

Dificuldades em ensinar frações no 1.º Ciclo do Ensino Básico

Paula Cardoso & Ema Mamede

CIEC – Universidade do Minho

p.cardoso.sousa@netcabo.pt / emamede@ie.uminho.pt

O conceito de fração é considerado complexo, mas, simultaneamente, fundamental na aprendizagem matemática das crianças. A literatura sugere que este conceito só está completamente adquirido quando o aluno é capaz de trabalhar com frações em todas as interpretações do conceito e de utilizar e traduzir frações em todos os modos de representação (concreto, verbal, pictórico, simbólico) (ver Behr, Lesh, Post & Silver 1983; Kieren, 1993; Nunes, Bryant, Pretzlik, Wade, Evans & Bell, 2004). As dificuldades dos alunos na aprendizagem das frações são já conhecidas (ver Cardoso, 2009; Hart, 1981; Kerslake, 1986). Além de difícil de aprender, o conceito de fração é, para os professores, difícil de ensinar (Ball, Lubienski & Mewborn, 2001; Post, Harel & Lesh, 1991). Mas como ensinam os professores do 1.º ciclo frações? Que dificuldades manifestam?

Num estudo que pretendeu analisar as práticas de ensino dos professores do 1.º ciclo do Ensino Básico relativamente ao conceito de fração e às suas diferentes interpretações (quociente, parte-todo, medida e operador), observaram-se aulas de quatro professores deste nível de ensino, a lecionar 2.º e 3.º anos de escolaridade, com diversidade de tempo de serviço, que participaram de um programa de trabalho colaborativo com a investigadora (uma das autoras deste artigo). O trabalho colaborativo incluiu ciclos de reuniões de grupo para reflexão e preparação de aulas observadas, reflexão individual do professor após cada aula observada.

Observando aulas sobre frações

Apesar de os resultados obtidos não serem generalizáveis, não deixam, ainda assim, de indiciar fragilidades entre os professores do 1.º ciclo. Das aulas observadas, percebeu-se que os mesmos delinearão e implementaram aulas ajustadas às orientações curriculares em vigor. Contudo, identificaram-se algumas dificuldades na abordagem às tarefas sobre representação, ordenação e equivalência de frações, nas diferentes interpretações.

Observou-se, por vezes, uma redução da interpretação quociente à parte-todo. Numa situação em que se pretende apresentar a fração de item que cabe a cada recipiente, numa partilha equitativa de itens por recipientes, a opção por ter de levar a divisão dos itens em partes iguais, destacando algumas destas e apresentando a fração como uma relação entre o número de partes destacadas e o número total de partes, não promove a abordagem da fração na interpretação quociente. Por exemplo, no caso da partilha de uma piza por seis meninos (Figura 1), um dos professores participantes divide a piza em seis partes iguais referindo que a cada menino cabe uma das seis partes em que a piza foi dividida, ou seja, $\frac{1}{6}$. Porém, no âmbito da interpretação quociente, esta divisão de itens em partes iguais, é desnecessária e não promove a compreensão da fração como uma relação entre o número de itens e o número de recipientes.



Figura 1 – Divisão do item em seis partes iguais pelo aluno.

Frequentemente se solicita ao aluno que associe a representação pictórica da fração à representação simbólica. Sublinha-se aqui a importância de abordar a divisão de diversas figuras geométricas em partes iguais, dado que constitui uma dificuldade para os alunos. Pois, não podem aceitar-se como válidas representações pictóricas em que a unidade está dividida em partes desiguais. Ignorar este ponto é condicionar o trabalho com frações. Numa das aulas, o professor não destacou a importância de os itens estarem divididos de forma rigorosa, aceitando divisões impróprias (Figura 1). Noutro momento, volta a observar-se o professor a aceitar resoluções dos alunos com divisões incorretas. A Figura 2 ilustra um momento de uma aula observada em que um aluno revela dificuldades em dividir um retângulo em três partes iguais, mas o professor aceita-a como correta, não efetuando qualquer reparo.

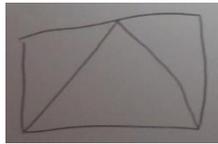


Figura 2 – Divisão de um retângulo em três partes iguais por um aluno, mas aceita na aula.

A abordagem à unidade de referência manifesta-se subexplorada, ainda que se constitua essencial na construção do conceito de fração. Assiste-se frequentemente à utilização de uma figura geométrica (círculo, quadrado, retângulo, etc.) como a unidade de referência. A utilização adicional de outros tipos de unidade de referência teria sido profícua para a aprendizagem dos alunos. Por exemplo, sugerir que se pinte metade de dois retângulos, entre outros exemplos, pode suscitar uma reflexão mais profunda sobre este conceito.

