final da intervenção de ensino, os investigadores verificaram que todos os alunos concluíram a unidade de Estatística e manifestaram uma opinião positiva sobre a intervenção realizada, valorizando quer a estratégia usada, quer o uso da folha de cálculo. De entre os aspetos positivos no ensino da Estatística, os alunos salientaram a representação e interpretação de informação estatística, enfatizando os gráficos, e o terem aprendido mais de Estatística. Relativamente a aspetos negativos, cerca de metade não referiram quaisquer aspetos negativos e, dos restantes, destacou-se o pouco tempo para efetuarem o trabalho.

Ferreira, Jacobini, Campos e Wodewotzki (2011) realizaram uma experiência de ensino com estudantes de uma disciplina de Estatística do curso de Administração da Universidade Particular de Campinas. O trabalho teve como objetivo mostrar que é possível favorecer, por intermédio de atividades que envolvem trabalhos de projeto, as competências que consideramos essenciais na Educação Estatística, tais como a literacia (aquisição de conhecimentos), o pensamento (capacidade de relacionar dados quantitativos em situações concretas) e o raciocínio estatístico (maneira como uma pessoa raciocina e se posiciona face às ideias e informações estatísticas). Para o desenvolvimento dos trabalhos de projeto, os professores tiveram em conta as seguintes escolhas:

- Os temas surgiram da interação professor-alunos, com base nos interesses dos alunos;
- Não foram trabalhados conhecimentos estatísticos novos, apenas conhecimentos relacionados com o conteúdo da disciplina em curso;
- O foco foi a aplicabilidade de certos conhecimentos estatísticos em problemas reais do interesse do aluno.

Os relatórios deveriam seguir a seguinte estrutura: introdução, recolha de dados, apresentação dos dados, análise e discussão dos resultados, conclusões e comentários finais e, por último, referências bibliográficas.

Para a realização dos trabalhos de projeto foram feitas recomendações, tais como: escolha do tema de trabalho; os objetivos; a escolha no mínimo de três variáveis qualitativas e três quantitativas; a elaboração de um instrumento de recolha de dados (questionário); a realização de cruzamentos entre variáveis envolvidas na pesquisa e os seus respetivos gráficos; a determinação dos valores de algumas medidas estatísticas; o estudo de simetria; a determinação do desvio padrão e coeficiente de variação; a escolha das variáveis quantitativas discretas para estudar a correlação e a construção do gráfico de dispersão, mostrando a reta de regressão e o coeficiente de determinação.

A realização dos trabalhos de projeto fez parte do processo de avaliação e os alunos, trabalhando em grupos, escolheram situações do seu interesse para aplicar os conceitos estudados durante as aulas. No final do semestre, os grupos apresentaram aos colegas da turma os resultados dos seus trabalhos. Segundo os autores, os aspetos positivos a destacar nesta experiência de ensino foram os seguintes: o envolvimento dos alunos nas atividades dos seus trabalhos de projeto foi muito maior do que noutras atividades de sala de aula; a vivência experimentada durante a realização dos trabalhos de projeto possibilitou o crescimento dos alunos em vários aspetos, destacando-se, de entre eles, a aprendizagem dos conceitos estudados e a aplicabilidade das ferramentas disponíveis no Excel; a discussão gerada pelos membros do grupo e entre grupos desenvolveu posturas e atitudes que os tornaram críticos, mais conscientes e mais envolvidos nos problemas relacionados com os temas que trabalharam; os alunos observaram a necessidade dos conteúdos estatísticos para a resolução dos problemas formulados. Destacaram também que, na etapa de definição dos temas, os alunos não mostraram grande interesse, tendo apenas como objetivo obter uma boa nota; contudo, quando iniciaram a recolha dos dados, a maioria dos grupos começou a desenvolver as atividades com mais prazer e naturalidade, possibilitando que os conteúdos estatísticos fossem compreendidos no contexto de suas pesquisas.

Mendonza (2011) desenvolveu um projeto de investigação estatística num ambiente de modelagem matemática de forma a analisar o processo de implementação a partir da seguinte questão: A modelagem matemática pode contribuir para o ensino da Estatística no Ensino Médio? Com o intuito de responder à questão, realizaram uma pesquisa qualitativa com análise

interpretativa a partir de categorias emergentes dos dados obtidos. O projeto foi dividido em cinco etapas: *escolha do tema*: formação dos grupos por tema de interesse ou escolha prévia de um tema pelos grupos; *interação*: momento de interação dos alunos com o tema ou fenômeno, o qual possibilita negociações dos interesses envolvidos; *compreensão do problema*: pesquisa de campo e análise exploratória de dados; *Deduções, conclusões, inferência e comunicação de resultados*: nesta última etapa, de posse das relações estabelecidas, dos modelos construídos e das tendências observadas no processo investigativo, os alunos deveriam analisá-los criticamente e compará-los com as hipóteses estabelecidas, observando a sua validade e possibilidade de generalização e de inferência para a população em estudo. Por fim, as conclusões acerca do tema e os resultados encontrados deveriam ser comunicados e apresentados à comunidade escolar, que, assim, seria conscientizada a respeito das informações obtidas e das atitudes que estas sugeriam.

Os resultados evidenciaram a importância de proporcionar condições para que os alunos se desenvolvam de forma autônoma e cooperativa, a fim de construir o próprio conhecimento, observando-se indícios de que um ambiente de modelagem matemática pode contribuir, de fato, para envolver os estudantes no processo de ensino e aprendizagem, visto que concorre para que os conceitos científicos tenham significado para o aluno e para que este tenha interesse em compreendê-los.

Almeida, Mancuso e Nunes (2015) realizaram um estudo sobre o ensino da estatística com alunos do ensino primário com o software R Commander (proposta didática), tendo como principal objetivo planejar e implementar uma sequência didática, envolvendo o uso do R Commander para estimular o interesse dos alunos e a compreensão dos conceitos estatísticos. Em termos de metodologia, a pesquisa utilizada é classificada como um estudo de caso numa escola pública de Porto Alegre, com uma turma de 25 alunos do quarto ano do ensino básico. Este estudo foi planejado para se concentrar na investigação e seguiu os conceitos de Modelagem Matemática.

A partir dos resultados obtidos, foi possível observar que a Modelagem Matemática, combinada com o uso do R Commander, constituiu uma boa abordagem para o ensino da Estatística. A Modelagem Matemática, na qual este estudo foi baseado, permitiu aos alunos pensarem sobre a realidade através de situações imprevistas que tornaram possível a vivência de experiências reais. O uso do software, muito mais do que uma simples ferramenta, rompeu com a visão estática e monótona de alguns conceitos, proporcionando uma dinâmica que permitiu aos alunos uma reflexão mais aprofundada sobre os conceitos estudados. Os investigadores

concluíram com este estudo que a proposta didática foi capaz de despertar o interesse e a curiosidade dos alunos e encorajou-os a trabalharem com mais vontade. Os alunos que anteriormente se mostravam apáticos nas aulas de Matemática, procuraram logo responder às questões levantadas. Portanto, observou-se que o trabalho com Modelagem Matemática em um ambiente de pesquisa, é uma boa alternativa para superar o facto de não se ensinar estatística no ensino fundamental.

Gomes, Pessoa, Fernandes, Santos e Vasconcelos (2014) desenvolveram um trabalho sobre estatística aplicada à engenharia e áreas afins, incentivando alunas do ensino médio (Colégio Estadual Jardim Oriente) nos cursos de ciências exatas, engenharias e computação. O trabalho teve como objetivo descrever a experiência tida até ao momento no projeto que estava a ser desenvolvido pela Universidade de Brasília, Campus Gama. Além de incentivar estas alunas para os cursos de ciências exatas, engenharias e computação, este projeto teve outros objetivos como: i) promover os cursos de Engenharia da Universidade de Brasília, Campus Gama (UnB Gama); ii) relacionar conhecimentos adquiridos em sala de aula durante o ensino médio (principalmente de Matemática e Física) com conceitos fundamentais de Estatística aplicados à Engenharia, de uma forma geral; iii) compreender as principais etapas que envolvem o planeamento de uma pesquisa; iv) apresentar os principais métodos estatísticos, em especial os utilizados para descrever um conjunto de dados (tais como: tabelas, gráficos e medidas descritivas); v) empregar alguns procedimentos estatísticos básicos adequados aos problemas ou pesquisas relacionadas à Engenharia; vi) desenvolver a capacidade crítica e analítica dos alunos através da discussão de problemas práticos; vii) incentivar alunas na fase inicial do curso de Engenharia para participar em atividades de extensão para que elas se sintam motivadas para continuar a licenciatura. O projeto consistiu em elaborar uma estratégia pedagógica que contenha um pouco de métodos estatísticos para as escolas de forma mais lúdica, incentivando assim a abordagem do aprender fazendo com a interação entre as alunas do ensino médio e da licenciatura em Engenharia da UnB Gama.

Uma das disciplinas de formação básica que os alunos devem ter entre o segundo e o terceiro semestre chama-se Probabilidade e Estatística Aplicada à Engenharia. Nessa disciplina, os alunos, além dos conceitos básicos de cálculo de probabilidade, são introduzidos nos principais métodos estatísticos (Estatística descritiva e inferencial). Os conhecimentos adquiridos nessa disciplina são utilizados em disciplinas posteriores, de formação profissionalizante, permitindo que o aluno utilize os métodos estatísticos para planejar e delinear experimentos, analisar resultados

de dados que foram recolhidos primariamente ou secundariamente, ou, ainda, utilizar modelos estatísticos mais robustos para fazer previsões ou modelar fenômenos de interesse. Neste contexto, esse trabalho busca descrever a experiência tida até ao momento com esse projeto, bem como os resultados esperados.

Para alcançar os objetivos propostos, foram planeadas atividades virtuais e presenciais com a equipa do projeto, sendo os primeiros encontros dedicados à apresentação do projeto para a direção da escola, compartilhando e planeando atividades em conjunto, como também a apresentação na UnB, especialmente no Campus Gama, às alunas e professora do CEJO (Colégio Estadual Jardim Oriente), como forma de aproximá-las do ambiente académico. Os encontros (virtual ou presencial) foram planeados para serem realizados quinzenalmente e conduzidos pelas alunas da licenciatura e pela coordenadora do projeto. Os principais conceitos e técnicas estatísticas e a sua relação com a Engenharia foram transmitidos ao longo do projeto em aulas teóricas, exemplos práticos, seminários, visitas a laboratórios e palestras com profissionais das áreas de ciências exatas. Sob a orientação do coordenador, foram executadas em grupo tarefas/atividades práticas tendo como objetivo aprimorar e explorar conceitos e/ou técnicas apresentados. Na maioria das atividades práticas, foi apresentado um problema contextualizado, geralmente real, com o objetivo de envolver as alunas e se sentirem inseridas naquele problema e motivadas a resolvê-lo.

No final do projeto, os investigadores referiram que com estes projetos pretenderam desenvolver uma metodologia de trabalho fundamentada a partir do conceito de aprender fazendo, ou seja, os alunos e professores do ensino médio e universitário aprendem, aprimoram e fixam conceitos e técnicas, de forma lúdica e agradável, desmistificando assim a ideia de que as disciplinas de formação que integram as áreas de Ciências Exatas, Engenharias e Computação são difíceis. Adicionalmente, esperava-se contribuir para a formação de humanos mais racionais e críticos, que não sejam meros “fantoques”, que tenham confiança para tomar decisões quando demandados e que sejam profissionais versáteis para se adaptar rapidamente às novíssimas tecnologias.

Boer e Caten (2014) realizaram um trabalho em que aplicaram a metodologia Problem Based Learning (PBL) para o ensino da Estatística na disciplina de Tópicos Especiais de Qualidade. Atendendo à procura de um ambiente de ensino inovador e colaborativo, procuraram através da aplicação do método PBL proporcionar uma situação motivadora e favorável à aprendizagem, com o objetivo final de obter um maior entendimento dos alunos no processo de

ensino e aprendizagem. Para o efeito, foi pedido aos alunos que procurassem uma solução adequada para o problema proposto, que estava relacionado com o desenvolvimento de um produto, utilizando como ferramenta o projeto investigativo. O trabalho foi dividido em quatro etapas: a primeira foi a entrega aos alunos do enunciado do problema que teriam que solucionar; a segunda etapa consistiu no planeamento da experiência a ser realizada para solucionar o problema proposto; na terceira executaram a experiência e analisaram os dados; na quarta etapa estudou-se o impacto do método utilizado na aprendizagem e na percepção dos alunos. O problema proposto aos alunos foi o seguinte:

Um projetista deseja otimizar o tempo de voo de um helicóptero de papel. Consultando alguns especialistas, identificou-se que possivelmente a grossura do papel, o tamanho da asa e o peso do helicóptero poderiam torná-lo mais rápido ou mais lento. (n.p.)

Após o planeamento, os alunos realizaram a experiência utilizando protótipos do helicóptero construídos por eles. Depois de recolhidos os dados realizaram uma análise de variância, identificando os fatores que provocavam uma descida mais suave. Também foi solicitado aos alunos que criticassem a experiência realizada, procurando identificar possíveis erros e formas de melhorar as próximas experiências. Os investigadores concluíram com este trabalho que ele possibilitou aos alunos exercitar as suas capacidades de trabalhar em grupo, analisar e solucionar problemas e planejar experiências, simulando as situações encontradas no dia-a-dia pelos engenheiros. A aplicação de um questionário no final da atividade possibilitou observar quanto ao método utilizado, tendo-se verificado que: 50% dos alunos ficaram muito satisfeitos com a aplicação de atividades práticas, enquanto 46% disseram estar satisfeitos. Relativamente à aprendizagem proporcionada pela prática (experiência), 90% dos alunos perceberam benefícios, enquanto 10% declararam-se indiferentes. Em termos descritivos, os alunos manifestaram as suas opiniões relatando que ao realizar a atividade perceberam a importância dos conceitos abordados para as suas profissões, além de ser uma boa forma de fixação dos conteúdos. Como conclusão final deste trabalho, os investigadores declararam que:

percebe-se que a utilização de problemas e atividades didáticas para o ensino no curso de engenharia pode proporcionar um ambiente mais dinâmico e motivador para o aluno, que quando desafiado passa a superar as suas dificuldades. (n.p.)

Quanto aos benefícios para o professor, percebe-se a ampliação do seu campo de atuação, uma vez que, além de transmitir o conhecimento necessário, conduz o aluno na pesquisa e processo lógico de tomada de decisões. Portanto, como resultado desta atividade, foi possível

constatar uma maior satisfação dos alunos, assim como do professor responsável pela disciplina, quanto ao processo de ensino/aprendizagem.





## **CAPÍTULO III**

### **METODOLOGIA**

Neste capítulo fundamentam-se as opções metodológicas, identificam-se os participantes neste estudo, apresenta-se o contexto do estudo e, além disso, descrevem-se os métodos de recolha de informação e análise dos dados.

#### **3.1 Opções metodológicas**

A investigação realizada teve por propósito último promover a aprendizagem dos estudantes sobre testes de hipóteses, operacionalizando-se nas três seguintes questões de investigação:

1. Quais os erros e dificuldades mais frequentes que os alunos apresentam na aprendizagem de conteúdos de testes de hipóteses?
2. Que fatores podem estar na origem das dificuldades dos alunos na compreensão de testes de hipóteses?
3. A utilização de um método de ensino, baseado numa metodologia de trabalho de projeto e enfatizando os erros e dificuldades dos alunos e o uso de tecnologia, contribui para melhorar a aprendizagem dos alunos de conceitos relacionados com os testes de hipóteses?

A investigação foi desenvolvida ao longo de duas fases, cada uma das quais correspondente a um estudo: no primeiro estudo, centrado na identificação e compreensão das dificuldades dos alunos em conteúdos de testes de hipóteses, englobam-se as duas primeiras questões de investigação e no segundo estudo, focado no ensino dos testes de hipóteses, inclui-se a terceira questão de investigação.

Na primeira fase deste estudo, o objetivo foi identificar e compreender as dificuldades de alunos do 1.º ano do curso da Licenciatura de Engenharia Informática, que tinham frequentado a disciplina de Matemática Computacional (MATCP), no tema de Inferência Estatística. Os procedimentos adotados para esta fase foram os seguintes:

- Pesquisa bibliográfica de estudos sobre a Inferência Estatística, nomeadamente sobre TH e recolha de informação sobre as dificuldades que os alunos demonstram na compreensão dos conceitos mencionados nesses estudos;
- Recolha de dados sobre as dificuldades e erros cometidos pelos alunos através da aplicação de um questionário aos alunos;
- Caracterização do desempenho dos alunos no questionário sobre TH a partir de consideração de várias variáveis.

Antes de os alunos responderem ao questionário, os conceitos do tema Inferência Estatística foram apresentados, de modo expositivo, nas aulas teóricas da disciplina de MATCP e exercitados através da resolução de exercícios e problemas para consolidação desses conceitos e procedimentos nas aulas teórico-práticas. Neste estudo pretendeu-se, ainda, estudar a origem das dificuldades dos alunos, identificadas no questionário, através da análise das suas perceções acerca do seu desempenho, da sua compreensão acerca da linguagem utilizada nos enunciados das tarefas propostas, da relação entre a aquisição de termos, conceitos, definições e proposições e a resolução de problemas e da relação entre o seu desempenho no questionário e na unidade curricular de MATCP.

O segundo estudo consistiu na implementação de uma experiência de ensino baseado na metodologia de trabalho de projeto, com o objetivo de averiguar o impacto de um ensino centrado na exploração das dificuldades e erros dos alunos e na utilização de *software* na aprendizagem dos estudantes de MATCP nos testes de hipóteses.

Nesta intervenção de ensino propôs-se aos alunos um trabalho de projeto relacionado com temas do seu interesse e que envolvessem os conhecimentos estatísticos lecionados na unidade curricular, nomeadamente os testes de hipóteses. A realização dos trabalhos de projeto seguiu as seguintes fases: Objetivos/Questões de investigação; Descrição dos dados usados no estudo; Análise e tratamento de dados; Conclusões. No desenvolvimento do trabalho de projeto, esperava-se que os alunos incluíssem quer uma abordagem analítica quer uma abordagem computacional com recurso ao software R. No final deste projeto os alunos deveriam entregar um relatório do trabalho que elaboraram e fazer uma pequena apresentação oral para os colegas da turma.

De seguida iremos caracterizar a natureza de cada um dos estudos aqui referidos.

Uma investigação pode desenvolver-se através de três abordagens: quantitativa, qualitativa e mista. A diferença fundamental entre as duas primeiras abordagens refere-se aos objetivos, o

que explica os diferentes métodos de seleção da amostra e as distintas técnicas de recolha e análise de dados usados em cada uma delas.

Segundo Shaffer e Serlin (2004), na sua origem, as metodologias quantitativas e qualitativas são frequentemente retratadas como paradigmas distintos e incompatíveis em investigação educacional. No entanto, mais recentemente, “reconhecendo-se que diferentes métodos de análise são úteis porque se dirigem para diferentes tipos de questões, começaram-se a utilizar simultaneamente ambos os tipos de técnicas – qualitativas e quantitativas” (Morais & Neves, 2007, p.79).

Neste estudo utilizam-se, conjuntamente, os dois tipos de metodologia – qualitativa e quantitativa. Onwuegbuzie e Jonhson (2004) definem os métodos de investigação mistos como o terceiro paradigma na investigação em educação, referindo que os “Métodos de investigação mistos são formalmente definidos aqui como um tipo de pesquisa onde o investigador mistura ou combina técnicas, métodos, abordagens, conceitos e linguagem quantitativa e qualitativa num estudo simples” (Onwuegbuzie & Jonhson, 2004, p. 17).

Como referem Godino e Castro (2015), a investigação sobre processos educativos de ensino e aprendizagem das matemáticas é um processo complexo, de modo que a escolha métodos de investigação mistos podem ser apropriados para proporcionar uma maior generalização dos resultados, ao mesmo tempo que mantém o detalhe sobre os processos de ensino e aprendizagem para serem validados e replicáveis.

A análise quantitativa permite obter dados sobre os participantes relativos a um certo número de questões pré-determinadas e a qualitativa permite, através da observação detalhada e planeada e da interação entre os sujeitos, estudar os processos cognitivos que utilizam na resolução de situações problemáticas.

Creswell (2009) define investigação quantitativa como meio para testar teorias objetivas examinando a relação entre variáveis. Essas variáveis, por sua vez, podem ser medidas, tipicamente por instrumentos, de modo a que os dados numéricos possam ser analisados utilizando procedimentos estatísticos.

O método quantitativo é usado no primeiro estudo, focado no estudo das dificuldades dos alunos nos TH através da aplicação de um questionário. Mais concretamente, o uso da abordagem quantitativa foi utilizada para analisar as questões de escolha múltipla de forma a efetuar a análise dos erros cometidos pelos alunos. Adicionalmente procedeu-se a uma análise semiótica (Godino, Batanero & Font, 2009) para analisar as respostas abertas aos problemas do questionário, com a

finalidade de identificar os conflitos semióticos nas respostas dos alunos às questões de inferência estatística.

No segundo estudo, usou-se uma metodologia qualitativa para identificar as variáveis relevantes no estudo do ensino e da aprendizagem realizado no tema testes de hipóteses, que não são facilmente detetadas através da utilização dos métodos habituais da investigação quantitativa.

Lincoln e Denzin (2006) definem a investigação qualitativa como sendo

Um campo interdisciplinar, transdisciplinar e, às vezes, contradisciplinar, que atravessa as humanidades, as ciências sociais e as ciências físicas. A pesquisa qualitativa é muitas coisas ao mesmo tempo. Tem um foco multiparadigmático. Seus praticantes são suscetíveis ao valor da abordagem de múltiplos métodos, tendo um compromisso com a perspectiva naturalista e a compreensão interpretativa da experiência humana. (...) A pesquisa qualitativa adota duas tensões ao mesmo tempo. Por um lado, é atraída a uma sensibilidade geral, interpretativa, pós-experimental, pós-moderna, feminista e crítica. Por outro lado, é moldada para conceções da experiência humana e de sua análise mais restritas à definição positivista, pós-positivista, humanista e naturalista. (p. 390)

Portanto, esta dupla abordagem consubstancia uma metodologia de investigação mista, usada neste estudo, que pode ser expressa não só no sentido de integrar as duas formas de abordagem qualitativa e quantitativa, mas como diz Morais e Neves (2007, p. 78), “no sentido de utilizar características associadas a cada uma dessas formas”.

Segundo Creswell (2012), em vez de recolher dados ao mesmo tempo que se analisam, os métodos mistos podem recolher informação quantitativa e qualitativa em duas fases, uma recolha sequencial em que uma primeira recolha informa outra recolha subsequente. Este tipo de abordagem metodológica mista é considerado o mais popular na recolha de dados na pesquisa educacional e é designada por Creswell (2012) de “método exploratório sequencial” ou também de “modelo de duas fases” (Creswell & Plano Clark, 2011). Existem vários tipos de modelos de métodos mistos referenciados por Creswell (2012): método convergente paralelo; método exploratório sequencial 1; método exploratório sequencial 2; método embebido; método transformativo e método multifase. De seguida passamos a descrever as diferenças entre os diversos métodos mistos.

#### *Método convergente paralelo*

Este método recolhe dados qualitativos e quantitativos em simultâneo, relaciona os dados e usa os resultados para a compreensão do problema de investigação. A razão básica para este modelo passa pela compensação das possíveis fraquezas no fornecimento dos dados e pela

compreensão mais completa do problema de investigação resultante da recolha conjunta de dados quantitativos e qualitativos. Na Figura 10 mostramos o esquema que traduz este modelo.

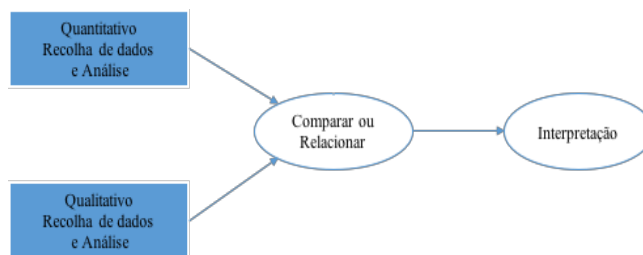


Figura 10. Método convergente paralelo.

O *método exploratório sequencial* consiste na recolha e análise de dados em dois momentos distintos, podendo distinguir-se ainda dois métodos consoante o momento da recolha e análise de dados: o método exploratório sequencial 1 e o método exploratório sequencial 2.

No *método exploratório sequencial 1* recolhem-se primeiro dados quantitativos e, em seguida, dados qualitativos. Esta sequencialização permite explicar e organizar os resultados quantitativos, fazendo-se a recolha e análise dos dados de uma fase para depois os resultados, assim obtidos, poderem ser usados na fase qualitativa seguinte, no fundo é uma forma de estruturar a “mistura” (fusão) entre a recolha e a análise (Figura 11).

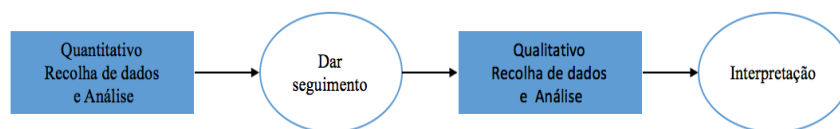


Figura 11. Método exploratório sequencial 1.

No *método exploratório sequencial 2*, em vez de recolher e analisar primeiro dados quantitativos, como é feito no método exploratório 1, começa-se por recolher e analisar dados qualitativos e, em seguida, recolhe-se informação quantitativa. Neste método misto enfatizam-se os dados qualitativos mais do que os quantitativos. Este ênfase pode ocorrer através de uma questão geral, por exemplo uma questão aberta, ou na discussão qualitativa de resultados com mais detalhe do que com dados quantitativos. Na Figura 12 mostramos um modelo deste tipo de método misto.

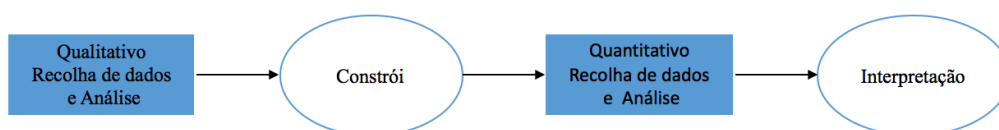


Figura 12. Método exploratório sequencial 2.

De entre estes dois métodos, é o *método exploratório sequencial 1* (Figura 11) que melhor se adapta à presente investigação, constituída por dois estudos. No primeiro estudo aplicou-se o questionário (estudo de natureza quantitativa) e depois, com base na análise dos resultados do questionário, passou-se à fase seguinte, segundo estudo, que consistiu na preparação e implementação de uma experiência de ensino (estudo de natureza qualitativa).

Como diz Creswell (2012), o modelo também capta os melhores dados de ambas as abordagens – quantitativa e qualitativa – de modo a obterem-se resultados quantitativos de uma população na primeira fase, e depois refinarem-se ou elaborarem-se essas descobertas através de uma exploração qualitativa mais profunda na segunda fase (Creswell, 2012).

O presente estudo assume também uma natureza diagnóstica, dado que se pretende identificar problemas e dificuldades dos alunos na aprendizagem dos TH. É necessário identificar essas dificuldades de modo a poder orientar futuramente o ensino dos testes de hipóteses nas unidades curriculares de Estatística. Assim, este estudo, de origem diagnóstica, além dos objetivos já anunciados, tem como intenção alertar para a importância de ter uma boa preparação em Estatística, por parte dos alunos, e que a forma como se ensina poderá também contribuir para o insucesso dos alunos na aprendizagem dos testes de hipóteses.

Creswell (2012) identifica ainda mais três métodos mistos: *método embebido*; *método transformativo* e *método multifase*. No *método embebido* existe um método principal que guia o projeto e uma base de dados secundária que desempenha um papel de apoio nos procedimentos. Tendo menos prioridade o método secundário (quantitativo ou qualitativo) é incorporado, ou inserido, dentro do método predominante (qualitativo ou quantitativo).

A um nível mais complexo do que os quatro métodos anteriores, o *método transformativo* consiste num projeto de duas fases, com um contexto teórico sobrepondo-se aos procedimentos sequenciais. Tem uma fase inicial (quantitativa ou qualitativa), seguida de uma segunda fase (qualitativa ou quantitativa), a qual se desenvolve sobre a fase anterior. O contexto teórico é apresentado na introdução de uma proposta, molda uma questão de pesquisa direcional que visa explorar um problema e termina com o que designamos ação. Por exemplo, mudar uma situação desfavorável de um grupo de pessoas marginalizadas ou em situações sociais prejudiciais.

Finalmente, como no modelo transformativo, o *modelo multifase* tem um desenho complexo, que ocorre quando o investigador ou equipa de investigação examina um problema ou situação através de uma série de fases ou estudos independentes ou separados.

Seguidamente iremos referir-nos aos procedimentos metodológicos usados em cada um dos dois estudos: Dificuldades dos alunos em TH (primeiro estudo) e Ensino de TH (segundo estudo).

### **3.2. Dificuldades dos alunos em testes de hipóteses**

Este estudo é dirigido à identificação dos erros e fatores que podem estar na origem das dificuldades que os alunos apresentam na aprendizagem dos testes de hipóteses. Para tal, elaborou-se um questionário que fosse de encontro ao objetivo do estudo.

#### **3.2.1. Participantes**

Na primeira fase do estudo os participantes foram 223 alunos, dos quais 22 eram do sexo feminino e 201 do sexo masculino do curso de Engenharia Informática do Instituto Politécnico do Porto, que frequentavam a Unidade Curricular de Matemática Computacional (MATCP), inserida no 2.º semestre do 1.º ano do curso de Engenharia Informática, no ano letivo 2012/13.

Como se pretende estudar quais os erros e dificuldades mais frequentes que alunos apresentam na aprendizagem de testes de hipóteses, bem como analisar que fatores poderão estar na origem dessas dificuldades, escolheu-se como participantes os alunos da Unidade Curricular (UC) da qual a investigadora é regente e professora. Segundo Hill e Hill (2009), esta escolha tem vantagem de ser fácil e rápida, mas por outro lado tem a desvantagem de só se poderem tirar conclusões sobre a amostra, não podendo ser extrapolados para a população, uma vez que não há garantia de que a amostra seja representativa da mesma. A amostra considerada é não probabilística (sujeitos acessíveis ou que representam determinadas características), é uma amostra de conveniência (sujeitos selecionados por estarem acessíveis ao investigador).

Na globalidade, foram usadas doze turmas teórico-práticas, dez diurnas e duas noturnas. Não se fez diferenciação na amostra dos alunos diurnos dos noturnos, bem como dos dados pessoais uma vez que não foram considerados relevantes para o estudo. Uma vez que nesta fase foi ministrado um questionário nestas turmas, foram os três professores das turmas a que pertenciam os alunos, que também lecionavam a UC de MATCP, que se responsabilizaram pela aplicação do questionário.

### **3.2.2. Métodos de recolha de dados**

Tendo em conta o objetivo do estudo, assim como o tempo disponível para a recolha de dados, depois de ponderadas e analisadas as vantagens e as limitações relativas das diferentes técnicas de recolha de dados (Ghiglione & Matalon, 1997), optou-se pela técnica de questionário.

Elegemos esta técnica de recolha de dados, uma vez que se realizou um estudo com um número considerável de alunos numa abordagem quantitativa. Trata-se de uma técnica utilizada na investigação quando queremos efetuar uma análise quantitativa dos dados com perguntas pré-codificadas. Como afirma Fernandes (1991, p. 66), “em investigação quantitativa é normalmente possível obter dados sobre um conjunto alargado de pessoas relativos a um certo número de questões pré-determinadas”. Segundo Foddy (1996), o investigador tem que ter bem definido o tipo de informação que pretende obter com cada questão, donde as questões têm que ser formuladas de forma clara, sem incertezas. Não escolhemos a técnica de entrevista porque os alunos poderiam sentir-se pressionados com a presença do professor e porque no questionário incluíram-se também itens abertos, em que se pedia aos alunos que justificassem a escolha da sua opção para cada questão. Esta última opção permite aprofundar a compreensão das respostas dos alunos, tal como acontece com as entrevistas, além de que assim obtínhamos a informação sob a condição de anonimato dos alunos.

Para os itens abertos (justificações às escolhas múltiplas) ir-se-á utilizar a análise de conteúdo, que “é uma técnica de investigação para a descrição objetiva, sistemática e quantitativa do conteúdo da comunicação” (Berelson, 1952, p. 220). No caso dos dois problemas incluídos no questionário, efetuou-se uma análise semiótica das resoluções dos alunos, segundo Godino, Batanero e Font (2009), com a finalidade de identificar os conflitos semióticos na aprendizagem dos conceitos de inferência estatística. Como o objetivo principal é fazer o levantamento do tipo de dificuldades e dos processos de raciocínio que conduzem a resoluções corretas e incorretas, usou-se esta metodologia na medida em que se pretende quantificar o tipo de erros e as dificuldades mais frequentes. A resolução de problemas permitirá sistematizar a utilização da metodologia da análise semiótica desenvolvida.

Para além destas análises, também realizámos uma outra que consistiu na avaliação do desempenho dos alunos na globalidade do questionário através da atribuição de uma classificação numérica.

Para a consecução dos objetivos deste estudo necessitamos de estabelecer um questionário que incluísse os seguintes conceitos:



- Identificação do teste de hipóteses;
- Usabilidade de um teste de hipóteses;
- Estabelecimento ou identificação das hipóteses;
- Escolha do estabelecimento da região de rejeição;
- Cálculo da estatística do teste;
- Interpretação dos resultados;
- Interpretação do nível de significância;
- Definição, interpretação e cálculo dos erros tipo I e II.

Seguidamente partiu-se para a formulação das questões. O questionário foi concebido de forma a estudar-se as dificuldades dos alunos na aplicação dos conceitos relacionados com os testes de hipóteses.

De modo a aperfeiçoar o questionário foi feito um estudo-piloto. Para isso foi pedida a participação dos alunos que tinham frequentado a unidade curricular de Matemática Computacional (MATCP) no ano letivo 2011/2012, do curso de Engenharia Informática do Instituto Superior de Engenharia do Porto. Apesar de terem sido poucos os alunos que aceitaram participar, no total foram oito alunos, talvez por isso ter ocorrido numa altura em que eles estavam muito sobrecarregados com outros trabalhos, o contributo dado serviu o propósito do aperfeiçoamento do questionário, uma vez que muitas questões ficaram por resolver e as justificações não foram muito desenvolvidas e, em alguns casos, não as chegaram a dar. No questionário-piloto (Anexo1) foram incluídas dezoito questões de escolha múltipla e três problemas. A grelha de avaliação das perguntas e problemas encontra-se no Quadro 1.

Quadro1 – Grelha de avaliação das questões de escolha múltipla e dos problemas

Objetivo específico	N.º questão/Problema
Usabilidade de um teste de hipóteses	10
Estabelecimento/Formulação de hipóteses	1, 2, 11, Problema 1.a), Problema 2 e Problema 3.a)
Interpretação do nível de significância	6, Problema 2 e Problema 3
Definição e/ou cálculo do Erro Tipo I	4, 12, Problema 1.b),c) ii) e iii) e Problema 3.b) i)
Interpretação ou cálculo do Erro Tipo II	9, 11, 12, Problema 3.b) ii)
Lógica/Interpretação do teste	7, Problema 2 e Problema 3.a)
Interpretação de resultados/Decisão	Problema 2 e Problema 3.a)
Interpretação do valor de prova	8
Definição de Potência do teste	12
Identificação do teste	3, 5, Problema 1. a), 2 e 3.a)
Escolha do teste e estabelecimento da região de rejeição	Problema 2 e Problema 3.a)
Cálculo da estatística do teste	Problema 2 e Problema 3. a)

Depois da aplicação do questionário-piloto, foi feita a sua análise de modo a perceber-se que alterações era necessário fazer. Desta análise conclui-se quais as questões (ou problemas) ambíguas, confusas e irrelevantes, que foram excluídas da nova versão do questionário (Anexo 2). Deste processo resultaram as seguintes alterações, tendo em vista a obtenção da versão final do questionário:

- Retiraram-se as questões 3, 10, 12 uma vez que eram semelhantes a outras já existentes do mesmo tópico e para o questionário não ficar com demasiadas questões;
- Retirou-se o problema 2 porque os alunos neste problema iriam usar o mesmo teste de hipóteses que no problema 3 (teste de hipóteses para a proporção). Optou-se por manter o problema 3 porque abrangia mais tópicos;
- Reformulou-se a alínea a) do problema 3 para ficar mais perceptível e retirou-se a alínea b) para o problema não ficar muito extenso.

Na sua versão final, para além das questões para a obtenção de dados pessoais dos alunos, o questionário ficou constituído por dez questões de escolha múltipla, apenas com uma única resposta correta, em cada uma das quais era pedido para os alunos justificarem a opção de resposta seleccionada, e por dois problemas em que os alunos deviam apresentar os seus raciocínios e modos de pensar, ou seja, as suas estratégias de resolução.

As questões incluídas no questionário, relativas ao conhecimento dos testes de hipóteses, foram maioritariamente elaboradas pela investigadora e as restantes foram adaptadas de outras investigações. Especificamente a questão 1 foi adaptada de Vallecillos (1994), as questões 5 e 8 de Vallecillos (1996) e a questão 7 de Miguel (2010). Quanto aos problemas, o primeiro foi adaptado de Vallecillos e Batanero (1997) e o segundo elaborado pela investigadora.

O questionário foi aplicado aos alunos que frequentavam o 1.º ano da unidade curricular de MATCP, no ano letivo 2012/2013, do curso de Engenharia Informática do Instituto Superior de Engenharia do Porto, já referidos na subsecção anterior. O questionário foi aplicado nas aulas teórico-práticas da unidade curricular MATCP, na presença dos respetivos docentes, e os alunos dispuseram de 1 hora e 30 minutos para responder, o que se revelou um tempo suficiente.

### **3.2. 3. Métodos de análise de dados**

A análise e tratamento dos dados relativos às respostas dos alunos ao questionário efetuou-se em cinco fases:

- Análise quantitativa das respostas às questões fechadas;
- Análise de conteúdo das justificações dos alunos aos itens abertos para cada questão de escola múltipla, ou seja, as justificações das opções de resposta selecionadas;
- Análise semiótica das respostas dos alunos aos problemas, combinando a análise de conteúdo (Bardin, 2009) com o modelo de Godino e seus colaboradores;
- Construção de tabelas de frequência nas diferentes questões do questionário, enquanto resumos das respostas, justificações e estratégias de resolução dos alunos;
- Desempenho dos alunos no questionário. No caso da classificação do questionário foi elaborada uma grelha de correção (Anexo 3) onde consta as resoluções e a classificação atribuída a cada uma das questões, itens e problemas, numa escala de 0 a 20 valores.

O modelo descrito por Godino e seus colaboradores destaca a diversidade de objetos postos em jogo na atividade matemática. A finalidade da investigação didática é encontrar dispositivos “idóneos” (apropriados) para o ensino/aprendizagem desses objetos matemáticos, tendo por objetivo principal descrever e valorizar a pertinência do ensino, incluindo instrumentos para avaliar a evolução e determinar critérios para a sua melhoria.

Para cada um dos itens abertos dos problemas 1 e 2 foram analisados os vários tipos de resposta correta; parcialmente correta; incorreta. Sobre cada uma destas categorias de resposta encontradas realizou-se uma análise semiótica de um exemplo de resposta, dividindo-a em unidades de análise e destacando para cada unidade as principais funções semióticas estabelecidas pelo aluno, com destaque nos conflitos semióticos subjacentes às respostas parcialmente corretas e corretas.

### **3.3. Ensino de testes de hipóteses**

Nesta intervenção de ensino propôs-se aos alunos um trabalho de projeto relacionado com temas do seu interesse e que envolvam os conhecimentos estatísticos lecionados na unidade curricular, especificamente nos testes de hipóteses. No final da sua realização, os alunos deveriam

apresentar um relatório (trabalho de projeto) que deveria seguir a seguinte estrutura: Introdução; Recolha de dados; Apresentação de resultados; Análise e discussão dos resultados; Conclusões; Comentários finais e Bibliografia. Na apresentação da resolução, as diversas questões colocadas deveriam incluir a resolução analítica e a correspondente resolução computacional recorrendo ao software R. Nas aulas destinadas à resolução dos projetos (aulas teórico-práticas) adotou-se uma metodologia de trabalho em pequenos grupos (4 a 5 alunos) com posterior discussão no grupo-turma. Nestas aulas, sempre que foi possível, utilizou-se o software R (de acesso livre). De acordo com Valente (1999), a introdução das tecnologias, do computador em especial, é importante para a aprendizagem do aluno pois pode contribuir para a compreensão dos conceitos e desafia o aluno na sua atividade.

Para além das produções dos grupos nos seus projetos, os relatórios finais de cada grupo (em formato digital) foram entregues ao professor no final de cada uma das etapas previstas ou colocados na plataforma *Moodle*.

### **3.3.1. Caracterização da intervenção de ensino**

A experiência de ensino baseou-se na metodologia de trabalho de projeto envolvendo a utilização da tecnologia. Tendo em vista a sua concretização, sumariam-se as etapas do trabalho proposto, que foi implementado numa turma teórico-prática (aproximadamente com 31 alunos), no ano letivo 2014/15, do 1.º ano da Licenciatura em Engenharia Informática (LEI) do Instituto Politécnico do Porto (IPP).

A temática geral dos trabalhos de projeto focou-se no tema “Redes Sociais”, pretendendo-se que os alunos explorassem, recorrendo a dados previamente fornecidos pelo questionário, os TH e outros conceitos de Estatística implicados, que faziam parte da unidade curricular (UC) Matemática Computacional (MATCP). Escolheu-se a temática “Redes Sociais” pelo facto de ser um tema muito popular para os alunos desta faixa etária e, como tal, iria suscitar mais interesse para a realização do trabalho proposto.

Entretanto, antes da realização do trabalho de projeto, os conceitos teóricos relativos aos de TH foram abordados em três aulas teóricas (num total de três horas letivas) e, posteriormente, aplicados em quatro aulas teórico-práticas (num total de seis horas letivas). Na intervenção de ensino adotou-se o método de ensino que combinou a metodologia de projeto com o uso de tecnologia, neste último caso o software estatístico R (The R project, <http://www.r-project.org/>).

Adicionalmente, o Google Drive suportou a operacionalização do contacto entre alunos e destes com a professora.

Na Tabela 5 apresentamos o cronograma das atividades desenvolvidas no âmbito do trabalho de projeto sobre Redes Sociais na turma em que decorreu a intervenção de ensino, e que designaremos por turma A.

Tabela 5 – Cronograma das atividades desenvolvidas no projeto Redes Sociais

Dia	Tipo de aula	Sumário
14/5 (Turma A)	Teórica	Introdução aos Testes de Hipóteses. Teste para a média e para a diferença de médias. Exemplos de aplicação.
18/5 (Turma A)	Teórica	Teste para a proporção e para a diferença de proporções. Exemplos de aplicação.
21/6 (Turma A)	Teórica	Resolução de exercícios sobre Testes de Hipóteses.
2/6 (Turma A)	Teórico-prática	Terceiro momento: Mostrar a utilização do software R. Material de apoio ao software R. Recolha dos dados do questionário Redes Sociais. Codificação das variáveis usadas no questionário. Preenchimento da ficha de autoavaliação – 1. <sup>a</sup> etapa.
9/6 (Turma A)	Teórico-prática	Verificação dos objetivos do trabalho de projeto (Redes Sociais) para cada grupo. Cada grupo começou a trabalhar com o software R esses objetivos. Preenchimento da ficha de autoavaliação – 2. <sup>a</sup> etapa.
16/6 (Turma A)	Teórico-prática	Continuação do trabalho de projeto. Preenchimento da ficha de autoavaliação – 3. <sup>a</sup> etapa.
23/6 (Turma A)	Teórico-prática	Apresentação e discussão do trabalho de projeto. Preenchimento da ficha de autoavaliação – 4. <sup>a</sup> etapa.

Para a realização do projeto foram desenvolvidas as seguintes atividades, integradas em diferentes etapas do trabalho de projeto e que se descrevem a seguir.

Num primeiro momento foi pedido aos alunos que se agrupassem em grupos de quatro a cinco alunos e que colocassem duas a três questões no Google Drive sobre o tema “Conhecer o uso das redes sociais”. Esse ficheiro (documento) era partilhado no Google Drive da professora com todos os outros grupos, de modo a que os grupos pudessem verificar se as suas questões já tinham sido incluídas ou não; se já fizessem parte do questionário, o grupo deveria colocar outras

questões. Para uma melhor compreensão/fundamentação do objetivo do trabalho foi dada a sugestão aos alunos de pesquisarem informação sobre redes sociais em notícias de jornais, revistas, *online*, etc., de modo a obterem ideias de questões a incluir no questionário. Foram dadas duas semanas para a realização desta fase, durante as quais a professora ia analisando as perguntas e dando orientações sobre as perguntas colocadas pelos grupos. Na Figura 13 ilustra-se esta situação.

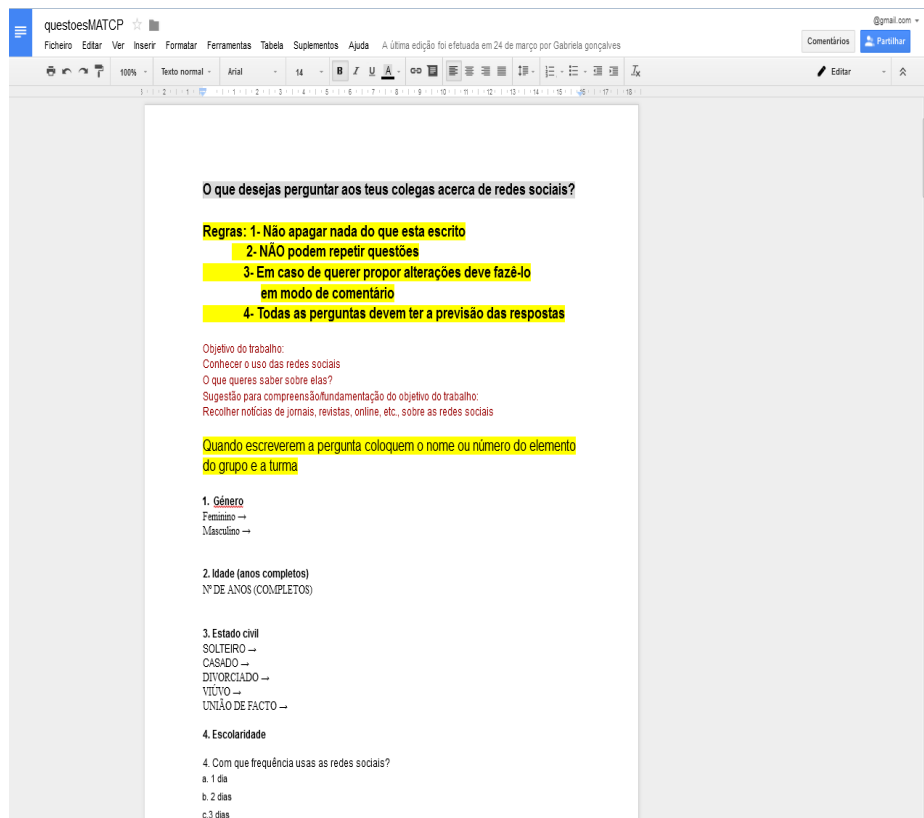


Figura 13. Exemplo da folha de orientações e formulação de algumas questões sobre Redes Sociais.

No fim das duas semanas estabelecidas, foi elaborada a versão final do questionário no Google Drive (Anexo 4), relativo ao tema “Redes sociais”. Esta versão era constituída por 18 questões (todas fechadas, das quais seis incluíam uma escala de tipo Likert). O *link* do questionário foi enviado a todos os alunos inscritos na UC e também lhes foi pedido que o enviassem para dois ou três amigos que fossem da mesma idade e frequentassem o ensino superior (Figura 14).



### Redes sociais

Este questionário está a ser realizado no âmbito da unidade curricular de Matemática Computacional (MATCP), do 1º ano do curso de Engenharia Informática do Instituto Superior de Engenharia do Porto. Através da recolha destes dados pretendemos analisar e contextualizar alguns dos aspetos dos utilizadores das redes sociais, bem como das suas opiniões. As suas respostas são anónimas e confidenciais e apenas serão usadas no âmbito deste projecto de MATCP. Para nós, a tua resposta é muito importante!

**\*Obrigatório**

**Género \***

Feminino  
 Masculino

**Estado civil \***

**Escolaridade \***

**Possuis um computador para aceder às redes sociais? \***

**Possuis um tablet para aceder às redes sociais? \***

**Possuis um telemóvel para aceder às redes sociais? \***

Figura 14. Extrato do questionário disponibilizado no Google Drive.

Terminado o prazo dado para preenchimento do questionário (duas semanas), o número de respostas obtidas foi de 189. Os formulários do Google Drive geram automaticamente uma folha de cálculo que foi enviada aos alunos com todas as respostas. Um dos alunos, que fazia parte de uma das turmas envolvidas, ofereceu-se para tratar esses dados, enviando, posteriormente, para a professora (investigadora) o ficheiro formatado para poder ser usado no software R.

Num segundo momento, a professora, em conjunto com os alunos, sistematizou as diferentes etapas do projeto Redes Sociais, tal como é referido a seguir:

- Cada grupo teria de apresentar um plano escrito sobre o que queriam fazer relativamente aos dados recolhidos sobre Redes Sociais. O plano deveria ser entregue por *email* à professora da UC. Nesse plano, os alunos deveriam estabelecer o seu objetivo e escolher, pelo menos, quatro perguntas do questionário, de forma a poderem aplicar pelo menos dois dos testes de hipóteses lecionados (TH para a média, diferença de médias, proporção e diferença de proporções), para além da caracterização sumária da amostra (obrigatória);
- Foi também reforçada a exigência de que na inferência estatística dos TH seria obrigatório usar o software R;

- Indicação das várias partes do relatório final: resumo, introdução, descrição dos dados usados no estudo, análise e tratamento de dados, conclusões e discussão, bibliografia, bem como regras e normas para a elaboração do mesmo.

O terceiro momento consistiu no tratamento estatístico usando o software R. A professora enviou aos alunos material de apoio para a aprendizagem do software R e um manual de instruções que elaborou para o R (Anexo 5). Entre outras, instruções para a caracterização das variáveis, gráficos, histogramas, tabelas de frequências e TH. Esta etapa foi executada durante aulas teórico-práticas (num total de oito horas letivas). Na primeira aula, a professora explicou a utilização do software R e, de seguida, os alunos começariam a trabalhar no projeto.

Foi entregue aos alunos uma ficha de autoavaliação para cada etapa do projeto, designada por “Ficha de avaliação das fases do Projeto”. Estas quatro autoavaliações foram disponibilizadas em papel para resposta, uma para cada uma das quatro etapas: Objetivos/Questões de investigação; Descrição dos dados usados no estudo; Análise e tratamento de dados; Conclusão e discussão (Anexo 6). Em cada etapa o aluno deveria mencionar se atingiu os objetivos para essa etapa, quais os aspetos em que o grupo sentiu mais dificuldades e menos dificuldades de realizar nessa fase do projeto e sugestões para melhorar a realização da fase do projeto em que se encontrava.

Na realização do projeto os alunos tiveram a tutoria da professora nas aulas e também fora delas (quatro horas de atendimento no total). Na quarta aula, a da quarta etapa do projeto, os grupos deveriam entregar o relatório de projeto de acordo com as orientações sugeridas para a sua realização (Anexo 7) e apresentar o seu trabalho numa apresentação digital (no máximo com oito slides) para a turma, dispondo, para tal, de 10 minutos. Por fim, foi solicitado aos alunos o preenchimento do questionário das suas perceções sobre o trabalho de projeto realizado.

### **3.3.2. Participantes**

No segundo estudo deste trabalho, os participantes eram alunos do curso da Licenciatura de Engenharia Informática do Instituto Politécnico do Porto que frequentavam a Unidade Curricular de Matemática Computacional (MATCP), inserida no 2.º semestre do 1.º ano, no ano letivo 2014/15.

Para tal, foi selecionada uma turma diurna em que os alunos que estavam a frequentar, pela primeira vez, a unidade curricular no ano letivo 2014/15, que designámos por turma A. Nesta turma foi aplicada a experiência de ensino, adotando a metodologia de trabalho projeto e utilizando



o *software* R. Adicionalmente, foi selecionada uma outra turma *B* em que foi aplicado o método de ensino tradicional, ou seja, o método expositivo em que o professor expõe a matéria e depois os alunos praticam resolvendo exercícios com papel e lápis. O critério de escolha das turmas A e B consistiu no facto de serem as turmas que a investigadora lecionava.

### **3.3.3. Métodos de recolha de dados**

Neste estudo, uma vez que se relaciona com a implementação de uma experiência de ensino, optou-se por uma vertente qualitativa, pois, como refere Fernandes (1991), o foco da investigação qualitativa é a compreensão mais profunda dos problemas, é investigar o que está “por trás” de certos comportamentos, atitudes ou convicções. Este tipo de investigação permite através da observação detalhada e planeada e da interação entre os sujeitos estudar os processos cognitivos utilizados na resolução de situações problemáticas. Desta forma, podem identificar-se as variáveis relevantes para o estudo do ensino e da aprendizagem que não são facilmente detetadas através da utilização dos métodos habituais da investigação quantitativa.

A recolha de dados foi realizada através de formas variadas: nos relatórios dos trabalhos de projeto (relatórios do trabalho de projeto); nas fichas de avaliação das fases do projeto; na apresentação em formato digital do trabalho de projeto; nas das gravações das apresentações e num questionário de avaliação das perceções dos alunos sobre a metodologia adotada.

Este estudo contempla as características referidas por Bogdan e Biklen (1994), uma vez que os participantes eram os alunos, os dados foram recolhidos pelo investigador em contexto escolar e os registos documentais produzidos pelos grupos foram também analisados pela investigadora e a sua interpretação constituiu um instrumento de análise.

Também foi estudada a adequabilidade/idade didática através do enfoque ontosemiótico, ou seja, usou-se esta ferramenta como indicador de que a metodologia trabalho de projeto contribuiu para uma melhor aprendizagem dos testes de hipóteses, pois a adequabilidade/idade didática fornece indicadores que servem de guia para análise e reflexão do professor de forma a melhorar processo de ensino e aprendizagem.

#### **Relatórios dos projetos, apresentação digital e gravação**

Para Lessard-Hébert (2005), os documentos escritos constituem uma fonte de dados, particularmente importantes por permitirem confirmar inferências sugeridas por outras fontes de dados. Neste estudo, em particular, foram analisados os relatórios dos projetos com o objetivo de perceber o grau de desempenho dos mesmos relativamente ao que foi pedido que fizessem, bem

como analisar aspetos referentes à linguagem, conceitos, procedimentos e argumentos mobilizados nas suas resoluções.

O relatório pedido aos grupos sobre o trabalho de projeto estava dividido em duas fases e tinham que obedecer a regras para a sua elaboração. O formato do relatório (Anexo 7) e as respetivas regras foram facultadas aos alunos, via email. Na primeira fase pedia-se que cada grupo enviasse uma proposta sobre o que pretendiam fazer com os dados recolhidos sobre o questionário “Redes Sociais”, isto é, os grupos deveriam apresentar os objetivos do seu trabalho já incluindo as variáveis que se propunham tratar e escolher quatro perguntas do questionário, de forma a poderem aplicar os testes de hipóteses. Foi dito aos alunos que eles deveriam realizar a parte de inferência estatística com o software R. Na fase seguinte, os alunos deveriam apresentar o relatório final em que constasse: Resumo; Introdução; Descrição da recolha de dados e dos dados; Bibliografia; Gráficos e tabelas e, no dia em que entregavam o relatório, os grupos fariam uma apresentação em formato digital do trabalho. Essa apresentação foi executada em PowerPoint (opção dos alunos) e os grupos deram autorização ao docente (investigador) para realizar a sua gravação. Esta apresentação teve a duração máxima de 10 minutos, a professora deixou os alunos apresentarem e só interveio colocando questões quando achou necessário dar algum esclarecimento fundamental. O objetivo principal destas apresentações foi o de observar a forma como os alunos apresentavam um trabalho deste género, uma vez que este tipo de situação era nova para eles, e, principalmente, a linguagem estatística usada por eles.

No que se refere à apresentação digital e às gravações das apresentações, estas serão usadas aquando da análise de dados, como carácter descritivo e reflexivo.

### **Ficha de Avaliação das Fases do Projeto**

Com o intuito de perceber as dificuldades que os alunos eventualmente teriam em cada uma das fases do projeto e, como iriam tentar superá-las elaborou-se uma ficha de autoavaliação “Ficha fases do projeto”.

As fichas de autoavaliação são um suplemento importante pois ajudam o investigador a acompanhar o desenvolvimento do projeto, a visualizar como é que o seu estudo vai avançando, e registam os acontecimentos relevantes que vão ocorrendo no decorrer do trabalho, bem como as ideias e dificuldades que vão surgindo. Estas fichas de autoavaliação eram entregues aos alunos em cada uma das etapas da realização do trabalho, tendo sido quatro as etapas: Objetivos/Questões de investigação; Descrição dos dados usados no estudo; Análise e tratamento

de dados; Conclusão e discussão. Cada uma das fichas de autoavaliação, em cada da etapa, era composta por várias questões:

- Um item de escolha múltipla, com quatro opções de resposta (1 – Discordo Totalmente, 2 – Discordo, 3 – Concordo e 4 – Concordo Totalmente), em que o grupo deveria assinalar apenas a opção com que mais se identificava;
- Três questões de resposta aberta, em que o grupo em cada questão teria que justificar a sua opinião relativamente às questões formuladas.

### **Questionário sobre as percepções dos alunos**

Com o objetivo de se obterem as percepções dos alunos sobre o trabalho de projeto realizado na UC de Matemática Computacional (MATCP) elaborou-se um questionário, mais especificamente no tema Testes de Hipóteses. Usou-se a técnica inquérito por questionário de opinião, permitindo desta forma recolher informações de vários sujeitos, num relativo curto espaço de tempo. Assim, foi usada uma escala de Likert, que é uma escala psicométrica das mais conhecidas e utilizada em investigações quantitativas, já que pretende registar o nível de concordância ou discordância com uma declaração dada. Além disso, as escalas e, em geral, os questionários, como é referido na bibliografia sobre métodos de investigação, apresentam como vantagem o facto de proporcionarem o anonimato, darem ao inquirido o tempo necessário para pensar antes de responder, poderem ser ministrados a muitas pessoas ao mesmo tempo, proporcionarem uma certa homogeneização no sentido em que cada inquirido responde exatamente à mesma pergunta, poderem ser administrados por terceiras pessoas sem perda de confiabilidade dos resultados e, geralmente, os dados obtidos facilitarem a sua análise e, mais do que no caso dos dados obtidos através de respostas orais (entrevistas) ou respostas abertas (e.g., Ghiglione & Matalon, 2001; Gall, Gall & Borg, 2003). Hoje em dia, com o avanço da tecnologia, também é possível elaborar e aplicar questionários online, enviando um link aos inquiridos, que foi o método utilizado neste estudo.

Gal e Shau (1997) defendem a inclusão nos questionários de questões abertas que permitam ao respondente a explicação do que está implícito nas suas respostas aos itens da escala de Likert, bem como eventualmente a descrição da intensidade e da frequência dessa resposta emocional e, ainda, da sua fonte ou causa. Usualmente são usados cinco níveis de respostas, apesar de que alguns pesquisadores preferem usar sete ou mesmo nove níveis. Neste questionário, tal como na “Ficha de avaliação fases do projeto”, optámos por quatro. Ao colocar

um quinto nível, que seria “Não concordo nem discordo”, ficaríamos sem saber realmente o que o aluno pensa sobre as questões propostas.

Apresentamos a seguir a forma como foi elaborado o questionário (Anexo 8). O questionário era composto por várias questões, cada uma delas constituída por dois itens:

- Um item de escolha múltipla, com quatro opções de resposta (1 – Discordo Totalmente, 2 – Discordo, 3 – Concordo e 4 – Concordo Totalmente), em que o aluno deveria assinalar apenas a opção com que mais se identificava;
- Um item de resposta aberta, em que o aluno deveria indicar as principais razões para a escolha da opção do item de escolha múltipla.

Foi garantida a utilização dos dados apenas para efeitos da investigação e sempre com a garantia da confidencialidade dos respondentes (Figura 15).



Figura 15. Introdução do questionário sobre o trabalho de projeto realizado.

No final do semestre foi enviado por email o *link* do questionário sobre o trabalho de projeto com o aviso de que os alunos disporiam de duas semanas para responder.

### 3.3.4. Métodos de análise de dados

Analisar os dados qualitativos significa trabalhar com todo o material recolhido na investigação, mais concretamente no estudo referente ao ensino dos testes de hipóteses. De

acordo com Bogdan e Biklen (2005), a análise dos dados é um processo de busca e organização sistemático de transcrições de entrevistas, notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objetivo de aumentar a própria compreensão desses mesmos materiais. Para estes autores, o termo “dados” refere-se aos materiais em bruto que os investigadores recolhem da investigação que estão a estudar; são os elementos que formam a base da análise.

A análise dos relatórios dos trabalhos de projeto foi realizada com base na segunda dimensão do modelo de Wild e Pfannkuch (1999), que trata dos tipos de pensamento estatístico aplicados num contexto estatístico, modelo esse que também é utilizado no trabalho de Pimenta (2006) para avaliar o raciocínio estatístico através do trabalho de projeto. Como este estudo tem como objetivo analisar o raciocínio estatístico através da metodologia trabalho de projeto, iremos então fazer a análise através do modelo mencionado anteriormente e que se baseia em cinco categorias para a determinação do pensamento estatístico: Reconhecimento da necessidade de dados; Transnumeração; Reconhecimento (perceção) da variação; Raciocínio com modelos estatísticos; Integração da estatística em contexto. Estas categorias encontram-se descritas no capítulo II. Além desta análise, também iremos fazer a análise de forma a verificar se os alunos seguiram as regras indicadas para a sua realização.

Para analisar a “Ficha de avaliação das fases do projeto” realizou-se uma análise de conteúdo, que teve como propósito identificar, em cada fase do projeto, os obstáculos com que os grupos se depararam para a sua realização. Portanto, elaborou-se uma análise do conteúdo das respostas/justificações dos grupos, levando à criação de categorias (Ghiglione & Matalon, 1995) para cada questão.

A análise realizada nas apresentações digitais e gravações foi a análise de conteúdo. Segundo Moraes (1999), a matéria-prima da análise de conteúdo pode constituir-se de qualquer material oriundo de comunicação verbal ou não-verbal, como cartas, cartazes, jornais, revistas, informações, livros, relatos autobiográficos, discos, gravações, entrevistas, diários pessoais, filmes, fotografias, vídeos, etc. Contudo, os dados advindos dessas diversificadas fontes chegam ao investigador em estado bruto, necessitando então ser processados para, dessa maneira, facilitar a compreensão, interpretação e inferência a que aspira a análise de conteúdo.

Nas apresentações digitais (em PowerPoint) foi realizada uma análise sobre a forma como os slides foram estruturados a nível de conteúdo, isto é:

- A informação está organizada de uma forma lógica e não confusa;
- Inclui apenas a informação mais importante;

- Apresenta gráficos e tabelas;
- Apresenta os testes de hipóteses para as questões escolhidas com as respectivas conclusões;
- Apresenta as resoluções usando a software R;
- apresenta conclusões finais.

No caso das gravações, essa análise foi feita através da forma como os alunos apresentaram oralmente o seu trabalho, ou seja:

- Se foram explícitos na forma como expuseram a sua apresentação;
- Na linguagem estatística utilizada;
- Se cumpriram o tempo estipulado para a apresentação (10 minutos).

Para as respostas fechadas do questionário sobre as percepções dos alunos foi usada a uma análise quantitativa. Como refere Richardson (1989), este método caracteriza-se pelo uso da quantificação desde a recolha de informações até à análise final por meio de técnicas estatísticas, independentemente da sua complexidade.

Nos itens abertos (justificações) do questionário utilizou-se a análise de conteúdo, uma vez que o objetivo é saber a opinião dos alunos relativamente à metodologia de trabalho de projeto. A análise de conteúdo permite obter a opinião dos alunos relativamente à aprendizagem dos TH com este tipo de metodologia e também se a utilização da tecnologia foi útil para a realização trabalho de projeto. Para Bardin (2004, p. 37), a análise de conteúdo é “um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens”. Para uma análise de conteúdo temática, Ghiglione e Matalon (2001) distinguem-na entre vertical ou horizontal, sendo vertical aquela que incide sobre cada elemento separadamente e a horizontal aquela em que se trata cada um dos temas (ou itens), salientando as várias formas em que estes surgem no material analisado. Nesta investigação optámos por uma análise de conteúdo horizontal na análise das justificações aos doze itens.

Resumindo, para este questionário apresentamos:

- Análise quantitativa das respostas às questões fechadas;
- Análise de conteúdo das justificações dos alunos aos itens abertos para cada questão de escola múltipla.

Como preconiza Foddy (1996), foi possível quantificar os diferentes tipos de resposta e compreender não só as diferentes opções mas também conhecer a prevalência das diversas

razões que as originaram, bem como aprofundar a informação obtida a partir da análise quantitativa das respostas às questões de escolha múltipla. Para tal. Construíram-se tabelas de frequência nas diferentes questões para cada item, enquanto resumos das respostas e justificações.

Nas análises de conteúdo referente ao relatório, à apresentação do projeto em PowerPoint e às gravações apresentaremos também tabelas com resumos para cada um dos critérios definidos para essas análises.

No capítulo II apresentam-se as distintas dimensões da idoneidade didática. Neste estudo iremos recorrer a alguns critérios ou indicadores dessas distintas dimensões para estudar o processo de ensino implementado., designadamente nas dimensões epistémica e cognitiva.

Ainda relativamente à experiência de ensino, vamos efetuar uma análise quantitativa das classificações obtidas pelos alunos no exame da UC, mais precisamente na parte relativa aos testes de hipóteses. Esta análise será feita comparando as classificações dos alunos que participaram na experiência de ensino (Turma A) com os outros alunos (Turma B), com o intuito de averiguar que forma de ensino contribuiu para a obtenção de melhores resultados nos conteúdos de testes de hipóteses.





## **CAPÍTULO IV**

### **DIFICULDADES DOS ALUNOS EM TESTES DE HIPÓTESES**

Neste capítulo apresenta-se análise dos resultados obtidos no questionário. Na primeira secção faz-se uma breve apresentação do estudo e dos seus participantes. A segunda secção dedica-se à análise detalhada das respostas dos alunos nos itens de escolha múltipla, apresentando tabelas de frequência para as respostas certas e erradas. Nesta secção, também fazemos a análise das justificações apresentadas pelos alunos para as opções escolhidas, que posteriormente são categorizadas e justificadas.

Na terceira secção realizamos uma análise semiótica de dois problemas de testes de hipóteses, tendo por referência o Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e do ensino da matemática. Nesta análise identificamos os conflitos matemáticos implícitos nas respostas dos alunos, assim como os objetos e processos matemáticos utilizados.

Em ambas as secções (segunda e terceira secção) iremos comparar os resultados obtidos em investigações prévias e terminaremos cada uma das secções com uma conclusão. Numa quarta secção apresentamos a classificação obtida pelos alunos no questionário.

O capítulo termina com uma síntese dos resultados obtidos no questionário.

#### **4.1. Análise das questões de escolha múltipla**

O questionário foi ministrado a 263 alunos da Licenciatura de Engenharia Informática que frequentavam a U.C. de MATCP no 2.º semestre no ano letivo 2012/13, do Instituto Superior de Engenharia do Porto, sendo 22 do sexo feminino e 201 do sexo masculino. Dos 263 alunos, 178 frequentavam pela primeira vez a UC, 26 pela segunda vez, 9 pela terceira e 10 tinham mais de três frequências à UC. A maioria dos alunos dizem que relativamente qual à preferência pelo tema TH que lhe é indiferente.

