

**Universidade do Minho** Escola de Engenharia

### Diana Sá Neiva

Análise estrutural de uma ponte ferroviária em alvenaria considerando novos critérios de robustez

Dissertação de Mestrado Ciclo de Estudos Integrados em Engenharia Civil Área de Especialização: Estruturas e Geotecnia

Trabalho efetuado sob a orientação do

**Professor Doutor José C. Matos** 

Co-orientação

**Professor Doutor Daniel Oliveira** 

### **AGRADECIMENTOS**

Todo este caminho começou com a frase "Bem-vinda à Melhor Academia do País!". Nunca uma frase fez tanto sentido na minha vida e, por isso, o meu primeiro agradecimento é merecido por esta instituição que me permitiu chegar aos dias de hoje e ter a certeza absoluta de que estes foram os melhores cinco anos da minha vida. Um agradecimento especial à Universidade do Minho e ao Departamento de Engenharia Civil.

Ao Professor Doutor José Matos e ao Professor Doutor Daniel Oliveira, por toda a disponibilidade, incentivo, orientação e pela partilha de conhecimentos que me proporcionaram ao longo destes meses de trabalho, fazendo com que sentisse que não poderia ter escolhido uma melhor orientação para esta dissertação.

Ao Engenheiro João Fernandes, ao Engenheiro Hugo Guimarães e ao Engenheiro Vicente Moreira por toda a disponibilidade, conhecimentos partilhados, conselhos valiosos durante a realização desta dissertação. Foram, sem dúvida, peças fundamentais na realização desta dissertação.

Aos meus pais, Maria do Céu e Fernando, por todas as condições criadas para a minha formação como pessoa e como profissional e por me apoiarem incondicionalmente em todas as decisões tomadas.

Aos meus avós, Manuel e Gorete, por me terem acompanhado em todos os anos da minha vida, mas principalmente por me terem incutido valores na minha infância que são seguidos por mim até aos dias de hoje.

Ao meu namorado, André, por me acompanhar nos bons e nos maus momentos ao longo deste cinco anos académicos. Um agradecimento especial por nunca me ter deixado desistir.

Ao meu grupo de amigas, Sandra, Stephany, Daniela, Célia e Ana, por todos os momentos partilhados nestes curtos anos de vivências e de espírito académico, pelas noites mal dormidas,

pelas horas de estudo noite adentro, pela diversão, pelo companheirismo e pela amizade que jamais será esquecida. Sem dúvida que serão memórias que me acompanharão para toda a vida.

A toda a minha família materna que sempre se mostrou disponível a ajudar em todos os níveis, sempre se mostrou interessada nos meus progressos e orgulhosa em tudo o que eu alcancei até hoje.

A toda a equipa de docentes do Departamento de Engenharia Civil da Universidade do Minho pelo acompanhamento prestado ao longo destes 5 anos de vida universitária.

A todos os que contribuíram para o meu bem-estar, para os meus sorrisos e para a construção da minha personalidade, um obrigado enorme.

**RESUMO** 

Nas últimas décadas tem existido um interesse crescente pelo conceito de robustez estrutural,

nomeadamente perceber quão robusta pode ser uma estrutura que esteja a ser afetada pelo

envelhecimento. Apesar do conceito de robustez estrutural ter sido estudado nos últimos anos

essencialmente no âmbito de estruturas sujeitas a eventos extremos, este conceito pode ter

bastante utilidade quando utilizado no contexto de eventos mais prováveis, como aqueles que

resultam do envelhecimento estrutural.

Uma análise detalhada do conceito de robustez estrutural é o principal objeto de estudo desta

dissertação. As principais definições e medidas de robustez encontradas na literatura são

apresentadas com o objetivo de perceber a razão pela qual tem sido difícil chegar a um conceito

evidente da robustez.

O caso de estudo passa pela análise do Viaduto Ferroviário de Coval, procedendo numa

primeira fase à construção do modelo determinístico e numa segunda fase à avaliação

probabilística do viaduto. No caso de estudo irá perceber-se que, por trás do cálculo da robustez

estrutural, existe um inúmero conjunto de operações a ser realizadas, nomeadamente, análise

de sensibilidade (estudo paramétrico), construção do modelo numérico usando o software de

análise estrutural RING (análise determinística), análise do índice de fiabilidade que envolve

diversos métodos estatísticos (análise probabilística) e, por fim, a realização do cálculo do

índice de robustez que, na presente tese, será obtido pela metodologia desenvolvida por Cavaco

(2013) e por Frangopol e Curley (1987).

**PALAVRAS-CHAVE:** 

Pontes de Alvenaria

Fiabilidade

Robustez estrutural

V

**ABSTRACT** 

There has been a growing interest regarding the concept of structural robustness in the past few

decades, particularly in understanding how robust a structure can be when affected by structural

ageing. Although, the concept of robustness has been studied in recent years, mainly in the

context of structures subjected to extreme events, it can be quite useful when used in the context

of more probable events such as those resulting from structural ageing.

A detailed analysis of the concept of structural robustness is the main object of study of this

thesis. The main definitions and measurements of robustness, found in the literature, are revised

and presented in order to understand why it has been difficult to reach a clear concept for

robustness.

The case study involves the analysis of the Viaduct Coval Railway, proceeding in a first phase

the construction of the deterministic model and a second phase to the probabilistic assessment

of the viaduct. In the case study it will be shown that behind the structural robustness calculation

there is a countless number of operations to be performed, in particular, sensitivity analysis

(parametric study), the development of a numerical model, using the structural analysis

software RING (deterministic analysis), the reliability analysis that involves various statistical

methods (probabilistic analysis), and finally, the calculation of the robustness index that, for

this thesis, will obtained by the methodology developed by Cavaco (2013) and Frangopol and

Curley (1987).

**KEYWORDS:** 

Masonry Bridges

Reliability

Structural Robustness

vii

# ÍNDICE

Agradecim	nentos	iii
Resumo		v
Abstract		vii
Lista de Fi	guras	xiii
Lista de Ta	abelas	xvii
Lista de A	breviaturas, Siglas e Acrónimos	xix
1. Introd	lução	1
1.1 E	nquadramento	1
1.2 O	Objetivos	3
1.3 C	Organização da Dissertação	4
2. Pontes	s de alvenaria	7
2.1 Ir	ntrodução	7
2.2 P	ontes de alvenaria em Portugal	8
2.3 C	Caraterização de uma ponte de alvenaria	11
2.4 A	nomalias	17
2.4.1	Anomalias estruturais	18
2.4.2	Anomalias de durabilidade	19
2.4.3	Anomalias funcionais	20
3. Fiabil	idade e robustez estrutural	21
3.1 Ir	ntrodução	21
3.2 E	xemplos introdutórios	23
3.3 C	Conceitos fundamentais	26
3.3.1	Probabilidade de falha	26
3.3.2	Fiabilidade	27
3.3.3	Incertezas	27
3.3.4	Conceito de Estado Limite	28
3.3.5	Níveis de avaliação de segurança	29
3.4 A	valiação da fiabilidade estrutural	35

3.4.1	Conceitos estatísticos utilizados	35
3.4.2	Fundamentos da Análise de Fiabilidade	38
3.4.3	Definição do índice de fiabilidade	40
3.5 N	létodos de análise de fiabilidade	42
3.5.1	Introdução	42
3.5.2	Métodos de simulação	43
3.5.3	Método da Superfície de Resposta	48
3.5.4	Método FORM	54
3.6 C	Conceito de Robustez Estrutural	63
3.6.1	Introdução	63
3.6.2	Conceitos relacionados com a Robustez Estrutural	64
3.6.3	Diferentes perspetivas de robustez estrutural	66
3.6.4	Quantificação da robustez	68
3.6.5	Avaliação determinística	68
3.6.6	Avaliação Probabilística	72
3.6.7	Avaliação do Risco	76
4. Caso	de estudo: Modelo Determinístico	79
4.1 Ir	ntrodução	79
4.2 E	stratégia de modelação	80
4.2.1	Alvenaria	81
4.2.2	Colapso por deslizamento/escorregamento	82
4.2.3	Material de enchimento	83
4.3 N	Modelo numérico do caso de estudo	84
4.3.1	Geometria	85
4.3.2	Materiais	87
4.3.3	Cargas ferroviárias	90
4.3.4	Análise de sensibilidade	92
5. Caso	de estudo: Modelo Probabilístico	99
5.1 Ir	ntrodução	99

5.2	Mo	odelação probabilística da resistência	100
5.3	Mo	odelação probabilística das ações	101
5.4	Ge	ração de valores aleatórios (Método do Hipercubo Latino)	102
5.4	4.1	Número de iterações	103
5.4	1.2	Matriz de correlação	104
5.5	Cá	lculo do Índice de Fiabilidade	104
5.6	Cá	lculo do índice de robustez	106
5.6	5.1	Introdução	106
5.6	5.2	Índice de robustez para diferentes percentagens de dano	107
5.6	5.3	Índice de robustez para diferentes localizações de dano	117
5.7	Co	nclusões	120
6. Cc	nclu	sões e desenvolvimentos futuros	123
6.1	Co	nclusões	123
6.2	De	senvolvimentos futuros	125
Bibliog	grafia		127
Anexo	I - N	létodo superfície de resposta	135
Anexo	II - I	Método do hipercubo latino	139
Anexo	III -	Algoritmos	157

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Aqueduto das Águas Livres (Lisboa)
Figura 2.2 - Viaduto Ferroviário de Durrães
Figura 2.3 - Ponte Ferroviária de Coval
Figura 2.4 - a) Constituição de uma ponte de alvenaria; b) Corte AA' (Morais, 2012; Moreira
2014)
Figura 2.5 - Diferentes aduelas num arco (Moreira, 2014)
Figura 2.6 - Sistema estrutural de arcos (Morais, 2012; Proske & Gelder, 2009; Moreira, 2014)
Figura 2.7 - Constituição da linha ferroviária (Silva, 2012; Fortunato, 2005; Moreira, 2014)
Figura 3.1 - Ponte Hintze Ribeiro (Estrutura Intacta)
Figura 3.2 - Ponte Hintze Ribeiro (Estrutura Danificada)
Figura 3.3 - Ponte de Penacova, 1975 (adaptado de EP-Estradas de Portugal (2012)) 25
Figura 3.4 - Ponte de Penacova suportada por cabos externos
Figura 3.5 - Avaliação de segurança através da comparação do valor limite com o valor
realizado por ensaios realizados (Rucker et al, 2006)
Figura 3.6 - Procedimento de avaliação de segurança puramente probabilístico (adaptado de
Moreira, 2004)
Figura 3.7 - Variáveis aleatórias (Matos, 2010)
Figura 3.8 - Função densidade de Probabilidade (FDP) e Função de Distribuição (FD)
(adaptado de Haldar & Mahadevan, 2000; Matos, 2010)
Figura 3.9 - Função densidade conjunta de duas variáveis $fR$ , $ER$ , $E$ , funções densidade
probabilidade marginal $fRr$ e $fEr$ e, a sombreado, o domínio de rotura (adaptado de Schneider
1997; Lopes, 2009)
Figura 3.10 - Distribuição da margem de segurança Z = R - E (adaptado de Melchers, 1999
Lopes, 2009)
Figura 3.11 - Método do Hipercubo Latino (Henriques, 1998; Lopes, 2009)47

Figura 3.12 - Ilustração do método FORM para um caso bidimensional de uma função de
estado limite linear com variáveis Normalmente distribuídas no espaço original (esq.) e
padronizada (dir.) (Faber, 2009; Faustino, 2013)
Figura 3.13 - Aproximação do tipo FORM a uma função de estado limite não-linear, no espaço
original (esq.) e nos espaço normalizado (dir.) (adaptado de Nadim, 2007; Faustino, 2013) . 61
Figura 3.14 - Curva normalizada de robustez (adaptado de Cavaco, 2013; Gomes, 2014)72
Figura 4.1 - Principais objetos do modelo numérico de uma ponte de alvenaria no
LimitState:RING80
Figura 4.2 - Esquema idealizado do comportamento de um arco (adaptado de Sustainable
Bridges, 2007)
Figura 4.3 - Esquema idealizado de uma rótula plástica formada nas juntas de blocos de
alvenaria (adaptado de Sustainable Bridges, 2007)
Figura 4.4 - Movimentos relativos entre blocos de alvenaria consecutivos (adaptados de
Gilbert, 2007; Moreira, 2014)
Figura 4.5 - Esquema de degradação de carga em profundidade (maciço infinito) (Costa, 2009;
Moreira, 2014)
Figura 4.6 - Nomenclatura utilizada para os arcos e pilares do Viaduto Ferroviário de Coval
86
Figura 4.7 - Siglas das dimensões dos pilares no software RING
Figura 4.8 - Propriedades da alvenaria para a construção do modelo numérico
Figura 4.9 - Propriedades do material de enchimento para a construção do modelo numérico
89
Figura 4.10 - Propriedades do balastro e da linha ferroviária para a construção do modelo
numérico90
Figura 4.11 - Modelo de cargas LM71. Posições e valores caraterísticos das cargas
concentradas e das cargas uniformemente distribuídas (Moreira, 2014)91
Figura 4.12 - Modelo numérico do Viaduto Ferroviário de Coval
Figura 4.13 - Resultados do fator de carga para várias posições da carga ferroviária ao longo
da ponte
Figura 5.1 - Valores para cálculo do índice de robustez para várias dimensões do dano
correspondente à redução da resistência à compressão na alvenaria dos arcos

Figura 5.2 - Valores para cálculo do índice de robustez para várias dimensões do dano
correspondente à redução da resistência à compressão na alvenaria da ponte
Figura 5.3 - Valores para cálculo do índice de robustez para várias dimensões do dano
correspondente à perda de argamassa de junta nos arcos
Figura 5.4 - Valores para cálculo do índice de robustez para várias dimensões do dano
correspondente à perda de argamassa de junta nos pilares
Figura 5.5 - Representação da largura efetiva da ponte (adaptado de LimitState:RING 3.2 User
Manual, 2016)
<b>Figura 5.6</b> - Largura efetiva da ponte para diferentes posições de carga
Figura 5.7 - Índice de robustez para várias dimensões do dano correspondente à redução da
resistência à compressão na alvenaria dos arcos
Figura 5.8 - Índice de robustez para várias dimensões do dano correspondente à redução da
resistência à compressão na alvenaria de toda a ponte
Figura 5.9 - Índice de robustez para várias dimensões do dano correspondente à perda de
argamassa de junta nos arcos
Figura 5.10 - Índice de robustez para várias dimensões do dano correspondente à perda de
argamassa de junta nos pilares
Figura 5.11 - Arco 3 do Viaduto Ferroviário de Coval
Figura 5.12 - Índice de robustez para várias localizações do dano correspondente à perda de
argamassa de junta no arco 3
Figura 5.13 - Arco 4 do Viaduto Ferroviário de Coval
Figura 5.14 - Índice de robustez para várias localizações do dano correspondente à perda de
argamassa de junta no arco 4
Figura 5.15 - Pilares 2 e 3 do Viaduto Ferroviário de Coval
Figura 5.16 - Índice de robustez para várias localizações do dano correspondente à perda de
argamassa de junta nos pilares 2 e 3

## LISTA DE TABELAS

Quadro 2.1 - Constituição de uma ponte de alvenaria	12
<b>Quadro 3.1</b> - Índice de fiabilidade alvo, $\beta$ (EC-0, 2002)	42
Quadro 3.2 - Propostas de avaliação de robustez (adaptado de Cavaco, 2013)	68
Quadro 4.1 - Dimensões dos pilares do Viaduto Ferroviário de Coval	87
Quadro 4.2 - Parâmetros estruturais considerados na análise do Viaduto Ferroviário de	Coval
(Moreira et al., 2016)	95
Quadro 5.1 - Matriz de correlação dos parâmetros considerados na análise	104
Quadro 5.2 - Valores da probabilidade de falha e do índice de fiabilidade da estrutura in	
Quadro 5.3 - Cálculo do índice de Robustez para o caso de dano de redução da resistêr	ncia à
compressão na alvenaria dos arcos (Cavaco, 2013)	108
Quadro 5.4 - Cálculo do índice de Robustez para o caso de dano de redução da resistêr	ncia à
compressão na alvenaria da ponte (Cavaco, 2013)	109
Quadro 5.5 - Cálculo do índice de Robustez para o caso de dano de perda de argamas	ssa de
junta nos arcos (Cavaco, 2013)	110
Quadro 5.6 - Cálculo do índice de Robustez para o caso de dano de perda de argamas	ssa de
junta nos pilares (Cavaco, 2013)	111
Quadro 5.7 - Resultados do índice de robustez para diferentes percentagens de dano (Fran	gopol
e Curley, 1987)	114
Quadro 5.8 - Resumo dos valores do índice de Robustez obtidos pela metodologia de C	avaco
(2013)	121
Quadro 5.9 - Valores do índice de robustez obtidos para o dano máximo pela metodolo	gia de
Frangopol e Curley (1987)	121
Quadro 5.10 - Resultados do índice de robustez para diferentes localizações de	dano
(Frangopol e Curley, 1987)	122
Quadro A.1 - Resultados do fator de colapso pelo método de superfície de resposta	136
Quadro A.2 - Resultados do algoritmo FORM pelo método da superfície de resposta	137