Das aulas observadas percebe-se que a marcação de frações na reta numérica constitui uma atividade muito popular na aula de matemática. Todavia, para essa marcação de frações na reta numérica, assistiu-se por vezes a uma associação prévia da fração à representação da mesma na forma de dízima (Figura 3). Depois de realizada esta associação, procedia-se à divisão da unidade em dez partes iguais de modo a marcarem-se os números decimais obtidos. Porém, dada uma fração $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$), deveria antes utilizar-se a fração $\frac{1}{b}$ ($b \neq 0$) a vezes, para determinar uma distância à origem igual a $a \times \frac{1}{b}$.

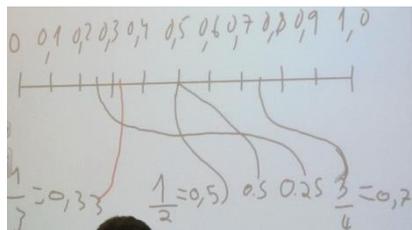


Figura 3 – Correção de um problema sobre a marcação de frações na reta numérica.

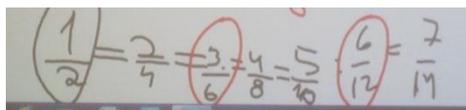
Os resultados deste estudo sugerem, no âmbito da interpretação operador, uma ênfase nos procedimentos algébricos que, por vezes, não se faz acompanhar de uma compreensão das ideias matemáticas subjacentes. A regra “multiplicar pelo numerador e dividir pelo denominador”, no caso de ter-se $a \times \frac{b}{c}$ (a, b e c números inteiros e $c \neq 0$), parece dominar os procedimentos de abordagem a esta interpretação de fração. Contudo, tal opção didática não garante necessariamente que os alunos dominam o significado do numerador e do denominador na interpretação operador. Com efeito, numa das aulas observadas, alunos que completaram corretamente a expressão “ $\frac{1}{4} \times 8 = \underline{\quad}$ ” manifestaram dificuldades em destacar um quarto de oito elementos apresentados. Assim sendo, convirá que o ensino do significado do numerador e do denominador na interpretação operador preceda a abordagem a este tipo de procedimentos algébricos.

A compreensão da ordenação e da equivalência de frações é essencial para o domínio do conceito de fração. Os resultados sugerem, no entanto, que estes aspetos não são, por vezes, explorados em toda a sua amplitude. No âmbito da ordenação é fulcral que se compreenda a relação inversa entre o valor do denominador e a magnitude da fração, quando o valor do numerador se mantém. A promoção da compreensão desta relação é conseguida através da seleção de tarefas que envolvam frações com o mesmo numerador. Já a seleção de tarefas envolvendo frações com o mesmo denominador pode conduzir a respostas dos alunos que, ainda que corretas, não se traduzem necessariamente numa verdadeira compreensão da ordenação de frações. Os resultados deste estudo sugerem isso mesmo perante um caso, por exemplo, de ordenação de $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$, tarefa esta proposta por um dos professores para introduzir a ordenação de frações. Numa situação desta natureza, os alunos podem responder corretamente dizendo que $\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$, comparando apenas os números inteiros 1 e 2. A circunscrição da abordagem à ordenação de frações a tarefas que envolvem frações com o mesmo denominador pode fazer crer ao professor que os alunos compreendem este tema, mesmo que tal não tenha sucedido devidamente. Assim sendo, importa selecionar tarefas que envolvam frações de igual numerador, para que seja explorada e discutida a relação inversa entre o valor do denominador e a magnitude da fração, quando o numerador se mantém, própria da ordenação de frações e que é essencial para dominar o conceito de fração.

No âmbito da abordagem à equivalência de frações, os professores manifestam algum desconforto. Na interpretação quociente, registou-se por vezes uma preferência do professor por respostas dos alunos nas quais a fração apresentada tinha como valor do numerador o número de itens a partilhar e como valor do denominador o número de recipientes, em detrimento de respostas com frações equivalentes mais simples. Por exemplo, numa situação sobre a partilha de duas pizzas por seis meninos, um aluno apresentou a resposta $\frac{1}{3}$ como a parte de piza que cabe a cada menino. No entanto, face a esta resposta, o professor induziu este aluno a apresentar a alternativa $\frac{2}{6}$, argumentando que “cada uma das pizzas era diferente e que os meninos teriam de comer das duas pizzas”. Assistiu-se assim a uma subexploração desta tarefa. As intervenções dos alunos potenciaram a abordagem da equivalência entre as frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{6}$. Porém, o professor induziu os alunos a apresentarem somente a fração em que o valor do numerador coincide

com o número de itens a partilhar e em que o valor do denominador coincide com o número de recipientes, ou seja, $\frac{2}{6}$.