Nesta secção apresentamos as respostas para cada uma das questões, bem como as justificações dos alunos para cada questão de escolha múltipla. As repostas dadas pelos alunos foram agrupadas em repostas certas e repostas erradas, sendo também considerado um grupo para a ausência de resposta.

Relativamente às justificações apresentadas em cada pergunta foi efetuada uma análise qualitativa mediante o processo de comparação de respostas semelhantes entre si de forma a podermos chegar a uma categorização.

#### 4.1.1. Análise das respostas e justificações da questão 1

**Questão 1.** Qual das seguintes hipóteses não é uma hipótese nula?

a.  $\mu_x = 10$ .

b.  $\sigma = 3$ .

c.  $\bar{x} = 35$ .

d.  $\mu_1 = \mu_2$ .

Justifique a sua resposta.

Figura 19. Enunciado da questão 1

A questão 1 foi retirada de Vallecillos (1994) e avalia o estabelecimento/formulação de hipóteses. Pretendemos averiguar se o aluno confunde estimativa com parâmetro, erro assinalado por Schuyten (1991).

Tabela 6 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 1

Opções	Frequência (%)
a	18 (8,1%)
b	110 (49,3%)
<b>c</b>	<b>25 (11,2)%</b>
d	58 (26%)
Não resposta	12 (5,4%)
Total	223 (100)

Os resultados obtidos na Tabela 6 revelam a existência de uma percentagem significativamente baixa de respostas corretas (11,2%). De entre a grande percentagem de respostas erradas, destaca-se a opção b, com uma percentagem de 49,3%. Com base neste resultado podemos concluir que a maioria dos alunos responderam incorretamente à pergunta, não sabendo reconhecer que a hipótese nula é formulada para um parâmetro populacional. Vallecillos (1994) no seu estudo obteve uma percentagem de respostas corretas nesta questão superior (56%), mas a amostra utilizada era bastante superior, incluindo 436 alunos de vários anos e cursos distintos do presente estudo.

Na Tabela 7 apresentam-se as categorias encontradas através das justificações apresentadas pelos alunos na questão 1.

Tabela 7 – Frequências (percentagens) das justificações na questão 1

Justificação	Frequência (%)
Na hipótese nula estudam-se características populacionais e não da amostra	4 (1,8)
Só médias e proporções podem ser hipóteses nulas	20 (9,0)
O desvio padrão não é uma hipótese nula	33 (14,8)
As hipóteses têm que ser médias	7 (3,1)
As médias são iguais: $\mu_1 = \mu_2$	13 (5,8)
Justificações sem sentido	69 (30,9)
Não justificar	77 (34,5)

A análise da Tabela 7 permite observar que a categoria “Não justificar” é que apresenta a percentagem mais elevada de alunos (34,5%). A não justificação da opção selecionada levanta a hipótese da escolha ter sido feita ao acaso.

Também um grupo numeroso de alunos não conseguiu apresentar uma justificação que fizesse sentido (30,9%). Neste caso, os alunos justificam as suas opções dizendo, por exemplo: “por exclusão de partes”; “pois existe uma média para um determinado conjunto”; “todas as outras são nulas, pois a sua relevância é nula”; “fazer um teste da média bilateral”.

Salienta-se que os alunos utilizam as categorias “Só médias e proporções podem ser hipóteses nulas (9,0%)” e “As hipóteses têm que ser médias (3,1%)” para justificarem a escolha da opção  $\sigma = 3$ . Esta justificação pode dever-se ao fato de os alunos não terem entendido que a hipótese inicial não é formulada com os valores das estimativas. Ainda para esta opção, 14,8% dos alunos apresentam como justificação de não ser uma hipótese nula que “O desvio padrão não é uma hipótese nula”. Estes alunos, com esta resposta, não estão a justificar a opção escolhida, talvez porque não o sabem fazer ou para não deixarem em branco a justificação, fazem-no da forma mais fácil que é escrever algo que, neste contexto, não tem sentido.

Uma pequena percentagem de alunos (5,5%) utiliza a categoria “As médias são iguais:  $\mu_1 = \mu_2$ ” para justificar a opção “ $\mu_1 = \mu_2$ ”. Entre estes alunos, uns dizem que não é uma hipótese nula porque as médias são iguais ou justificam que as médias são iguais e ao subtrair  $\mu_1 - \mu_2$  o resultado dará zero, enquanto outros dizem que as médias são iguais e portanto é uma hipótese nula.

Finalmente, apenas 1,8% das justificações se incluem na categoria “Na hipótese nula estudam-se características populacionais e não da amostra” para justificar a resposta correta “ $\bar{x} = 35$ ”. Assim, podemos concluir que os alunos, em geral, não sabem que as hipóteses são formuladas com valores populacionais e não com valores de estimativas.

#### 4.1.2. Análise das respostas e justificações da questão 2

**Questão 2.** O candidato *A* a Presidente de Junta de Freguesia afirma que vai ser eleito com 60% dos votos. O outro candidato *B*, concorrente de *A*, deseja contestar esta afirmação, e decidiu, para isso, efetuar uma sondagem a 150 eleitores onde obteve 105 votos favoráveis à sua candidatura. Qual das seguintes hipóteses elegeria como hipótese nula?

- a.  $p_A = 0,7$  ( $105 / 150 = 0,7$ ).
- b.  $p_A = 0,6$ .
- c.  $p_A < 0,6$ .
- d.  $p_A > p_B$ .

Justifique a sua resposta.

Figura 20. Enunciado da questão 2.

A questão 2 foi elaborada pelo investigador, e pretende avaliar a aplicação de conceitos para resolução de um problema de estabelecimento da hipótese nula (estabelecer/formular), tendo em vista a realização de um teste de hipóteses, a partir de um enunciado escrito. Queremos também averiguar se os alunos têm ideia do que é uma hipótese nula e alternativa, e que são complementares.

Tabela 8 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 2

Opções	Frequência (%)
a	58 (26,9)
<b>b*</b>	<b>110 (49,3%)</b>
c	25 (11,2%)
d	26 (11,7%)
Não resposta	4 (1,8%)
Total	223 (100)

\*Resposta correta

A partir da Tabela 8 podemos observar que a opção mais frequente foi a b, que é a correta, com 49,3% de respostas. Embora a questão 1 mantenha semelhanças com a questão 2, neste caso os resultados foram bastante melhores, ou seja, só o facto da questão 2 ter um enunciado de um problema concreto já fez a diferença entre os resultados obtidos nas duas questões.

Na Tabela 9 apresentam-se as categorias encontradas a partir das justificações dadas pelos alunos na questão 2.

Tabela 9 – Frequências (percentagens) das justificações na questão 2

Justificação	Frequência (%)
A hipótese nula pretende avaliar a afirmação do presidente de freguesia. É sempre uma condição de igualdade	59 (26,5)
Existem duas hipóteses: a hipótese em que $P(A)=0,7$ ou a hipótese alternativa $P(A)<0,7$	11 (4,9)
O candidato A põe como hipótese ser eleito com 60% dos votos, sendo 0,7 a hipótese do candidato B, segundo a amostra	5 (2,2)
Só o $P_B$ é que poderia ser 0,7, pois os dados (105/150) foram obtidos na sondagem do candidato B	3 (1,3)
Nesta hipótese é que temos os dados amostrais	3 (1,3)
Uma vez que os dados representam a população, então é uma hipótese nula	2 (0,9)
Se o candidato A afirma que vai ser eleito com 60% dos votos, logo $H_0$ tem de ser $P_A > P_B$ pois para ser como o candidato A diz a hipótese tem de mostrar que ele tem mais probabilidade de ser eleito do que B	12 (5,4)
Se o candidato B pretende contestar a afirmação do candidato A, então, como são “adversários”, o candidato B pretende mostrar que o candidato A, na amostra considerada, irá obter uma percentagem de votos inferior a 60%, logo $P_A < 0,6$	7 (3,1)
Justificações sem sentido	59 (26,5)
Não justificar	62 (27,8)

A análise da Tabela 9 permite observar que as categorias “Outras respostas” (26,5%) e “Não justificar” (27,8%) tiveram uma percentagem elevada, o que nos leva a concluir que, destes alunos, uns não souberam justificar e outros apresentaram justificações que não fazem sentido. Esta constatação é bastante preocupante porque mostra que os alunos não compreenderam os testes de hipóteses. No caso das respostas sem sentido, os alunos apresentaram justificações como as seguintes: “A hipótese nula devia ser  $P_1 - P_2$ , logo  $P_1 = P_2$ ”; “ $P_B = 0,7$  e  $P_A = 0,3$ , então  $P_A < 0,6$ ”; “ $P_A = 0,7$  visto que  $P_B = 0,7$  (70%). Apenas 30% ( $P_A = 0,3$ ,  $P_A \neq 0,6$ ) comprovaria que o candidato A estaria a falsificar as votações, não obtendo os dados apresentados,  $P_A > P_B$ , para vencer a eleições”.

Ainda se salienta a percentagem de alunos que justifica corretamente a questão (27,4%). Estes alunos conseguiram interpretar corretamente o enunciado da questão escolhendo a opção correta e justificando que a hipótese nula é aquela que se pretende avaliar, que é sempre uma igualdade, que os dados representam a população e que é o valor que está a ser contestado. Nesta situação o que se pretendia era confirmar se o candidato A a presidente da junta de freguesia seria eleito com 60% dos votos.

Um outro grupo de alunos justifica que “Se o candidato A afirma que vai ser eleito com 60% dos votos, logo  $H_0$  tem de ser  $P_A > P_B$  pois para ser como o candidato A diz a hipótese tem de mostrar que ele tem mais probabilidade de ser eleito do que B (5,4%)”. Este grupo de alunos não soube interpretar o enunciado da questão e também não sabe que a hipótese nula é apresentada como uma igualdade.

Um outro grupo de alunos (3,1%), tal como o anterior, comete o mesmo tipo de erro. Esses alunos foram aqueles que apresentaram a justificação “Se o candidato B pretende contestar a afirmação do candidato A, então, como são ‘adversários’, o candidato B pretende mostrar que o candidato A, na amostra considerada, irá obter uma percentagem de votos inferior a 60%, logo  $P_A < 0,6$ ”.

Finalmente, uma percentagem relativamente pequena (4,9%), apesar de ter escolhido a hipótese nula na forma de igualdade, não interpreta corretamente o enunciado porque justifica a escolha, como por exemplo: “O candidato A põe como hipótese ser eleito com 60% dos votos, sendo 0,7 a hipótese do candidato B, segundo a amostra. Nesta hipótese é que temos os dados amostrais e só o  $P_B$  é que poderia ser 0,7, pois os dados (105/150) foram obtidos na sondagem do candidato B”.

#### 4.1.3. Análise das respostas e justificações da questão 3

**Questão 3.** Num teste de hipóteses, quando rejeitamos  $H_0$ , sendo  $H_0$  falsa,

- Comete-se um Erro tipo I.
- Comete-se um Erro tipo II.
- Comete-se um Erro tipo I e um Erro tipo II.
- Tomou-se a decisão correta.

Justifique a sua resposta.

Figura 21. Enunciado da questão 3.

A questão 3 foi elaborada pelo investigador, e teve como finalidade estudar a interpretação do Erro tipo I, que ocorre quando se rejeita a hipótese nula, e também a discriminação com o Erro tipo II. Esta questão foi incluída para comprovar se os alunos confundem estes dois tipos de erro.

Tabela 10 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 3

Opções	Frequência (%)
a	8 (3,6%)
b	21 (9,4%)
c	22 (9,9%)
<b>d*</b>	<b>166 (74,4%)</b>
Não resposta	6 (2,7%)
Total	223 (100)

\*Resposta correta

Na Tabela 10 podemos verificar que a opção mais frequente foi a d, que é a resposta correta, com 74,4% de respostas, o que mostra que os alunos foram capazes de interpretar os conceitos envolvidos. Destaca-se também a percentagem de alunos (9,9%) que não percebeu o conceito de Erros tipo I e II uma vez que afirmam que num teste de hipóteses é possível obter os dois tipos de erro quando rejeitamos a hipótese nula, sendo ela falsa.

Na Tabela 11 as categorias encontradas a partir das justificações dadas pelos alunos na questão 3.

Tabela 11 – Frequências (percentagens) das justificações na questão 3

Justificação	Frequência (%)
Se $H_0$ é falsa deve ser rejeitada e assim não se está a cometer qualquer erro	81 (36,3)
Erro tipo I: rejeitamos $H_0$ sendo $H_0$ verdadeira; Erro tipo II: não rejeitamos $H_0$ sendo $H_0$ falsa	34 (15,2)
Potência do teste	22 (9,9)
$H_0$ é a hipótese a ser rejeitada. Ao calcular o intervalo de rejeição e se $H_0$ está no intervalo, devemos então rejeitar $H_0$	8 (3,6)
Erro tipo II é obtido não rejeitando $H_0$ sendo $H_0$ falsa	7 (3,1)
Justificações sem sentido	14 (6,3)
Não justificar	57 (25,6)

Através Tabela 11 observa-se que a justificação mais frequente é a da categoria “Se  $H_0$  é falsa deve ser rejeitada e assim não se está a cometer qualquer erro” (36,3%). Estes alunos souberam interpretar corretamente a questão, podendo-se concluir que perceberam que ao rejeitar a hipótese nula, sendo ela falsa, estavam a tomar a decisão correta e não cometiam nenhum erro.

Salienta-se, de seguida, a percentagem de alunos que apresenta como justificação as definições dos Erros tipo I e II (15,2%). Destaca-se que, dos 34 alunos que a referiram, 23 deles

usaram esta justificação para a escolha da opção d (correta) e 11 para justificar a escolha da opção c, que afirma a ocorrência simultânea dos Erros tipo I e tipo II.

Um grupo considerável de alunos (9,9%) usou a “potência do teste” para justificar a opção escolhida, dos quais 16 alunos usaram-na para justificar a opção correta, apresentando apenas como justificação a fórmula, e quatro para justificar a opção b, que se refere à ocorrência de um Erro tipo II. Estes quatro alunos não responderam adequadamente à questão, talvez por não terem entendido o conceito de potência do teste.

Um outro grupo de alunos (3,6%), embora selecionando a opção correta (opção d), justificou a escolha dizendo que se rejeitamos a hipótese nula é porque ela se encontra no intervalo de rejeição, ou seja, estes alunos justificaram a sua opção pensando que, quando estão perante um teste de hipóteses, têm sempre que definir a região crítica e a partir daí tirar as devidas conclusões.

Uma percentagem menor de alunos (3,1%) usou como justificação para a escolha da opção b (Comete-se um Erro tipo II): “Erro tipo II é obtido não rejeitando  $H_0$  sendo  $H_0$  falsa”. A análise das justificações destes alunos sugere uma interpretação errada do enunciado porque aí se afirmava que rejeitávamos a hipótese nula sendo ela falsa, e eles interpretaram o contrário, ou seja, aceitar a hipótese nula sendo ela falsa, uma vez que justificaram a sua opção com a definição do Erro tipo II.

Nesta questão temos ainda uma percentagem, agora menor (6,3%), de justificações sem sentido, em que os alunos apresentaram justificações do tipo: “pois se a hipótese nula é falsa, temos que testá-la”; por exclusão de partes, colocam apenas como justificação a região de rejeição; colocam na justificação Erro tipo I e tipo II, etc.

Por fim, destacamos a considerável percentagem de alunos (25,6%) que não apresentou qualquer justificação, o que pode dever-se a dificuldades dos alunos em exprimirem-se por escrito.

#### 4.1.4. Análise das respostas e justificações da questão 4

**Questão 4.** A estação de rádio FMP quer estimar o tempo médio que uma família dedica diariamente a ouvir esta estação. Para tal, selecionou-se uma amostra aleatória de 81 famílias, tendo sido calculadas uma média diária de audição de 2,4 horas com um desvio-padrão de 0,7 horas. Suponha que o diretor comercial da FMP tinha decidido o fecho da estação se a média diária de audiências fosse inferior a 2,5 horas. Que teste usaria para responder a esta questão?

- Teste Bilateral para a média da população.
- Teste Unilateral à esquerda para a diferença das médias das populações.
- Teste Unilateral à direita para a média da população.
- Teste Unilateral à esquerda para a média da população.

Justifique a sua resposta.

Figura 22. Enunciado da questão 4.



A questão 4 foi elaborada pelo investigador, com a finalidade de identificação do teste de hipóteses apropriado perante a apresentação de um problema real. Pretende-se averiguar se os alunos são capazes de identificar se estão perante um teste bilateral ou unilateral e qual o parâmetro a testar.

Tabela 12 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 4

Opções	Frequência (%)
a	14 (6,3%)
b	18 (8,1%)
c	41 (18,4%)
<b>d*</b>	<b>146 (65,5%)</b>
Não resposta	4 (1,8%)
Total	223 (100)

\*Resposta correta

Com base na Tabela 12 podemos verificar que a opção mais frequente foi a d, que é a resposta correta, com 65,5% de respostas, o que mostra que mais de metade dos alunos parece compreender esta propriedade. Destaca-se ainda a baixa percentagem de alunos (1,8%) que não respondeu a esta questão.

Tabela 13 – Frequências (percentagens) das justificações da questão 4

Justificação	Frequência (%)
O que interessa saber ao diretor comercial é se a média é menor que 2,5, logo o teste tem que ser unilateral à esquerda, com as hipóteses: $H_0 : \mu = 2,5$ e $H_1 : \mu < 2,5$	60 (26,9)
Como $2,4 < 2,5$ , a média amostral é inferior, logo é um teste unilateral à esquerda	22 (9,9)
Teste unilateral à esquerda: $H_0 : \mu = 2,5$ e $H_1 : \mu < 2,5$	11 (4,9)
Como a média é inferior a 2,5, logo é um teste unilateral à esquerda. A formulação das hipóteses seria: $H_0 : \mu = 2,5$ e $H_1 : \mu < 2,5$	4 (1,8)
O diretor comercial quer fechar a estação se a média de audiências é inferior a 2,5 horas. Fazemos um teste unilateral à direita: $H_0 : \mu = 2,5$ e $H_1 : \mu > 2,5$	5 (2,2)
É o teste unilateral à direita pois $\mu < \bar{x}$ ; $H_0 : \mu = 2,4$ e $H_1 : \mu > 2,4$	5 (2,2)
Para não fechar, temos de contestar a média 2,4. Ela tem de ser superior para não fechar	5 (2,2)
Quer-se que a hipótese de a média amostral seja superior (2,5) à média da população (2,4)	4 (1,8)
Justificações sem sentido	50 (22,4)
Não justificar	57 (25,6)
Total	223 (100)

Na Tabela 13 apresentam-se as categorias encontradas a partir das justificações apresentadas pelos alunos na questão 4.

Podemos observar pela análise da Tabela 13 que a resposta mais frequente (26,9%) é a da categoria “O que interessa saber ao diretor comercial é se a média é menor que 2,5, logo o teste tem que ser unilateral à esquerda, com as hipóteses:  $H_0: \mu = 2,5$  e  $H_1: \mu < 2,5$ ”. Assim, pode afirmar-se que os alunos foram capazes de compreender corretamente o enunciado da questão percebendo que estavam perante um teste de hipóteses unilateral à esquerda e, a partir dessa escolha, conseguiram apresentar uma justificação correta. Com uma percentagem um pouco inferior, verificou-se que 25,6% dos alunos não justificaram a sua opção escolhida.

Na categoria “Justificações sem sentido” obteve-se também uma percentagem elevada de justificações (22,4%). Nesta categoria agrupámos todas as respostas que não tinham uma justificação credível, de que são exemplo as seguintes respostas: “o cálculo da estatística de teste,  $\mu < 2,5$  h;  $RC_z = ]-\infty, -z_c]$ ”; “apenas existe um segundo desvio padrão para ser a diferença”; “ $]-\infty, -z_c]$  verificar se o resultado da estatística não pertence ao intervalo”; “resolver o teste de hipóteses”;  $H_1: p < 2,5$ , logo significa e desenha a região crítica, como o diretor tem como base 2,5 e a média é 2,4, vamos ter que efetuar um teste unilateral à direita, estamos a comparar duas médias, logo o teste tem que ser feito às duas”; etc. Alguns dos alunos inseridos nesta categoria mostraram não ser capazes de interpretar corretamente o enunciado da questão, não souberam identificar que estavam perante um teste de hipóteses unilateral à esquerda e não souberam reconhecer o valor hipotético do parâmetro, enquanto outros escolheram a opção correta mas deram justificações que não iam ao encontro da opção escolhida. Nesta categoria foram também incluídas todas as justificações que não se enquadravam em nenhuma das categorias anteriores.

Um outro grupo de alunos (9,9%) apresentou como justificação que a média amostral é inferior à populacional e, portanto, isso leva à escolha do teste unilateral à esquerda. Embora estes alunos tenham escolhido o teste correto, não compreenderam muito bem o conceito de teste de hipóteses. Tal fica a dever-se ao fato de não terem sabido justificar que a escolha do teste tinha a ver com decisão do diretor comercial fechar a estação caso a média diária das audiências fosse inferior a duas horas e meia.

Uma pequena percentagem de alunos (4,9%) usou a formulação das hipóteses para justificar a sua opção. Estes alunos formularam as hipóteses corretamente mas não justificaram essa formulação, donde podemos aventar a hipótese de que julgavam que tal bastava como justificação.

Uma percentagem relativamente pequena de alunos (1,8%) achou que justificação correta para a escolha do teste unilateral à esquerda seria “Como a média é inferior a 2,5, logo é um teste unilateral à esquerda. A formulação das hipóteses seria:  $H_0 : \mu = 2,4h$  e  $H_1 : \mu < 2,5h$ ”. A primeira parte da justificação está correta, mas quando formulam as hipóteses mostram que não compreenderam o conceito de teste de hipóteses, bem como não souberam reconhecer que o valor do parâmetro populacional é o único que faz sentido usar na formulação das duas hipóteses.

Um pequeno grupo de alunos (2,2%) justificou a sua opção da seguinte forma “O diretor comercial quer fechar a estação se a média de audiências é inferior a 2,5 h. Fazemos um teste unilateral à direita  $H_0 : \mu = 2,5$  e  $H_1 : \mu > 2,5$ ”. Estes alunos entenderam que tinham que escolher um teste unilateral à direita para contrariar o que o diretor comercial afirmou, revelando, assim, não terem interpretado corretamente o enunciado da questão.

Por fim, outro grupo de alunos (6,2%) apresentou justificações das seguintes categorias: “É o teste unilateral à direita pois  $\mu < \bar{x}$ ;  $H_0 : \mu = 2,4h$  e  $H_1 : \mu > 2,4h$ ”; “Quer-se que a hipótese de a média amostral seja superior (2,5) à média da população (2,4)” e “Para não fechar temos de contestar a média 2,4. Ela tem de ser superior para não fechar” para justificar a escolha da opção “teste unilateral à direita”. Estes alunos, além de não terem escolhido a opção correta, não atenderam a que a formulação de um teste de hipóteses é feita com o valor do parâmetro populacional e não com a estimativa da média amostral. Podemos então concluir que eles, além de fazerem uma interpretação incorreta do enunciado da questão, também não entenderam os conceitos do tema de teste de hipóteses implicados.

#### 4.1.5. Análise das respostas e justificações da questão 5

**Questão 5.** Afirmar que o nível de significância  $\alpha$  é 5%, significa que:

- Se a hipótese nula é verdadeira, a probabilidade de a rejeitar é igual a 0,05.
- Se a hipótese nula é falsa, a probabilidade de a aceitar é 0,05.
- Há uma probabilidade de 0,05 do resultado ser correto.
- Se a hipótese nula for rejeitada, a probabilidade de erro é de 5%.

Justifique a sua resposta.

Figura 23. Enunciado da questão 5.

A questão 5 foi adaptada de uma outra questão elaborada por Vallecillos (1996), e refere-se à interpretação do nível de significância de um teste de hipóteses como a probabilidade de rejeitar a hipótese nula no caso de ser certa. Estudamos aqui a probabilidade do Erro tipo I e a possibilidade de confusão com o Erro tipo II.

Tabela 14 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 5

Opções	Frequência (%)
<b>a*</b>	<b>84 (37,7%)</b>
b	15 (6,7%)
c	21 (9,4%)
d	92 (41,3%)
Não resposta	12 (5,4%)
Total	223 (100)

\*Resposta correta

Da Tabela 14 observamos que a opção mais frequente foi a d, que é uma resposta incorreta, com 41,3% de respostas, o que nos leva a admitir que os alunos confundiram as probabilidades condicionadas:  $P(\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ certa})$  e  $P(H_0 \text{ certa} | \text{rejeitar } H_0)$ .

Seguidamente, com uma percentagem de respostas um pouco inferior (37,7%), os alunos selecionaram a opção a, que é a resposta correta. Estes alunos mostraram perceber e saber fazer uma interpretação correta do nível de significância de um teste. Tanto neste estudo como no de Vallecillos (1996) a opção com mais respostas foi a incorreta: “Se a hipótese nula for rejeitada, a probabilidade de erro é de 5%”.

Na Tabela 15, que se segue, apresentam-se as categorias encontradas a partir das justificações dadas pelos alunos na questão 5.

Tabela 15 – Frequências (percentagens) das justificações da questão 5

Justificação	Frequência (%)
O nível de significância é por definição a probabilidade de rejeitar a hipótese nula sendo esta verdadeira, ou seja, $\alpha = P(\text{erro tipo I}) = P(\text{rejeitar } H_0   H_0 \text{ verdadeira})$	48 (21,5)
Se for rejeitada a hipótese nula e se existe erro, ele será igual à significância ( $\alpha = 0,05$ )	17 (7,6)
O nível de significância é a probabilidade que temos de errar uma rejeição da hipótese nula (rejeitar $H_0$ quando ela é verdadeira)	5 (2,2)
O nível de significância constitui a probabilidade de erro acerca de um teste de hipóteses, tendo por isso uma probabilidade de 0,95 de estar correto	4 (1,8)
Com uma significância de 5%, se $H_0$ é verdadeira, a probabilidade de aceitar $H_0$ é de 95% e a probabilidade de rejeitar é de 5%	4 (1,8)
Justificações sem sentido	42 (18,8)
Não justificar	103 (46,2)
Total	223 (100)

Na Tabela 15 pode observar-se que a categoria que apresenta a percentagem mais elevada é a categoria “Não justificar” (46,2%). Estes alunos não apresentaram qualquer resposta, o que pode dever-se ao fato de terem escolhido a respetiva opção ao acaso.

Seguiu-se a percentagem de alunos (21,5%) que escolheu a categoria “O nível de significância é por definição a probabilidade de rejeitar a hipótese nula sendo esta verdadeira ( $\alpha = P(\text{erro tipo I}) = P(\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ verdadeira})$ )”. Dos 48 alunos incluídos nesta categoria, sete usaram esta justificação para a escolha da opção “Se a hipótese nula for rejeitada, a probabilidade de erro é de 5%”, e os restantes usaram-na para a escolha da opção correta (“Se a hipótese nula é verdadeira, a probabilidade de a rejeitar é igual a 0,05”). Em geral, uma vez que estas duas hipóteses são muito parecidas, podemos concluir que os alunos que apresentaram esta justificação souberam interpretar a questão e perceberam o conceito de nível de significância.

A categoria “Se for rejeitada a hipótese nula e se existe erro, ele será igual à significância ( $\alpha = 0,05$ )” foi a justificação escolhida por 7,6% dos alunos para a opção “Se a hipótese nula for rejeitada, a probabilidade de erro é de 5%”. Estes alunos apresentam uma justificação quase igual à própria opção, ou seja, eles não foram capazes de explicar por outras palavras a sua escolha.

Uma percentagem razoável de alunos (18,8%) apresentou justificações para as suas opções que não faziam sentido enquanto resposta à questão efetuada, sendo exemplo disso as seguintes justificações: “ $1 - \frac{\alpha}{2} = 97,5\%$  de aceitar a hipótese nula”; “o nível de significância é de 5%, o intervalo de confiança é de 95%”; “ $\alpha = 5\% \Leftrightarrow \alpha = 0,05, \log o Z_c = 1,645$ ”; “se o valor de prova for menor a 0,05, não existe significância”; etc. Estes alunos mostram que não perceberam o conceito nível de significância, uma vez que confundiram muitos conceitos nas suas justificações. Nesta categoria foram também agrupadas as respostas que não enquadravam em nenhuma das categorias anteriores.

Finalmente, uma pequena percentagem de alunos (5,8%) incluiu-se nas categorias: “O nível de significância é a probabilidade que temos de errar uma rejeição da hipótese nula (rejeitar  $H_0$  quando ela é verdadeira) ”; “O nível de significância constitui a probabilidade de erro acerca de um teste de hipóteses, tendo por isso uma probabilidade de 0,95 de estar correto”; “Com uma significância de 5%, se  $H_0$  é verdadeira, a probabilidade de aceitar  $H_0$  é de 95% e a probabilidade de rejeitar é de 5%”. Estas categorias foram usadas pelos alunos como justificação quer para a opção “Se a hipótese nula for rejeitada, a probabilidade de erro é de 5%”, quer para a opção “Se a hipótese nula é verdadeira, a probabilidade de a rejeitar é igual a 0,05”. Daqui podemos ver que

existe uma confusão de conceitos presentes nestas justificações, o que nos leva a crer que estes alunos não conseguiram perceber o conceito de teste de hipóteses.

#### 4.1.6. Análise das respostas e justificações da questão 6

**Questão 6.** Consideremos os Testes 1 e 2 e as respetivas hipóteses apresentadas no quadro seguinte:

Teste 1	Teste 2
$H_0 : \mu = 75$	$H_0 : \mu = 75$
$H_1 : \mu > 75$	$H_1 : \mu < 75$

Numa grande amostra, selecionada aleatoriamente para uma variável que na população é normalmente distribuída e da qual se conhece a variância, sabe-se que  $z_0 = 1,89$  e  $z_c = 1,645$  ao nível de significância de 5%. Nestas condições podemos:

- Não rejeitar  $H_0 : \mu = 75$  no Teste 1, ou seja, o Teste 1 não é significativo.
- Não rejeitar  $H_1 : \mu > 75$  no Teste 1, ou seja, o Teste 1 é significativo.
- Não rejeitar  $H_0 : \mu = 75$  no Teste 2, ou seja, o Teste 2 não é significativo.
- Não rejeitar  $H_1 : \mu < 75$  no Teste 2, ou seja, o Teste 2 é significativo.

Justifique a sua resposta.

Figura 24. Enunciado da questão 6.

A questão foi elaborada pelo investigador tendo em vista avaliar a lógica/interpretação de um teste de hipóteses. Estabelecidas as hipóteses relativas à média de uma população e o nível de significância para dois testes de hipóteses, dado o valor da estatística de teste a usar, pede-se para tomar uma decisão perante os dados apresentados. Na Tabela 16 apresentam-se as frequências e as percentagens de cada uma das opções desta questão.

Tabela 16 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 6

Opções	Frequência (%)
a	26 (11,7%)
<b>b*</b>	<b>73 (32,7%)</b>
c	59 (26,5%)
d	38 (17,0%)
Não resposta	27 (12,1%)
Total	223 (100)

\*Resposta correta

Da Tabela 16 observamos que a opção mais frequente é a b, que é a resposta correta, com 32,7% de respostas, donde podemos dizer que estes alunos mostraram perceber a lógica e o processo de aplicação de um teste de hipóteses. Os restantes alunos mostraram confusão entre regiões de aceitação/rejeição para as hipóteses nula/alternativa.

Apresentam-se na Tabela 17 as categorias encontradas a partir das justificações dadas pelos alunos para na questão 6.

Tabela 17 – Frequências (percentagens) das justificações da questão 6

Justificação	Frequência (%)				
Como no Teste1 $z_0 \in RC_z$ , então não podemos rejeitar $H_1$ . Logo o resultado é significativo	22 (9,9)				
Teste 2: $z_c = 1,645 \Rightarrow RC_z = ]-\infty, 1,645]$ . Como $z_0 \in RC_z$ , o Teste 2 não é significativo	16 (7,2)				
<table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th>Teste1</th> <th>Teste2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> <math>H_0 : \mu = 75</math>  <math>H_1 : \mu &gt; 75</math>  <math>z_0 = 1,89; RC_z = [1,645; +\infty[</math>  Como <math>z_0 \in RC_z</math>, Re j. <math>H_0</math> </td> <td> <math>H_0 : \mu = 75</math>  <math>H_1 : \mu &lt; 75</math>  <math>z_0 = 1,89; RC_z = ]-\infty; 1,645]</math>  Como <math>z_0 \notin RC_z</math>, Não Re j. <math>H_0</math> </td> </tr> </tbody> </table>	Teste1	Teste2	$H_0 : \mu = 75$ $H_1 : \mu > 75$ $z_0 = 1,89; RC_z = [1,645; +\infty[$ Como $z_0 \in RC_z$ , Re j. $H_0$	$H_0 : \mu = 75$ $H_1 : \mu < 75$ $z_0 = 1,89; RC_z = ]-\infty; 1,645]$ Como $z_0 \notin RC_z$ , Não Re j. $H_0$	18 (8,1)
Teste1	Teste2				
$H_0 : \mu = 75$ $H_1 : \mu > 75$ $z_0 = 1,89; RC_z = [1,645; +\infty[$ Como $z_0 \in RC_z$ , Re j. $H_0$	$H_0 : \mu = 75$ $H_1 : \mu < 75$ $z_0 = 1,89; RC_z = ]-\infty; 1,645]$ Como $z_0 \notin RC_z$ , Não Re j. $H_0$				
<table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th>Teste1</th> <th>Teste2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> <math>RC_z = [1,645; +\infty[</math>  <math>z_0 \in RC_z \Rightarrow</math> Re j. <math>H_0</math> </td> <td> <math>RC_z = ]-\infty; 1,645]</math>  <math>z_0 \notin RC_z \Rightarrow</math> Não Re j. <math>H_0</math> </td> </tr> </tbody> </table>	Teste1	Teste2	$RC_z = [1,645; +\infty[$ $z_0 \in RC_z \Rightarrow$ Re j. $H_0$	$RC_z = ]-\infty; 1,645]$ $z_0 \notin RC_z \Rightarrow$ Não Re j. $H_0$	13 (5,8)
Teste1	Teste2				
$RC_z = [1,645; +\infty[$ $z_0 \in RC_z \Rightarrow$ Re j. $H_0$	$RC_z = ]-\infty; 1,645]$ $z_0 \notin RC_z \Rightarrow$ Não Re j. $H_0$				
Como $z_0 > z_c$ , então não rejeitamos $H_0$ ao nível de significância de 5% no Teste1	9 (4,0)				
<table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th>Teste1</th> <th>Teste2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> <math>RC_z = [1,645; +\infty[</math>  <math>Z_0 \in RC_{z_0}</math> </td> <td> <math>RC_z = ]-\infty; 1,645]</math>  <math>Z_0 \notin RC_z</math> </td> </tr> </tbody> </table>	Teste1	Teste2	$RC_z = [1,645; +\infty[$ $Z_0 \in RC_{z_0}$	$RC_z = ]-\infty; 1,645]$ $Z_0 \notin RC_z$	9 (4,0)
Teste1	Teste2				
$RC_z = [1,645; +\infty[$ $Z_0 \in RC_{z_0}$	$RC_z = ]-\infty; 1,645]$ $Z_0 \notin RC_z$				
Não Rejeitar $H_1 : \mu < 75$ no Teste 2, logo é significativo	8 (3,6)				
<table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th>Teste1</th> <th>Teste2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td> <math>RC_z = [1,645; +\infty[</math>  <math>Z_0 = 1,89</math> </td> <td> <math>RC_z = ]-\infty; 1,645]</math>  <math>Z_0 = 1,89</math> </td> </tr> </tbody> </table>	Teste1	Teste2	$RC_z = [1,645; +\infty[$ $Z_0 = 1,89$	$RC_z = ]-\infty; 1,645]$ $Z_0 = 1,89$	7 (3,1)
Teste1	Teste2				
$RC_z = [1,645; +\infty[$ $Z_0 = 1,89$	$RC_z = ]-\infty; 1,645]$ $Z_0 = 1,89$				
$\alpha = 5\% \Rightarrow z_c = 1,645; RC_z = [1,645; +\infty[; z_0 = 1,89$ . Como $z_0 \in RC_z$ , não se rejeita $H_0$ , ou seja, ao nível de 5% o teste é significativo					
Justificações sem sentido	29 (13,0)				
Não justificar	92 (41,3)				
Total	223 (100)				

Observamos pela Tabela 17 que a resposta mais frequente, de entre os alunos que apresentaram uma justificação, foi a da categoria “Justificações sem sentido” (13%). Estes alunos

não foram capazes de interpretar corretamente o enunciado da questão e a partir dele dar uma justificção correta para a sua escolha, mostrando que alunos têm dificuldade em compreender e aplicar um teste de hipóteses. Nesta categoria também foram agrupadas as respostas que não se enquadravam em nenhuma das categorias anteriores.

Note-se que apenas uma pequena percentagem de alunos (9,9%) justifica convenientemente a sua escolha relativamente à opção correta para esta questão: “Não rejeitar  $H_1 : \mu > 75$  no Teste 1, ou seja, o Teste 1 é significativo”.

Outro grupo de alunos (5,8%) justificou a escolha da opção correta mostrando a região crítica e a decisão que deviam tomar para cada um dos testes referidos na questão. Esta justificção também foi usada por alguns alunos como justificção da escolha da opção: “Não rejeitar  $H_0 : \mu = 75$  no Teste 2, ou seja, o Teste 2 não é significativo”. Com a justificção escolhida por estes últimos alunos não ficamos a saber o motivo da sua escolha uma vez que se limitaram a definir as regiões críticas e a tomada de decisão para cada um dos testes.

Um outro grupo de alunos (3,1%), decidiu justificar a opção correta, recorrendo à categoria “ $\alpha = 5\% \Rightarrow z_c = 1,645; RC_z = [1,645; +\infty[; z_0 = 1,89$ . Como  $z_0 \in RC_z$ , não se rejeita  $H_0$ , ou seja, ao nível de 5% o teste é significativo”. Estes alunos apresentam uma justificção considerada correta porque, apesar de não falarem de “Não rejeitar  $H_1 : \mu > 75$  no Teste 1, ou seja, o Teste 1 é significativo”, entenderam que o Teste 1 era significativo.

Foi reduzida a percentagem de alunos (3,6%) que justificou a sua opção apenas com a indicação do valor da estatística de teste e da região crítica para os dois testes (Teste 1 e Teste 2). Este tipo de justificção foi usado por alguns alunos para as várias opções passíveis de escolha na questão proposta. Através desta justificção percebemos que os alunos não compreenderam a questão e, além disso, também não souberam distinguir um teste unilateral à direita de um teste unilateral à esquerda uma vez que no Teste 2 o intervalo usado para representar a região crítica tem como valor de  $z_c = 1,645$  e não  $z_c = -1,645$ .

Um outro grupo de alunos (8,1%) justificou a escolha das opções: “Não rejeitar  $H_1 : \mu > 75$  no Teste 1, ou seja, o Teste 1 é significativo” e “Não rejeitar  $H_0 : \mu = 75$  no Teste 2, ou seja, o Teste 2 não é significativo” apresentando a formulação das hipóteses, a região crítica, a estatística de teste e a tomada de decisão para cada um dos testes apresentados na questão. Apesar disso, este tipo de argumentação não justifica a opção escolhida porque os alunos acabam por não tirar qualquer conclusão para a opção por eles escolhida.



Um outro grupo de alunos (7,2%) usou a categoria “Teste 2:  $z_c = 1,645 \Rightarrow RC_z = ]-\infty, 1,645]$  . Como  $z_0 \in RC_z$ , o Teste 2 não é significativo” como justificação da opção “Não rejeitar  $H_0 : \mu = 75$  no Teste 2, ou seja, o Teste 2 não é significativo”. Estes alunos não souberam interpretar a questão e através da sua justificação mostram que saber determinar a região crítica, já que, em vez de usarem  $z_c = -1,645$ , usam  $z_c = 1,645$ . Em resumo, os alunos não distinguiram entre quando se trata de um teste unilateral à direita ou à esquerda.

A categoria “Como  $z_0 > z_c$ , então não rejeitamos  $H_0$  ao nível de significância de 5% no Teste 1” foi usada por 4% dos alunos para justificar a opção “Não rejeitar  $H_0 : \mu = 75$  no Teste 1, ou seja, o Teste 1 não é significativo”. Neste caso, os alunos que apresentaram esta justificação mostraram que, apesar de dizerem que  $z_0 > z_c$ , não souberam tomar a decisão correta e nem o que significa ser um teste significativo ou não significativo.

Outro grupo de alunos (4%) justifica a escolha da opção “Não rejeitar  $H_1 : \mu < 75$  no Teste 2, ou seja, o Teste 2 é significativo”, indicando corretamente a região crítica, o valor da estatística de teste e a tomada de decisão para o Teste 1, mas para o Teste 2 indicam incorretamente a região de rejeição o que depois leva a uma tomada de decisão incorreta.

Finalmente, uma percentagem elevada de alunos (41,3%) não apresentou qualquer justificação para a opção escolhida, o que leva a admitir que estes alunos não souberam como argumentar a escolha da sua opção ou, eventualmente, escolheram a opção ao acaso e, por isso, não souberam como a justificar.

#### 4.1.7. Análise das respostas e justificações da questão 7

**Questão 7.** Suponha que leu a seguinte afirmação numa publicação científica: “Verificou-se uma diferença significativa (valor de prova  $p < 0,05$ ) entre as despesas médias dos alunos do ISEP e os da FEUP durante a semana académica”. Este resultado significa que:

- Os alunos do ISEP tendem, em média, a gastar mais do que os alunos da FEUP.
- Os alunos do ISEP tendem, em média, a gastar menos do que os alunos da FEUP.
- Com uma confiança de 95%, é possível afirmar que existe uma diferença entre os gastos médios.
- Caso a despesa média dos alunos do ISEP seja igual à dos alunos da FEUP, então existe uma probabilidade menor ou igual a 5% de se obter uma diferença apenas devida ao acaso.

Justifique a sua resposta.

Figura 25. Enunciado da questão 7.

A questão foi adaptada de outra elaborada por Miguel (2010), e tem por objetivo avaliar a interpretação do valor de prova. Dada uma afirmação numa publicação científica com dados

concretos, pergunta-se que significado se pode tirar desses resultados, pretendendo-se com esta questão conhecer até que ponto os alunos compreendem o que significa o valor de prova.

Tabela 18 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 7

Opções	Frequência (%)
a	5 (2,2%)
b	17 (7,6%)
c	124 (55,6%)
<b>d*</b>	<b>64 (28,7%)</b>
Não respondeu	13 (5,8%)
Total	223 (100)

\*Resposta correta

Observa-se da Tabela 18 que a opção mais frequente foi a c, que é uma resposta incorreta, com 55,6% de respostas, o que mostra que a maioria dos alunos parece não compreender o significado de valor de prova fazendo confusão entre vários conceitos, tais como confiança e nível de significância. Como não tivemos acesso aos resultados obtidos por Miguel (2010), não podemos tirar conclusões em termos comparativos.

Na Tabela 19 apresentam-se as categorias encontradas a partir das justificações dadas pelos alunos na questão 7.

Tabela 19 – Frequências (percentagens) das justificações da questão 7

Justificação	Frequência (%)
Se o valor de prova $p < 5\%$ , então podemos admitir com a confiança de 95% que existe diferença nos gastos	22 (9,9)
Pode-se dizer que com uma confiança de 95% que existe uma diferença nos gastos médios dos alunos da FEUP e do ISEP (deve rejeitar-se $H_0$ )	9 (4,0)
Verificou-se que com um erro de 5% as médias dos gastos são diferentes, logo as médias são iguais com probabilidade menor ou igual a 5%	7 (3,1)
Sendo o valor de prova menor que o nível de significância que leva a rejeição de $H_0$ , não há alteração da conclusão	7 (3,1)
Refere-se ao Erro tipo I, onde afirmamos que $H_0$ é verdadeira, ou seja, a despesa média dos alunos do ISEP seria igual à dos alunos da FEUP	3 (1,3)
Justificações sem sentido	56 (25,1)
Não justificar	119 (53,4)
Total	223 (100)

A partir da Tabela 19 observamos que a justificação menos frequente é a da categoria “Refere-se ao Erro de tipo I, onde afirmamos que  $H_0$  é verdadeira, ou seja, a despesa média dos alunos do ISEP seria igual à dos alunos da FEUP”, e em que os alunos foram capazes de interpretar corretamente a questão selecionando a opção correta (“Caso a despesa média dos alunos do ISEP seja igual à dos alunos da FEUP, então existe uma probabilidade menor ou igual a 5% de se obter uma diferença apenas devido ao acaso”). Esta justificação mostra que perceberam o significado do valor de prova e também que estavam perante o Erro tipo I. No entanto, trata-se de muito baixa percentagem de alunos (1,3%), o que se pode dever ao fato de o valor de prova só ter sido lecionado nas aulas teóricas, não tendo sido aplicado na resolução exercícios nas aulas teórico práticas.

A percentagem elevada (53,4%) de alunos que não apresentaram qualquer justificação para a opção escolhida, tal como já foi antes referido, pode ter explicação no fato de ter sido um tema pouco explorado.

Um grupo de alunos (9,9%) apresentou justificações da categoria “Se o valor de prova  $p < 5\%$ , então podemos admitir com a confiança de 95% que existe diferença nos gastos” enquanto justificação para a escolha da opção “Com uma confiança de 95%, é possível afirmar que existe uma diferença entre os gastos médios”. Os alunos que escolheram esta opção demonstraram não terem entendido a questão.

Um outro grupo de alunos (4%) para a escolha da mesma opção justificou a sua escolha da seguinte forma: “Pode-se dizer que com uma confiança de 95% que existe uma diferença nos gastos médios dos alunos da FEUP e do ISEP (deve rejeitar-se  $H_0$ )”. Neste caso, os alunos também não entenderam a questão formulada e, portanto, a sua justificação vai no sentido da opção selecionada.

Ainda para a mesma opção, um outro grupo de alunos (3,1%) apresentou uma justificação incluída na categoria: “Verificou-se que com um erro de 5% as médias dos gastos são diferentes, logo as médias são iguais com probabilidade menor ou igual a 5%”. Este grupo de alunos, tal como os anteriores, também teve dificuldade na compreensão da questão.

Para a escolha da opção correta um grupo de alunos (3,1%) justificou da seguinte forma: “Sendo o valor de prova menor que o nível de significância que leva a rejeição de  $H_0$ , não há alteração da conclusão”. Apesar de escolherem a opção correta, estes alunos não conseguiram justificar a sua escolha porque a justificam com a definição do valor de prova e não dizem mais nada acerca das despesas médias dos alunos do ISEP e da FEUP.

Finalmente, uma percentagem considerável de alunos (25,1%) apresentou justificações que não faziam sentido. Entre as diversas respostas, destacam-se as seguintes: “Não tenho informação suficiente”; “ $(1 - \alpha) = 0,05 \Leftrightarrow \alpha = 0,95 \Leftrightarrow \alpha = 95\%$ ”; “valor de prova  $p = 5\% = \alpha$ ,  $1 - \alpha = 0,95$ ,  $R : 95\%$ ”; “Para uma confiança de 95%,  $\alpha = 0,05$ , logo valor de prova  $p = \alpha$ ; “Nível de significância”. Esta percentagem elevada de alunos que apresentaram justificações ininteligíveis pode dever-se ao fato de os alunos não terem resolvido exercícios que envolvessem o conceito de valor de prova nas aulas teórico-práticas, apesar de esta noção ter sido lecionado nas aulas teóricas. Embora tenham sido disponibilizados exercícios resolvidos com a aplicação do valor de prova, isso não se revelou suficiente. Nesta categoria foram incluídas também as respostas que não se enquadravam em nenhuma das categorias anteriores.

#### 4.1.8. Análise das respostas e justificações da questão 8

**Questão 8.** Se a hipótese  $H_0$  não for rejeitada a um nível de significância de 5%, o que podemos dizer acerca da probabilidade do Erro tipo II?

- É igual a 95%.
- É menor que 5%.
- É igual a 0,05.
- Não pode ser determinada por falta de informação.

Justifique a sua resposta.

Figura 26. Enunciado da questão 8.

A questão foi retirada do livro de Vallecillos (1996) e avalia a interpretação do Erro tipo II, perguntando-se qual a probabilidade do Erro tipo II num teste em função do nível de significância, num contexto de interpretação de um resultado não significativo.

Tabela 20 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 8

Opções	Frequência (%)
a	37 (16,6%)
b	22 (9,9%)
c	65 (29,1%)
<b>d*</b>	<b>85 (38,1%)</b>
Não resposta	14 (6,3%)
Total	223 (100)

\*Resposta correta

Observa-se da Tabela 20 que a opção mais frequente foi a d, que é a resposta correta, com 38,1% de respostas. Estes alunos parecem conhecer o significado de Erro tipo II, percebendo que a probabilidade de Erro tipo II, como uma função de parâmetro desconhecido, não se pode

determinar com a informação disponibilizada. Os restantes alunos mostraram, ao escolher as outras opções, que fizeram confusão entre as probabilidades de Erro tipo I e II ou entre os próprios erros ou perceberam os Erros tipo I e II como sucessos complementares. Tanto neste estudo como no de Vallecillos (1996), a escolha da opção correta foi a que obteve a percentagem de respostas mais elevada.

Descrevem-se, a seguir, as justificações apresentadas pelos alunos nesta questão, cujas categorias são apresentadas na Tabela 21.

Tabela 21 – Frequências (percentagens) das justificações da questão 8

Justificação	Frequência (%)
É necessária mais informação para calcular o Erro do tipo II	36 (16,1)
Falta informação. Não sabemos se $H_0$ é falsa	12 (5,4)
Para calcular a probabilidade dos Erros tipo II é também necessário saber se $H_0$ é verdadeira ou falsa	10 (4,5)
Definição de Erro tipo II	13 (5,8)
Quando não rejeitamos $H_0$ a um nível de significância de 5%, significa que $P(\text{Erro do tipo II}) = 0,05$ pois a probabilidade de não ser rejeitada é 5%	26 (11,7)
Para ser falsa tendo sido verificada correta com $\alpha = 5\%$ , o Erro do tipo II terá que ser menor que $\alpha$	4 (1,8)
Justificações sem sentido	26 (11,7)
Não justificaram	96 (43,0)
Total	223 (100)

A Tabela 21 mostra que a categoria que apresenta a maior percentagem é a categoria “Outras respostas” (43,0%). Estes alunos não apresentaram qualquer justificação para a opção escolhida, donde podemos concluir que eles não souberam como justificar a escolha da sua opção ou, eventualmente, selecionaram a opção ao acaso. Também foram também incluídas nesta categoria todas as justificações que não se enquadravam nas categorias anteriores.

Para a justificação da opção correta, “Não pode ser determinada por falta de informação”, consideraram-se como justificações aceitáveis as das categorias: “É necessário mais informação para calcular o Erro do tipo II”; “Falta informação. Não sabemos se  $H_0$  é falsa”; “Para calcular a probabilidade dos Erros tipo II é também necessário saber se  $H_0$  é verdadeira ou falsa”. Portanto podemos afirmar que 26% dos alunos perceberam que faltava informação para poderem tirar alguma conclusão acerca do Erro tipo II. Algumas das justificações que foram agrupadas nestas categorias mencionavam que faltava informação do tipo: média, desvio padrão, dados amostrais,

dados populacionais, o tipo de teste a utilizar, a região crítica, etc. Embora a percentagem não seja muito elevada podemos concluir que este grupo de alunos compreendeu e soube interpretar a questão.

Um outro grupo de alunos (11,7%) utilizou a categoria “Quando não rejeitamos  $H_0$  a um nível de significância de 5%, significa que  $P(\text{erro do tipo II}) = 0,05$ , pois a probabilidade de não ser rejeitada é 5%” para justificar a escolha da opção “É igual a 0,05”, que é uma opção errada. Assim, estes alunos não souberam interpretar a questão e não souberam como se calcula o Erro tipo II, havendo aqui uma confusão de conceitos, ou seja, a confusão entre os Erros tipo I e II.

Destaca-se ainda a percentagem de alunos (5,8%) que apresenta como justificação a definição de Erro tipo II. Nesta categoria, “Definição de Erro tipo II”, foram agrupados todos os alunos que apresentaram esta justificação para a escolha das seguintes opções: “É igual a 95%”; “É igual a 0,05” e “Não pode ser determinada por falta de informação (opção correta)”. Estes alunos simplesmente se limitaram a dizer a definição de Erro tipo II, ou seja, que  $P(\text{Erro do tipo II}) = P(\text{Não rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ falsa})$ .

Finalmente, uma pequena percentagem de alunos (1,8%) apresentou a justificação “Para ser falsa tendo sido verificada correta com  $\alpha = 5\%$ , o erro do tipo II terá que ser menor que  $\alpha$ ” para justificar a escolha da opção “É menor que 5%”. Daqui, podemos concluir que estes alunos não perceberam a questão e não entenderam o erro tipo II.

#### 4.1.9. Análise das respostas e justificações da questão 9

**Questão 9.** Considere as duas afirmações seguintes:

**I** – O nível de significância de um teste de hipóteses é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando, na realidade, ela é falsa;

**II** – Comete-se um Erro tipo II quando se aceita a hipótese nula quando, na realidade, ela é falsa.

- Apenas a afirmação **I** é verdadeira.
- Apenas a afirmação **II** é verdadeira.
- Ambas as afirmações **I** e **II** são verdadeiras.

Ambas as afirmações **I** e **II** são falsas.

Justifique a sua resposta.

Figura 27. Enunciado da questão 9.

A questão foi elaborada pelo investigador e, avalia a definição de Erro tipo I, tipo II e nível de significância. Esta questão é de um nível de dificuldade elevado para os alunos, uma vez que, envolve conhecimento de muitos conceitos que os alunos têm dificuldade em distinguir e relacionar.

Tabela 22 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 9

Opções	Frequência (%)
a	10 (4,5%)
<b>b*</b>	<b>147 (65,9%)</b>
c	23 (10,3%)
d	32 (14,3%)
Não resposta	11 (4,9%)
Total	223 (100)

\*Resposta correta

A Tabela 22 mostra que a opção mais frequente foi a b, que é a resposta correta, com 65,9% de respostas, o que mostra que os alunos parecem conhecer a definição dos conceitos envolvidos na questão. Apesar de a questão ser de um nível elevado, os alunos mostraram que perceberam os conceitos que estavam implícitos nas afirmações apresentadas na questão, traduzindo-se numa elevada percentagem de respostas corretas.

Na Tabela 23 descrevem-se as justificações apresentadas pelos alunos nesta questão e as categorias estabelecidas.

Tabela 23 – Frequências (percentagens) das justificações da questão 9.

Justificação	Frequência (%)
A afirmação I é falsa porque o nível de significância de um teste de hipóteses é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando, na realidade, ela é verdadeira. A afirmação II é verdadeira porque no Erro do tipo II é aceite a hipótese nula, sendo ela falsa	32 (14,3)
O nível de significância (Erro tipo I) de um teste de hipóteses é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando, na realidade, ela é verdadeira	29 (13,0)
$P(\text{erro tipo II}) = P(\text{Não Re jeitar } H_0   H_0 \text{ Falsa})$	29 (13,0)
I – O nível de significância de um teste de hipóteses é a probabilidade de aceitar a hipótese nula quando, na realidade, ela é falsa. II – Comete-se um Erro do tipo II quando se aceita a hipótese nula quando, na realidade ela é falsa	12 (5,4)
O que está descrito na afirmação I é a potência do teste, estando então correta só a afirmação II, isto é, $\beta = P(\text{erro tipo II}) = P(\text{Não Re jeitar } H_0   H_0 \text{ Falsa})$	8 (3,4)
Justificações sem sentido	23 (10,3)
Não justificar	88 (39,5)
Total	223 (100)

Na Tabela 23 observamos que a percentagem mais elevada (39,5%) corresponde à categoria “Não justificar”, em que os alunos não foram capazes de apresentar uma razão para a

opção que selecionaram. Assim, os alunos escolheram uma determinada opção sem terem a certeza se estaria correta ou, para não deixarem a questão sem resposta, escolheram-na ao acaso.

Um grupo menor de alunos (14,3%) apresentou justificações incluídas na categoria “A afirmação I é falsa porque o nível de significância de um teste de hipóteses é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando, na realidade, ela é verdadeira. A afirmação II é verdadeira porque no Erro do tipo II não é rejeitada a hipótese nula, sendo ela falsa” para a seleção da opção correta “Apenas a afirmação II é verdadeira”, da opção “Ambas as afirmações I e II são verdadeiras” (1 aluno) e também para a opção “Ambas as afirmações I e II são falsas” (5 alunos). Apesar de se ter verificado, para em alguns alunos, uma disparidade entre a opção escolhida e a justificação, a maioria deles interpretou corretamente a questão ao escolher a opção correta e ao saber justificar porque escolheu essa opção.

Um outro grupo de alunos (13%) justificou, na opção correta, que “O nível de significância (erro tipo I) de um teste de hipóteses é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando, na realidade, ela é verdadeira”. Estes alunos mostram que compreenderam a questão, optando por justificar só a afirmação I, que é incorreta, e não justificar a afirmação II, que é correta, talvez porque tenham achado que não seria necessário justificá-la.

Ainda para a opção correta um outro grupo de alunos (13%), além de ter interpretado corretamente a questão proposta, achou que devia apenas justificar que a afirmação II era a única que era verdadeira, apresentando a seguinte justificação:

$$P(\text{erro tipo II}) = P(\text{Não Re jeitar } H_0 \mid H_0 \text{ Falsa}).$$

Alguns alunos (5,4%), que poderão ter interpretado corretamente a afirmação I, levando-os a selecionar uma opção errada. Estes alunos não perceberam o conceito nível de significância, apresentando uma justificação que é cópia do texto apresentado. O mesmo aconteceu relativamente à afirmação II, podendo concluir-se que, para estes alunos, o nível de significância e o erro tipo II é a mesma coisa.

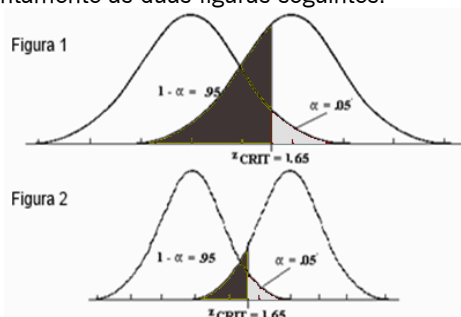
Outro pequeno grupo de alunos (3,4%) também interpretou erradamente a afirmação I e corretamente a afirmação II e apresentam como justificação “O que está descrito na afirmação I é a potência do teste, estando então só a afirmação II correta, isto é,  $\beta = P(\text{Erro tipo II}) = P(\text{Não rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ Falsa})$ ”. Estes alunos mostram que não entenderam o conceito de nível de significância e potência do teste, confundindo-os, embora tenham justifiquem de forma correta a afirmação II dizendo tratar-se do Erro tipo II.



Por fim, ainda deve ser assinalada a considerável percentagem de alunos (10,3%) que apresentam justificações que não fazem sentido. Também nesta categoria foram colocadas justificações que não se enquadram em nenhuma das anteriores.

#### 4.1.10. Análise das respostas e justificações da questão 10

**Questão 10.** Observe atentamente as duas figuras seguintes:



Da Figura 1 para a Figura 2 verifica-se uma diminuição dos Erros de tipo I e tipo II. Isso deve-se a:

- Um maior nível de confiança.
- Uma diminuição da potência do teste.
- Um menor desvio-padrão.
- Uma menor média amostral.

Justifique a sua resposta.

Figura 28. Enunciado da questão 10.

A questão foi elaborada pelo investigador e pretende avaliar a interpretação dos Erros tipo I e II. Esta questão é de um nível de dificuldade bastante elevado para os alunos, uma vez que envolve a interpretação de figuras e o conhecimento e compreensão de muitos conceitos (Erros tipo I e II; nível de confiança, desvio-padrão, média amostral, potência do teste), todos eles necessários para a interpretação das figuras.

Tabela 24 – Frequências (percentagens) das respostas da questão 9

Opções	Frequência (%)
a	76 (34,1%)
b	16 (7,2%)
<b>c*</b>	<b>84 (37,7%)</b>
d	27 (12,1%)
Não resposta	20 (9,0%)
Total	223 (100)

\*Resposta correta

Verifica-se, na Tabela 24, que a opção mais frequente foi a c, que é uma resposta correta, com 37,7% de respostas, o que mostra que estes alunos parecem compreender o significado dos conceitos envolvidos na questão. Como foi dito, esta questão exigia o conhecimento de muitos

conceitos e apesar da maioria dos alunos ter acertado na opção correta, quando a justificaram não apresentaram uma explicação correta, como podemos constatar na Tabela 25.

Descrevem-se, a seguir, as justificações apresentadas pelos alunos nesta questão, cujas categorias estabelecidas constam da Tabela 25.

Tabela 25 – Frequências (percentagens) das justificações da questão 10

Justificação	Frequência (%)
O que causa a diminuição do Erro tipo I e tipo II é um maior nível de confiança	23 (10,3)
O desvio padrão é menor, logo há menos probabilidade de haver erros	11 (4,9)
A distribuição da Figura 2 é mais estreita devido ao seu menor desvio padrão e, portanto, verifica-se uma diminuição dos Erros tipo I e tipo II	6 (2,7)
Se houver uma redução dos Erros tipo I, o nível de significância diminui. Existindo, portanto, maior confiança, pois é o resultado de $1 - \alpha$ . A confiança é tanto maior quanto menor a significância	7 (3,1)
Justificações sem sentido	64 (28,7)
Não justificar	112 (50,2)
Total	223 (100)

Na Tabela 25 observamos que a justificação menos frequente (2,7%) é a da categoria “A distribuição da Figura 2 é mais estreita devido ao seu menor desvio padrão e, portanto, verifica-se uma diminuição dos Erros tipo I e tipo II”. Estes alunos foram capazes de interpretar corretamente o enunciado da questão, conduzindo-os à opção correta (c), mas não souberam explicar o motivo pelo qual os Erros tipo I e II diminuíram, sendo a sua justificação apenas cópia do que está escrito no enunciado.

Ainda para a opção correta, um outro grupo de alunos (4,9%) justificou a resposta referindo que “O desvio padrão é menor, logo há menos probabilidade de haver erros”. Também estes alunos não apresentaram uma justificação credível.

Destaca-se a percentagem elevada de alunos (28,7%) cujas justificações foram categorizadas em “*Justificações sem sentido*”, das quais salientamos: “porque a curva é mais alta, porque a curva da normal ‘encolhe’, tornando-se mais acentuada”; “se diminuir o desvio padrão, diminui-se também a área de conflito que leva a ocorrência desses erros”; “podemos observar que na Figura 2 o volume fica mais centrado no meio, o que significa que diminui o desvio padrão”; “a onda é menor por causa do desvio padrão”.

Um grupo de alunos (10,3%) justificou a opção “Um maior nível de confiança” com “O que causa a diminuição do Erro tipo I e tipo II é um maior nível de confiança”. Esta justificação permite

concluir que os alunos não souberam interpretar a questão, usando o que estava no texto da própria opção para justificar a sua resposta.

Outro grupo de alunos (3,1%) para justificar a mesma opção deu a seguinte justificação: “Se houver uma redução dos Erros tipo I, o nível de significância diminui. Existindo, portanto, maior confiança, pois é o resultado de  $1 - \alpha$ . A confiança é tanto maior quanto menor a significância”. Estes alunos tal, como os anteriores, não entenderam a questão, e a sua justificação, além de não estar correta, não aborda a utilização do erro tipo II.

Finalmente, salienta-se uma percentagem elevada de alunos (50,2%) que não apresentou qualquer justificação. Para além dos alunos mostrarem dificuldades no conceito dos Erros tipo I e II, um outro motivo que o justifica foi o facto de nas aulas teórico-práticas nunca terem sido realizados quaisquer exercícios envolvendo análise deste tipo de representações gráficas. Geralmente, estes alunos limitam-se a resolver os exercícios das aulas, desenvolvendo pouco ou nenhum trabalho além do que é realizado nas aulas.

#### **4.1.11. Conclusão da análise das questões de escolha múltipla**

Da análise realizada conclui-se que a categoria que apresenta a maior percentagem de justificações é a categoria “Não Justificar”, com apenas duas das 10 questões em esta categoria não surge com maior frequência. Esta situação mostra que os alunos que responderam a este questionário não estavam suficientemente preparados neste tópico. O tópico TH foi lecionado nas últimas semanas de aulas e o tempo de preparação para o questionário poderá não ter sido suficiente, o que poderá ser visto como explicação para o fraco desempenho dos alunos. Além disso, a quantidade de trabalhos que os alunos tiveram que realizar na semana em que também responderam ao questionário foi elevada, sendo mais um elemento a ter que ser considerado nestes desempenhos dos alunos.

De entre as dez questões propostas, destacam-se as questões 3 e 4 em que os alunos apresentaram as maiores percentagens de justificações adequadas da opção correta, com 36,3% e 26,9% respetivamente. Relativamente às justificações apresentadas para as 10 questões, constata-se que o padrão de ordem das percentagens de respostas corretas se reproduz nas justificações corretas.

Tal como relatam os estudos de Vallecillos e Batanero (1997) e Sebastiani e Viali (2011), também aqui se constatou que os alunos cometeram erros quando enunciavam as hipóteses a

partir do contexto de um problema (questão 2) e alguns não compreendem que num teste de hipóteses são testados valores hipotéticos de parâmetros populacionais (questão 1).

Confirmamos também, como Batanero, Díaz e Wilhelmi (2008) e Batanero, Vera e Díaz (2012), que uma percentagem considerável de alunos confunde os Erros tipo I e II (questões 3, 8, 9 e 10) ou evidenciam confusão sobre os seus significados, aumentando as dificuldades dos alunos no caso em que estes conceitos são apresentados em contexto gráfico.

Tanto neste estudo como o de Sotos, Vanhoof, Noorgate e Onghena (2007) verificou-se que os conceitos não compreendidos são causadores de erros, destacando-se as dificuldades dos alunos em compreender o significado de hipótese nula e alternativa (questão 1 e 2), a natureza condicional do nível de significância (questão 5), a interpretação do valor de prova (questão 7), a lógica dos TH e avaliação da significância estatística (questões 4 e 6).

Comparativamente com os estudos aqui revistos, neste estudo destacam-se as categorizações apresentadas para as justificações que os alunos apresentaram para cada uma das respostas selecionadas nas 10 questões propostas.

Em resumo, os alunos mostraram ter muita dificuldade no tema Testes de hipóteses, principalmente na interpretação das questões e na justificação da forma como pensam em estatística, isto é, a forma como desenvolvem o seu raciocínio estatístico.

Perante esta situação, esta análise aponta no sentido da necessidade de rever a forma de ensinar este tema. Para além da necessidade de motivar os alunos para o tema, é imprescindível ajudá-los implementando uma forma de ensino que pode passar por um ensino centrado nos dados, encorajando o uso de dados reais e de tarefas de grupo como forma de melhorar as suas habilidades comunicativas por meio de discussões estatísticas, tal como propõem Ben-Zvi e Garfield (2005) e Batanero (2001 e 2013).

#### **4.2. Análise semiótica de problemas de Testes de Hipóteses**

Nesta secção vamos estudar as dificuldades que os alunos demonstraram na resolução de dois problemas de teste de hipóteses. Para tal, efetuaram-se análises semióticas das resoluções escritas dos alunos recorrendo ao Enfoque Ontossemiótico (Godino, Batanero & Font, 2008).