Quadro A.3 - Resultados do fator de colapso obtido no LimitState:RING para as simulações
geradas pelo Método do Hipercubo Latino para a estrutura sem dano
Quadro A.4 - Valores dos coeficientes da equação de estado limite para a estrutura sem dano
Quadro A.5 - Valores do índice de fiabilidade e da probabilidade de falha obtidos pelo método
FORM para a estrutura sem dano
Quadro A.6 - Diferentes fatores de colapso obtidos pelo LimitState:RING para as diferentes
percentagens de redução da resistência à compressão nos arcos e para as 40 simulações obtidas
pelo método do hipercubo latino
Quadro A.7 - Valores dos coeficientes da equação de estado limite para a estrutura com
diferentes dimensões do dano correspondente à redução da resistência à compressão nos arcos
Quadro A.8  -  Valores do indice de fiabilidade e da probabilidade de falha obtidos pelo método
FORM para a estrutura com redução da resistência à compressão nos arcos
Quadro A.9 - Diferentes fatores de colapso obtidos pelo LimitState:RING para as diferentes
percentagens de redução da resistência à compressão na estrutura e para as 40 simulações
obtidas pelo método do hipercubo latino
Quadro A.10 - Valores dos coeficientes da equação de estado limite para a estrutura com
diferentes dimensões do dano correspondente à redução da resistência à compressão na
estrutura
Quadro A.11 - Valores do índice de fiabilidade e da probabilidade de falha obtidos pelo método
FORM para a estrutura com redução da resistência à compressão na estrutura145
Quadro A.12 - Valores da perda de argamassa para as diferentes simulações e para as diferentes
dimensões de dano para o caso de dano correspondente à perda de argamassa de junta nos arcos
Quadro A.13 - Diferentes fatores de colapso obtidos pelo LimitState:RING para as diferentes
percentagens perda de argamassa de junta nos arcos e para as 40 simulações obtidas pelo
método do hipercubo latino
Quadro A.14 - Valores dos coeficientes da equação de estado limite para a estrutura com
diferentes dimensões do dano correspondente à perda de argamassa de junta nos arcos 147
Quadro A.15 - Valores do índice de fiabilidade e da probabilidade de falha obtidos pelo método
FORM para a estrutura com perda de argamassa de junta nos arcos

<b>Quadro A.16</b> - Valores da perda de argamassa para as diferentes simulações e para as diferentes
dimensões de dano para o caso de dano correspondente à perda de argamassa de junta nos
pilares
Quadro A.17 - Diferentes fatores de colapso obtidos pelo LimitState:RING para as diferentes
percentagens perda de argamassa de junta nos pilares e para as 40 simulações obtidas pelo
método do hipercubo latino
Quadro A.18 - Valores dos coeficientes da equação de estado limite para a estrutura com
diferentes dimensões do dano correspondente à perda de argamassa de junta nos pilares 150
Quadro A.19 - Valores do índice de fiabilidade e da probabilidade de falha obtidos pelo método
FORM para a estrutura com perda de argamassa de junta nos pilares
Quadro A.20 - Diferentes fatores de colapso obtidos pelo LimitState:RING para as diferentes
localizações perda de argamassa de junta no arco 3 e para as 40 simulações obtidas pelo método
do hipercubo latino
Quadro A.21 - Valores dos coeficientes da equação de estado limite para a estrutura com
diferentes localizações de perda de argamassa de junta no arco 3
Quadro A. 22 - Valores do índice de fiabilidade e da probabilidade de falha obtidos pelo
método FORM para a estrutura com perda de argamassa em várias localizações no arco 3.153
Quadro A.23 - Diferentes fatores de colapso obtidos pelo LimitState:RING para as diferentes
localizações perda de argamassa de junta no arco 4 e para as 40 simulações obtidas pelo método
do hipercubo latino
Quadro A.24 - Valores dos coeficientes da equação de estado limite para a estrutura com
diferentes localizações de perda de argamassa de junta no arco 4
Quadro A.25 - Valores do índice de fiabilidade e da probabilidade de falha obtidos pelo método
FORM para a estrutura com perda de argamassa em várias localizações no arco 4
Quadro A.26 - Diferentes fatores de colapso obtidos pelo LimitState:RING para as diferentes
localizações perda de argamassa de junta nos pilares 2 e 3 e para as 40 simulações obtidas pelo
método do hipercubo latino
Quadro A.27 - Valores dos coeficientes da equação de estado limite para a estrutura com
diferentes localizações de perda de argamassa de junta nos pilares 2 e 3
Quadro A.28 - Valores do índice de fiabilidade e da probabilidade de falha obtidos pelo método
FORM para a estrutura com perda de argamassa em várias localizações nos pilares 2 e 3 156

### SIGLAS E SIMBOLOGIA

EL Estados (s) limite (s)

ELU Estados (s) limite (s) últimos (s)

**ELS** Estados (s) limite (s) de utilização ou serviço

ELF Estados (s) limite (s) de fadiga

FD Função de distribuição

**FDP** Função densidade de probabilidade

S Solicitação

R

Resistência First Order Reliability Method **FORM** 

**SORM** Second Order Reliability Method

**FOSM** First Order Second Moment Method

Advanced First Order Second Moment Method **AFOSM** 

**MMC** Método de Monte Carlo

MHL Método do Hipercubo Latino

**RSM** Método da Superfície de Resposta

**MEF** Método dos Elemento Finitos

LM71 Modelo de carga Load Model 71

**BRIME** Bridge Management in Europe

COV Coeficiente de variação da probabilidade de falha

HLÍndice Hasofer e Lind

Domínio de rotura D

RC-1 Classe de fiabilidade correspondente à consequência de rotura baixa

RC-2 Classe de fiabilidade correspondente à consequência de rotura média

RC-3 Classe de fiabilidade correspondente à consequência de rotura alta

EC0 Eurocódigo 0

EC1 Eurocódigo 1

EC2 Eurocódigo 2

#### Alfabeto latino

#### Letras maiúsculas

Vetor de variáveis aleatórias  $X_i$ 

P Probabilidade

7. Variável margem de segurança

Variável Gausseana normalizada da resistência  $U_1$  $U_2$ Variável Gausseana normalizada de solicitação

Valor caraterístico da solicitação  $E_{k}$  $R_k$ Valor caraterístico da resistência

N Número total de simulações

Medidor de robustez baseado no dano  $R_d$ 

Resistência do sistema em condições danificadas  $R_d$ 

 $R_{d.int}$ Medida de robustez tendo por base a integração do dano

Resistência do sistema em condições intactas  $R_0$ 

Resistência do sistema em condições danificadas  $R_d$ 

P(R|E)Probabilidade de falha do sistema em função tanto da carga como

da resistência

Índice de robustez  $I_{rob}$ Medida da robustez  $Rob(\delta)$ 

V Vulnerabilidade

Probabilidade de X ser inferior ou igual a x $F_X(x)$ 

 $T_d$ Tolerância

 $C_{dir}$ Consequências diretas Consequências indiretas

 $C_{ind}$ 

Probabilidade de ocorrer um evento suscetível de causar dano à P(E)

estrutura

P(D|E)Probabilidade da estrutura sofrer um dano condicionado pela

exposição E

P(C|D)Probabilidade de colapso condicionado pelo dano D.

P(C|D=y)Probabilidade de falha a um certo dano Letras minúsculas

 $g(X_i)$  Função estado limite

 $p_f$  Probabilidade de falha ou rotura

r Fiabilidade

 $f_S$  Função densidade de probabilidade ou distribuição de

probabilidade marginal da variável de solicitação

 $f_R$  Função densidade de probabilidade ou distribuição de

probabilidade marginal da variável de resistência

 $f_{RE}$  Distribuição de probabilidade conjunta do vetor (R,E)

 $\tilde{f}$  Função de desempenho

 $x_i$  Simulação da distribuição da amostragem por importância

c Coesão

n Número de parâmetros gerados

Resistência à compressão da alvenaria

 $g(x_i) \le 0$  Falha da simulação i

z Número total de realizações de  $g(X_i)$ 

 $z_0$  Número de realizações para os quais  $g(X_i) < 0$ 

 $\overline{y}$ , Valor médio das observações de y e para cada observação

 $\hat{y}_i$  Valor estimado pela expressão aproximada.

 $y_i$  Valor real de y

 $f_{D|E}$  Probabilidade do dano, condicionado por uma determinada

exposição

 $f_E(x)$  Função da probabilidade de exposição

Alfabeto grego

Letras maiúsculas

Σ Somatório

Letras minúsculas

β Índice de fiabilidade estrutural

 $\beta_{intact}$  Índice de fiabilidade do sistema intacto

 $\beta_{damaaed}$  Índice de fiabilidade do sistema danificado

 $\beta_{HL}$  Índice de fiabilidade de Hasofer e Lind

 $\mu_R$  Média da variável de resistência  $\mu_E$  Média da variável de solicitação

 $\sigma_R$  Desvio-padrão da variável de resistência  $\sigma_E$  Desvio-padrão da variável de solicitação

 $\mu_Z$  Média da variável margem de segurança

 $\sigma_{\rm Z}$  Desvio-padrão da variável margem de segurança

 $\beta_T$  Índice de fiabilidade alvo

 $\gamma_E$  Coeficiente parcial de segurança da variável de solicitação  $\gamma_R$  Coeficiente parcial de segurança da variável de resistência

γ Peso volúmico

ν Coeficiente de Poisson

φ Ângulo de atrito; função de distribuição normal reduzida

 $\lambda_c$  Fator de carga de colapso

 $\lambda$  Fator de carga

 $\xi$  Erro padrão da média estatística

 $\gamma_m$  Peso volúmico da alvenaria

μ Média

σ Desvio-padrão

 $\beta_{serv}$  Índice de fiabilidade para o estado limite de serviço

 $\beta_{ultm}$ . Índice de fiabilidade para o estado limite último

# 1. Introdução

### 1.1 Enquadramento

Hoje em dia, as avaliações de estruturas existentes passam por critérios muito mais robustos do que aqueles que se prendem com a questão de segurança e comportamento em serviço. Por exemplo, as falhas de uma ponte podem resultar na interrupção do comércio e serviços, custos significativos de reparação e, mais importante, perda de vidas humanas. As pontes raramente colapsam na presença de eventos não extremos, no entanto, quando as falhas acontecem, os resultados podem ser catastróficos. As pontes são uma parte integrante e importante das infraestruturas rodoviárias nacional e internacional e precisam de ser projetadas de maneira a assegurar a segurança necessária à sua utilização. A revisão de falhas em estruturas que colapsaram permite aos projetistas aprender a corrigir erros, encontrando novas soluções conceptuais e para a preservação das estruturas existentes, que irá ajudar a evitar falhas futuras, nomeadamente no projeto de pontes (Brandon *et al.*, 2011). Um dos critérios mais importantes a considerar, à luz do grupo técnico internacional dedicado ao desenvolvimento de um novo

Eurocódigo para avaliação de estruturas existentes (CEN TC 250), é o de robustez, face a um determinado fenómeno que pode ser de envelhecimento estrutural como de eventos extremos (como incêndios, inundações, etc.).

De todas as estruturas analisadas, verifica-se as históricas como sendo aquelas que pelo seu valor patrimonial e cultural poderão ser consideradas como as mais importantes para a sociedade. As estruturas associadas à mobilidade e transporte são também importantes pelas suas funções. Neste sentido, à luz do indicador de criticidade recentemente definido pela Associação Nacional de Proteção Civil (ANPC), poderemos concluir que as pontes históricas em alvenaria são de alta criticidade.

O pico da expansão dos transportes ferroviários na Europa ocorreu no início do século XIX. Contudo, e apesar da expansão ter tido início no começo do século XIX, a maioria das pontes de alvenaria foram construídas alguns séculos antes, e destas, um número significativo são pontes em arco de alvenaria de pedra que datam da época Romana.

Os caminhos-de-ferro em Portugal tiveram uma elevada importância na revitalização do país a partir de meados do século XIX, resultando na construção de várias linhas ferroviárias. As pontes tornaram-se estruturas muito importantes para o desenvolvimento social e económico Mundial. Constituem uma porção significativa da rede viária (rodoviária e ferroviária), quer para o transporte de pessoas, quer para o transporte de mercadorias, representando um papel importante no quotidiano da maioria da população Europeia (BRIME, 2001; Moreira, 2014).

Embora se tenham reconstruído linhas ferroviárias e se tenha otimizado a sua utilização, a maioria das pontes utilizadas nas linhas ferroviárias foram construídas na década de 50 e 60. Estas pontes foram dimensionadas de acordo com os regulamentos desenvolvidos na época.

Muitas das pontes em utilização estão submetidas a cargas muito superiores, comparativamente às cargas utilizadas no seu projeto de dimensionamento. Para além desta razão, os investimentos na área da manutenção e intervenção na área das pontes existentes são baixos e, como tal, as pontes apresentam deterioração avançada e as mais variadas anomalias, consequência dos longos anos de serviço sem intervenção.

Por todos estes motivos, é de extrema importância avaliar o estado atual das pontes existentes, de modo a garantir a segurança dos utilizadores, a segurança das mercadorias a transportar e a preservar o património nacional.

A segurança estrutural pode ser avaliada pelo índice de fiabilidade estrutural ( $\beta$ ), ao qual está associada uma probabilidade de falha. A probabilidade de falha é quantificada através de procedimentos e análises estatísticas da resposta estrutural, sendo este o parâmetro que mais facilmente quantifica o nível de risco associado a uma estrutura. De forma simples, a probabilidade de falha representa os custos que a sociedade está disposta a despender caso a estrutura colapse, quer a nível económico (prejuízos, danos), quer a nível social (número de perda de vidas humanas, feridos), entre outras (Melchers, 1999). Após uma avaliação da segurança estrutural a partir da análise de fiabilidade, irá proceder-se à avaliação da robustez estrutural de uma ponte em arco de alvenaria de pedra ferroviária, localizada em Coval.

Um dos maiores obstáculos com que a avaliação de segurança de pontes existentes se depara é o facto da documentação existente ser baseada em metodologias de dimensionamento para pontes novas, sendo inadequada para a análise de fiabilidade e verificação de segurança das estruturas existentes. Tal facto demonstra que a avaliação de segurança de estruturas, quando realizada segundo as filosofias dos regulamentos em vigor para o dimensionamento de novas pontes, pode conduzir a uma avaliação inadequada do estado atual das pontes e, por conseguinte, a intervenções desnecessárias e dispendiosas ou à sua reconstrução (Moreira, 2014).

## 1.2 Objetivos

Na sequência do colapso de estruturas de grande dimensão, por exemplo, associado ao colapso progressivo de estruturas e ao colapso das Torres do World Trade Center, a robustez tem sido objeto de renovado interesse devido às graves consequências relacionadas com a falha de estruturas e, principalmente, devido aos custos que o colapso estrutural pode atingir, excedendo os meros custos de reconstrução. Foi confirmado que a robustez está fortemente relacionada com as caraterísticas estruturais internas, tais como a redundância e a ductilidade, mas também

depende da situação específica de eventos que envolvem danos localizados e que podem conduzir ao colapso da estrutura, nomeadamente o colapso progressivo. Desta forma, as consequências dependerão não só das caraterísticas estruturais internas, mas também das medidas passivas e ativas para redução de danos e de possíveis não conformidades com hipóteses de cálculo devido à qualidade de execução e manutenção (Sorensen, 2011).

A robustez está relacionada com cenários em que as exposições, incluindo cargas e defeitos não intencionais e imprevistos, resultam em danos locais para o sistema estrutural, podendo, em casos mais extremos, conduzir ao colapso. A robustez pode ser definida de diferentes maneiras e em diferentes níveis de complexidade/aplicabilidade que serão discutidos ao longo da presente dissertação. Apesar de tudo, até aos dias de hoje, a perceção do conceito de robustez é algo difusa por parte dos engenheiros, o que origina uma falta de confiança e orientação de como incorporar este conceito na análise estrutural, permanecendo sempre alguma incerteza quanto à vulnerabilidade das estruturas na presença de um evento extremo. A definição exata do conceito de robustez estrutural é uma necessidade para uma concreta materialização da robustez no quotidiano do dimensionamento de estruturas, evitando que o seu estudo só aconteça após a ocorrência de uma catástrofe (Gomes, 2014; Cavaco, 2013; Sorensen, 2011).

Tendo como base este critério pretende-se, com este tema, desenvolver o estudo de robustez de uma ponte ferroviária em alvenaria. Esta ponte ferroviária enquadra-se na tipologia das infraestruturas críticas. A análise a desenvolver passa, numa primeira fase, por uma avaliação de segurança da ponte através de uma análise de fiabilidade e, posteriormente, irá se proceder a um estudo dos diferentes conceitos de robustez.

### 1.3 Organização da Dissertação

A presente dissertação está organizada num conjunto de seis capítulos, iniciando-se pelo presente capítulo 1, a introdução.

O capítulo 2 introduz toda a informação relativa a pontes de arco em alvenaria de pedra, nomeadamente, anomalias associadas, bem como, a caraterização de uma ponte com esta tipologia.

O capitulo 3 inicia-se com alguns exemplos introdutórios de colapso de pontes que podem estar associados à falta de segurança estrutural e, consequentemente, associada a uma baixa robustez. No capítulo 3 são abordados os conceitos fundamentais da teoria da fiabilidade e segurança estrutural, desde os conceitos básicos às diferentes metodologias associadas a esta análise. Serão explicados os conceitos de dimensionamento e de avaliação de estruturas existentes, bem como, a avaliação da sua segurança. Serão abordados os métodos de análise que serão posteriormente utilizados no caso de estudo e também os que não serão utilizados, mas que têm um papel fundamental na origem dos métodos empregues. Também neste capítulo será referenciada toda a informação relativa à robustez, nomeadamente a variabilidade de definições de diversos autores e os diferentes métodos de quantificação da robustez estrutural (métodos de avaliação determinística e métodos de avaliação probabilística).