Por último, um dos professores ensinou os alunos a gerarem frações equivalentes através da realização de sequências dos valores do numerador e do denominador (ver Figura 4). A linguagem utilizada pelo professor (“Em cima [apontando para o numerador] vai de um em um e em baixo [apontando para o denominador] vai de dois em dois”) conduz o aluno a uma interiorização de procedimentos algébricos, desprovida de uma efetiva compreensão de conceitos.



The image shows a handwritten sequence of equivalent fractions: $\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \left(\frac{6}{12}\right) = \frac{7}{14}$. The fractions $\frac{3}{6}$ and $\frac{6}{12}$ are circled in red.

Figura 4 – Gerar frações equivalentes a $\frac{1}{2}$.

Os alunos que com sucesso realizaram estas sequências não souberam responder, por exemplo, a questões do tipo $\frac{3}{7} = \frac{1}{5}$. Esta dificuldade dos alunos parece resultar de o procedimento ensinado pelo professor consistir na realização de sequências de dois números inteiros de forma independente (numerador e denominador), sem considerar-se a magnitude da fração.

Comentários Finais

O domínio do conceito de fração passa pela articulação de todas as interpretações deste. Naturalmente, a abordagem estanque de cada uma das interpretações não favorece tal articulação. Os resultados sugerem que as interpretações são, tendencialmente, abordadas pelos professores de forma independente, não se verificando uma relação entre as mesmas, pelo menos deliberada e consistentemente. Ainda que o professor domine estes aspetos, a aprendizagem dos alunos depende, isso sim, de opções didáticas que lhes deem sentido.

Os professores parecem revelar-se empenhados em alterar as suas práticas de ensino do conceito de fração, embora reconheçam que este é um assunto complexo. Os resultados deste estudo sugerem que, para que se observem mudanças em práticas de ensino tão enraizadas, deverão ser aprofundados os conhecimentos matemático e didático no que concerne aos significados de fração e às propriedades deste conceito. Por conseguinte, parece ser urgente disponibilizar ao professor apoio no desenvolvimento da sua prática docente.

Referências

- Ball, D., Lubienski, S. & Mewborn, D. (2001). Research on Teaching Mathematics: The Unsolved Problem of Teachers' Mathematical Knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching*, 4th ed., (pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association.
- Behr, M., Lesh, R., Post, T. & Silver, E. (1983). Rational-Number Concepts. In R. Lesh and M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 92-127). New York: Academic Press.

- Cardoso (2009). *O conceito de fração: um estudo com alunos do 6.º ano de escolaridade*. Dissertação de Mestrado. Universidade do Minho.
- Hart, K. (1981). Fractions. In K. Hart (Ed.), *Children's Understanding of Mathematics: 11-16*, (pp. 66-81). London: John Murray Publishers.
- Kerslake, D. (1986). *Fractions: Children's Strategies and Errors – A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project*. Berkshire: NFER-NELSON.
- Kieren, T. (1993). Fractional numbers: from quotient fields to recursive understanding. In T. P. Carpenter & E. Fennema & T. Romberg (Eds.), *Rational Numbers: An Integration of Research* (pp. 49-84). Hillsdale, NJ: Erlbaum
- MEC-DGE (2012). *Metas Curriculares do Ensino Básico – Matemática*. Lisboa: Direção Geral de Educação. Ministério da Educação e Ciência. Retrieved June 12, 2014, from http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Metas/Matematica/programa_matematica_basico.pdf
- MEC-DGE (2013) *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Direção Geral de Educação. Ministério da Educação e Ciência. Retrieved June 12, 2014, from <http://dge.mec.pt/metascurriculares/index.php?s=directorio&pid=17>
- ME-DGIDC (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular. Ministério da Educação. Acedido em 4 de Janeiro em 2008 em <http://sitio.dgidc.min-edu.pt/PressReleases/Paginas/ProgramadeMatematicadoEnsinoBasico.aspx>
- Post, T., Harel, G., Behr, M. & Lesh, R. (1991). Intermediate Teachers' Knowledge of Rational Number Concepts. In E. Fennema, T. Carpenter, S. Lamon (Eds.), *Integrating research on teaching and learning mathematics* (pp. 177-198). NY: State University of NY Press.