Depois de recolhidos os dados, foi feita uma análise qualitativa através de um processo de comparação de respostas semelhantes entre si e recorrendo ao Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e do ensino da matemática (Godino, Batanero & Font, 2008) de forma a podermos chegar a uma categorização, cujas categorias são apresentadas na próxima secção.

### 4.2.1. Conflitos semióticos nas resoluções dos alunos do Problema 1

Antes de exibirmos os conflitos semióticos, apresentamos a análise semiótica para a alínea a) do Problema 1 (Figura 29.) de uma resposta correta.

A quantidade média de um determinado medicamento colocado num recipiente no processo de enchimento é de 20 g e supõe-se que a quantidade em cada recipiente é aproximada por uma distribuição normal com desvio padrão de 0,5. Para controlo de qualidade são escolhidos aleatoriamente 25 recipientes e pesados os seus conteúdos. Considera-se que o processo está fora de controlo quando a média amostral  $\bar{x}$  é menor ou igual a 19,8 g ou maior ou igual a 20,2 g.

**a)** Enuncie as hipóteses nula e alternativa para testar o processo de controlo.  
**b)** Calcule a probabilidade do Erro tipo I.  
**c)** Caso se rejeite a hipótese nula:

- 1.** Existe a possibilidade de termos cometido um erro?
- 2.** Que tipo de erro?
- 3.** Qual é a probabilidade de estarmos enganados?

Figura 29. Enunciado do problema proposto aos alunos.

Na Tabela 34 mostra-se a análise semiótica de uma resposta correta para a alínea b).

Tabela 26 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste: $H_0 : \mu = 20g$ $H_1 : \mu \neq 20g$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lê o enunciado (processo de interpretação).</li> <li>- Identifica os dados amostrais e a variável aleatória (conceito).</li> <li>- Identifica corretamente que o parâmetro a testar é a média populacional (retira do problema os conceitos de parâmetro, população e média).</li> <li>- Identifica corretamente o valor hipotético do parâmetro (particularização de um conceito).</li> <li>- Identifica o problema como um teste de hipóteses para a média (reconhece um tipo de problema e as práticas matemáticas que são necessárias na sua solução).</li> <li>- Reconhece que é um teste bilateral (reconhece um subtipo dentro do tipo de problemas anterior).</li> <li>- Traduz da expressão “a quantidade média de um determinado medicamento colocado num recipiente no processo de enchimento é de 20g”, na notação matemática <math>\mu = 20g</math> (processo de interpretação e particularização do conceito “igualdade matemática”).</li> <li>- Expressa a hipótese alternativa na notação matemática <math>\mu \neq 20g</math> (particularização do conceito “desigualdade matemática”).</li> <li>- Discrimina entre as hipóteses nula e alternativa (reconhece as propriedades matemáticas associadas e particulariza-as à situação).</li> <li>- Expressa as hipóteses na notação adequada (particularização de um conceito e representação).</li> <li>- Reconhece que a hipótese nula é pontual (aplica uma propriedade), expressa-a mediante uma igualdade (processo de representação).</li> <li>- Reconhece que a hipótese nula é contrária a que se quer provar (propriedade).</li> <li>- Reconhece que a hipótese nula e alternativa são complementares, por isso coloca a hipótese alternativa como diferente que exclui o valor da hipótese nula.</li> </ul>

A seguir descrevem-se os conflitos semióticos exibidos pelos alunos nas respostas incorretas para um problema de TH para a média (Figura 29), que envolvia os seguintes conceitos: formulação das hipóteses; nível de significância e Erro Tipo I.

#### 4.2.1.1. Conflitos semióticos na formulação das hipóteses (questão a)

##### Formular as hipóteses corretamente, não indicando o valor do parâmetro a testar

Estes alunos utilizam a simbologia adequada para a formulação das hipóteses, interpretam corretamente que se trata de um teste bilateral para a média da população, reconhecem que as hipóteses devem ser complementares, mas não indicam na formulação o valor do parâmetro a testar. Na Tabela 27 mostra-se um exemplo desta situação.

Tabela 27 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste:	-O aluno lê o enunciado (processo de interpretação) e identifica corretamente que o parâmetro a testar é a média populacional (particulariza ao problema os conceitos de parâmetro, população e média amostral). -Identifica corretamente o problema como sendo um teste de hipóteses para a média (reconhece um campo de problemas).
$H_0 : \mu = \mu_0$	-Reconhece que se trata de um teste de hipóteses bilateral (reconhece um subtipo dentro do campo de problemas anterior).
$H_1 : \mu \neq \mu_0$	-Conflito ao não identificar o valor hipotético a atribuir ao parâmetro (particularização de um conceito). -Descrimina entre hipótese nula e alternativa (reconhece as propriedades matemáticas associadas e particulariza para o problema). -Expressa as hipóteses em notação adequada (linguagem). -Reconhece que a hipótese nula é pontual (aplica uma propriedade), expressa-a mediante uma igualdade (processo de representação), também reconhece que a hipótese nula é incompatível com a que se quer provar (propriedade) e que as hipóteses devem ser complementares.

##### Formular um teste de hipóteses para a comparação de médias de populações diferentes

Nesta categoria colocamos os alunos que usaram uma notação correta tanto para a hipótese nula como para a alternativa, mas escolheram um teste de hipóteses bilateral como se tivessem de comparar médias populacionais, apesar de só haver uma população nos dados. Usaram como parâmetros a média amostral para cada uma das supostas populações. Como podemos ver no exemplo da Tabela 28, o aluno faz uma interpretação incorreta do enunciado, assumindo que existem duas populações, ou seja, confundindo a amostra com uma outra população. Associado ao conflito anterior, o aluno confunde também a média amostral com a

média de uma segunda população. Este resultado também foi o apresentado por Schuyten (1991) na sua investigação, que indica que os alunos confundem as várias situações em que se aplica um mesmo conceito de inferência (no problema o conceito de média aplica-se em duas situações diferentes: em média amostral e populacional). Como consequência do que foi referido, o aluno confunde o campo de problemas, formulando um teste de hipóteses sobre a diferença de médias. A notação da formulação das hipóteses apresentada pelo aluno para esta situação é adequada e a discriminação da hipótese nula como sendo pontual e a hipótese alternativa como aquela que se quer provar também. Além disso, o conjunto de valores suposto nas hipóteses cobre o espaço paramétrico (as hipóteses são complementares).

Tabela 28 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste:	-O aluno faz uma interpretação incorreta do enunciado, assumindo que existem duas populações (processo incorreto de interpretação). -Um primeiro conflito é a confusão entre população e amostra. Tomam o intervalo em que a média amostral se situa como sendo a média populacional, assumindo o limite inferior para a população $\mu_1$ e o limite superior para a população $\mu_2$ (confusão de conceitos).
$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$	-Outro conflito relacionado com o anterior consiste em confundir a média amostral, que é uma estatística amostral, com uma segunda média populacional, que seria um parâmetro (discriminação inadequada de conceitos).
$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$	-Emerge um novo conflito ao confundir o teste de hipóteses adequado (teste de hipóteses para a média de uma população) com outro inadequado (teste de hipóteses para a diferença de médias de duas populações) (confusão do campo de problemas). -O aluno discrimina a hipótese nula como pontual (aplica uma propriedade) e a hipótese alternativa como aquela que quer provar (propriedade). Formula hipóteses complementares que se referem ao espaço paramétrico (particularização de uma propriedades e discriminação de conceitos). -A notação para as hipóteses e para a igualdade/desigualdade é adequada (expressão e particularização de conceitos).

### **Formular dois TH unilaterais para a média, considerando a mesma hipótese nula nos dois e diferentes hipóteses alternativas**

Nesta categoria agrupamos os alunos que, tendo estabelecido corretamente a hipótese nula, especificaram dois TH distintos, ou seja, estes alunos aplicaram um teste de hipóteses unilateral à esquerda e um unilateral à direita. Nos dois testes estabeleceram a mesma hipótese nula, de tipo pontual. Os alunos reconheceram o parâmetro a testar, mas erraram o valor sobre o qual se baseia a conjectura. Na Tabela 29 mostra-se um exemplo deste tipo de resposta. Apesar do aluno reconhecer o parâmetro populacional, não interpreta corretamente o enunciado, e aparece um primeiro conflito ao usar a média amostral para enunciar a hipótese alternativa. Um segundo conflito surge ao confundir a interpretação “a média amostral é menor ou igual a 19,8g ou maior

ou igual a 20,2g” com o teste que tem de utilizar, o que o leva a optar por dois testes de hipóteses, um unilateral à esquerda e outro unilateral à direita.

Tabela 29 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste:	-O aluno lê o enunciado (processo de interpretação) e identifica corretamente que o parâmetro a testar é a média de uma população (particulariza ao problema os conceitos de parâmetro, amostra e média amostral). -Identifica corretamente o problema como sendo um teste de hipóteses para a média (reconhece um campo de problemas).
Teste 1 $H_0 : \mu = 20$ $H_1 : \mu \leq 19,8$	-Um primeiro conflito resulta da confusão entre população e amostra (confusão de conceitos). -O segundo conflito está relacionado com o anterior e resulta da confusão da média amostral com a média da população (descriminação inadequada de conceitos).
Teste 2 $H_0 : \mu = 20$ $H_1 : \mu \geq 20,2$	-Também emerge o terceiro conflito porque não percebe que tipo de teste deve utilizar (confusão de campo de problemas). -Aparece outro conflito ao confundir o teste adequado (teste de hipóteses bilateral para a média de uma população) com outro inadequado (teste de hipóteses unilateral para a média de uma população). -Tudo isto causa outro conflito ao formular dois testes de hipóteses para o mesmo problema (confusão de campo de problemas). -Reconhece que a hipótese nula é pontual (aplica uma propriedade), expressa mediante uma igualdade (processo de representação), reconhece que a hipótese nula é incompatível com a que se quer provar (propriedade) e que as hipóteses devem ser complementares.

### **Formular dois TH unilaterais para a média considerando diferentes valores do parâmetro em cada um deles**

Nesta categoria classificam-se todos os alunos que estabeleceram ambas as hipóteses usando o valor da média amostral. Podemos ver da análise apresentada na Tabela 30 que o aluno não foi capaz de interpretar corretamente o enunciado do problema e nem estabelecer o teste adequado, o que mostra que não sabe o que é um teste de hipóteses. Formula as hipóteses nula e alternativa de forma complementar, cobrindo o espaço paramétrico, mas não é capaz de identificar o valor populacional a partir do enunciado e usa notação adequada.

Tabela 30 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste:	-O aluno lê o enunciado (processo de interpretação) e identifica corretamente que o parâmetro a testar é a média de uma população. -Identifica corretamente o problema como sendo um teste de hipóteses para a média de uma população (reconhece um campo de problemas). -Um primeiro conflito é a confusão entre população e amostra (confusão de conceitos).



<p>Teste 1  <math>H_0 : \mu = 19,8</math>  <math>H_1 : \mu \leq 19,8</math></p>	<p>-O segundo conflito está relacionado com o anterior e consiste em confundir a média amostral com a média da população (descriminação inadequada de conceitos).          -Outro conflito é assumir o valor do limite inferior (Teste1) onde está situada a média amostral como sendo o valor hipotético (processo incorreto de interpretação).</p>
<p>Teste 2  <math>H_0 : \mu = 20,2</math>  <math>H_1 : \mu \geq 20,2</math></p>	<p>-O mesmo acontece no Teste 2 ao assumir o limite superior onde está situada a média como sendo o valor hipotético (processo incorreto de interpretação).          -Conflito ao não perceber que tipo de teste deve utilizar (confusão de campo de problemas).          -Aparece outro conflito ao confundir o teste adequado (teste de hipóteses para a média bilateral) com outro inadequado (teste de hipóteses unilateral para a média).          -Tudo isto causa outro conflito ao formular dois testes de hipóteses para o mesmo problema (confusão de campo de problemas).          -Reconhece que a hipótese nula é pontual (aplica uma propriedade), expressa-a mediante uma igualdade (processo de representação); reconhece que a hipótese nula é incompatível com a que se quer provar (propriedade) e que as hipóteses devem ser complementares.</p>

### Formular a hipótese alternativa através do intervalo em que se situa a média

Nesta categoria agrupamos os alunos que, tendo usado uma notação correta para a hipótese nula, formularam a hipótese alternativa através do intervalo em que se situa a média populacional. Estes alunos identificaram que se trata de um teste para a média, reconhecem que o parâmetro a testar é a média de uma população e que tem de ser pontual, mas mostraram que não entenderam o conceito de teste de hipóteses ao formular a hipótese alternativa com as estimativas da média sob a forma de intervalo. Na Tabela 31, mostra-se um exemplo deste tipo de resposta.

Tabela 31 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
<p>Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste:  <math>H_0 : \mu = 20</math>  <math>H_1 : 19,8 \leq \mu \leq 20,2</math></p>	<p>-O aluno lê o enunciado (processo de interpretação) e identifica corretamente que o parâmetro a testar é a média (particulariza ao problema os conceitos de parâmetro, amostra e média amostral).          -Identifica corretamente o problema como sendo um teste de hipóteses para a média (reconhece um campo de problemas).          -Um primeiro conflito consiste na confusão entre população e amostra (confusão de conceitos).          -O segundo conflito está relacionado com o anterior e consiste em confundir a média amostral com a populacional (descriminação inadequada de conceitos).          -Um terceiro conflito surge ao não perceber que tipo de teste deve utilizar (confusão de campo de problemas).          -Outro conflito surge ao assumir que na hipótese alternativa a média se situa num determinado intervalo (confusão de campo de problemas).          -Na sequência do quarto conflito surge último conflito o do não reconhecimento da complementaridade das hipóteses nula e alternativa.          -Reconhece que a hipótese nula é pontual (aplica uma propriedade) e expressa-a mediante uma igualdade (processo de representação).</p>

### **Formular as hipóteses (nula e alternativa) através de intervalos em que se situa a média**

Nesta categoria classificam-se todos os alunos que definem as hipóteses da média da população  $\mu$  através de intervalos. Estes alunos utilizam uma simbologia errada para ambas as hipóteses, embora o parâmetro (média da população) escolhido seja o correto. Na Tabela 32 apresenta-se um exemplo desta categoria. Podemos ver da análise apresentada em que o aluno não foi capaz de interpretar corretamente o enunciado do problema e a partir dele estabelecer o teste adequado, o que mostra que não sabe o que é um teste de hipóteses.

Tabela 32 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste:	-O aluno identifica corretamente que o parâmetro a testar é a média da população (processo de interpretação). -Identifica corretamente o problema como sendo um teste de hipóteses para a média da população (reconhece um campo de problemas).
$H_0 : 19,8 < \mu < 20,2$	-Um primeiro conflito é a confusão entre população e amostra (confusão de conceitos).
$H_1 : 19,8 > \mu > 20,2$	-O segundo conflito decorre do anterior e consiste em confundir a média amostral com a média da população (descriminação inadequada de conceitos). -Novo conflito ao não perceber que tipo de teste deve utilizar (confusão de campo de problemas). -O último conflito é o de assumir nas hipóteses que a média se situa num determinado intervalo (confusão de campo de problemas).

### **Outras respostas**

Nesta categoria incluem-se respostas sem sentido, designadamente, formular a hipótese nula com o sinal “ $\leq$ ” ou “ $\geq$ ”, formular hipóteses que não cobrem o espaço paramétrico, o parâmetro a estudar não é a média da população, estabelecer o teste unilateral para a média de uma população e para a diferença de médias de duas populações.

Em síntese, os erros observados neste grupo de alunos para este problema consistem na interpretação errada do enunciado ao assumirem a utilização de dois TH para a resolução deste problema e o uso do valor do parâmetro amostral para enunciar as hipóteses.

Uma vez identificados e exemplificados os conflitos semióticos resultantes das resoluções dos alunos, na Tabela 33 apresentam-se as frequências e percentagens de respostas para cada uma das categorias.

Da Tabela 33 observamos que a resposta mais frequente é a da categoria respostas corretas (39,5%), estes alunos foram capazes de interpretar o enunciado, identificar o campo de problemas,

reconhecer o valor hipotético do parâmetro e formular as hipóteses adequadas com notação correta.

Tabela 33 – Frequência (percentagem) de respostas de cada categoria

Categoria	Frequência (%)
Respostas corretas	88 (39,5)
Formular as hipóteses corretamente, não indicando o valor do parâmetro a testar	5 (2,2)
Formular um teste de hipóteses para a comparação de médias de populações diferentes	11 (4,9)
Formular dois testes de hipóteses unilaterais para a média, considerando a mesma hipótese nula nos dois e diferentes hipóteses alternativas	12 (5,4)
Formular dois testes de hipóteses unilaterais para a média considerando diferentes valores do parâmetro em cada um deles	24 (10,8)
Formular a hipótese alternativa através do intervalo em que se situa a média da população	7 (3,1)
<i>Formular as hipóteses (nula e alternativa) através de intervalos em que se situa a média de uma população</i>	5 (2,2)
Outras Respostas	26 (11,7)
Não respostas	45 (20,2)
Total	223 (100)

Apesar de muitos alunos responderem corretamente à questão proposta, é preocupante o número de alunos que não responde (20,2%), esta situação pode dever-se ao fato de este tema ser o último a ser lecionado e, como tal, os alunos ainda não terem tido tempo suficiente para explorar e estudar o tema.

A percentagem de respostas na categoria denominada outras respostas (11,7%) pode-se considerar que é elevada uma vez que estes alunos mostram que não perceberam o conceito de teste de hipóteses ou então têm uma compreensão muito incipiente.

Um outro grupo de alunos (10,8%) formula dois TH para a questão proposta, estes alunos mostram que não entenderam o enunciado ou não sabem o que é um teste de hipóteses.

Um outro grupo, tal como o anterior (5,4%) também formula dois testes de hipóteses, mas estes alunos mantêm agora o valor da média da população em ambos os testes.

Finalmente, existe um grupo de alunos que formula a hipótese alternativa com a média amostral situada num dado intervalo (3,1%) e 2,2% formulam ambas as hipóteses também com a

média amostral situada no intervalo. Aqui também estamos perante um conjunto de alunos que parece não saber o que é um teste de hipóteses.

#### 4.2.1.2. Conflitos semióticos no cálculo da probabilidade do Erro tipo I (questão b)

Mostra-se na Tabela 34 análise semiótica de uma resposta correta para a alínea b).

Tabela 34 – Análise Semiótico da resposta correta para a alínea b)

Expressão	Conteúdo
<p>Cálculo do Erro tipo I:  <math>P(\text{Erro tipo I}) = P(\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ verdadeira}) =</math>  <math>P(\bar{x} \leq 19,8 \mid H_0 \text{ verdadeira}) + P(\bar{x} \geq 20,2 \mid H_0 \text{ verdadeira}) =</math>  <math>P(Z \leq \frac{19,8 - 20}{0,5/\sqrt{25}}) + P(Z \geq \frac{20,2 - 20}{0,5/\sqrt{25}}) =</math>  <math>P(Z \leq -2) + 1 - P(Z \leq 2) = \phi(-2) + 1 - \phi(2) =</math>  <math>0,97772 + 1 - 0,0228 = 0,0456</math></p> <p><i>Outra alternativa</i>  <math>P(\text{Erro tipo I}) = P(\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ verdadeira}) =</math>  <math>1 - P(19,8 \leq \bar{x} \leq 20,2) = 1 - P(\bar{x} \leq 20,2) - P(\bar{x} \leq 19,8) =</math>  <math>1 - (P(Z \leq \frac{20,2 - 20}{0,5/\sqrt{25}}) - P(Z \leq \frac{19,8 - 20}{0,5/\sqrt{25}})) =</math>  <math>1 - P(Z \leq 2) - P(Z \leq -2) =</math>  <math>1 - \phi(2) - \phi(-2) = 1 - 0,0228 - 0,9772 = 0,0456</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lê a pergunta (processo de interpretação).</li> <li>- Identifica a zona de rejeição de <math>H_0</math> (conceito e particularização).</li> <li>- Identifica a fórmula do Erro tipo I (reconhece um tipo de problemas e as práticas matemáticas que são necessárias para a sua solução).</li> <li>- Calcula o erro o Erro tipo I usando a definição (procedimento).</li> </ul>

De seguida exhibe-se as categorias dos conflitos semióticos encontrados para a alínea b).

#### Considerar que o valor da probabilidade do Erro tipo I é igual a 5%

Nesta categoria classificam-se todos os alunos que definem que a probabilidade do Erro tipo I é igual a 5%. Estes alunos utilizam a simbologia adequada, ou seja, indicam corretamente a fórmula do Erro tipo I, mas erram quando dizem que o valor dessa probabilidade é igual ao nível de significância de 5%. Na Tabela 35 ilustra-se um exemplo deste tipo de resposta.

Tabela 35 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
<p>Cálculo do Erro tipo I:  <math>\alpha = 5\%</math>  <math>P(\text{erro tipo I}) = \alpha</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-O aluno lê o enunciado e identifica corretamente que tem que calcular o Erro tipo I (processo de interpretação).</li> <li>-Reconhece que tem que calcular a probabilidade do Erro tipo I (aplica uma propriedade).</li> <li>-Conflito ao afirmar que o valor da probabilidade é igual a 5%.</li> <li>-O segundo conflito está relacionado com o anterior e consiste em não interpretar corretamente os dados do enunciado que o levam ao cálculo da probabilidade (particularização incorreta de uma propriedade).</li> <li>-Usa notação adequada para representar a probabilidade do Erro tipo I (linguagem).</li> </ul>

**Indicar corretamente a fórmula da probabilidade do Erro tipo I sem completar os cálculos**

Nesta categoria agrupamos todos os alunos que indicaram corretamente a fórmula da probabilidade do Erro tipo I, mas não efetuaram os cálculos. Estes alunos identificaram corretamente que a média amostral tem que ser menor ou igual a 19,8g e maior ou igual a 20,2g, mostrando-o através da  $RC_x = ]-\infty;19,8] \cup [20,2;+\infty[$ . No entanto, quando vão fazer o cálculo o das propriedades utilizam o sinal “<” em vez de “≤” e “>” em vez de “≥”, pelo que emerge um conflito. Na tabela 36 podemos ver um exemplo que ilustra esta situação.

Tabela 36 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Cálculo do Erro tipo I	-O aluno identifica que a média amostral é menor ou igual a 19,8g ou maior ou igual a 20,2g (processo de interpretação).
Região crítica: $RC_x = ]-\infty;19,8] \cup [20,2;+\infty[$	-Identifica a região crítica (particularização de conceito). -Reconhece que tem que efetuar o cálculo da probabilidade do Erro tipo I (aplica uma propriedade).
$\alpha = P(\text{erro tipol}) = P(\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ verdadeira})$	-Usa notação adequada para representar a probabilidade do Erro tipo I (linguagem e conceito).
Se $H_0$ é verdadeira, logo	-Identifica corretamente a região onde se situa a média amostral (particularização de um conceito).
$\mu = 20$ e $\bar{x}_{H_0} \sim N\left(20, \frac{0,5^2}{25}\right)$	-O conflito surge pelo facto de não indicar no cálculo das probabilidades o sinal “≤” e “≥” (particularização incorreta de uma propriedade).
Então $\alpha = P\left(\bar{x}_{H_0} \in RC_z\right) = P\left(\bar{x}_{H_0} < 19,8\right) + P\left(\bar{x}_{H_0} > 20,2\right)$	

**Indicar corretamente a fórmula da probabilidade do Erro tipo I sem calcular corretamente o seu valor**

Estes alunos indicam corretamente a fórmula da probabilidade do Erro tipo I, mas quando têm que efetuar esse cálculo não o sabem fazer. Os alunos não sabem traduzir do enunciado a informação necessária para identificar a região crítica onde se rejeita a hipótese nula para assim poderem efetuar o cálculo da probabilidade do Erro tipo I, conduzindo aqui a um conflito semiótico. Também surge um outro conflito ao não saberem que o desvio padrão tem que ser dividido pela raiz quadrada do tamanho da amostra (número de recipientes). Na Tabela 37 mostra-se um exemplo que ilustra esta situação.

Tabela 37 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
<p>Cálculo do Erro tipo I:</p> $P(\text{rejeitar } H_0   H_0 \text{ verdadeira}) =$ $P(19,8 \leq \bar{x}_0 \leq 20,2) = P(\bar{x}_0 \leq 20,2) - P(\bar{x}_0 \leq 19,8) =$ $\Phi\left(\frac{20,2 - 20}{0,5}\right) - \Phi\left(\frac{19,8 - 20}{0,5}\right) = \Phi(0,4) - \Phi(-0,4) =$ $0,6554 - 0,3446 = 2$	<p>-O aluno identifica corretamente que tem que calcular o Erro tipo I (processo de interpretação).          -Reconhece que tem que calcular a probabilidade do Erro tipo I (aplica uma propriedade).          -Usa notação adequada para representar a probabilidade do Erro tipo I (linguagem e conceito).          -Conflito que surge ao não saber identificar a região crítica onde se situa a hipótese nula (particularização incorreta de um conceito).          -Aparece outro conflito ao dividir por 0,5 na fórmula para calcular o Erro tipo I em vez de <math>0,5/\sqrt{25}</math> (particularização incorreta de um conceito).</p>

### Calcular a estatística do teste para dois valores

Os alunos fazem uma interpretação incorreta do enunciado, aparecendo aqui um conflito semiótico (processo incorreto de interpretação). Estes alunos respondem à questão pedida mostrando apenas os resultados da estatística do teste para dois valores porque a média amostral, como se diz no enunciado, é menor ou igual a 19,8g ou maior ou igual a 20,2g (particularização de um conceito), sem tirarem qualquer conclusão. Podemos concluir que estes alunos não percebem o conceito de erro tipo I, uma vez que nem mostram a fórmula de cálculo dessa probabilidade. Mostramos a seguir um exemplo deste tipo de erro:

$$Z_o = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{19,8 - 20}{0,5 / \sqrt{25}} = -2$$

$$Z_o = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{20,2 - 20}{0,5 / \sqrt{25}} = 2$$

### Indicar corretamente a fórmula do cálculo da probabilidade do erro tipo I, mas quando vão calcular o valor da probabilidade esquecem-se de dividir por $\sigma / \sqrt{n}$

Estes alunos utilizam a simbologia adequada, mas na fórmula de cálculo da probabilidade do Erro tipo I esquecem-se que o desvio padrão da média amostral tem que ser dividido pela raiz quadrada do tamanho da amostra (aqui o número de recipientes), fazendo com que isso afete o valor da probabilidade, ou seja, estes alunos não tiveram em conta a distribuição estatística nem o tamanho da amostra. Na Tabela 38 mostra-se um exemplo desta situação.

Tabela 38 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
<p>Cálculo do Erro tipo I:                      Região crítica:  <math>RC_x = ]-\infty; 19,8] \cup [20,2; +\infty[</math>  <math>\alpha = P(\text{erro tipo I}) = P(\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ verdadeira}) =</math>  <math>P(x \leq 19,8) + P(x \geq 20,2) = \Phi\left(\frac{19,8 - 20}{0,5}\right) + 1 - \Phi\left(\frac{20,2 - 20}{0,5}\right) = \Phi(-0,4) + 1 - \Phi(0,4) =</math>  <math>0,3446 + 1 - 0,6554 = 0,6892</math></p>	<p>-O aluno identifica que a média amostral é menor ou igual a 19,8g e maior ou igual a 20,2g (processo de interpretação).                      Identifica a região crítica (particularização de conceito).                      -Reconhece que tem que efetuar o cálculo da probabilidade do Erro tipo I (aplica uma propriedade).                      -Usa notação adequada para representar a probabilidade do Erro tipo I (linguagem e conceito).                      -Identifica corretamente a região onde se situa a média amostral (particularização de um conceito).                      -Conflito ao não saber calcular o desvio padrão da média amostral usado para calcular a probabilidade do Erro tipo I, <math>\sigma / \sqrt{n}</math> (particularização incorreta de um conceito).</p>

### Outras respostas

Nesta categoria incluem-se respostas sem sentido, em que se calcula o valor da estatística de teste para diferença de médias ou o Erro tipo II, utiliza o desvio padrão como sendo 0,01 e indica como resposta a formulação das hipóteses nula e alternativa.

Resumindo, os erros observados neste grupo de alunos consistem em considerar o valor da probabilidade do Erro tipo I ser igual a 5%, não completarem o cálculo da probabilidade e não saberem calcular o valor da probabilidade quando a média amostral se situa num determinado intervalo.

Depois de exemplificados os tipos de conflitos semióticos resultantes das resoluções dos alunos, na Tabela 39 apresentam-se as frequências e percentagens de respostas para cada uma das categorias.

Da Tabela 39 observamos que a resposta mais frequente com 39,5% é a da categoria “Não respostas” e uma percentagem bastante elevada. Estes alunos não apresentam qualquer resposta o que pode dever-se, ao facto de os alunos ainda não terem compreendido o conceito uma vez que lecionado no final do semestre e, portanto, houve pouco tempo para a sua consolidação pelos alunos.

Tabela 39 – Frequência (percentagem) de respostas de cada categoria

Categoria	Frequência (%)
Respostas corretas	10 (4,5)
Considerar que o valor da probabilidade do Erro tipo I é igual a 5%	43 (19,3)
Indicar corretamente a fórmula da probabilidade do Erro tipo I sem completar os cálculos	19 (8,5)
Indicar corretamente a fórmula da probabilidade do Erro tipo I sem calcular corretamente o seu valor	14 (6,3)
Calcular a estatística do teste para dois valores	10 (4,5)
Indicar corretamente a fórmula do cálculo da probabilidade do Erro tipo I, mas quando vão calcular o valor da probabilidade esquecem-se que de dividir por $\sigma / \sqrt{n}$	5 (2,2)
Outras Respostas	34 (15,2)
Não respostas	88 (39,5)
Total	223 (100)

Entre os resultados obtidos, salienta-se a pequena percentagem de alunos que resolveu corretamente a questão (4,5%) e aqueles que, apesar indicarem corretamente a fórmula do cálculo da probabilidade do Erro tipo I, não completaram os cálculos (8,5%). Esta situação também foi detetada no estudo realizado por Vallecillos e Batanero (1997). Em menor percentagem (6,3%) aparece a categoria em que os alunos indicam corretamente a fórmula do cálculo da probabilidade do erro tipo I, mas não o calculam corretamente.

Um considerável número de alunos (19,3%) acha que o valor da probabilidade do Erro tipo I é igual ao nível de significância (5%).

Finalmente, uma considerável percentagem de alunos (15,2%) não foi capaz de interpretar corretamente o enunciado para responder à questão, parecendo que estes alunos não adquiriram a noção do conceito Erro tipo I.

#### 4.2.1.3. Análise da questão sobre a rejeição da hipótese nula (questão c)

Na Tabela 40 mostra-se uma resolução de uma resposta correta para esta questão.

Tabela 40 – Análise semiótica de uma resposta correta para a alínea c)

Expressão	Conteúdo
Caso se rejeite a hipótese nula: 1. Existe a possibilidade de termos cometido um erro? Sim. 2. Que tipo de erro? Erro tipo I. 3. Qual é a probabilidade de estarmos enganados? É 0,0456 – Calculada na alínea <b>b)</b>	– Lê as perguntas (processo de interpretação). – Identifica o tipo de erro (conceito e particularização). – Reconhece que a probabilidade de estarmos enganados é o Erro tipo I (reconhece um tipo de problema). – Reconhece que já tinha feito este cálculo na alínea anterior (particularização de um conceito).



Seguidamente descrevem-se os erros exibidos pelos alunos nas respostas incorretas para a questão 1c).

Não apresentamos uma análise semiótica para esta questão uma vez que as respostas às perguntas propostas não envolvem fórmulas, cálculos ou raciocínios matemáticos.

Da análise efetuada aos questionários relativamente à questão 1c) alínea 1. A maioria dos alunos respondeu que caso se rejeite a hipótese nula *existe* probabilidade de cometermos um erro (resposta esperada), apenas um aluno respondeu que era igual a  $1 - \alpha$  e os restantes alunos simplesmente não responderam.

Na tabela 41 apresentam-se as frequências e percentagens de respostas para esta questão 1c) alínea 1.

Tabela 41 – Frequência (percentagem) de respostas para a questão 1c)

Alínea c1	Frequência (%)
Respostas corretas	147 (66,0)
Resposta: $1 - \alpha$	1 (0,4)
Não respostas	75 (33,6)
Total	223 (100)

Podemos constatar da Tabela 41 que 66% dos alunos souberam interpretar corretamente a questão pedida e que 33,6% não respondeu à questão, esta percentagem elevada de não respostas pode dever-se ao fato de não terem compreendido a questão, uma vez que ela vem no encadeamento das anteriores.

Quanto à questão 1c) alínea 2. alguns alunos responderam que o erro que estava em causa era o Erro tipo II quando o esperado como resposta seria Erro tipo I, apenas um aluno respondeu que era a potência do teste e outro que era o nível de significância.

Na tabela 42 apresentam-se as frequências e percentagens de respostas para esta questão 1c) alínea 2.

Tabela 42 – Frequência (percentagem) de respostas para a questão 1c)

Alínea c2	Frequência (%)
Respostas corretas	123 (55,15)
Resposta: Erro tipo II	25 (11,21)
Resposta: potência do teste	1(0,45)
Resposta: $\alpha$	1(0,45)
Não respostas	73 (32,73)
Total	223 (100)

Observamos da Tabela 42 que a resposta mais frequente foi a resposta correta (55,15%) seguida das não respostas com uma percentagem de 32,7%, esta situação repete-se como na alínea anterior.

Seguidamente, para a questão 1c) alínea 3., “Qual a probabilidade de estarmos enganados”, a resposta que ocorreu mais vezes foi  $1 - \alpha$  seguida da resposta nível de significância, as respostas sem sentido também foram bastante elevadas.

Na tabela 43 apresentam-se as frequências e percentagens de respostas para esta questão 1c) alínea 3.

Tabela 43 – Frequência (percentagem) de respostas para a questão 1c)

Alínea c3	Frequência (%)
Respostas corretas	26 (11,7)
Resposta: $1 - \alpha$	29 (13,0)
Resposta: $\alpha$	24(10,8)
Resposta: $1 - \beta$	8(3,6)
Outras Respostas	25 (11,2)
Não respostas	111 (49,8)
Total	223 (100)

Através da Tabela 43 observa-se que a resposta mais frequente foi a resposta correta (55,15%) seguida das não respostas com uma percentagem de 32,7%, esta situação repete-se como nas alíneas anteriores. Esta situação de respostas elevadas pode dever-se ao facto de os alunos não terem compreendido a alínea b) e estas questões como estão todas encadeadas uma nas outras, daí o número tão elevado de alunos que simplesmente não responderam à questão.

#### **4.2.1.4. Conclusão da análise semiótica do Problema 1**

Fazendo uma análise final do Problema 1, conclui-se que na formulação de hipóteses os conflitos mais frequentes são relativos às respostas sem sentido (11,7%), seguida da formulação de dois TH para a média populacional (10,8%). Tal como relatam os estudos de Vallecillos e Batanero (1997) e Sebastiani e Viali (2011), também aqui se constatou que os alunos cometem erros quando enunciam as hipóteses a partir do contexto do problema. Os alunos não compreendem que num teste de hipóteses são testados valores hipotéticos de parâmetros populacionais e também não formulam a hipótese nula com o objetivo de ser rejeitada. Esta dificuldade, também apontada por Bady (1979), resulta da forte tendência das pessoas para procurar informações que verifiquem a hipótese ao invés de tentar refutá-la.

Relativamente ao cálculo da probabilidade do erro tipo I, o conflito mais frequente resultou de os alunos o identificarem com o nível de significância (19,3%). Como aconteceu no estudo de Vallecillos e Batanero (1997), estes alunos acharam que o valor da probabilidade em questão não se pode calcular porque é um valor que o investigador escolhe para realizar o teste de hipóteses. Também neste estudo e no de Vallecillos e Batanero (1997) os alunos que efetuaram o cálculo da probabilidade do Erro tipo I (nível de significância), utilizando a definição (2,2%), cometeram o mesmo erro de tipificação: dividir por 0,5 em vez de  $0,5/\sqrt{25}$ , isto é, não souberam que se tratava do desvio padrão da média amostral.

Finalmente, em termos globais, salienta-se em todas as questões percentagens consideráveis de alunos que apresentaram respostas sem sentido ou que não responderam.

Comparativamente com os estudos aqui revistos, no presente estudo destaca-se a identificação de conflitos semióticos decorrentes das produções dos alunos nas várias perguntas propostas para um problema sobre TH para a média de uma população. Especificamente, na formulação das hipóteses, verificou-se que a maioria dos alunos formulou as hipóteses corretamente, já para o cálculo da probabilidade do Erro tipo I verificou-se que os alunos indicam corretamente a fórmula, mas depois erram o cálculo da probabilidade.

Tal como Vallecillos e Batanero (1997), podemos concluir que os alunos, em geral, cometem erros que evidenciam a não compreensão da relação entre distribuição de probabilidade, as regiões de aceitação e o nível de significância. Além disso, logo após a lecionação também parecem não compreender o conceito de estatística do teste, confundindo a estatística amostral e parâmetro da população.

As dificuldades dos alunos, que resultam dos erros detetados nesta investigação podem estar relacionados com a metodologia de ensino adotada e também, por ser o último tema a ser lecionado no semestre, pelo pouco tempo de exploração nas aulas e de estudo por parte dos alunos.

#### **4.2.2. Conflitos semióticos nas resoluções dos alunos do Problema 2**

Começamos por apresentar a análise semiótica para a alínea a) do Problema 2 (Figura 30.) de uma resposta correta, mostrando a seguir os conflitos semióticos encontrados na resolução deste problema.

Com o intuito de decidir sobre a aquisição de tempo de antena num programa de TV de grande audiência, a empresa MOUSE decidiu recolher uma amostra de 100 pessoas. No inquérito efetuado, 75 pessoas declararam ver o programa assiduamente, 10 de vez em quando e os restantes declararam nunca ver.

Suponha que a empresa MOUSE só adquirirá o referido tempo de antena se for credível a hipótese de que a percentagem de pessoas que vê assiduamente o programa é de, pelo menos, 80%.

Considerando o nível de significância  $\alpha = 0,05$ , a empresa deve adquirir ou não o referido tempo de antena?

Figura 30. Problema proposto aos alunos no questionário.

A seguir apresenta-se a análise semiótica de uma resposta correta.

Tabela 44 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste: $H_0 : p = 0,80$ $H_1 : p < 0,80$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lê o enunciado e identifica corretamente que o parâmetro a testar é a proporção populacional; também identifica corretamente o valor hipotético do parâmetro e o problema como sendo um teste para a proporção.</li> <li>- Descrimina entre hipótese nula e alternativa e reconhece que a hipótese nula é pontual, expressando-a mediante a igualdade.</li> <li>- Expressa as duas hipóteses em notação adequada (conceito e linguagem).- Reconhece que a hipótese nula é incompatível com a que se quer provar (propriedade).</li> </ul>
Determinação da estatística do teste e da região crítica:  $\alpha = 0,05 \Rightarrow z_c = -1,645$ $RC_z = ]-\infty, -1,645]$ $z_0 = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0,75 - 0,80}{\sqrt{\frac{0,8(1-0,8)}{100}}} = -1,25$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica o valor crítico através do nível de significância e do teste a usar (particularização de conceito).</li> <li>- Identifica a região crítica (particularização de conceito).</li> <li>- Utiliza a notação correta para representar a estatística de teste (linguagem e conceito).</li> <li>- Calcula a estatística de teste (conceito e procedimento).</li> </ul>
Tomada de decisão: A empresa deve adquirir o tempo de antena. Não se rejeita $H_0$ .	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Decide corretamente verificando se a estatística de teste está ou não dentro da região crítica <math>RC_z</math> (propriedade).</li> </ul>

Depois de recolhidos os dados, foi feita uma análise qualitativa mediante um processo de comparação de respostas semelhantes entre si e recorrendo ao Enfoque Ontosemiótico do conhecimento e do ensino da matemática (Godino, Batanero & Font, 2008) de forma a podermos chegar a uma categorização, cujas categorias são apresentadas na próxima secção de apresentação dos conflitos semióticos.

Seguidamente descrevem-se os conflitos semióticos exibidos pelos alunos nas respostas incorretas.

### Formular as hipóteses corretas, errar o cálculo da estatística do teste e decidir corretamente

Estes alunos utilizam a simbologia adequada, mas trocam na fórmula da estatística de teste o parâmetro amostral com o populacional e não tiram conclusões mediante os dados que têm. Na Tabela 45 mostra-se um exemplo desta situação.

Tabela 45 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
<p>Determinação da estatística do teste e da região crítica:</p> $\alpha = 0,05 \Rightarrow z_c = -1,645$ $RC_z = ]-\infty, -1,645]$ $z_0 = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0,75 - 0,80}{\sqrt{\frac{0,75(1-0,75)}{100}}} = -1,15$ <p>Tomada de decisão: A empresa deve adquirir o tempo de antena. Não se rejeita <math>H_0</math>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica o valor crítico através do nível de significância e do teste a usar (particularização de conceito).</li> <li>- Identifica a região crítica (particularização de conceito).</li> <li>- Utiliza a notação correta para representar a estatística de teste (linguagem e conceito).</li> <li>- Aparece um conflito quando troca o parâmetro populacional pelo amostral (conflito num processo de interpretação).</li> <li>- Decide corretamente verificando se a estatística de teste está ou não dentro da região crítica <math>RC_z</math> (propriedade).</li> </ul>

### Formular as hipóteses corretas, calcular corretamente a estatística do teste e decidir erradamente

Estes alunos realizam todos os passos corretos da aplicação do teste de hipóteses, mas não interpretam os dados obtidos para tomarem a decisão correta. Na Tabela 46 mostramos um exemplo para ilustrar esta situação.

Tabela 46 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
<p>Determinação da estatística do teste e da região crítica:</p> $\alpha = 0,05 \Rightarrow z_c = -1,645$ $RC_z = ]-\infty, -1,645]$ $z_0 = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0,75 - 0,80}{\sqrt{\frac{0,80(1-0,80)}{100}}} = -1,25$ <p>Tomada de decisão: Como <math>z_0 \in RC_z</math> não se deve rejeitar a hipótese nula. A empresa deve adquirir o tempo de antena.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica o valor crítico através do nível de significância e do teste a usar (particularização de conceito).</li> <li>- Identifica a região crítica (particularização de conceito).</li> <li>- Utiliza a notação correta para representar a estatística de teste (linguagem e conceito).</li> <li>- Calcula a estatística de teste (conceito e procedimento).</li> <li>- Aparece um conflito ao não saber interpretar os dados obtidos para a tomada de decisão. O aluno diz que pertence à região crítica e depois conclui que não se deve rejeitar (particularização incorreta de uma propriedade)</li> </ul>

Nas categorias que se seguem apresentamos a análise semiótica apenas para a formulação das hipóteses, não fazendo a restante análise para os outros passos da resolução da alínea uma vez que estão resolvidos em função do teste que escolheram (teste errado).

### **Formular as hipóteses sobre a proporção populacional num teste unilateral à direita**

Nesta categoria classificaram-se todos os alunos que definem as hipóteses sobre a proporção populacional, mas definem um teste unilateral à direita. Estes alunos utilizam a simbologia adequada tanto para a hipótese nula como para a alternativa, o parâmetro escolhido é o correto e o valor sobre o qual se baseia a conjectura também é correto. Na Tabela 47 ilustra-se um exemplo deste tipo de resposta.

Tabela 47 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste: $H_0 : p = 0,80$ $H_1 : p > 0,80$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- O aluno lê o enunciado e identifica corretamente que o parâmetro a testar é a proporção populacional; também identifica corretamente o valor hipotético do parâmetro e o problema como sendo um teste para a proporção.</li> <li>- Descrimina entre hipótese nula e alternativa e reconhece que a hipótese nula é pontual, expressando-a mediante a igualdade.</li> <li>- Expressa as hipóteses em notação adequada (linguagem e particularização de um conceito).</li> <li>- Reconhece que a hipótese nula é incompatível com a que se quer provar (propriedade).</li> <li>- Aparece um conflito de interpretação de enunciado ao traduzir a expressão matemática na notação <math>H_1 : p &gt; 0,80</math>, o que conduz a um teste unilateral à direita (o aluno reconhece um campo de problemas).</li> <li>- Reconhece que a hipótese alternativa é a que interessa provar, porque estabelece o sinal <math>&gt;</math> em função dos dados (particularização de uma propriedade).</li> <li>- Expressa as duas hipóteses em notação adequada (conceito e linguagem).</li> </ul>

### **Formular a hipótese nula a partir da proporção amostral num teste unilateral à direita**

Nesta categoria agrupamos os alunos que formulam a hipótese nula a partir de dados amostrais em vez de populacionais e não cobrindo o espaço paramétrico. Na Tabela 48 apresenta-se a análise semiótica da resolução de um aluno.

Tabela 48 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses	- O aluno realiza uma interpretação incorreta do enunciado, assumindo que a proporção de pessoas que vê assiduamente o programa é o valor populacional em vez do amostral (processo incorreto de interpretação).

---

e seleção do tipo de teste:	- Um primeiro conflito é a confusão entre população e amostra (confusão de conceitos).
$H_0 : p = 0,75$	- O segundo conflito está relacionado com o anterior e consiste em confundir a proporção amostral com a populacional (discriminação inadequada de conceitos).
$H_1 : p > 0,80$	- Tudo isto causa um novo conflito ao confundir o teste adequado (teste sobre uma proporção) com outro inadequado (teste para a proporção unilateral à direita) (confusão de campo de problemas).

---

O aluno não interpreta corretamente o enunciado em relação às duas hipóteses nula e alternativa, aparecendo o primeiro conflito ao tomar como valor para a hipótese nula o valor da proporção amostral e o segundo ao utilizar para hipótese alternativa o teste unilateral à direita em vez de à esquerda. Esta confusão entre proporção amostral e populacional é descrita, de uma forma mais geral entre estatística e parâmetro, por Schuyten (1991).

**Formular as hipóteses nula e alternativa a partir da proporção amostral num teste unilateral à direita**

Nesta categoria colocamos todos os alunos que estabelecem ambas as hipóteses usando o valor da proporção amostral. No exemplo da Tabela 49, o aluno interpreta o enunciado identificando que se trata de um teste para a proporção, escolhendo o teste unilateral à direita em vez de à esquerda. Formula as hipóteses nula e alternativa de forma complementar, cobrindo o espaço paramétrico, não é capaz de identificar o valor do parâmetro populacional a partir do enunciado e usa uma notação adequada.

Tabela 49 – Análise semiótica de um exemplo desta categoria

---

Expressão	Conteúdo
Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste: $H_0 : p = 0,75$ $H_1 : p > 0,75$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- O aluno lê o enunciado (processo de interpretação) e identifica corretamente que o parâmetro a testar é a proporção (particulariza ao problema os conceitos de parâmetro, amostra e proporção amostral).</li> <li>- Identifica o problema como um teste de hipóteses para a proporção (reconhece um campo de problemas).</li> <li>- Conflito ao confundir o teste adequado (teste sobre uma proporção) com outro inadequado (teste para a proporção unilateral à direita) (confusão de campo de problemas).</li> <li>- Conflito ao não identificar o valor hipotético do parâmetro (particularização de um conceito).</li> <li>- Conflito ao formular as hipóteses usando o parâmetro amostral em vez do populacional.</li> <li>- Discrimina entre hipótese nula e alternativa (reconhece as propriedades matemáticas associadas).</li> <li>- Reconhece que a hipótese nula é pontual (aplica uma propriedade); expressa-a mediante uma igualdade (processo de representação); reconhece que a hipótese nula é incompatível com a que se quer provar (propriedade) e que as hipóteses devem ser complementares.</li> </ul>

---

## Outra

Nesta categoria incluem-se as respostas sem sentido, designadamente, em que não são enunciadas as hipóteses, o parâmetro a estudar não é a proporção, é utilizado o teste para a diferença de proporções e é estabelecido um teste bilateral.

Em síntese, os erros observados neste grupo de alunos consistem no cálculo errado da estatística do teste, na tomada da decisão errada, na confusão entre o teste unilateral à direita e o teste unilateral à esquerda e hipóteses que não cobrem o espaço paramétrico.

Uma vez exemplificados os tipos de conflitos semióticos decorrentes das resoluções dos alunos, na Tabela 50 apresentam-se as frequências e percentagens de respostas para cada uma das categorias.

A Tabela 50 revela que a resposta mais frequente é a da categoria *outra*, em que os alunos não foram capazes de interpretar corretamente o enunciado do problema e a partir dele estabelecer e aplicar o teste de hipóteses adequado à sua resolução. Portanto, estes alunos não identificaram o campo de problemas, não souberam reconhecer o valor hipotético do parâmetro, não formularam as hipóteses ou não usaram uma notação adequada na resolução do problema.

Tabela 50 – Frequência (percentagem) de respostas de cada categoria

Categoria	Frequência (%)
Respostas corretas	23 (10,3)
Formular as hipóteses corretas, errar o cálculo da estatística do teste e decidir corretamente	13 (5,8)
Formular as hipóteses corretas, calcular corretamente a estatística do teste e decidir erradamente	9 (4,0)
Formular as hipóteses sobre a proporção populacional num teste unilateral à direita	43 (19,3)
Formular a hipótese nula a partir da proporção amostral num teste unilateral à direita	5 (2,2)
Formular as hipóteses nula e alternativa a partir da proporção amostral num teste unilateral à direita	30 (13,5)
Outra	52 (23,3)
Não respostas	48 (21,5)
Total	223 (100)

A percentagem destas respostas, 23,3%, é preocupante uma vez que estes alunos parecem não ter ideia do que é um teste de hipóteses ou ter uma compreensão muito limitada. Esta percentagem é menor do que a obtida por Vallecillos (1995) numa pergunta sobre a formulação de hipóteses, em que obteve 41,9%, e por Vera, Díaz e Batanero (2011), também no mesmo tipo de problema, em que obtiveram 50,5%.



Seguidamente, salienta-se a pequena percentagem de alunos que resolve corretamente o problema (10,3%) e aqueles que, apesar de terem formulado corretamente as hipóteses, erraram no cálculo da estatística ou na decisão a tomar (9,8%). Estes alunos compreendem que as hipóteses se formulam em função de parâmetros, discriminando adequadamente os conceitos de estatística e parâmetro.

Um outro grupo de alunos (19,3%), tal como os anteriores, formula as hipóteses em função dos parâmetros, reconhece que a hipótese nula é contrária à que se quer provar, usa notação adequada mas define um teste unilateral à direita em vez de à esquerda.

Um outro grupo de alunos faz esta discriminação, mas usa o valor amostral para formular as hipóteses (13,5%), erro que foi assinalado por Schuyten (1991). Em menor percentagem (2,2%), os alunos usaram o valor amostral apenas na hipótese nula.

Finalmente, uma considerável percentagem de alunos (21,5%) não apresentou qualquer resposta, o que pode dever-se, para além da dificuldade inerente do tema, ao facto ter sido o último a ser lecionado, repercutindo-se no pouco tempo de exploração nas aulas e de estudo dos alunos.

### **Conclusão da análise semiótica do Problema 2**

A análise realizada, permite concluir que um dos conflitos semióticos que aparece num maior número de respostas é a confusão entre teste unilateral à esquerda e teste unilateral à direita (19,3%). No estudo de Vera, Díaz e Batanero (2011) verificou-se também que 10,3% das respostas dos alunos exibiam a confusão entre teste unilateral e bilateral. Embora este conflito não coincida com o identificado no presente estudo, ambos envolvem o conceito de ordem e revelam a dificuldade de tradução de enunciados verbais em linguagem simbólica.

Um outro conflito semiótico, também com um número de respostas elevado, refere-se à confusão entre estatística e parâmetro, assim como ao não reconhecimento de que a estatística é uma variável aleatória. Esta dificuldade repercutiu-se na formulação da hipótese nula ou de ambas as hipóteses. Ainda no caso da formulação das hipóteses, não foi detetada a confusão entre hipótese nula e alternativa que Vallecillos (1995, 1999) encontrou no seu estudo (em 13% dos alunos).

O uso de notação inadequada para representar parâmetros e estatísticas foi um erro recorrente na formulação das hipóteses (não identificação do parâmetro correto, valor incorreto do parâmetro e erro de sinal), evidenciando que, em geral, os alunos não reconhecem a necessidade de fazer a distinção entre valores provenientes da população e da amostra. Nos

estudos de Albert (1995) e Link (2002) também foi encontrado este erro, tendo os alunos demonstrado dificuldade em reconhecer o parâmetro a ser testado na inferência estatística.

### 4.3. Análise do desempenho dos alunos no questionário

Nesta secção começamos por apresentar a análise global dos diferentes tipos de respostas dadas pelos alunos nas 10 questões de escolha múltipla, as quais avaliam as seguintes dimensões: 1) Formulação e interpretação – questões 1, 2, 4 e 6; 2) Erro – questões 3, 5, 7, 8, 9 e 10. As respostas dadas pelos alunos foram categorizadas em corretas e erradas, sendo também considerada uma categoria para a ausência de resposta (não respostas). Na Tabela 51, apresentam-se, para cada questão, as frequências de respostas de cada categoria.

Tabela 51 – Frequências de respostas corretas e erradas e de não respostas em cada questão

Questão	Correta		Errada		Sem Resposta	
	N	%	N	%	N	%
1	25	11,2%	186	83,4%	12	5,4%
2	110	49,3%	109	48,9%	4	1,8%
3	166	74,4%	51	22,9%	6	2,7%
4	146	65,5%	73	32,7%	4	1,8%
5	84	37,7%	128	57,4%	11	4,9%
6	73	32,7%	123	55,2%	27	12,1%
7	64	28,7%	146	65,5%	13	5,8%
8	85	38,1%	124	55,6%	14	6,3%
9	147	65,9%	65	29,1%	11	4,9%
10	84	37,7%	119	53,4%	20	9,0%

Os resultados revelam a existência de uma percentagem baixa de respostas corretas na questão 1 (11,2%), enquanto na questão 2, de tipo semelhante, os resultados foram melhores (49,3%), uma explicação possível para os maus resultados da questão 1 é o facto de ela estar formulada numa forma diferente daquela a que alunos estão habituados, isto é, os alunos estão habituados a que a pergunta formulada seja: qual das hipóteses é uma hipótese nula? e não o contrário. Estas questões avaliavam a formulação de hipóteses.

Observamos que a percentagem de respostas corretas na questão 5 (37,7%), que se refere à interpretação do nível de significância, foi reduzida, sendo que uma possível explicação para o facto se prende com a confusão entre a  $P(\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ verdadeira})$  e  $P(H_0 \text{ verdadeira} \mid \text{rejeitar } H_0)$ . Este erro, em geral, designado por *falácia da condicional transposta*, significa que o sujeito não discrimina entre a probabilidade condicional  $P(A \mid B)$  e a sua transposta  $P(B \mid A)$ .

A questão 6 recolheu apenas 32,7% de respostas corretas, indicando que a lógica e o processo de aplicação de um teste de hipóteses, que era o objetivo da questão, é um tema complexo para os alunos, levando-os a confundirem região de aceitação com região de rejeição.

A questão 7 apresenta uma percentagem de respostas corretas ainda mais baixa (28,7%), situação que pode ter ocorrido pelo facto de nas aulas teórico-práticas o conceito de valor de prova não ter sido muito explorado. Já nas questões 3 e 9, relacionadas com os erros tipo I e tipo II, observaram-se percentagens elevadas de respostas corretas (74,4%, 65,9%, respetivamente), o que leva a concluir que os alunos conseguiram aplicar os conceitos em causa.

Na questão 8 podemos constatar uma percentagem baixa de respostas corretas, 38,1%, mostrando que os alunos não distinguiram claramente os conceitos de erro tipo I e II, ou perceberam-nos como acontecimentos complementares. Estes alunos aparentam não conhecer o significado de erro tipo II, não percebendo que a probabilidade de erro tipo II, como uma função de parâmetro desconhecido, não se pode determinar com a informação disponibilizada.

Finalmente, na questão 10 pretendia-se avaliar a definição e interpretação dos erros tipo I e tipo II. Esta questão revelou-se também de um nível de dificuldade bastante elevado para os alunos, uma vez que envolve a interpretação de figuras e o conhecimento e compreensão simultânea de muitos conceitos (erros tipo I e II, nível de confiança, desvio padrão, média amostral e potência do teste), necessários para a interpretação das figuras. Assim, essa exigência refletiu-se na baixa percentagem de alunos (37,7%) que respondeu corretamente à questão.

De acordo com as duas dimensões, antes estabelecidas, averiguamos se existe correlação entre as diversas questões do questionário, as relacionadas com formulação de hipóteses e interpretação (questões 1, 2, 4 e 6), que designámos por dimensão “Formulação e interpretação”, e as relacionadas com erro tipo I, erro tipo II e nível de significância (questões 3, 5, 7, 8, 9 e 10), que designámos por dimensão “Erro”.

Para analisar estas dimensões, para cada aluno, dividimos o número de respostas corretas pelo número de perguntas em cada dimensão, obtendo uma nova variável cujo valor se pode considerar a “taxa de respostas corretas para cada dimensão”. Foram calculados o valor médio e o desvio padrão desta nova variável e os resultados indicam que a dimensão “formulação” tem menor valor médio (40%) e aproximadamente igual desvio padrão (22%) do que a dimensão “erro e nível de significância”, cujo valor médio é 47% e o desvio padrão 21%. Isto é, as questões relacionadas com problemas de formulação e interpretação revelaram-se mais difíceis para os

alunos do que as questões relacionadas com erro e nível de significância. A Tabela 52 mostra os resultados obtidos.

Tabela 52 – Valor médio e desvio padrão para o número de respostas corretas em cada dimensão

Dimensões	Média (%)	Desvio padrão (%)
Formulação e interpretação	40%	22%
Erro	47%	21%

Seguidamente recorremos ao teste t-Student para amostras emparelhadas (com 95% de confiança), com o intuito de verificar se a diferença observada, na taxa de respostas corretas, em cada dimensão, seria significativa. Para tal, foi efetuado um teste bilateral, em que na hipótese nula se estabelece a igualdade das médias e, na hipótese alternativa médias diferentes,

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

O resultado do teste mostra que temos condições para rejeitar a hipótese nula ( $p = 0,000$ ), sendo de considerar que a taxa de respostas corretas das questões relacionadas com “formulação e interpretação” é significativamente diferente – em termos estatísticos da taxa de respostas corretas relacionadas com “erro e nível de significância”. Deste modo, constatou-se, assim, que os alunos apresentaram maior dificuldade na formulação e interpretação em problemas de testes de hipóteses.

Com o objetivo de analisar o desempenho dos alunos no questionário, elaboramos uma grelha de correção, que consta no Anexo 3, onde apresentamos as resoluções e a classificação atribuída a cada uma das questões, itens e problemas, numa escala de 0 a 20 valores.

Atribuímos um valor a cada resposta correta nas questões de escolha múltipla (10) considerando ainda que a pontuação máxima atribuída a cada problema foi de 5 valores.

A Figura 30 mostra as frequências das classificações agrupadas em intervalos de 5 valores.

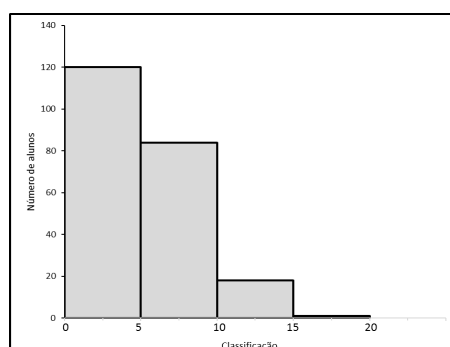


Figura 30. Distribuição das classificações obtidas pelos alunos no teste.

Constatamos que a maioria dos alunos (53,8%) obteve notas no intervalo de 0 a 5 valores, sendo de salientar que apenas um aluno (0,4%) obteve uma classificação superior a 15 valores, e apenas 8,5% dos alunos obtiveram classificação superior a 10 valores. De facto, o número de alunos que se considera ter adquirido competências no tema TH é extremamente baixo.

Na globalidade do questionário a média obtida foi de 5,39 valores com um desvio-padrão de 3,11 e coeficiente de variação (57,7%), o que denota uma elevada dispersão. Estes resultados evidenciam a dificuldade que os alunos possuem nos conteúdos do tema testes de hipóteses.

Com o intuito de averiguar a existência de relação entre a sua preferência relativamente à estatística e ao tema de TH e entre a classificação obtida pelos alunos no questionário e a sua preferência relativamente à estatística e ao tema de TH fomos analisar as variáveis “Preferência pela estatística” e “Preferência pelo tema Testes de hipóteses”. Nestas variáveis, as frequências obtidas nas extremidades da escala foram baixas (variaram entre 0,4% e 7,2%) pelo que a supressão das extremidades permite uma análise mais eficaz. Assim, agruparam-se as opções “Não gosto nada” e “Não gosto” em “Não gosto” e “Gosto” e “Gosto muito” em “Gosto”, mantendo o valor da escala “É-me indiferente”, a escala de 5 pontos por uma escala de três pontos.

Com base nesta recodificação, fomos analisar a existência de correlação entre as duas variáveis “Preferência pela estatística” e “Preferência pelos testes de hipóteses”, mostrando o resultado a existência de uma correlação moderada ( $r = 0,541$ ) entre elas. A Tabela 53 mostra a relação das frequências absolutas destas variáveis

Tabela 53 – Tabela de dupla entrada das variáveis “Preferência pela estatística” e “Preferência pelos testes de hipóteses”

		Preferência pelos testes de hipótese		
		Não gosto	É-me indiferente	Gosto
Preferência pela estatística	Não gosto	23	3	0
	É-me indiferente	9	65	7
	Gosto	15	35	62

O teste de qui-quadrado efetuado confirma a existência de uma dependência entre estas variáveis ( $p = 0,000$ ).

De seguida, comparamos também as classificações obtidas pelos alunos segundo a preferência pela estatística e a preferência pelos testes de hipóteses. Para esse efeito realizamos um teste ANOVA

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

$$H_1 : \exists_{i,j} : \mu_i \neq \mu_j$$

utilizando o teste *Post-Hoc* de Tuckey, para averiguar em que combinação de fatores existem as diferenças encontradas na ANOVA.

Os resultados obtidos indicam que, relativamente à preferência pela estatística, não existe diferença significativa nas classificações obtidas, embora se possa considerar que existe uma tendência ( $p = 0,084 < 0,1$ ) para os alunos que gostam do tema obterem melhores classificações.

Todavia, na análise efetuada à preferência pelos testes de hipótese verifica-se uma diferença significativa ( $p = 0,000$ ) nas classificações. O teste de Tuckey confirma que os alunos que não gostam do tema (Não Gosto) quando comparados com os que gostam (Gosto) ( $p = 0,000$ ) ou são indiferentes (É-me indiferente) ( $p = 0,000$ ) têm classificações inferiores.

Podemos concluir que as classificações são afetadas positivamente quando os alunos gostam do tema “Testes de hipóteses”, enquanto o gosto pelo tema “Estatística” não teve influência nas classificações.

## **CAPÍTULO V**

### **ENSINO DE TESTES DE HIPÓTESES**

Este capítulo é constituído por quatro secções: a primeira começa com a contextualização dos projetos; a segunda diz respeito à caracterização dos projetos, apresentando uma análise detalhada de cada um dos projetos; na terceira apresentamos a análise dos resultados do questionário sobre as perceções dos alunos sobre o trabalho de projeto e, finalmente, na quarta secção apresentamos uma síntese dos resultados obtidos na experiência de ensino.

#### **5.1. Contextualização dos projetos**

A experiência de ensino de TH foi implementada numa turma teórico-práticas (A), num um total de 31 alunos, no ano letivo 2014/15, do 1.º ano da Licenciatura de Engenharia Informática do Instituto Politécnico do Porto. A temática dos trabalhos focou-se no tema “Redes Sociais”. Dos 31 alunos, 25 eram do sexo masculino e seis do sexo feminino. Estes alunos estavam todos a frequentar a UC de Matemática Computacional (MATCP) pela primeira vez. Para a realização dos projetos foram desenvolvidas várias atividades, relativas às diferentes etapas do trabalho de projeto que descrevemos a seguir.

Antes da realização dos projetos, foi pedido aos alunos que se agrupassem em grupos de quatro a cinco alunos, o que totalizou nove grupos. De seguida foi pedido a cada grupo que pensassem em duas ou três questões sobre a temática “Conhecer o uso das redes sociais” e que as colocassem no Google Drive. Esse ficheiro era partilhado no Google Drive da professora (investigadora) e com todos os outros grupos, de forma que todos eles pudessem verificar se as suas questões já tinham sido colocadas ou não por outros grupos; se já tivessem, então o grupo teria que colocar outras diferentes.

À medida que iam sendo colocadas as questões, a professora ia examinando e orientando os alunos sobre as questões colocadas pelos grupos. No final do prazo estabelecido para a elaboração das questões (duas semanas), foi constituída a versão final do questionário relativo ao tema “Redes Sociais”. Este questionário era constituído por 18 questões todas fechadas, das quais seis incluíam uma escala de tipo Likert (1- Totalmente em desacordo a 5- Concordo totalmente).

Foi enviado um email com o link (do questionário) a todos os alunos que frequentavam a UC a pedirem que preenchessem o questionário sobre o tema “Redes Sociais” e também foi pedido a cada grupo que enviasse esse link para dois ou três amigos que fossem da mesma idade e frequentassem o ensino superior. Foi dado o prazo de duas semanas para o preenchimento do questionário, tendo-se obtido 189 respostas. A folha de cálculo gerada pelo Google Drive com todas as respostas foi enviada aos grupos. Um dos alunos, que fazia parte de uma das turmas envolvidas neste projeto, ofereceu-se para verificar os dados da folha de cálculo do Google Drive, enviando posteriormente para a professora o ficheiro formatado (ficheiro em Excel) para poder ser depois operacionalizado com o R Commander.

Após a conclusão desta etapa, a professora pediu aos alunos que realizassem o projeto Redes Sociais segundo as orientações que constavam num ficheiro enviado por email e que se descrevem a seguir: cada grupo teria que apresentar um plano escrito sobre aquilo que pretendiam fazer relativamente aos dados recolhidos sobre Redes Sociais (o ficheiro em Excel com os dados foi enviado a cada grupo). Nesse plano, os grupos teriam que estabelecer o seu objetivo e escolher, pelo menos, quatro questões do questionário, de forma a poderem aplicar pelo menos dois dos TH lecionados, para além da caracterização resumida da amostra; foi dito também aos alunos que nos TH seria obrigatório usar o software R; indicação de como deveriam apresentar o relatório final: título, resumo, introdução, descrição dos dados usados no estudo, análise e tratamento de dados, conclusões e discussão e bibliografia; apresentação do trabalho em formato digital (no máximo oito slides) para a turma, dispondo, no máximo, de 10 minutos. A necessidade de fazer o tratamento estatístico usando o software R, e uma vez que os alunos não estavam familiarizados com este software, levou a professora a enviar material de apoio e um manual de instruções elaborado pela própria.

Os projetos foram realizados em quatro aulas teórico-práticas (totalizando de seis horas de contacto com a professora). Na primeira aula a professora explicou, com exemplos, a utilização do software R e, logo a seguir os grupos começaram a trabalhar nos seus projetos. Nesta aula foi entregue aos alunos uma ficha de autoavaliação para cada etapa do projeto designando-se por “Ficha de avaliação das fases do Projeto”. Estas quatro fichas de autoavaliação foram disponibilizadas em papel para resposta, uma para cada uma das quatro etapas correspondentes a cada uma das quatro aulas teórico-práticas em que foi sendo realizado o projeto. As etapas foram: Objetivos/Questões de investigação; Descrição dos dados usados no estudo; Análise e tratamento de dados; Conclusão e discussão. Em cada uma destas etapas, o grupo deveria referir



se atingiu os objetivos para essa etapa, quais os aspetos em que o grupo sentiu mais e menos dificuldades a realizar nessa fase do projeto e dar sugestões para melhorar a realização da fase do projeto em que se encontrava. Os alunos tiveram a tutoria da professora, quer nas aulas quer fora delas, durante a realização dos seus projetos.