Os capítulos 4 e 5 serão dedicados ao caso de estudo da presente dissertação. Será realizada uma introdução às metodologias de análise do *software* de análise limite RING (RING Manual, 2016). Será esclarecida a construção do modelo numérico do Viaduto Ferroviário de Coval (modelo determinístico). Serão apresentados os resultados da análise de sensibilidade (estudo paramétrico), juntamente com uma breve explicação de como é efetuada esta análise e em que consiste. Este conjunto de processos irá culminar, por fim, numa avaliação da segurança através do cálculo do índice de fiabilidade e, no principal objeto de estudo da presente dissertação, o cálculo da robustez da estrutura (modelo probabilístico).

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões acerca do desenvolvimento de todo este processo, bem como alguns aspetos importantes para uma futura investigação neste tema.

# 2. PONTES DE ALVENARIA

### 2.1 Introdução

Consideram-se obras de alvenaria as obras que utilizam nas estruturas resistentes pedras naturais ou materiais artificiais fabricados pelo homem com matérias inorgânicas, materiais ligados ou não entre si por argamassas, os quais poderão ter como ligantes, as argilas, o gesso, a cal aérea, a cal hidráulica, o cimento de Portland ou ligantes naturais. Os materiais constituintes estão dispostos de tal forma entre si, que, independentemente da existência de uma argamassa, constituem um conjunto consistente.

As argamassas ligam ou acomodam os elementos constituintes entre si, regularizando as superfícies de contacto, aumentando em regra a resistência global do conjunto e evitando concentração de tensões nas partes salientes das pedras, as quais levariam à fendilhação.

No caso das alvenarias em pontes, as quais são as alvenarias que interessam à presente dissertação e às quais se referirá agora em diante, pela época da sua construção, as argamassas utilizadas são regra geral à base de cal aérea, com areias naturais.

A alvenaria é a técnica construtiva mais antiga que ainda encontra aplicação na indústria de construção atual. Naturalmente que houve mudanças nos materiais utilizados e nas aplicações possíveis, mas a técnica de agrupar blocos manteve-se idêntica às desenvolvidas há alguns milhares de anos (Lourenço, 1998). Aliada à sua simplicidade construtiva, a alvenaria possui importantes caraterísticas como a sua solidez, durabilidade e reduzida manutenção, versatilidade, boa capacidade de absorção sonora e de resistência ao fogo.

### 2.2 Pontes de alvenaria em Portugal

Para se estabelecer uma sequência cronológica das pontes de alvenaria em Portugal, tem necessariamente de se começar pelo legado romano. Efetivamente, a construção de uma rede de estradas constitui sem dúvida uma das maiores proezas daquela civilização. O sistema imperial de estradas permitiu ligar os pontos mais importantes do império romano, contribuindo significativamente para o desenvolvimento das regiões que por esse sistema viário eram atravessados. Este sistema não ficaria contudo completo e operacional sem o aparecimento de um elemento indispensável à sua materialização – a ponte (Ribeiro, 1998). O sistema viário romano estendeu-se até ao que viria a ser mais tarde território português, havendo como tal inúmeros vestígios de estradas e pontes romanas em território nacional.

Uma das obras mais notáveis de um período bastante recente da nossa história é o Aqueduto das Águas Livres, em Lisboa, ver Figura 2.1. Esta obra faz parte de um circuito de 58 quilómetros de extensão que permitiu no século XVIII abastecer de água a cidade de Lisboa. A travessia do vale de Alcântara foi conseguida através da execução de um conjunto de 35 arcos apontados. O arco central com 65 metros de altura possuí a particularidade de ser o maior até então construído dentro da sua classificação (arcos apontados).



Figura 2.1 - Aqueduto das Águas Livres (Lisboa)

Fazendo uma maior aproximação da base em que assenta o desenvolvimento da presente dissertação, encontra-se o Viaduto de Durrães, no concelho de Barcelos. Este viaduto é o elo de comunicação ferroviária entre Durrães e Barcelos, permitindo a travessia do comboio que passa na Linha do Minho, ver Figura 2.2 (Figueiras, 2000).

O Viaduto de Durrães é constituído por dezasseis arcos de volta perfeita de cantaria de 8,5 metros de vão cada, sendo a altura total de dezoito metros. O material constituinte é alvenaria de granito, cujas juntas são secas e bujardadas. O seu tabuleiro é composto por uma única linha ferroviária, com uma largura de 5,25 metros. O seu comprimento total é aproximadamente 178 metros (Figueiras, 2000; Moreira, 2014).

No âmbito da presente dissertação, o caso de estudo será a ponte ferroviária de Coval (Figura 2.3). Trata-se de uma ponte de arco em alvenaria de granito e todas as informações para o estudo da ponte estão apresentadas no capítulo 4.



Figura 2.2 - Viaduto Ferroviário de Durrães

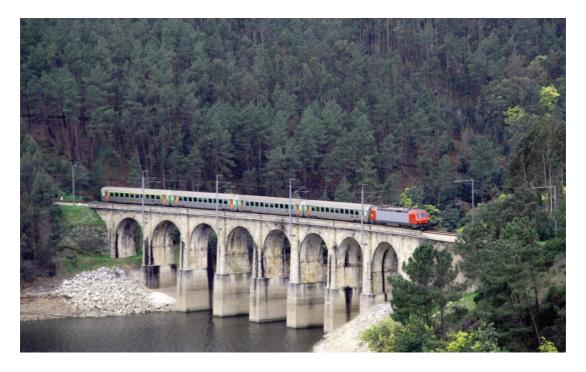


Figura 2.3 - Ponte Ferroviária de Coval

Atualmente não é usual a construção de pontes em alvenaria de pedra. Desde a revolução industrial, e acompanhando o desenvolvimento da indústria siderúrgica, as pontes em ferro dominaram a construção no século XVIII e, ainda mais no século XIX. Este material viria a ser cada vez mais preterido e substituído pelo betão, material que se julgou de durabilidade quase ilimitada. A posição dominante do betão armado e pré-esforçado, tanto no mercado da

construção em geral como no mercado das pontes (que parece de todo irreversível), fez com que, a pouco e pouco, se perdesse o conhecimento sobre os materiais mais antigos que entretanto caíram em desuso.

Embora pareça razoável em primeira análise dar maior relevo aos materiais e aos processos construtivos que atualmente detêm a hegemonia do mercado da nova construção, não devemos esquecer a parcela significativa do património construído que "sobreviveu" até hoje.

### 2.3 Caraterização de uma ponte de alvenaria

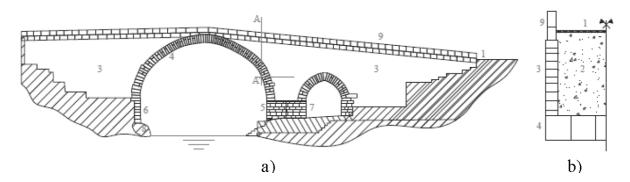
Na construção de uma ponte de alvenaria são utilizados, fundamentalmente, dois tipos de materiais: a alvenaria e o material de enchimento. São características da alvenaria a heterogeneidade, anisotropia, descontinuidade, moderada resistência à compressão e reduzida resistência à tração, dependendo da existência de material nas juntas entre unidades de alvenaria (argamassa de interposição). O material de enchimento é formado por aglomerados de materiais de granulometrias variadas, existente no interior das pontes em arco de alvenaria de pedra (nos espaços entre os paramentos de alvenaria) (Costa, 2009; Rouxinol, 2007; Moreira, 2014).

O objetivo da caracterização de uma ponte é conhecer e avaliar os parâmetros de resistência e de deformabilidade dos materiais, assim como os parâmetros geométricos e calibração dos modelos constitutivos utilizados, com vista à modelação numérica do caso de estudo, obtendose um modelo numérico fidedigno para a realização da avaliação de segurança.

Deste modo, a caracterização geométrica surge como uma das prioridades. Quando a informação proveniente da documentação existente é insuficiente, recorre-se a métodos de levantamento geométrico. Ao nível dos parâmetros mecânicos dos materiais constituintes, quando a informação é reduzida ou inexistente, consulta-se bibliografía relacionada com estruturas semelhantes ou procede-se à realização de ensaios de caracterização material.

As pontes de alvenaria são constituídas por dois tipos de elementos: elementos estruturais e elementos não-estruturais (Figura 2.4). Os elementos estruturais agrupam-se em elementos principais e elementos secundários. Os elementos principais são formados pelos arcos, muros

de tímpano, enchimento, pilares, encontros e fundações. Os elementos secundários são constituídos pelos talha-mares e os talhantes. Os elementos não estruturais englobam o tabuleiro (sob determinadas condições) e as guardas (laterais ou corpos) (Moreira, 2014).



**Figura 2.4 -** a) Constituição de uma ponte de alvenaria; b) Corte AA' (Morais, 2012; Moreira, 2014)

No quadro 2.1 é possível encontrar a legenda da figura 2.4.

Quadro 2.1 - Constituição de uma ponte de alvenaria

<b>E</b> 0 = 0.				
	Elementos principais			
	Elemento	Legenda		
	Arco	4		
	Muros de tímpano	3		
	Enchimento	2		
Elementos estruturais	Pilares	5		
	Encontros	6		
	Fundações	8		
	Elementos secundários			
	Elemento	Legenda		
	Talha-mar (montante)	7		
	Talhante (jusante)	7		
	Elemento	Legenda		
Elementos não estruturais	Tabuleiro	1		
	Guardas	9		
	•			

#### **Tabuleiro**

O tabuleiro é o elemento onde ocorre a circulação de tráfego (rodoviário, ferroviário ou pedonal), podendo ser composto por placas de alvenaria, por uma camada de betuminoso (intervenções realizadas) ou por lajeado de material pétreo (Moreira, 2014).

Usualmente, o tabuleiro não é considerado um elemento estrutural. Contudo, no caso de pontes de alvenaria a que tenha sido adicionada uma laje sobre o tabuleiro original e o funcionamento seja simultâneo entre ambos (o tabuleiro), é restringido o movimento dos muros de tímpano para fora do plano, devido à laje. Nestas situações, o tabuleiro é considerado um elemento estrutural (Moreira, 2014).

#### **Enchimento**

O enchimento é o material colocado entre os arcos e os muros de tímpano para preencher essa zona e dar estabilidade ao arco, sendo esta uma das suas funções principais nas pontes de alvenaria. Outra principal função do material de enchimento é transmitir as cargas provenientes do tabuleiro até aos arcos e muros de tímpano.

# Muros de tímpano

Os muros de tímpano são paramentos exteriores verticais construídos em alvenaria sobre os arcos, os pilares e os encontros, sendo a sua principal função confinar o solo e resistir aos impulsos ativos provenientes do enchimento. O seu interior pode ser inclinado ou composto por degraus de diferentes espessuras, sendo a maior espessura junto à base. Outras alternativas para a sua conceção passavam pela construção de olhais sobre os pilares, arcos ou sobre os encontros de modo a aumentar a secção de vazão, requerida no caso da ocorrência de possíveis cheias. Situações particulares, como a necessidade da diminuição das cargas transmitidas aos arcos, eram contornadas pela substituição dos muros de tímpano por arcos secundários.

#### Arcos

Os arcos são os elementos estruturais projetados para vencerem os vãos, sendo a sua principal função estrutural conduzir as cargas provenientes de outros elementos (tabuleiro, guardas, enchimento e muros de tímpano) e das sobrecargas aos pilares, encontros e fundações.

Os arcos são formados pela associação de blocos de material pétreo, denominados aduelas (geralmente cuneiformes). Consoante a posição que as aduelas vão tomando ao longo do arco, são lhes atribuídas diferentes denominações (Figura 2.5):

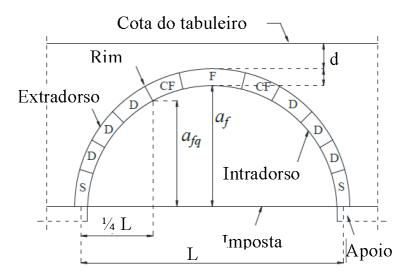


Figura 2.5 - Diferentes aduelas num arco (Moreira, 2014)

# Legenda:

- S: Aduela de saimel
- F: Aduela de fecho (última aduela a ser instalada)
- CF: Aduelas de contrafecho;
- D: sem designação específica;

A face externa do arco é designada de extradorso e a sua face interna é designada de intradorso. A imposta está compreendida entre a aduela de saimel e os apoios dos arcos. A distância entre o extradorso do arco sobre a aduela de fecho e o tabuleiro é designada por recobrimento (d). O rim é a secção localizada a 1/4 do vão do arco, e a respetiva altura denominada de flecha (fr). A maior altura do intradorso é denominada de flecha do arco (f). A distância entre os eixos das aduelas de saimel dita o vão do arco (Morais, 2012; Moreira, 2014).

Os arcos podem apresentar diferentes tipologias. Enumeram-se, abaixo, as diferentes tipologias de arcos existentes (Figura 2.6):

- volta perfeita (de volta inteira, semicircular, segmentar ou profundo;
- abatido;
- segmentado;
- ogival (gótico ou apontado);
- elíptico;
- adintelado.

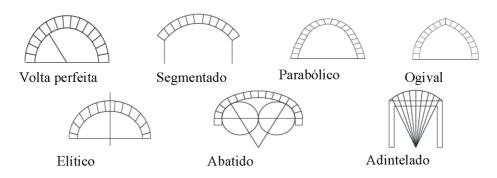


Figura 2.6 - Sistema estrutural de arcos (Morais, 2012; Proske & Gelder, 2009; Moreira, 2014)

O cimbramento é um dos principais fatores na geometria de uma ponte de alvenaria. O cimbre, geralmente construído em madeira, era instalado ao longo do vão de cada arco, sobre o qual se construía o arco em alvenaria desde os apoios ao coroamento do arco. Se o cimbre não fosse seguro, o arco solicitaria as fundações podendo originar danos à estrutura (Moreira, 2014).

#### Pilares e encontros

Os pilares e os encontros constituem os apoios dos arcos, exibindo, geralmente, uma secção retangular. A sua principal função é conduzir as cargas que lhe são transmitidas pelos arcos às fundações. Este tipo de elementos está predominantemente submetido a esforços de compressão. Além disso, têm que resistir às ações que lhes são diretamente aplicadas, como o vento e a ação hidrodinâmica da água. Segundo Lourenço e Oliveira (2003), os pilares eram construídos em alvenaria, sendo o seu interior oco e preenchido por cascalho e solo. Para

proteger os pilares fundados no leito do curso de água, eram construídos talha-mares a montante e talhantes a jusante.

#### Talha-mares e talhantes

Os talha-mares e os talhantes eram inicialmente construídos numa fase posterior e desligada do pilar, podendo apresentar capeamento. Mais tarde, a construção destes elementos era realizada de modo à sua ligação com os pilares ser contínua, apresentando uma forma arredondada. Os materiais utilizados na sua construção eram a alvenaria ou alvenaria e material de enchimento, apresentando como formas mais regulares e comuns a triangular nos talha-mares e a retangular nos talhantes. Mais raras, formas tronco-cónica e talhantes em forma cilíndrica ou arredondada, também podem ser encontradas.

#### **Fundações**

As fundações têm como função suportar as ações transmitidas por todos os elementos estruturais. Eram construídas sobre o leito dos cursos de água a partir de ensecadeiras (Lourenço e Oliveira, 2003), podendo ser:

- fundações diretas materializadas por:
  - sapatas sobre o afloramento rochoso;
  - apoios assentes sobre o maciço ou afloramento rochoso;
- fundações indiretas materializadas através de poços e pegões.

Os efeitos do escoamento do curso de água condicionam a sua eficiência (Lourenço e Oliveira, 2003), podendo por vezes haver lugar a fenómenos de infraescavação.

#### Guardas

A função das guardas é proteger e evitar a queda de veículos e peões. Podem ser de diversos materiais, sendo a alvenaria e o metal os materiais mais comuns.

#### Linha ferroviária

Sobre o tabuleiro da ponte, estão instaladas as linhas ferroviárias. Selig e Waters (1994) definem linha ferroviária como uma associação de vários componentes, que são agrupados de acordo com a sua função estrutural (Figura 2.7). Os carris, as travessas, os dispositivos de fixação e o balastro são elementos do grupo designado de super-estrutura. O sub-balastro, a camada de nivelamento e a fundação são elementos pertencentes ao grupo designado de sub-estrutura.

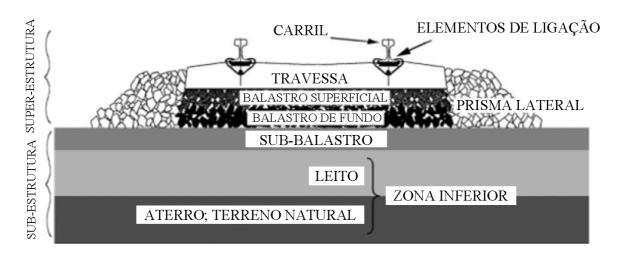


Figura 2.7 - Constituição da linha ferroviária (Silva, 2012; Fortunato, 2005; Moreira, 2014)

# 2.4 Anomalias

As anomalias são os aspetos exteriores, visíveis, que indiciam alterações na estrutura interna dos materiais, resultantes de alterações na sua estrutura, quer de esforços instalados, os quais ultrapassam os valores resistentes dos materiais, nomeadamente a sua resistência à tração ou compressão (Rosa Ferreira, 2008).

O conhecimento das várias anomalias permitem uma primeira avaliação na gestão da conservação das pontes, permitindo definir níveis de estados de conservação que contribuirão para a hierarquização das invenções a realizar ao longo do tempo. Estes conhecimentos condicionarão as soluções de intervenção a levar a efeito, desde as ações preventivas que podem

ser efetuadas para evitar ou diminuir a gravidade dessas anomalias, à definição do tipo de reabilitação ou reforço, ou mesmo à decisão do abandono da obra (Rosa Ferreira, 2008).

Podendo as anomalias ter as mesmas origens, a sua gravidade e consequências dependem da intensidade da causa que as origina, da tipologia estrutural, dos materiais constituintes, do estado de conservação, da localização da patologia no elemento estrutural e da perceção da sua evolução (Rosa Ferreira, 2008).

Definida a importância da correta avaliação das anomalias nas pontes de alvenaria, tendo em vista a sua conservação, verifica-se que estas podem ser classificadas e inventariadas de acordo com as perspetivas diversificadas. Podem assim as anomalias ser classificáveis:

- 1. Pelos materiais ou elementos estruturais, onde se regista a anomalia;
- 2. Pela importância na estabilidade, durabilidade e funcionalidade na obra.

Este último critério permite evidenciar a importância que as anomalias têm para as obras, designadamente pelas consequências que daí advirão para a sua segurança, contribuindo na definição da hierarquização das diversas intervenções a realizar, em que entre vários fatores a considerar, a segurança estrutural é sem dúvida o mais importante, pelas repercussões sociais e económicas resultantes do colapso de uma obra ou do condicionamento à sua utilização. Assim tendo como base a estabilidade, durabilidade e funcionalidade na obra, assumem-se três grupos de anomalias: estruturais, de durabilidade (ou não estruturais) e funcionais (Rosa Ferreira, 2008).

#### 2.4.1 Anomalias estruturais

Incluem-se neste grupo as anomalias com causas diversas, que têm consequências no funcionamento estrutural, indiciando perda de segurança estrutural. Estas anomalias indiciam situações que, pela sua origem, podem evoluir no sentido de ruína da obra. Há que ter especial atenção à sua evolução, tendo em atenção a tipologia estrutural da obra e a sua localização, sendo certo que pela existência da anomalia a estrutura já se encontra fragilizada. Estas anomalias estão normalmente associadas a diversas causas: excesso de carga, deficiências de projeto ou execução, deformação excessiva dos solos de fundação, infraescavações das

fundações ou rotura dos elementos estruturais das fundações (Rosa Ferreira, 2008). Incluem-se neste grupo:

- Fendilhações transversais ou longitudinais mais ou menos acentuadas, que se manifestam nos elementos estruturais, nomeadamente nos arcos ou pilares;
- Deformações verticais, horizontais ou rotações, observáveis em elementos estruturais:
   arcos, pilares, muros.
- Deslocamentos ou falta de materiais constituintes de elementos estruturais, arcos ou pilares;
- Descalçamento de fundações;
- Determinado tipo de deformações e fissurações observáveis nos pavimentos, guardacorpos ou lancis.

De entre as anomalias, as fendilhações e fissurações são as mais comuns, designando-se por fendilhação quando as aberturas são profundas, separando o material em partes distintas e por fissuração quando as aberturas são superficiais, mais estreitas, não havendo separação em partes distintas (Rosa Ferreira, 2008).

#### 2.4.2 Anomalias de durabilidade

São anomalias que não tendo influência direta na segurança estrutural, têm influência essencialmente na durabilidade da obra, diminuindo a sua vida útil, funcionando algumas destas anomalias posteriormente como causas diretas ou indiretas de outro tipo de anomalias, criando condições para o aparecimento de anomalias estruturais.

São resultados das ações dos agentes atmosféricos, vento, chuva, erosão das águas das cheias, ataques biológicos e químicos, refletindo o equilíbrio entre o meio ambiente onde se inserem e a natureza dos materiais. São de gravidade variável consoante a intensidade dos fatores que lhe estão na origem, a sua localização nos elementos estruturais e um dos fatores mais importantes, a natureza dos materiais.

De entre os materiais correntemente usados nas pontes de alvenaria salientam-se as pedras, os tijolos e argamassas, os quais apresentam anomalias que, tendo em geral as mesmas causas exteriores, apresentam contudo variações em função das caraterísticas próprias desses materiais, nomeadamente para as argamassas e tijolos, os quais, sendo fabricados pelo homem, estão sujeitos a grandes variações de qualidade, refletindo a diversidade da origem dos materiais e o domínio das técnicas de fabrico e aplicação (Rosa Ferreira, 2008). São as seguintes, de entre outras, as anomalias comuns aos diversos materiais:

- Humidade
- Presença de sais eflurescências e criptoflorescências
- Presença de microorganismos vivos
- Fendilhação e fissuração
- Erosão superficial nos materiais
- Desagregação ou perda de coesão nos materiais
- Outras

Haverá contudo outras anomalias que são específicas de cada material, tendo a ver com o seu fabrico e aplicação. Por exemplo, no caso das argamassas, a perda de aderência ao suporte é uma das suas anomalias mais graves e frequentes. No caso dos tijolos, com origens em matérias-primas muito diversas, com mais ou menos impurezas, resultam produtos muito diversos e com anomalias variáveis, função do seu fabrico artesanal, má homogeneização, secagem, deficiente cozedura e arrefecimento (Rosa Ferreira, 2008).

#### 2.4.3 Anomalias funcionais

São anomalias que afetam essencialmente a utilização da obra e que embora se repercutam na sua exploração, podem contribuir também para a ocorrência de anomalias de durabilidade. Incluem-se neste grupo:

- Pavimentos deformados, fissurados ou globalmente deteriorados.
- Guarda-corpos, guardas de segurança e passeios deteriorados.
- Obstrução de drenagens ou a sua falta simplesmente.
- Vegetação ou detritos nos passeios, taludes e no leito das linhas de água.
- Muros de contenção derrubados.

# 3. FIABILIDADE E ROBUSTEZ ESTRUTURAL

# 3.1 Introdução

A necessidade de uma avaliação da segurança de uma estrutura existente pode surgir devido às mais variadas razões. Uma delas é quando existe uma alteração ao uso da estrutura, por exemplo uma estrutura projetada para o uso habitacional ser alterado para uso comercial, ou no caso de uma ponte, quando existe necessidade de permitir a passagem de uma carga excecionalmente pesada para a qual esta não está certificada. No entanto, a principal necessidade de uma análise da capacidade resistente de uma ponte surge devido à deterioração da estrutura ao longo do tempo, decorrente da sua utilização e da ação de intempéries (desgaste comum), dos danos mecânicos e de uma eventual necessidade de reparação.

Existe ainda a necessidade de avaliar estruturas em fim de vida que, devido à sua idade, foram calculadas recorrendo a regulamentos que se encontram desatualizados e no subsequente plano de inspeção e manutenção da referida estrutura. Para além de todas estas razões, pode existir também a necessidade de fazer uma análise estrutural de pontes devido a causas fortuitas, nomeadamente, acidentes, ainda que seja a razão menos provável para a avaliação. Mas visto que o comportamento das estruturas depende de diversos fatores e que a maioria destes não pode ser controlado de forma absoluta, tem conduzido a que os problemas de avaliação da segurança de estrutura tenham um caráter marcadamente não determinístico chegando, em casos mais extremos, a ter um caráter puramente probabilístico (Lopes, 2009; Henriques, 1998; Moreira, 2014).

A questão fundamental, quando se efetua uma verificação de segurança, é "terá esta ponte as condições necessárias para desempenhar, de forma satisfatória, as novas funções para as quais se realiza esta avaliação de segurança?". Analisando esta questão, facilmente se identifica que a filosofia de avaliação de segurança de estruturas existentes é distinta da filosofia de dimensionamento de pontes novas.

Um exemplo (entre outros) das diferenças entre estas duas abordagens são os valores utilizados na análise. Nos procedimentos apresentados pelos regulamentos de novas estruturas, utilizam-se valores caraterísticos como valores representativos, afetados por coeficientes parciais de segurança devidamente calibrados para o processo de dimensionamento, que contemplam a variabilidade das propriedades geométricas, materiais e cargas aplicadas. Nos procedimentos probabilísticos, são utilizadas distribuições estatísticas que representam, de forma mais realista, a incerteza associada a essas propriedades.

Nesta investigação introduzem-se conceitos fundamentais relacionados com fiabilidade, robustez, pontes de alvenaria e métodos de avaliação intrínsecos a este tema.

Este capítulo do estado da arte introduz os conceitos e procedimentos usados na análise da segurança das estruturas existentes. Aborda ainda questões ligadas à fiabilidade estrutural e robustez, sendo também abordados os métodos que permitem quantificar a robustez estrutural.

# 3.2 Exemplos introdutórios

# Ponte Hintze Ribeiro (2001), Portugal

No dia 4 de Março de 2001, a ponte Hintze Ribeiro, que fazia a ligação sobre o Rio Douro entre Castelo de Paiva e Entre-Os-Rios (Figura 3.1), em Portugal, sofreu um colapso parcial, envolvendo a queda de um dos pilares com fundação no leito do rio e três vãos, de um total de oito. Após o colapso, um autocarro e três veículos ligeiros caíram ao rio, resultando na morte de 60 pessoas.



Figura 3.1 - Ponte Hintze Ribeiro (Estrutura Intacta)

O colapso da ponte foi inesperado e repentino e gerou uma ampla discussão, não só relativamente às causas do acidente, mas também sobre a robustez estrutural da ponte. A ponte Hintze Ribeiro, construída em 1888, tinha um comprimento total de cerca de 300m, divididos em cinco vãos internos de 50m e dois vãos exteriores de 25m. Os vãos interiores eram compostos por uma treliça de aço, contínuos e apoiados em pilares colocados no leito do rio. Os vãos extremos, também em treliças de aço, eram simplesmente apoiados sobre pilares colocados na margem do rio. Os pilares foram construídos usando alvenaria de granito e fundados em caixas de aço compostas de alvenaria de reboco. O colapso parcial da ponte

envolveu um pilar interior e os respetivos vãos adjacentes, para além de um outro vão (Cavaco, 2013).

De acordo com o relatório da investigação (Correia *et al.*, 2001), o colapso foi causado pela fundação insuficiente da caixa de aço onde assentava o pilar da ponte. A deterioração da capacidade de carga da caixa de aço está relacionado com a infraescavação, atingindo 28m em alguns locais. Entre 1986 e 1988 tinham sido realizadas inspeções subaquáticas e, já nessa altura, era evidente a erosão no perfil do leio do rio, perto das fundações dos pilares. No entanto, estes resultados não eram alarmantes o suficiente para levar à realização de obras na ponte. Tal como foi referido no relatório de investigação, a erosão do perfil do leito do rio foi causado por dois fatores principais: (i) aumento da extração de inertes na margem do rio; e (ii) insuficiente suporte do leito do rio a novos agregados provenientes da construção de barragens a montante (Cavaco, 2013). Na Figura 3.2 é possível ver a ponte Hintze Ribeiro após o colapso.



Figura 3.2 - Ponte Hintze Ribeiro (Estrutura Danificada)

# Ponte de Penacova (1975), Portugal

A queda da ponte Hintze Ribeiro ainda está presente na memória de todos, no entanto, uns anos antes, uma situação semelhante correu na ponte de Penacova, em Portugal, com consequências menos trágicas (Figura 3.3).



Figura 3.3 - Ponte de Penacova, 1975 (adaptado de EP-Estradas de Portugal (2012))

O incidente não foi tão divulgado como o da ponte Hintze Ribeiro. Um dos pilares de alvenaria que estava assente no leito do rio sofreu um assentamento. O tabuleiro da ponte era composto por uma treliça de aço contínuo com uma laje de betão superior, apoiada sobre pilares de alvenaria colocados no leito e nas margens do rio. Neste caso, após o assentamento do pilar, a estrutura não colapsou, tal como aconteceu com o exemplo anterior, sustentando-se a si própria tempo suficiente para permitir a adaptação com um cabo de pré-esforço externo, ver figura 3.4. Apesar de tudo, não é possível saber se o pilar envolvido tinha a capacidade de fornecer suporte ao tabuleiro da ponte ou se o suporte fornecido foi apenas residual.

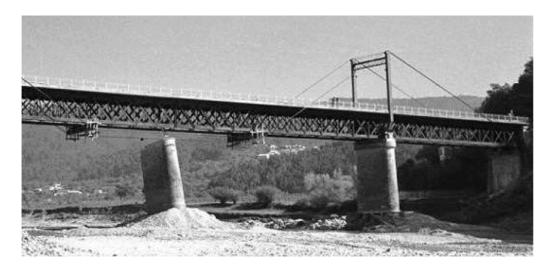


Figura 3.4 - Ponte de Penacova suportada por cabos externos

Estes dois casos são muito similares e levantam questões sobre as estratégias que podem ser adotadas para minimizar as consequências em caso de colapso. Starossek *et al.* (2010) sugerem que o dimensionamento por compartimentação poderia ser eficaz na restrição da propagação do colapso após a falha de um componente estrutural (Starrossek *et al.*, 2010; Cavaco, 2013).

# 3.3 Conceitos fundamentais

#### 3.3.1 Probabilidade de falha

Em avaliações de segurança, para além da definição de violação de um EL, é importante conhecer e quantificar a probabilidade de ocorrência de falha estrutural associada à violação desse EL. Assim, a probabilidade de falha é definida como a probabilidade de ocorrência da violação de um EL, tal como é representado na equação (3.1):

$$p_f = p(g(X_i) < 0) \tag{3.1}$$

Os métodos de avaliação quantitativa da probabilidade de falha são objeto de estudo da teoria de fiabilidade estrutural (Choi *et al.*, 2007; Deodatis *et al.*, 2012; Ditlevsen & Madsen, 2007; Melchers, 1999; Nowak & Collins, 2000; Schneider, 2006).

#### 3.3.2 Fiabilidade

Com base nos axiomas propostos por Kolmogorov (Sinai, 1992) e na definição de acontecimentos complementares, é possível definir fiabilidade (r) como o acontecimento complementar da probabilidade de falha, tal como é demonstrado na equação (3.2) (Nowak & Collins, 2000; Schneider, 2006):

$$r = 1 - p_f \tag{3.2}$$

#### 3.3.3 Incertezas

Não é possível controlar, de forma absoluta, o comportamento dos vários fatores associados a uma estrutura, desde a sua fase de construção até ao final do seu período de vida útil (Henriques, 1998; Wiśniewski, 2007). Existem várias fontes de incerteza, as quais são enumeradas abaixo (ISO 2394, 2012):

- Incerteza física: variabilidade intrínseca das propriedades de resistências dos materiais ou valores das ações;
- Incerteza estatística: incerteza nos modelos estatísticos representativos das variáveis aleatórias;
- Incerteza de modelação: incerteza nos modelos numéricos que simulam o comportamento estrutural e material;
- Incerteza humana: incerteza associada aos erros de execução humana durante a fase de construção e associada à utilização da estrutura durante o seu período de vida útil.

Matousek & Schneider (1976) analisou 800 casos de colapsos estruturais, tentando encontrar as suas causas e possíveis soluções. Concluiu que a maioria dos colapsos estruturais têm origem na fase de execução, aferindo que o erro cometido por fatores humanos é a principal causa de falhas estruturais (Matousek & Schneider, 1976).

Apesar da identificação da origem das falhas estruturais, a teoria de fiabilidade estrutural não contempla este tipo de erros e incertezas. Os erros provenientes da atividade humana podem

ser considerados na análise aquando do procedimento de identificação de modelos (Matos, 2013). Segundo Matos (2013), é comum a realização deste procedimento em avaliações de segurança de estruturas e quando se pretende apurar as causas de defeitos construtivos.

Assim, a probabilidade de falha calculada pela teoria da fiabilidade estrutural, não é uma medida totalmente representativa da falha estrutural mas, deve ser interpretada como um valor de referência na tomada de decisões (EN NP 1990, 2009; ISO 2394, 2012; ISO 13822, 2012).

Devido a estas fontes de incerteza, as avaliações de segurança de estruturas existentes tomam um carácter probabilístico. Não obstante este facto, há tipos de incertezas menores que outros, podendo ser desprezados.

#### 3.3.4 Conceito de Estado Limite

Uma estrutura deve ser suficientemente resistente de modo a cumprir as funções desejadas, quer no dimensionamento de novas estruturas, quer na avaliação de segurança de estruturas existentes. Para isso, é estabelecido um limite que define se determinado critério/objetivo é verificado ou não (Calgaro, 2011). Este limite é denominado de Estado Limite.

São definidos dois grandes grupos de estados limite: os Estados Limites Últimos (ELU) e os Estados Limites de Utilização ou Serviço (ELS). Os ELU estão associados a uma situação de colapso e correspondem, em geral, à capacidade resistente máxima de uma estrutura ou de um elemento estrutural. A probabilidade de ocorrência dos ELU deve ser muito baixa. Os ELS correspondem às condições para além das quais os requisitos de utilização especificados para uma estrutura ou para um elemento estrutural deixam de ser satisfeitos. Estão relacionados com o bom funcionamento da estrutura, conforto dos utilizadores e aspeto visual da construção. A verificação dos ELS é baseada em deformações, vibrações, abertura de fendas e outros danos que afetam o uso das estruturas. Alguns autores separam ainda um terceiro e um quarto estados limites, nomeadamente o Estado Limite de Fadiga, ELF, e o Estado Limite de Durabilidade, ELD.

O EL é definido como a fronteira entre o desempenho desejado e indesejado da estrutura, e é matematicamente representado pela chamada função estado limite ou pela função de desempenho  $g(X_i)$ . Este desempenho indesejado pode ter diversas origens tais como fendilhação, excesso de deformação, momento resistente insuficiente para suportar as cargas aplicadas, entre muitas outras (Nowak & Collins, 2000).

A violação da função EL, isto é, a situação de falha estrutural, é expressa pela expressão (3.3), onde  $X_i$  representa o vetor das variáveis aleatórias associadas a uma situação em particular:

$$g(X_i) \le 0 \tag{3.3}$$

Esta expressão representa a condição de falha devido à violação de um determinado Estado Limite (Choi *et al.*, 2007; Deodatis *et al.*, 2012; Ditlevsen & Madsen, 2007; Melchers, 1999; Nowak & Collins, 2000; Schneider, 2006; Moreira, 2014).