Na quarta e última aula teórico-prática de realização do projeto final, os grupos entregaram o relatório de projeto e apresentaram o trabalho em PowerPoint para os outros grupos e para a professora, dispondo, para tal, de 10 minutos. Foi pedido a cada grupo permissão para a gravação da apresentação do trabalho, e esta foi aceite.

No final da realização dos projetos foi pedido aos alunos que preenchessem um questionário sobre as suas perceções relativamente aos trabalhos de projetos que realizaram.

## **5.2. Caraterização e implementação dos projetos**

Nesta secção apresentamos a análise dos trabalhos de projeto apresentados por cada um dos sete dos grupos, recorrendo a diferentes fontes de informação: plano de trabalho (os objetivos do grupo); relatório do projeto; “Ficha de avaliação das fases do projeto”; apresentação do projeto em formato digital (PowerPoint) e gravações da apresentação oral do projeto. Na análise dos relatórios usamos a segunda dimensão do modelo de Wild e Pfannkuch (1999), ou seja, apresentamos a análise através das cinco componentes do pensamento estatístico: reconhecimento da necessidade de dados, transnumeração, variação, raciocínio com modelos estatísticos e integração da estatística em contexto. Para cada destas componentes definimos uma série de indicadores. Além desta análise, também iremos verificar se os alunos seguiram as regras sugeridas para a realização do projeto. Para a “Ficha de avaliação das fases do projeto” realizou-se uma análise das justificações dadas pelos alunos e uma análise quantitativa.

### **5.2.1. Projeto 1**

O grupo que realizou o Projeto 1 é constituído por cinco alunos todos do sexo masculino, com idades compreendidas entre os 18 e os 19 anos.

Apresentamos na Figura 31 o plano de trabalho do grupo 1 para a realização do seu projeto referente ao tema “Redes Sociais”.

<b>Plano de trabalho do Projeto 1</b>
<p><b>Objetivos:</b> Descrever a amostra de acordo com as indicações dadas para a realização do trabalho, mais detalhada para as perguntas selecionadas. Aplicar testes de hipóteses para as variáveis selecionadas.</p> <p><b>Questão 6.</b> Possuis um <i>Tablet</i> para aceder às redes sociais?</p> <p>Com esta pergunta pretendemos obter informação sobre a proporção de rapazes em relação à das raparigas que possui um <i>Tablet</i> e acede às redes sociais através dele.</p> <p><b>Questão 9.</b> Da lista, qual foi a primeira rede social que utilizaste (várias opções)?</p> <p>Com esta pergunta pretendemos saber qual foi a primeira rede social que despertou o interesse pela vida social online nos rapazes e ver se essa rede social tem a mesma proporção nos rapazes e nas raparigas.</p> <p><b>Questão 10.</b> Que idade tinhas quando começaste a usar as redes sociais?</p> <p>Com esta pergunta procuramos saber a partir de que idade as pessoas questionadas começaram a frequentar as redes sociais. Em termos de testes de hipóteses podem comparar-se, em média, se as idades dos rapazes e das raparigas quando iniciaram o uso das Redes Sociais é igual ou não.</p> <p><b>Questão 15.</b> As redes sociais são uma maneira para encontrar: (várias opções)</p> <p>Com esta pergunta pretendemos saber qual o grupo de pessoas que mais interagem através das redes sociais.</p>

Figura 31. Plano de trabalho do Projeto 1.

### **Desenvolvimento do pensamento estatístico**

A seguir passamos a apresentar a análise do relatório do Projeto 1 em função das cinco componentes do pensamento estatístico de Wild e Pfannkuch (1999).

*Reconhecimento da necessidade de dados.* A investigação começa com a formulação das questões a investigar a partir de um conjunto de dados já disponíveis (ficheiro em Excel). O grupo compreendeu que os dados disponíveis eram suficientes e caracterizaram a amostra de acordo com as variáveis escolhidas para responder às questões por eles selecionadas.

*Transnumeração.* Consideramos que a transnumeração ocorreu se os alunos transformaram os dados em tabelas ou gráficos estatísticos corretamente, fazendo uma representação adequada. Os alunos apresentaram corretamente gráficos de barras e histogramas conforme o tipo de questão e, além disso, exibiram um quadro de frequências em função do género nas questões 6 e 9, tirando apenas conclusões relativamente aos gráficos apresentados nessas questões. Para a questão 6 – “Possuis um *Tablet* para aceder às redes sociais?” – o grupo tinha como objetivo obter informação sobre a proporção de rapazes em relação à de raparigas que possui um *Tablet* e aceda às redes através dele. Para tal apresentaram, como podemos constatar através da Figura 32, uma tabela de frequências segundo o género.

Percentage table:		G.nero		
Fossuis.um.tablet.para.aceder..s.redes.sociais.	Feminino	Masculino	Total	Count
Não	15.5	84.5	100	103
Sim	20.9	79.1	100	86

Figura 32. Tabela de frequências para a questão 6 segundo o género (Projeto 1).

Na questão 9 – “Da lista, qual foi a primeira rede social que utilizaste?” – o objetivo pretendido era saber qual a primeira rede social que despertou o interesse pela vida social online nos inquiridos e ver se essa rede social foi referida na mesma proporção por rapazes e raparigas. Para esta questão, o grupo apresentou corretamente um gráfico de barras e uma tabela de frequências.

Na questão 10 – “Que idade tinhas quando começaste a usar as redes sociais?” – o objetivo era saber a partir de que idade as pessoas inquiridas começaram a utilizar as redes sociais. Neste caso, os alunos apresentaram um histograma correto da idade com que os inquiridos começaram a aceder à internet, não fazendo nenhum comentário sobre o gráfico obtido.

Finalmente, na questão 15 – “As redes sociais são uma maneira para encontrar: amigos; antigos amigos; antigos colegas; antigos namorados(as); familiares e novos namorados(as)” – os alunos apresentaram gráficos de colunas para todas as opções sem tirar conclusões.

Em síntese, podemos dizer que o grupo evidencia algum conhecimento do conteúdo estatístico.

*Varição.* Uma vez que os alunos em algumas das questões não apresentaram conclusões a partir das análises que obtiveram, podemos dizer que o grupo abordou a variabilidade sem perceber a importância do conceito.

*Raciocínio com modelos.* Os alunos compreenderam que devem aplicar TH para as questões que escolheram, mas não conseguem concretizar, mostrando dificuldades na sua aplicação. Apenas na questão 10 apresentaram um teste de hipóteses para saberem se a “média de idade dos rapazes e das raparigas, quando iniciaram o uso das redes sociais, é igual o não?”, utilizando o software R (ver Figura 33).

```

Welch Two Sample t-test

data: Que.idade.tinhas.quando.come.aste.a.usar.as.redes.sociais. by G.nero
t = 0.69687, df = 37.073, p-value = 0.4902
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -1.471597  3.014671
sample estimates:
mean in group Feminino mean in group Masculino
 15.29412                14.52258

```

Figura 33. TH bilateral para a diferença de médias, para a questão 10 (Projeto 1).

Os alunos apresentaram, corretamente (Figura 33), o TH para a diferença de médias para a hipótese que pretendiam testar, mas tiraram conclusões erradas: *“através dos resultados obtidos podemos verificar que os inquiridos do sexo masculino iniciaram a sua experiência nas redes sociais mais cedo, com uma idade média de 14,5 anos para o sexo masculino e 15,3 anos para o sexo feminino”*. Assim, mostram através desta conclusão que não souberam interpretar o TH uma vez que nem sequer falam na tomada de decisão de rejeitar ou não a hipótese nula, ficando-se apenas por uma comparação de com que idade (em média) os inquiridos de ambos os sexos começaram a aceder às redes sociais.

Relativamente à questão 15, os alunos sabiam o que se pretende com a questão, mas após reflexão chegaram à conclusão que, devido “às dificuldades de manuseamento do software utilizado no tratamento de dados”, não foi possível verificar, tal como tinham indicado nos objetivos, se a proporção de acordo e totalmente de acordo é igual para os rapazes e para as raparigas, por exemplo para encontrar amigos, antigos amigos e antigos colegas. O Objetivo principal destas perguntas era a aplicação de TH e aqui podemos afirmar que o grupo falhou mostrando que não tem conhecimento do conteúdo para responder às questões que escolheu, pois se tivessem esse conhecimento, eles conseguiriam aplicar o software R para responder a essas questões.

*Integração da estatística em contexto (conhecimento estatístico e contextual)*. Podemos dizer que os alunos deste grupo não foram capazes de interpretar os resultados estatísticos no contexto do seu projeto de investigação em todas as questões. Relativamente aos gráficos apresentados e tabelas de frequência, os alunos foram capazes de justificar e tirar conclusões corretamente, isto é, para a questão 6 souberam interpretar através da tabela de frequências apresentada, em relação ao género, que 20,9% dos inquiridos que escolheram a opção “Sim” eram do sexo feminino e os restantes 79,1% do sexo masculino. Para a questão 9 conseguiram, através do gráfico de barras, constatar que a rede social que causou mais impacto, tanto nos rapazes como nas raparigas, foi o “Hi5”, chegando também à conclusão que 81% dos inquiridos que escolheram como primeira rede social o Hi5 era do sexo masculino e 19% do feminino.

Este grupo só foi capaz de realizar o TH para a questão 10, mas relativamente à justificação dos resultados obtidos através da aplicação do TH, usando o R Commander, não foram capazes de discutir corretamente os resultados obtidos em termos da tomada de decisão sobre rejeitar ou não a hipótese nula.

Podemos afirmar que em termos de conflitos semióticos aparece um conflito ao não saberem interpretar os dados obtidos para a tomada de decisão, conflito este que também foi identificado no capítulo IV.

No relatório apresentaram uma conclusão final para os resultados que conseguiram obter no trabalho realizado bastante satisfatória, tendo sido capazes de verificar que houve uma grande discrepância entre o número de respostas provenientes do sexo masculino e do feminino, explicando que isto se devia ao facto dos inquiridos serem em maior número do sexo masculino, dado que a maioria dos inquiridos frequentavam o Instituto Superior de Engenharia do Porto, constituído largamente por um maior número de pessoas do sexo masculino. Donde, os resultados obtidos não deviam ser generalizados dado que variam significativamente consoante a predominância do género que é alvo da maior parte das questões analisadas.

O projeto deste grupo mostra que o seu conhecimento estatístico é reduzido uma vez que não conseguiram formular conjeturas a partir dos dados obtidos em determinadas circunstâncias.

Na apresentação oral os alunos mencionaram as questões que escolheram e mostraram os gráficos e tabelas que construíram, bem como as conclusões que tiraram para cada uma das questões.

A professora, relativamente aos TH, chamou a atenção de que deveriam formular as hipóteses e concluir acerca do TH que estavam a apresentar para que os colegas pudessem perceber. Quando foram indagados sobre porque é que só realizaram o TH para a questão 10, os alunos deram resposta igual à do relatório, dizendo que tiveram dificuldade na aprendizagem do software R e que tinha sido falha deles em explorar melhor o software R.

Podemos concluir que, de acordo com o que apresentaram, o grupo realizou uma apresentação satisfatória, cumpriu o tempo estipulado e mostrou algumas dificuldades a nível do raciocínio estatístico.

### **Avaliação do Projeto**

Através da análise realizada ao relatório deste projeto, podemos dizer que, na generalidade, as regras de construção foram respeitadas. Na Tabela 54 sintetiza-se a verificação da aplicação dessas regras (descritas no capítulo III).

Tabela 54 – Cumprimento das regras na elaboração do relatório (Projeto 1)

Regras	Aplica	Aplica Parcialmente	Não Aplica
Título do trabalho	✓		
Objetivo	✓		
Resumo	✓		
Introdução	✓		
Descrição dos dados usados no estudo	✓		
Análise e tratamento de dados		✓	
Conclusões e discussão		✓	
Bibliografia			✓

Nota: ✓ nível de aplicação da regra.

Resumindo, este relatório está incompleto relativamente à Análise e tratamento de dados e Conclusões e discussão uma vez que não é explicada a razão porque numas questões se usam gráficos de barras e noutras histogramas, como construíram as tabelas de frequência e porque apresentaram essas tabelas de frequência só para algumas questões. Não descrevem os TH que vão utilizar e não conseguem concretizá-los para as questões todas, apresentando dificuldades quando têm de tirar conclusões acerca da decisão a tomar perante o resultado que obtiveram na aplicação do TH. Mostram que algumas conclusões são apoiadas pelos dados, a qualidade da resposta às questões elaboradas é correta em algumas questões e discutem as limitações que surgiram ao grupo, mas no sentido de não conseguirem responder a todas os objetivos por eles propostos, o que se deveu a dificuldades na aplicação do software R e a não terem tido muito tempo para o explorarem.

A seguir, na Tabela 55, analisamos as fichas de Autoavaliação das Fases do Projeto 1.

Tabela 55 – Autoavaliação das Fases do Projeto 1

Questionamento	Fases do projeto			
	Objetivos/ Questões de investigação	Descrição dos dados usados no estudo	Análise e tratamento de dados	Conclusões e discussão
Atingiu o que se pretendia?	Concordo	Concordo	Concordo	Concordo
Aspetos capaz de realizar	Sim	Sim	Sim	Sim
Dificuldades	Não	Sim	Sim	Não
Sugestões	Não	Sim	Sim	Não

Através da análise da Tabela 55 constatamos que na primeira questão que se colocou ao grupo em cada fase do projeto — “O Grupo considera que atingiu o que se pretendia com esta fase do projeto” —, na qual teriam que escolher uma das seguintes opções: Discordo Totalmente; Discordo; Concordo e Concordo Totalmente, em todas as fases escolheram a opção Concordo, donde podemos dizer que este grupo não teve dificuldades em realizar as várias etapas do projeto. Verificamos também que nas fases Objetivos/Questões de investigação e Conclusões e discussão os alunos apresentam aspetos que se sentiram mais e menos capazes de realizar e não apresentam sugestões para melhorar estas fases. Já para as fases Descrição dos dados usados no estudo e Análise e tratamento de dados apresentam aspetos mais e menos capazes de realizar nestas fases e sugestões de melhoria para ambas as fases do projeto.

Apresentamos, a seguir, a análise das questões propostas nas quatro fases aos alunos, na qual eles teriam que justificar a sua resposta.

*Fase Objetivos/Questões de investigação.* Relativamente a quais os aspetos em que o grupo se sentiu mais capaz de realizar nesta fase, os alunos disseram que “A escolha das perguntas que serão alvo de estudo foi fácil de selecionar pois suscitam muito mais interesse do que as restantes, na medida em que despertam curiosidade quanto às respostas dos inquiridos”. Quando foram questionados sobre quais os aspetos em que o grupo sentiu mais dificuldades em realizar nesta fase e porquê, eles responderam: “Não se sentiram dificuldades nesta fase do projeto, uma vez que, tal como o referido anteriormente, as perguntas escolhidas foram de fácil identificação”. Quando foi pedido ao grupo sugestões para melhorar a realização desta fase do projeto, os alunos deixaram a questão por responder. Através das justificações apresentadas pelo grupo podemos dizer que, nesta fase, não tiveram dificuldades na sua realização.

*Fase Descrição dos dados usados no estudo.* O grupo respondeu relativamente aos aspetos que se sentiram mais capazes de realizar nesta fase: “Nesta fase do projeto, o grupo sentiu maior facilidade em compreender os objetivos propostos pela professora em cada uma das questões estudadas do inquérito, uma vez que estes eram claros e objetivos”.

Este grupo teve alguma dificuldade em perceber o que tinha que fazer relativamente às perguntas que escolheram e a professora (investigadora) explicou e deu algumas sugestões do que deveriam fazer, daí o grupo referir que os objetivos propostos foram sugeridos pela professora. Sobre os aspetos em que o grupo sentiu mais dificuldades nesta fase, foi referido:

O grupo sentiu dificuldades em obter os dados correspondentes em cada pergunta, uma vez que o manuseamento do software utilizado “R” é complexo e de difícil compreensão. Por estes motivos, a fase seguinte do projeto (análise e tratamento de

dados) foi afetada, pois não foi possível obter todos os dados necessários para cumprir os objetivos requeridos no estudo de uma das questões.

Com esta justificação o grupo mostra que perceberam as suas limitações para responder aos seus objetivos. Quanto ao software R ser difícil, isso poderá dever-se ao facto de o grupo não o ter explorado devidamente. Relativamente a sugestões, o grupo refere: “A disponibilização de um guia/tutorial completo para o uso do software nestas circunstâncias ou a mudança de software”. Para a realização deste projeto com a utilização do software R a professora teve o cuidado de disponibilizar um guia para os alunos e além disso forneceu um link com guias disponíveis online, portanto, a justificação apresentada não faz sentido uma vez que eles poderiam ter acesso a essa informação. Esta justificação leva a concluir que os alunos não fizeram as pesquisas, preferindo que a professora disponibilizasse os guias ou que sugerisse outro software.

*Análise e tratamento de dados.* Nesta fase o grupo referiu que o aspeto que se sentiram mais capazes de realizar foi:

Nesta fase do projeto o grupo sentiu maior facilidade na parte da análise dos dados, uma vez que depois de obtidos os resultados das respostas provenientes dos inquiridos e do tratamento dos dados com o auxílio do software R torna-se mais fácil de compreender os resultados finais para a elaboração da análise.

Através desta justificação não se entende se o grupo percebeu que nesta fase teria de apresentar gráficos, tabelas ou modelos a aplicar, ou seja, que TH iriam escolher para responder às questões escolhidas. Relativamente aos aspetos em que o grupo sentiu mais dificuldade nesta fase, o grupo justificou da seguinte forma: “O grupo sentiu dificuldade em efetuar a análise e o tratamento dos dados na última questão proposta pela professora uma vez que não conseguimos obter a totalidade dos dados pretendidos recorrendo ao software utilizado”. Esta justificação mostra a consciência que o grupo tinha quanto às suas limitações, quer a nível estatístico quer a nível da utilização do software R. Aqui, mais uma vez, o grupo fala na professora porque eles adotaram as sugestões da professora relativamente às questões que escolheram.

Sobre sugestões para melhorar esta fase, o grupo respondeu: “Sugerimos que haja outros objetivos propostos para cada questão, para além daqueles que já foram estabelecidos, disponibilizando, assim, uma alternativa de trabalho caso os primeiros objetivos não sejam possíveis de cumprir”. Através desta justificação podemos constatar que o grupo quando se depara com um obstáculo, a melhor solução para eles será desistir uma vez que dizem que se devia arranjar uma alternativa de trabalho caso não consigam cumprir os objetivos.



*Conclusões e discussão.* A justificação apresentada para esta fase relativamente aos aspetos em que o grupo se sentiu mais capaz foi: “O grupo retirou facilmente as conclusões sobre os dados obtidos na análise e tratamento de dados, o que possibilitou discutir com maior facilidade e credibilidade do inquérito feito e se este pode ser generalizado ou não”. Na conclusão sobre a credibilidade do inquérito não se percebe o que é que o grupo pretende e como chega a essa conclusão. O grupo não refere dificuldades nem sugestões para melhorar esta fase, o que nos leva a pensar que não surgiram obstáculos para a conclusão desta fase.

### 5.2.2. Projeto 2

O grupo que realizou o Projeto 2 era constituído por cinco alunos, sendo três do sexo masculino e dois do sexo feminino. Na Figura 34 exibe-se o plano de trabalho do Projeto 2.

<b>Plano de trabalho do Projeto 2</b>
<p><b>Objetivos:</b> Estudar a primeira rede social usada, a principal finalidade para que se usam as redes sociais, bem como o tempo diário nelas despendido, para rapazes e raparigas e para estado civil.</p> <p><b>Questão 9.</b> Da lista, qual foi a primeira rede social que utilizaste (várias opções)?</p> <p><b>Questão 10.</b> Que idade tinhas quando começaste a usar as redes sociais?</p> <p><b>Questão 11.</b> Por dia, quantas horas acedes às redes sociais?</p> <p><b>Questão 14.</b> Uso as redes sociais para ... (várias opções)?</p> <p><b>Testes de hipóteses aplicar:</b>  Qual a primeira rede social utilizada, em média, pelos jovens entre os 15-18 anos? (questão 9) Aplicação de TH para as proporções efetuando a distinção entre rapazes e raparigas.  Com que idade se começa a usar as redes sociais, em média? (questão 10)  Quem passa mais tempo online, em média? Solteiros? Casados? Etc. (questão 11). Vamos estudar diferenças de médias e usar também rapazes e raparigas.  De entre as mulheres, qual é a principal finalidade do uso das redes sociais? Fazer o mesmo para os homens e comparar os dois grupos (questão 14, TH para proporções).</p>

Figura 34. Plano de trabalho do Projeto 2.

### **Desenvolvimento do pensamento estatístico**

A seguir passamos a expor a análise do relatório deste Projeto 2 através das cinco componentes do pensamento estatístico de Wild e Pfannkuch (1999).

*Reconhecimento da necessidade de dados.* O grupo compreendeu que os dados são suficientes para responder às questões escolhidas, no entanto, nos objetivos não mencionam o facto que o que escreveram é a caracterização da amostra, significando que a descrição está parcialmente correta.

*Transnumeração.* Este grupo apenas apresenta tabelas de frequência nalgumas das resoluções dos TH, não explicando o seu uso para caracterizar a amostra, nem apresentando

justificações de como foram obtidas essas tabelas. Tendo sido pedido aos alunos que caracterizassem a amostra usando gráficos de barras, gráficos circulares, histogramas, conforme as questões escolhidas, o facto de não apresentarem justificações ou conclusões para as tabelas de frequência leva-nos a questionar se os alunos conheciam este tipo de estatísticas e se as saberiam aplicar aos dados de que dispunham. No entanto, na apresentação oral do projeto, os alunos mostraram um slide com uma tabela de frequências para determinarem, quem frequenta mais o Facebook e o Twitter, se são os homens ou as mulheres (Figura 35).



Figura 35. Quem frequenta mais o Facebook e o Twitter (Projeto 2).

*Varição.* Uma vez que os alunos apresentaram conclusões a partir dos dados que obtiveram, podemos dizer que o grupo aborda a variabilidade e percebe que existe e é transmitida nos dados.

*Raciocínio com modelos.* O grupo apresenta quatro TH, mas dois deles referem-se a questões que eles não indicaram nos objetivos, isto é, trocaram duas questões relativamente aos objetivos que entregaram à professora. A questão 8 — “Acedes às redes sociais com os dados móveis?” — e a questão 5 — “Possuis um computador para aceder às redes sociais?” — são as duas questões que os alunos consideraram em vez das questões 9 e 11. Para a questão 8 apresentam um TH para a média através da utilização do software R, como podemos ver na Figura 36.

```

alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 20.62772 21.96487
sample estimates:
mean of x
 21.2963

> t.test(Idade=Acedes...internet.para.te.ligares..s.redes.sociais.....Usando.os.dados.m.veis...,
+ alternative='two.sided', conf.level=0.95, var.equal=FALSE, data=Dataset)

Welch Two Sample t-test

data: Idade by Acedes...internet.para.te.ligares..s.redes.sociais.....Usando.os.dados.m.veis..
t = -0.74918, df = 157.68, p-value = 0.4549
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -1.7669591  0.7951353
sample estimates:
mean in group Não mean in group Sim
 20.96721      21.45312

```

Figura 36. TH bilateral para a questão 8 (Projeto 2).

Podemos constatar, através da Figura 36, que os alunos primeiro foram aplicar um TH bilateral para a média, indicando as respetivas hipóteses nula e alternativa e chegando à conclusão que a idade é 21,2963. O TH está corretamente aplicado, mas os alunos não tiraram conclusões dos dados obtidos. Apesar de na resolução apresentada através do R se perceber que o grupo pretende determinar a idade média com que começaram a aceder às redes sociais através dos dados móveis, no relatório isso não está explícito. Verificamos também que apresentam um TH bilateral para a diferença de médias para, segundo o grupo, constatarem a idade com que os alunos acedem à internet para se ligarem às redes sociais através dos dados móveis, não explicando o que pretendem com a aplicação do TH. A resolução apresentada do TH para a diferença de médias em função dos grupos “Sim” e “Não” não está de acordo com a questão que eles dizem que vão resolver, não fazendo sentido a aplicação desse TH. Na questão 10 os alunos aplicaram corretamente o TH bilateral para a média para indagarem “Com que idade se começa a usar as redes sociais, em média?”, comparando as médias das idades com que os géneros masculino e feminino começaram a aceder às redes sociais. A formulação da questão não está feita de uma forma correta, isto é, deveriam ter formulado da seguinte forma “Com que idade os inquiridos começaram a aceder às RS”. Recorrendo ao software R, é apresentada a seguinte conclusão: “Para esta pergunta fizemos uma média das idades para analisar com que idade se começa a usar as redes sociais e a média obtida foi 14”. Podemos constatar que os alunos concluíram corretamente que a idade, em média, para aceder às redes sociais era de 14 anos, contudo a forma como se exprimiram não foi a mais correta, ou seja, mostraram que têm dificuldade em descrever o seu raciocínio estatístico. Na questão “Possuis um computador para aceder às redes sociais?”, os alunos pretenderam saber a proporção entre casados e solteiros e para tal aplicaram o TH bilateral para a proporção. Através da resolução obtida com o software R, podemos constatar que primeiro foram descobrir quantos dos inquiridos eram solteiros ou casados e depois é que aplicaram o TH bilateral para a proporção de casados que possuem um computador para aceder às redes sociais. Na resolução consideraram as hipóteses  $H_0 : p = 0,5$  e  $H_1 : p \neq 0,5$ , não explicando porque consideraram na formulação a proporção de 50%. Na conclusão final apenas referem o valor da proporção que obtiveram na aplicação do TH através do software R, o que mostra mais uma vez os alunos não tomam decisões em função dos dados obtidos. Na questão “Usas as redes sociais para seguir artistas” podemos observar a resolução dos alunos na Figura 37.

```

Percentage table:
      Artistas
S.gnero  concordo discordo Total Count
Feminino  47.1    52.9    100    34
Masculino  50.3    49.7    100    155

      2-sample test for equality of proportions without continuity
      correction

Data: .Table
K-squared = 0.11881, df = 1, p-value = 0.7303
alternative hypothesis: two.sided
95 percent confidence interval:
-0.2179587  0.1526836
sample estimates:
prop 1 prop 2
0.4705882 0.5032258

```

Figura 37. TH bilateral para a questão 14 (Usas as redes sociais para seguir artistas )(Projeto 2).

Verificamos, através da análise da Figura 37, que os alunos agruparam as opções da pergunta da seguinte forma: na opção concordo juntaram os que reponderam concordo e concordo totalmente e na opção discordo juntaram os que escolheram a opção totalmente em desacordo, em desacordo e nem concordo nem discordo. Os alunos optaram por este agrupamento uma vez que só aprenderam TH para comparação de duas variáveis de amostras independentes (para este tipo de situação) e, portanto, só poderiam ter duas opções para poderem aplicar o TH. Da Figura 37 apuramos, ainda, que os alunos mostram uma tabela de frequências em função do género (feminino e masculino) e se concordam ou discordam na utilização das redes sociais para seguir artistas. Foi utilizado o TH bilateral para a diferença de proporções, que está corretamente apresentado e em que se faz a comparação se a proporção de pessoas do género feminino e do género masculino, relativamente ao concordo, é igual ou diferente no acesso às redes sociais para seguir artistas, concluindo-se através do resultado obtido na aplicação do TH que não existe diferença significativa, isto é, não se rejeita a hipótese nula. Esta conclusão deveria ter sido a extraída pelos alunos, contudo tal não aconteceu.

*Integração da estatística em contexto (conhecimento estatístico e contextual).* Podemos dizer que os alunos deste grupo não foram capazes de interpretar os resultados estatísticos no contexto do seu projeto de investigação da forma mais correta.

As conclusões finais apresentadas para todas as questões foram justificadas de forma muito sintetizada e nenhuma delas em função da tomada de decisão de rejeitar ou não a hipótese nula. Podemos asseverar que aparece um conflito semiótico ao não saber interpretar os dados obtidos para a tomada de decisão, conflito que foi também identificado no capítulo IV.

O projeto deste grupo mostra que o seu conhecimento estatístico é muito insuficiente uma vez que não conseguem fazer conjeturas a partir dos resultados obtidos, além de não perceberem o conceito de TH e de mostrarem dificuldades no raciocínio estatístico.

Na apresentação oral do seu projeto, este grupo começou por apresentar uns slides sugestivos, para ornamentarem a informação, como acontece na utilização do Facebook e do Twitter por homens e mulheres (Figura 38).

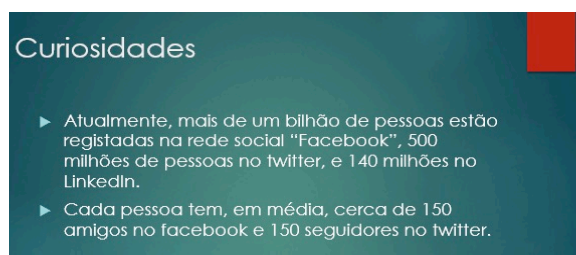


Figura 38. Curiosidades (Projeto 2).

Os alunos que realizaram a apresentação oral estiveram muito à-vontade e à medida que iam apresentando as suas questões explicavam o que fizeram e as conclusões que obtiveram. Relativamente à questão 8, em que no relatório havia falhas na explicação da resolução e do que pretendiam com a questão, na apresentação, os alunos souberam explicar o que desejavam com a questão, dizendo que foram primeiro obter a idade média com que os inquiridos começaram a aceder às redes sociais através dos dados móveis e depois que quiseram saber se existia diferença entre a média de idades dos grupos de pessoas que responderam Não e Sim, chegando à conclusão que não havia diferença significativa porque como o  $p\text{ value} > \alpha$  ( $0.4549 > 0.05$ ) não se rejeita a hipótese nula. Para a questão 10 — “Com que idade se começa a usar as redes sociais, em média?” —, além da explicação dos dados obtidos através do R, que a média das idades era igual a 14,66, ainda acrescentaram que foram procurar informação na internet para poderem comparar com os dados obtidos, e descobriram que a idade média em que os adolescentes começam a utilizar o Facebook é 13 anos, o que é inferior à deste estudo e, além disso, também na sua pesquisa descobriram que um estudo revelou que aos 12 anos, em média, as crianças já enviam mensagens online para estranhos, o que foi apresentado como uma curiosidade.

Por fim, na apresentação da questão 14 — “Usas as redes sociais para seguir artistas?” — os alunos souberam explicar o que pretendiam e com os dados obtidos conseguiram fazer as considerações corretas, ou seja, que os dados evidenciavam a tomada de decisão de rejeitar a hipótese nula. Além disso, ainda acrescentaram que fizeram uma pesquisa na internet (não colocaram a fonte) e descobriram quais os artistas que tinham mais seguidores no Twitter e mais *Likes* no Facebook (Figura 39), o que tornou a apresentação mais apelativa.



Figura 39. Artistas mais seguidos nas redes sociais (Projeto 2).

No final da apresentação, os alunos disseram que tiveram algumas dificuldades, contudo a realização do trabalho contribuiu para uma melhor compreensão dos TH.

Sintetizando, a conclusão que tiramos do relatório não coincide com a apresentação realizada. Através do relatório ficamos com uma ideia completamente diferente daquela que foi transmitida na apresentação. Podemos então concluir que se não tivesse havido a apresentação oral do trabalho, a opinião da professora, com base no relatório, relativamente à interpretação das questões, à explicitação da forma como pensaram, isto é, sobre a forma como raciocinaram estatisticamente seria negativa, o que na realidade não se veio a verificar na apresentação oral.

### **Avaliação do Projeto**

A análise do relatório deste projeto, permite afirmar que na generalidade as regras de construção foram respeitadas, apesar do seu conteúdo e da sua escrita ser relativamente pobre.

De acordo com essas regras, apresenta-se na Tabela 56 o resultado da sua análise.

Tabela 56 – Cumprimento das regras na elaboração do relatório (Projeto 2)

	Aplica	Aplica Parcialmente	Não Aplica
Título do trabalho	✓		
Objetivo	✓		
Resumo	✓		
Introdução		✓	
Descrição dos dados usados no estudo		✓	
Análise e tratamento de dados		✓	
Conclusões e discussão		✓	
Bibliografia	✓		

Nota: ✓ nível de aplicação da regra.

Podemos concluir que este relatório, apesar de cumprir parcialmente as regras estipuladas, está pouco detalhado. Os alunos não apresentaram a descrição da amostra nem qualquer gráfico de barras, histograma ou estatísticas. Apesar de apresentarem uma introdução, apenas

mencionam as questões e os objetivos dessas questões, que deviam ser apresentados na introdução e não no resumo como fizeram. Na análise e tratamento de dados não apresentam os procedimentos estatísticos adotados para responder às questões nem os pressupostos assumidos, apenas citam os resultados obtidos com a utilização do software R, não apresentando as conclusões em função da resolução que apresentaram para cada questão. O grupo apresenta como conclusões e discussão:

Pode-se dizer que, com o projeto realizado, foram cimentados e melhorados os conhecimentos acerca dos Testes de Hipóteses adquiridos nas aulas. A realização do trabalho em questão ajudou, de uma forma bastante significativa, a uma melhor compreensão daquilo que são e quais as principais finalidades da realização destes testes.

Resumindo, a conclusão a que os alunos chegaram seria a expectável, embora a análise deste trabalho não conduza à conclusão apresentada. Pelo contrário, estes alunos demonstraram muitas dificuldades na concretização dos seus objetivos, além de nem sequer chegarem a concretizar os objetivos iniciais uma vez que alteraram as questões a que se propuseram responder. Este grupo revelou, também, algumas falhas na aplicação dos TH e na tomada de decisão.

Passamos, a seguir, a analisar as fichas de Autoavaliação das Fases do Projeto.

Tabela 57 – Autoavaliação das Fases do Projeto 2

Questionamento	Fases do projeto			
	Objetivos/ Questões de investigação	Descrição dos dados usados no estudo	Análise e tratamento de dados	Conclusões e discussão
Atingiu o que se pretendia?	Concordo	Concordo	Discordo	Concordo
Aspetos capaz de realizar	Sim	Sim	Não	Sim
Dificuldades	Sim	Não	Sim	Não
Sugestões	Sim	Não	Sim	Não

Analisando a Tabela 57 verificamos que na primeira questão colocada ao grupo em cada fase do projeto — “O Grupo considera que atingiu o que se pretendia com essa fase do projeto”, ele escolheu a opção concordo nas fases Objetivos/Questões de investigação, Descrição dos dados usados no estudo e Conclusões e discussão, pelo que podemos dizer que este grupo não teve dificuldades nestas etapas. Já na fase Análise e tratamento dos dados o grupo escolheu a opção discordo, mostrando com esta escolha que eles não conseguiram concretizar os objetivos do projeto para esta fase.

Apresentaremos, a seguir, a análise das questões propostas nas quatro fases, em que os alunos teriam de justificar as suas respostas.

*Fase Objetivos/Questões de investigação.* Relativamente a quais os aspetos em que o grupo se sentiu mais capaz de realizar nesta fase, os alunos disseram que “O grupo teve a capacidade de se reunir e conseguir definir bem os objetivos para o projeto. Conseguimos, também, definir e escolher quais as nossas questões de investigação. A divisão de tarefas também foi um aspeto bem conseguido”. Quando foram questionados sobre quais as tarefas em que o grupo sentiu mais dificuldades em realizar nesta fase e porquê, eles responderam: “Conseguir reunir questões pertinentes, cujo estudo melhorasse a nossa aprendizagem”. Relativamente às sugestões para melhorar a realização desta fase do projeto, o grupo respondeu: “Ter por base uma melhor pesquisa do objetivo de estudo para, assim, ser mais fácil sobre o que fazer e como fazer”. Podemos comentar que, através das justificações apresentadas pelo grupo, nesta fase os alunos não tiveram dificuldades e todos os elementos do grupo participaram na realização das tarefas delineadas para a concretização dos seus objetivos.

*Fase Descrição dos dados usados no estudo.* O grupo respondeu relativamente aos aspetos em que se sentiram mais capazes de realizar nesta fase: “Conseguimos perceber bem os dados que queríamos trabalhar e a sua pertinência”, depreendendo-se que o grupo sabia bem o que tinha que realizar nesta fase do trabalho. Para os aspetos em que o grupo sentiu mais dificuldades de realizar nesta fase, respondeu: “Não houve nenhuma dificuldade em particular nesta fase do projeto”; e quanto a sugestões para melhorar esta fase os alunos disseram: “Nada a acrescentar”. Em síntese, o grupo demonstra, através das justificações dadas, que a realização desta fase correspondeu às suas expectativas.

*Análise e tratamento de dados.* Nesta fase, relativamente aos aspetos que se sentiram mais capazes de realizar, o grupo referiu que “Não houve nenhum aspeto que fosse fácil de realizar”, referindo, designadamente, que “O grupo sentiu muitas dificuldades em trabalhar com o programa R e interpretar os resultados obtidos”. Estas dificuldades podem ter surgido por o grupo não ter aprofundado o conhecimento do programa e daí também surgir a dificuldade na interpretação dos resultados. As sugestões que o grupo dá para melhorar esta fase do projeto são: “Haver um maior esforço para compreender o funcionamento do programa”, justificação que vai de encontro ao que foi dito anteriormente sobre as dificuldades que eles tiveram na utilização do programa R.

*Conclusões e discussão.* Quanto à pergunta “Quais os aspetos que o grupo se sentiu mais capaz de realizar nesta fase do projeto? Porquê?”, foi referido: “Fazer um balanço de todo o



trabalho feito”. Já para os aspetos em que o grupo sentiu mais dificuldade, referiram “Nenhum em particular” e nas sugestões de melhoria para a realização desta fase foi dito “Nada a acrescentar”. Podemos então concluir que nesta fase o grupo foi capaz de concretizar os seus objetivos.

### 5.2.3. Projeto 3

O grupo que realizou o projeto 3 é formado por quatro elementos, sendo dois do sexo feminino e dois do sexo masculino.

Apresenta-se na Figura 40 o plano de trabalho do grupo 3.

<b>Plano de trabalho do Projeto 3</b>
<p><b>Objetivos:</b> descrever a amostra de uma forma geral e com incidência nas variáveis idade que tinha quando usou as redes sociais pela 1.<sup>a</sup> vez, primeira rede social usada e o uso que dá às redes sociais. Em termos de inferência, vamos usar os grupos dos rapazes e das raparigas para comparar proporções e médias de algumas das variáveis.</p> <p><b>Questão 8.</b> Acedes à internet para te ligares às redes sociais ... (várias opções)?</p> <p><b>Questão 9.</b> Da lista, qual foi a primeira rede social que utilizaste (várias opções)?</p> <p><b>Questão 10.</b> Que idade tinhas quando começaste a usar as redes sociais?</p> <p><b>Questão 14.</b> Usas as redes sociais para ... (várias opções)?</p> <p><b>Testes de hipóteses aplicar:</b>  Médias das idades que tinham os rapazes e as raparigas quando começaram a usar as redes sociais e atualmente, são diferentes ou iguais ou uns maiores do que os outros?  Proporções de rapazes e de raparigas que usaram como primeira rede social Facebook são diferentes ou iguais ou maiores uns do que os outros?  Dentro dos rapazes, que usam as redes sociais para fazer amigos, são diferentes, iguais maiores ou menores do que para fazer tarefas escolares?  Dentro das raparigas, que usam as redes sociais para fazer tarefas escolares, são diferentes, iguais maiores ou menores do que para divulgar os meus próprios conteúdos?</p>

Figura40. Plano de trabalho do Projeto 3.

### Desenvolvimento do pensamento estatístico

De seguida apresentamos a análise do relatório do grupo 3 em função das cinco componentes do pensamento estatístico de Wild e Pfannkuch (1999).

*Reconhecimento da necessidade dos dados:* o grupo compreende que os dados disponíveis são suficientes e caracterizam a amostra de acordo com as variáveis escolhidas para responder às questões por eles selecionadas. Segundo os alunos, através da análise dos dados descrevem a amostra de uma forma geral, com incidência nas variáveis: idade que tinha quando começou a usar as redes sociais, a primeira rede social usada e o uso que dá às redes sociais. Em termos de

inferência usaram os grupos dos rapazes e das raparigas para comparar proporções e médias de algumas variáveis.

*Transnumeração.* Os alunos deveriam ter transformado os dados não tratados em tabelas estatísticas ou gráficos, fazendo uma interpretação adequada. Este grupo apenas apresenta tabelas de frequência para as questões escolhidas, embora também tivesse sido pedido que mostrassem gráficos de barras, gráficos circulares ou histogramas, conforme as questões selecionadas. A título de exemplo mostramos na Figura 41 uma tabela de frequências para as redes sociais Hi5 e outra em função do género.

Percentage table:				
rede				
G.nero	Hi5	outra	Total	Count
Feminino	76.5	23.5	100	34
Masculino	71.6	28.4	100	155

Figura 41. Tabela de frequências para a questão 9 (as redes sociais Hi5 e outra) (Projeto 3).

*Varição.* Este grupo, apesar de não fazer a caracterização completa da amostra, para as questões escolhidas aplicaram TH e tiraram conclusões para todos eles. Portanto, podemos dizer que perceberam que a variação existe e é transmitida nos dados.

*Raciocínio com modelos.* Os alunos têm a noção de que TH devem aplicar nas questões que escolheram, conseguindo concretizar e considerando para cada questão várias alternativas de aplicação dos TH, isto é, aplicam TH bilaterais e unilaterais à direita e à esquerda, embora não apresentassem uma justificação para esse feito. Por exemplo, se a aplicação desses testes seria para daí poderem decidir acerca da melhor decisão a tomar.

O grupo não apresenta nenhuma resolução para a questão 8, talvez por esquecimento, uma vez que responde a todas as outras.

Para a questão 9 – Da lista, qual foi a primeira rede social que utilizaste? – os alunos primeiro fizeram um estudo entre o género e a rede social (Hi5) e outra rede usando o software R, como podemos constatar na Figura 42. Para tal, os alunos determinaram a tabela de frequências relativamente ao género e à a rede social mais utilizada e, nessa tabela, como queriam saber quem usa mais a rede social Hi5, se são os Homens ou as Mulheres, tiveram que agrupar no valor outra as opções de redes sociais: Facebbok; Twitter; Google+; Tumbir e Instagram. Podemos verificar, através da Figura 42, que o género Feminino utiliza um pouco mais o Hi5 do que o género Masculino.

Depois de obterem estes dados, os alunos aplicaram o TH para a diferença de proporções para determinarem se a proporção de mulheres que usa o Hi5 é maior do que a dos homens, e ainda aplicaram no caso de ser menor (Figura 42).

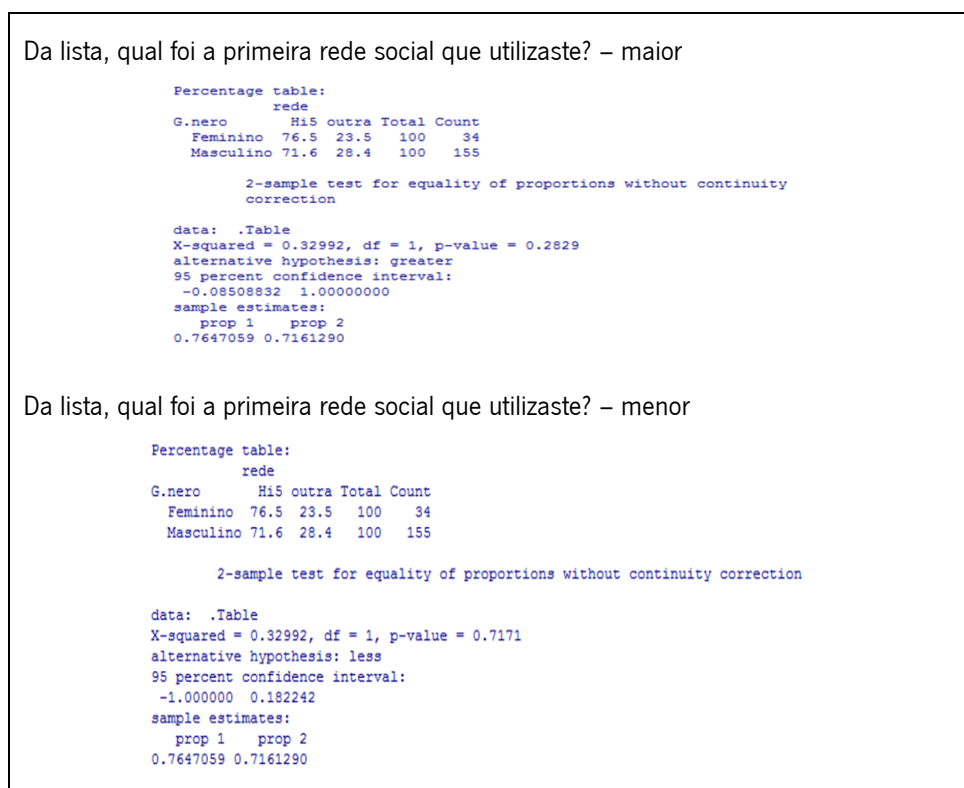


Figura 42. TH bilateral para a diferença de proporções a questão 9 (Projeto 3).

Como podemos verificar pela Figura 42, esta questão foi resolvida corretamente com o software R, sendo apresentado um TH unilaterial à direita e à esquerda mostrando a hipótese alternativa, intervalo de confiança e a proporção de Mulheres e Homens que utilizam o Hi5.

Para a questão 14 — “Uso as redes sociais para fazer amigos” — apresentaram corretamente a resolução do TH para a diferença de proporções através do software R. Nessa resolução, os alunos mostram a aplicação do TH bilateral e unilaterial à direita e à esquerda não explicando porque é que usaram estes testes e porque o fizeram bilateralmente e unilaterialmente (Figuras 43, 44 e 45). Para a resolução desta questão com o software R e para poderem usar o TH para a diferença de proporções usando variáveis independentes, os alunos criaram uma nova variável Amigos 1, que corresponde à opção “Fazer amigos”, para ficarem apenas com uma palavra no nome da variável e juntaram na variável Concordo as opções Concordo totalmente e Concordo e na variável Discordo as opções Totalmente em desacordo, Em desacordo e Nem concordo, nem discordo. Talvez por esquecimento e porque nas aulas a professora acompanhou o grupo e ajudou-o, nessa caracterização não mencionaram porque é que necessitaram de criar estas novas

variáveis. Podemos ver na Figura 43 a resolução do TH bilateral para a questão “Uso as redes sociais para fazer amigos”, com o propósito de averiguar se existe diferença de proporção entre o género relativamente ao Concordo.

```
Percentage table:
      Amigos1
G.nero  Concordo Discordo Total Count
Feminino  11.8    88.2    100    34
Masculino  24.5    75.5    100    155

2-sample test for equality of proportions without continuity correction

data: .Table
X-squared = 2.6231, df = 1, p-value = 0.1053
alternative hypothesis: two.sided
95 percent confidence interval:
 -0.2552437775  0.0002153145
sample estimates:
 prop 1    prop 2
0.1176471 0.2451613
```

Figura 43. Teste bilateral para a diferença de proporção para a questão 14 (Projeto 3).

Na Figura 44 contemplamos a aplicação, com o software R, de um teste unilateral à direita.

```
Percentage table:
      Amigos1
G.nero  Concordo Discordo Total Count
Feminino  11.8    88.2    100    34
Masculino  24.5    75.5    100    155

2-sample test for equality of proportions without continuity correction

data: .Table
X-squared = 2.6231, df = 1, p-value = 0.9473
alternative hypothesis: greater
95 percent confidence interval:
 -0.2347082  1.0000000
sample estimates:
 prop 1    prop 2
0.1176471 0.2451613
```

Figura 44. Teste unilateral à direita para a diferença de proporção para a questão 14 (Projeto 3).

Para a questão 10 — “Que idade tinhas quando começaste a usar as redes sociais” — os alunos realizaram, com o software R, os TH para a média bilateralmente e unilateralmente à esquerda e à direita corretamente, isto é, dizem qual o TH que estão a utilizar, a hipótese alternativa, a média que obtiveram e o intervalo de confiança, mas não explicaram porque usaram o TH bilateral e unilateral para a média.

*Integração da estatística em contexto (conhecimento estatístico e contextual).* Podemos afirmar que os alunos deste grupo não foram capazes de interpretar os resultados estatísticos da forma mais correta no contexto do seu projeto de investigação.

Relativamente às tabelas de frequência, como não são apresentadas justificações ou conclusões, fica-se sem perceber se os alunos têm a noção dos dados obtidos e se as saberiam aplicar a outro tipo de representações estatísticas (gráficos de barras e circulares, histogramas).

Para a questão 9 a conclusão apresentada pelos alunos foi a seguinte: “Através da análise destes resultados podemos concluir que numa população total de 189 pessoas, sendo 34 do género feminino e as restantes masculinas, as percentagens não variam muito”. Esta conclusão

não era a esperada porque os alunos aprenderam a tomar decisões em função de rejeitar ou não rejeitar a hipótese nula e aqui seria esperado que o fizessem. Parece que os alunos apenas tiveram em conta o valor que obtiveram para a proporção feminina e masculina, não tendo sido feita qualquer referência aos testes nas suas conclusões.

Além disso, ainda apresentam a seguinte conclusão: “Tanto a maioria dos rapazes como das raparigas tiveram como primeira rede social o Hi5, sendo que género feminino teve mais 4,9% de usuários relativamente ao género masculino”. Esta conclusão é apresentada depois da anterior, o que não devia ter acontecido, pois os alunos deveriam ter referido primeiro esta conclusão e só depois mencionado a aplicação do TH para saber se a proporção de raparigas era igual, maior ou menor que de rapazes na utilização da rede Hi5.

Podemos tirar a ilação de que o grupo aplicou o TH unilateral à direita e à esquerda sem saber porquê, mostrando que não perceberam a aplicação do TH.

Na conclusão apresentada para justificar os resultados obtidos na questão 14, os alunos concluíram o seguinte:

Na análise destes dados podemos concluir que a nível de relações online, os rapazes têm maior tendência para criar amigos novos. No estudo realizado podemos ver que 24,5% dos rapazes usam as redes sociais para conhecer novas pessoas, enquanto que as raparigas se limitam aos 11,8%. Porém, observa-se também que a maioria dos questionários não concorda em fazer amizades online.

Nesta questão, tal como na anterior, os alunos não referiram a tomada de decisão de rejeitar ou não a hipótese nula, não se percebendo as razões porque aplicaram os TH se depois não os indicam as respetivas decisões. Mostram, ainda, que não são cuidadosos na utilização dos termos que usam porque falam em relações online, amizades online, conhecer novas pessoas, quando eles deveriam ter usado o termo que estava na opção da questão no questionário, que era “Fazer amigos (Amigos 1)”. Deste modo, percebe-se que estes alunos não têm a noção clara do que é um TH nem para que serve, pois eles apresentaram TH que não serviram para tirar qualquer conclusão, recorrendo apenas à tabela de frequências.

A conclusão apresentada para a questão 10 foi: “Relativamente à idade com que os questionados se iniciaram nas redes sociais, podemos verificar que a média é de cerca de 14 anos. Este valor é-nos dado com um intervalo de 95%”. Esta conclusão não nos fornece qualquer informação relativamente aos resultados que obtiveram na aplicação dos três TH (bilateral, unilateral à esquerda e unilateral à direita). Apesar desta resolução estar correta, em termos de aplicação, este TH não faz sentido para as hipóteses apresentadas porque os alunos ao

considerarem as hipóteses, que por defeito o software R assume, estão a dizer que a hipótese nula é igual a zero anos e a hipótese alternativa do TH usado será diferente, menor ou maior que zero anos.

No final do relatório aparece uma conclusão relativa aos TH utilizados, conclusão essa que está deslocada porque devia estar depois dos resultados obtidos na aplicação de cada um dos TH. Nesta conclusão os alunos apenas dizem em que circunstâncias deviam ou não rejeitar a hipótese  $H_0$ , tirando depois uma conclusão errada porque, no caso de não rejeitar a hipótese nula ( $p > 0,5$ ), dizem que existe uma diferença substancial relativa ao género, quando significa o contrário. O mesmo erro acontece com o rejeitar a hipótese nula, dizendo que não existe diferença substancial entre o género, o que também aqui significa o contrário.

Pudemos comprovar que em termos de conflitos semióticos aparece um conflito ao não saber interpretar os resultados obtidos para a tomada de decisão. Este conflito foi identificado no capítulo IV.

Portanto, o projeto deste grupo mostra que o seu conhecimento estatístico é insuficiente pois são várias as dificuldades por eles apresentadas, principalmente na interpretação dos resultados obtidos na aplicação dos vários TH.

Na apresentação oral, relativamente às conclusões que retiraram dos resultados obtidos, falaram sempre em termos do valor de prova ser maior ou menor que 5% e mediante esse valor decidiram rejeitar ou não a hipótese nula. No primeiro exemplo apresentado, a conclusão tirada no final foi igual à do relatório, mostrando que os alunos percebem que não rejeitam a hipótese nula, mas depois dizem que há diferença entre os géneros. No segundo exemplo, que constava no mesmo slide, era mostrado um TH para a média em que a conclusão retirada em termos de rejeitar a hipótese nula estava correta, só que depois a aluna que estava a apresentar conclui que a diferença entre os géneros era mínima, o que estava errado uma vez que a pergunta era: “Que idade tinhas quando começaste a usar as redes sociais”. O grupo considerou o terceiro exemplo de aplicação dos TH para a diferença de proporções, em que pretendiam saber se a proporção do género Feminino era maior do que a do género Masculino para a questão: “Uso as redes para fazer amigos”. Tendo obtido o valor  $p = 0,05266$  porque era muito próximo de 0,05, seria interessante usar este exemplo e depois retirar a conclusão em termos do intervalo de confiança. Contudo, na conclusão dizem que como o intervalo não é simétrico, rejeitam a hipótese nula. Além disso, nesta conclusão os alunos poderiam ter referido que, uma vez que rejeitam a hipótese nula, existem menos Mulheres a usar as Redes Sociais para fazer amigos do que Homens. Podemos

concluir que na apresentação os alunos souberam, nos exemplos apresentados, decidir sobre rejeitar ou não a hipótese nula, mostrando conhecimento sobre intervalos de confiança e tomada de decisão através do valor de  $p$ , no entanto os erros evidenciados no relatório em termos de conclusão persistiram na apresentação.

Resumindo, o grupo realizou uma apresentação satisfatória, cumpriu o tempo estipulado e revelou algumas dificuldades ao nível do raciocínio estatístico.

### **Avaliação do Projeto**

Da análise de conteúdo realizada ao relatório do projeto, podemos dizer que as regras de construção foram respeitadas (Tabela 58), apesar do seu conteúdo ser muito resumido relativamente às conclusões.

Tabela 58 – Cumprimento das regras na elaboração do relatório (Projeto 3)

Regras	Aplica	Aplica Parcialmente	Não Aplica
Título do trabalho	✓		
Objetivo	✓		
Resumo	✓		
Introdução	✓		
Descrição dos dados usados no estudo		✓	
Análise e tratamento de dados	✓		
Conclusões e discussão		✓	
Bibliografia	✓		

Nota: ✓ nível de aplicação da regra.

Podemos concluir que este relatório, apesar de cumprir parcialmente as regras estipuladas, está pouco detalhado relativamente às conclusões obtidas e à descrição dos dados, sendo que os alunos não apresentaram a descrição da amostra nem qualquer gráfico de barras ou histograma, como foi pedido nas regras para a elaboração do relatório. Nas conclusões e discussão os alunos poderiam ter sido mais explícitos, isto é, poderiam ter explorado melhor as conclusões a tirar para as suas questões uma vez que apresentam várias alternativas de resolução em função dos TH serem bilaterais ou unilaterais.

A seguir, passamos, a analisar as fichas de Autoavaliação das Fases do Projeto.

Tabela 59 – Autoavaliação das Fases do Projeto 3

Questionamento	Fases do projeto			
	Objetivos/ Questões de investigação	Descrição dos dados usados no estudo	Análise e tratamento de dados	Conclusões e discussão
Atingiu o que se pretendia?	Concordo totalmente	Concordo	Discordo	Concordo
Aspetos capaz de realizar	Sim	Sim	Sim	Sim
Dificuldades	Não	Sim	Sim	Sim
Sugestões	Sim	Sim	Sim	Sim

Analisando a Tabela 59 verificamos que na primeira questão colocada ao grupo em cada fase do projeto – “O Grupo considera que atingiu o que se pretendia com essa fase do projeto”, ele escolheu a opção concordo totalmente na fase Objetivos/Questões de investigação e concordo nas fases Descrição dos dados usados no estudo e Conclusões e discussão, pelo que podemos dizer que este grupo não teve dificuldades nestas etapas. Já na fase Análise e tratamento de dados o grupo escolheu a opção discordo, mostrando que eles não alcançaram os objetivos do projeto para esta fase.

Exibiremos, a seguir, a análise das questões propostas nas quatro fases, em que os alunos teriam de justificar as suas respostas.

*Fase Objetivos/Questões de investigação:* a primeira questão que se colocou nesta fase foi se o grupo considera que atingiu os objetivos que se pretendia nesta fase, o grupo respondeu “concordo totalmente”. Já sobre os aspetos em que o grupo se sentiu mais capaz nesta fase, o grupo justificou da seguinte forma: “Nós sentimo-nos mais capazes quando atingimos o objetivo desta fase do projeto, porque assim damos por concluído esta fase”. Quando foram indagados quanto aos aspetos em que o grupo sentiu mais dificuldades, responderam: “Nenhuma, pois esta fase do projeto é bastante simples”. Relativamente a sugestões para melhorar esta fase, disseram: “Em vez de nos darem a escolher as perguntas, simplesmente nos indicarem quais são. Assim esta fase já não existe”. Com base nesta afirmação podemos dizer que o grupo não entendeu o propósito desta fase.

*Fase Descrição dos dados usados no estudo:* o grupo respondeu concordo quanto à questão de atingir o que se pretendia com esta fase. Sobre quais os aspetos que sentiram ser mais capazes de realizar, responderam: “A descrição dos dados tornou-se uma fase relativamente fácil devido ao apoio da professora que teve o cuidado de falar com cada grupo tirando dúvidas e ajudando”. Quanto aos aspetos em que o grupo sentiu mais dificuldades, a resposta dada a esta questão foi:



“A falta de tempo foi sem dúvida a pior parte deste projeto”. Sobre as sugestões do grupo para melhorar a realização desta fase, o grupo declarou o seguinte: “Penso que este trabalho deveria ter sido feito no período normal de aulas e não no período de LAPR2 (Laboratório de Projeto 2)”. Das afirmações deste grupo podemos inferir que eles tiveram alguma dificuldade em gerir o tempo que tiveram para a realização desta fase. A realização deste trabalho no período normal de aulas significava que os alunos ficariam com maior disponibilidade para dedicar à UC Laboratório de Projeto 2 (LAPR2), que exige muito trabalho aos alunos, quer nas aulas quer fora delas. Ora, isso não foi possível porque para a realização do projeto era necessário que primeiro os alunos tivessem conhecimentos teóricos sobre Estatística, mais concretamente sobre TH, e isso só aconteceu nas semanas anteriores ao começo de LAPR2.

*Análise e tratamento de dados:* o grupo discorda quanto ao atingir o que se pretendia com esta fase. Os aspetos que se sentiram mais capazes de realizar foram: “Trabalhar com o R: the R Project for Statistical Computing é um software como qual é fácil familiarizarmo-nos”. Já sobre os aspetos em que o grupo sentiu mais dificuldades em realizar, referiram: “Conciliar a realização deste trabalho com o projeto de LAPR2 e com os exames por dificuldade elevada e falta de tempo”. As sugestões dadas pelo grupo para melhorar a realização desta fase foram: “Realização deste trabalho mais no início do semestre”. Constatamos, assim, que o grupo não teve dificuldade na aprendizagem e utilização do software R, e também nesta fase se verifica que o grupo teve dificuldade em gerir o tempo que tinha para realizar as tarefas (o projeto de MATCP, o projeto LAPR2, exames). Quanto à realização do projeto no início do semestre, isso não seria possível uma vez que a UC de MATCP tem duas componentes: a primeira de Métodos Numéricos, lecionada durante as seis primeiras semanas, e só posteriormente é que é lecionada a parte de Estatística.

*Conclusões e discussão:* o grupo concorda que atingiu o que se pretendia com esta fase do projeto. Sobre os aspetos em que o grupo se sentiu mais capaz de realizar, foi referido: “Na parte de partir dos resultados obtidos, escrever as conclusões obtidas, porque com os resultados as conclusões são bastante simples de se obter”. Já o aspeto em que o grupo sentiu mais dificuldades foi “Na utilização do programa R, porque é um software do qual não temos muita informação”. A sugestão dada para melhorar esta fase foi “Não fazer este trabalho durante o período de LAPR2”. Concluimos que o grupo não é muito coerente nas suas justificações porque nesta fase dizem que tiveram dificuldade na utilização do software R e na fase anterior referem que o software R é fácil de familiarização. Também a afirmação de que não tinham informação

sobre o R não está correta porque a professora teve o cuidado de enviar essa informação e até conceber um pequeno manual.

#### 5.2.4. Projeto 4

O grupo que executou o projeto 4 é formado por quatro elementos, sendo todos do sexo masculino.

Apresenta-se na Figura 45 o plano de trabalho do grupo 4.

<b>Plano de trabalho do Projeto 4</b>
<p><b>Objetivos:</b> descrever a amostra de uma forma geral e com incidência nas variáveis das questões nº 9, 10, 11 e 13. Em termos de inferências usar as questões colocadas.</p> <p><b>Estatística descritiva</b> mais pormenorizada nestas questões escolhidas pelo grupo: nº 9, 10, 11 e 13.</p> <p><b>Questão 9.</b> Da lista, qual foi a primeira rede social que utilizaste (várias opções)?</p> <p><b>Questão 10.</b> Que idade tinhas quando começaste a usar as redes sociais?</p> <p><b>Questão 11.</b> Por dia, quantas horas acedes às redes sociais?</p> <p><b>Questão 13.</b> Hoje em dia uso muito o: (várias opções)?</p> <p><b>Testes de hipóteses escolhidos são:</b> A rede social "Hi5" foi a primeira rede da maior proporção dos inquiridos ou não? A média das idades com que a maioria dos inquiridos começou a utilizar as redes sociais é igual a 14 anos ou menor." O nº de horas em que a maioria dos inquiridos acede às redes sociais por dia é 2 a 3 horas ou diferente deste intervalo? A maior proporção dos inquiridos respondeu, na pergunta 13, "Totalmente em desacordo" na parte referente ao "Google+" ou não?</p>

Figura 45. Plano de trabalho do Projeto 4.

#### **Desenvolvimento do pensamento estatístico**

Apresentamos seguidamente a análise do relatório do grupo 4 em função das cinco componentes do pensamento estatístico de Wild e Pfannkuch (1999).

*Reconhecimento da necessidade dos dados.* o grupo compreende que os dados disponíveis são suficientes e caracterizam a amostra e determinam as variáveis necessárias para o estudo das questões selecionadas: “Proporção de pessoas que tiveram como primeira rede social o Hi5”; “Média das idades dos inquiridos com que começaram a utilizar as redes sociais” e “Nº de horas em que a maioria dos inquiridos acede às redes sociais por dia”, apresentando ainda os TH com as respetivas hipóteses para essas questões (Figura 46).

**p = "Proporção de pessoas que tiveram como primeira rede social o HI5"**  
 Ho: P=0.5  
 Hi: P>0.5

**p = "Média das idades dos inquiridos com que começaram a utilizar as redes sociais"**  
 Ho:  $\mu=14$   
 Hi:  $\mu>14$

**p = "Nº de horas em que a maioria dos inquiridos acede às redes sociais por dia"**  
 Ho: p=2.5  
 Hi: p!=2.5

Figura 46. TH para as questões escolhidas (Projeto 4).

Transnumeração. O grupo apresenta para a questão 9 uma tabela de frequências, um gráfico de barras e um gráfico circular, para a questão 10 apresenta um histograma e para a questão 11 apresenta também um gráfico de barras e outro circular. Estes alunos representam corretamente estes gráficos e verificamos pela escolha desses gráficos, em função das suas questões, que têm conhecimento estatístico sobre quando devem utilizar gráficos de barras ou histogramas. Todos estes gráficos foram realizados no software R. A título de exemplo apresentamos um gráfico de barras e um gráfico circular para a questão 11 “Por dia, quantas horas acedes às redes sociais?” (Figura 47).

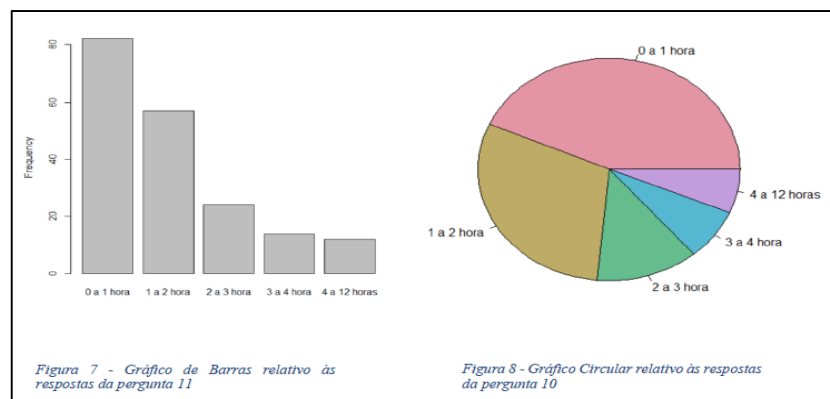


Figura 47. Gráficos para a questão 11 (Projeto 4).

Podemos constatar, através da Figura 46, que o grupo se enganou na legenda da Figura 8 quando disse que estava a apresentar um gráfico circular para a resposta da questão 10 e devia ter escrito 11, tal como na legenda da Figura 7 (Figura 47).

*Varição.* Este grupo recolhe os dados de forma apropriada e conclui a partir dos mesmos, percebendo que a variação existe e é transmitida nos dados.

*Raciocínio com modelos.* Os alunos reconhecem que TH devem aplicar para as questões escolhidas, apresentam uma resolução parcialmente correta desses TH através do software R e tiram conclusões.

Na questão 9 os alunos aplicaram um TH bilateral para a diferença de proporções com o objetivo de determinar a proporção de pessoas que desfrutaram como primeira rede social o Hi5, fazendo essa proporção com o género Feminino e Masculino. Embora a resolução e o raciocínio estejam apresentados corretamente (Figura 48), os alunos aplicaram um TH diferente daquele que inicialmente se propuseram fazer. Anteriormente (Figura 46) os alunos disseram que iam aplicar um teste unilateral à direita para indagarem se a idade média com que os inquiridos usaram pela primeira vez o Hi5 era superior a 0,5, mas o TH apresentado na Figura 48 não é esse.

```

Percentage table:
primeiraRede
G.nero   Hi5 Outras Total Count
Feminino 76.5 23.5 100 34
Masculino 71.6 28.4 100 155

2-sample test for equality of proportions without continuity correction

data: .Table
X-squared = 0.32992, df = 1, p-value = 0.5657
alternative hypothesis: two.sided
95 percent confidence interval:
-0.1106950 0.2078487
sample estimates:
prop 1 prop 2
0.7647059 0.7161290

```

*Figura 1 - Janela obtida no software "R" na 1ª variável*

Figura 48. TH para a questão 9 (Projeto 4).