#### 3.3.5 Níveis de avaliação de segurança

Depois de conhecer as incertezas associadas à avaliação de segurança de estruturas, e definidos os conjuntos de parâmetros que um sistema estrutural não deve exceder (estados limites), tornase necessário proceder à verificação da segurança estrutural. Estes métodos devem ponderar as incertezas associadas aos parâmetros envolvidos no sistema estrutural de forma a assegurar a margem de segurança (Matos, 2010).

Com base nos vários relatórios desenvolvidos por projetos Europeus, tais como o BRIME (2001) e o Sustainable Bridges (2007), apresentam-se as várias medidas e procedimentos que foram propostos, relacionados com a manutenção, conservação, segurança e gestão de pontes existentes. São propostos seis níveis de avaliação de segurança de estruturas existentes, desde o nível 0 até ao nível 5. O princípio base subjacente a esta proposta de seis níveis é que apenas se recorre a um nível de avaliação superior, quando o nível de avaliação anterior não é verificado. Desta forma, apenas são consumidos recursos que justifiquem a aplicação de metodologias complexas e exigentes, até que seja verificada a segurança estrutural (Bieñ *et al.*, 2007; Moreira, 2014).

Para avaliar a segurança estrutural de estruturas existentes é possível recorrer-se a métodos que diferem entre si na sua exigência e sofisticação, dependendo do que se pretende da avaliação. Os principais objetivos da avaliação da segurança são a determinação da capacidade de carga atual e a previsão do desempenho estrutural com a máxima exatidão, consumindo o mínimo de recursos possível (Moreira, 2014).

É recomendável começar a avaliação com métodos simples, conservativos e de baixo nível e, no caso de o resultado não ser positivo, avançar para níveis mais altos e refinados. O nível da avaliação diz respeito aos métodos específicos das três componentes referidas anteriormente. Quer isto dizer que o grau de sofisticação do método utilizado deve ser semelhante ao das componentes que o constituem. De igual forma, não é correto encontrar os parâmetros das ações e das resistências através de métodos simples e imprecisos, e deve-se então usar métodos totalmente probabilísticos para a componente de verificação. Reconhecidamente, podem existir casos em que é recomendável a utilização de uma mistura entre métodos mais simples e outros mais complexos. Por exemplo, quando uma avaliação de baixo nível falha, pode-se obter os parâmetros resistentes com recurso a ferramentas mais sofisticadas e, depois disso, voltar a utilizar um processo de verificação menos complexo, obtendo-se assim um resultado positivo. Os níveis de avaliação propostos são estabelecidos de forma a organizar o processo de avaliação de estruturas. Estes não têm um valor imperativo e os limites de cada nível podem ser flexíveis (Rücker *et al.*, 2006).

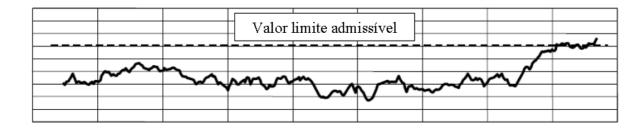
#### Nível 0: Avaliação qualitativa não-formal

Trata-se de uma avaliação com base na experiência do engenheiro e que, por norma, é usada como uma pré-avaliação da estrutura. Neste nível é possível avaliar efeitos visuais da deterioração como corrosão dos elementos de aço ou sinais visuais de danos, como fendas.

As principais vantagens deste nível são a sua simplicidade, baixo custo de execução e a integração com outras estratégias de manutenção. Devido à sua informalidade, esta análise é altamente dependente da experiência e avaliação do engenheiro (Moreira, 2014). Este nível de avaliação apenas deve ser utilizado em situações preliminares de avaliação.

#### Nível 1: Determinação dos efeitos das cargas com base em medições

Avaliações de resposta da estrutura em serviço medindo os valores de performance (deslocamentos, vibrações, etc.) e comparando-os com valores limite. Não é feita qualquer análise estrutural. Os valores limites podem vir expostos em códigos ou podem ser especificados individualmente.



**Figura 3.5 -** Avaliação de segurança através da comparação do valor limite com o valor realizado por ensaios realizados (Rucker et al, 2006)

A verificação da segurança estrutural pode ser expressa pela equação (3.4):

$$E_d \le R_d \tag{3.4}$$

A monitorização pode ser realizada com a estrutura em utilização normal ou por meio de um determinado teste de carga. As aplicações gerais desta metodologia são a verificação de desempenho após a construção, testes de verificação do comportamento após alteração da utilização em serviço da estrutura (Moreira, 2014).

# Nível 2: Método de coeficientes parciais de segurança, baseado em revisão de documentos

Avaliação da capacidade de carga última e comportamento em serviço usando informação do projeto, da construção ou de documentos relativos a inspeções. A análise estrutural é levada a cabo utilizando métodos simples. Na verificação de segurança e comportamento em serviço são utilizados coeficientes parciais de segurança.

O critério de verificação de segurança é expresso através da expressão (3.5):

$$\gamma_E \cdot E_k \le \frac{R_k}{\gamma_R} \tag{3.5}$$

onde  $\gamma_E$  é o coeficiente parcial de segurança das ações,  $\gamma_R$  é o coeficiente parcial de segurança das resistências,  $E_k$  é o valor caraterístico das ações e  $R_k$  é o valor caraterístico das resistências.

Geralmente, este nível de avaliação de segurança é aplicado para a aprovação da utilização em serviço e da segurança da estrutura após cargas excecionais, deterioração, dano ou eventos extremos (Moreira, 2014).

# Nível 3: Método de coeficientes parciais de segurança, baseado em investigação suplementar

Avaliação de capacidade de carga última e comportamento em serviço usando informação de ensaios específicos "in situ" e não destrutivos. A análise estrutural é levada a cabo utilizando métodos refinados e modelos detalhados. Na verificação de segurança (ELU) e comportamento em serviço (ELS) são utilizados coeficientes parciais de segurança. Os métodos de análise de estruturas são mais complexos e poderosos, obtendo-se modelos mais detalhados, sendo os resultados mais próximos da realidade (método dos elementos finitos, análises não lineares e modelos adaptativos). A verificação da segurança a este nível é realizada através do método dos coeficientes parciais de segurança pela equação (3.6):

$$\gamma_E \cdot E_k \le \frac{R_k}{\gamma_R} \tag{3.6}$$

# Nível 4: Alteração da fiabilidade estrutural e dos coeficientes parciais de segurança

Avaliação de capacidade de carga última e comportamento em serviço usando coeficientes parciais de segurança modificados e específicos para a situação em causa. As propriedades estruturais, assim como as circunstâncias externas, podem influenciar a medição do grau de segurança. Assim, a modificação de coeficientes parciais é feita para grupos de estruturas com comportamento estrutural ou influências do carregamento semelhantes.

Associando a robustez, a redundância e a ductilidade é possível determinar o tipo de falha estrutural que a estrutura sofrerá:

- roturas dúcteis e redundantes com reservas de energia (roturas desejáveis: alarmam o utilizador que foi atingido o estado limite último);
- roturas frágeis (roturas indesejáveis: não alarmam o utilizador que foi atingido o ELU,
   ocorrendo a rotura inesperada).

Caso a estrutura possua os níveis de ductilidade, redundância e robustez desejados, é possível calibrar o valor do índice de fiabilidade, através de análises estruturais não-lineares.

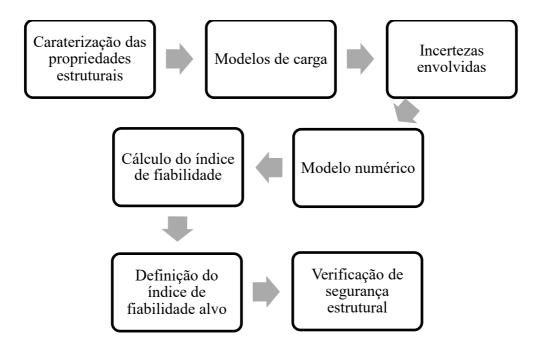
# Nível 5: Avaliação totalmente probabilística

Avaliação que tem em conta todas as variáveis básicas e as suas propriedades estatísticas. A análise da fiabilidade estrutural é feita de forma direta em vez de se utilizarem coeficientes parciais de segurança. As incertezas são modeladas de uma forma probabilística.

A avaliação totalmente probabilística considera, explicitamente, a variabilidade das variáveis envolvidas. Desta forma, o ponto mais importante da avaliação de segurança probabilística é o cálculo da probabilidade de falha, ou do índice de fiabilidade (β), de forma explícita – a nível local ou a nível global. Ao contrário do método dos coeficientes parciais de segurança, cujos parâmetros de análise são definidos em regulamentos e as incertezas associadas são contempladas através de coeficientes parciais de segurança, os métodos puramente probabilísticos calculam a probabilidade de falha através da consideração da natureza e aleatoriedade das variáveis básicas que regem as resistências e as ações, através da sua modelação por meio de leis de distribuição apropriadas, representadas pela função densidade probabilidade e respetivos parâmetros de distribuição (Moreira, 2014).

A este nível de avaliação, as verificações de segurança são realizadas através dos estados limite considerados. Para cada estado limite considerado, é calculada a probabilidade de falha  $(p_f)$  ou o índice de fiabilidade estrutural  $(\beta)$ , que posteriormente é comparado ao índice de fiabilidade alvo  $(\beta_T)$ . Salienta-se que o índice de fiabilidade estrutural  $(\beta)$  é uma medida meramente informativa e não deve ser interpretado como um valor absoluto da fiabilidade. É

um valor que auxilia na tomada de decisões (Moreira, 2014). O procedimento de avaliação de segurança puramente probabilístico está esquematizado na Figura 3.6.



**Figura 3.6** - Procedimento de avaliação de segurança puramente probabilístico (adaptado de Moreira, 2004)

Excecionalmente, caso a avaliação de segurança para os níveis baixos falhe, o recurso a ensaios de caraterização material e das cargas, combinados com os mesmos métodos de análise, para aferição dos parâmetros de resistência e de ação, pode ser realizado. A fronteira entre os diversos níveis de avaliação está estabelecida mas é flexível, como vimos neste último exemplo (BRIME, 2001; Bieñ *et al.*, 2007; Sustainable Bridges, 2007; Moreira, 2014).

A identificação dos estados limite críticos é realizada através de um processo preliminar, por aplicação de metodologias determinísticas de análise estrutural, através de análises não lineares, método dos elementos finitos (MEF) e modelos adaptativos. Informações adicionais como a localização e a extensão de danos e deterioração podem ser adquiridas por monitorizações, inspeções e ensaios. Por aplicação de uma análise de sensibilidade, é possível estimar se um EL é crítico, através da variação da informação numérica e respetiva simulação.

Devido à complexidade associada ao cálculo da probabilidade de falha  $(p_f)$ , este valor não é calculado, mas sim o seu equivalente, o índice de fiabilidade  $(\beta)$ . A relação entre estas duas grandezas é expressa pela expressão (3.7):

$$\beta = \emptyset^{-1}(p_f) \tag{3.7}$$

Calculado o índice de fiabilidade ( $\beta$ ), a avaliação de segurança probabilística é realizada através da comparação do seu valor com um índice de fiabilidade alvo ( $\beta_T$ ), que representa o desempenho estrutural mínimo requerido. Neste sentido, é verificada a segurança estrutural se:

$$\beta \ge \beta_T \tag{3.8}$$

# 3.4 Avaliação da fiabilidade estrutural

Os engenheiros são responsáveis por proporcionar os elementos de uma estrutura de tal forma que estes satisfaçam os critérios de conceção relacionados com o desempenho, segurança, condições de serviço ou durabilidade sob diversas solicitações. Para gerir esta responsabilidade diariamente, estes têm de lidar com várias incertezas. A forma mais racional de lidar com este problema é considerar todos os parâmetros incertos como variáveis aleatórias descritas pela sua função densidade de probabilidade (FDP) e realizar análises de fiabilidade que é simplesmente uma análise probabilística da garantia de desempenho do sistema.

#### 3.4.1 Conceitos estatísticos utilizados

#### Variáveis aleatórias

O conjunto de valores que uma variável aleatória pode tomar denomina-se de espaço amostral (Matos, 2010). Na figura 3.7 está representada a classificação das diferentes variáveis aleatórias.

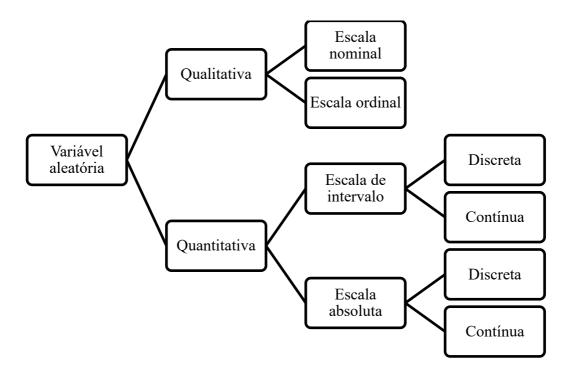


Figura 3.7 - Variáveis aleatórias (Matos, 2010)

No caso do estudo desenvolvido nesta dissertação apenas serão consideradas as variáveis aleatórias quantitativas, ou seja, serão avaliadas as variáveis por um escalão numérico.

# Função de distribuição e função densidade de probabilidade

A função densidade de probabilidade (FDP) fornece informação sobre a natureza da aleatoriedade e é representada por  $f_X(x)$ , em que X é uma variável aleatória e x é um determinado valor. Para calcular a probabilidade é necessário calcular a área entre dois pontos da curva, tal como se pode verificar na expressão (3.9) (Matos, 2010):

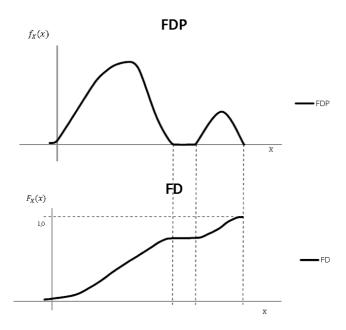
$$P(x_1 < X < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f_X(x) dx$$
 (3.9)

Integrando a FDP para um intervalo de  $-\infty$  a  $x_2$  obtém-se a função de distribuição, FD, em  $x_2$ . A função  $F_X(x)$  define a probabilidade de X ser inferior ou igual a x (equação (3.10)). Tal como a FDP, a FD também fornece dados sobre a natureza da aleatoriedade (Figura 3.8).

$$F_X(x) = P(X \le x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx$$
 (3.10)

Frequentemente a única função disponível é a função de distribuição. Se for necessário a função densidade de probabilidade utiliza-se a seguinte expressão, obtida a partir da primeira derivada da função de distribuição:

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \tag{3.11}$$



**Figura 3.8** - Função densidade de Probabilidade (FDP) e Função de Distribuição (FD) (adaptado de Haldar & Mahadevan, 2000; Matos, 2010)

# Parâmetros de distribuição

Os parâmetros de distribuição são conjuntos de critérios que caraterizam as funções de distribuição e densidade de probabilidade de uma variável. Por vezes dois parâmetros são suficientes para conhecer a sua distribuição de probabilidade, sendo estes parâmetros também conhecidos por momentos estatísticos (Matos, 2010). Apesar de existirem diversos parâmetros

de distribuição apenas serão apresentados aqui os que têm interesse na presente dissertação, nomeadamente a média, a variância e o desvio-padrão.

A média é um parâmetro de localização, sendo designado por  $\mu_X$  e é definido pela seguinte equação (3.12):

$$\mu_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx \tag{3.12}$$

A variância  $(\sigma_X^2)$  e o desvio padrão  $(\sigma_X)$  são parâmetros de dispersão. A variância de uma variável aleatória, X, é designada por  $\sigma_X^2$  e define-se pela expressão (3.13):

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^2 \cdot f(x) dx \tag{3.13}$$

O desvio padrão de uma variável aleatória X é designado por  $\sigma_x$  e obtém-se pela raiz quadrada da variância (equação 3.14):

$$\sigma_{x} = \sqrt{\sigma_{x}^{2}} \tag{3.14}$$

#### 3.4.2 Fundamentos da Análise de Fiabilidade

No seu caso mais simples a função estado limite  $g(X_i)$  pode ser uma função de apenas duas variáveis elementares, R e E, onde a primeira é a resistência estrutural generalizada e a segunda a ação generalizada ou o efeito da ação. Quando a ação generalizada, ou o efeito da ação, é superior à resistência generalizada, ocorre a falha. Assim sendo a probabilidade de falha pode ser definida como (Lopes, 2009; Schneider, 1997):

$$P_f = P(R < E) = P(R - E < 0) = P\left(\frac{R}{E} < 1\right)$$
(3.15)

ou generalizando:

$$P_f = P\{g(R, E) < 0\} \tag{3.16}$$

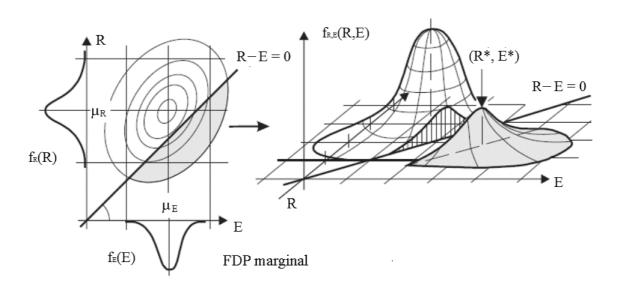
Este problema pode ser ilustrado graficamente, tal como apresentado na figura 3.9, onde as funções densidade probabilidade marginal,  $f_R(r)$  e  $f_E(r)$ , juntamente com a função densidade conjunta  $f_{R,E}(r)$  de duas variáveis aleatórias são representadas. A área sombreada representa o domínio de rotura D. Para este problema ilustrado a probabilidade de falha passa a ser a seguinte:

$$P_f = P(R - E < 0) = \int_D \int f_{R,E}(r,e) dr de$$
 (3.17)

Quando as variáveis elementares R e E são independentes (isto é, não existe correlação estatística entre ambas) a equação (3.17) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$P_f = P(R - E < 0) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(x) f_E(x) dx$$
 (3.18)

onde  $F_R(x)$  é a probabilidade de  $R \le x$  e  $f_R(x)$  representa a probabilidade do efeito da ação S tomar valores entre x e  $x + \Delta x$  ( $\Delta x \to 0$ ). O integral de todos os possíveis x devolve a probabilidade total de rotura.