Para a questão 10 aplicaram um TH bilateral para a média para indagarem “Que idade tinhas quando começaste a usar as redes sociais?”. Para tal, usaram na resolução o R e chegaram à seguinte conclusão: “Quanto à variável média das idades dos inquiridos com que começaram a utilizar as redes sociais rejeita-se a hipótese nula pois  $p\text{-value} < \alpha$  ( $2.2e-16 < 0.05$ ). A sua média resultou em 14.66138 e o seu IC é igual a [14.09025,15.23250]”. Esta conclusão está incompleta porque deviam ter concluído em função do significado de rejeitar a hipótese nula e, além disso, não está correta porque não se aplica um TH para saber a média de idades.

Quando os alunos caracterizaram a amostra e referiram que TH aplicariam para cada questão, os alunos disseram que nesta questão iriam aplicar um TH unilateral à esquerda para a média das idades, verificando se é igual ou menor a 14 anos, mas depois na resolução aplicaram um TH bilateral (Figura 49). Se analisarmos a Figura 46, verificamos que a hipótese alternativa está descrita para um teste unilateral à direita questão. Assim, houve uma falha dos alunos entre o que dizem que vão realizar e o que na realidade apresentam. Além disso, o TH apresentado não

faz sentido para as hipóteses formuladas, pois consideram que a média de idades é igual a zero ou diferente de zero. Consequentemente, os alunos, nesta questão, não tiveram a percepção do que estavam a fazer em termos estatísticos.

```
One Sample t-test
data: Que.idade.tinhas.quando.come.aste.a.usar.as.redes.sociais.
t = 50.641, df = 188, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 14.09025 15.23250
sample estimates:
mean of x
 14.66138
```

*Figura 2 - Janela obtida no software "R" na 2ª variável*

Figura 49. TH para a média relativamente à questão 10 (Projeto 4).

Quanto à questão 11, apesar de dizerem no início do relatório que iriam aplicar um TH para a proporção, não é isso que apresentam posteriormente, como podemos observar na Figura 50.

```
X-squared = 7.4632, df = 4, p-value = 0.1133
```

*Figura 3 - Janela obtida no software "R" na 3ª variável*

Figura 50. TH para a questão 11 (Projeto 4).

A conclusão obtida pelos alunos, com base no valor de prova, foi não se rejeita a hipótese nula pois  $p\text{-value} > \alpha$  ( $0.1133 > 0.05$ ) o que está correta. No entanto, esta conclusão está muito incompleta porque da argumentação apresentada não percebemos que conclusão devemos tirar da questão “Nº de horas em que a maioria dos inquiridos acede às redes sociais por dia”.

*Integração da estatística e contexto (conhecimento estatístico e contextual):* podemos concluir que os alunos deste grupo foram capazes de interpretar os resultados estatísticos da forma parcialmente correta no contexto do seu projeto.

A justificação apresentada nas questões 9, 10 e 11 para o uso de gráficos de barras e circulares foi: “para que o grupo tivesse acesso a um suporte visual dos dados”. Na conclusão referente a estas questões referem, ainda, “que todos os diagramas e gráficos confirmam as inferências feitas quanto às hipóteses escolhidas”, o que permite perceber que este grupo sabe interpretar os resultados obtidos em termos estatísticos.

No caso da questão 9, através dos resultados obtidos na resolução do TH bilateral para a diferença de proporções com o software R, os alunos concluíram:

relativamente à variável ‘Proporção de pessoas que tiveram como primeira rede social o Hi5’ inferiu-se a partir dos resultados obtidos que não se rejeita a hipótese nula pois  $p\text{-value} > \alpha$  ( $0.5657 > 0.05$ ). Analisando o IC (intervalo de confiança) obtido nesta

variável, visto que os limites do IC apresentam sinais simétricos, pode-se admitir que não existe diferença relevante em termos populacionais entre percentagens do género masculino e feminino dos inquiridos, que tiveram como primeira rede social o Hi5.

Percebe-se da análise da conclusão tirada pelos alunos deste grupo, que entenderam o conceito e como se aplica um TH, isto é, souberam raciocinar corretamente em termos estatísticos.

Nas conclusões finais e discussão os alunos apresentam um resumo dos resultados obtidos em função dos TH e gráficos realizados. Os alunos nestas conclusões respondem às hipóteses que tinham formulado inicialmente com a ajuda dos dados que obtiveram nas tabelas de frequência, gráficos e TH. Para a questão 9 responderam, em função da tabela de frequência, que a proporção de pessoas do género masculino que tiveram como primeira rede social o Hi5 é de 71.6% e, no género feminino, a proporção sobe cerca de 5 pontos percentuais, atingindo os 76.5%: na questão “O número de horas que os inquiridos começaram a utilizar as redes sociais por dia é 2 a 3 horas ou diferente deste intervalo” os alunos dizem que uma vez que rejeitaram a hipótese nula, pode-se concluir que o n.º de horas em que a maioria dos inquiridos acede às redes sociais, por dia, é diferente de 2 a 3 horas. A partir dos gráficos infere-se que o n.º de horas em que a maioria dos inquiridos acede às redes sociais por dia é de 0 a 1 hora. Embora esta conclusão não esteja inteiramente correta, porque não se pode aplicar um TH a um intervalo, percebe-se que deve ter sido um engano dos alunos, pois apresentam um TH para a proporção definindo as hipóteses da seguinte forma:  $H_0 : p = 2.5$ . Realmente, analisando os gráficos conclui-se que o  $H_1 : p \neq 2.5$

número de horas que os inquiridos passam nas redes sociais é inferior a 1 hora. Na definição das hipóteses para esta questão (Figura 45) verificamos que os alunos não se aperceberam que o sinal para a hipótese alternativa estava mal representado.

Para a questão 10 – “A média das idades com que a maioria dos inquiridos começou a utilizar as redes sociais é igual a 14 anos ou menor” – a conclusão apresentada é: “a média das idades com que a maioria dos inquiridos começou a utilizar as redes sociais é superior a 14 anos tendo em conta que a média é inferior ao IC (14<14.09025)”. Esta conclusão não tem qualquer sentido porque os alunos não perceberam que não podem comparar a o limite inferior obtido no IC com o valor 14 anos da hipótese nula, além de que inicialmente, na formulação das hipóteses, os alunos dizem que a hipótese alternativa é para maior do que 14 e não para menor, como está descrito na questão que colocam na conclusão. A conclusão apresentada nesta questão mostra

que os alunos não têm qualquer rigor estatístico em relação ao que resolvem e que dizem que vão resolver, o que poderá dever-se ao facto de este relatório ter sido elaborado por mais do que um aluno e depois não terem o cuidado de lerem para ver se estava tudo de acordo com os objetivos iniciais.

Verifica-se que no plano de trabalho deste grupo se apresentam 4 questões e depois não apresentam dados relativamente a uma dessas questões, a questão 13.

Podemos afirmar que em termos de conflitos semióticos o projeto deste grupo apresenta três conflitos, já identificados no capítulo IV: conflito de confundir o teste adequado (teste para a média unilateral à direita) com outro inadequado (teste para a média bilateral) (confusão de campo de problemas); conflito ao não identificar o valor hipotético do parâmetro (particularização de um conceito) e conflito ao não saber interpretar os dados obtidos para a tomada de decisão.

Os slides exibidos por este grupo na apresentação oral do seu projeto eram apelativos e com informação necessária para responder às questões. Começaram com uma descrição de todos os passos necessários para a obtenção do questionário até chegarem à escolha das questões. De seguida, apresentaram as questões a estudar e os respetivos TH. Para a questão 9 apresentaram a mesma resolução que está no relatório, referindo que é um TH bilateral para a diferença de proporções, resolvem-no através do software R e verificam que  $p\text{-value} > \alpha$  ( $0.5657 > 0.05$ ). Assim, concluem que deveríamos tomar a decisão de não rejeitar a hipótese nula, e no slide seguinte mostram, a partir dos gráficos de barras e circular obtidos, que a rede social Hi5 foi, de facto, a primeira rede social a ser utilizada pela maioria dos inquiridos.

Para a questão 10 os alunos apresentaram um slide com a questão e a resolução através do software R, tirando a mesma conclusão que escreveram no relatório, isto é, que se rejeita a hipótese nula e apresentam o  $p\text{-value} < \alpha$  ( $2.2e-16 < 0.05$ ). Para esta questão mostram ainda um slide com um histograma dizendo seguinte resposta à questão:

“A média das idades com que a maioria começou a utilizar as redes sociais é igual ou menor a 14 anos” é “Não”. Como a média é superior a 14 anos, a maioria dos inquiridos começou a utilizar as redes sociais com idade superior a 14<sup>a</sup> anos.

Na questão 11 apresentaram um slide com a questão e o TH a aplicar, incluindo as respetivas hipóteses, depois mostraram um outro slide onde apresentam uma tabela de frequências com as horas de acesso à internet e colocam a mesma resolução do TH que consta no relatório. Essa resolução estava incompleta, afirmando a não rejeição da hipótese inicial porque  $p\text{-value} > \alpha$  ( $0.1133 > 0.05$ ). No slide de conclusão da questão “O n° de horas em que a maioria dos

inquiridos acede às redes sociais por dia é 2 a 3 horas ou diferente deste intervalo” apresentaram um gráfico circular e um de barras e responderam à questão “Não. A maioria dos inquiridos acede às redes sociais durante 0 a 1 horas por dia como se pode observar pelos gráficos”.

O projeto deste grupo mostra que os alunos que o realizaram têm conhecimento estatístico, embora haja alguma confusão, nalguns casos, nas conclusões que retiram dos resultados obtidos, o que pode ter acontecido pelo facto de os alunos não terem muita experiência na utilização do R Commander, não sabendo como alterar o valor zero das hipóteses que é assumido por defeito.

### **Avaliação do Projeto**

Através da análise de conteúdo realizada a este relatório, podemos dizer que as regras de construção foram respeitadas. Na Tabela 60 apresentam-se os resultados dessa análise.

Tabela 60 – Cumprimento das regras na elaboração do relatório (Projeto 4)

Regras	Aplica	Aplica Parcialmente	Não Aplica
Título do trabalho	✓		
Objetivo	✓		
Resumo	✓		
Introdução	✓		
Descrição dos dados usados no estudo	✓		
Análise e tratamento de dados	✓		
Conclusões e discussão	✓		
Bibliografia	✓		

Nota: ✓ nível de aplicação da regra.

Este relatório está bem elaborado e, com base nele, podemos concluir que o grupo teve a preocupação de procurar informação para a sua realização, como se constata através da bibliografia apresentada. Apesar disso, mostra algumas dificuldades na justificação das questões propostas e nos objetivos em relação às resoluções apresentadas.

De seguida passamos a analisar as fichas de Autoavaliação das Fases do Projeto.



Tabela 61 – Autoavaliação das Fases do Projeto 4

Questionamento	Fases do projeto			
	Objetivos/ Questões de investigação	Descrição dos dados usados no estudo	Análise e tratamento de dados	Conclusões e discussão
Atingiu o que se pretendia?	Concordo Totalmente	Concordo Totalmente	Concordo	Concordo
Aspetos capaz de realizar	Sim	Sim	Sim	Sim
Dificuldades	Não	Não	Sim	Não
Sugestões	Não	Não	Sim	Não

Analisando a Tabela 61, verificamos que na primeira questão colocada “O Grupo considera que atingiu o que se pretendia com esta fase do projeto”, em todas as fases, o grupo respondeu: Concordo Totalmente nas fases Objetivos/Questões de investigação e Descrição dos dados usados no estudo, e Concordo nas fases Análise e tratamento de dados e Conclusões e discussão. Com estas respostas este grupo mostra que não teve dificuldades de maior na concretização das quatro fases do projeto.

Seguidamente analisam-se as justificações apresentadas pelos grupos às questões propostas nas quatro fases do projeto.

*Fase Objetivos/Questões de investigação:* quando se indagou o grupo sobre os aspetos que o grupo se sentiu mais capaz de realizar nesta fase, afirmaram: “Visto que o projeto se encontra numa fase inicial, o grupo não sentiu dificuldades no desenvolvimento dos aspetos abordados até agora”, enquanto em relação aos aspetos em que grupo sentiu mais dificuldades em realizar, eles responderam: “Não existiu aspeto difícil para o grupo nesta fase do projeto”. Por fim, o grupo não apresentou qualquer sugestão para melhorar esta fase. Assim, infere-se destas justificações que o grupo não teve dificuldades em estabelecer os objetivos do seu projeto.

*Fase Descrição dos dados usados no estudo:* no que respeita aos aspetos que o grupo se sentiu mais capaz de realizar nesta fase, a resposta foi a seguinte: “O grupo não sentiu dificuldade nesta etapa do projeto, pelo que se sentiu capaz de realizar todos os aspetos da mesma”, quanto aos aspetos que o grupo sentiu mais dificuldades de realizar nesta fase responderam: “O grupo não sentiu dificuldade na realização dos aspetos referentes a esta fase do projeto”. Por último, quando se pediu para darem sugestões para melhorar esta fase, o grupo simplesmente não respondeu. Portanto, podemos concluir que também nesta fase, tal como na anterior, este grupo não teve qualquer dificuldade em realizá-la.

*Análise e tratamento de dados:* em relação aos aspetos que se sentiram mais capazes de realizar, o grupo respondeu: “O grupo se sentiu mais capaz de realizar a formulação de hipóteses porque não envolveram o trabalho com o programa R”, sobre os aspetos em que sentiram mais dificuldades, o grupo afirmou: “O grupo achou mais difícil de realizar a aplicação e execução dos testes de hipóteses no programa R visto não estar familiarizado com o mesmo. Também foi complicada a interpretação das questões a analisar visto estarem num formato pouco habitual”. As sugestões dadas por este grupo para melhorar esta fase dizem respeito ao “Melhor esclarecimento quanto à aplicação dos testes de hipóteses no programa R”. Destas afirmações verificamos que este grupo teve dificuldades na interpretação dos resultados obtidos nos testes de hipóteses quando utilizam o software R. A professora na aula explicou como é que os alunos deveriam tirar as suas conclusões e esteve sempre disponível para tirar dúvidas, portanto, estes alunos deveriam ter procurado a ajuda da professora para esclarecerem as suas dúvidas.

*Conclusões e discussão.* a fundamentação apresentada para esta fase quanto aos aspetos que o grupo se sentiu mais capaz foi “O grupo achou-se mais capaz de realizar as conclusões sobre as hipóteses pois só era necessário interpretar os dados obtidos a partir do R”, já a apresentada para os aspetos que o grupo sentiu mais dificuldade em realizar foi “Não existiram grandes dificuldades para o nosso grupo no que toca às conclusões sobre a análise e tratamento de dados”. No que diz respeito a darem sugestões de melhoria o grupo não apresentou nenhuma, portanto podemos tirar a seguinte relação este grupo conseguiu concretizar sem qualquer dificuldade os objetivos a que se propôs para esta fase.

### 5.2.5. Projeto 5

O grupo que realizou o projeto 5 era formado por quatro elementos, sendo todos do sexo masculino.

Apresenta-se na Figura 51 o plano de trabalho do grupo 5.

<b>Plano de trabalho do Projeto 5</b>
<p><b>Objetivos:</b> descrever a amostra de uma forma geral (inclui-se o estudo da idade) e com incidência nas variáveis posse de telemóvel, acesso à internet para fazer... e, por dia, as horas de acesso a internet para usar as Redes Sociais. Em termos de inferências vamos usar os grupos dos rapazes e das raparigas para comparar proporções e médias de algumas das variáveis.</p> <p><b>Estatística descritiva</b> para conhecer a amostra com mais detalhe para as questões escolhidas. As questões são:</p> <p><b>Questão 7.</b> Possuis telemóvel para aceder às redes sociais?</p> <p><b>Questão 8.</b> Acedes à internet para te ligares às redes sociais ... (várias opções)?</p>

**Questão 11.** Por dia, quantas horas acedes às redes sociais?

**Questão 14.** Usas as redes sociais para ... (várias opções)?

**Testes de hipóteses aplicar:**

A idade média atual dos rapazes que usam as redes sociais é igual ou é maior que a das raparigas?  
Por dia a média de uso das redes sociais dos rapazes é igual ou é diferente da média da das raparigas?  
A proporção de rapazes que usa telemóvel para aceder às redes sociais é igual ou maior que a das raparigas?  
A proporção de rapazes que usa as redes sociais para fazer amigos é igual ou maior que a das raparigas?

Figura 51. Plano de trabalho do Projeto 5.

**Desenvolvimento do pensamento estatístico**

Expomos a seguir a análise do relatório do grupo 5 em função das cinco componentes do pensamento estatístico de Wild e Pfannkuch (1999).

*Reconhecimento da necessidade dos dados:* o grupo compreende que os dados disponíveis são suficientes e caracterizam a amostra de acordo com as variáveis escolhidas para responder às questões selecionadas. Em termos de inferências propõem-se usar os grupos dos rapazes e das raparigas para comparar proporções e médias de algumas das variáveis.

*Transnumeração.* Os alunos transformaram os dados não tratados em tabelas estatísticas ou gráficos, não apresentando nenhuma conclusão para os resultados obtidos. Para a caracterização da amostra apresentam um histograma da variável idade com que os inquiridos começaram a aceder à internet, um gráfico de barras para representar a concordância e discordância dos inquiridos sobre o uso das redes sociais para fazer amigos e outro para representar se os inquiridos possuem ou não telemóvel para aceder à internet. Além desses gráficos, os alunos apresentam um gráfico de barras, para representar o número de inquiridos do género feminino e do género masculino (Figura 52).

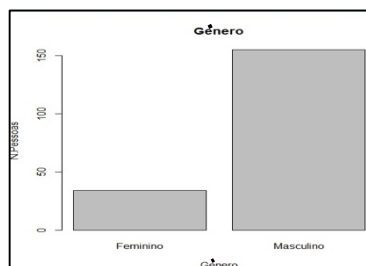


Figura 52. Número de inquiridos em relação ao género (Projeto 5).

Também apresentaram tabelas de frequências com o intuito de representar a variável “Possuis telemóvel para aceder às redes sociais?” (sim ou não) e a variável “Usas as redes sociais para fazeres amigos?” (concordo ou discordo) em função do género. A título de exemplo mostramos uma dessas tabelas de frequências (Figura 53).

Percentage table:				
G.nero				
amigos	Feminino	Masculino	Total	Count
concordo	9.5	90.5	100	42
discordo	20.4	79.6	100	147

Figura 53. Tabela de frequências para a questão 14 (Projeto 5).

*Varição.* Apesar do grupo fazer a caracterização da amostra e de aplicar os TH para as questões escolhidas, o grupo mostra que não tem percepção de que a variação existe e é transmitida nos dados, uma vez que não tira conclusões sobre os resultados obtidos.

*Raciocínio com modelos.* Os alunos têm a noção de que TH devem aplicar para as questões que escolheram, não conseguindo concretizar completamente para todas elas. Para determinar se “A média dos rapazes que usam as redes sociais é igual ou superior que a das raparigas?” aplicam um TH unilateral à direita para a diferença de médias, como podemos ver na Figura 54.

A idade média dos rapazes que usam as RS é igual ou superior que a das raparigas?	
Teste de média de idades unilateral à direita – 95%	
IC = [-0.8787709 ; +infinito]	
Como o 0 pertence ao intervalo, pode concluir-se que não há diferença nas idades dos dois géneros para um nível de confiança 95%.	
t = 0.92625, df = 39.197, p-value = 0.18	
mean in group Feminino	mean in group Masculino
22.17647	21.10323

Figura 54. TH unilateral à direita para a diferença de médias da questão 10 (Projeto 5).

Ao analisarmos a Figura 55 podemos verificar que a resolução do TH através do software R mostra um TH unilateral para a média quando na verdade os alunos deveriam ter dito que estavam a resolver um TH unilateral à direita para a diferença de médias. Na resolução os alunos não indicam as hipóteses nula e alternativa, e talvez por isso a conclusão tirada se baseie no IC, que, apesar de estar correta, não responde à questão. Percebemos que, além de não indicarem corretamente o TH, os alunos mostram também que não compreenderam o objetivo de aplicação dos TH e que a tomada de decisão deve ser em função da rejeição ou não da hipótese nula. Estes alunos quando copiaram a resolução do TH não o fizeram corretamente porque nessa resolução aparece o nome do TH e a hipótese alternativa como podemos constatar na Figura 55.

Welch Two Sample t-test	
data: idade by G.nero	
t = 0.92625, df = 39.197, p-value = 0.18	
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0	
95 percent confidence interval:	
-0.8787709	Inf
sample estimates:	
mean in group Feminino	mean in group Masculino
22.17647	21.10323

Figura 55. Resolução correta do TH unilateral à direita para a diferença de médias da questão 2 (Projeto 5).

A questão proposta pelos alunos não tem a ver com as questões por eles escolhidas nos objetivos, pois nenhuma delas fala da idade e a aplicação do TH para esta questão não faz sentido uma vez que eles estão a usar a idade do inquirido aquando do preenchimento do questionário (Figura 55).

Uma vez que na caracterização da amostra os alunos dizem que vão caracterizar a idade e mostram um histograma para a distribuição das idades com que os inquiridos começaram a aceder às redes sociais, como podemos ver na Figura 56, seria interessante o uso desta questão para aplicação dos TH.

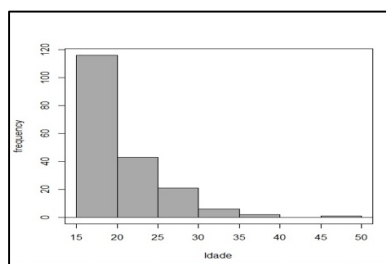


Figura 56. Histograma para a idade com que começaste a aceder às RS (Projeto 5).

Portanto, os alunos podiam ter formulado a questão da seguinte forma: comparar a idade média com que os inquiridos começaram a usar as redes sociais e assim podiam comparar se, usando o software R para a resolução do TH, a idade média iria situar-se no intervalo com maior frequência, que é dos 15 aos 20 anos.

Para a questão “Por dia a média de uso das RS dos rapazes é igual ou distinta da média das raparigas?”, este grupo apresentou corretamente um TH unilateral à direita para a diferença de médias, mostrando na sua resolução, através do software R, as hipóteses, o IC, o  $p\text{-value} = 0.03203$  e a média por género, mas não apresentam nenhuma conclusão acerca dos resultados obtidos, ficando assim incompleta a resolução da questão. Apesar de estar correta a resolução apresentada, os alunos dizem que queriam saber se a “média é igual ou distinta”, não dizem que queriam saber se é maior. Ora, porque distinta significa ser diferente, o mais correto seria a aplicação de um TH bilateral para a diferença de médias.

Uma vez que não apresentam conclusões, poderemos dizer que estes alunos, talvez, não saibam tomar uma decisão perante os resultados obtidos. Esta situação propaga-se nas restantes resoluções apresentadas.

Para as questões “A proporção de rapazes que usa o telemóvel para aceder as redes sociais é igual ou maior que a das raparigas?” e “A proporção de rapazes que usa as redes sociais para fazer amigos é igual ou superior que a das raparigas?” resolvem um TH bilateral para a diferença

de proporções, apesar de na questão dizerem que é igual ou maior a hipótese que vão considerar. A aplicação do TH através do R para o teste considerado estava correta, falhando a não apresentação de conclusões relativamente aos dados obtidos. Já para a questão “Por dia a média de uso das redes sociais dos rapazes é igual ou distinta das raparigas?” consideraram e aplicaram corretamente o TH bilateral para a diferença de médias, não apresentando novamente conclusões relativamente aos resultados obtidos.

*Integração da estatística em contexto (conhecimento estatístico e contextual).* Podemos interpretar que os alunos deste grupo não foram capazes de interpretar os resultados estatísticos no contexto do seu projeto de investigação. Relativamente aos gráficos e tabelas de frequência apresentados, os alunos não foram capazes de indicar justificações nem conclusões para os resultados obtidos. Apesar de os alunos mostrarem que sabem manusear o software R, evidenciam falta de conhecimento e raciocínio estatístico ao não tirarem conclusões dos resultados obtidos através dos TH para as questões por eles propostas.

Em termos de conflitos semióticos, verifica-se que surge um conflito quando os alunos não sabem interpretar os resultados obtidos para a tomada de decisão. Este conflito já foi identificado no capítulo IV.

Na apresentação oral do seu projeto, o grupo decidiu que dois dos quatro elementos que o constituíam iriam fazer a apresentação. O aluno que começou a apresentação explicando o objetivo do trabalho e apresentando as questões, enquanto outro aluno falava da forma como obtiveram os dados e as conclusões que tiravam. Para a questão “A idade média dos rapazes que usam as redes sociais é igual ou superior que a das raparigas” os alunos responderam da mesma forma que no relatório, dizendo corretamente que fizeram a análise através do IC e como ele continha o zero não havia diferença significativa em relação ao género.

Para a questão “Por dia a média de uso das redes sociais dos rapazes é igual ou distinta das raparigas?” os alunos apresentaram corretamente o TH, mas quando chegou o momento de apresentar a conclusão os alunos demoraram a responder dizendo que não sabiam o que dizer e a professora começou então a questioná-los acerca da rejeição ou não da hipótese nula em função do  $p$ -value, fazendo a seguinte pergunta: considerando  $\alpha = 5\% = 0.05$ , rejeitavam ou não a hipótese nula, uma vez que o  $p$ -value = 0.03203? O aluno que estava a explicar a questão começou a tirar as conclusões relativamente aos dados obtidos, conseguindo aos poucos, com as perguntas da professora, responder que rejeitavam a hipótese nula uma vez que  $p$ -value = 0.03203 < 0.05 e, portanto, que havia diferença significativa relativamente à média de acesso por dia entre os

rapazes e as raparigas. Esse aluno quando a professora o questionou disse que não foi ele que resolveu aquela questão, o que não o desculpa porque todos os elementos do grupo deveriam saber responder a todas as questões por eles propostas. Já o outro elemento do grupo que estava a apresentar o trabalho não respondeu a nenhuma das questões propostas pela professora.

Na questão “Possuis um telemóvel para aceder às redes sociais” os alunos explicaram que aplicaram um TH para determinar se “a proporção de rapazes que usa o telemóvel para aceder às redes sociais é igual ou maior que a das raparigas?”. Na resolução mostram o TH utilizado, a hipótese alternativa, o IC e o *p-value*, e depois não concluem sobre rejeitar ou não a hipótese nula, apenas dizem que não existe diferença e que o telemóvel não é usado para aceder às redes sociais. Esta resposta não está correta porque não é isso que os alunos estão a querer obter com a aplicação do TH, donde estes alunos evidenciaram confusão na aplicação do TH porque eles começaram com uma questão e depois dizem que vão aplicar o TH a outra.

Na apresentação da questão “A proporção de rapazes que usa às redes sociais para fazer amigos é igual ou maior que a das raparigas?” o aluno que respondeu a esta questão explicou que para ser mais simples agruparam todas as respostas do Concordo e Concordo plenamente em concordo e do Discordo, Discordo totalmente e Nem concordo nem discordo em discordo, mas o aluno não referiu que esse agrupamento devia ao facto de eles só terem aprendido TH para variáveis de amostras independentes. A conclusão tirada por eles foi errada uma vez que disseram que as RS não são usadas para fazer amigos e não era isso que eles estudavam na aplicação do TH, que era um TH para a diferença de proporções para saber se existia diferença entre os rapazes e as raparigas na utilização do uso das redes sociais para fazer amigos. A conclusão deles devia ter sido “rejeito ou não a hipótese nula através do *p-value* obtido na resolução”, como a professora já tinha chamado a atenção anteriormente. A professora nestas duas questões optou por deixar os alunos falarem sem fazer mais perguntas porque verificou, através das respostas às outras questões, que estes alunos tinham falhas relativamente aos conteúdos de TH.

Resumidamente, podemos concluir que, relativamente ao projeto realizado, os alunos evidenciaram algum conhecimento do raciocínio estatístico, nomeadamente quando a professora os questionava, durante a apresentação sobre os resultados obtidos, embora através do relatório não se tenha essa percepção uma vez que não apresentaram conclusões. Apesar disso, o grupo apresentou muitas dificuldades na forma como raciocinam estatisticamente, isto é, na explicitação da forma como pensaram.

## Avaliação do Projeto

Efetuada uma análise de conteúdo a este relatório podemos dizer que nem sempre as regras de construção não foram respeitadas, conforme se constata pela Tabela 62.

Tabela 62 – Cumprimento das regras na elaboração do relatório (Projeto 5)

Regras	Aplica	Aplica Parcialmente	Não Aplica
Título do trabalho			✓
Objetivo	✓		
Resumo			✓
Introdução			✓
Descrição dos dados usados no estudo	✓		
Análise e tratamento de dados	✓		
Conclusões e discussão			✓
Bibliografia			✓

Nota: ✓ nível de aplicação da regra.

Da leitura deste relatório podemos concluir que o grupo não teve a preocupação de apresentar um relatório segundo as regras impostas para a sua realização. Não apresentaram título, resumo, introdução, conclusões, discussão nem bibliografia, o que leva a crer que realizaram o trabalho a “correr”. Sendo fundamental na realização deste trabalho perceber se os alunos sabem aplicar os TH e tomar decisões a partir dos resultados obtidos e se aprenderam os conceitos envolvidos, com a pouca informação que temos deste grupo ficamos sem ter a noção se perceberam ou não os conceitos relacionados com TH.

A seguir, expomos a análise das fichas de Autoavaliação das Fases do Projeto.

Tabela 63 – Autoavaliação das Fases do Projeto 5

Questionamento	Fases do projeto			
	Objetivos/ Questões de investigação	Descrição dos dados usados no estudo	Análise e tratamento de dados	Conclusões e discussão
Atingiu o que se pretendia?	Concordo Totalmente	Concordo	Concordo Totalmente	Concordo
Aspetos capaz de realizar	Sim	Sim	Sim	Sim
Dificuldades	Sim	Sim	Sim	Sim
Sugestões	Não	Sim	Sim	Sim



Podemos observar pela Tabela 63, para a primeira questão, “O Grupo considera que atingiu o que se pretendia com esta fase do projeto”, que as respostas dadas nas várias fases foram: Concordo Totalmente nas fases Objetivos/Questões de investigação e Análise e tratamento de dados, e Concordo nas fases Descrição dos dados usados no estudo e Conclusões e discussão. Com estas respostas o grupo mostra que não teve dificuldades na concretização das quatro fases do projeto.

*Fase Objetivos/Questões de investigação.* Quando o grupo foi questionado sobre quais os aspetos que se sentiu mais capaz de realizar nesta fase, a resposta foi “Seleção das questões enquanto objeto de trabalho, pois foi a única tarefa desenvolvida até ao momento”; quanto aos aspetos em que sentiram mais dificuldades responderam da seguinte forma: “Diferenciar o cerne de cada questão para evitar ambiguidades e redundâncias”; e no que diz a respeito a sugestões o grupo referiu “Nada a pontar”. Com base nestas respostas, podemos concluir que efetivamente o grupo não teve dificuldades na realização desta fase.

*Fase Descrição dos dados usados no estudo.* Sobre os aspetos que se sentiram mais capazes de realizar nesta fase, a resposta foi “Verificar os dados”; quanto às dificuldades para realizar esta fase disseram: “Definir as variáveis porque não é fácil de trabalhar com o R”; e relativamente a sugestões referiram “Continuar a pesquisar o R”. Donde, podemos então concluir que as dificuldades apresentadas se devem ao fato de ainda não terem explorado suficientemente o software R.

*Análise e tratamento de dados.* Em relação aos aspetos que se sentiram mais capazes de realizar, o grupo afirmou que “Os gráficos foram os aspetos que o grupo sentiu menos capaz de realizar”; quanto aos aspetos em que sentiram mais dificuldades, o grupo declarou: “O que o grupo sentiu mais dificuldades foi na utilização do R”; e as sugestões que deram para melhorar esta fase foram: “Maior pesquisa e atenção na maneira como foi usado o programa”. Assim, a partir das respostas dos alunos podemos tirar a ilação que o grupo não se esforçou o suficiente na aprendizagem do software R, não tendo aproveitado, para além da disponibilidade da professora nos tempo não letivos, as aulas em que a professora explicou como se introduziam as variáveis, realizavam os vários tipos de gráficos, aplicavam os TH, etc., para além da disponibilidade da professora fora das aulas.

Conclusões e discussão. Nesta fase, os aspetos em que o grupo se sentiu mais capaz foram “Executar e tirar conclusões do estudo efetuado”, enquanto os aspetos em que o grupo sentiu mais dificuldade em realizar foi “Interpretar os resultados fornecidos pelo R”. Pelo menos

parcialmente, estas duas argumentações contradizem-se, ficando pouco claro perceber em que têm dificuldades nesta fase. Como sugestões de melhoria, o grupo referiu o “Estudo das funcionalidades do programa”, o que significa que nesta última fase do projeto os alunos ainda demonstram dificuldades no manuseamento do software R.

### 5.2.6. Projeto 6

O grupo que realizou o projeto 6 é formado por quatro elementos, sendo três do sexo masculino e um do sexo feminino.

Apresenta-se na Figura 57 o plano de trabalho do grupo 6.

<b>Plano de trabalho do Projeto 6</b>
<p><b>Título do trabalho:</b> Análise estatística dos padrões de uso das redes sociais.</p> <p><b>Objetivos:</b> descrever a amostra de acordo com as indicações dadas para a realização do trabalho e mais detalhada para as perguntas selecionadas. Aplicação de testes de hipóteses para estas variáveis.</p> <p><b>Variáveis a incluir:</b> idade, género, escolaridade e idade. Da lista, qual foi a primeira rede social que utilizaste, Que idade tinhas quando começaste a usar as redes sociais, Por dia, quantas horas acedes às redes sociais, Por semana, quantos dias acedes às redes sociais?</p> <p><b>Estatísticas descritivas que o grupo vai utilizar:</b> Tabelas e gráficos descritivos, proporções para variáveis qualitativas nominais e médias e desvio padrão para as quantitativas.</p> <p><b>Inferência estatística que o grupo vai fazer (TH que vão utilizar):</b> O grupo propõe-se a analisar através de testes de hipóteses a discutir, as seguintes questões (9, 10, 11 e 12) de forma a tentar estabelecer uma relação entre as mesmas, e os parâmetros base (idade, género, escolaridade).</p> <p><b>Questão 9.</b> Da lista, qual foi a primeira rede social que utilizaste? A proporção de rapazes e raparigas que usou o Hi5 como primeira rede é igual ou não? A proporção de rapazes e raparigas que usou o Facebook como primeira rede é igual ou não?</p> <p><b>Questão 10.</b> Que idade tinhas quando começaste a usar as redes sociais? A idade média das raparigas quando começaram a usar as redes sociais é ou não igual à dos rapazes quando começaram a usar as redes sociais.</p> <p><b>Questão 11.</b> Por dia, quantas horas acedes às redes sociais? Em média e por dias, os rapazes e as raparigas usam as redes sociais o mesmo nº de horas ou não?</p> <p><b>Questão 12.</b> Por semana, quantos dias acedes às redes sociais? Em média os rapazes e as raparigas usam as redes sociais o mesmo nº de dias ou não?</p>

Figura 57. Plano de trabalho do Projeto 6.

### **Desenvolvimento do pensamento estatístico**

Apresentamos, a seguir, a análise do relatório do grupo 6 em função das cinco componentes do pensamento estatístico de Wild e Pfannkuch (1999).

*Reconhecimento da necessidade dos dados.* O grupo fez a caracterização da amostra mostrando que compreenderam que os dados disponíveis são suficientes, mencionando que se propõem analisar e discutir, através de testes de hipóteses, as questões 9, 10, 11 e 12 de forma a tentar estabelecer uma relação entre as mesmas e os parâmetros base (idade, género, escolaridade).

*Transnumeração.* Podemos dizer que a transnumeração aconteceu porque os dados não tratados foram transformados corretamente em gráficos de barras, gráficos circulares, histogramas e tabelas de frequências, fazendo uma interpretação adequada. Neste trabalho são apresentados gráficos de barras, circulares e tabelas de frequência em função das questões escolhidas, incluindo a explicação do que está a ser realizado e a respetiva conclusão. Este grupo começou por identificar e caracterizar a amostra com base nos dados obtidos através do questionário. No caso da caracterização da idade, apresentaram um histograma (Figura 58).

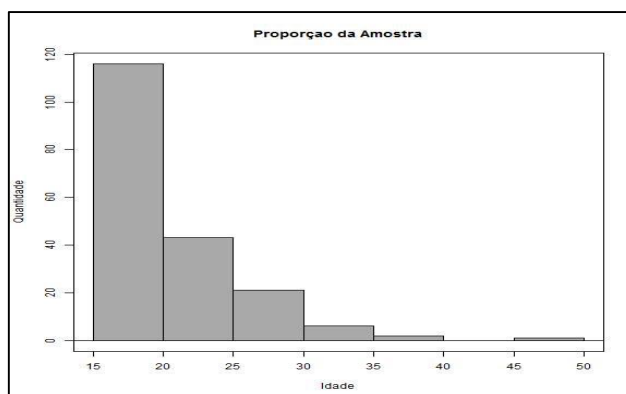


Figura 58. Gráfico representativo das idades (Projeto 6).

Para este histograma os alunos referem que as idades representativas da amostra são pouco homogéneas, sendo que a maior parte delas pertence ao intervalo entre 15 e 20 anos de idade. Através destas palavras não se percebe muito bem a que amostra se referem. Através da observação do histograma (Figura 58) e das conclusões apresentadas, percebe-se que a resposta seria para a questão 10 – “Com que idade começaste a aceder às RS”.

No caso da questão “Da lista, qual foi a primeira rede social que utilizaste?”, o grupo apresentou um gráfico circular relativo às percentagens de respostas à primeira rede social utilizada (Figura 59).

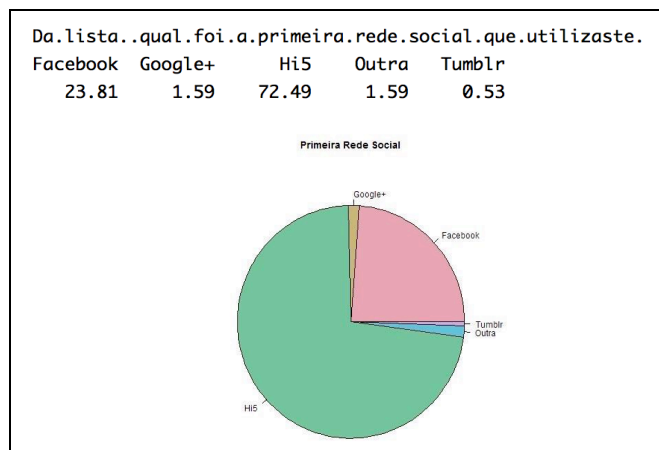


Figura 59. Percentagem da amostra quanto à primeira rede social utilizada (Projeto 6).

Para esta questão também apresentaram as médias das idades dos estudantes quando utilizaram as RS pela primeira vez, bem como o respetivo desvio padrão (Figura 60).

	mean	sd	data:n
Facebook	20.93333	6.001515	45
Google+	22.66667	4.725816	3
Hi5	21.40876	4.214043	137
Outra	21.00000	3.000000	3
Tumblr	19.00000	NA	1

Figura 60. Média de ocorrência de cada rede social (Projeto 6).

Ainda para a mesma questão, este grupo apresenta um gráfico das médias das idades dos estudantes quando utilizaram a rede social pela primeira vez, como se mostra na Figura 61.

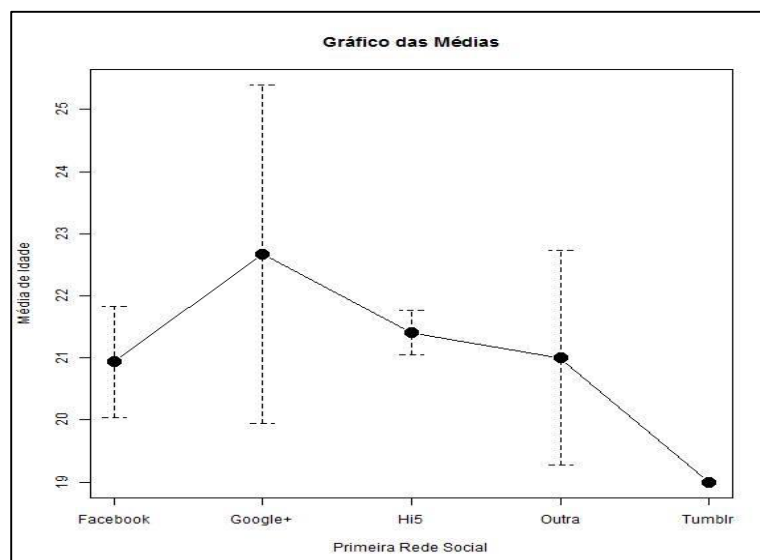


Figura 61. Primeira rede social utilizada por intervalo de idade (Projeto 6).

Também é apresentado um quadro com a percentagem de cada resposta relativa às cinco opções de concordância/discordância (Concordo, Concordo totalmente, Em desacordo, Nem

concordo nem discordo e Totalmente em desacordo), em função das 10 opções fornecidas para esta questão.

Para a questão 17 – “O que gosto de fazer nas redes sociais” apresentam a percentagem de utilização da rede social por género para a opção publicar fotografias, em função das mesmas cinco opções disponíveis chegando à conclusão que a percentagem de pessoas do sexo feminino que utiliza as RS para publicar fotografias é superior à de pessoas do sexo masculino. Para a mesma questão, também é apresentada a percentagem de utilização da rede social por género para a opção divulgar atividades, em função das opções de concordância/discordância, chegando à conclusão que a percentagem de pessoas do sexo feminino que utiliza as redes sociais para divulgar atividades é superior à de pessoas do sexo masculino. Esta questão não estava contemplada no plano de trabalho.

*Varição.* Como os dados foram recolhidos de forma apropriada e foram tiradas conclusões a partir dos mesmos, podemos dizer que a variação existe e é transmitida nos dados.

*Raciocínio com modelos.* O grupo apresenta várias inferências a partir dos resultados obtidos. O primeiro TH apresentado foi aplicado com o intuito de responder à seguinte questão: “Que pessoas começam a aceder à primeira rede social com menos de 16 anos”. Para poder responder à questão, são formuladas as hipóteses:

H<sub>0</sub>: Não tem menos que 16 anos ao entrarem na primeira rede social;

H<sub>1</sub>: Tem menos de 16 anos no primeiro contato com as redes sociais.

Através do software R, os alunos apresentam a resolução correta do TH unilateral à esquerda para a média de idades, como podemos ver na Figura 62. A hipótese nula não está bem escrita pois deveriam ter dito “tem 16 anos” e não “tem menos de 16 anos” e a linguagem usada na descrição não é a mais indicada. Além disso, a forma mais correta de apresentar as hipóteses devia ter sido usando o parâmetro  $\mu$  uma vez que estão a utilizar um TH para a média.

```
One Sample t-test

data: Que.idade.tinhas.quando.come.aste.a.usar.as.redes.sociais.
t = -4.6236, df = 188, p-value = 3.498e-06
alternative hypothesis: true mean is less than 16
95 percent confidence interval:
 -Inf 15.13995
sample estimates:
mean of x
14.66138
```

Figura 62. TH unilateral à esquerda para a questão 10 (Projeto 6).

No caso da questão 11 – “Quantas horas aceses à rede social, média do total de horas por dia” foi aplicado um TH bilateral para a média considerando a variável “Tempo”, variável essa que foi obtida através da consideração do tempo médio para cada intervalo de hora usado nas opções da questão. Nesta resolução, os alunos consideraram as hipóteses nula e alternativa da seguinte forma:

H<sub>0</sub>: O tempo gasto na rede social é zero

H<sub>1</sub>: O tempo gasto diariamente nas redes sociais é diferente de zero

Seguidamente aplicaram o TH através do R (Figura 63). Esta formulação das hipóteses não é a mais adequada, pois deveriam ter colocada o parâmetro  $\mu$  na formulação das hipóteses uma vez que era um TH para a média.

```
One Sample t-test
data: Tempo
t = 12.901, df = 188, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 1.485766 2.022171
sample estimates:
mean of x
 1.753968
```

Figura 63. TH bilateral para a questão 11 (Projeto 6).

Para a mesma questão formularam ainda outras hipóteses, como podemos constatar nas hipóteses enunciadas abaixo, e aplicaram o TH unilateral à esquerda:

H<sub>0</sub>: O tempo gasto nas redes sociais é maior que 5 horas diárias;

H<sub>1</sub>: O tempo gasto nas redes sociais é menor que 5 horas diárias.

Estas hipóteses deveriam ter sido formuladas com o parâmetro  $\mu$  e na formulação da hipótese nula deveriam ter considerado a igualdade. Antes tinha sido explicado aos alunos que na formulação da hipótese nula considerariam a igualdade e na hipótese alternativa escolheriam entre o  $>$ ,  $<$  ou  $\neq$ . Na figura 64 apresentamos a resolução dos alunos (que está correta) para a aplicação deste TH com o software R.

```
One Sample t-test
data: Tempo
t = -23.875, df = 188, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true mean is less than 5
95 percent confidence interval:
 -Inf 1.978709
sample estimates:
mean of x
 1.753968
```

Figura 64. TH unilateral à esquerda para a questão 11 (Projeto 6).

No entanto, apesar aplicarem um TH para a questão 11, como indicaram no plano de trabalho, não tomaram qualquer decisão em função do género. No caso da questão 12, não apresentaram qualquer resolução.

*Integração da estatística em contexto (conhecimento estatístico e contextual).* Em termos globais, podemos perceber que os alunos foram capazes de interpretar os resultados estatísticos no contexto do seu projeto de investigação.

Quanto aos gráficos apresentados e tabelas de frequência, os alunos foram capazes de fundamentar e tirar conclusões corretamente, como aconteceu para a questão 9, onde concluíram, através do gráfico circular apresentado, que para cerca de 73% dos inquiridos a primeira rede social mais utilizada foi o Hi5.

Relativamente aos TH, este grupo foi capaz de os realizar e tirar conclusões a partir dos resultados obtidos. Para a questão “As pessoas começam a aceder às redes sociais com menos de 16 anos” foi apresentada, através do software R, a resolução do TH conveniente e a conclusão a que chegaram foi a seguinte: “Pode-se afirmar com 95% de confiança que as pessoas iniciam a primeira experiência nas redes sociais com menos de 16 anos, pois o valor  $p$  é inferior a 0.05”. Esta conclusão está correta, podendo, no entanto, ter acrescentado que pelo facto do  $p\text{-value} < 0.05$  rejeitavam a hipótese nula. Assim ficaria uma conclusão mais completa.

No caso da questão “Tempo gasto nas redes sociais” aplicaram um TH bilateral e a conclusão apresentada através dos dados obtidos foi: “Pode-se afirmar com 95% de confiança que a média é de 1,75 horas”. Nesta conclusão falhou novamente não terem mencionado se rejeitavam ou não a hipótese nula, o que conduziria à conclusão de que o tempo médio gasto no acesso às redes sociais é diferente de zero, e isso é comprovado através do valor da média. Ainda para a mesma questão os alunos apresentaram outras hipóteses alternativas com a aplicação do TH unilateral à esquerda (Figura 64), retirando dos resultados obtidos a seguinte conclusão: “Pode-se afirmar com 95% de confiança que as pessoas passam menos que 5 horas diárias nas redes sociais. Rejeitamos  $H_0$  uma vez que o valor  $p$  é inferior a 0.05”. Nesta conclusão os alunos tomaram uma decisão correta em função dos resultados obtidos no TH.

Considerando que este grupo aplicou corretamente os TH e tirou as devidas conclusões acerca dos resultados obtidos, através da rejeição ou não da hipótese nula, podemos tirar a ilação de que ele compreendeu e conseguiu aplicar o conhecimento estatístico obtido.

Em termos de conflitos semióticos, aparece um conflito ao não saber interpretar os resultados obtidos para a tomada de decisão e um outro conflito ao não indicar o valor hipotético

a atribuir ao parâmetro (particularização de um conceito). Estes dois conflitos foram identificados no capítulo IV.

Na apresentação oral, o grupo decidiu que quem iria fazer a apresentação seria apenas um dos seus elementos. O aluno iniciou a apresentação explicando como surgiram os dados do questionário, que posteriormente foram tratados (esses dados provenientes do Google drive foram tratados por este aluno) para se poderem estudar as questões escolhidas. De seguida, começou a expor os gráficos para a caracterização da amostra, evidenciando que determinaram as idades representativas da amostra, chegando à conclusão que a maioria dos inquiridos se situa no intervalo entre 15 e 20 anos. Depois mostrou, através de um gráfico circular, que a primeira rede social utilizada pelos inquiridos foi o Hi5. A professora foi interagindo com o aluno porque a dada altura ele baralhou-se e a professora perguntou-lhe o que pretendia com a questão, ao que aluno respondeu que o objetivo dele era relacionar esta questão com a anterior e pensou que os dados obtidos estariam errados, mas depois de analisar novamente os dados concluiu que a resolução apresentada estava correta.

Para concluir, em termos da comparação da rede social mais utilizada com o intervalo de idades, o aluno perguntou para a assistência se estava correto que o Facebook surgiu por volta de 2006 e, portanto, analisando o intervalo de idades dos inquiridos, que era entre 15 a 20 anos, estaria correta a escolha do Hi5 como primeira rede social. Posteriormente falou dos gráficos sobre a média das idades dos alunos quando utilizaram pela primeira vez a rede social, das percentagens obtidas para cada rede social utilizada atualmente pelos inquiridos e com que objetivo usam as redes sociais (por exemplo para: comentar fotos, defender causas, publicar fotografias, etc.). O aluno foi apresentando corretamente os TH e as respetivas conclusões em função dos resultados obtidos, tendo o cuidado de explicar os objetivos da questão e qual o TH utilizado com as respetivas formulações das hipóteses.

Na aplicação do TH para determinar se o tempo gasto nas redes sociais pelos inquiridos era menor que cinco horas diárias, a formulação apresentada para as hipóteses não estava correta e a professora chamou a atenção para esse erro, explicando que na hipótese nula não deviam ter colocado menor do que cinco horas diárias, mas sim igual a cinco horas e o aluno percebeu que realmente se tinha enganado. Nos últimos slides foram apresentados quadros sobre a percentagem de respostas à questão sobre se gosta de colocar fotografias e se gosta de divulgar fotografias, chegando à conclusão que nas duas questões, apesar da amostra ser menor, o sexo feminino publicava mais fotografias e divulgava mais atividades do que o sexo masculino. Ao longo



da apresentação, o aluno foi interagindo com a professora e com a assistência e disse que gostariam de ter feito mais análises, mas que não tiveram tempo. Além disso, o aluno esteve muito à-vontade a fazer a apresentação e o tempo estipulado para o efeito foi cumprido.

### **Avaliação do Projeto**

Aplicando uma análise de conteúdo a este relatório, podemos dizer que as regras de construção foram respeitadas na íntegra, como se constata na Tabela 64.

Tabela 64 – Cumprimento das regras na elaboração do relatório (Projeto 6)

Regras	Aplica	Aplica Parcialmente	Não Aplica
Título do trabalho	✓		
Objetivo	✓		
Resumo	✓		
Introdução	✓		
Descrição dos dados usados no estudo	✓		
Análise e tratamento de dados	✓		
Conclusões e discussão	✓		
Bibliografia	✓		

Nota: ✓ nível de aplicação da regra.

Podemos concluir que este relatório está bem elaborado e que seguiu as recomendações para a sua elaboração, mostrando através da bibliografia apresentada que o grupo teve a preocupação e o interesse em procurar informação em apontamentos, artigos de revista ou consultando websites relativamente ao tema TH.

A partir do relatório deste projeto e respetiva apresentação, podemos tirar a ilação que este grupo cumpriu todos os seus objetivos e mostrou saber o que pretendiam em termos de inferências. Os resultados obtidos revelam que os alunos compreenderam que conclusões deveriam tirar, levando a concluir que este grupo mostrou saber raciocinar estatisticamente.

Na Tabela 65 apresentamos os resultados da análise da autoavaliação realizada pelos alunos nas quatro frases do projeto.

Tabela 65 – Autoavaliação das Fases do Projeto 6

Questionamento	Fases do projeto			
	Objetivos/ Questões de investigação	Descrição dos dados usados no estudo	Análise e tratamento de dados	Conclusões e discussão

Atingiu o que se pretendia?	Concordo Totalmente	Concordo	Concordo	Concordo
Aspetos capaz de realizar	Sim	Sim	Sim	Sim
Dificuldades	Sim	Sim	Sim	Não
Sugestões	Sim	Não	Sim	Sim

Em primeiro lugar, relativamente à questão “O Grupo considera que atingiu o que se pretendia com esta fase do projeto”, na qual o grupo teria que escolher uma das seguintes opções: Discordo Totalmente; Discordo; Concordo e Concordo Totalmente, observaram-se as seguintes respostas: Concordo totalmente na fase Objetivos/Questões de investigação e Concordo nas fases Descrição dos dados, Análise e tratamento de dados e Conclusões e discussão, o que nos leva a inferir que este grupo não teve dificuldades nestas etapas.

Mostraremos a seguir a análise das justificações apresentadas pelos alunos às questões propostas em cada uma das quatro fases do projeto.

*Fase Objetivos/Questões de investigação.* Para os aspetos que o grupo se sentiu mais capaz de realizar nesta fase, o grupo respondeu: “A escolha de questões em função dos métodos a utilizar”, enquanto para os aspetos em que sentiram mais dificuldades o grupo respondeu: “Algumas questões não são de fácil interpretação devido à ambiguidade das respostas (respostas: concordo ...)”. Por último, em relação às sugestões dariam para melhorar esta fase, os alunos responderam: “análise mais detalhada das respostas das questões”. Assim, das justificações apresentadas, podemos concluir que estes alunos tiveram algumas limitações para atingir os objetivos desta fase.

*Fase Descrição dos dados usados no estudo.* Os aspetos que o grupo se sentiu mais capaz de realizar nesta fase foram “Descrever corretamente os dados utilizados, uma vez que já tínhamos realizado nas aulas exercícios do mesmo género”, quanto aos aspetos que sentiram mais dificuldades foram “Escolher o tipo de testes estatísticos para cada questão” e, por fim, o grupo não apresentou sugestões para melhorar esta fase. Podemos concluir que, nesta fase, o grupo deparou-se com algumas dificuldades relativas à escolha dos TH a aplicar.

*Análise e tratamento de dados.* Em relação aos aspetos que se sentiram mais capazes, o grupo asseverou: “Análise de dados e utilização de ferramentas. Na análise de dados o grupo sentiu que estava confortável com a matéria e o tema em questão era interessante”, para os aspetos que o grupo teve mais dificuldades responderam: “Tratamento de dados. O programa utilizado não é muito intuitivo e muito rigoroso. O tratamento de dados tem de ser feito de acordo com o que o programa processa, ficando limitado”. As sugestões dadas para melhorar esta fase

foram: “Que os dados já estivessem preparados para qualquer tipo de testes. Utilização de um programa mais simples”. Em síntese, concluímos que este grupo, nesta fase, deparou-se com problemas na utilização do software R, o que poderá dever-se ao facto de os alunos não terem tido muito tempo para o explorarem. Este grupo diz, ainda, que teve dificuldades porque o programa não é intuitivo e rigoroso. Contudo, esta afirmação é pouco consistente uma vez que eles nem sequer aprenderam a utilizá-lo devidamente.

*Conclusões e discussão.* Quanto aos aspetos em que o grupo se sentiu mais capaz, foi “Perceber os resultados e tirar conclusões. Pois o tema e a matéria eram de conhecimento do grupo”; quanto a dificuldades encontradas para a realização desta fase, o grupo diz que não teve dificuldades. As sugestões dadas por este grupo para melhorar esta fase foram: “O projeto coincidiu com a fase de LAPR2, dificultando a gestão do tempo. A sugestão seria realizar este projeto após LAPR2, na época de exames”. Porém, esta sugestão dos alunos não seria praticável uma vez que se pretendia que a realização do trabalho fosse acompanhada nas aulas e que a apresentação oral também ocorresse nas aulas. Em síntese, podemos concluir que este grupo conseguiu concretizar os objetivos propostos para esta fase sem qualquer constrangimento uma vez que eles próprios afirmaram que o tema e a matéria eram do conhecimento do grupo.

### 5.2.7. Projeto 7

O grupo que realizou o projeto 7 é formado por cinco elementos, sendo quatro do sexo masculino e um do sexo feminino.

Na figura 65 apresentamos o plano de trabalho do grupo 7.

<b>Plano de trabalho do Projeto 7</b>
<p><b>Objetivos:</b> descrever a amostra de uma forma geral e com incidência nas variáveis das questões nº 9, 11, 12 e 15. Em termos de inferências, usar os grupos dos rapazes e das raparigas para comparar proporções e médias de algumas das variáveis.</p> <p><b>Estatística descritiva</b> mais detalhada nas questões 9, 11, 12 e 15.</p> <p><b>Testes de hipóteses:</b></p> <p>A proporção de rapazes que usou como primeira rede social o Hi5 é igual ou maior que a das raparigas? Por dia, a média de acesso às redes sociais das raparigas é igual ou menor que a média de acesso às redes sociais dos rapazes? Por semana, a média de dias de acesso às redes sociais das raparigas é igual ou menor que a média de dias de acesso às redes sociais dos rapazes? Proporção de rapazes e de raparigas que acede às redes sociais para encontrar familiares.</p>

Figura 65. Plano de trabalho do Projeto 7.

## Desenvolvimento do pensamento estatístico

Apresentamos, de seguida, a análise do relatório do grupo 7 em função das cinco componentes do pensamento estatístico de Wild e Pfannkuch (1999).

*Reconhecimento da necessidade dos dados.* O grupo fez a caracterização da amostra mostrando que compreendem que os dados disponíveis são suficientes, mencionando que se propõem a analisar, através de testes de hipóteses, e discutir as seguintes questões 9, 11, 12 e 15, que podem dar origem a relações interessantes a partir das variáveis género, idade, escolaridade e redes sociais.

*Transnumeração.* Podemos dizer que a transnumeração não aconteceu completamente porque os dados não tratados foram transformados em gráficos de barras, gráficos circulares e tabelas estatísticas, mas não apresentaram uma conclusão dos resultados obtidos. O grupo começou por identificar e caracterizar a amostra, com base nos dados obtidos no questionário, dizendo que ela leva a uma amostra pouco ilustrativa da sociedade portuguesa e, portanto, é difícil associar esta amostra à generalidade da sociedade, visto ser uma amostra muito homogénea. São apresentados para a caracterização da amostra um gráfico de barras representativo das idades dos inquiridos (Figura 66), um gráfico circular e uma tabela de frequências (em função do género) para a primeira rede social utilizada pelos inquiridos. O grupo refere, ainda, que as variáveis que vai caracterizar são aquelas para os quais realizou os gráficos.

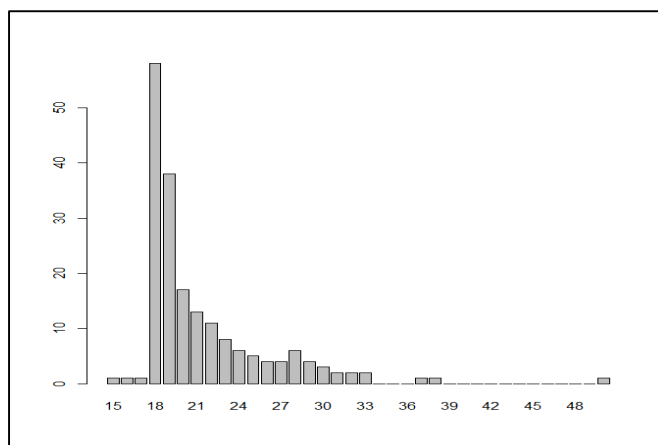


Figura 66. Idade dos inquiridos quando começaram a aceder às redes sociais (Projeto 7).

Podemos constatar, através da Figura 66, que o grupo não escreve rótulos nos eixos e para quem lê o gráfico fica sem saber o que é que está a ser representado. Tal facto evidencia uma falha na construção do gráfico relativo à questão “Idade dos inquiridos quando começaram a aceder às redes sociais” e, além disso, não é apresentada qualquer justificação. Na Figura 68 apresentamos o gráfico circular representativo da questão 10: “Da lista, qual foi a primeira rede social que

utilizaste”. Este gráfico não apresenta falhas uma vez que através dele constatamos que está identificada a questão e na legenda é evidenciado a percentagem de utilização de cada rede social (Figura 67).

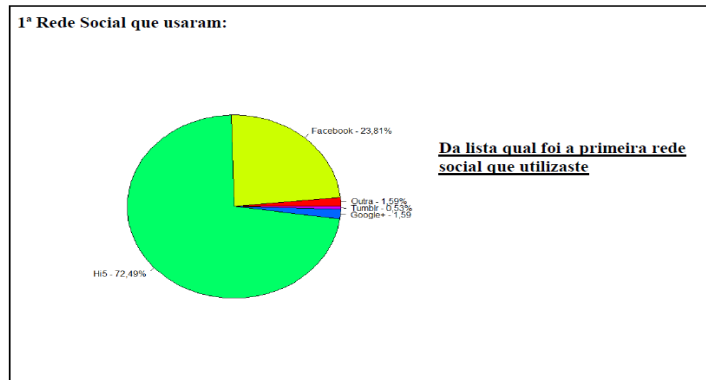


Figura 67. Percentagem da amostra quanto à primeira rede social utilizada (Projeto 7).

*Varição.* Como os dados foram recolhidos de forma apropriada e foram tiradas conclusões a partir dos mesmos (no que diz respeito às inferências aplicadas às questões selecionadas), podemos dizer que a variação existe e é transmitida nos dados.

*Raciocínio com modelos.* O grupo apresenta inferências para todas as questões escolhidas, tirando conclusões para todas elas a partir dos resultados obtidos. O grupo fez todas as análises recorrendo ao software R, através de programação e não do R Commander, demonstrando que ambicionaram aprender mais sobre o software R. Compreende-se que queiram usar a programação uma vez que são alunos de Informática.

Este grupo, na sua introdução, explicou que lançaram questões específicas, tais como: “Em média e por dias, os rapazes e as raparigas usam as redes sociais o mesmo nº de horas ou não?” e, com base nestas questões mais específicas, analisaram através dos TH se as questões lançadas eram verdadeiras ou falsas com um nível de significância de 5%. No final, com base nos resultados obtidos, responderam às questões que se propuseram responder.

Para a questão “Da lista, qual foi a primeira rede social que utilizaste?”, o grupo aplicou um TH bilateral para a diferença de médias relativamente ao grupo Falso e Verdadeiro para as hipóteses: Hi5, Facebook, Outra, Google+, mostrando a sua resolução através da programação na consola do Software R e a conclusão dos resultados obtidos, como podemos constatar através da Figura 68 (exemplo para a rede social Hi5).

```

> #t-test para a variável: «Da.lista..qual.foi.a.primeira.rede.social.que.utilizaste.»
Comando(s) em R:
>t.test(Dataset$Idade ~Dataset$Da.lista..qual.foi.a.primeira.rede.social.que.utilizaste,=="Hi5")
Resultado do teste (na consola do R):

Welch Two Sample t-test
data: Dataset$Idade by Dataset$Da.lista..qual.foi.a.primeira.rede.social.que.utilizaste, == "Hi5"
t = -0.47025, df = 73.133, p-value = 0.6396
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
-2.141083 1.323565
sample estimates:
mean in group FALSE mean in group TRUE
21.00000 21.40876

Conclusão: Ou seja, como 0 (t = -0.47025) pertence ao intervalo de confiança, pode-se assumir para um nível de confiança 95% (nível de significância) de 5% que as médias são iguais, quer tenha usado hi5 ou não.

```

Figura 68. TH bilateral para diferença de médias para a questão 9 (Projeto 7).

A análise foi realizada corretamente pelos alunos, como podemos constatar através da Figura 68, com base no IC, todavia, teria sido mais correta se a tivessem concretizado através do rejeitar ou não a hipótese nula uma vez que aplicaram um TH bilateral para a diferença de médias. Portanto, analisando o  $p\text{-value} = 0.6396$ , podemos concluir que não rejeitamos a hipótese nula, significando que as médias são iguais relativamente aos que dizem que usaram ou não o Hi5 pela primeira vez. Esta conclusão vai de encontro ao que os alunos apresentaram. Esta mesma conclusão foi obtida para a escolha das outras redes sociais.

Para analisar a questão “Por semana, quantos dias acedes às redes sociais”, os alunos aplicaram um TH bilateral para a diferença de médias relativamente ao género, isto é, determinaram se existe diferença entre o sexo feminino e masculino relativamente ao número de horas que acede às redes sociais. A Figura 69 retrata esta aplicação do TH através do software R, usado novamente a partir da sua programação.

```

> #t-test para a variável: «Por.semana..quantos.dias.acedes..s.redes.sociais.» de acordo c/ o género (feminino ou masculino)
Comando(s) em R:
> levels(Dataset$Por.semana..quantos.dias.acedes..s.redes.sociais.)=c(0,1,2,3,4,5,6,7)
>t.test(as.numeric(as.character(Dataset$Por.semana..quantos.dias.acedes..s.redes.sociais.))
~Dataset$G.nero)
Resultado do teste (na consola do R):

Welch Two Sample t-test
data: as.numeric(as.character(Dataset$Por.semana..quantos.dias.acedes..s.redes.sociais.)) by Dataset$G.nero
t = -0.2567, df = 53.024, p-value = 0.7984
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
-0.8228124 0.6360951
sample estimates:
mean in group Feminino mean in group Masculino
5.764706 5.858065

Conclusão: Ou seja, como 0 (t = -0.2567) pertence ao intervalo de confiança, pode-se assumir para um nível de confiança 95% (nível de significância) de 5% que as médias são iguais, isto é não há uma diferença significativa entre género relativamente ao número de dias por semana que acedem às redes sociais.

```

Figura 69. TH bilateral para a diferença de médias para a questão 12 em função do género (Projeto 7).

Ainda para a mesma questão, apresentam outro TH bilateral para a diferença de médias, mas agora de acordo com a idade para zero dias por semana de acesso às RS (Figura 70).

```

> #t-test para a variável: «Por.semana..quantos.dias.acedes..s.redes.sociais.», de acordo com a idade para 0 dias
por semana de acesso às redes sociais

Comando(s) em R:
>t.test(Dataset$Idade
~as.numeric(as.character(Dataset$Por.semana..quantos.dias.acedes..s.redes.sociais.))==0)

Resultado do teste (na consola do R):

Welch Two Sample t-test

data: Dataset$Idade by as.numeric(as.character(Dataset$Por.semana..quantos.dias.acedes..s.redes.sociais.)) == 0
t = 0.034132, df = 7.935, p-value = 0.9736
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
-3.222364 3.319049
sample estimates:
mean in group FALSE mean in group TRUE
21.29834 21.25000

Conclusão: Ou seja, como 0 (t = 0.034132) pertence ao intervalo de confiança, pode-se assumir para um nível de
confiança 95% (nível de significância) de 5% que as médias são iguais, isto é não há uma diferença significativa entre as
médias de idades relativamente aos que acedem 0 dias por semana às redes sociais.

```

Figura 70. TH bilateral para a diferença de médias para a questão 12 em função dos dias (Projeto 7).

Também são apresentados TH para mesma questão de acordo com a idade para 1 dia por semana, para dois dias por semana, ..., até sete dias por semana. Em todos os casos chegaram à conclusão, para todos estes TH bilaterais aplicados à diferença de médias relativamente ao grupo Falso e Verdadeiro, que não há diferença significativa entre as médias de idades relativamente aos que acedem 1, 2, ..., 7 dias por semana às redes sociais. As conclusões apresentadas estão corretas só não são tiradas em função da rejeição ou não da hipótese nula, sendo em todos os casos apresentadas em função do IC.