**Figura 3.9** - Função densidade conjunta de duas variáveis  $f_{R,E}(R,E)$ , funções densidade probabilidade marginal  $f_R(r)$  e  $f_E(r)$  e, a sombreado, o domínio de rotura (adaptado de Schneider, 1997; Lopes, 2009)

#### 3.4.3 Definição do índice de fiabilidade

Em alguns casos particulares é possível encontrar o valor da probabilidade de falha de uma forma analítica quando, por exemplo, as variáveis R e E são normalmente distribuídas e com valores médios  $\mu_R$  e  $\mu_E$  e desvios padrão  $\sigma_R$  e  $\sigma_E$ , respetivamente. Definindo assim uma nova variável, Z, designada de "margem de segurança", traduzida pela expressão (3.19) (Lopes, 2009):

$$Z = R - E \tag{3.19}$$

e usando o teorema que explicita que a soma/subtração de variáveis normais aleatórias independentes é também uma variável normal com média  $\mu_z$  (equação (3.20)) e desvio-padrão  $\sigma_z$  (equação (3.21)), definida como:

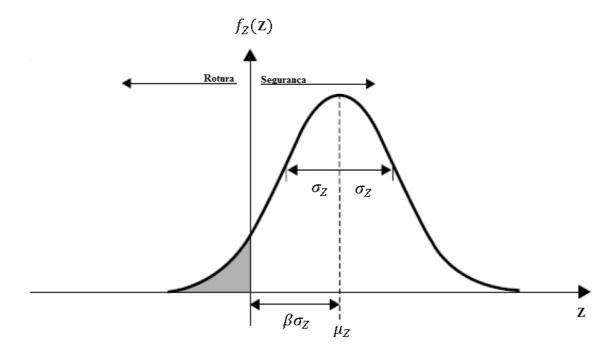
$$\mu_z = \mu_R - \mu_E \tag{3.20}$$

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2} \tag{3.21}$$

a probabilidade de falha  $P_f$  pode ser expressa através da seguinte equação (3.22):

$$P_f = P(R - E < 0) = P(Z < 0) = \Phi\left(\frac{0 - \mu_Z}{\sigma_Z}\right) = \Phi(-\beta)$$
 (3.22)

Na equação  $\Phi$  é a função distribuição normal reduzida com média zero e desvio padrão unitário e  $\beta$  é o "índice de fiabilidade", também frequentemente referido como índice de fiabilidade de Cornell. O índice de fiabilidade de Cornell pode ser interpretado como o número de desvios padrão  $\sigma_z$  que são necessários subtrair ao valor médio  $\mu_z$  para atingir o valor zero, tal como é possível verificar na figura 3.10.



**Figura 3.10** - Distribuição da margem de segurança Z = R - E (adaptado de Melchers, 1999; Lopes, 2009)

Substituindo  $\mu_z$  e  $\sigma_z$  pelas equações (3.20) e (3.21), e retirando a definição de  $\beta$  da equação (3.22), o índice de fiabilidade de Cornell pode ser reescrito como se demonstra na equação (3.23):

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \tag{3.23}$$

Esta definição do índice de fiabilidade proposto por Cornell apenas é válida para variáveis normais aleatórias e independentes, tal como acontece no caso de estudo da presente dissertação.

Tendo em vista o índice de fiabilidade ( $\beta$ ) é necessário estabelecer valores indicativos que permitam analisar a segurança de uma estrutura. Desta forma o Eurocódigo 0, EC-0 (2002), no seu anexo B, apresenta os valores alvo do índice de fiabilidade para os diferentes estados limites

(Quadro 3.1). Os índices de fiabilidade encontram-se divididos em dois conjuntos de valores para dois períodos de referência diferentes, 1 ano e 50 anos, respetivamente. Para além disso, no caso dos ELU, são apresentados vários valores correspondendo a diferentes classes de fiabilidade. As classes de fiabilidade RC-1, RC-2 e RC-3, corresponde às consequências de rotura baixa, média e alta respetivamente. As consequências de rotura encontram-se relacionadas com a perda de vidas humanas, económicas, sociais e ambientais (Lopes, 2009).

**Quadro 3.1** - Índice de fiabilidade alvo, β (EC-0, 2002)

Estado Limite	Período de referência de 1 ano			Período de referência de 50 anos		
	RC-1	RC-2	RC-3	RC-1	RC-2	RC-3
Ultimo	4.2	4.7	5.2	3.3	3.8	4.3
Fadiga	-	-	-	-	1.5 - 3.8	-
Utilização	-	2.9	-	-	1.5	-

Os valores do índice de fiabilidade apresentados no quadro 3.1 são valores indicativos para a avaliação da segurança de estruturas, que para o caso da avaliação da segurança de estruturas existentes podem ser conservativos, pois estes valores foram propostos principalmente para o projeto de pontes (Lopes, 2009).

#### 3.5 Métodos de análise de fiabilidade

#### 3.5.1 Introdução

A definição do índice de fiabilidade apresentado na secção anterior é válida para o caso de duas variáveis normais aleatórias independentes entre si, R e E, e para a função estado limite linear g(R,E) = R - E = 0. Nas situações reais as funções estado limite g() são frequentemente não-lineares e dependentes de muitas, por vezes correlacionadas, variáveis aleatórias  $X_i$  (equação (3.24)).

$$g(x_1, x_2, ..., x_n) = g(X_i) = 0$$
 (3.24)

Os métodos que permitem estimar a probabilidade de falha ou o índice de fiabilidade para funções estado limite mais complicadas e para variáveis aleatoriamente distribuídas são designados de "métodos de análise de fiabilidade". Estes podem ser separados em três abordagens de cálculo: métodos analíticos, métodos de simulação ou métodos aproximados. Os métodos analíticos mais conhecidos são o Método de Fiabilidade de Primeira Ordem e o Método de Fiabilidade de Segunda Ordem (ou do inglês *First and Second Order Reliability Method*, FORM e SORM, respetivamente). Os métodos de simulação que serão abordados são o Método de Monte Carlo e, uma das suas variantes, o Método do Hiperculo Latino. O método da Superfície de Resposta será o método de análise de fiabilidade por aproximação, que também será objeto do caso de estudo (Henriques, 1998; Melchers, 1999; Nowak & Collins, 2000; Moreira, 2014; Lopes, 2009; Cavaco, 2013).

# 3.5.2 Métodos de simulação

Os métodos de simulação analisam o problema como uma sequência de acontecimentos, e estimam o índice de fiabilidade por simulação. Este tipo de métodos permite obter a solução de modelos de grande dimensão ou de grande complexidade, pois permitem calcular distribuições de probabilidades sabendo os valores médios e o desvio padrão das variáveis envolvidas. Em muitos casos podem ser utilizados modelos simples que, na análise de fiabilidade, podem ser expressos por funções estado limite g(X) explícitas. Todavia, em algumas situações, onde cargas impostas ou outras condições (por exemplo, corrosão das armaduras, delaminação do betão, fendilhação, etc.) podem conduzir a estrutura para comportamentos não-lineares em situações perto da rotura, serão necessários modelos mais avançados. Nestes casos, a função de desempenho g(X) já não se encontra disponível de forma explícita, tendo assim de ser calculada através de um processo numérico, tal como uma análise de elementos finitos (incluindo princípios de não-linearidade) ou outros métodos numéricos. Isto leva a um outro nível de complexidade para a análise de fiabilidade que só é possível resolver usando métodos de simulação (Haldar & Mahadevan, 2000; Lopes, 2009).

#### Simulação de Monte Carlo

O mais intuitivo e provavelmente o mais usualmente utilizado método de fiabilidade estrutural é a técnica de simulação de Monte Carlo. Usando esta técnica é possível calcular a

probabilidade de falha através de funções estado limite, g(x), explícitas e implícitas, empregando os mais básicos fundamentos da análise probabilística e estatística.

A simulação de Monte Carlo é uma técnica baseada no conceito de amostragens aleatórias com o intuito de simular artificialmente um grande número de experiências e observar os seus resultados. O método da simulação de Monte Carlo também permite avaliar problemas muito complicados definidos por funções implícitas complexas desde que esteja disponível um algoritmo que permita calcular a resposta estrutural, dados os valores das variáveis de entrada. Este método pode facilmente avaliar g(X) para cada análise determinística e por consequência determinar a probabilidade de falha após realizar diversas análises determinísticas (Lopes, 2009).

A técnica mais simples de simulação de Monte Carlo, por vezes chamada de técnica de simulação pura ("*crude*" Monte Carlo), pode ser explicada através dos seguintes seis passos (Haldar & Mahadevan, 2000):

- Definição do problema em termos de todas as variáveis aleatórias;
- Quantificação das distribuições probabilísticas de todas as variáveis aleatórias em termos das suas distribuições e parâmetros;
- Simulação de valores para essas variáveis aleatórias com base nas suas distribuições;
- Avaliação do problema deterministicamente para cada conjunto de amostras de todas as variáveis aleatórias;
- Extrair a informação probabilística necessária a partir das N realizações (ex. determinar quantos conjuntos do total de N avaliados levam à rotura);
- Determinar a precisão e eficiência da simulação realizada.

Após a realização destes passos a probabilidade de falha, ou o índice de fiabilidade, podem ser calculados seguindo duas abordagens diferentes.

Na primeira abordagem, a probabilidade de falha ou o índice de fiabilidade é calculado com base nos resultados do elevado número, z, da avaliação individual da função estado limite

g(Xi). Cada avaliação individual, k, da função estado limite é obtida utilizando realizações aleatórias  $x_{ki}$  das variáveis.

Sendo a probabilidade de falha calculada pela equação (3.25):

$$p_f \approx \frac{z_0}{z} \tag{3.25}$$

onde z é o número total de realizações de  $g(X_i)$  e  $z_0$  é o número de realizações para os quais  $g(X_i) < 0$ . Quanto maior for o número de z, mais precisa é a aproximação de  $p_f$ . A desvantagem é que para baixas probabilidades de rotura é necessário um elevado número de realizações para que o valor de  $p_f$  seja fiável.

Na segunda abordagem, alternativamente à contagem de  $z_0$  e z, todas as realizações da função estado limite podem ser analisadas estatisticamente com o intuito de determinar a função distribuição de probabilidade correspondente, o valor médio  $\mu_g$  e o desvio padrão  $\sigma_g$ . Subsequentemente, assumindo que as realizações de  $g(X_i)$  são Normalmente distribuídas, o índice de fiabilidade pode ser estimado pela equação (3.26):

$$\beta \approx \frac{\mu_g}{\sigma_g} \tag{3.26}$$

e a correspondente probabilidade de falha  $p_f$  pode ser calculada de acordo com a equação (3.22).

O conceito subjacente à simulação de Monte Carlo é muito simples, mas a sua aplicação à análise de fiabilidade na engenharia e a sua aceitação como um método alternativo de avaliação de fiabilidade depende principalmente da eficiência da simulação. Visto que a simulação de Monte Carlo requer um significativo número de amostras, este pode não ser muito prático quando a análise determinística requer um considerável esforço computacional.

Para aprimorar a eficiência, o número de amostras necessárias necessita de ser substancialmente reduzido. Técnicas de simulação mais avançadas, chamadas de técnicas de redução da variância, são frequentemente empregues, tais como o método da Amostragem por Importância, o método da Amostragem direcional ou o método da Amostragem Estratificada (mais concretamente o método do Hipercubo Latino). Estes métodos avançados baseiam-se nos mesmos princípios que o método de Monte Carlo mas empregam algumas modificações teóricas que permitem reduzir a variância do erro da variável resultante, sem afetar o valor médio e sem aumentar a dimensão da amostra (Melchers, 1999; Lopes, 2009).

# Método do Hipercubo Latino

O método do Hipercubo Latino, tal como já foi referido, é um tipo especial da simulação numérica de Monte Carlo, que utiliza a estratificação da probabilidade teórica das funções distribuição das variáveis aleatórias de entrada. Este método baseia-se na divisão do domínio de cada variável aleatória em k intervalos disjuntos, com igual probabilidade de ocorrência. Cada intervalo é representado por uma amostra cujo parâmetro é caraterizado pelo valor correspondente ao seu centro de gravidade, definido de acordo com a função densidade de probabilidade. Cada intervalo é considerado apenas uma única vez, sendo, por isso, o número de simulações igual ao número de intervalos considerado (N = k). A escolha do intervalo interveniente em cada simulação é feita aleatoriamente (Figura 3.11) (Henriques, 1998; Lopes, 2009).

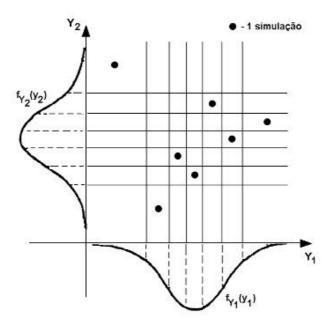


Figura 3.11 - Método do Hipercubo Latino (Henriques, 1998; Lopes, 2009)

A aplicação deste método pode ser resumida nos seguintes passos (Mahadevan, 1997):

- Divisão do domínio de cada variável básica,  $Y_i$ , em k regiões (intervalos), com igual probabilidade de ocorrência (1/k);
- Geração de k amostras de cada variável aleatória, uma amostra em cada região;
- Geração de k combinações aleatórias dos valores das diferentes variáveis, cada valor é utilizado apenas uma vez e todas as amostras são utilizadas;
- Avaliação da função estado limite,  $g(X_i)$ , para cada combinação, e registo do número de vezes que o estado limite é atingido ou ultrapassado,  $N[g(X_i) \le 0]$ ;
- Estimativa da probabilidade de falha pela equação (3.25) ou (3.26).

Este algoritmo provou ser mais eficiente do que o da simulação de Monte Carlo, reduzindo substancialmente a variância da estimativa final dos parâmetros de saída. É necessário salientar, que os resultados deste método apenas são adequados quando as variáveis básicas envolvidas na definição da função estado limite têm uma distribuição Normal ou aproximadamente Normal.

Alguns autores têm apresentado refinamentos a este método, com o intuito de melhorarem a sua eficiência. O tratamento estatístico dos valores gerados pode, por exemplo, conduzir a melhores resultados destas técnicas (Florian, 1992).

# 3.5.3 Método da Superfície de Resposta

A situação ideal numa análise de fiabilidade assenta numa forma algébrica da função de desempenho, que relacione mutuamente as variáveis relevantes para o problema e a resposta do sistema para a concretização desses parâmetros. No entanto nem sempre é possível deduzila analiticamente, pelo que esta situação ideal não é frequente. A inexistência desta forma algébrica leva a que, de algum modo, se tentem estabelecer estas relações algébricas de forma aproximada alternativa. A metodologia da superfície de resposta procura constituir-se como uma alternativa para o estabelecimento destas relações (Faustino, 2013).

Este método consiste na aproximação da função de desempenho, cuja expressão algébrica poderá ser desconhecida ou demasiado complexa, por uma função polinomial genérica das variáveis básicas. A calibração deste polinómio radica no conhecimento de um conjunto finito (uma amostra) de respostas, cada uma correspondente a uma realização do vetor das variáveis de base. Estas respostas podem ser obtidas através de expressões algébricas consagradas e de utilização corrente (relações explícitas entre as variáveis em jogo e a resposta do sistema), através de resultados experimentais, ou pela utilização de resultados provenientes da utilização de métodos numéricos como o Método dos Elementos Finitos (MEF) (Pula *et al.*, 2007). É importante referir que, para este último caso, o processo tornar-se-á mais complicado e demorado, já que tipicamente a utilização do MEF requer a utilização de *software* próprio. O ajuste do polinómio requer a utilização de modelos de regressão.

Em suma, pretende-se construir um modelo que se aproxime da resposta do sistema, já que esta é geralmente desencadeada por mecanismos físicos, nem sempre conhecidos ou dificilmente explicáveis e poucas vezes traduzíveis por expressões algébricas. O método permite assim a construção de uma relação entre as variáveis de entrada e a resposta, relação que embora grosseira, permite a previsão e análise do problema em causa de forma relativamente simplificada, reduzindo consideravelmente o esforço computacional.

O modelo aproximado é baseado na resposta observada ou calculada. Uma vez ajustada a expressão de previsão da resposta, pode construir-se uma função de desempenho que descreva o processo em estudo e assim proceder à análise de fiabilidade. Por último, permite ainda testar a sensibilidade da resposta do sistema às variáveis, fornecendo assim, indiretamente, orientações quanto à sua respetiva relevância e, se aplicável, no controlo durante a obra e a vida útil da estrutura.

O método da superfície de resposta resume-se à seguinte metodologia:

- Identificação das variáveis relevantes do problema, bem como das respetivas distribuições estatísticas;
- Obtenção de um conjunto de respostas do sistema para diferentes realizações do vetor das variáveis de base;
- Ajustamento de um modelo de regressão;
- Avaliação do ajustamento;
- Formulação aproximada da função de desempenho, a partir das respostas obtidas;
- Utilização da função de desempenho para obtenção do índice de fiabilidade β e do ponto de dimensionamento.

#### Variáveis de base

Um ponto fundamental e prévio a qualquer análise segundo o método da superficie de resposta é a determinação/escolha das variáveis de base do problema. Nesta escolha deverão figurar as variáveis suscetíveis de influenciar a resposta, como sejam os parâmetros dos modelos constitutivos, as grandezas geométricas e os parâmetros definidores das ações.

O analista deverá fazer, inicialmente, um juízo prévio acerca da influência potencial relativa das variáveis na resposta do sistema. Para além disso, deve também ser antecipada a importância de alguns termos de interação e eventualmente termos não lineares associados às variáveis. O conjunto de todos estes termos (termos lineares e não lineares associados às variáveis e aos seus termos de interação) é, no entanto, na maioria das vezes, demasiado numeroso para análises deste tipo. A integração de todos estes parâmetros na análise é computacionalmente exigente, pois implica um número superior de observações (respostas) e

poderá até resultar na adição de variabilidade aos parâmetros de maior relevância, isto é, prejudicando o ajustamento da resposta aproximada à resposta observada real (Myers, 2009).

De forma a otimizar o processo há que realizar análises de sensibilidade ao problema, para eliminação sucessiva dos termos de menor relevância ou com menos peso na resposta e conservação dos restantes. O peso e a importância que cada um dos termos tem no sistema é avaliado através da obtenção de um conjunto de respostas para diferentes concretizações das variáveis, o que permite restringir a análise a um número consideravelmente inferior de parâmetros.

Habitualmente, a quantidade de respostas necessárias nestas análises de sensibilidade é definida pela utilização de fatoriais de 2 níveis,  $2^k$ , ou de fatoriais fracionados (à semelhança do que acontece no ajuste dos modelos de superfícies de resposta). Este assunto é abordado com maior profundidade no ponto seguinte (Myers, 2009).

#### Respostas do sistema

Uma vez selecionadas as variáveis relevantes no problema, o passo seguinte corresponde à obtenção de um conjunto de respostas necessária ao ajuste do modelo, de forma a estabelecer a função de desempenho.

O processo de seleção do vetor das variáveis básicas, para cada realização, não é um processo arbitrário. Pelo contrário, são tipicamente seguidas algumas metodologias baseadas, conforme se referiu anteriormente, em "níveis fatoriais" ou "fatoriais fracionados".

No que diz respeito à primeira metodologia, esta é geralmente utilizada em processos com um elevado número de variáveis, ou quando é necessário estudar a relevância individual das variáveis e do seu efeito conjunto. De particular relevância é o caso em que a cada variável correspondem dois níveis possíveis, isto é, dois valores de entrada. Neste caso, o número de respostas necessárias de forma a ajustar o modelo poderá ser dado por  $2^k$ , sendo k o número total de fatores tidos como relevantes (que podem corresponder não só às variáveis em si mas também aos fatores de interação) (Myers, 2009). Este método é normalmente utilizado para o

ajuste de modelos de superfície de resposta de primeira ordem, com termos de interação de baixa ordem.

À medida que o número de variáveis aumenta nos problemas, o número de respostas necessárias, de acordo com esta abordagem, rapidamente atinge um limite de praticabilidade. Porém, existem interações de ordem elevada que poderão ser desprezadas, o que limita, desta forma, o conjunto de respostas necessárias de forma a obter os coeficientes associados às variáveis principais e às interações de baixa ordem. As metodologias que o permitem fazer são designadas de "fatoriais fracionadas" (Myers, 2009).

Muitas vezes não é possível ajustar um modelo com base em polinómios do primeiro grau e como tal, outras aproximações se exigem. Quando a essência da resposta é altamente não linear, é frequente recorrer, por exemplo, ao ajuste a partir de polinómios do segundo e mesmo do terceiro grau. Nestes casos, o número de respostas necessárias ao ajuste poderá ser dado, em geral, respetivamente, através das expressões (3.27) e (3.28) (Huang *et al.*, 2009).

$$N_2 = 1 + 2n + \frac{n(n-1)}{2} \tag{3.27}$$

$$N_3 = 1 + 3n + \frac{3n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$
(3.28)

#### Metodologia

Como foi dito anteriormente, de modo a proceder a uma análise de fiabilidade, é necessário uma ou mais expressões que relacionem os parâmetros de entrada com a resposta do sistema.

Seja y a variável dependente, representativa da resposta do modelo e o conjunto  $(X_1, X_2, X_3, ..., X_n)$  das n variáveis independentes relevantes na resposta.

Pretende-se, pois, chegar a uma relação do tipo da expressão (3.29) (Pula et al., 2007):

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_n) + err$$
 (3.29)

onde  $f(x_1, x_2, ..., x_n)$  representa a função de aproximação utilizada e err corresponde ao erro associado à estimativa da função, representando outras fontes de variabilidade não tidas em consideração, como por exemplo, erros em medições ou efeitos de variáveis não contabilizadas e efeitos de relações não consideradas explicitamente.

Uma vez obtida a função de desempenho  $\tilde{f}$ , pretende-se definir uma função de estado limite g(X)=0 e proceder a uma análise de fiabilidade, de acordo com as metodologias já abordadas. É importante referir que, no caso de utilização de polinómios interpoladores de 2º grau ou de grau superior, em virtude das suas propriedades, a análise de fiabilidade pode ser dificultada pelo surgimento de múltiplos e igualmente falsos (já que a validade da função de aproximação, assim como se verá, está restrita a uma pequena zona) pontos de dimensionamento (Pula et al., 2007), que verifiquem a condição limite. Nestes casos, deverá ser feita uma análise crítica ao ponto em questão, de forma a verificar se este é, de facto, o verdadeiro ponto de dimensionamento. Poder-se-á tirar partido do conhecimento prévio do real ponto de dimensionamento, no caso de realizada uma análise prévia à expressão original analítica. Como na maior parte das vezes esta informação é desconhecida, podem igualmente avaliar-se os pontos em questão através de *software* baseado em elementos finitos, verificando se os resultados obtidos se aproximam do limite definido para a função de estado limite.

De forma de agilizar os cálculos de fiabilidade, são normalmente utilizadas funções simples para estes modelos aproximados. É comum a utilização de modelos de regressão linear múltipla (equação (3.30)), que descrevem hiperplanos no espaço n-dimensional das variáveis de regressão  $x_j$ , j = 0, ..., n, ou a utilização de modelos de regressão de segunda ordem (equação (3.31)) (Bucher  $et\ al.$ , 1990).

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n + err$$
 (3.30)

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n + a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + \dots + a_{nn} x_n^2 + err$$
 (3.31)

onde  $a_i$ , i=0,...,n, são chamados de coeficientes de regressão. Note-se que poderiam ser ainda incluídos termos de interação entre variáveis.

Para estimar os coeficientes de regressão é frequentemente utilizado o Método dos Mínimos Quadrados (Anderson *et al.*, 2008), embora não seja a única abordagem possível. O *software* de cálculo MS Excel, utilizado para a determinação dos coeficientes de regressão, facilita a efetivação prática deste método.

Uma vez determinado o conjunto suficiente de respostas para diferentes combinações de parâmetros de entrada, e ajustada a função que modela a resposta, há que verificar a qualidade do ajustamento realizado. De modo a testar a adequabilidade da função alcançada, recorre-se ao denominado "coeficiente de determinação", definido pela equação (3.32) (Babu *et al.*, 2008):

$$R^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\widehat{y}_{i} - \overline{y})^{2}}{\sum_{i=1}^{n} (y_{i} - \overline{y})^{2}}$$
(3.32)

onde  $\overline{y}$ ,  $y_i$  e  $\widehat{y_i}$  representam respectivamente o valor médio das observações de y, e para cada observação, o valor real de y e o valor estimado pela expressão aproximada.

Este coeficiente está compreendido entre 0 e 1, sendo que valores mais próximos de 1 expressam uma boa qualidade de ajustamento da expressão face aos valores fornecidos.

Uma vez que o valor de  $R^2$  aumenta com o número de variáveis do modelo (Myers *et al.*, 2009), é também muitas vezes determinado o valor ajustado  $\overline{R^2}$ , normalizado com os graus de liberdade estatística decorrentes do número de observações e do número de coeficientes de regressão de acordo com a equação (3.33).

$$\overline{R^2} = 1 - \frac{k-1}{k-p} (1 - R^2) \tag{3.33}$$

Também  $\overline{R^2}$  está compreendido entre 0 e 1. No caso de uma diferença acentuada entre estes valores, haverá uma forte possibilidade de existirem variáveis de reduzida relevância no modelo. Por outro lado, em modelos de boa qualidade, os valores  $R^2$  e  $\overline{R^2}$  deverão estar próximos um do outro e próximos do valor unitário.

#### Análise de fiabilidade

A metodologia descrita nos pontos anteriores permite estimar os coeficientes de regressão do modelo aproximado. A função obtida deverá, em princípio, estimar de forma razoável a resposta do sistema para uma dada concretização do vetor das variáveis básicas. No entanto, para análises de fiabilidade, a rigorosa utilização deste método poderá revelar-se demasiado afastada da realidade, já que dificilmente se conseguirá estimar com alguma precisão todo o domínio de resposta, e em particular a zona que é relevante para a análise de fiabilidade (junto ao ponto de dimensionamento).

De forma a obter os coeficientes de regressão que melhor ajustam a função, para uma análise de fiabilidade, resume-se de seguida um algoritmo de cálculo generalizado, baseado no trabalho de W. Pula (Pula *et al.*, 2007; Lü *et al.*, 2011).

- Os pontos das combinações que constituem as várias respostas necessárias para a formulação do método são obtidos, na primeira iteração, em redor dos respetivos valores médios. Estes pontos são obtidos fazendo  $x_i = \mu_i \pm k\sigma_i$ , sendo  $x_i$  cada uma das variáveis e k um escalar, que é geralmente tomado como unitário;
- Obtenção dos coeficientes de regressão, a partir das respostas obtidas, de acordo com a metodologia exposta nos pontos anteriores e formulação da função de estado limite;
- Utilização do método FORM para avaliação da função de estado limite, obtendo-se o respetivo ponto de dimensionamento;
- Utilização do ponto de dimensionamento obtido no passo anterior como ponto central do novo intervalo, repetindo os passos de cálculo anteriores e reduzindo o intervalo de variabilidade de cada uma das variáveis (na prática, reduzindo k), por exemplo, a metade do passo anterior, determinando um novo conjunto de coeficientes de regressão;
- O método é repetido até que convirja, com sucessivas reduções de variabilidade.

#### 3.5.4 Método FORM

Para a determinação da probabilidade de falha, recorre-se muitas vezes aos métodos FORM, que se baseiam em aproximações do primeiro grau à função de desempenho. Estes métodos

ramificam-se em dois outros fundamentais, os designados FOSM ("First-Order Second-Moment Methods"), métodos de primeira ordem (por se basearem numa aproximação de primeira ordem) com momentos de segunda ordem (recorre a parâmetros estatísticos até à segunda ordem: valor médio e variância) e os métodos avançados de primeira ordem com momentos de segunda ordem, os designados AFOSM ("Advanced First-Order Second-Moment Methods") (o qual é também designado por método de Hasofer e Lind, no caso das variáveis Gaussianas) (Hasofer e Lind, 1974).

Uma das limitações dos métodos FOSM é o facto do índice de fiabilidade ( $\beta$ ), para uma dada condição de desempenho, depender da forma da função de estado limite que expressa essa condição. Esta circunstância impossibilita uma avaliação da segurança com base na grandeza relativa dos valores de  $\beta$  (Caldeira; Ditlevsen, 1973). Dadas as limitações do primeiro método, no presente texto apenas se fará referência ao segundo, o qual se descreve de seguida.

Hasofer e Lind propuseram uma metodologia com uma definição invariável relativamente à forma da função de estado limite do índice de fiabilidade, possibilitando assim a avaliação da segurança pela ordenação dos valores deste índice (Hasofer e Lind, 1974).

O primeiro passo para a abordagem do método é a definição da função de estado limite g(X), que corresponde ao vetor de todas as variáveis básicas aleatórias. Esta função deve depois ser padronizada, através da transformação do vetor das variáveis básicas, conforme é detalhado de seguida.

#### Funções de estado limite lineares (duas variáveis Gaussianas independentes)

Considerando a título de exemplo a função linear de estado limite dada pela equação (3.34), com duas variáveis Gaussianas e estatisticamente independentes e, portanto, não correlacionadas:

$$g = g(R, E) = R - E = 0$$
 (3.34)

As variáveis aleatórias (*R e E*), que podem ser entendidas como os efeitos das ações e correspondente resistência oferecida pela estrutura, podem ser transformadas num novo par de variáveis padrão, isto é, de média nula e desvio padrão unitário, num processo dito de padronização (equação (3.35)):

$$R_N = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad e \quad E_N = \frac{E - \mu_E}{\sigma_E} \tag{3.35}$$

Genericamente, o vetor das variáveis básicas  $X_i$  deve ser normalizado num vetor Gaussiano, em que as variáveis padrão assumem a forma da equação (3.36):

$$U_i = \frac{X_i - \mu_{Xi}}{\sigma_{Xi}} \tag{3.36}$$

A função de estado limite g(X) é transformada na função de estado limite g(U), cujo espaço está normalizado e onde as variáveis aleatórias U são variáveis Gaussianas padronizadas.

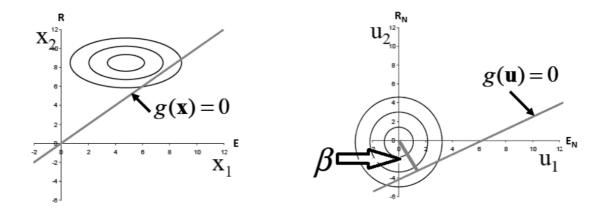
Retomando o exemplo, ambas as funções de densidade de probabilidade têm agora as mesmas propriedades estatísticas, com média nula e variância unitária. Ambas estão assim centradas no ponto 0, ou seja, na origem do sistema de coordenadas. Desta forma, as linhas de nível da função de densidade no espaço padronizado das variáveis são circunferências concêntricas, de centro na origem (ver figura (3.12)).

O índice  $\beta$  pode ser determinado através de considerações geométricas, uma vez que é igual à distância da origem do referencial à linha representativa do estado limite no espaço normalizado (no exemplo, uma recta), que representa a fronteira entre a segurança e a falha.

Se as variáveis  $(R \ e \ E)$  não forem correlacionadas, então esta distância  $(\beta)$  é dada por:

$$\beta_{HL} = \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \tag{3.37}$$

O ponto mais próximo da origem do referencial, sobre a função de estado limite é geralmente designado de ponto de dimensionamento, representando o ponto de maior densidade de probabilidade (o mais "provável" em caso de falha). Esta ideia, bem como as anteriormente descritas, são seguidamente ilustradas.



**Figura 3.12** - Ilustração do método FORM para um caso bidimensional de uma função de estado limite linear com variáveis Normalmente distribuídas no espaço original (esq.) e padronizada (dir.) (Faber, 2009; Faustino, 2013)

As coordenadas do ponto de dimensionamento são determinadas recorrendo aos fatores de influência, os quais correspondem aos cossenos diretores do segmento, e que no caso simples em análise podem ser determinados pelas equações (3.38) e (3.39):

$$\alpha_1 = -\frac{\sigma_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \tag{3.38}$$

$$\alpha_2 = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \tag{3.39}$$

O cosseno diretor permite verificar o peso de cada variável na segurança. Quanto maior o seu valor absoluto mais relevante é o papel dessa variável na segurança da estrutura. O valor é positivo quando a variável correspondente proporciona um acréscimo de fiabilidade (quando

um aumento no valor da variável provoca um aumento da fiabilidade) significando o efeito contrário no caso de ser negativo.

No sistema de coordenadas normalizado, as coordenadas dos pontos de dimensionamento são determinadas pelas equações (3.40) e (3.41):

$$U_1 = E_N = -\beta \cdot \alpha_1 \tag{3.40}$$

$$U_2 = R_N = -\beta \cdot \alpha_2 \tag{3.41}$$

As coordenadas do ponto de dimensionamento do sistema normalizado são depois convertidas no sistema de coordenadas original pelas equações (3.42) e (3.43):

$$R = R_N \cdot \sigma_R + \mu_R \tag{3.42}$$

$$E = E_N \cdot \sigma_N + \mu_E \tag{3.43}$$

Relativamente às coordenadas de interseção da função de estado limite (normalizada) com os eixos coordenados (eixos  $U_1$  e  $U_2$ , genericamente, ou no exemplo para  $E_N$  e  $R_N$ ) são respetivamente  $\left(\frac{\mu_R - \mu_E}{\sigma_E}, 0\right)$  e  $\left(0, \frac{\mu_R - \mu_E}{\sigma_R}\right)$ .

Verifica-se ainda que o índice de fiabilidade de Hasofer e Lind, embora sendo obtido de forma puramente geométrica, pode ser utilizado para determinar uma aproximação de primeira ordem da probabilidade de falha, recorrendo à distribuição Normal (Faustino, 2013; Hasofer e Lind, 1974).

# Funções de estado limite lineares com múltiplas variáveis (com distribuição Gaussiana e independentes)

Os problemas de engenharia civil são habitualmente descritos através de um conjunto diversificado de variáveis aleatórias. No caso de estas serem Normalmente distribuídas, a

metodologia que se segue para múltiplas variáveis corresponde a uma extensão da metodologia abordada no ponto anterior.