No seguimento da mesma questão “Por semana, quantos dias acedes às redes sociais?”, mas agora de acordo com a escolaridade, para o grau de estudos completo – Secundário”, é aplicado um TH bilateral para a diferença de médias relativamente ao grupo Falso e Verdadeiro (Figura 71).

```

> #t-test para a variável: «Por.semana..quantos.dias.acedes..s.redes.sociais.», de acordo com a escolaridade,
para o grau de estudos completo = Secundário.

Comando(s) em R:
>t.test(as.numeric(as.character(Dataset$Por.semana..quantos.dias.acedes..s.redes.sociais.))
~Dataset$Escolaridade=="Secundario")

Resultado do teste (na consola do R):

Welch Two Sample t-test

data: as.numeric(as.character(Dataset$Por.semana..quantos.dias.acedes..s.redes.sociais.)) by Dataset$Escolaridade ==
"Secundario"
t = -0.3165, df = 62.304, p-value = 0.7527
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
-0.8468955 0.6153519
sample estimates:
mean in group FALSE mean in group TRUE
5.750000 5.865772

Conclusão: Ou seja, como 0 (t = -0.3165) pertence ao intervalo de confiança, pode-se assumir para um nível de
confiança 95% (nível de significância) de 5% que as médias são iguais, isto é não há uma diferença significativa entre
as médias de dias de acesso às redes sociais, e o grau de escolaridade completo Secundário.

```

Figura 71. TH bilateral para a diferença de médias para a questão 12 em função da escolaridade (Projeto 7).

Similarmente para a mesma questão, agora envolvendo o grau de escolaridade: Licenciatura e Mestrado, o TH aplicado foi o mesmo e a conclusão obtida para estes dois casos também foi a mesma, ou seja, não verificou uma diferença significativa entre as médias de dias de acesso às redes sociais e o grau de escolaridade completo. Mais uma vez, as conclusões apresentadas para estes TH foram obtidas a partir dos IC.

*Integração da estatística em contexto (conhecimento estatístico e contextual).* Podemos compreender que os elementos deste grupo foram capazes de interpretar os resultados estatísticos no contexto do seu projeto de investigação. Portanto, concluímos que este grupo, apesar de aplicar corretamente os TH e tirar as conclusões acerca dos resultados obtidos, falhou no que diz respeito à tomada de decisão de rejeitar ou não a hipótese nula. Em termos de conflitos semióticos aparece um conflito ao não saber interpretar os dados obtidos para a tomada de decisão, conflito este que foi identificado no capítulo IV. Os alunos aprenderam nas aulas que quando se aplicava um TH deveríamos tomar uma decisão em função da rejeição ou não da hipótese nula. Mesmo não apresentando esta conclusão, os alunos apresentaram corretamente uma outra em função do IC, portanto podemos afirmar que este grupo conseguiu ao longo do seu projeto aplicar o conhecimento estatístico obtido.

Para a apresentação oral do seu projeto, o grupo decidiu que dos cinco elementos que compunham o grupo apenas um iria fazer a apresentação. O aluno iniciou a sua apresentação falando que foi feito um inquérito aos alunos do 1.º ano do curso de Eng.<sup>a</sup> Informática e, portanto, era essa a amostra com que iam trabalhar. A seguir, mencionou os objetivos pretendidos com as questões a que se propuseram responder. O aluno exibiu o gráfico representativo das idades dos inquiridos, concluindo que a faixa etária aquando do preenchimento do inquérito se situava entre os 18 e os 20 anos. Através de um gráfico circular chegou à conclusão que a primeira rede social utilizada pelos inquiridos foi o Hi5, acrescentando que mais à frente iríamos observar, através de outros dados, que esta escolha também estaria relacionada com a faixa etária dos inquiridos.

Posteriormente, apresentou uma tabela de frequência entre o género e a primeira rede social utilizada, percebendo-se através da sua leitura que o Hi5, quer para o sexo masculino quer para o feminino, foi a primeira rede social a ser utilizada. O aluno chamou a atenção que, de seguida, iria apresentar o TH para indagar “Por semana, quantos dias os inquiridos acedem às redes sociais, relativamente ao género”, tendo concluído corretamente, através do IC, que não existia diferença significativa relativamente ao género uma vez que o IC continha o zero. No caso da questão “Por semana, quantos dias acedes às redes sociais”, o grupo aplicou um TH,



relativamente ao género, e concluíram através do IC que como continha o zero, não havia diferença significativa no número de dias por semana de acesso às redes sociais entre o género feminino e o género masculino.

No final do estudo que efetuaram, o aluno apresentou as seguintes conclusões: a amostra era muito homogénea e com comportamentos dos indivíduos muito semelhantes; a maioria dos inquiridos começou a usar as redes sociais quando “apareceu” a rede social Hi5, fazendo referência a que esta escolha era representativa da idade dos inquiridos e, finalmente, que não existia diferença significativa de comportamento no uso das redes sociais entre o género feminino o masculino. Apresentação decorreu no tempo estipulado, 10 minutos, além disso, o aluno mostrou tranquilidade e segurança na apresentação, e, foi muito claro em todas as suas explicações.

Assim, concluímos, através da apresentação do projeto, que o grupo cumpriu todos os objetivos propostos e, além disso, demonstraram que compreenderam e souberam aplicar os seus conhecimentos sobre TH na resolução do seu projeto e exploraram o software R, numa vertente de programação, não recorrendo ao R Commander, na aplicação de vários TH. Portanto, este grupo evidencia raciocínio estatístico, isto é, mostram que sabem pensar estatisticamente.

### **Avaliação do Projeto**

Através da análise de conteúdo a este relatório, podemos dizer que as regras de construção foram respeitadas, como se constata na Tabela 66.

Tabela 66 – Cumprimento das regras na elaboração do relatório (Projeto 7)

Regras	Aplica	Aplica Parcialmente	Não Aplica
Título do trabalho	✓		
Objetivo	✓		
Resumo	✓		
Introdução	✓		
Descrição dos dados usados no estudo	✓		
Análise e tratamento de dados	✓		
Conclusões e discussão	✓		
Bibliografia	✓		

Nota: ✓ nível de aplicação da regra.

O relatório apresentado, conclui-se que ele está bem elaborado e que seguiu as recomendações sugeridas para a sua elaboração, realçando-se a preocupação e o interesse do

grupo em procurar informação através de apontamentos, artigos de revista ou consultando websites relativamente ao tema TH. Podemos, ainda, acrescentar que, de todos os projetos apresentados, este foi o único que fez a aplicação dos TH a partir da consola do R, ou seja, sem recorrer ao R Commander.

Mostrámos na Tabela 67 os resultados da análise das fichas de Autoavaliação das Fases do Projeto.

Tabela 67 – Autoavaliação das Fases do Projeto 7

Questionamento	Fases do projeto			
	Objetivos/ Questões de investigação	Descrição dos dados usados no estudo	Análise e tratamento de dados	Conclusões e discussão
Atingiu o que se pretendia?	Concordo	Concordo	Concordo Totalmente	Concordo
Aspetos capaz de realizar	Sim	Sim	Sim	Sim
Dificuldades	Não	Sim	Sim	Sim
Sugestões	Sim	Sim	Sim	Sim

Com base na Tabela 67 constatamos que na primeira questão colocada ao grupo em cada fase do projeto — “O Grupo considera que atingiu o que se pretendia com esta fase do projeto”, na qual o grupo teria que escolher uma das opções: Discordo Totalmente; Discordo; Concordo e Concordo Totalmente, verificou-se que o grupo selecionou a opção Concordo nas fases Objetivos/Questões de investigação, Descrição dos dados usados no estudo e Conclusões e discussão, e escolheram a opção Concordo Totalmente na fase Análise e tratamento dos dados. Estas respostas levam-nos a supor que este grupo não teve dificuldades nestas etapas.

Seguidamente exporemos os resultados da análise das justificações que os alunos apresentaram para explicarem as suas respostas.

*Fase Objetivos/Questões de investigação.* Relativamente aos aspetos que o grupo se sentiu mais capaz de realizar, nesta fase, o grupo respondeu: “Na generalidade foi fácil, pois nós conhecemos bem o tema e foi fácil identificar as questões e a análise que iríamos seguir”, para os aspetos em que sentiram mais dificuldades responderam: “Não existiram dificuldades de maior, visto os objetivos do trabalho terem sido bem explanados pelo docente. E foi relativamente fácil chegar às questões para analisar”. No que diz respeito a sugestões para melhorar esta fase dizem: “Baseamo-nos na análise do tema, e da perceção que temos sobre o tema para formular as questões. Se os alunos conhecerem bem o tema será fácil esta fase do projeto”, o que não se

pode considerar propriamente uma sugestão de melhoria porque é obvio que se conhecerem o tema será muito mais simples a resolução de qualquer trabalho. Através das justificações expostas podemos concluir que estes alunos não tiveram qualquer problema na resolução desta fase, tendo contribuído para tal a explicação da professora relativamente aos objetivos pretendidos para esta fase.

*Fase Descrição dos dados usados no estudo.* Os aspetos que o grupo se sentiu mais capaz de realizar nesta fase foram “A parte mais fácil. Foi associar as questões de forma a fazer sentido, e a análise que iríamos fazer”, quanto aos aspetos em que sentiram mais dificuldades disseram o seguinte: “A formulação dos testes de hipóteses, de forma a ser fácil elaborar questões de verdadeiro e falso, para percebermos e depois fazer os cálculos”. Não se percebe muito bem o que os alunos querem dizer com os aspetos em que sentiram mais dificuldades porque os TH a aplicar não têm que ser necessariamente para questões de verdadeiro e falso. Sobre as sugestões para melhorar esta fase, o grupo diz: “A sugestão após discussão entre o grupo foi elaborar questões o mais específicas possíveis, de forma a conseguir atingir os objetivos. Devem ser dados exemplos concretos, de forma os alunos terem a perceção do que se pretende”. A este respeito, a professora nas aulas explicou o que se pretendia e deu exemplos, inclusive colocou no moodle exercícios resolvidos com o software R. Em conclusão, podemos inferir que nesta fase, o grupo se deparou com poucas dificuldades relativas à escolha dos TH a aplicar.

*Análise e tratamento de dados.* Em relação aos aspetos em que se sentiram mais capazes, o grupo asseverou: “Após a realização de um exemplo de testes de hipóteses no R, tornou-se relativamente simples a aplicação para as outras variáveis”, no que diz respeito a aspetos que sentiram mais dificuldade os alunos responderam: “A primeira análise em R, dado nunca antes termos trabalhado com o referido software”. Percebe-se que os alunos tiveram alguma dificuldade com o R, mas ela foi superada a partir do momento que perceberam como o software funcionava. Quanto a sugestões, este grupo diz que “deviam ser dadas mais aulas de apoio à introdução do software R”. Nas aulas sobre o projeto foi explicado o funcionamento do software e os alunos ainda tinham a possibilidade, no horário de atendimento, destinado ao acompanhamento dos alunos no projeto, de pedir ajuda à professora, mas na realidade este grupo nunca procurou a professora para esse efeito.

*Conclusões e discussão.* Nesta fase, quanto aos aspetos em que o grupo se sentiu mais capaz, ele referiu a “A análise dos resultados de testes t simples só com uma variável”, quanto às dificuldades que tiveram os alunos afirmaram que “Em alguns casos a interpretação de alguns

resultados tornou-se algo complexo por existirem várias variáveis”. Estas dificuldades poderiam ter sido minimizadas se o grupo tivesse procurado a professora para o esclarecimento das suas dúvidas. Nas aulas a professora deu explicações sobre o que deveriam fazer quando tinham muitas variáveis, mas das palavras referidas infere-se que, possivelmente, os alunos não estiveram com atenção devida na altura dessas explicações. As sugestões dadas pelo grupo para melhorar esta fase foram: “Talvez mais tempo e mais exemplos para a interpretação dos resultados”. Em resumo, podemos concluir que este grupo teve alguma dificuldade na aprendizagem do software R, mas os alunos afirmaram concordar que atingiram os objetivos que se pretendia com esta fase, que era tirar conclusões e discutir os dados obtidos.

### **5.2.8. Síntese dos resultados da experiência de ensino**

Nesta secção apresentamos um resumo dos sete projetos analisados anteriormente. Na Tabela 68 regista-se, para cada um dos projetos, os cumprimentos dos objetivos de acordo com as cinco componentes do pensamento estatístico de Wild e Pfannkuch (1999) e o uso do software R para a construção dos gráficos e tabelas estatísticas e aplicação dos TH. Tendo em vista a caracterização de cada grupo e considerando as dificuldades que foram salientadas para cada grupo nas secções anteriores, relativas à caracterização e implementação dos projetos, recorreu-se a uma escala de dificuldade com três níveis: Sem dificuldades; Algumas dificuldades e Muitas dificuldades, tendo em vista a caracterização de cada grupo.

Consideramos “Sem dificuldades” (SD) os grupos que apresentaram corretamente os objetivos pretendidos para a realização do seu trabalho de projeto para cada uma das componentes do pensamento estatístico; com “Algumas dificuldades” (AD) quando não conseguiram concretizar na totalidade os objetivos para essas componentes; e com “Muitas dificuldades” (MD) quando os grupos não alcançaram os objetivos para cada uma das cinco componentes.

Através da análise da Tabela 68, verificamos que, relativamente ao *Reconhecimento da necessidade de dados*, apenas um grupo demonstrou ter dificuldades, tendo falhado mencionar nos objetivos que o que escreveram dizia respeito à caracterização da amostra.

No caso da *Transnumeração*, quatro grupos não apresentaram dificuldades, dois apresentaram muitas dificuldades e um apresentou. Algumas dificuldades. Os projetos 2 e 3 apresentaram muitas dificuldades porque não apresentaram, como era pedido, qualquer tipo de

representação gráfica (gráfico de barras ou circular), o projeto 7 apresentou algumas dificuldades uma vez que na representação de um dos gráficos não são incluídos rótulos nos eixos.

Assim, em síntese, podemos concluir que, em geral, os grupos conseguiram transformar os dados em tabelas estatísticas ou gráficos de acordo com as variáveis selecionadas.

Já para a *Variação*, dos sete grupos, cinco não apresentaram dificuldades e, dos outros dois, um apresentou algumas dificuldades e o outro muitas dificuldades. No projeto 1 evidenciaram-se algumas dificuldades ao abordar a variabilidade sem perceber a importância do conceito, isto é, para algumas das questões não são apresentadas conclusões para os resultados obtidos. O projeto 5 apresentou muitas dificuldades pois, apesar de o grupo caracterizar a amostra e de aplicar os TH para as questões por eles escolhidas, não apresentou conclusões para os resultados obtidos, mostrando que não têm percepção que a variabilidade existe e é transmitida nos dados.

Podemos então tirar a ilação que, no geral, os grupos compreenderam que a variabilidade existe e é transmitida nos dados.

Na componente *Raciocínio com modelos* quatro grupos não apresentaram dificuldades, um apresentou algumas dificuldades e outros dois grupos apresentaram muitas dificuldades. No caso dos grupos que apresentam dificuldades, isso deveu-se ao facto de não terem conseguido concretizar, de todo ou parcialmente, os TH para as questões mencionadas nos objetivos dos seus projetos.

No que diz respeito à *Integração da estatística em contexto* (conhecimento estatístico e contextual) só um dos grupos é que não apresentou dificuldades, tendo todos os outros apresentado dificuldades, nomeadamente na interpretação dos resultados estatísticos, o que significa que não souberam tirar as conclusões devidas para a tomada de decisão em função do rejeitar ou não a hipótese nula.

Por fim, relativamente ao software R, podemos dizer que a maioria dos grupos apresentou alguma dificuldade na utilização do software R. As dificuldades que surgiram nos projetos 1,4 e 5 deveram-se ao facto de terem tido dificuldades no manuseamento do software R, o que se repercutiu na concretização dos TH para as questões de investigação escolhidas por eles. Alguns grupos nas Fichas de Autoavaliação das Fases do Projeto mencionaram que tiveram dificuldades em trabalhar com o software R (projetos 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7), em executar os TH (projetos 1 e 4) e em interpretar os resultados obtidos (projetos 1, 2, 5).

Tabela 68 – Síntese dos projetos

Projetos	Reconhecimento da necessidade de dados	Transnumeração	Variação	Raciocínio com modelos estatísticos	Conhecimento da estatística em contexto	Software R
Projeto 1	SD	SD	AD	MD	MD	AD
Projeto 2	AD	MD	SD	SD	AD	SD
Projeto 3	SD	MD	SD	SD	AD	SD
Projeto 4	SD	SD	SD	AD	AD	AD
Projeto 5	SD	SD	AD	MD	MD	AD
Projeto 6	SD	SD	SD	SD	SD	SD
Projeto 7	SD	AD	SD	SD	SD	SD

Nota: SD – Sem Dificuldades; AD – Algumas Dificuldades; ND – Muitas Dificuldades

### 5.3. Perceções dos alunos sobre o trabalho de projeto

Nesta secção apresentamos as respostas para cada uma das questões do questionário “Perceções dos alunos de MATCP sobre o Trabalho de Projeto”, bem como as justificações dos alunos para cada questão. As respostas dadas pelos alunos foram agrupadas em certas e erradas, sendo também considerado um grupo para a ausência de resposta.

Dos 31 alunos que participaram na experiência de ensino de TH da Licenciatura de Engenharia Informática, que frequentavam a UC de MATCP, no 2.º semestre no ano letivo 2012/13, do Instituto Superior de Engenharia do Porto, apenas 27 responderam ao questionário “Perceções dos alunos de MATCP sobre o Trabalho de projeto”, sendo oito do sexo feminino e 19 do sexo masculino. Dos 27 alunos, 24 frequentavam pela primeira vez a UC, dois pela segunda vez e um pela terceira ou mais. A maioria dos alunos afirmaram que, relativamente à sua preferência pelo tema testes de hipóteses, ele lhe era indiferente.

Relativamente às justificações apresentadas em cada pergunta, foi efetuada uma análise qualitativa mediante o processo de comparação de respostas semelhantes entre si de forma a podermos chegar a uma categorização.

Ao responder aos itens de escolha múltipla, os inquiridos tinham que ter em conta a seguinte escala: **DT** – Discordo Totalmente; **D** – Discordo; **C** – Concordo; **CT** – Concordo Totalmente.

Na Tabela 69 estão registadas as frequências das respostas e justificações dos alunos à questão 1.

Tabela 69 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 1

Respostas	DT	D	C	CT
<b>1.</b> Tratar a estatística com o projeto das Redes Sociais foi uma estratégia adequada.	–	1 (3,7)	11 (40,7)	15 (55,6)
Justificações	Frequência (%)			
Tratar a estatística com o projeto de Redes Sociais foi uma estratégia adequada, atendendo ao facto de, na atualidade, a sociedade estar cada vez mais enraizada nestes meios.	10 (37,0)			
A realização do projeto ajudou a ter uma melhor perceção dos conceitos abordados nas aulas e onde é possível utilizá-la.	13 (48,2)			
Ajudou-nos a procurar resolver os problemas de outras formas, mais interativas e de modo a aprender novas funcionalidades em termos de software.	2 (7,4)			
Outra.	2 (7,4)			

Podemos observar na Tabela 69 que 55,6% dos alunos concordam totalmente que o projeto escolhido sobre as Redes sociais foi uma estratégia adequada e que os ajudou a perceberem como aplicar os conceitos aprendidos nas aulas e onde é possível utilizá-los (48,2%). Apenas um dos alunos que participou neste trabalho é que não concordou que a escolha do tema Redes Sociais foi uma estratégia adequada.

Também 37,0% dos alunos achou que o tema escolhido Redes Sociais foi uma estratégia adequada para a aplicação do projeto uma vez que é um tema atual e que suscita o interesse dos alunos.

Podemos, ainda, salientar que, dos 27 alunos inquiridos, dois (7,4%) referiram o facto de que a utilização do software os ajudou a resolver os problemas de uma forma mais interativa.

Finalmente, na categoria Outra foram colocadas as justificações que não se enquadram em nenhuma das anteriores, como por exemplo: “Tivemos de tratar do trabalho no tempo de LAPR2 o que foi um bocado desgastante devido já ao imenso trabalho que tínhamos de fazer para outro projeto”.

Na Tabela 70 apresentam-se as frequências das respostas e justificações dos alunos à questão 2.

Tabela 70 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 2

Respostas	DT	D	C	CT
<b>2.</b> Gostei de trabalhar em grupo no projeto das Redes Sociais.	–	3	7	15
	–	(11,1)	(25,9)	(63)
Justificações	Frequência (%)			
Trabalhar em grupo é sempre uma mais valia. A realização do trabalho é mais rápida e as dúvidas são retiradas entre os elementos do grupo.	11 (40,7)			
Com a entreaajuda dos membros do grupo torna-se mais simples de resolver o problema.	7 (25,9)			
O trabalho de grupo facilita-nos pois ocupa menos tempo e no fundo estamos todos a contribuir para o trabalho, todos aprendemos alguma coisa pois as tarefas estão todas relacionadas com o trabalho em si.	5 (18,5)			
Para um trabalho de uma cadeira de matemática, é complicado desenvolver estratégias de trabalho em grupo, porque houve elementos que pouco ou nada fizeram.	3 (11,2)			
Outra.	1 (3,7)			

A Tabela 70 informa que a maioria dos inquiridos (88,9%) concorda que gostou de trabalhar em grupo e apenas 11,1% tem uma opinião contrária.

Através das justificações dadas pelos alunos podemos concluir que uma grande parte achou que trabalhar em grupo foi bom porque é sempre uma mais valia, porque a realização do trabalho é mais rápida pois as tarefas são divididas e as dúvidas que vão surgindo são retiradas entre os elementos do grupo. Os que não partilham da mesma opinião, afirmam que não é fácil trabalhar em grupo e queixam-se de que nem todos os elementos que constituem o grupo trabalham com o mesmo empenho, havendo mesmo alguns a não realizarem qualquer tarefa.

Por fim, apenas um dos alunos apresentou uma justificação que não se adequava a nenhuma das anteriores.

A Tabela 71, apresenta as percentagens (respostas e justificações) dos alunos à questão 3.

Tabela 71 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 3

Respostas	DT	D	C	CT
<b>3.</b> No meu grupo, os estudantes empenharam-se nas tarefas que era necessário realizar no âmbito do projeto das Redes Sociais.	1	2	13	11
	(3,7)	(7,4)	(48,1)	(40,7)
Justificações	Frequência (%)			
Todos trabalham com o mesmo objetivo.	15 (55,6)			
Devido a outras Unidades Curriculares, não pudemos dedicar-nos a 100%.	7 (25,9)			
Existência de elementos do grupo que não realizaram a mesma quantidade de trabalho.	3 (11,1)			
Outra.	2 (7,4)			

Através da Tabela 71 constata-se que 55,6% dos alunos concordam que todos os elementos do grupo se empenharam na realização deste projeto, assumindo o mesmo objetivo.



Um grupo de alunos (25,9%) afirmou que o facto de terem outras UC, além desta, não lhes permitiu dedicarem-se a 100% na realização do projeto.

Três dos alunos (11,1%) inquiridos declararam que nem todos os colegas do grupo realizaram a mesma quantidade de trabalho. Finalmente, 7,4% dos alunos apresentaram Outras justificações como por exemplo: “É o que eu acho”.

Na Tabela 72 apresentam-se as frequências das respostas e justificações dos alunos à questão 4.

Tabela 72 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 4

Respostas	DT	D	C	CT
<b>4.</b> Reconheci os conteúdos estatísticos usados nas diferentes etapas do projeto das Redes Sociais.	–	1 (3,7)	3 (59,3)	15 (37,0)
Justificações	Frequência (%)			
Reconhecimento dos conteúdos usados, pois foram estes que aprendemos nas aulas.	14 (51,9)			
Existência de algumas dificuldades na perceção da etapa, mas rapidamente foram explicadas tanto pelos professores como pelos colegas.	5 (18,5)			
No projeto utilizaram-se testes de hipóteses, que é um conteúdo estatístico.	3 (11,1)			
O software ajudou-nos a entender a nova matéria e a vê-la com outros olhos.	3 (11,1)			
Outra.	2 (7,4)			

Ao analisarmos a Tabela 72 verificamos que a maioria (59,3%) dos alunos concorda que reconheceu os conteúdos estatísticos usados na realização do projeto das Redes Sociais, afirmando que foram os conteúdos que aprenderam nas aulas (51,9%).

Um grupo pequeno (18,5%) de alunos deparou-se com algumas dificuldades, que, no entanto, foram superadas com a ajuda dos colegas e da professora.

Outro grupo de alunos (11,1%) justificou que a utilização do software R, na realização do trabalho, os ajudou a compreender melhor a matéria e “vê-la com outros olhos”, depreendendo-se desta justificação que com a utilização do software R os conteúdos que aprenderam nas aulas se tornaram mais fáceis de compreender.

A seguir, na Tabela 73 apresentam-se as percentagens das respostas e justificações dos alunos à questão 5.

Tabela 73 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 5

Respostas	DT	D	C	CT
<b>5.</b> Senti dificuldades em aplicar os conteúdos estatísticos usados nas diferentes etapas do projeto das Redes Sociais.	4 (14,8)	10 (37,0)	12 (44,4)	1 (3,7)
Justificações	Frequência (%)			

Os conteúdos estatísticos já tinham sido lecionados e com a ajuda dos colegas do grupo e da professora foram facilmente aplicados.	12 (44,4)
Maior dificuldade na utilização do R, dificultando a aplicação dos conteúdos estatísticos.	8 (29,6)
Em alguns testes, não conseguíamos colocar no programa R o que pretendíamos para a obtenção das respostas às questões.	3 (11,1)
Outra.	4 (14,8)

Na Tabela 73 podemos observar que 44,4% dos alunos concordam que sentiram dificuldades em aplicar os conteúdos estatísticos usados nas diferentes etapas do projeto das Redes Sociais, enquanto 51,8% discordam ou discordam totalmente.

Em termos de justificações, 44,4% afirmaram que os conteúdos estatísticos já tinham sido lecionados e, portanto, quando surgiam dúvidas elas foram esclarecidas quer pelos colegas do grupo quer pela professora e, portanto, os conteúdos tornaram-se fáceis de aplicar.

Já 29,6% refere que teve dificuldade em utilizar o software R, acabando isso por se repercutir na aplicação dos conteúdos estatísticos.

Um grupo menor (11,1%) afirmou que teve dificuldade em alguns testes porque não conseguiram aplicar o programa de forma a obterem os resultados pretendidos.

Por fim, na categoria Outra incluíram-se as justificações ainda não referidas (14,8%), como por exemplo: “Até à altura o meu conhecimento de testes de hipóteses não era o melhor”.

Na Tabela 74 apresentam-se as percentagens das respostas e justificações dos alunos à questão 6.

Tabela 74 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 6

Respostas	DT	D	C	CT
<b>6.</b> O tempo dedicado a cada uma das fases do projeto das Redes Sociais foi adequado.	2 (7,4)	6 (22,2)	14 (51,9)	5 (18,5)
Justificações	Frequência (%)			
O tempo foi devidamente dividido e aplicado para a resolução de cada uma das fases.	14 (51,9)			
Com o trabalho de LAPR2 em paralelo, não foi possível dedicar o tempo necessário para a realização do projeto.	6 (22,2)			
Não foi efetuado nenhum planeamento e, portanto, o tempo não foi suficiente.	4 (14,8)			
Outra.	3 (11,1)			

A Tabela 74 evidencia que 70,4% dos inquiridos concorda (Concordo e Concordo totalmente) que o tempo que foi dedicado para a resolução deste projeto foi adequado. No entanto

29,6% discorda (Discordo e Discordo totalmente) que o tempo que lhe foi dedicado não foi o suficiente.

Em termos de justificações, verificamos que a maioria dos alunos (51,9%) achou que o tempo foi adequado uma vez que foi planeado em função de cada uma das fases do projeto. Para outro grupo de alunos (22,2%) o tempo dedicado para a resolução do projeto das Redes Sociais não foi suficiente porque na mesma altura que estavam a trabalhar neste projeto, em paralelo, tinham um outro projeto para a UC de LPAR2. Um grupo pequeno de alunos (14,8%) afirmou que o tempo gasto para a realização deste projeto não foi suficiente uma vez que não foi elaborado qualquer planeamento para a sua resolução.

Nas respostas da categoria Outra (11,1%) agrupamos as justificações que não se centraram na questão proposta, como por exemplo: “É o que eu acho”.

Na continuação, na Tabela 75 apresentamos as frequências das respostas e justificações dos alunos à questão 7.

Tabela 75 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 7

Respostas	DT	D	C	CT
<b>7.</b> O uso do software R foi útil na realização do projeto das Redes Sociais.	–	4	9	14
	–	(14,8)	(33,3)	(51,9)
Justificações	Frequência (%)			
Sim, o software R é muito útil neste tipo de projetos.	14 (51,9)			
Foi útil, mas foi ligeiramente difícil de compreender o seu funcionamento.	9 (33,3)			
Como tivemos algumas dificuldades no manuseamento do software R, ele não nos foi tão útil no projeto.	2 (7,4)			
Outra.	2 (7,4)			

Através da Tabela 75 constatamos que 51,9% dos inquiridos concorda totalmente que o uso do software R foi útil para a realização do projeto das Redes Sociais, enquanto 33,3% concorda.

Em termos de justificações, também 51,9% dos alunos reafirmou a utilidade do software R e 33,3%, embora reconhecendo a sua utilidade, referiu que o software R não é de fácil compreensão. Um grupo pequeno de alunos (7,4%) achou que como teve dificuldades na aprendizagem do software R, então ele não lhes foi útil como seria desejável, mas acreditam que o software R seja prático para a análise estatística.

Nas respostas da categoria Outra (7,4%) foram agrupadas as justificações que não se focaram na questão proposta, como por exemplo: “É o que eu acho”.

Na Tabela 76 apresentam-se as frequências das respostas e justificações dos alunos à questão 8.

Tabela 76 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 8

Respostas	DT	D	C	CT
<b>8.</b> Senti dificuldades no uso do software R na realização do projeto das Redes Sociais.	4 (14,8)	3 (11,1)	13 (48,1)	7 (25,9)
Justificações	Frequência (%)			
Algumas dificuldades iniciais por ser um programa com o qual não estávamos habituados a trabalhar.	14 (51,9)			
Dificuldade na instalação do software R.	5 (18,5)			
Com todo o material que nos foi fornecido a utilização revelou-se fácil.	4 (14,8)			
Não é um software intuitivo.	2 (7,4)			
Outra.	2 (7,4)			

Analisando a Tabela 76 verificamos que a maioria (74%) dos alunos concorda ou concorda totalmente que sentiu dificuldades no uso do software R na realização do seu projeto das Redes Sociais.

Em termos de justificações, 51,9% dos alunos afirmou que no início sentiram algumas dificuldades por ser um programa novo e nunca terem trabalhado em nada do género anteriormente e, portanto, a falta de experiência no uso deste tipo de programa dificultou inicialmente a realização do projeto. Um outro grupo (18,5%) deparou-se com dificuldades na instalação do programa, nomeadamente na instalação dos *packages*, apesar de seguirem as instruções do manual, o que dificultou a realização do projeto. Ainda menos alunos (7,4%) não acharam o software R intuitivo, isto é, a sua interface não é intuitiva.

Na Tabela 77 apresentam-se as frequências das respostas e justificações dos alunos à questão 9.

Tabela 77 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 9

Respostas	DT	D	C	CT
<b>9.</b> O uso do PowerPoint foi útil na apresentação do projeto das Redes Sociais.	–	–	12 (44,4)	15 (55,6)
Justificações	Frequência (%)			
E uma ferramenta fácil e prática de utilizar.	15 (55,6)			
O uso de ferramentas de auxílio à apresentação é sempre uma mais valia para facilitar a apresentação e cativar aqueles que a ouvem.	10 (37,0)			
Outra.	2 (7,4)			

Observamos, através da Tabela 77, que todos os alunos concordam ou concordam totalmente que a utilização do PowerPoint foi útil para a apresentação do projeto das Redes Sociais.

Em termos de justificações, constatamos que quase todos os alunos acharam que o PowerPoint é uma boa ferramenta para este tipo de apresentações e para qualquer tipo de projeto, podendo, neste caso, apresentar simples e resumidamente a análise estatística das questões selecionadas acerca das redes sociais. Além disso, no PowerPoint consegue-se colocar a informação suficiente para realçarmos os pontos principais do assunto que se está a explicar e ao mesmo tempo criar uma apresentação menos “chata”, ou seja, uma apresentação que cativa aqueles que a ouvem.

Seguidamente, na Tabela 78, apresentam-se as frequências de respostas e justificações dos alunos à questão 10.

Tabela 78 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 10

Respostas	DT	D	C	CT
<b>10.</b> Aprendi estatística na realização do projeto das Redes Sociais.	1 (3,7)	5 (18,5)	10 (37,0)	11 (40,7)
Justificações	Frequência (%)			
Foi bom para melhorar os conhecimentos da estatística e perceber a sua utilização num projeto real.	4 (14,8)			
A realização do projeto ajudou a aprofundar mais o conhecimento da matéria lecionada nas aulas.	19 (70,4)			
Não aprendi muito de estatística por se tratar de conteúdos já dados antes.	2 (7,4)			
Outra.	2 (7,4)			

Podemos tirar a conclusão, com base na Tabela 78, que a maioria dos alunos (77,7%) dos alunos concordam ou concordam totalmente que consolidaram os conhecimentos estatísticos, nomeadamente os TH, adquiridos nas aulas de MATCP com a aplicação prática a um caso real, as RS. Também 70,4% dos alunos afirmaram que com a realização do projeto das RS aprofundaram mais o conhecimento dos conteúdos abordados nas aulas (conhecimento estatístico), enquanto apenas 7,4% dos alunos referiram que não aprenderam muito de estatística uma vez que os conteúdos usados neste projeto já tinham sido abordados.

Por outro lado, 14,8% declararam que o projeto das RS foi bom para melhorar os conhecimentos de estatística e perceber a sua utilização num caso real.

Na Tabela 79 apresentam-se as frequências das respostas e justificações dos alunos à questão 11.

Tabela 79 – Frequências (%) das respostas e justificações na questão 11

Respostas	DT	D	C	CT
<b>11.</b> O que aprendi no projeto das Redes Sociais poderá ser usado na minha vida futura.	3 (11,1)	5 (18,5)	14 (51,9)	5 (18,5)
Justificações	Frequência (%)			
Na área da programação poder-se-á necessitar da estatística para resolver problemas para a elaboração de software, de big data, etc.	16 (59,3)			
Não acho que utilizarei muito os conhecimentos de estatística no futuro.	5 (18,5)			
Neste momento, não sei em que é que o trabalho realizado possa ser útil no futuro.	3 (11,1)			
Outra.	3 (11,1)			

Observamos através da análise da Tabela 79 que no geral (70,4%) os alunos concordam ou concordam totalmente. Destes, 59,3% referem que o que aprenderam poderá ser usado na sua vida futura, uma vez que a estatística está ligada à área da informática (área de estudo em que se inserem estes alunos) e poderá ser utilizada na área de big data, pois aí analisa-se uma grande quantidade de dados. Também pode ser usada numa plataforma Web, por exemplo, para indagarmos que tipo de pessoas a usam mais, comparar idades, sexo e país onde a plataforma é mais usada; para fazer testes de validação de algoritmos; analisar frequências de acessos a um sistema, etc.

Já 18,5% dos alunos acha que poderá ou não utilizar estes conhecimentos na sua vida profissional, pensando que não utilizarão muito, embora possam ser usados dependendo do tema num relatório de estágio ou num projeto de mesmo género.

Por fim, um grupo pequeno de alunos (11,1%) não tem ainda a noção sobre onde poderá aplicar o que aprendeu com este projeto no seu futuro.

A pergunta colocada no final do questionário foi a seguinte: “**12.** Se desejar acrescentar algum aspeto que considere importante sobre a realização do projeto das Redes Sociais, que ainda não foi referido antes, poderá fazê-lo aqui”, à qual só três alunos responderam. Os aspetos que acharam importantes estes alunos são os seguintes:

Obrigada pela oportunidade de explorar um tema de forma diferente!

A ferramenta do R utilizada dificultou a realização do projeto para alguns grupos porque não a conseguiram instalar corretamente, mas, para outros, isso não aconteceu o que facilitou a sua resolução. Sugiro como alternativa ao R o Excel, uma vez que todos os alunos que frequentam a universidade têm acesso gratuito.

A altura em que o trabalho de estatística foi feito é um pouco complicada de conciliar com o projeto de LAPR2, que requer muito trabalho. Futuramente, tentar numa altura anterior à de LAPR2, penso que seria melhor para os alunos, o que podia cativar mais alunos a realizar o trabalho.

Resumidamente, podemos assegurar, através das justificações dadas pelos alunos, que o tema selecionado foi uma boa escolha, os alunos gostaram de trabalhar em grupo, em geral todos os elementos do grupo empenharam-se na sua realização, o software R tornou o trabalho mais aliciante, apesar de se terem deparado com algumas dificuldades quer a nível de instalação quer a nível do seu manuseamento e constituiu mais uma oportunidade para a consolidação dos conceitos de estatística estudados na UC de MATCP. Adicionalmente, a realização de um projeto com dados reais fez com que estes alunos tivessem uma perceção de como poderiam aplicar os seus conhecimentos estatísticos.

#### **5.4. Avaliação da aprendizagem**

Para averiguar o impacto da realização do trabalho de projeto na aprendizagem dos alunos sobre TH, os alunos, quer os que participaram no projeto das Redes Sociais quer os que não participaram, responderam a uma questão de TH, que foi incluída numa prova escrita de Estatística da UC de MATCP. A consideração de alunos que participaram ou não no projeto nos resultados da prova escrita, permitiu comparar os resultados dos alunos que realizaram o trabalho de projeto com aqueles que não desenvolveram qualquer trabalho.

A amostra foi constituída por 38 alunos sem realização de trabalho de projeto e 29 com realização do trabalho de projeto, tendo todos eles realizado a prova escrita. Na Tabela 80 apresenta-se o conjunto de indicadores estatísticos resultantes da análise descritiva da amostra. A classificação máxima possível para a questão sobre TH incluída na prova era de 4 valores.

Tabela 80 – Indicadores estatísticos

	Média	Desvio padrão	Intervalo de confiança para a média
Com trabalho	1,59	1,59	[0,98; 2,19]
Sem trabalho	1,47	1,57	[0,96; 1,99]

Estes indicadores mostram que os alunos que realizaram o trabalho de projeto obtiveram uma média superior e um desvio padrão muito semelhante ao obtido pelos alunos que não realizaram o trabalho de projeto. Em função destes resultados, verifica-se que o intervalo de confiança para a média é favorável para os alunos que realizaram o trabalho de projeto.

Seguidamente, aplicou-se o teste de Kolmogorov-Smirnov a cada amostra para averiguar a normalidade das distribuições, tendo-se concluído não poder afirmar que as distribuições fossem normais ( $p = 0,000$  em cada amostra).

Assim, face à não normalidade, para averiguar se a diferença observada naquelas amostras é significativa, foi aplicado o teste de Mann-Whitney (teste não paramétrico que substitui o teste  $t$  de Student para amostras independentes), não tendo o resultado do teste permitido concluir que as diferenças obtidas nas amostras possam ser extrapoladas para as populações ( $p = 0,799$ ).

Em resumo, verifica-se que os resultados são marginalmente melhores nos alunos que realizaram o trabalho de projeto, mas a diferença não pode ser considerada significativa para efeitos da extrapolação desta diferença para a população. Uma amostra significativamente maior poderia proporcionar resultados mais conclusivos.

### **5.5. Idoneidade didática aplicada aos trabalhos de projeto**

Como método de investigação, a Engenharia Didática procura criar conhecimento sobre como se constrói e se comunica o conhecimento matemático. Este conhecimento didático refere-se a um enfoque teórico, que serve de base nas distintas fases do processo metodológico. Neste estudo (capítulo IV e V) desenvolvemos as fases de uma investigação em Engenharia Didática fundamentadas no enfoque ontológico - semiótico do conhecimento e da instrução matemática. Algumas destas fases (estudo preliminar, desenho e implementação) vão ser analisadas segundo as dimensões epistémica, cognitiva e mediacional (Godino, 2011). O estudo preliminar (estudo 1) foi realizado no capítulo IV e, através da análise realizada, desenhou-se uma experiência de ensino baseada na metodologia trabalho de projeto.

Deste modo, nesta secção vamos analisar a metodologia de ensino (estudo 2), focada no trabalho de projeto, recorrendo a diferentes indicadores de idoneidade didática do Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e do ensino da matemática (EOS), desenvolvido por Godino e colaboradores. A caracterização e implementação dos projetos foi descrita na secção 5.2.

A análise realizada aos trabalhos de projeto tem como objetivo verificar se a metodologia de ensino implementada contribuiu para uma melhor aprendizagem dos alunos em TH. Considera-se pertinente o uso desta ferramenta de análise pois, como destaca Godino (2011), a noção de idoneidade didática pode ser utilizada na análise de um processo de estudo pontual implementado e também pode ser útil para analisar aspetos parciais de um processo de estudo, como materiais didáticos, respostas de alunos a uma tarefa específica e acontecimentos didáticos pontuais.



Neste contexto, usamos os sete trabalhos de projeto, já mencionados nas secções anteriores. Na realização desses projetos, os alunos tiveram de apresentar um relatório onde deveria constar: a forma com fizeram a recolha dos dados, a formulação de quatro questões de investigação e que TH poderiam aplicar a essas questões, a descrição da amostra e os resultados dos TH. Foi dito aos alunos que para a resolução dos TH deveriam usar como recurso o software R.

A partir dos trabalhos elaborados pelos alunos, serão discutidos os componentes e indicadores da idoneidade epistêmica, cognitiva e mediacional do marco teórico da Idoneidade didática descrito no capítulo II.

A idoneidade didática de um processo de instrução matemática define-se como a articulação coerente e sistêmica de seis dimensões que podem ser compreendidas a partir de diferentes graus de adequação (alto, médio e baixo): idoneidade epistêmica; idoneidade cognitiva; idoneidade interacional; idoneidade mediacional; idoneidade emocional e idoneidade ecológica (Godino, 2009, 2011, 2013).

Segundo Godino (2009, 2011 e 2013), a idoneidade epistêmica permite estudar a estrutura dos objetos que possibilitam a prática matemática, requerendo, para esse efeito, que se proponha aos alunos uma amostra representativa e articulada de problemas de diferentes tipos (com diversos graus de dificuldade, envolvendo modelação, etc.). A linguagem a utilizar deve ser diversificada (verbal, gráfica, simbólica, etc.) e adaptada ao nível de ensino a que se destina. Deve-se assegurar que se apresentem os enunciados e procedimentos do tema matemático envolvido, adequando as explicações, justificações, demonstrações ao nível de ensino a que se destinam, estabelecendo-se relações coerentes e significativas entre as definições e as propriedades dos conceitos matemáticos envolvidos.

A idoneidade cognitiva expressa o grau em que as aprendizagens pretendidas ou implementadas estão no âmbito de desenvolvimento potencial dos alunos, assim como o grau de proximidade entre as aprendizagens atingidas e as aprendizagens pretendidas ou implementadas.

A idoneidade interacional destaca as relações professor-aluno, aluno-aluno e aluno-conhecimento para que os conflitos semióticos sejam percebidos e resolvidos, isto é, para superar as dificuldades o professor deve utilizar diversas abordagens didáticas, meios argumentativos e materiais didáticos, no sentido de envolver os alunos em momentos de discussão coletiva na sala de aula.

A idoneidade mediacional refere-se ao grau de disponibilidade e adequação dos recursos materiais e temporais essenciais para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem. A título de exemplo, se os alunos e o professor tivessem ao seu dispor meios informáticos para o estudo de determinado tema, o processo de ensino e aprendizagem teria uma maior idoneidade didática que outro processo baseado apenas na utilização do quadro e de papel e lápis.

A idoneidade emocional é importante no ensino da matemática uma vez que está ligada com a motivação e com as emoções. Refere-se ao grau de envolvimento (interesse, motivação, entre outros) dos alunos num determinado processo de ensino. Está também relacionada com fatores que dependem tanto da instituição como do aluno e da sua história escolar anterior. Por exemplo, existirá uma idoneidade emocional alta se forem utilizadas situações-problema que sejam de interesse dos alunos.

A idoneidade ecológica refere-se ao grau em que o processo de estudo se ajusta ao projeto educativo, à escola, à sociedade e ao ambiente em que se desenvolve.

Segundo o autor, a idoneidade de uma dimensão não garante a idoneidade global do processo de ensino e aprendizagem, e essas dimensões são úteis para a análise de projetos e experiências de ensino, onde os distintos elementos podem interagir entre si, evidenciando, assim, a complexidade do ensino e da aprendizagem.

Considerando a informação disponível, que se refere aos resultados do questionário (estudo1), aos relatórios dos trabalhos de projeto, às fichas de avaliação das fases do projeto, às gravações da apresentação oral do projeto e às perceções dos alunos sobre o trabalho de projeto, centraremos a nossa análise principalmente em três das seis dimensões da idoneidade didática, isto é, as dimensões epistémica, cognitiva e mediacional.

### 5.5.1. Análise da idoneidade epistémica

Tal como nas outras dimensões, a análise da idoneidade epistémica vai ser realizada a priori e a posteriori, seguindo os componentes e indicadores epistémicos referenciados no modelo EOS.

Na Tabela 81 apresentam-se os componentes e indicadores da idoneidade epistémica propostos por Godino (2013, p.116).

Tabela 81 – Componentes e indicadores da idoneidade epistémica

Componentes	Indicadores (referência/uso)
Situações-problema	- Apresenta-se uma amostra representativa e articulada de situações de contextualização, exercitação e aplicação; - Propõem-se situações de formulação de problemas (problematização).

Linguagem	- Uso de diferentes modos de expressão matemática (verbal, gráfica, simbólica), tradução e conversão entre as mesmas; - Nível de linguagem adequado aos estudantes; - Propõem-se situações de expressão matemática e interpretação.
Regras (definições, proposições, procedimentos)	- As definições e procedimentos são claros e corretos e estão adaptados ao nível educativo a que se dirigem; - Apresentam-se enunciados e procedimentos fundamentais do tema para o nível educativo dado; - Propõem-se situações onde os estudantes tenham que criar ou negociar definições, proposições ou procedimentos.
Argumentos	- As explicações, comprovações e demonstrações são adequadas ao nível educativo a que se dirigem; - Promovem-se situações onde os alunos tenham que argumentar.
Relações	- Os objetos matemáticos (problemas, definições, proposições) relacionam-se e conectam-se entre si; - Identificam-se e articulam-se os diversos significados dos objetos que intervêm nas práticas matemáticas.

### 5.5.1.1. Análise *a priori*

#### Situações-problema

S1) *Que tipo de situações-problema específicas permite formular o enunciado do trabalho?*

- A partir do questionário Redes Sociais (RS), cada grupo escolhe quatro questões de investigação, como por exemplo: “Possuis um Tablet para aceder as redes sociais?”.

S2) *Que variáveis permitem generalizar a atividade matemática e em que direção?*

- Com as questões escolhidas caracteriza-se a amostra e indicam-se os TH que se podem aplicar. Por exemplo, para a questão “Possuis um Tablet para aceder as redes sociais?”, caracteriza-se a amostra em função do género e aplica-se um TH para a proporção para determinar se a proporção de rapazes que acede à internet, através de um Tablet, é maior do que a proporção de raparigas.

Pretende-se que os alunos percebam, para as questões escolhidas, como caracterizar a amostra e que TH seriam mais adequados utilizar.

#### Linguagem

L1) *Introduz-se uma linguagem específica? Que novos termos, expressões, símbolos e gráficos se introduzem?*

- Palavras com significado matemático: hipótese nula e alternativa, TH, nível de significância, valor de prova, intervalo de confiança, tomada de decisão.
- Representação gráfica da amostra: gráfico de barras, histograma e tabelas de frequência.
- Formulação das hipóteses nula e alternativa.

*L2) Que conhecimentos linguísticos prévios requer o uso do software R?*

- Supõem-se previamente adquiridos conhecimentos básicos de estatística.
- Supõem-se conhecidas as linguagens dos TH ( $H_0, H_1, \dots$ ) e das representações gráficas: gráficos de barras, histogramas e tabelas de frequência.
- A escolha do TH em função das variáveis a tratar, a interpretação do resultado dos TH e das representações gráficas.
- Não é necessário conhecer nenhuma linguagem de programação para utilizar o software R

*L3) É útil na progressão da aprendizagem estatística a linguagem específica introduzida?*

- Dada a utilização cada vez mais generalizada de recursos computacionais (softwares estatísticos), as convenções linguísticas utilizadas podem aparecer noutros softwares similares.

### **Regras (definições, proposições, procedimentos)**

*R1) Que técnicas específicas são necessárias para a resolução do trabalho proposto?*

- Manipulação do software R para a obtenção das representações gráficas, TH e tabelas de contingência para a sua realização de TH.

*R2) Que técnicas prévias são necessárias para dominar e aplicar novas técnicas?*

- Manipulação e execução de programas informáticos.
- Conhecimentos de estatística descritiva.

*R3) Que conceitos específicos se preveem que surjam das práticas matemáticas implementadas?*

- Representações gráficas em função das variáveis escolhidas.
- TH adequados às questões escolhidas.

*R4) Que conceitos prévios, que se supõem conhecidos, se usam de forma explícita ou implícita?*

- Representações gráficas: variável; amostra; gráfico de barras; histograma; tabela de frequências; IC; TH; hipótese nula e alternativa; estatística do teste; nível de significância; região crítica; valor de prova.

### **Argumentos (justificações ou argumentações)**

*A1) Que tipo de justificações são necessárias para a resolução das representações gráficas e dos TH usando o software R?*

- Justificação da caracterização da amostra tendo por base a representação gráfica ou as tabelas de frequência.
- Justificação do TH a utilizar para cada questão.
- Justificação (conclusão) dos resultados obtidos na resolução dos TH.

## **Relações**

*R1) As justificações específicas para os resultados obtidos através do software R apoiam-se noutras anteriores?*

- As justificações podem, eventualmente, apoiar-se nas justificações das representações gráficas e das tabelas de frequência.
- A justificação dos resultados obtidos nos TH pode ser relacionada com o IC obtido e com o valor de prova.

*R2) Em que situações se pode generalizar as justificações proporcionadas pelos resultados na aplicação dos TH?*

- Como foi pedido aos alunos que caracterizassem a amostra em função do género, do estado civil e da idade com que começaram a aceder às RS, com essa informação e com os TH aplicados a questões que usassem essas variáveis poderiam tirar ilações, como por exemplo: “Quem acede mais às RS, são os homens ou as mulheres?”.
- Relacionar e identificar o TH com a formulação das hipóteses.
- Relacionar as representações da formulação das hipóteses com a tomada de decisão.

### **5.5.1.2. Análise *a posteriori***

#### **Situações-problema**

Analisando os sete projetos, podemos concluir que seis apresentaram as suas quatro questões de investigação, a forma como iam caracterizar a amostra e que TH deviam aplicar para cada uma das questões escolhidas. Apenas um (14,2%) não mencionou que iria caracterizar a amostra em função dos dados disponíveis. Comparando esta análise com o pensamento estatístico, analisado na secção 5, podemos concluir que este componente epistémico está relacionado com o reconhecimento da necessidade dos dados.

#### **Linguagem**

Todos os projetos apresentam uma linguagem adequada. A análise realizada através do pensamento estatístico nas componentes “Transnumeração” e “Raciocínio com modelos estatísticos” permite-nos concluir que os sete trabalhos utilizam a linguagem específica e termos estatísticos necessários quer para a realização das representações gráficas, quer para a resolução dos TH.

### **Regras (definições, proposições, procedimentos)**

A análise realizada em função deste componente leva-nos a concluir que os trabalhos desenvolvidos pelos alunos apresentam representações gráficas ou tabelas de frequência e resoluções dos TH usando o software R, como era recomendado. Podemos dizer que em termos de indicadores para este componente os trabalhos evidenciam que têm noção dos conceitos envolvidos para a obtenção das representações gráficas e dos TH e sabem manipular, ainda que com alguma dificuldade, o software R para a obtenção dos resultados. No entanto, nem todos os trabalhos mostram a concretização das representações gráficas ou TH para todas as questões de investigação. Quanto à manipulação do software R, os alunos mostraram alguma dificuldade na sua instalação e no seu manuseamento, tendo investido pouco no seu uso e recorrido pouco ao apoio tutorial da professora.

Comparando esta análise com a do pensamento estatístico nas componentes “Transnumeração” e “Raciocínio com modelos estatísticos”, concluímos que, em geral, os alunos apresentam algumas dificuldades na realização das representações gráficas e tabelas de frequência e também na aplicação dos TH. Isto é, não realizam, com os dados não tratados, representações gráficas e tabelas de frequência para todas as questões de investigação e na resolução dos TH não os conseguiram concretizar de acordo com os seus próprios objetivos.

### **Relações**

Analisando os trabalhos, podemos afirmar que os alunos mostraram dificuldades nas justificações que teriam que apresentar em função dos resultados obtidos nas resoluções através do software R. Apenas um trabalho (projeto 7) não apresentou dificuldades, enquanto todos os outros apresentaram dificuldades, nomeadamente, na justificação e na explicação dos resultados obtidos na resolução dos vários TH que foram usados para a concretização dos objetivos propostos. Relativamente ao manuseamento do software R, dos sete trabalhos analisados, quatro não apresentaram dificuldades na aprendizagem e manuseamento e três apresentaram dificuldades, principalmente na resolução dos TH.

Relacionando esta análise com o pensamento estatístico, verificamos que está relacionada com as componentes “Variação” e “Conhecimento da estatística no contexto”. Nessa análise constata-se o que foi dito anteriormente, isto é, os trabalhos, em geral, mostraram falhas relativamente às justificações dos alunos que deveriam ter sido apresentadas nos seus trabalhos, quer para as representações gráficas, quer para os TH.

A partir da análise dos componentes e indicadores considerados por Godino e seus colaboradores, observa-se que o trabalho proposto sobre as Redes Sociais contempla todos os

indicadores a nível da idoneidade epistémica uma vez que, segundo o modelo proposto no EOS, para se obter uma idoneidade epistémica alta devemos ter em conta uma seleção bastante diversificada de situações-problema. Portanto, as situações-problema devem contemplar diversas representações ou meios de expressão, definições, procedimentos, proposições, assim como as justificações das mesmas. As tarefas devem proporcionar aos alunos diversas maneiras de abordagem, implicar diversas representações, e requererem que os alunos conjeturem, interpretem e justifiquem as soluções.

Em síntese, podemos concluir que o trabalho proposto aos alunos foi ao encontro de todas as indicações do EOS, isto é, foram propostas situações-problema em que se pedia que apresentassem várias formas de representação, que envolviam conceitos e procedimentos e que requeriam a interpretação e justificação de resultados.

### 5.5.2. Análise da idoneidade cognitiva

Em relação à idoneidade cognitiva, como menciona Godino (2013), a partir das entidades primárias (situações-problema, linguagem, regras, argumentos e relações), as quais caracterizam o modelo epistémico proposto no EOS, deveremos usá-las como guia para elaborar indicadores dos significados pessoais dos alunos. Na Tabela 82 apresentam-se os componentes e indicadores propostos no EOS para a idoneidade cognitiva.

Tabela 82 – Componentes e indicadores da idoneidade cognitiva

Componentes	Indicadores
Conhecimentos prévios (Tem-se em conta os mesmos elementos da idoneidade epistémica)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Os alunos têm os conhecimentos prévios necessários para o estudo do tema (estudados anteriormente ou o professor planifica o seu estudo).</li> <li>- Os conteúdos pretendidos podem-se alcançar (têm uma dificuldade manejável) nas suas diversas componentes.</li> </ul>
Adaptações curriculares às diferenças individuais	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Incluem-se atividades de ampliação e reforço.</li> <li>- Promove-se o acesso e sucesso de todos os alunos.</li> </ul>
Aprendizagem (Tem-se em conta os mesmos elementos da idoneidade epistémica)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- As diversas formas de avaliação indicam que os alunos adquiriram os conhecimentos, compreensões e competências pretendidas;</li> <li>- Compreensão concetual e proposicional, competência comunicativa e argumentativa, fluência procedimental, compreensão situacional e competência metacognitiva;</li> <li>- A avaliação tem em conta distintos níveis de compreensão e de competência;</li> <li>- Os resultados das avaliações são divulgados e utilizados para tomar decisões.</li> </ul>

Como foi mencionado, esta análise vai ser realizada a priori e a posterior em função dos componentes e indicadores da idoneidade cognitiva, conforme constam da Tabela 82. Os componentes que iremos utilizar para a idoneidade cognitiva vão ser os mesmos da idoneidade epistémica. Iremos também apresentar a análise a priori do estudo 1 e comparar os resultados obtidos sobre os erros e as dificuldades na aprendizagem dos TH com os erros e dificuldades que se observaram na intervenção de ensino (estudo2).

### **5.5.2.1 Análise a priori**

#### **Situações-problema**

*S2) Que tipo de situações-problema específicas permite o questionário?*

- 10 questões de escolha múltipla sobre TH e dois problemas.

Pedia-se que justificassem a escolha da sua opção para cada questão. No caso dos dois problemas deveriam apresentar a resolução conforme se pedida.

Comparando esta análise com a análise realizada ao questionário, podemos concluir que os resultados revelam a existência de uma percentagem baixa de alunos que não responderam às questões.

*S2) Que tipo de situações-problema específicas permite formular o enunciado do trabalho?*

- Escolha de quatro questões de investigação, extraídas do questionário, caracterizar a amostra e indicar que TH poderiam aplicar para as variáveis seleccionadas em cada uma delas.

#### **Linguagem**

*L1) As justificações dos alunos apresentam uma linguagem específica: termos, expressões, símbolos e gráficos?*

É expectável que os alunos apresentem linguagem estatística adequada na justificação das várias opções das questões de escolha múltipla. Nos problemas utilizam-se expressões e símbolos na formulação das hipóteses nula e alternativa, no cálculo da estatística do teste, da região crítica e do erro Tipo I.

No questionário, a questão que avaliava a definição e interpretação de figuras revelou-se uma questão de grande dificuldade para os alunos, uma vez que envolvia a interpretação de figuras e o conhecimento e compreensão simultânea de muitos conceitos (erros tipo I e tipo II, nível de significância, desvio padrão, média amostral e potência do teste).

*L2) Os trabalhos apresentam uma linguagem específica: termos; expressões; símbolos e gráficos?*



É expectável que os trabalhos apresentem uma linguagem específica conforme a questão que estejam a resolver.

### **Regras (definições, proposições, procedimentos)**

*R1) Que conceitos específicos se prevê que surjam das práticas matemáticas implementadas? Que conceitos prévios, que se supõem conhecidos, se usam de forma explícita ou implícita?*

Nesta componente prevê-se que os alunos tenham conhecimento do tema TH e dos conceitos que estão envolvidos. Quer para as 10 questões de escolha múltipla quer para os dois problemas, os conceitos prévios implicados implicitamente são: significado de TH, nível de significância, hipótese nula, hipótese alternativa, estatística do teste, região crítica, erros tipo I e II e valor de prova. Portanto, os alunos teriam de saber que conceitos estão implícitos para responder às questões e problemas.

Em ambos os estudos foram detetadas as mesmas falhas, ou seja, alguns alunos não conseguiram compreender os conceitos estatísticos e procedimentos envolvidos nos TH, como não saberem enunciar as hipóteses a partir do contexto de um problema e confundirem os significados dos erros tipo I e tipo II. Também constatamos que os conceitos não compreendidos são causadores de erros, destacando-se as dificuldades dos alunos em compreender a hipótese nula e alternativa, a natureza condicional do nível de significância, a interpretação do valor de prova e a lógica de um TH.

*R2) Que conceitos específicos se prevê que surjam das práticas matemáticas implementadas na realização dos projetos? Que conceitos prévios, que se supõem conhecidos, se usam de forma explícita ou implícita?*

Esta componente abrange a análise e interpretação das informações relativas aos trabalhos de projeto sobre as RS, estando implícita a compreensão de conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas utilizadas na obtenção dos resultados. Portanto, os alunos teriam de estabelecer que representações e TH deveriam ser utilizados.

### **Argumentos e Relações**

*A1) Que tipo de argumentações são necessárias para responder às 10 questões de escolha múltipla e para a resolução dos dois problemas sobre TH?*

- Justificar a opção escolhida.
- Justificar o TH utilizado.
- Justificar os resultados obtidos na resolução dos TH.
- Relacionar os resultados obtidos na resolução dos TH com a tomada de decisão.
- Justificar os resultados obtidos no cálculo dos erros tipo I e tipo II.

Na análise deste estudo também se constatou uma percentagem elevada de alunos que não justificaram a opção que escolheram ou apresentaram justificações sem sentido. Relativamente à escolha do TH a partir do contexto de um problema (questão 4), a maioria dos alunos escolheu a opção correta e foram capazes de compreender corretamente o enunciado da questão e, a partir dessa escolha, conseguiram apresentar uma justificação correta. No entanto, na questão relativa à lógica e interpretação de um TH, os alunos apresentaram dificuldades, evidenciando que os TH são um tema complexo para eles, levando-os a confundirem a região de aceitação com a região crítica. Os resultados obtidos para as questões que envolviam a justificação dos conceitos valor de prova e erros tipo I e tipo II foram baixos, mostrando que alunos não conseguiram interpretar ou relacionar os conceitos envolvidos.

*A2) Que tipo de argumentações são necessárias para a resolução das representações gráficas e dos TH usando o software R?*

Esperava-se que os alunos justificassem as representações gráficas e tabelas de frequência utilizadas na caracterização da amostra, bem como identificassem os TH a utilizar para cada questão. Além disso, os alunos também deveriam justificar os resultados obtidos através do software R, especificamente a leitura de gráficos, tabelas de frequência e TH. Finalmente, deveriam relacionar os resultados obtidos na resolução dos TH com a tomada de decisão.

#### **5.5.2.2. Análise *a posteriori***

##### **Situações-problema**

Podemos concluir que todos os projetos analisaram a informação fornecida de forma a elaborar estratégias de resolução para as questões de investigação através dos TH, como poderemos constatar no plano de trabalho que cada grupo realizou para o seu projeto (secção 5.2). Efetuando uma comparação desta análise com o pensamento estatístico, podemos afirmar que este componente tem relacionamento com o “Reconhecimento da necessidade dos dados”, chegando-se à mesma conclusão nas duas análises.

##### **Linguagem**

Todos os trabalhos analisados utilizam a linguagem específica da representação gráfica, tabelas de frequência e termos estatísticos adequados na resolução dos TH. Por exemplo, no caso da formulação das hipóteses:  $H_0 : p_1 - p_2 = 0$ ;  $H_1 : p_1 - p_2 \neq 0$ .

Sintetizando, os projetos evidenciam a leitura e a interpretação de dados em diferentes linguagens.

### **Regras (definições, proposições, procedimentos)**

Alguns projetos não apresentam nenhum gráfico de barras ou histograma para os dados disponíveis (projeto 2, projeto 3 e projeto 5).

Relativamente às representações gráficas adequadas para a caracterização da amostra, todos os grupos apresentaram pelo menos um tipo de representação adequada (gráfico de barras, histograma, tabela de frequências), todos os grupos identificaram os TH a utilizar para cada uma das questões de investigação escolhidas e em todos são apresentadas as representações gráficas (gráficos de barra, histogramas, tabelas de frequência) e os TH através do software R.

Para além disso, nem todos grupos conseguiram compreender os conceitos estatísticos e procedimentos envolvidos nos TH uma vez que não souberam aplicar os TH para algumas das questões de investigação que selecionaram (projeto 1, projeto2 e projeto 5). Apenas o projeto 6 cumpriu os indicadores estabelecidos para a caracterização da amostra e para a resolução dos TH, apresentando para todas as questões de investigação: a construção das representações gráficas (gráficos de barra e circulares, tabelas de frequência) e a respetiva interpretação; a resolução dos TH e a sua interpretação relativamente aos resultados obtidos.

Comparando esta análise com a do pensamento estatístico nas componentes “Transnumeração” e “Raciocínio com modelos”, podemos dizer que as conclusões a que se chegou foram as mesmas. Detetaram-se, contudo, falhas ao não efetuarem algumas das representações gráficas pedidas para a caracterização da amostra e ao não conseguirem concretizar os TH para as questões de investigação.

Podemos, assim, concluir que tal como se verificou na análise a priori os erros detetados nesta análise são semelhantes.

### **Argumentos e Relações**

Quanto à interpretação dos resultados obtidos nas representações gráficas, observaram-se falhas nos projetos 2, 3 e 5, porque não apresentaram nenhuma conclusão. Relativamente à interpretação dos resultados obtidos para os TH, era esperado que fossem tiradas conclusões em função da tomada de decisão de rejeitar ou não a hipótese nula, o que não foi feito. Dos sete projetos, três (projeto 4, projeto 6 e projeto 7) extraíram essa conclusão para todas as questões, enquanto os outros projetos tiraram as conclusões através do intervalo de confiança (IC), da análise da tabela de frequências, da proporção ou da média obtida na resolução através do software R.

No entanto, na apresentação oral os grupos foram explicando que representações gráficas realizaram e que conclusões tiraram nas várias questões que escolheram. Quanto aos TH, alguns

grupos conseguiram tirar ilações através dos resultados obtidos acerca de rejeitar ou não a hipóteses nula, que no relatório não estava explícito (projeto 2, projeto 4 e projeto 5).

Podemos então concluir que a apresentação oral do trabalho complementou e até esclareceu a forma como os alunos raciocinaram estatisticamente (projeto 2, projeto 5 e projeto 7).

Comparando análise da idoneidade cognitiva com a análise do pensamento estatístico, podemos chegar às mesmas conclusões, de facto, verificaram-se as mesmas falhas quer a nível cognitivo quer a nível do pensamento estatístico, ao não justificarem corretamente os resultados obtidos e, muitas vezes, os alunos nem se preocuparam em dar qualquer justificação.

Tal como se verificou na análise a priori, nesta análise os alunos também não apresentaram justificações.

Sintetizando, da análise realizada aos sete trabalhos de projeto sobre as RS a nível cognitivo, pode-se depreender que nem todos os indicadores foram contemplados nos sete trabalhos de projeto, ou seja, os projetos 1, 2, 3 e 5 falham no indicador Regras (definições, proposições, procedimentos) e os projetos 1, 2 e 5 falham no indicador Argumentos e Relações.

### 5.5.3. Análise da idoneidade mediacional

Segundo Godino (2011), é importante considerar como elementos mediacionais a determinação das condições ambientais da sala de aula, a relação professor/aluno e o tempo destinado ao ensino e à aprendizagem dos conceitos. Na Tabela 83 indicam-se os componentes e indicadores da idoneidade mediacional proposto pelo modelo EOS.

Tabela 83 – Componentes e indicadores da idoneidade mediacional

Componentes	Indicadores
<b>Recursos materiais</b> (Manipulativos, calculadoras, computadores)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Usam-se materiais manipulativos e informáticos que permitam introduzir situações pertinentes, linguagens, procedimentos e argumentações adaptadas ao conhecimento pretendido;</li> <li>- As definições e propriedades são contextualizadas e motivadoras, usando situações e modelos concretos e visualizações.</li> </ul>
<b>Número de alunos, horário e condições em sala de aula</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- O número e a distribuição dos alunos permite levar a cabo o ensino pretendido;</li> <li>- O horário do curso é apropriado (por exemplo, não se dão todas as aulas à última hora);</li> <li>- A aula e a distribuição dos alunos é adequada para o desenvolvimento do processo de instrução pretendido.</li> </ul>
<b>Tempo</b> (De ensino coletivo/tutorial; tempo de aprendizagem)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- O tempo (presencial e não presencial) é suficiente para o ensino pretendido;</li> <li>- Dedicam-se tempo suficiente aos conteúdos mais importantes do tema;</li> <li>- Dedicam-se tempo suficiente aos conteúdos que apresentam maior dificuldade de compreensão.</li> </ul>

A análise a priori e a posteriori que iremos apresentar seguidamente realiza-se tendo em conta os componentes e indicadores sugeridos e enfatizando o uso do computador e do software.

### **5.5.3.1. Análise a priori**

#### **Recursos didáticos**

*R1) Que recursos didáticos se podem aplicar neste trabalho de projeto?*

- Computador;
- Software R.

*R2) De que forma se podem utilizar esses recursos tecnológicos?*

- Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumento de produção de resultados;
- Utilizar o software R para a resolução das questões de investigação (representações gráficas, tabelas de frequência e TH).

#### **Número de alunos, horário e condições em sala de aula**

*C1) O número de alunos permite a realização deste trabalho de projeto em sala de aula?*

- Os alunos foram distribuídos por sete grupos perfazendo um total de 31 alunos.
- Cada grupo continha até cinco alunos.

#### **Tempo**

*T1) O tempo dedicado à aprendizagem do conceito TH foi suficiente?*

- O tempo dedicado à aprendizagem teórica do conceito TH foi de duas horas letivas, duas aulas teóricas de uma hora cada uma.

*T2) O tempo dedicado ao projeto (presencial e não presencial) foi suficiente para a sua realização?*

- O tempo presencial fez um total de seis horas.
- O tempo tutorial (extra-aulas) fez um total de quatro horas.

### **5.5.3.2. Análise a posteriori**

#### **Recursos didáticos**

Analisando os sete trabalhos verificamos que todos usaram o software R, conforme foi pedido para a realização do trabalho. No entanto, os grupos apresentaram dificuldades na instalação e na aprendizagem do software R, que se repercutiram na realização dos TH. Essas dificuldades foram detetadas nos projetos 1, 4 e 5.

#### **Número de alunos, horário e condições em sala de aula**

Os alunos foram distribuídos por sete grupos, dos quais três eram constituídos por cinco alunos e quatro por quatro alunos, perfazendo um total de 31 alunos, o que se revelou um número aceitável de alunos para a professora conseguir interagir com todos eles.

A realização do projeto, foi fundamentalmente em sala de aula, o facto de os alunos usarem os seus computadores pessoais e de o software utilizado ser de livre acesso permitiu a cada grupo instalar o software R no seu computador e, a partir desse momento, começar a desenvolver o seu projeto.

### **Tempo**

Fazendo uma análise global ao tempo disponibilizado para este efeito, podemos concluir que as aulas teóricas para a aprendizagem se revelaram suficientes; no entanto, as aulas teórico-práticas para a realização do projeto não foram suficientes, tendo os alunos de finalizar o projeto fora das aulas. No questionário sobre “Perceções dos alunos sobre o trabalho de projeto”, relativamente à questão sobre se o tempo foi adequado para a realização das várias fases do projeto sobre as RS, 22,2% dos alunos referiram que com o trabalho que tinham de realizar noutra UC (em paralelo com o das RS) não foi possível dedicar o tempo necessário para a realização do projeto. No entanto, 51,9% afirma que o tempo foi devidamente dividido e aplicado para a resolução das várias fases do projeto.

O tempo tutorial disponibilizado fora das aulas revelou-se suficiente uma vez que dos sete grupos que estavam a realizar o projeto apenas um apareceu no horário disponibilizado para esse efeito.

Concluindo, podemos afirmar que a utilização do software R para a realização do trabalho de projeto foi pertinente. Porém, a idoneidade do processo de estudo foi afetada porque os alunos, além de demonstrarem dificuldades na sua instalação e no seu manuseamento, apresentaram também dificuldades na sua aprendizagem, que se refletiram na realização dos TH previstos para responder às questões de investigação (secção 5.2). A conclusão sobre a dificuldade na instalação e manuseamento do software R foi retirada da análise realizada ao questionário “Perceções dos alunos sobre o trabalho de projeto” (secção 5.5), em que 51,9% dos alunos inquiridos afirmaram que sentiram “Algumas dificuldades iniciais por ser um programa com o qual não estávamos habituados a trabalhar” (alguns elementos dos grupos dos projetos analisados).

Apesar dessas dificuldades, os alunos mostraram interesse na utilização do software R, uma vez que o recurso evita ter que realizar os cálculos, construir tabelas e resolver TH analiticamente.

Podemos concluir após a análise realizada aos sete projetos, de acordo com a idoneidade epistémica, cognitiva e mediacional, que ela foi útil para extrair ilações da forma como o projeto foi implementado. No caso da idoneidade epistémica, considera-se que o processo de estudo

realizado revelou um nível de idoneidade elevado, uma vez que foram observados todos os indicadores desta dimensão de idoneidade.

Em relação à idoneidade cognitiva podemos afirmar que existiram algumas deficiências por parte dos alunos, no que diz respeito à análise e interpretação dos resultados. Portanto, através dos indicadores adotados, fica-se com a noção de que deveremos modificar a forma de lecionação teórica dos conceitos sobre TH.

No caso da idoneidade mediacional, os indicadores conduzem à recomendação de que se dê mais tempo para a aprendizagem do software R antes de apresentar um projeto que envolva a sua utilização.

Portanto, a análise produzida permitiu perceber que a metodologia trabalho de projeto apresentou como ponto forte a idoneidade epistémica, considerando um projeto para a resolução de um problema com dados reais para o ensino e aprendizagem de conceitos estatísticos.

Por fim, de acordo com o diagrama que explicita os graus de idoneidade das diferentes dimensões, proposto por Godino, Batanero e Font (2008) e já exposto no capítulo II, a partir da análise produzida podemos afirmar que a idoneidade epistémica é considerada alta e as idoneidades cognitiva e mediacional são consideradas médias uma vez que nem todos os indicadores foram satisfeitos.





## **CAPÍTULO VI**

### **CONCLUSÕES, IMPLICAÇÕES, LIMITAÇÕES E RECOMENDAÇÕES**

Neste capítulo, começa-se por realizar uma síntese do estudo. De seguida, apresentam-se os resultados obtidos para cada uma das questões de investigação, com foco nas dificuldades dos alunos em TH e no ensino de testes de hipóteses. Na parte final, com base numa reflexão sobre o estudo realizado, salientam-se algumas implicações do estudo para o ensino, limitações do estudo realizado e recomendações para futuros estudos.

#### **6.1. Síntese do estudo**

Globalmente, este estudo foi elaborado para compreender os erros e as dificuldades que os alunos do Ensino Superior Politécnico apresentam na aprendizagem de conteúdos acerca dos testes de hipóteses, tendo em vista tirar consequências para o ensino desta temática numa fase posterior. Assim, concretamente, o estudo realizado desenvolveu-se em duas fases, cada uma delas correspondente a um estudo: no primeiro estudo, centrado na identificação e compreensão das dificuldades dos alunos em conteúdos de testes de hipóteses, englobam-se as duas primeiras questões de avaliação; e no segundo estudo, focado no ensino dos testes de hipóteses, inclui-se a terceira questão de investigação. Assim, no estudo procurou-se dar resposta às três seguintes questões de investigação:

4. Quais os erros e dificuldades mais frequentes que os alunos apresentam na aprendizagem de conteúdos de testes de hipóteses?
5. Que fatores podem estar na origem das dificuldades dos alunos na compreensão de testes de hipóteses?
6. A utilização de um método de ensino, baseado numa metodologia de trabalho de projeto e enfatizando os erros e dificuldades dos alunos e o uso de tecnologia, contribui para melhorar a aprendizagem dos alunos de conceitos relacionados com os testes de hipóteses?

O enquadramento teórico desenvolveu-se em torno da importância da Estatística e das orientações atuais para o seu ensino, e mais especificamente nos testes de hipóteses, no marco

teórico do Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e do ensino da matemática proposto por Godino e seus colaboradores (e.g., Godino & Batanero, 1994; Godino, Batanero & Font, 2007).

Nas orientações para o ensino da Estatística emergiram os projetos investigativos como forma de envolver os alunos na aprendizagem da resolução de problemas e para sintetizar os componentes de aprendizagem, além dos recursos tecnológicos como ferramentas facilitadoras da aprendizagem. Faz-se também uma descrição do marco teórico do Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e do ensino da matemática, que se usou ao longo deste estudo.

No caso dos TH, apresenta-se inicialmente a definição de TH e, posteriormente, faz-se uma revisão de literatura sobre as investigações mais importantes que se centram nas dificuldades e erros dos alunos na aplicação dos TH e também nas estratégias de ensino e aprendizagem utilizadas por outros investigadores no ensino deste tema.

Em termos metodológicos, na investigação seguiu-se uma abordagem mista, usando-se sobretudo o Método exploratório sequencial 1 (ver p. 93), que consiste primeiro na recolha de dados quantitativos (estudo 1 deste trabalho) e, em seguida, na recolha de dados qualitativos (segundo estudo deste trabalho). Para tal, nesta investigação aplicou-se primeiro o questionário e depois, com base na análise dos resultados do questionário, passou-se à fase seguinte, que consistiu na preparação, implementação e avaliação de uma experiência de ensino. O presente estudo também assume uma natureza diagnóstica dado que se pretendeu identificar problemas e dificuldades dos alunos na aprendizagem de testes de hipóteses.

No primeiro estudo participaram 223 alunos que frequentavam a UC de Matemática Computacional (MATCP), inserida no 2.º semestre do 1.º ano do curso de Engenharia Informática, no ano letivo 2012-13, tendo-se usado como instrumento de recolha de dados um questionário com várias tarefas sobre testes de hipóteses, tendo em vista averiguar as dificuldades e erros cometidos pelos alunos e avaliar o seu desempenho no tema. No segundo estudo participaram 31 alunos que frequentavam a UC de MATCP, inserida no 2.º semestre do 1.º ano do curso de Engenharia Informática, no ano letivo 2014/15, que se organizaram em sete pequenos grupos para realizarem um trabalho de projeto sobre as Redes Sociais. Em termos de métodos de recolha de dados, recorreu-se aos relatórios dos trabalhos de projeto dos grupos, a uma “Ficha de avaliação das fases do projeto”, às apresentações digitais, às gravações das apresentações dos trabalhos de projeto, a um questionário final sobre as perceções dos alunos acerca da metodologia de trabalho de projeto e às classificações obtidas pelos alunos na UC de MATCP, em particular relativamente aos conteúdos de testes hipóteses.

No primeiro estudo, a análise de dados relativos às respostas dos alunos no questionário realizou-se em cinco fases: análise quantitativa das respostas às questões fechadas; análise de conteúdo das justificações dos alunos aos itens abertos de cada questão de escolha múltipla; análise semiótica das respostas abertas (problemas) combinando a análise de conteúdo com o modelo de Godino e seus colaboradores; construção de tabelas de frequência nos diferentes itens de cada questão e estudo do desempenho dos alunos no questionário.

Relativamente ao segundo estudo, a análise dos relatórios, das apresentações orais e das gravações das apresentações foi realizada com base na segunda dimensão do modelo de Wild e Pfannkuch (1999), que se refere ao raciocínio estatístico. Para estudar os dados da “Ficha de avaliação das fases do projeto” realizou-se uma análise de conteúdo e, por último, no caso das respostas fechadas do questionário sobre as perceções dos alunos acerca da intervenção de ensino foi efetuada uma análise quantitativa, enquanto que nos itens abertos associados a cada questão de escolha múltipla foi realizada uma análise de conteúdo. Além destas análises, recorrendo ao Enfoque Ontossemiótico de Godino e seus colaboradores, utilizaram-se os critérios e indicadores de algumas dimensões da idoneidade didática para estudar o processo de ensino implementado. Ainda relativamente à experiência de ensino, efetuamos uma análise quantitativa das classificações obtidas pelos alunos no exame da UC MATCP, mais concretamente na parte relativa aos testes de hipóteses.

## **6.2. Conclusões do estudo**

Nesta secção apresentam-se os principais resultados da investigação realizada, intitulada “Aprendizagem de Testes de Hipóteses por alunos do Ensino Superior Politécnico”, e que se compõe de dois estudos: no estudo 1 apresentamos os resultados referentes às duas primeiras questões de investigação e no estudo 2 os resultados referentes à terceira questão de investigação.

### **6.2.1. Estudo 1**

Os alunos intervenientes neste estudo (223 alunos) apresentavam um percurso diferente, tanto em termos de sexo, em que 22 alunos eram do sexo feminino (9,9%) e 201 do sexo masculino (90,1%), como em número de inscrições na UC MATCP, em que 178 frequentavam pela primeira vez a UC (79,8%), 26 pela segunda vez (11,7%), 9 pela terceira (4,0%) e 10 tinham mais de três inscrições à UC (4,5%).

Seguidamente apresentam-se os principais resultados obtidos segundo cada uma das duas questões de investigação estabelecidas neste primeiro estudo.

#### **6.2.1.1. Questão de investigação 1**

*Quais os erros e dificuldades mais frequentes que os alunos apresentam na aprendizagem de conteúdos de testes de hipóteses?*

Os resultados deste estudo indicam que os erros e dificuldades que estes alunos apresentam na aprendizagem de conteúdos acerca dos testes de hipóteses, nas 10 questões propostas no questionário aplicado, referem-se ao enunciar as hipóteses a partir do contexto de um problema, aos Erros tipo I e tipo II, à interpretação do nível de significância e à lógica/ interpretação de um teste de hipóteses.

Das dez questões avaliadas, relativas à primeira parte do questionário, destacam-se aquelas que dizem respeito à interpretação do Erro tipo I e à identificação do teste de hipóteses apropriado, nas quais a maioria dos alunos escolheu a opção correta e apresentaram as maiores percentagens de justificações adequadas.

Relativamente à apresentação da justificação para a opção que escolheram nas várias questões propostas, chegamos à conclusão que a categoria “Não justificar” foi a que apresentou uma percentagem mais elevada de alunos em oito das dez questões. Esta situação poderá dever-se ao facto de os alunos que responderam a este questionário não estarem convenientemente preparados.

Tal como indicam os estudos de Vallecillos e Batanero (1997), Sebastiani e Viali (2011) e Vera (2017), também aqui se constatou que os alunos cometeram erros quando enunciavam as hipóteses a partir do contexto de um problema e alguns não compreendem que num teste de hipóteses são testados valores hipotéticos de parâmetros populacionais.

Comprovamos também, como Batanero et al. (2008), Sebastiani e Viali (2011) e Batanero et al. (2012), que uma percentagem considerável de alunos confunde os Erros tipo I e tipo II ou evidenciam confusão sobre os seus significados, aumentando as dificuldades dos alunos no caso em que estes conceitos são apresentados em contexto gráfico.

Verificou-se tanto neste estudo como no de Sotos et al. (2007) que os conceitos não compreendidos são causadores de erros, destacando-se as dificuldades dos alunos em compreender o significado de hipótese nula e alternativa, a natureza condicional do nível de significância, a interpretação do valor de prova, a lógica dos TH e a avaliação da significância estatística.

Em relação aos erros cometidos pelos alunos no problema 1 do questionário, recorrendo ao Enfoque Ontossemiótico de Godino e seus colaboradores, conclui-se que os alunos não compreendem que num teste de hipóteses são testados valores hipotéticos de parâmetros populacionais e também não formulam a hipótese nula com o objetivo de ser rejeitada. Esta dificuldade, também apontada por Bady (1979), resulta da forte tendência das pessoas para procurar informação que verifique a hipótese ao invés de tentar refutá-la. Também nesta análise, tal como na análise de outras questões do questionário e nos relatos dos estudos de Vallecillos e Batanero (1997) e Sebastiani e Viali (2011), foram detetados erros quando enunciam as hipóteses a partir do contexto do problema.

No cálculo da probabilidade do Erro tipo I, o conflito mais frequente resultou de os alunos o identificarem com o nível de significância. Como aconteceu no estudo de Vallecillos e Batanero (1997), estes alunos acharam que o valor da probabilidade em questão não se pode calcular porque é um valor que o investigador escolhe para realizar o teste de hipóteses. Similarmente neste estudo e no de Vallecillos e Batanero (1997) os alunos que efetuaram o cálculo da probabilidade do Erro tipo I (nível de significância), utilizando a definição, cometeram o mesmo erro de tipificação: dividir por 0,5 em vez de  $0,5/\sqrt{25}$ , isto é, não consideraram que se tratava do desvio padrão da média amostral.

Em termos globais, salienta-se em todas as questões percentagens consideráveis de alunos que apresentaram respostas sem sentido ou que não responderam.

Especificamente, na formulação das hipóteses, verificou-se que a maioria dos alunos formulou as hipóteses corretamente; já para o cálculo da probabilidade do Erro tipo I verificou-se que os alunos indicaram corretamente a fórmula, mas depois erraram o cálculo da probabilidade.

Podemos concluir, tal como Vallecillos e Batanero (1997), que os alunos, em geral, cometem erros que evidenciam a não compreensão da relação entre distribuição de probabilidade, as regiões de aceitação e o nível de significância. Além disso, também parecem não compreender o conceito de estatística do teste, confundindo a estatística amostral com o parâmetro populacional.

Quanto aos erros cometidos pelos alunos na resolução do problema 2 do questionário, recorrendo ao Enfoque Ontossemiótico de Godino e seus colaboradores, conclui-se que um dos conflitos que surge com um número maior de respostas é a confusão entre teste unilateral à esquerda e teste unilateral à direita. De modo semelhante, no estudo de Vera et al. (2011) observou-se uma percentagem considerável de respostas dos alunos que mostravam confundir

entre teste unilateral e teste bilateral. Se bem que este conflito não seja o mesmo detetado neste estudo, os dois envolvem o conceito de ordem e mostram a dificuldade dos alunos na tradução de enunciados verbais para linguagem simbólica.

Tanto neste estudo como nos estudos de Cañadas et al. (2012), Chow (1996), Batanero (2000) e Vera (2017) detetamos um outro conflito semiótico, também já mencionado na análise do problema 1, com um número de respostas elevado, referente à confusão entre estatística e parâmetro, bem como ao não reconhecimento de que a estatística é uma variável aleatória. Esta dificuldade refletiu-se na formulação incorreta da hipótese nula ou de ambas as hipóteses. Ainda relativamente à situação da formulação das hipóteses, tal como no estudo de Cañadas, Guirado, Orte, Ortega e Aguayo (2017), não foi detetada confusão entre as hipóteses nula e alternativa, que Vallecillos (1995, 1999) encontrou no seu estudo.

O uso de notação inadequada para representar parâmetros e estatísticas foi um erro recorrente na formulação das hipóteses (não identificação do parâmetro correto, valor incorreto do parâmetro e erro de sinal), evidenciando que, em geral, os alunos não reconhecem a necessidade de fazer a distinção entre valores provenientes da população e da amostra. Nas investigações de Albert (1995) e Link (2002) também foi encontrado este erro, tendo os alunos demonstrado dificuldade em reconhecer o parâmetro a ser testado na inferência estatística.

Neste estudo os alunos não apresentaram dificuldade no cálculo da estatística do teste, o que não aconteceu no estudo de Cañadas et al. (2017).

Em resumo, os alunos mostraram ter muita dificuldade no tema testes de hipóteses, principalmente na interpretação das questões e na justificação da forma como pensam em estatística, isto é, a forma como desenvolvem o seu raciocínio estatístico.

Comparativamente com os estudos aqui revistos, no presente estudo destacam-se as categorizações apresentadas para as justificações que os alunos apresentaram para cada uma das respostas selecionadas nas dez questões propostas e a identificação de conflitos semióticos decorrentes das produções dos alunos nas várias perguntas propostas para dois problemas de testes de hipóteses, um para a média e outro para a proporção.

#### **6.2.1.2. Questão de investigação 2**

*Que fatores podem estar na origem das dificuldades dos alunos na compreensão de testes de hipóteses?*

Da análise realizada para averiguar a existência de relação entre a sua preferência relativamente à estatística e a classificação obtida pelos alunos no questionário e entre a sua

preferência relativamente ao tema TH e a classificação obtida pelos alunos no questionário, concluímos que relativamente à preferência pela estatística não existe diferença significativa nas classificações obtidas, se bem que se possa considerar que existe uma tendência para os alunos que gostam do tema conseguirem melhores classificações. Portanto, podemos afirmar que as classificações são afetadas positivamente quando os alunos gostam do tema “Testes de Hipóteses”, ao passo que o gosto pelo tema “Estatística” não teve influência nas classificações.

Além destas análises também efetuamos uma outra para avaliar a prestação dos alunos no questionário, tendo-se constatado que a maioria dos alunos obteve notas no intervalo de 0 a 5 valores, sendo de realçar ainda que apenas um aluno obteve uma classificação superior a 15 valores e apenas uma pequena percentagem (8,5%) de alunos obtiveram classificação superior a 10 valores. O número de alunos que se considera ter adquirido as principais competências no tema de TH é excessivamente baixo (8,9%), o que demonstra as grandes dificuldades que os alunos têm nos conteúdos desse tema.

De acordo com as análises realizadas, podemos tirar a conclusão que os fatores que poderão estar na origem das dificuldades na compreensão dos testes de hipóteses, dos alunos que participaram neste estudo, devem-se ao facto de eles não estarem suficientemente preparados quando responderam ao questionário. O tema TH foi lecionado nas últimas semanas de aulas e o tempo de preparação para o questionário poderá não ter sido suficiente, o que poderá ser visto como explicação para o fraco desempenho dos alunos. Considerando também que os alunos tiveram de realizar trabalhos para outras UC na semana em que responderam ao questionário, tal deve ser mais um elemento a ter que ser considerado nos seus desempenhos. Finalmente, os alunos afirmaram no questionário que a preferência pelos TH lhes era indiferente.

### **6.2.2. Estudo 2**

Intervieram neste estudo 31 alunos do 1.º ano da Licenciatura de Engenharia Informática que frequentavam, pela primeira vez, a UC de MATCP no 2.º semestre do ano letivo 2014/15, sendo 25 do sexo masculino e seis do sexo feminino.

Apresentam-se, seguidamente, os resultados obtidos no âmbito da questão de investigação estabelecida para este estudo.

### 6.2.2.1 Questão de investigação 3

*A utilização de um método de ensino, baseado numa metodologia de trabalho de projeto e enfatizando os erros e dificuldades dos alunos e o uso de tecnologia, contribui para melhorar a aprendizagem dos alunos de conceitos relacionados com testes de hipóteses?*

Para termos uma perceção sobre se o método de ensino teve sucesso, realizamos vários tipos de análise que já foram apresentadas no capítulo V.

Em termos resultados relativamente ao pensamento estatístico (Wild & Pfannkuch, 1999), podemos concluir que no que concerne à componente *Reconhecimento da necessidade de dados*, em geral, os grupos não demonstraram ter dificuldades em tratar os dados que tinham disponíveis e a partir deles traçarem os seus objetivos, tais como a escolha das questões de investigação, a caracterização da amostra, que TH iriam aplicar em função das questões de investigação escolhidas.

Quanto à *Transnumeração*, apenas quatro dos sete grupos não apresentaram dificuldades, podendo-se concluir que, em geral, os grupos conseguiram transformar os dados disponíveis em tabelas estatísticas e em gráficos em função das variáveis selecionadas.

No caso da *Varição*, a maioria dos grupos, cinco, não apresentaram dificuldades; dos outros dois, um apresentou algumas dificuldades e o outro muitas dificuldades, podendo-se então concluir que, em geral, os grupos perceberam que a variabilidade existe e é transmitida nos dados.

Já na componente *Raciocínio com modelos estatísticos* um grupo apresentou algumas dificuldades, dois apresentaram muitas dificuldades e quatro não apresentaram dificuldades. As dificuldades encontradas deveram-se ao facto de esses grupos não conseguirem concretizar, de todo ou parcialmente, os TH para as questões referenciadas nos objetivos dos seus projetos. Mais concretamente, observou-se que os alunos revelaram dificuldades em formular os testes estatísticos, não os aplicando em algumas questões, em estabelecer as hipóteses estatísticas e em distinguir quando usar parâmetros (da população) e quando usar estatísticas (da amostra). Muitas destas dificuldades foram também observadas por Gonçalves, Fernandes e Nascimento (2014) em alunos do mesmo curso e ano.

Na componente da *Integração da estatística em contexto* (conhecimento estatístico e contextual) apenas um dos grupos é que não apresentou dificuldades. Todos os outros grupos apresentaram dificuldades, designadamente falharam em dois aspetos: aplicaram os TH, mas não tomaram a decisão de aceitar/rejeitar a hipótese nula em função dos resultados obtidos e/ou não interpretaram a decisão tomada em termos do contexto da situação em estudo.



Relativamente ao software R, podemos dizer que a maioria dos grupos exibiu alguma dificuldade na aplicação do software R.

Finalmente, no que diz respeito à apresentação oral dos projetos podemos tirar a ilação de que se não a tivéssemos realizado, a opinião com base nos relatórios, relativamente à interpretação das questões, à explicitação da forma como pensaram, ou seja, sobre a forma como raciocinaram estatisticamente seria mais negativa.

Tanto neste estudo como no de Pimenta (2006) constatou-se que os alunos conseguiram concretizar gráficos e tabelas estatísticas apropriadas de acordo com as variáveis selecionadas, mas no caso da inferência estatística foi mais problemática a componente *Integração da estatística em contexto*.

Tal como Ferreira et al. (2011), podemos concluir que, em relação ao raciocínio estatístico, os projetos desenvolvidos pelos vários grupos auxiliaram no favorecimento dessa competência na medida em que eles puderam experienciar um processo estatístico e tiveram de explicá-lo, além de interpretá-lo, uma vez que era baseado em dados reais.

Em relação aos resultados da análise da “Ficha de avaliação das fases do projeto”, que foi aplicada em cada uma das quatro fases dos projetos, verificou-se que, em geral, os grupos preencheram as fichas em função das várias fases do projeto, indicando, ou não, as dificuldades com que se tinham deparado, nomeadamente sobre o manuseamento do software R, o tratamento dos dados, a aplicação dos TH, as conclusões acerca dos resultados obtidos e como conciliar o projeto com outro que tinham que realizar para a UC de LAPR2 (Laboratório de Projeto 2). Em termos de sugestões de melhoria em cada uma das fases salientaram-se aspetos, tais como: gerir melhor o tempo disponível para a realização do projeto; maior empenho na aprendizagem do software R; terem mais aulas para a aprendizagem do software R; que os dados disponíveis já estivessem preparados para a aplicação de qualquer teste de hipóteses e realizar este tipo de projeto no início do semestre.

Nesta intervenção de ensino chegou-se à conclusão, tal como no estudo realizado por Fernandes et al. (2009), que os alunos manifestaram uma opinião positiva sobre a metodologia de ensino, mas o tempo estipulado para a concretização dos projetos revelou-se insuficiente.

Os resultados obtidos através da análise das perceções dos alunos sobre a metodologia trabalho de projeto indicam, através das fundamentações apresentadas pelos alunos que preencheram o questionário (27 alunos), que o tema selecionado para a realização dos projetos “Redes Sociais” foi uma boa escolha, que gostaram de trabalhar em grupo, no geral todos os

elementos do grupo empenharam-se na sua realização, o software R tornou a resolução dos projetos mais atrativa, embora se tenham deparado com alguns contratemplos quer a nível de instalação quer a nível do seu manuseamento, e proporcionou mais um momento para a consolidação dos conceitos de estatística estudados na UC de MATCP. O facto de trabalharem com dados reais proporcionou ainda a estes alunos obter uma perceção de como poderiam aplicar os conhecimentos estatísticos adquiridos.

O uso do software e a metodologia orientada para projetos neste estudo, tal como nos estudos de Martínez e Martínez (2010), Cazares (2010), Filgueira et al. (2007) e Lopes (2007), além de contribuir para a aprendizagem e consolidação de conhecimentos dos alunos, a motivação e mudanças de atitude perante o tema e perceber a sua importância como ferramenta de análise na resolução de problemas, promoveu também o desenvolvimento das suas capacidades crítica e de reflexão. Apesar de alguns alunos terem demonstrado alguma dificuldade em trabalhar e analisar dados estatísticos, contudo, o recurso ao software estatístico contribuiu para minimizá-la.

A análise efetuada para avaliar o impacto da realização do trabalho de projeto na aprendizagem dos alunos no tema TH, comparando o desempenho dos alunos que participaram nesta experiência de ensino (31 alunos) com alunos que não participaram (38 alunos), gerou resultados que permitiu concluir, através de um conjunto de indicadores (média, desvio padrão e intervalo de confiança para a média), que os alunos que realizaram o trabalho de projeto mostraram um desempenho ligeiramente melhor do que aqueles que não realizaram o projeto. Todavia, uma amostra significativamente maior poderia proporcionar resultados mais conclusivos.

Relativamente à análise que efetuamos aos sete trabalhos, no sentido de avaliar a metodologia implementada, recorrendo aos vários indicadores e componentes da idoneidade epistémica, cognitiva e mediacional, segundo o marco teórico de Godino e seus colaboradores (Godino, 2011), podemos concluir que esta metodologia apresentou como ponto forte a idoneidade epistémica, uma vez que se tratou de um projeto que envolvia a resolução de um problema com dados reais para o ensino e aprendizagem de conceitos estatísticos, nomeadamente de TH.

No que diz respeito à idoneidade cognitiva podemos confirmar que subsistiram algumas lacunas por parte dos alunos, especialmente no que concerne à análise e interpretação dos resultados.

No caso da idoneidade mediacional, os indicadores apontam no sentido de que se dê mais tempo para a aprendizagem do software R antes de apresentar um projeto que envolva a sua aplicação.

Em síntese, podemos concluir, através do diagrama que explicita os graus de idoneidade, que a idoneidade epistémica é considerada alta e as idoneidades cognitiva e mediacional são consideradas médias, visto que nem todos os indicadores foram considerados.

Tal como no estudo de Castro, Sánchez e Batanero (2017), podemos concluir que o uso de tarefas, neste estudo os trabalhos de projeto, permitiu delinear e definir situações-problema promovendo ações ostensivas dos alunos, o que lhes possibilita analisar o seu significado pessoal através das suas práticas. O uso do modelo ontossemiótico ajudou a esclarecer os objetos pretendidos e implementados, que estão implícitos na experiência de ensino e nos raciocínios que os alunos exibiram.

Destacamos neste estudo comparativamente com os estudos aqui evocados, o facto de os alunos terem concebido um questionário, tratarem os dados do questionário e a partir dele escolherem as suas questões de investigação como o objetivo de poderem aplicar os testes de hipóteses, que são a temática do estudo. Adicionalmente, destacam-se as análises efetuadas aos projetos em função do pensamento estatístico de Wild e Pfannkuch (1999) e a avaliação do processo de ensino implementado através dos vários indicadores de algumas dimensões da idoneidade didática do Enfoque Ontossemiótico (Godino, 2011).

### **6.3. Implicações do estudo**

Dado ter-se recorrido a uma abordagem metodológica mista no estudo, utilizando-se conjuntamente dois tipos de metodologia (quantitativa e qualitativa), o seu objetivo consistiu primeiro na recolha de dados quantitativos (estudo 1) e, em seguida, na recolha de dados qualitativos (estudo 2). Esta sequencialização permitiu explicar e organizar os resultados quantitativos, fazendo-se a recolha e análise dos dados desta fase para depois poderem ser usados os resultados, assim obtidos, na fase qualitativa seguinte. Como afirma (Creswell, 2012), o modelo também capta os melhores dados de ambas as abordagens, de modo a obterem-se resultados quantitativos de uma população na primeira fase, e depois refinarem-se ou elaborarem-se essas descobertas através de uma exploração qualitativa mais profunda na segunda fase.

Em relação às dificuldades dos alunos em testes de hipóteses, as questões elaboradas para o questionário (10 questões) e os problemas (dois) mostram a intenção de analisar os

conhecimentos dos alunos, considerando: o seu desempenho; a sua compreensão acerca da linguagem utilizada nos enunciados das questões; a aquisição de termos, conceitos, definições e proposições na resolução de problemas. Na primeira parte do questionário, cada questão consistia num item de escolha múltipla (itens fechados) e de um item aberto, em que se pedia uma justificação para a opção escolhida antes. As questões tiveram como objetivo o levantamento do tipo de dificuldades e dos processos de raciocínio dos alunos, quer nas resoluções corretas quer nas incorretas.

Já os problemas tiveram por finalidade identificar os conflitos semióticos na aprendizagem dos conceitos de inferência estatística, ou seja, identificar os conflitos matemáticos implícitos nas respostas dos alunos, assim como os objetos matemáticos utilizados. Através das resoluções apresentadas pelos alunos para os dois problemas propostos, percebe-se que conflitos semióticos são mais frequentes.

Podemos afirmar que uma das implicações deste estudo para a aprendizagem dos alunos sobre TH (questões de investigação 1 e 2) resulta da possível exploração das próprias tarefas incluídas no questionário do estudo (ou de outras semelhantes) nas aulas.

No que diz respeito à aprendizagem dos TH na experiência de ensino, o trabalho de projeto (Valente, 1999; Batanero & Díaz, 2011) proposto contemplava várias atividades, relativas às diferentes etapas de realização do projeto. A resolução do trabalho foi feita em grupo no sentido de reforçar a capacidade cooperativa dos alunos e a construção do conhecimento de uma forma cooperativa entre os seus pares (Bond, Cohen & Sampson, 1999).

A resolução deste tipo de trabalho de projeto permitiu aos alunos refletirem de uma forma mais concreta sobre os conceitos estatísticos, nomeadamente sobre os TH pois, de facto, a aplicação dos conceitos para a resolução de problemas reais motivou os alunos para a aquisição do conhecimento.

A realização deste projeto permitiu analisar o raciocínio estatístico (Wild & Pfannkuch, 1999), enquanto que a apresentação oral do projeto constituiu mais uma oportunidade para que os alunos refletissem sobre as suas dificuldades em relação às conclusões apresentadas para os TH realizados nos seus projetos.

O preenchimento da “Ficha de avaliação das fases do projeto” pelos alunos, no fim de cada etapa de realização do projeto, permitiu identificar as suas dificuldades e erros cometidos e conhecer as ações que realizaram para ultrapassar as suas dificuldades, constituindo

simultaneamente um momento de avaliação formativa que possibilita redirecionar o ensino e a aprendizagem dos alunos.

Ao longo do desenrolar do projeto, o comportamento dos alunos dos vários grupos perante as diversas fases foi sofrendo alterações. Nas primeiras aulas de realização do projeto, os alunos sentiram alguma dificuldade, principalmente na aprendizagem do software R que, em alguns grupos, foi superada à medida que realizavam as outras etapas do projeto.

A utilização de um software para a realização do trabalho de projeto (Moore, 1997; Rubin, 2007; Batanero & Díaz, 2011) contribuiu para a clarificação dos conceitos e criou nos alunos uma postura otimista e motivadora para o seu uso em projetos deste tipo, como se pode constatar através das justificações dadas no questionário realizado para indagar sobre se a metodologia de trabalho de projeto contribuiu para a aprendizagem dos alunos intervenientes nesta experiência no que concerne aos TH.

Esta experiência de ensino foi também importante no sentido em que os alunos trabalharam os seus projetos com dados reais, possibilitou o desenvolvimento de competências interpessoais, permitiu expor os alunos aos pontos de vista dos outros membros do grupo e promoveu a reflexão e a discussão como parte principal do processo de se tornarem práticos competentes e reflexivos (Petocz & Reid, 2007). Assim, a utilização da metodologia trabalho de projeto tem na formação de um Engenheiro um papel muito importante, uma vez que incentiva e contribui para o desenvolvimento das capacidades de pensamento, raciocínio e literacia estatística, o que leva a valorizar o seu contributo para a aprendizagem deste tema (Filgueira et al., 2007; Lopes, 2007; Gomes et al., 2014; Lopes, 2007).

A nível pessoal, este estudo possibilitou, enquanto professora e investigadora, que adquirisse uma maior consciência sobre o quanto é difícil para os alunos compreenderem os TH, principalmente quando têm que explicitar a forma como pensaram, isto é, a forma como raciocinaram em termos estatísticos. Como afirmam Silva e Carvalho (2013), é preciso que o professor vivencie este processo de investigação nas suas práticas, procurando refletir, compreender, construir e experimentar, ou seja, que tal postura investigativa também seja parte do cotidiano do professor.

#### **6.4. Limitações do estudo**

Sendo que um dos objetivos do estudo inclui a utilização de um método de ensino, baseado numa metodologia de trabalho de projeto e uso da tecnologia, tendo em consideração a

metodologia de investigação seguida, não se pode concluir que para outras turmas os resultados sejam semelhantes.

Uma das limitações para a concretização do trabalho de projeto deveu-se ao pouco tempo disponibilizado para esse efeito (quatro aulas de duas horas) e também ao facto de os alunos estarem, ao mesmo tempo, a realizar outro projeto para a UC de LAPR2.

O facto do regulamento pedagógico da instituição onde se realizou o estudo não permitir que a forma de avaliação dos alunos sujeitos à intervenção de ensino fosse diferente da dos alunos não sujeitos à intervenção poderá ter conduzido a algum desinteresse por parte de alguns alunos em realizar o trabalho de projeto proposto.

Outra limitação inerente a qualquer processo de avaliação dos significados pessoais dos alunos e que constituem uma fonte potencial de erros nos resultados do questionário, é a possibilidade de agentes como a motivação, cansaço ou outros fatores poderem ter afetado as respostas dos alunos, apesar de termos estado atentos e incentivado todos os alunos a colaborarem e a responderem e justificarem as suas respostas e opiniões da melhor forma que pudessem.

Estamos conscientes de que, apesar da importância destas contribuições, os resultados não podem ser generalizados no sentido de que todos os alunos dos cursos de Engenharia que frequentam o Instituto Superior de Engenharia do Porto cometem os mesmos erros no que diz respeito aos TH. Cremos que é conveniente que este tipo de estudo seja realizado com outros grupos de alunos que representem maioritariamente a população de alunos de outros cursos de Engenharia, tentando com eles aprofundar e explorar as dificuldades na aprendizagem dos testes de hipóteses. No entanto, para intervenções de ensino de maior dimensão, é indispensável um maior número de professores intervenientes, o que torna a sua gestão mais complicada e requer maiores recursos.

## **6.5. Recomendações para futuros estudos**

Sabendo que os resultados da aplicação de um método de ensino/aprendizagem depende, em grande medida, dos alunos envolvidos no processo, donde seleccionar coortes de alunos com conhecimentos homogêneos e interessados em desenvolver trabalho autónomo permitirá efetuar análises mais precisas e extrair um maior número de conclusões.

Na aprendizagem dos alunos, para além de ser necessário motivá-los para o tema, é imprescindível ajudá-los através de um ensino centrado nos dados, encorajando o uso de dados

reais e de tarefas de grupo como forma de melhorar as suas habilidades comunicativas por meios de discussões estatísticas, tal como propõem outros investigadores Bem-Zvi e Garfield (2005) e Batanero (2001, 2013).

Em relação aos recursos tecnológicos, é importante que se aposte na sua inclusão para a aprendizagem deste tema. Ainda, em termos de sugestões futuras, apesar do software R ter tido uma aceitação razoável por parte dos alunos e de ser de livre acesso, sugere-se que se utilizem, além deste, outros recursos tecnológicos. A utilização destes softwares no processo de aprendizagem estará condicionada pela capacidade de os alunos e professores os saberem utilizar, sendo necessário em primeiro lugar averiguar até que ponto a utilização de um recurso tecnológico poderá interferir na delineação de um trabalho de projeto ou de qualquer outra tarefa.

Simultaneamente, é importante que o professor enfatize os passos requeridos na aplicação de um teste de hipóteses, discuta com os alunos a natureza das probabilidades que calcula (condicionadas), assim como a interpretação correta das probabilidades associadas aos erros tipo I e tipo II. Em concreto, é necessário assegurar uma idoneidade epistémica razoável.

É importante também continuar a investigação sobre o raciocínio inferencial dos alunos, nomeadamente nos testes de hipóteses, de forma a determinar um melhor ensino de modo a assegurar uma adequada idoneidade cognitiva. Como o raciocínio inferencial não pode ser desenvolvido num curto espaço de tempo, seria importante começar a introduzi-lo de forma informal desde o ensino secundário (Harradine, Batanero & Rossman, 2011).





## BIBLIOGRAFIA

- Albert, J. (1995). Teaching inference about proportions using Bayes and discrete models. *Journal of Statistics Education*, 3(3).
- Almeida, L., Mancuso, A. & Nunes, L. (2015). A proposal for teaching statistics in a class of ninth year of elementary school with R-Commander software. In M. A. Sorto (Ed.), *Proceedings of the Satellite conference of the International Association Education (IASE)*. Voorburg, The Netherlands: International Association for Statistics Education.
- Almeida, M. R. (2002). *Imagens sobre o ensino e a aprendizagem da Estatística*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Ara, A. & Musetti, A. (2001). Avaliação de uma nova metodologia no ensino da Estatística para o curso de Engenharia. In *Anais do XXIX Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia (COBENGE 2001)* (pp. 245-250). Rio Grande do Sul: Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Faculdade de Engenharia.
- Bady, R. J. (1979). Students' understanding of the logic of hypothesis testing. *Journal of Research in Science Teaching*, 16 (1), 61-65.
- Bakan, D. (1996). The test of significance in psychological research. *Psychological Bulletin*, 66, 423-437.
- Bardin. L. (2009). *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Batanero C. (2013). Sentido estadístico: Componentes y desarrollo. In J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea & P. Arteaga (Eds.), *In Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*. (pp. 55-61). Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Batanero C., Vera, O. & Díaz, C., (2012). Dificultades de estudiantes de Psicología en la comprensión del contraste de hipótesis. *Números*, 80, 91-101.
- Batanero, C. & Díaz, C. (2011). *Estadística con proyectos*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Batanero, C. & Godino, J. D. (2005). Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. In R. Luengo (Ed.), *Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas* (pp. 203-226). Badajoz: Universidad de Extremadura.
- Batanero, C. (2000). Controversies around significance tests. *Journal of Mathematics Teaching and Learning*, 2(1&2), 75-98.

- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Batanero, C. (2003). La simulación como instrumento de modelización en probabilidad. *Educación y Pedagogía*, 35, 37-64.
- Batanero, C. (2011). Del análisis de datos a la inferencia: Reflexiones sobre la formación del razonamiento estadístico. *Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*, Recife, Brasil, 26-30 junho.
- Batanero, C., Burrill, G. & Reading, C. (2011). *Teaching Statistics in School Mathematics - Challenges for Teaching and Teacher Education. A Joint ICMI/IASE Study*. New York, NY: Springer.
- Batanero, C., Godino, J. D. & Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education*, 12(1).
- Behar, R. (2001). *Aportaciones para la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística*. Tese de doutoramento, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, Espanha.
- Ben-Zvi, D. & Garfield, J. (2005). Research on Statistical Literacy, Reasoning, Thinking: Issues, Challenges and Implications. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 397-409). Amsterdam: Kluwer Academic Publishers.
- Ben-Zvi, D. (2000). Towards understanding the role of technological tools in statistical learning. *Mathematics Thinking and Learning*, 2(1&2), 127-155.
- Berelson, B. (1952). *Content analysis in communication research*. Glence: Free Press.
- Biajone, J. (2010). Projeto Estatístico na Pedagogia: promovendo aprendizagens e (re)significado atitudes. In Lopes et. al. (Org.), *Estudos e Reflexões em Educação Estatística* (pp. 173-191). Campinas, SP: Mercado das Letras.
- Biehler R. (2003). Interrelated learning and working environments for supporting the use of computer tools in introductory courses. In L.Weldon & J. Engel (Eds.), *Proceedings of IASE Conference on Teaching Statistics*. Berlin: Max-Planck-Institute for Human Development.
- Birnbaum, I. (1982). Interpreting statistical significance. *Teaching Statistics*, 4, 24-27.
- Boer, F. & Caten C. (2014). Aplicação da metodologia Problem Basead Learning para o ensino de estatística na disciplina tópicos especiais de qualidade. In *Anais do Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia* (COBENGE 2014), Juiz de Fora - MG.

- Bogdan, R. & Biklen, S., (1994). *Investigação Qualitativa em Educação – uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Bond, D., Cohen, R. & Sampson, J. (1999). Peer learning and assessment. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 24(4), 413-426.
- Borba, M. & Penteado, M (2001). *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Bright, G. & Hoeffner, K. (1993). Measurement, probability, statistics, and graphing. In D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades school mathematics* (pp. 78-98). Reston, VA: NCTM.
- Bruni, A. ( 2009). *SPSS Aplicado à Pesquisa Acadêmica*. São Paulo: Atlas.
- Burriel, G. (2002). Simulation as a tool to develop statistical understanding. In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*. Cape Town, South Africa: International Association for Statistics Education. [On line: [www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications)].
- Campos, A. & Masson, T. (2004). A importância dos conceitos estatísticos na modelagem de análise de processos – 437. In *Anais do Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia* (COBENGE 2004), Brasília.
- Campos, C., Wodewotzi, M. & Jacobini, O. (2011). *Educação Estatística: teoria e prática em ambiente de modelagem matemática*. Belo Horizonte: Autêntica – (Coleção tendências em educação matemática).
- Cañadas, G., Batanero, C., Díaz, C., & Roa, R. (2012). Psychology student's understanding of the chi-squared test. *Satistique et Enseignement*, 3(1), 3-18.
- Cañadas, G., Guirado, R., Orte, J. C., Ortega, E. & Aguayo, R. (2017). Errores en el aprendizaje del contraste de hipótesis. In J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponível em, [enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html).
- Canavarro, A. (2013). Sobre estudos estatísticos: Do questionar à recolha de dados. *Educação e Matemática*, 122, 34-36.
- Cardona, L. (2011). Como contribuir a la alfabetización estadística? *Revista Virtual*, 33, 234-247.
- Carvalho, C. (2001). *Interação entre pares: Contributos para a promoção do desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico no 7.º ano de escolaridade* (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

- Carvalho, C. (2004). Um olhar da Psicologia pelas dificuldades dos alunos em conceitos estatísticos. In J. A. Fernandes, M. V. Sousa, & S. A. Ribeiro (Ed.), *Ensino e aprendizagem de probabilidades e estatística - Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 85-102). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Castro, E., Sánchez, E. & Batanero, C. (2017). Análisis de una tarea dirigida a introducir el muestreo y distribuciones muestrales en el bachillerato. In J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponível em: [enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html)
- Castro, Walter F. & Godino, J. D. (2011). *Métodos mixtos de investigación en las contribuciones a los simposios de la SEIEM (1997-2010)*. In M. Marín, G. Fernández, L. J., Blanco & M. M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 99-116). Ciudad Real: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).
- Cazares, S. (2010). Entornos virtuales de aprendizaje: Un enfoque alternativo para la enseñanza y aprendizaje de la inferencia estadística. *RMIE*, 15, (pp. 423-452).
- Chance, B., Ben-Zvi, D., Garfield, J. & Medina, E. (2007). The role of technology in improving student learning of statistics. *Technology Innovations in Statistics Educational Journal*, 1(1). [Online: <http://scholarship.org/uc/item/8sd2t4rr>].
- Chance, B., delMas, R. C. & Garfield, J. (2004). Reasoning about sampling distributions. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 295-323). Amsterdam: Kluwer Academic Publishers.
- Chick, H. & Pierce, R. (2008). *Teaching statistics at the primary school level: beliefs, affordances, and pedagogical content knowledge*. In C. Batanero, G. Burril, C. Reading, & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey: International Commission on Mathematical Instruction and International Association for Statistical Education.
- Chow, L. S. (1996). *Statistical significance: Rationale, validity and utility*. London: Sage.
- Cobb, P. & McClain, K. (2004). Principles of instructional design for supporting the development of students statistical reasoning. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 375-395). Amsterdam: Kluwer Academic Publishers.

- Creswell, J. W. & Plano Clark, V. L. (2011). *Designing and conducting mixed methods research*. Thousand Oaks: Sage.
- Creswell, J. W. (2009). *Research design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*. Thousand Oaks, California: Sage Publications Inc.
- Creswell, J. W. (2012). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research*. In J. W. Creswell (Eds.), University of Nebraska, Lincoln: Pearson.
- Cumming, G. & Fidler, F. (2004). Replication and researchers understanding of confidence intervals and standard error bars. *Understanding Statistics*, 3, 299-311.
- Cumming, G. & Fidler, F. (2005). Interval estimates for statistical communication: problems and possible solutions. In *IASE Satellite Conference on Communication of Statistics*. Sidney, Australia.
- Cury, H. (2007). *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2006). *O planejamento da pesquisa qualitativa – teorias e abordagens*, (2.ª ed.) Porto Alegre: Artmed.
- Díaz, C., Batanero, C. & Wilhelmi, M. R. (2008). Errores frecuentes en el análisis de datos en Educación y Psicología. *Publicaciones*, 35, 109-133.
- Echeveste, S., Bittencourt, H., Bayer, A. & Rocha, J. (2005). Educação estatística: perspectivas e desafios. *SCIENIALE*, 7(1), 103-109.
- Falk, R. (1986). Misconceptions of statistical significance. *Journal of Structural Learning*, 9(1), 83-96.
- Farias, A., Soares, J. & César, C. (2003). *Introdução à estatística*. Rio de Janeiro: LTC.
- Fernandes, D. (1991). Notas sobre paradigmas de investigação em educação. *Noesis*, 18, 64-66.
- Fernandes, J. A., Batanero, C., Contreras, J. M. & Díaz, C. (2009). A simulação em probabilidades e estatística: potencialidades e limitações. *Quadrante*, 18(1&2), 161-183.
- Fernandes, J. A., Carvalho, C. & Correia, P. F. (2011). Contributos para a caracterização do ensino da Estatística nas escolas. *Bolema*, 24(39), 585-606.
- Fernandes, J. A., Viseu, F., Fernandes, M. C., Silva, M. & Duarte, P. (2009). Uma intervenção de ensino em Estatística no ensino profissional através de investigações estatísticas. In Bento D. Silva, Leandro S. Almeida, Alfonso Barca & Manuel Peralbo (Orgs.), *Actas do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia* (pp. 3441-3455). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.

- Ferreira, D., Jacobini, O., Campos, C. & Wodewotzki, M. (2011). O ensino e a aprendizagem de conteúdos estatísticos por meio de projectos. In *Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*, Recife, Brasil, 26-30 junho.
- Fidler, F. (2005). *From statistical significance to effect estimation*. Tese de doutoramento, University of Melbourne, Victoria, Austrália.
- Figueira, J., Carvalho, C., Figueiredo, L. & Dantas, M. (2007). Metodologia de ensino orientada para projetos: Um estudo de caso da disciplina de estatística aplicada do curso de Gestão Ambiental do CEFET/RN. *Holos*, 23(1), 70-82.
- Fitzallen, N. & Watson, J. (2010). Developing statistical reasoning facilitated by TinkerPlots. In C. Reading (Ed.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics*. Voorburg, The Netherlands: International Association for Statistics Education.
- Foddy, W. (1996). *Como perguntar: Teoria e prática da construção de perguntas em entrevistas e questionários*. Oeiras: Celta Editora.
- Fonseca, H. & Ponte, J. (2000). A Estatística no Currículo do Ensino Básico e Secundário. In C. Loureiro, F. Oliveira e L. Brunheira (Eds.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp.179-194). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa e Departamento de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Font, V. & Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educación Matemática Pesquisa*, 8(1), 67-98.
- Franklin, C., Kader, G., Menborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. & Scheaffer, R. (2007). Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A Pre-K-12 Curriculum Framework. Alexandria, VA: *American Statistical Association*. Disponível em: [www.amstat.org/education/gaise/](http://www.amstat.org/education/gaise/). Acesso em: 25 janeiro. 2017.
- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, componentes, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Gall, M., Gall, J. & Borg, W. (2003). *Educational research: an introduction*. Boston: Allyn and Bacon.

- Garfield, J. & Ben-Zvi, D. (2008). Creating statistical reasoning. In J. Garfield & D. Ben-Zvi (Eds.), *Developing students statistical reasoning. Connecting research and teaching practice* (pp.91-114). Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Garfield, J. & Ben-Zvi, D. (2010). *Developing students' statistical reasoning. Connecting research and teaching practice*. Dordrecht, The Netherlands: Springer.
- Ghiglione, R. & Matalon, B. (1997). *O inquérito – Teoria e Prática* (3.ª ed.). Oeiras: Celta Editora.
- Ghiglione, R. & Matalon, B. (2001). *O inquérito. Teoria e prática*. Oeiras: Celta Editora.
- Godino J.D. (2013). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132.
- Godino, D. & Batanero, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority área of research in mathematics education. In A. Sierpiska & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education a research domain: A search for identity* (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Godino, J. D. & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2&3), 237-284.
- Godino, J. D. (2003). *Teoria de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico -semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidade de Granada. [Online: <http://www.ugr.es/local/jgodino/>].
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN*, 20, 13-31.
- Godino, J. D. (2011). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. In *Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*, Recife, Brasil, 26-30 junho.
- Godino, J. D. Batanero, C. & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2008). Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 10(2), 1-32.

- Godino, J. D., Batanero, C. & Font, V. (2009). Un Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la Instrucción Matemática. [Online: <http://www.ugr.es/local/jgodino/>] [Versão ampliada e revista do artigo de Godino, J. D. Batanero, C. & Font, V. (2007). ZDM, *The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135].
- Godino, J. D., Batanero, C. & Roa, R. (2005). Análisis onto-semiótico de problemas combinatorios y de su resolución por estudiantes universitarios. *Educational Studies in Mathematics*, 60(1), 3-36.
- Godino, J. D., Batanero, C. & Wilhelmi, Bencomo. D. (2005). Suitability criteria for a mathematical instruction process. A teaching experience with the function notion. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 4(2), 1-26.
- Godino, J. D., Batanero, C. & Wilhelmi, M. R. (2008). Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico. *Publicaciones*, 38, 25-49.
- Godino, J. D., Contreras, A. & Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 26(1), 39-88.
- Gomes, M. M. F., Pessoa, D. A., Fernandes, L. A.; Santos, J. C. & Vasconcelos, A. M. N. (2014). Estatística aplicada à engenharia e áreas afins incentivando meninas do ensino médio nas carreiras de ciências exatas, engenharias e computação. In *Anais do Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia* (COBENGE, 42). Juiz de Fora. ABENGE.
- Gonçalves, G., Fernandes, J. A., & Nascimento, M. M. (2014). Conflitos semióticos na resolução de uma tarefa de testes de hipóteses de alunos do ensino superior politécnico. *Indagatio Didactica*, 6(4), 37-56.
- Gonçalves, G., Mendonça, J. & Ferro, T. (2015). Aprendizagem de conteúdos de estatística por meio de um trabalho com recursos informáticos para alunos do ensino superior. In J. M. Contreras, C. Batanero, J. D. Godino, G. R. Cañadas, P. Arteaga, E. Molina, M.M. Gea y M.M. López (Eds.), *Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*, 2 (pp. 125-133). Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- González, M. T. & Pinto, J. (2008). Conceptions of four pre-service teachers on graphical representation. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*.



Monterrey Mexico: International Commission on Mathematical Instruction and International Association for Statistical Education.

- Graham, A. (1987). *Statistical investigations in the secondary school*. Cambridge: The Open University Centre for Mathematics Education.
- Groth, R. & Bargagliotti, A. (2012). GAISEing into the Statistics Common Core. *Mathematics Teaching in Middle School*, 18, 38-45.
- Groth, R. E. (2006). An exploration of students' statistical thinking. *Teaching Statistics*, 28(1), 17-21.
- Guimarães, R. & Cabral, J. (2007). *Estatística* (2ª ed.). Lisboa: McGraww Hill.
- Gusmão, T. C. R. S., Font, V. & Cajaraville, J. A. (2009). Análises cognitivo e metacognitivo de práticas matemáticas de resolução de problemas: o caso Nerea. *Educação Matemática Pesquisa* 11(1), 8-43.
- Haller, H & Krauss, S. (2002). Misinterpretations of significance: a problem students share with their teachers? *Methods of Psychological Research*, 7(1), 1-20.
- Harradine, A., Batanero, C. & Rossman, A. (2011). Students and teachers' knowledge of sampling and inference. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI/IASE study* (pp. 235- 246). New York: Springer.
- Henriques, A. & Antunes P. (2014). A exploração da covariação estatística por alunos do 10º. Ano com TinkerPlots. *Quadrante*, 23(2), 95-122.
- Henriques, A. & Oliveira, H. (2012). Investigações estatísticas: um caminho a seguir? *Educação e Matemática*, 120, 3-8.
- Henriques, A. (2011). Dificuldades na compreensão de intervalos de confiança: um estudo com alunos universitários. In *Atas do XXII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (XXII SIEM). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Hill, M. M. & Hill A. (2009). *Investigação por questionário*. Lisboa: Edições SÍLABO.
- Holmes, P. (1997). *Assessing project work by external examiners*. In I. Gal & J. B. Garfield (Eds.), *The Assessment Challenge in Statistics Education* (pp. 153-164). Voorburg: IOS Press.
- Holmes, P. (2000). What sort of statistics should be taught in schools: And why? In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Orgs.). *Ensino e aprendizagem da estatística* (pp. 49-56). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática,

Departamento de Estatística e Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Hu, O, Cymrot, R., Pascalicchio, A., Barros, E. & Zamboni, L. (2011). Caracterização da relação de estágio ou trabalho dos alunos de engenharia da Universidade Presbiteriana Mackenzie. In *Anais do XXIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (XXIX COBENGE)*. Blumenau.

Johnson, R. B. & Onwuegbuzie, A. J. (2004). Mixed methods research: a research paradigm whose time has come. *Educational Researcher*, 33 (7), 14-26.

Jolliffe, F. (2007). The changing brave new world of statistics assessment. In B. Phillips & L. Weldon (Eds.), *The Proceedings of the ISI/IASE Satellite on Assessing Student Learning in Statistics*. Voorburg: International Statistical Institute.

Konold, C. & Higgins, T. (2003). Reasoning about data. In G. Burrill (Ed.), *Research Companion to Principles and Standards of School Mathematics* (pp. 193-215). Reston, VA: NCTM.

Krishnan, S. & Idris, N. (2014). Students' Misconceptions about Hypothesis Test. *REDIMAT*, 3(3), 276-293.

Lamonato, M. & Passos, C. (2011). Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexos para o ensino da matemática. *Zetetiké*, 19(36), 51-74.

Lessard-Herbert, M., Goyette, G. & Boutin, G. (2005). *Investigação qualitativa. Fundamentos e práticas*. Lisboa: Instituto Piaget.

Lightner, J. E. (1991). A brief look at the history of probability and statistics. *The Mathematics Teacher*, 84(8), 623-630.

Link, W. (2002). An examination of student mistakes in setting up hypothesis testing problems. *Proceedings of the Louisiana-Mississippi Section of the Mathematical Association of America*. Louisiana. Spring.

Lopes, C. (2012). A Educação Estocástica na Infância. *Revista Eletrônica de Educação*, 6, 160-174.

Lopes, M. (2007). Conceitos básicos de testes de hipóteses através de aulas investigativas. *Encontro Nacional de Educação Matemática, IX*. Belo Horizonte, Brasil.

MacGillivray, H. & Pereira-Mendonza, L. (2011). Teaching statistical thinking through investigative projects. In C. Batanero, G. Burril & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in school mathematics – Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI/IASE study* (pp. 109-120). New York, NY: Springer.

- Mackay, R. & Oldford, L. W. (2013). *Statistics 231 Course Notes*. Waterloo: University of Waterloo.
- Makar, K. & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal*, 8(1), 82-105.
- Makar, K., & Fielding-Wells, J. (2011). Teaching teachers to teach statistical investigations. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading, & A. Rossman (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. A joint ICMI/IASE study*. New York, NY: Springer.
- Mallows, C. (1998). The zeroth problem. In *The American Statistician*, 52, 1-9.
- Martinez, N. & Martinez, O. (2010). Software didáctico para la formación de pensamiento estadístico. *Educación y Sociedad*, 8(3). [Online: <http://www.ucp.ca.rimed.cu/edusoc>].
- Martins, C., Pires, M. V., & Barros, P. (2009). Conhecimento estatístico: Um estudo com futuros professores. In C. Costa, E. Mamede & F. Guimarães (Orgs.), *Actas do XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática*. Vila Real: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Martins, G., & Ponte, J. (2010). *Organização e tratamento de dados*. Lisboa: DGIDC.
- Martins, J. *O trabalho com projetos de pesquisa: Do ensino fundamental ao ensino médio*. Campinas: Papirus.
- Martins, M.E. & Ponte, J.P. (2010). *Organização e tratamento de dados*. Lisboa: ME-DGIDC.
- Massarini M. & Kaminski P. (2003). Ensino de metodologia do projeto na habilitação Engenharia Mecânica na escola Politécnica da USP. In *Anais do XXIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (XXIX COBENGE)*.
- Mendonça, L. & Lopes C. (2011). Modelagem Matemática: um ambiente de aprendizagem para a implementação da Educação Estatística no Ensino Médio. *Bolema*, 24(40), 701-724.
- Miguel, J. (2010). Estatística Inferencial: Teste de Hipóteses e Significância Estatística: Mestrado Integrado em Psicologia / 1º Ano – 1º Semestre.
- Ministério da Educação (2001). *Programa de Matemática Aplicada às Ciências Sociais*. Lisboa: Autor.
- Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Autor.
- Monteiro, S., Sousa J., Santos, M., Vilhena, M. & Kling M. (2012). Metodologias e práticas de ensino aplicadas ao curso de Engenharia de Produção: análise da percepção de alunos de projetos de sistemas de produção da Universidade de Brasília. In *Anais do XL Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (XL COBENGE)*. Belém.

- Moore D. (1997). New pedagogy and new contented: The case of statistics. *International Statistical Review*, 65(2), 123-155.
- Moore D. (2000). *A Estatística Básica e sua prática*. Rio de Janeiro: Ed. LTC.
- Moore, D., & Cobb, G. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. *American Mathematical Monthly*, 104, 801-823.
- Moraes, R. (1999). Análise de conteúdo. *Revista Educação*, 22(37), 7-32.
- Morais, A. & Neves, I. (2007). Fazer investigação usando uma abordagem metodológica mista. *Revista Portuguesa de Educação*, 20(2), 75-104.
- Morais, P. (2010). *Construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano de escolaridade*. Tese de Mestrado, Universidade do Minho, Braga, Portugal.
- Murteira B., Ribeiro C., Siva J. & Pimenta C. (2007). *Introdução à Estatística* (2.ª ed.). Lisboa: McGraw Hill.
- Novaes, D. (2015). Educação para a qualidade de vida: contribuições da educação estatística. *Actas de Satellite conference of the International Association for Statistical Education (IASE)*. Brasil.
- Oliveira, Y., Cymrot, R. & Matilde I. (2011). Utilização de novas metodologias de ensino no curso de Engenharia Elétrica da UPM. In *Anais do XXIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (XXIX COBENGE)*. Blumenau.
- Olivo, E. (2008). *Significado de los intervalos de confianza para los estudiantes de ingeniería en México*. Tese de doutoramento, Universidad de Granada, Granada, Espanha.
- Pereira Mendoza, L. & Swift, J. (1989). *Por que ensinar estatística e probabilidades*. *Educação e Matemática*, 9, 17-18 e 36.
- Petocz, P. & Reid, A. (2007). Learning and assessment in statistics In B. Phillips & L. Weldon (Eds.), *The Proceedings of the ISI/IASE Satellite on Assessing Student Learning in Statistics*. Voorburg: International Statistical Institute.
- Pimenta, R. (2006). Assessing statistical reasoning through project work. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the 7th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 7)*. Voorburg, The Netherlands: International Association for Statistics Education.
- Pimenta, R. (2009). Os Projetos e o processo de ensino-aprendizagem da estatística. In J. A. Fernandes, M. H. Marinho, F. Viseu & P. F. Correia (Orgs.), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 72-90). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.

- Ponte, J. P. & Sousa, H. (2010). Uma oportunidade de mudança na Matemática do ensino básico. In GTI (Org.), *O professor e o programa de Matemática do ensino básico* (pp. 11-41). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Ponte, J. P. (2007). Investigations and explorations in the mathematics classroom. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 39, 419-430.
- Ponte, J. P., Brocado, J. & Oliveira, H. (2003). *Investigações Matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Rao, C. R. (1999). Statistics: A technology for the millennium internal. *J. Math. & Statist. Sci*, 8(1), 5-25.
- Rodríguez, I. (2006). Estudio teórico y experimental sobre dificultades en la comprensión del contraste de hipótesis en estudiantes universitários. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 19, 162-168.
- Roque, C. & Ponte, J. P. (2012). Planeamento estatístico e análise de dados no 3.º ciclo do ensino básico. In H. Pinto, H. Jacinto, A. Henriques, A. Silvestre & C. Nunes (Orgs.), *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 501–518). Lisboa: Associação de Professores de Matemática
- Rubin, A. (2007). Much has changed; little has changed: revisiting the role of technology in statistics education 1992-2007. *Technology Innovations in Statistics Education*, 1(1). Online: <http://repositories.cdlib.org/uclastat/cts/tise/>.
- Scheaffer, R., Watkins, A. & Landwehr, J. (1998). What every high-school graduate should know about statistics. In L. Erlbaum (Ed.), *Rejections on statistics: Learning, teaching and assessment in grades K-12* (pp. 3-31). Mahwah-NJ: S. P. Lajoie.
- Sebastiani R. & Viali, L. (2011). Teste de hipóteses: uma análise dos erros cometidos por alunos engenharia. *Bolema*, 24(40), 835-854.
- Sebastiani R. (2010). *Análise de erros em testes de hipóteses: um estudo com alunos de engenharia*. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Católica, Rio Grande do Sul, Brasil.
- Selmer, S., Bolyard, J., & Rye, J. (2011). Statistical reasoning over lunch. *Mathematics teaching in the middle school*, 17(5), 274-281.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as diferente sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.

- Shaffer, D. W. & Serlin, R. C. (2004). What good are statistics that don't generalize? *Educational Researcher*, 33(9), 14-25.
- Sheafter, R. (2000). Statistics for a new century. In M. J. Burke & F. R. Curcio (Orgs.), *Learning mathematics for a new century* (pp. 158-173). Reston, VA: NCTM.
- Silva, C. & Carvalho, A. (2013). Experiência em sala de aula com investigação matemática: tratamento de informação. *Atas do Encontro Nacional de Educação Matemática (XI ENEM)*. Curitiba - PA.
- Simon, T. (2000). Appréciation d'une technologie de l'information et de la communication par des étudiants universitaires et performances disciplinaires. In *Actes du Congrès International Francophone*. Nanterre: ADMES-AIPU.
- Skovsmose, O. (2000). Cenários para investigação. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, 14, 66-91.
- Snee, R. (1993). What's missing in statistical education? *The American Statistician*, 47(2), 149-154.
- Software estatístico R (The R project, <http://www.r-project.org/>).
- Sotos, C., Vanhoof S., Noortgate W. & Onghena P. (2007). Student's misconceptions of statistical of inference: a review of the empirical evidence from research on statistics education. *Educational Research Review*, 2, 98-113.
- Sotos, C., Vanhoof S., Noortgate W. & Onghena P. (2009). How confident are students in their misconceptions about hypothesis test? *Journal of Statistics Education*, 17(2).
- Souza, O. (2002). Investigações estatísticas no 6.º ano. In Grupo de Trabalho de Investigação (Org.), *Refletir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 75-97). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Tishkovskaya, S. & Lancaster, G. A. (2012). Statistical education in the 21st century: A review of challenges, teaching innovations and strategies for reform. *Journal of Statistics Education*, 20(2).
- Valente, A. (1999). Formação de professores: diferentes abordagens pedagógicas. O computador na sociedade do conhecimento. *UNICAMP-NIED*, 156, 131-142.
- Valente, A. (1999). Mudanças na sociedade, mudanças na educação: o fazer e o compreender. O computador na sociedade do conhecimento. *UNICAMP-NIED*, 156, 29-37.

- Vallecillos A., Batanero C. & Godino J. (1992). Student's understanding of the significance level on statistical tests. In W. Geesling & K. Graham (Eds.), *Proceedings of the XVII Conference on the Psychology of Mathematics Education, 4* (pp.271-378). Universidad de Valencia. Spain.
- Vallecillos, (1994) A. *Estudio teórico experimental de errores y concepciones sobre el contraste de hipótesis en estudiantes universitarios*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, Granada, Espanha.
- Vallecillos, A. & Moreno A. (2002). Framework for instruction and assement on elementary inferential statistics thinking. In *Second International Conference on the Teaching of Mathematics*. Crete, Greece.
- Vallecillos, A. (1995). Comprensión de la lógica del contraste de hipótesis en estudiantes universitários. *Researeches en Didactique des Mathématiques*, 15(3), 53-81.
- Vallecillos, A. (1996). *Inferencia estadística y enseñanza: un análisis didáctico del contraste de hipótesis estadísticas*. Recife. Comares.
- Vallecillos, A. (1999). Some empirical evidences on learning difficulties about testing hypotheses. *International Statistical Institute, 52nd Session*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, Granada, Spain.
- Vallecilos, A. & Batanero, C. (1997). Conceptos activados en el contraste de hipótesis estadísticas y su comprensión por estudiantes universitarios. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17(1), 29-48.
- Vallecilos, A. & Batanero, C. (1997). Conceptos activados en el contraste de hipótesis estadísticas y su comprensión por estudiantes universitarios. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17(1), 29-48.
- Vera O., Díaz C. & Batanero C. (2011). Dificultades en la formulación de hipótesis estadísticas por estudiantes de Psicología. *Unión*, 27, 41-61.
- Vera, O. (2017). Análisis de varianza elemental versus contraste de hipótesis: comprensión de las hipótesis estadísticas mediante la identificación y análisis de conflictos semióticos comparados. In J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martin (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible em: [enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.htm](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.htm)

- Watson, J. & Donne, J. (2009). TinkerPlots as a research tool to explore student understanding. *Technology Innovations in Statistics Education*, 3(1). Online: <http://escholarship.org/uc/item/8dp5t34t>.
- Wild, C. J. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.
- Wittgenstein, L. (1953). *Investigaciones filosóficas*. Barcelona: Crítica, 1988.
- Yáñez, G. & Behar, R. (2009) Interpretaciones erradas del nivel de confianza en los intervalos de confianza y algunas explicaciones plausibles. In M. J. González, M. T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XIII Simposio de la SEIEM*. Santander.



## **ANEXO 1 – Questionário-piloto de testes de hipóteses**



Caro/a Estudante

No âmbito da realização de uma investigação sobre Testes de Hipóteses, que constitui a minha tese de doutoramento em Ciências da Educação, especialidade em Educação Matemática, venho pedir a sua colaboração para responder às questões que a seguir são apresentadas. Especificamente este questionário tem por finalidade principal identificar erros e dificuldades dos alunos na compreensão de testes de hipóteses paramétricos.

É muito importante que leia cuidadosamente todas as questões e que responda a todas as perguntas do teste com sinceridade e empenho. As respostas às questões serão mantidas confidenciais e eu, enquanto a única pessoa com acesso aos dados, comprometo-me a não divulgar as respostas a não ser para fins do estudo e sempre sob a forma de anonimato.

Muito obrigada pela sua colaboração.

Gabriela Gonçalves

---

### I – DADOS PESSOAIS

Nome: \_\_\_\_\_

Número: \_\_\_\_\_ Sexo:  Masculino  Feminino

Esta é a 1<sup>o</sup>  2<sup>a</sup>  3<sup>a</sup>  ou a \_\_\_\_\_ vez que frequenta a unidade curricular MATCP.

Que classificação obteve na unidade curricular MATCP? \_\_\_\_\_

Qual a sua preferência pelo tema de Estatística?

Não gosto nada	Não gosto	É-me indiferente	Gosto	Gosto muito
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Qual a sua preferência pelo tema Testes de Hipóteses?

Não gosto nada	Não gosto	É-me indiferente	Gosto	Gosto muito
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

---

## II – QUESTÕES

### Parte I

Esta parte do questionário é constituída apenas por questões de escolha múltipla. Das quatro alternativas de respostas que são apresentadas escolha **apenas uma** e assinale-a com um **X**. Justifique de forma clara e resumida a sua escolha.

1. Qual das seguintes hipóteses não é uma hipótese nula?

$\mu_x = 10$ .

$\sigma = 3$ .

$\bar{x} = 35$ .

$\mu_1 = \mu_2$ .

Justifique a sua resposta.

2. O candidato A a Presidente de Junta de Freguesia afirma que vai ser eleito com 60% dos votos. O outro candidato B, concorrente de A, deseja contestar esta afirmação, e decidiu, para isso, efetuar uma sondagem a 150 eleitores onde obteve 105 votos favoráveis à sua candidatura. Qual das seguintes hipóteses elegeria como hipótese nula?

$p_A = 0.7$ .

$p_A = 0.6$ .

$p_A < 0.6$ .

$p_A > p_B$ .

Justifique a sua resposta.

3. São formuladas as seguintes hipóteses:  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$  e  $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ .

Que teste deve ser usado para as testar?

Teste Bilateral.

Teste Unilateral à esquerda.

Teste Unilateral à direita.

Nem Teste Bilateral nem Teste Unilateral (à esquerda ou à direita).

Justifique a sua resposta.

4. Num teste de hipóteses, quando rejeitamos a  $H_0$  sendo  $H_0$  falsa:

Comete-se um Erro Tipo I.

Comete-se um Erro Tipo II.

Comete-se um Erro Tipo I e um erro Tipo II.

Tomou-se a decisão correta.

Justifique a sua resposta.

5. A estação de rádio FMP quer estimar o tempo médio que uma família dedica diariamente a ouvir esta estação. Colheu-se uma amostra aleatória de 81 famílias, tendo sido calculadas uma média diária de audição de 2,4 horas e um desvio-padrão de 0,7 horas. Suponha que o diretor comercial da FMP tinha decidido o fecho da estação se a média de audiências diária fosse inferior a 2,5 horas. Para um nível de significância de 0,05, diga se o diretor comercial deve fechar a estação de rádio. Que teste usaria para responder a esta questão?

- Teste Bilateral para a média da população.  
 Teste Unilateral à esquerda para a diferença das médias das populações.  
 Teste Unilateral à direita para a média da população.  
 Teste Unilateral à esquerda para a média da população.

Justifique a sua resposta.

6. Afirmar que o nível de significância  $\alpha$  é 5%, significa que:

- Se a hipótese nula é verdadeira, a probabilidade de a rejeitar é igual a 0,05.  
 Se a hipótese nula é falsa, a probabilidade de a aceitar é 0,05.  
 Há uma probabilidade de 0,05 do resultado ser correto.  
 Se rejeitar a hipótese nula for rejeitada, a probabilidade de erro é de 5%.

Justifique a sua resposta.

7. Consideremos os testes 1 e 2 e as respetivas hipóteses apresentadas no quadro seguinte:

Teste 1	Teste 2
$H_0 : \mu = 75$	$H_0 : p = 0,75$
$H_1 : \mu > 75$	$H_1 : p < 0,75$

Sendo  $z_0 = 1.89$ ,  $z_c = 1.645$ ,  $\bar{x} = 76.6$ ,  $\sigma = 6$ ,  $n = 50$  e para uma população normalmente distribuída, ao nível de significância de 5% podemos:

- Não rejeitar  $H_0 : \mu = 75$  (o Teste 1 não é significativo).  
 Não rejeitar  $H_1 : \mu > 75$  (o Teste 1 é significativo).  
 Não rejeitar  $H_0 : p = 75$  (o Teste 2 não é significativo).  
 Não rejeitar  $H_0 : p > 75$  (o Teste 2 é significativo).

Justifique a sua resposta.

8. Suponha que leu a seguinte afirmação numa publicação científica: “Verificou-se uma diferença significativa (*valor de prova*  $p < 0,05$ ) entre as despesas médias dos alunos do ISEP e os da FEUP durante a semana académica”. Este resultado significa que:

- Os alunos do ISEP, em média, gastam mais do que os alunos da FEUP.  
 Com uma confiança de 95%, é possível afirmar que existe uma diferença entre os gastos médios.  
 Os alunos do ISEP tendem, em média, a gastar mais do que os da FEUP.  
 Caso as despesas médias dos alunos do ISEP sejam as mesmas que as dos alunos da FEUP, então existe uma probabilidade menor ou igual a 5% de se obter uma diferença apenas devida ao acaso.

Justifique a sua resposta.

9. Se a hipótese  $H_0$  não for rejeitada a um nível de significância de 5%, o que podemos decidir acerca da probabilidade de um Erro Tipo II?

- É igual a 95%.
- É menor que 5%.
- É igual a 0.05.
- Não pode ser determinada por falta de informação.

Justifique a sua resposta.

10. Os testes de hipóteses são usados principalmente para:

- Verificar se os dados amostrais são compatíveis com uma dada hipótese ( $H_1$ ), admitindo como verdadeira a hipótese contraditória ( $H_0$ ).
- Verificar se os dados amostrais são compatíveis com uma dada hipótese ( $H_0$ ), admitindo como verdadeira a hipótese contraditória ( $H_1$ ).
- Calcular a probabilidade de cometer um Erro Tipo I.
- Calcular a probabilidade de cometer um Erro Tipo II.

Justifique a sua resposta.

11. Considere as duas afirmações seguintes:

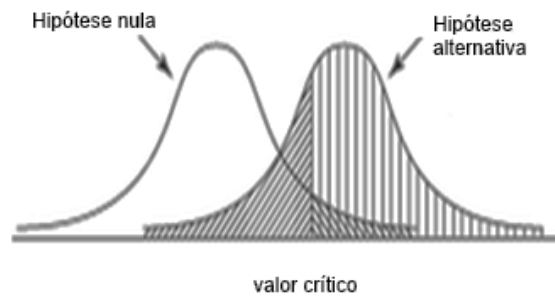
I – O nível de significância de um teste de hipóteses é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando, na realidade, ela é falsa;




II – Comete-se um erro tipo II quando se aceita a hipótese nula quando, na realidade, ela é falsa.

- Apenas a afirmação I é verdadeira.
- Apenas a afirmação II é verdadeira.
- Ambas as afirmações I e II são verdadeiras.
- Ambas as afirmações I e II são falsas.

Justifique a sua resposta.

12. Observe atentamente a figura seguinte.

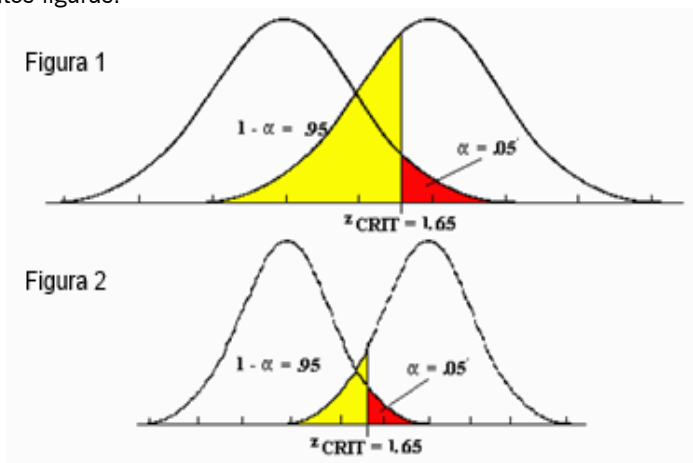


Os padrões ,  e  representam por esta ordem, respetivamente

- Erro tipo II, Erro tipo I e Potência do teste.
- Erro tipo I, Potência do teste e Erro tipo II.
- Potência do teste, Erro tipo II e Erro tipo I.
- Erro tipo I, Erro tipo II e Potência do teste.

Justifique a sua resposta.

13. Dadas as seguintes figuras:



Observa-se uma diminuição dos erros entre a figura de cima quando comparada com a de baixo. Isso deve-se a:

- Maior nível de confiança
- Diminuição da potência do teste
- Menor desvio padrão
- Menor média amostral

Justifique a sua resposta.

## Parte II

Na parte II do questionário, formada por 3 problemas, deverá indicar todos os raciocínios e cálculos que realizou para obter as suas respostas nas várias perguntas.

### Problema 1.

A quantidade média de um determinado medicamento colocado num recipiente no processo de enchimento é de 20g, supõe-se que a quantidade em cada recipiente é aproximada por uma distribuição normal com desvio padrão de 0,5. Para controlo de qualidade são escolhidos aleatoriamente 25 recipientes e pesados os seus conteúdos, Considera-se que o processo está fora de controlo quando a média amostral  $\bar{x}$  é menor ou igual a 19,8g ou maior ou igual a 20,2g.

- a) Enuncie as hipóteses nula e alternativa para testar o processo de controlo.
  
- b) Calcule a probabilidade do Erro Tipo I.
  
- c) Caso se rejeite a hipótese nula:
  1. Existe a possibilidade de termos cometido um erro?
  
  2. Que tipo de erro?
  
  3. Qual é a probabilidade de estarmos enganados?

### Problema 2.

Um industrial considera satisfatório se menos de 8% das peças produzidas pela sua fábrica forem defeituosas. Se uma amostra de 200 peças apresentou 18 defeituosas, será que o industrial pode ficar satisfeito com este resultado, ao nível de significância de 1%? Justifique a sua resposta.

### Problema 3.

Com o intuito de decidir sobre a aquisição de tempo de antena num programa de TV de grande audiência, a empresa MOUSE decidiu recolher uma amostra de 100 pessoas.

a) No inquérito efetuado, 75 pessoas declararam ver o programa assiduamente, 10 de vez em quando e os restantes declaram nunca ver.



Suponha que a empresa MOUSE só adquirirá o referido tempo de antena se for credível a hipótese de que a percentagem de pessoas que vê assiduamente o programa é de, pelo menos, 80%.

**1.** Qual a decisão a tomar pela empresa ( $\alpha = 0,05$ )?

**2. a)** Com a decisão tomada pela empresa, qual o tipo de erro que pode se estar a cometer?

Se na realidade 75% das pessoas veem assiduamente o programa de TV, qual a probabilidade de cometer esse erro?

**b)** Para que valores do nível de significância a amostra considerada leva à tomada da decisão contrária da que foi tomada na pergunta 1 da alínea a)?

**Observações e Comentários:**

--



## **ANEXO 2 – Questionário de testes de hipóteses**



Caro/a Estudante

No âmbito da realização de uma investigação sobre testes de hipóteses, que constitui a minha tese de doutoramento em Ciências da Educação, especialidade em Educação Matemática, venho pedir a sua colaboração para responder às questões que a seguir são apresentadas. Especificamente este questionário tem por finalidade principal identificar erros e dificuldades dos alunos na compreensão de testes de hipóteses paramétricos.

É muito importante que leia cuidadosamente todas as questões e que responda a todas as perguntas do questionário com sinceridade e empenho. As respostas às questões serão mantidas confidenciais e eu, enquanto única pessoa com acesso aos dados, comprometo-me a não divulgar as respostas a não ser para fins do estudo e sempre sob a forma de anonimato.

Muito obrigada pela sua colaboração.

Gabriela Gonçalves

---

## I – DADOS PESSOAIS

Nome:

---

Número: \_\_\_\_\_ Sexo:  Masculino  Feminino

Esta é a 1<sup>a</sup>  2<sup>a</sup>  3<sup>a</sup>  ou a \_\_\_\_\_ vez que frequenta a unidade curricular MATCP.

Que classificação obteve na unidade curricular MATCP? \_\_\_\_\_

Qual a sua preferência pelo tema de Estatística?

Não gosto nada	Não gosto	É-me indiferente	Gosto	Gosto muito
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Qual a sua preferência pelo tema Testes de Hipóteses?

Não gosto nada	Não gosto	É-me indiferente	Gosto	Gosto muito
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

---

## II – QUESTÕES

### Parte I

Esta parte do questionário é constituída apenas por questões de escolha múltipla. Das quatro alternativas de resposta que são apresentadas escolha **apenas uma**, aquela que pensa ser a correta, e assinale-a com um **x**. Não se esqueça de justificar de forma clara a sua escolha.

1. Qual das seguintes hipóteses não é uma hipótese nula?

$\mu_x = 10$ .

$\sigma = 3$ .

$\bar{x} = 35$ .

$\mu_1 = \mu_2$ .

Justifique a sua resposta.

2. O candidato *A* a Presidente de Junta de Freguesia afirma que vai ser eleito com 60% dos votos. O outro candidato *B*, concorrente de *A*, deseja contestar esta afirmação, e decidiu, para isso, efetuar uma sondagem a 150 eleitores onde obteve 105 votos favoráveis à sua candidatura. Qual das seguintes hipóteses elegeria como hipótese nula?

$p_A = 0,7$  ( $105/150 = 0,7$ ).

$p_A = 0,6$ .

$p_A < 0,6$ .

$p_A > p_B$ .

Justifique a sua resposta.

3. Num teste de hipóteses, quando rejeitamos  $H_0$ , sendo  $H_0$  falsa,

Comete-se um Erro tipo I.

Comete-se um Erro tipo II.

Comete-se um Erro tipo I e um erro tipo II.

Tomou-se a decisão correta.

Justifique a sua resposta.

4. A estação de rádio FMP quer estimar o tempo médio que uma família dedica diariamente a ouvir esta estação. Para tal, selecionou-se uma amostra aleatória de 81 famílias, tendo sido calculadas uma média diária de audição de 2,4 horas com um desvio-padrão de 0,7 horas. Suponha que o diretor comercial da FMP tinha decidido o fecho da estação se a média diária de audiências fosse inferior a 2,5 horas. Que teste usaria para responder a esta questão?

- Teste Bilateral para a média da população.
- Teste Unilateral à esquerda para a diferença das médias das populações.
- Teste Unilateral à direita para a média da população.
- Teste Unilateral à esquerda para a média da população.

Justifique a sua resposta.

**5.** Afirmar que o nível de significância  $\alpha$  é 5%, significa que:

- Se a hipótese nula é verdadeira, a probabilidade de a rejeitar é igual a 0,05.
- Se a hipótese nula é falsa, a probabilidade de a aceitar é 0,05.
- Há uma probabilidade de 0,05 do resultado ser correto.
- Se a hipótese nula for rejeitada, a probabilidade de erro é de 5%.

Justifique a sua resposta.

**6.** Consideremos os Testes 1 e 2 e as respetivas hipóteses apresentadas no quadro seguinte:

Teste 1	Teste 2
$H_0 : \mu = 75$	$H_0 : \mu = 75$
$H_1 : \mu > 75$	$H_1 : \mu < 75$

Numa grande amostra, selecionada aleatoriamente para uma variável que na população é normalmente distribuída e da qual se conhece a variância, sabe-se que  $z_0 = 1.89$  e  $z_c = 1.645$  ao nível de significância de 5%. Nestas condições podemos:

- Não rejeitar  $H_0 : \mu = 75$  no Teste 1, ou seja, o Teste 1 não é significativo.
- Não rejeitar  $H_1 : \mu > 75$  no Teste 1, ou seja, o Teste 1 é significativo.
- Não rejeitar  $H_0 : \mu = 75$  no Teste 2, ou seja, o Teste 2 não é significativo.
- Não rejeitar  $H_1 : \mu < 75$  no Teste 2, ou seja, o Teste 2 é significativo.

Justifique a sua resposta.

**7.** Suponha que leu a seguinte afirmação numa publicação científica: “Verificou-se uma diferença significativa (*valor de prova*  $p < 0,05$ ) entre as despesas médias dos alunos do ISEP e os da FEUP durante a semana académica”. Este resultado significa que:

- Os alunos do ISEP tendem, em média, gastar mais do que os alunos da FEUP.
- Os alunos do ISEP tendem, em média, a gastar menos do que os alunos da FEUP.
- Com uma confiança de 95%, é possível afirmar que existe uma diferença entre os gastos médios.

Caso a despesa média dos alunos do ISEP seja igual à dos alunos da FEUP, então existe uma probabilidade menor ou igual a 5% de se obter uma diferença apenas devida ao acaso.

Justifique a sua resposta.

8. Se a hipótese  $H_0$  não for rejeitada a um nível de significância de 5%, o que podemos dizer acerca da probabilidade do Erro tipo II?

- É igual a 95%.
- É menor que 5%.
- É igual a 0,05.
- Não pode ser determinada por falta de informação.

Justifique a sua resposta.

9. Considere as duas afirmações seguintes:

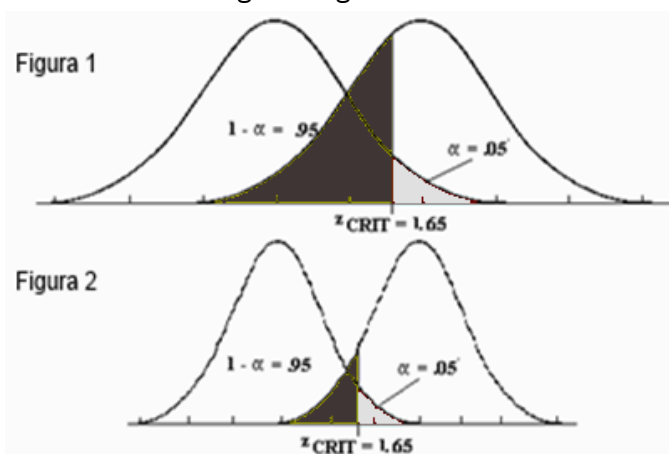
**I** – O nível de significância de um teste de hipóteses é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando, na realidade, ela é falsa;

**II** – Comete-se um erro tipo II quando se aceita a hipótese nula quando, na realidade, ela é falsa.

- Apenas a afirmação **I** é verdadeira.
- Apenas a afirmação **II** é verdadeira.
- Ambas as afirmações **I** e **II** são verdadeiras.
- Ambas as afirmações **I** e **II** são falsas.

Justifique a sua resposta.

10. Observe atentamente as duas figuras seguintes:



Da figura 1 para a figura 2 verifica-se uma diminuição dos erros de tipo I e tipo II. Isso deve-se a:

- Um maior nível de confiança.
- Uma diminuição da potência do teste.
- Um menor desvio-padrão.
- Uma menor média amostral.



Justifique a sua resposta.

## Parte II

Na parte II do questionário, formada por 2 problemas, deverá indicar todos os raciocínios e cálculos que realizou para obter as suas respostas nas várias perguntas.

### Problema 1

A quantidade média de um determinado medicamento colocado num recipiente no processo de enchimento é de 20 g e supõe-se que a quantidade em cada recipiente é aproximada por uma distribuição normal com desvio padrão de 0,5. Para controlo de qualidade são escolhidos aleatoriamente 25 recipientes e pesados os seus conteúdos. Considera-se que o processo está fora de controlo quando a média amostral  $\bar{x}$  é menor ou igual a 19,8 g ou maior ou igual a 20,2 g.

**a)** Enuncie as hipóteses nula e alternativa para testar o processo de controlo.

**b)** Calcule a probabilidade do Erro tipo I.

**c)** Caso se rejeite a hipótese nula:

**1.** Existe a possibilidade de termos cometido um erro?

**2.** Que tipo de erro?

**3.** Qual é a probabilidade de estarmos enganados?

### Problema 2

Com o intuito de decidir sobre a aquisição de tempo de antena num programa de TV de grande audiência, a empresa MOUSE decidiu recolher uma amostra de 100 pessoas.

No inquérito efetuado, 75 pessoas declararam ver o programa assiduamente, 10 de vez em quando e os restantes declararam nunca ver.

Suponha que a empresa MOUSE só adquirirá o referido tempo de antena se for credível a hipótese de que a percentagem de pessoas que vê assiduamente o programa é de, pelo menos, 80%.

a). Considerando o nível de significância  $\alpha = 0,05$ , a empresa deve adquirir ou não o referido tempo de antena?

**b)** Para que valores do nível de significância a amostra considerada leva à decisão contrária da que foi tomada na alínea **a)**?

**ANEXO 3 – Grelha de classificação do questionário de testes de hipóteses**



## Grelha de avaliação do Questionário de testes de hipóteses

### Problema 1

[https://docs.google.com/forms/d/1eb7Hz3LQIKYdcGriEj7cJ0p2McYRcsB7bjEFpymeGIM/viewform?usp=send\\_form](https://docs.google.com/forms/d/1eb7Hz3LQIKYdcGriEj7cJ0p2McYRcsB7bjEFpymeGIM/viewform?usp=send_form)

#### 1.a) 1,5 valores

Formulação das hipóteses e seleção do tipo de teste:

$$H_0 : \mu = 20g$$

$$H_1 : \mu \neq 20g$$

#### b)

Cálculo do erro tipo I:

$$\begin{aligned} P(\text{erro tipo I}) &= P(\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ verdadeira}) = \\ &= P(\bar{x} \leq 19,8 \mid H_0 \text{ verdadeira}) + P(\bar{x} \geq 20,2 \mid H_0 \text{ verdadeira}) = \\ &= P\left(Z \leq \frac{19,8 - 20}{0,5/\sqrt{25}}\right) + P\left(Z \geq \frac{20,2 - 20}{0,5/\sqrt{25}}\right) = \\ &= P(Z \leq -2) + 1 - P(Z \leq 2) = \phi(-2) + 1 - \phi(2) = \\ &= 0,97772 + 1 - 0,02228 = 0,0456 \end{aligned}$$

Outra alternativa

$$\begin{aligned} P(\text{erro tipo I}) &= P(\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ verdadeira}) = \\ &= 1 - P(19,8 \leq \bar{x} \leq 20,2) = 1 - P(\bar{x} \leq 20,2) - P(\bar{x} \leq 19,8) = \\ &= 1 - P\left(Z \leq \frac{20,2 - 20}{0,5/\sqrt{25}}\right) - P\left(Z \leq \frac{19,8 - 20}{0,5/\sqrt{25}}\right) = \\ &= 1 - P(Z \leq 2) - P(Z \leq -2) = \\ &= 1 - \phi(2) - \phi(-2) = 1 - 0,02228 - 0,97772 = 0,0456 \end{aligned}$$

#### Indicar a fórmula:

$$\begin{aligned} P(\text{erro tipo I}) &= P(\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ verdadeira}) = \\ &= P(\bar{x} \leq 19,8 \mid H_0 \text{ verdadeira}) + P(\bar{x} \geq 20,2 \mid H_0 \text{ verdadeira}) \end{aligned} \quad \text{- 0,5 valores}$$

#### Passar a Z + cálculos:

$$\begin{aligned} P\left(Z \leq \frac{19,8 - 20}{0,5/\sqrt{25}}\right) + P\left(Z \geq \frac{20,2 - 20}{0,5/\sqrt{25}}\right) &= \\ P(Z \leq -2) + 1 - P(Z \leq 2) &= \phi(-2) + 1 - \phi(2) = \text{- 1,5 valores} \\ 0,97772 + 1 - 0,02228 &= 0,0456 \end{aligned}$$

#### c) 1.

Sim. - 0,5 valores

2.

erro tipo I. - 0,5 valores

3.

0,0456 - 0,5 valores

Total do problema 1. – 5 valores

## Problema 2

### 2.a) 3,5 valores

#### Interpretação do enunciado

- Dados amostrais:

$$n = 100$$

$$\hat{p} = \frac{75}{100} = 0,75$$

$$\alpha = 0,05$$

- Objetivo:

Pretende-se testar a proporção de pessoas que vêm assiduamente o programa.

- Variável aleatória:

X-“número de pessoas que vê assiduamente o programa, em 1”

#### - Identificação do teste de hipóteses:

Teste unilateral à direita

#### - Identificação das hipóteses a testar:

$$H_0 = 0,80$$

$$H_1 < 0,80 \quad - 2,0 \text{ valores}$$

#### Determinação da região crítica em função do teste estatístico escolhido:

$$\alpha = 0,05 \Rightarrow z_c = -1,645$$

$$RC_z = ]-\infty, -1,645] \quad - 0,5 \text{ valores}$$

- Determinação do valor da estatística de teste:

$$Z_0 = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} = \frac{0,75 - 0,80}{\sqrt{\frac{0,80(1 - 0,80)}{100}}} = -1,25 \quad - 0,5 \text{ valores}$$

#### - Decisão:

Como  $Z_0 \notin RC_z$ , não se rejeita  $H_0$  ao nível de significância de 5%, ou seja, não há razões para rejeitar a proporção de pessoas que vêm assiduamente o programa seja pelo menos 0,80 (deve comprar). – 0,5 valores

### 2.b) 1,5 valores

Como a estatística de teste calculada em **a)** foi

$Z_0 = -1,25$ , valor que fazia parte da região da aceitação ( $RC_z$ ) definida para  $\alpha = 5\%$ .

Para tomar uma decisão contrária é necessário que este valor caía na RC. Então,  $\alpha$  terá de ser de tal forma que a RC inclua o valor -1,25.

$$P(Z < -1,25) = \phi(-1,25) = 0,1056 - 1,0 \text{ valor}$$

Assim, qualquer  $\alpha \geq 0,1056$  conduz a uma  $RC_z$  que inclui o ponto desejado. – 0,5 valores

Total do problema 2. – 5 valores





## **ANEXO 4 – Questionário das Redes Sociais**



## Redes sociais

Este questionário está a ser realizado no âmbito da unidade curricular de Matemática Computacional (MATCP), do 1º ano do curso de Engenharia Informática do Instituto Superior de Engenharia do Porto.

Através da recolha destes dados pretendemos analisar e contextualizar alguns dos aspetos dos utilizadores das redes sociais, bem como das suas opiniões.

As suas respostas são anónimas e confidenciais e apenas serão usadas no âmbito deste projecto de MATCP.

Para nós, a tua resposta é muito importante!

\* Required

### 1. Género \*

Mark only one oval.

Feminino

Masculino

### 2. Idade \*

(anos completos)

---

### 3. Estado civil \*

Mark only one oval.

Solteiro

Casado

Divorciado

Viúvo

União de facto

### 4. Escolaridade \*

Mark only one oval.

1.º ciclo (antiga escola primária)

2.º ciclo (antigo ciclo preparatório)

3.º ciclo (antigo 5º ano)

Secundário

Licenciatura

Mestrado

Doutoramento

5. **Possuis um computador para aceder às redes sociais? \****Mark only one oval.*

- Sim  
 Não

6. **Possuis um tablet para aceder às redes sociais? \****Mark only one oval.*

- Sim  
 Não

7. **Possuis um telemóvel para aceder às redes sociais? \****Mark only one oval.*

- Sim  
 Não, mas uso o dos meus pais  
 Não, mas uso os dos meus amigos  
 Não uso o telemóvel

8. **Acedes à internet para te ligares às redes sociais.... \****Mark only one oval per row.*

	Sim	Não
Em casa?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Em casa de amigos e/ou de parentes?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Na universidade?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Nos centros comerciais?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Usando os dados móveis?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Nos cafés gratuitamente?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Em todo o lado em que é gratuita?	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

9. **Da lista, qual foi a primeira rede social que utilizaste? \****Mark only one oval.*

- Hi5  
 Facebook  
 Twitter  
 Google+  
 Tumblr  
 Instagram  
 Outra

10. **Que idade tinhas quando começaste a usar as redes sociais? \****(mais ou menos)*

## 11. Por dia, quantas horas acedes às redes sociais? \*

(aproximadamente)

Mark only one oval.

- 0 a 1 hora
- 1 a 2 horas
- 2 a 3 horas
- 3 a 4 horas
- de 4 a 12 horas

## 12. Por semana, quantos dias acedes às redes sociais? \*

(aproximadamente)

Mark only one oval.

- Não acedo
- 1 dia
- 2 dias
- 3 dias
- 4 dias
- 5 dias
- 6 dias
- Todos os dias

## 13. Hoje em dia uso muito o: \*

Mark only one oval per row.

	1. Totalmente em desacordo	2. Em desacordo	3. Nem concordo, nem discordo	4. Concordo	5. Concordo totalmente
Badoo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Facebook	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Google+	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Instagram	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
LinkedIn	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Snapchat	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Twitter	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Tumblr	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Webchat	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Whatsapp	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Outas redes sociais não referidas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

14. **Uso as redes sociais para: \****Mark only one oval per row.*

	1. Totalmente em desacordo	2. Em desacordo	3. Nem concordo, nem discordo	4. Concordo	5. Concordo totalmente
Fazer amigos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Lazer	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Tarefas escolares	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Seguir artistas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Seguir notícias	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Divulgar os meus próprios conteúdos aos amigos e conhecidos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Divulgar os meus próprios conteúdos ao mundo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Outras atividades não referidas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

15. **As redes sociais são uma maneira para encontrar: \****Mark only one oval per row.*

	1. Totalmente em desacordo	2. Em desacordo	3. Nem concordo, nem discordo	4. Concordo	5. Concordo totalmente
Amigos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Antigos amigos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Antigos colegas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Familiares	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Antigos namorados(as)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Novos namorados(as)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

## 16. As redes sociais são um ótimo veículo para: \*

Mark only one oval per row.

	1. Totalmente em desacordo	2. Em desacordo	3. Nem concordo, nem discordo	4. Concordo	5. Concordo totalmente
Divulgação de eventos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Participar em grupos de interesse fechados	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Participar em grupos de interesse abertos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Divulgação de causas sociais, ambientais, etc.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Promoção da imagem de pessoas, empresas, etc.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Participar ativamente na política, futebol, etc.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Publicidade comercial	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Publicidade institucional (escolas, bibliotecas, universidade, etc.)	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Comunicar com amigos e conhecidos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

## 17. Dá a tua opinião sobre as redes sociais: \*

Mark only one oval per row.

	1. Totalmente em desacordo	2. Em desacordo	3. Nem concordo, nem discordo	4. Concordo	5. Concordo totalmente
Imagino a minha vida sem acesso às redes sociais	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Uso um perfil fechado e só lá entra quem eu deixo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
As redes sociais afectam o meu dia-a-dia negativamente	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
As redes sociais afectam a minha privacidade	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Percebo os riscos que corro por usar as redes sociais	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Detesto as redes sociais, mas são um mal necessário hoje em dia	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Se não tiver acesso à redes sociais, não quero sair	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
As redes sociais permitem-me não esquecer os aniversários dos amigos e conhecidos	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>



## 18. Gosto de fazer nas redes sociais: \*

Mark only one oval per row.

	1. Totalmente em desacordo	2. Em desacordo	3. Nem concordo, nem discordo	4. Concordo	5. Concordo totalmente
Publicar sobre um evento em tempo real	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Publicar fotografias	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Comentar posts de outras pessoas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Partilhar páginas interessantes	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Partilhar vídeos interessantes e/ou engraçados	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Partilhar piadas, frases, fotos ou imagens engraçados	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Comentar fotos, piadas, etc., com stikers	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Manter os outros a par da minha vida	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Defender causas	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Divulgar as minhas atividades	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>



## **ANEXO 5 – Manual do R**

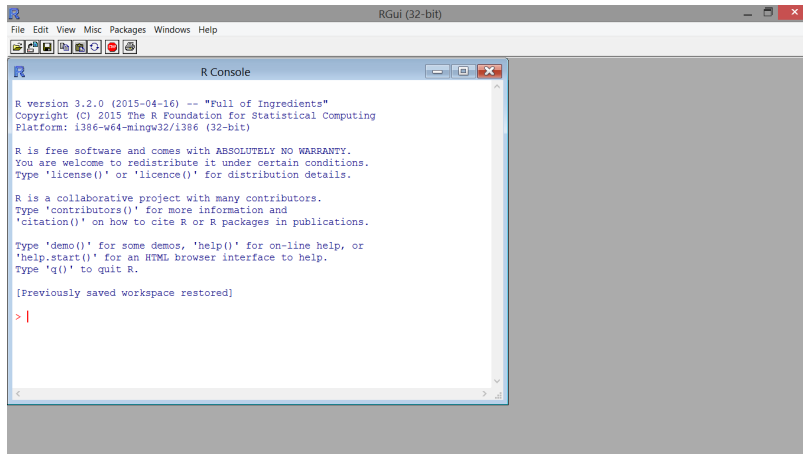


# Manual de instruções do R

## The R Project for Statistical Computing

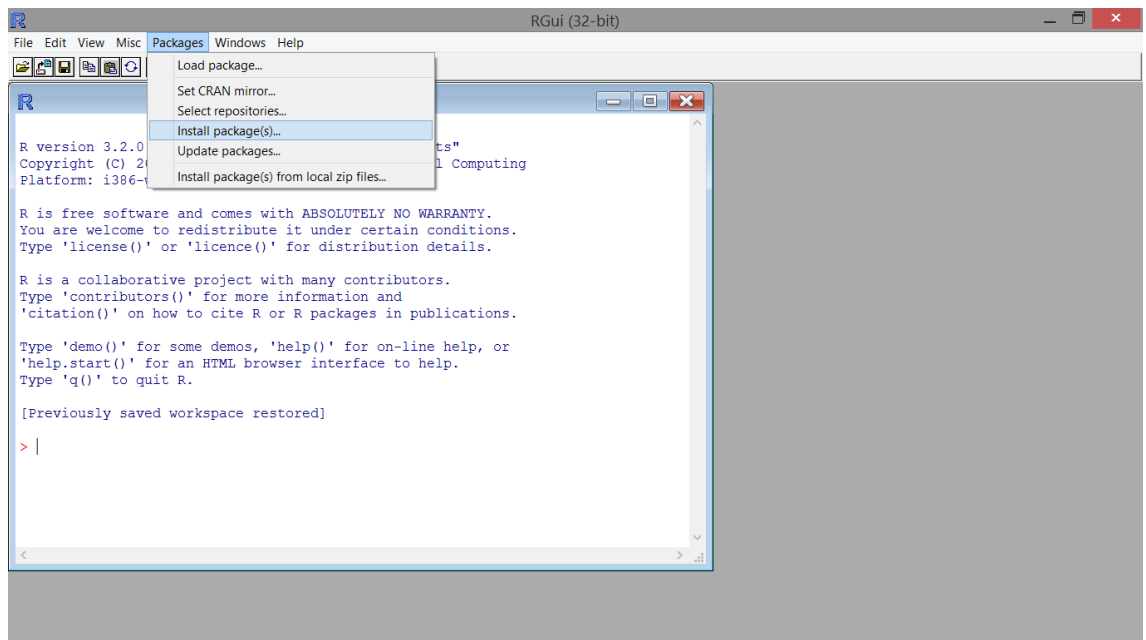
<http://www.r-project.org/>

### 1. Abrir plataforma R



### 2. Selecione Packages

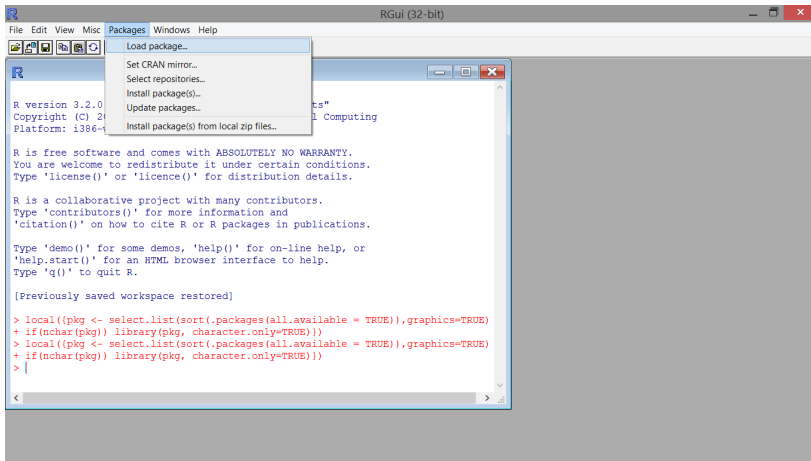
#### Install packages



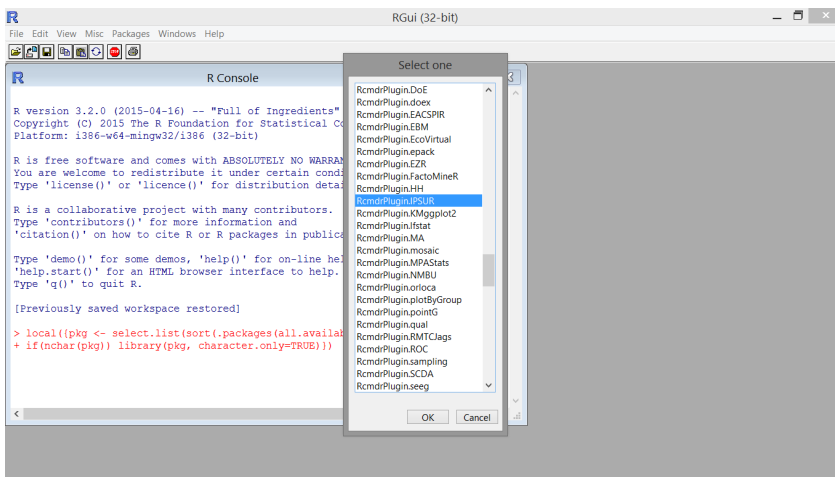
### 3. Selecionar

#### Packages

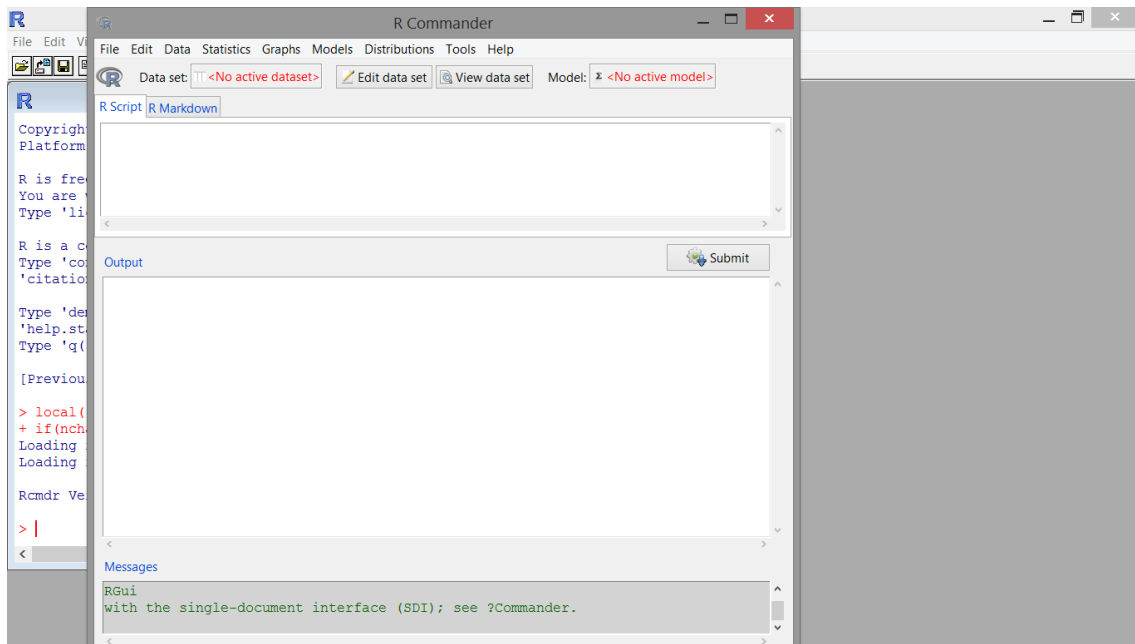
Load package



Select one RcmdrPlugin.IPSUR



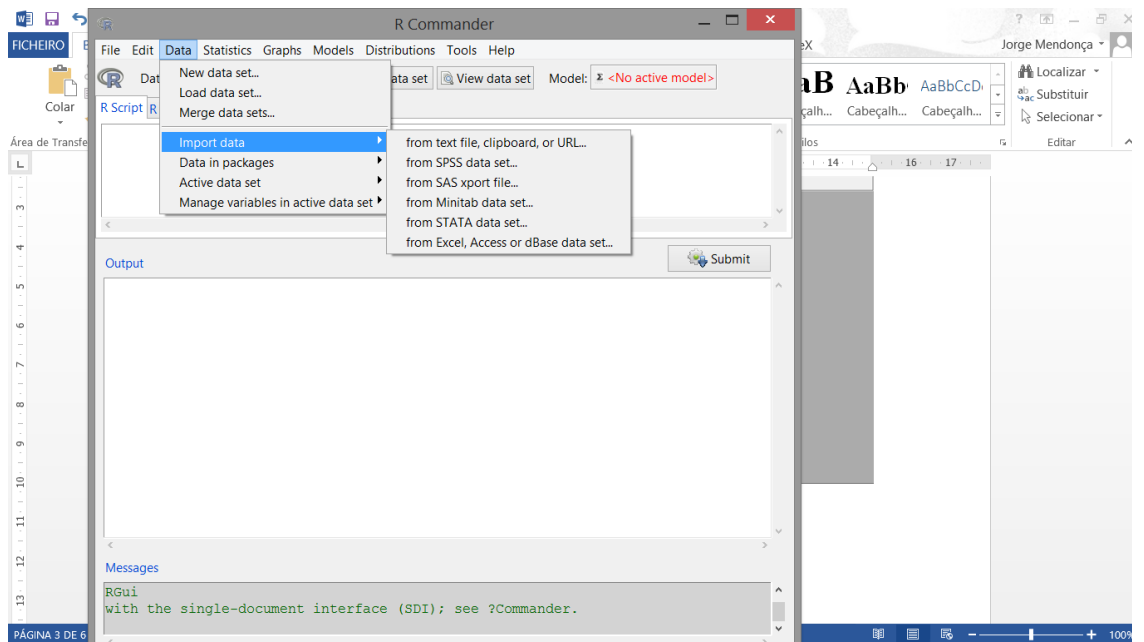
plataforma Rcmdr (Rcommander) fica disponível  
em segundo plano está a consola do R



Selezione Data

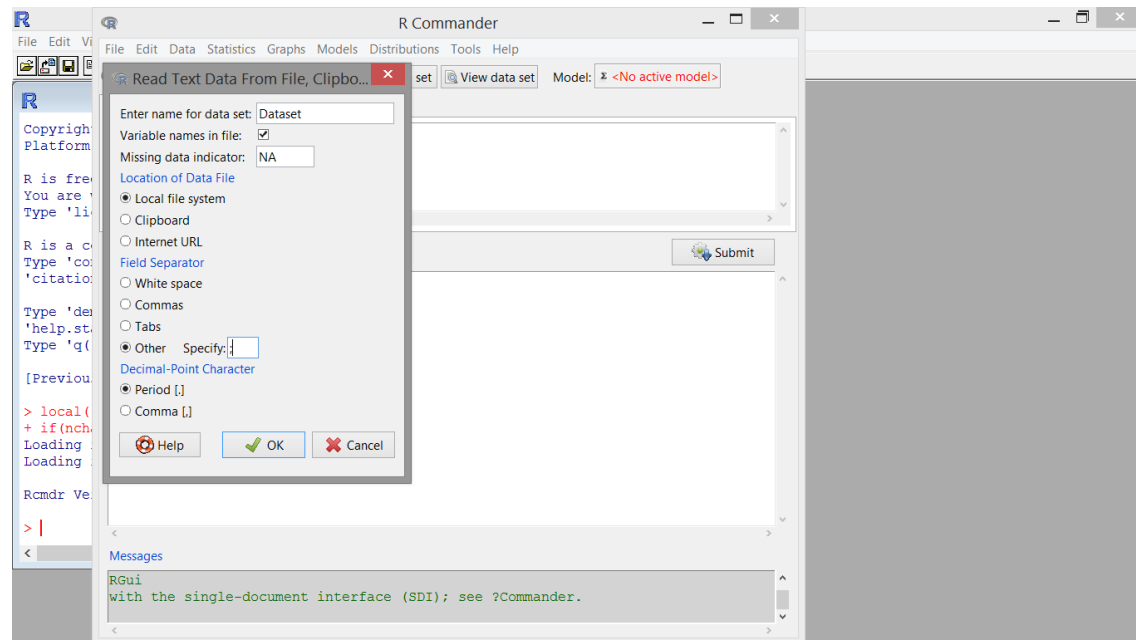
Importdata

from text fyle, clipboard,..



a seguir aparece uma janela READ TEXT DATA FROM e escolher

a opção other e em specify colocar ;



Selecione Ok e importe o ficheiro ..... MATCP dados2

## Categorizar as variáveis

Data

Manage variables in active data set

Convert numerical

Escolher as variáveis e categorizar uma a uma

Por exemplo escolher género:

Aparece uma janela que diz que a variável existe e clicamos em fechar e depois

aparece

Level names for Genero

0

1

Colocamos em 0 feminino e em 1 masculino e fazemos ok – temos que fazer

desta forma para todas as variáveis



Statistics

Sumaries

Frequency distribution

Escolhemos a variável - aparece as frequências para a variável escolhida

### **Agrupar variáveis**

Data

Manage variables in active data set

Recode variables

- escolher a variável categorizar

- dar um novo nome à variável por exemplo: idadegrupo

Definir por exemplo como:

15:20="um"

21:30="dois"

31:50="três"

### **Gráficos**

Variáveis contínuas – histogramas, por exemplo idade

Histogram

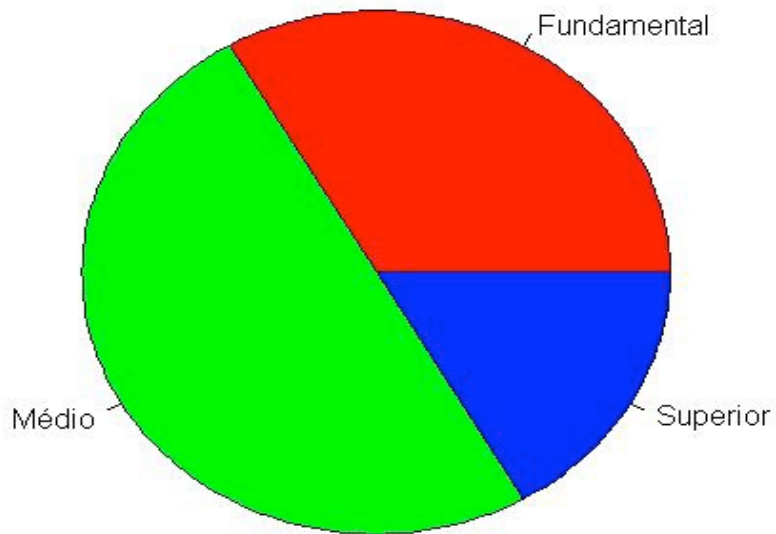
Selecionar a variável para fazer o histograma

Bar graph

Selecionar a variável para fazer o gráfico de barras

Pier chart, exemplo:

## Instr\_ord



Models

Hypothesis tests

Têm que definir as variáveis porque só assim podem realizar os testes de hipóteses

Exemplo:

### Teste para uma proporção

$\hat{p}$  - proporção de estudantes que utiliza as redes sociais menos de 2h por dia em 189

(amostra)

$$H_0 : P = 0,5$$

$$H_0 : P \neq 0,5$$

Para realizar este teste temos agrupar (juntar) variáveis

Por exemplo:

inferior ou igual a 4 classificamos com 1

maior que 4 classificamos com 0

### Teste para a média

Tem que ser uma variável contínua

$H_0 : \mu = k$   
 $H_0 : \mu \neq k$  escolher o valor mediante o que pretendem saber

Exemplo de uma tabela de frequências:

**Tabela 1. Estado civil**

Estado civil	f	%
Solteiro		
Casado		
Divorciado		
Viúvo		
União de facto		
Total	189	100

### ***Estatística descritiva***

#### ***Classificação de variáveis***

##### ***Variável Qualitativa***

São aquelas que se baseiam em qualidades e não podem ser mensuradas numericamente. Uma variável é qualitativa quando seus possíveis valores são categorias.

Estas ainda se subdividem em:

- Variável Qualitativa Ordinal: São aquelas que podem ser colocadas em ordem, por exemplo, a classe social (A, B, C, D, ou E).
- Variável Qualitativa Nominal: São aquelas que não podem ser hierarquizadas ou ordenadas, não tem nenhuma ordem de variações, como a cor dos olhos, o local de nascimento, sexo, carreira, região onde mora.

##### ***Variável Quantitativa***

São aquelas que são numericamente mensuráveis, ou seja, que seus possíveis valores podem ser numéricos ou de contagem.

Estas ainda se subdividem em:

- *Variável Quantitativa Discreta*: o conjunto de resultados possíveis podem ser finito ou enumerável. Exemplo: número de filhos, alunos numa escola e etc.
  - *Variável Quantitativa Contínua*: os valores formam um intervalo ou união de números reais. Exemplo: peso, massa, altura, pressão sistólica, nível de açúcar no sangue.

**ANEXO 6 – Ficha de avaliação das fases do projeto**



## FICHA DE AVALIAÇÃO DAS FASES DO PROJETO

Grupo:

Fase do projeto:

- Objetivos/Questões de investigação
- Descrição dos dados usados no estudo
- Análise e tratamento de dados
- Conclusões e discussão

Responda às questões que se seguem considerando apenas a fase do projeto que assinalou.

O Grupo considera que atingiu o que se pretendia com esta fase do projeto.

- Discordo Totalmente     Discordo     Concordo     Concordo Totalmente

Quais os aspetos que o grupo se sentiu mais capaz de realizar nesta fase do projeto? Porquê?

Quais os aspetos que o grupo sentiu mais dificuldades de realizar nesta fase do projeto? Porquê?

Quais as sugestões do grupo para melhorar a realização desta fase do projeto?





## **ANEXO 7 – Instruções para a elaboração do relatório**



INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DO PORTO

**Licenciatura em Engenharia Informática**

Ano Letivo

2014/2015

**Matemática Computacional**

(2º Semestre)

TRABALHO DE PROJETO 2014/2015

**TÍTULO**

**(indicação transmitida oralmente aos grupos: MÁXIMO DE 15  
PALAVRAS e SEM ABREVIATURAS)**

Docente: .....

Grupo: Nome....., N.º ....

Nome....., N.º ....

Nome....., N.º ....

Nome....., N.º ....

**Porto, ..... de junho, 2015**

## **Tópicos para o Relatório 2014/15**

### **Tema de 2014/15: Redes Sociais**

Tratamento dos dados recolhidos através de um questionário elaborado a partir das sugestões feitas pelos alunos de Matemática Computacional (MATCP), do 1º ano do curso de Engenharia Informática do Instituto Politécnico do Porto.

O vosso grupo tem que apresentar um plano escrito sobre aquilo que pretendem fazer relativamente aos dados recolhidos sobre Redes Sociais (que enviarei por email em Excel).

O plano deve ser enviada por email (gmc@isep.ipp.pt) até ao dia 18 de maio de 2015.

Para o trabalho de inferência estatística (Testes de Hipóteses) será **obrigatoriamente** utilizado o **software R**, que pode ser descarregado em <http://www.r-project.org/>

### **O relatório deve ter a seguinte estrutura:**

**Objetivo da análise de dados do vosso relatório já incluindo as variáveis que se propõem tratar:**

**Resumo**

**Introdução**

**Descrição dos dados usados no estudo**

**Análise e tratamento de dados**

**Conclusões e discussão**

**Bibliografia**

Escolher, pelo menos, **4 (quatro) perguntas** do questionário, de forma a poderem aplicar pelo menos dois dos seguintes Testes de Hipóteses (TH): para média, diferença de médias, proporção e diferenças de proporção.

A caracterização da amostra<sup>2</sup> deverá ser incluída no relatório e, além disso, devem dar indicações sobre os seguintes aspetos:

Que variáveis vão incluir;

Que estatísticas descritivas o grupo vai utilizar;

Que inferência estatística o grupo vai fazer (TH que vão utilizar).

Seguidamente apresentam-se as regras e as normas para redação do relatório, tendo em vista a sua estruturação. Cada grupo deverá efetuar a apresentação do seu trabalho em PowerPoint (8 slides no máximo), dispondo, para tal, de 10 minutos, pelo que só podem apresentar o que é mesmo importante, constando o resto do relatório escrito. A apresentação do trabalho deverá ser efetuada até ao dia **19 de junho de 2015**, em hora e local a marcar com a professora da unidade curricular.

## **O Relatório do projeto deve incluir:**

**Título (indicação transmitida oralmente aos grupos: o título deve ser sintético e descritivo do estudo realizado):**

**Valoriza o trabalho se o grupo apresentar um título representativo do trabalho realizado.**

---

<sup>2</sup> De forma genérica, para todas as respostas o grupo tem de descrever os resultados quanto ao género, à idade, ao número de horas diárias e número de dias por semana despendidas no uso das redes sociais, a primeira rede social usada, a rede social favorita, onde acedem à internet e qual o dispositivo que mais usam para aceder às redes sociais. Depois, então, avançar para o tratamento estatístico das respostas a quatro perguntas do questionário (no mínimo).

## **Resumo**

**A síntese do trabalho realizado deve cativar para a leitura do trabalho e ser adequada.**

## **Introdução**

A introdução deve cativar o leitor para o vosso trabalho.

Deve incluir o objetivo ou objetivos do estudo realizado, devendo ser o mais claro possível em relação às questões que se pretendem abordar sobre o tema.

É neste ponto do relatório que se devem descrever estas questões, a razão da sua escolha, como foram seleccionadas, entre outros.

Deve escrever-se no relatório a informação base para se perceberem essas questões ou para compreender porque é que a resposta ou respostas obtidas são importantes.

Neste ponto, também se deve apresentar a estrutura do resto do relatório.

Tem que se ter em consideração de que o leitor poderá não saber nada sobre o assunto seleccionado. Por isso, terá que lhe ser explicado tudo o que for necessário para que o leitor possa compreender as vossas questões e porque é que elas são interessantes.

## **Descrição dos dados usados no estudo**

Providenciar os resumos dos dados (gráficos e tabelas) bem como as estatísticas descritivas e outros que considerem necessários. As fontes dos dados têm que ser referidas no relatório. Explicar também as modificações processadas. Foi extraída parte da informação ou foi usada toda? Foram criadas novas variáveis? Foi eliminada alguma informação? Foram feitas transformações de dados? Os dados exibem características não típicas, não habituais? E os porquês destas opções.

**O grupo contemplou todas as vertentes referidas nesta parte do relatório que escreveram?**

## **Análise e tratamento de dados**

Que procedimentos estatísticos foram adotados para responder às questões? Que pressupostos foram assumidos? Esses pressupostos são válidos? É importante apresentar a descrição resumida do modelo ou modelos a aplicar.

Disponibilizar as tabelas-sumário das análises finais adotadas. Não é necessário descrever todo o processo inerente à obtenção dos resultados finais, pois parte-se do princípio que o autor domina os cálculos prévios. Além disso, este aspeto poderá discutir-se na apresentação e discussão.

Quais as provas de que os pressupostos são inválidos? O que acontecerá se os pressupostos não se revelarem válidos?

## **Conclusões e discussão**

Interpretação dos resultados. Foram obtidas respostas às questões levantadas? Que questões ficaram por responder e porquê?

Quais são as limitações da abordagem selecionada e destes dados? Será que há populações que podem ser alvo de aplicação generalizada dos resultados? O modelo usado será válido? Em que condições é que esse modelo poderá falhar? Como é que este facto poderá afetar as conclusões?

Os dados foram analisados em relação à questão de investigação ou em relação às hipóteses?

A análise efetuada é adequada para o tipo de dados recolhidos?

Qual é qualidade da resposta à questão de investigação elaborada?

No relatório há conclusões e essas conclusões são apoiadas pelos dados?

Foram discutidas algumas limitações ou foram sugeridas alterações que permitam melhorar estudos futuros?

## **Bibliografia**

**Todos os elementos consultados deverão ser corretamente incluídos na bibliografia apresentada por ordem alfabética, incluindo livros, artigos, apontamentos e consultas da internet.**

**Por exemplo, podem seguir as seguintes normas:**

### **Livro**

Nunes, F. C. (2012). *Probabilidades & Estatística*. 275 Problemas resolvidos (utilização do R). Lisboa: Escolar Editora.

Guimarães, R. C. & Cabral, J. A. S. (1997). *Estatística*. Lisboa: McGraw-Hill de Portugal.

Mello, F. G. (1993). *Probabilidades e Estatística, Conceitos e Métodos Fundamentais* (Volume I). Lisboa: Escolar Editora.

### **Apontamentos**

Cerveira, A. & Nascimento, M. M. (2011). *Programação Linear*. Série Didáctica N° 999, UTAD, Vila Real.

Gonçalves, G. (2015). *Acetatos das aulas teóricas*. ISEP, Porto.

Oliveira, J. F. (1998). *Utilização do SOLVER do EXCEL*. DEEC – F.E. da Universidade do Porto.  
Retirado de <http://paginas.fe.up.pt/~mam/utsolver.pdf>: 10/9/2007.

### **Artigo de revista**



Elmore, P. B. & Vasu, E. S. (1980). Relationship between selection variables and statistics achievement. *Journal of Educational Psychology*, 72, 457-467.

### **Consulta de página da internet**

Anónimo (2011) Exploratory data analysis. Wikipedia. Retirado de [http://en.wikipedia.org/wiki/Exploratory\\_data\\_analysis](http://en.wikipedia.org/wiki/Exploratory_data_analysis)

Software R (acesso livre). Retirado de <http://www.r-project.org/>

### **O grupo preocupou-se em respeitar as normas da bibliografia?**

### **Regras e Normas**

**O relatório não deve exceder as 12 páginas, incluindo gráficos e tabelas com títulos, legendas e numeração.**

Portanto, têm que ser sucintos e claros!

Um relatório por grupo (não se esqueçam que cada grupo tem, no máximo, 4 ou 5 alunos), referindo a licenciatura e os nomes completos e os números de todos os seus elementos.

Uma página extra para **CAPA (veja o exemplo acima deste documento)**, em que deve constar no cabeçalho o nome do Instituto (Instituto Superior de Engenharia do Porto), do Departamento (Departamento de Matemática), da Unidade Curricular (Matemática Computacional) e do ano letivo (2014/2015). A meio, o título do trabalho, depois segue-se a identificação dos elementos do grupo (nome completo e número) e, na última linha da capa, deve escrever-se o local (Porto) e a data do trabalho (rever a capa deste documento).

**O relatório deverá ser escrito em letra Times New Roman de tamanho 12 e espaçamento, no mínimo, simples e todas as margens, no mínimo, de 1,9 cm.**

**Não esquecer:**

### Gráficos e Tabelas

- a. Os gráficos e tabelas são adequados para apresentar e resumir os dados?
- b. Cada gráfico/tabela contribui com algo de novo para o relatório?
- c. Os gráficos e tabelas estão devidamente explicados e construídos (numeração, títulos, legendas, etc.)?

### Cabeçalho/rodapé e numeração das páginas

- d. Não devem incluir cabeçalhos nem notas de rodapé.
- e. A numeração das páginas deverá ser feita centrada no rodapé com letra Times New Roman, tamanho 11 e em negrito.

**O grupo preocupou-se com todos os aspetos da escrita referidos nesta parte do relatório que escreveram e vão apresentar?**

**Numa autocrítica ao relatório depois de redigido, o grupo deve perguntar-se se:**

- a) **O grupo respeitou todas as regras e normas no relatório que escreveram? A questão ou questões de investigação colocada é interessante?**
  
- b) **O estudo apresentado responde à questão ou questões colocadas? O relatório tem uma redação clara e simples, é rigoroso, tem nível de dificuldade adequado e é interessante? Por outras palavras, um trabalho sintético e focado no que é essencial é, certamente, melhor do que um trabalho extenso mas abordando muitas questões que se afastam daquilo que é o essencial. Além disso, será valorizada a aplicação de ideias e ferramentas estatísticas lecionadas nas aulas da unidade curricular.**
  
- c) **O relatório escrito e a apresentação em PowerPoint (com 8 slides no máximo) respeitam as normas dadas?**

**ANEXO 8 – Questionário das Percepções dos alunos sobre o Trabalho de Projeto  
realizado**



## Perceções dos alunos sobre o Trabalho de Projeto realizado

Este questionário, a que lhe pedimos que responda, destina-se a obter as suas perceções sobre o Trabalho de Projeto que foi realizado na unidade curricular de Matemática Computacional, mais especificamente no tema Testes de Hipóteses.

O questionário é composto por várias questões, cada uma delas constituída por dois itens: um item de escolha múltipla, com quatro opções de resposta (DT – Discordo Totalmente, D – Discordo, C – Concordo e CT – Concordo Totalmente), em que deve assinalar apenas a opção com que mais se identifica; um item de resposta aberta, em que deve indicar as razões para a escolha que fez no item de escolha múltipla.

Esperamos que ao responder ao questionário o faça com empenho e de forma honesta pois só assim podemos obter dados confiáveis, que correspondam às suas opiniões genuínas e válidos em termos da investigação educacional que estamos a desenvolver.

Por último, comprometemo-nos a utilizar os dados obtidos apenas para efeitos da investigação e sempre com a garantia de anonimato dos respondentes.

Muito obrigado pela colaboração

Gabriela Gonçalves

### DADOS PESSOAIS

Sexo:  Feminino  Masculino

Está a frequentar a UC Matemática Computacional pela:

1.ª vez

2.ª vez

3.ª vez ou mais

Classificação obtida na UC de Matemática Computacional: \_\_\_\_\_

Classificação obtida na parte de Estatística da UC Matemática Computacional: \_\_\_\_\_

## PERCEÇÕES SOBRE O TRABALHO DE PROJETO

Ao responder aos itens de escolha múltipla atenda à escala que foi usada: **DT** – Discordo Totalmente; **D** – Discordo; **C** – Concordo; **CT** – Concordo Totalmente.

	<b>DT</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>CT</b>
<b>1.</b> Tratar a estatística com o projeto das Redes Sociais foi uma estratégia adequada.				

Indique as razões da sua resposta:

	<b>DT</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>CT</b>
<b>2.</b> Gostei de trabalhar em grupo no projeto das Redes Sociais.				

Indique as razões da sua resposta:

	<b>DT</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>CT</b>
<b>3.</b> No meu grupo, os estudantes empenharam-se nas tarefas que era necessário realizar no âmbito do projeto das Redes Sociais.				

Indique as razões da sua resposta:

	<b>DT</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>CT</b>
<b>4.</b> Reconheci os conteúdos estatísticos usados nas diferentes etapas do projeto das Redes Sociais.				

Indique as razões da sua resposta:

	<b>DT</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>CT</b>
<b>5.</b> Senti dificuldades em aplicar os conteúdos estatísticos usados nas diferentes etapas do projeto das Redes Sociais.				

Indique as razões da sua resposta:

	<b>DT</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>CT</b>
<b>6.</b> O tempo dedicado a cada uma das fases do projeto das Redes Sociais foi adequado.				

Indique as razões da sua resposta:

	<b>DT</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>CT</b>
<b>7.</b> O uso do software R foi útil na realização do projeto das Redes Sociais.				

Indique as razões da sua resposta:

	<b>DT</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>CT</b>
<b>8.</b> Senti dificuldades no uso do software R na realização do projeto das Redes Sociais.				

Indique as razões da sua resposta:

	<b>DT</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>CT</b>
<b>9.</b> O uso do PowerPoint foi útil na apresentação do projeto das Redes Sociais.				

Indique as razões da sua resposta:

	<b>DT</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>CT</b>
<b>10.</b> Aprendi estatística na realização do projeto das Redes Sociais.				

Indique as razões da sua resposta:

	<b>DT</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>CT</b>
<b>11.</b> O que aprendi no projeto das Redes Sociais pode ser usado na minha vida futura.				



Indique as razões da sua resposta:

**12.** Se desejar acrescentar algum aspeto que considere importante sobre a realização do projeto das Redes Sociais, que ainda não foi referido antes, poderá fazê-lo aqui.