A função de estado limite com múltiplas variáveis pode ser descrita na sua forma geral pela equação (3.44).

$$g(X) = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot X_i = M$$
 (3.44)

Nesta equação, *M* representa a margem de segurança. Por resultar da combinação linear de variáveis com distribuição Normal é igualmente uma variável Normalmente distribuída (Teoria do Valor Central), cujos valor médio e desvio padrão são determinados, respetivamente, pelas equações (3.45) e (3.46).

$$\mu_M = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot X_i \tag{3.45}$$

$$\sigma_M = \sqrt{\sum_{i=1}^n (a_i \cdot \sigma_i)^2}$$
 (3.46)

onde  $\sigma_i$ ,  $\mu_i$  e  $a_i$  são, respetivamente, o desvio-padrão, a média e o escalar associado a cada uma das variáveis básicas na função g(X) (Faustino, 2013; Hasofer e Lind, 1974).

O fator de influência associado a cada variável pode ser determinado através da equação (3.47):

$$\alpha_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_Z} \cdot a_i \tag{3.47}$$

O índice de fiabilidade e a probabilidade de falha são determinados analogamente ao caso anterior, tendo agora em conta a introdução de um maior número de variáveis no problema (equação (3.48)).

$$\beta_{HL} = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \tag{3.48}$$

Finalmente, as coordenadas do ponto de dimensionamento, no sistema original, serão obtidas pela equação (3.49):

$$X_i^* = \mu_{Xi} - \alpha_{Xi} \cdot \beta \cdot \sigma_{Xi} = \mu_{Xi} - \sigma_{Xi} \cdot U_i^*$$
(3.49)

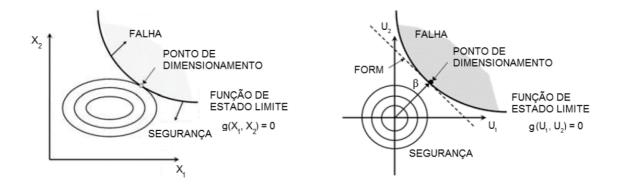
#### Funções de Estado Limite não-lineares

Apesar de se ter apresentado o caso em que, para múltiplas variáveis, a função de estado limite é linear, em geral a função de estado limite é uma função não linear.

Mantenha-se o vetor X representando o sistema de coordenadas original e o vetor U o sistema de coordenadas Normalizada. As zonas de segurança e rotura são definidas respetivamente por g(U) > 0 e g(U) < 0 e o índice de fiabilidade de Hasofer e Lind ( $\beta_{HL}$ ) é igualmente obtido, traçando o menor segmento da origem do sistema coordenado até à função de estado limite, sendo o ponto de interseção definido como ponto de dimensionamento. A probabilidade de falha é determinada analogamente ao já referido, a partir da equação (3.50):

$$p_f = \phi(-\beta) = 1 - \phi(\beta) \tag{3.50}$$

A metodologia é mais complicada, pelo simples facto de a função de estado limite não ser linear. Para simplificar o problema, Hasofer e Lind recorrem a uma abordagem de linearização da função de estado limite, propondo que se realize no ponto de dimensionamento do espaço Normalizado. Este raciocínio é ilustrado na figura 3.13 (Hasofer e Lind, 1974).



**Figura 3.13** - Aproximação do tipo FORM a uma função de estado limite não-linear, no espaço original (esq.) e nos espaço normalizado (dir.) (adaptado de Nadim, 2007; Faustino, 2013)

Na prática é construída uma nova superfície de estado limite, um híper-plano tangente à superfície de estado limite original no ponto de dimensionamento. O valor de  $\beta_{HL}$  é da mesma forma obtido como a menor distância da origem ao híper-plano. Para tal, é utilizado o desenvolvimento em séries de Taylor (equação 3.51).

$$g \approx g(U_i) + \sum_{i=1}^{n} (X_i + U_i) \left(\frac{\partial g}{\partial X_i}\right)^*$$
 (3.51)

A aplicação do método dos multiplicadores de Lagrange à minimização da distância à origem, permite obter o índice de fiabilidade pela equação (3.52):

$$\beta_{HL} = -\frac{\sum_{i=1}^{n} U_i^* \left(\frac{\partial g}{\partial U_i}\right)^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial g}{\partial U_i}\right)^{*2}}}$$
(3.52)

Nesta expressão,  $\left(\frac{\partial g}{\partial U_i}\right)^*$  representa a derivada parcial da função de estado limite g(U) em ordem a  $U_i$ , avaliada para o ponto de coordenadas  $(U_1^*, U_2^*, \ldots)$ , ou seja, para as coordenadas do ponto de dimensionamento no espaço Normalizado. Estas são obtidas através das equações (3.53) e (3.54):

$$U_i^* = -\alpha_i \cdot \beta_{HL} \tag{3.53}$$

$$\alpha_{i} = -\frac{\left(\frac{\partial g}{\partial U_{i}}\right)^{*}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial g}{\partial U_{i}}\right)^{*2}}}$$
(3.54)

e nas coordenadas originais, a partir da equação (3.49).

O algoritmo seguinte pode ser utilizado para determinar o valor de  $\beta_{HL}$  e do ponto de dimensionamento  $U_i^*$  (Rackwitz, 1975):

- 1. Definir a função de estado limite g(X);
- 2. Arbitrar as coordenadas para o ponto de dimensionamento (coordenadas originais) e determinar o ponto de dimensionamento no referencial Normalizado (equação 3.36);
- 3. Determinar  $\left(\frac{\partial g}{\partial U_i}\right)^*$  e  $\alpha_i$ , ambos no ponto de dimensionamento no espaço Normalizado;
- 4. Obter um novo ponto  $U_i^*$ , em função de  $\beta_{HL}$ ;
- 5. Substituir este novo ponto na função de desempenho g(U\*)=0, resolvendo em ordem a  $\beta_{HL}$ ;
- 6. Utilizando o novo valor de  $\beta_{HL}$ , reavaliar;
- 7. Repetir o processo entre os passos 3 e 6 até ao valor de  $\beta_{HL}$  convergir.

Pode ainda definir-se matricialmente este índice, como se apresenta na equação (3.55) (Ditlevsen, 1981):

$$\beta = \beta_{HL} = \min \sqrt{(X - \mu)^T C^{-1} (X - \mu)}$$
(3.55)

ou de forma equivalente pela equação (3.56) (Low et al., 1997):

$$\beta = \beta_{HL} = min \sqrt{\left(\frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i}\right)^T R^{-1} \left(\frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i}\right)}$$
 (3.56)

Em ambas as equações, os valores de X são obtidos para a condição g(X) = 0. C representa a matriz de covariância e R a matriz de correlação. As variáveis podem por isso apresentar dependência estatística entre si.

#### 3.6 Conceito de Robustez Estrutural

#### 3.6.1 Introdução

O conceito atual de robustez estrutural permanece sem uma definição exata e precisa e, deste modo, é difícil estabelecer regras e procedimentos práticos que ajudem os engenheiros a conceber estruturas capazes de suportar fenómenos de degradação da estrutura sem consequências catastróficas (Gomes, 2014).

Apesar do conceito de robustez estrutural na sua génese ter sido criado para atender a fenómenos extremos, nos últimos anos a tendência na investigação consistia no estudo da robustez em estruturas envelhecidas com processos de desgaste avançado, pois ao contrário de eventos destrutivos, o envelhecimento ocorre na generalidade das estruturas e pode culminar muitas vezes no seu colapso (Cavaco, 2013).

Até aos dias de hoje a perceção do conceito robustez estrutural é algo difusa por parte dos engenheiros, o que origina uma falta de confiança e orientação em como o incorporar na análise de estruturas, permanecendo sempre alguma incerteza na vulnerabilidade das estruturas e na presença de eventos extremos (IES, 2010).

A definição exata do conceito de robustez estrutural é uma necessidade eminente para uma concreta materialização da robustez no quotidiano do dimensionamento de estruturas, evitando que o seu estudo só aconteça após a ocorrência de alguma catástrofe (Gomes, 2014).

#### 3.6.2 Conceitos relacionados com a Robustez Estrutural

A robustez tem por base um conjunto de conceitos entre eles relacionados e, por isso, serão aqui apresentadas as respetivas definições (Gomes, 2014):

- Vulnerabilidade: suscetibilidade de uma estrutura para uma exposição ambiental. Esta não é estritamente uma caraterística da estrutura, pois uma mesma estrutura pode estar mais ou menos vulnerável dependendo do perfil de exposição. Um exemplo é uma mesma estrutura de um edifício, quando exposto em ambiente marítimo está muito mais vulnerável à corrosão do que quando situada num ambiente ausente de agentes agressivos (Cavaco, 2013);
- Tolerância ao dano: capacidade de uma estrutura para manter um nível adequado de desempenho após ocorrido um dano. Este desempenho é visto como a competência para manter as funções de uso definidas em projeto;
- Colapso progressivo: situação em que a falha de um ou vários componentes estruturais, devido a um evento inicial, desencadeia a falha sucessiva de componentes adicionais, inicialmente não danificadas pelo evento inicial, levando a uma reação em cadeia que termina no colapso parcial ou total da estrutura;
- Colapso desproporcional: acontece sempre que existir uma evidente desproporção entre o evento inicial potenciador de colapso e a ocorrência real de colapso parcial ou total da estrutura;
- Flexibilidade: capacidade da estrutura para sofrer deformações elásticas e reversíveis;

- Ductilidade: capacidade da estrutura sofrer deformações plásticas com libertação de energia;
- Fiabilidade: probabilidade da estrutura n\u00e3o exceder os n\u00edveis de desempenho especificados;
- Redundância: quando falha um elemento estrutural com função de suporte e esta falha conduz ao colapso os restantes elementos do sistema estrutural, como é o caso das estruturas isostáticas, pode-se dizer que a estrutura não apresenta qualquer redundância. A redundância pressupõe a existência de um caminho alternativo de cargas. Um exemplo de uma estrutura sem redundância é uma cadeia sob tensão, na falha de uma ligação deixa de existir a transferência da carga de um lado para o outro levando ao colapso do sistema, este exemplo é conhecido como um sistema em série (ISE, 2010).
- Resiliência: embora existam várias definições de resiliência na literatura, a mais amplamente aceite é a fornecida por Bruneau: "a resiliência é definida como a capacidade das unidades sociais (por exemplo, organizações, comunidades) para mitigar riscos, conter os efeitos das catástrofes quando estas ocorrem, e realizar atividades de recuperação de formas de minimizar a perturbação social e de futuros terramotos". Esta definição pode ser também aplicada à engenharia em geral, não sendo apenas uma definição da engenharia sísmica, considerando-se a resiliência como uma medida da capacidade de recuperar a funcionalidade das pontes ao longo de um segmento rodoviário, sujeitos a um evento de qualquer espécie, de uma forma rápida e economicamente eficiente (Bocchini *et al.*, 2012; Bruneau *et al.*, 2003).
- Risco: a robustez, a nível mais geral, é avaliada tendo por base a teoria da análise de decisão por estimar tanto o risco direto, que está associado com as consequências diretas de potenciais danos para a estrutura, como o risco indireto, que pode ser interpretado como o risco de consequências desproporcionadas para a causa do dano. Desta forma, a robustez de uma estrutura pode ser medida pela contribuição dos riscos indiretos para o risco total (Sorensen et al., 2011).

#### 3.6.3 Diferentes perspetivas de robustez estrutural

De uma forma geral, assume-se a robustez estrutural como a capacidade que a estrutura possui de tolerar os danos perante uma situação de desgaste progressivo e eventos extremos. Ao contrário da tolerância, a vulnerabilidade é a capacidade que a estrutura tem de suportar a exposição a um dano específico.

Apesar de tudo, as formas como os vários autores estudaram o desencadeamento de colapsos divergem quanto ao ponto onde enquadram a robustez e, nesta ótica, foram compiladas as definições de robustez por Cavaco (Cavaco, 2013):

- A robustez estrutural é a capacidade de uma estrutura suportar eventos como incêndios, explosões, impactos acidentais ou consequências de erros humanos, sem ser danificada de uma forma desproporcional relativamente à causa original (CEN, 2003);
- A robustez estrutural é a capacidade de uma estrutura resistir a eventos sem que esta seja danificada de uma forma desproporcional relativamente à causa inicial (Agarwal *et al.*, 2006).

Nestas duas definições os autores assumem a robustez como a resposta à exposição a um evento sem dano desproporcional.

Segundo alguns autores, a robustez pode ser definida como o comportamento apresentado pela estrutura após a ocorrência de dano, valorizando assim a resposta global apresentada pela estrutura:

- A robustez estrutural é definida como a insensibilidade de uma estrutura com falha local. É uma propriedade da estrutura e independente das possíveis causas e probabilidades de uma falha local inicial (Starossek e Haberland, 2008);
- "... capacidade do transporte de cargas após a falha de um dos seus membros."
   (Wisniewski et al., 2006);
- A robustez implica a tolerância aos danos de cargas extremas ou cargas acidentais, erros humanos ou deterioração (Baker *et al*, 2008).

As definições seguintes são pouco específicas, criando ambiguidades não desejáveis na definição do conceito de robustez:

- A robustez é a capacidade de um sistema para manter a sua função com mudanças internas da estrutura ou ambientes extremos (Callaway et al., 2000);
- A robustez é o grau de insensibilidade de um sistema aos efeitos que não são considerados no dimensionamento (Slotine et al., 1991);
- A robustez é a insensibilidade contra pequenos desvios pressupostos (Huber, 1996).

Segundo Cavaco, independentemente da abordagem de cada autor na forma de quantificar a robustez estrutural, existem pontos comuns na sua definição:

- Robustez é a capacidade resistente da estrutura para ações anormais;
- Existe uma grande quantidade de danos que podem ocorrer a uma estrutura;
- É difícil prever com exatidão o comportamento de uma estrutura depois do dano;
- É difícil definir uma forma exata de quantificar a robustez, aplicável aos vários danos possíveis de ocorrer.

Apesar de igualmente bem formuladas e coerentes, as formas de definir robustez apresentadas por estes autores necessitam de um modelo que as relacione, pois não existem pontos de vista errados, mas apenas falta de um conceito amplo o suficiente para atender as várias vertentes da robustez, e exato tanto quanto possível para evitar ambiguidades na sua interpretação (Gomes, 2014).

Apesar da robustez estrutural ser, fundamentalmente, um problema estrutural, uma perspetiva mais ampla pode ser importante uma vez que as consequências atingem não só a engenharia estrutural, mas também aspetos sociais e económicos.

O colapso desproporcional é mais adequado num contexto de projeto, uma vez que se refere à relação entre a magnitude do cenário de risco e a dimensão dos objetivos de dimensionamento que não foram cumpridos. Por outro lado, o colapso progressivo é mais apropriado para descrever o fenómeno físico e o mecanismo de colapso (Starossek *et al.* 2010).

#### 3.6.4 Quantificação da robustez

A forma de avaliar a robustez não reúne uma metodologia única, levando a incongruências na sua quantificação. Nos últimos 30 anos, diversos autores esforçaram-se para que a sua visão do conceito apresentasse bases sólidas para que não restassem divergências na definição do conceito. As abordagens mais importantes existentes na literatura atual serão aqui expostas, variando até mesmo na forma de quantificar, desde medidas de bases determinísticas, medidas probabilísticas e até medidas tendo por base o risco (Gomes, 2014).

Na seguinte tabela estão representados os principais autores que abordaram o tema com a sua respetiva forma de avaliar a robustez.

Frangopol e Curley (1987) Biondini e Restelli (2008) Determinístico

Baker et al (2008)

**Quadro 3.2** - Propostas de avaliação de robustez (adaptado de Cavaco, 2013)

Starossek e Haberland (2011) Cavaco (2013) Medidas de Robustez Frangopol e Curley (1987) Probabilístico Lind (1995) Ghosn e Moses (1998)

Risco

#### 3.6.5 Avaliação determinística

#### Frangopol e Curley (1987)

Frangopol e Curley (1987) analisaram os efeitos dos danos e da redundância em sistemas estruturais, propondo medidas tanto determinísticas como probabilísticas para avaliar a tolerância de uma estrutura aos danos. Estes realçaram a redundância como parâmetro representativo da robustez. Se o grau de colapso é uma preocupação, a redundância pode desempenhar um papel negativo na robustez estrutura. Por outro lado, se o colapso está relacionado com a incapacidade da estrutura cumprir os objetivos para que foi construída, a

redundância da própria estrutura corresponde a um aumento da robustez. Na proposta defendida, a estrutura só apresentaria robustez se conseguisse absorver globalmente o dano causado a um elemento estrutural. A redundância apresenta benefícios sempre que a solidarização da globalidade da estrutura contribui para uma redução das consequências do dano. Vinculados à positividade da redundância, estes autores definiram que a robustez pode ser traduzida explicitamente pela redundância R, através da expressão (3.57) (Cavaco, 2013; Gomes, 2014; Frangopol *et al.*, 1987):

$$R = \frac{L_{intacta}}{L_{intacta} - L_{danificada}}$$
 (3.57)

Onde  $L_{intacta}$  representa a capacidade de carga quando a estrutura se apresenta intacta  $L_{danificada}$  é a capacidade de carga depois da estrutura sofrer um dano. Com esta abordagem determinística de robustez levada a cabo por Frangopol e Curley, a robustez apresentaria o valor de 1 quando a estrutura danificada não tivesse reserva de resistência, e tenderia para infinito quando o dano não causasse qualquer perda de capacidade resistente (Gomes, 2014; Frangopol et al, 1987).

#### Biondini e Restelli (2008)

De acordo com Biondini e Restelli (2008), a avaliação da robustez é geralmente associada a danos causados por ações acidentais, como explosões ou impactos. No entanto, os danos podem também ocorrer lentamente com o tempo, como o envelhecimento estrutural, por exemplo, provocado por agentes agressivos ambientais (Biondini *et al*, 2008).

A avaliação da robustez baseia-se no cálculo de vários indicadores estruturais de desempenho em situação intacta e em situação danificada, através da expressão (3.58) (Cavaco, 2013; Gomes, 2014):

$$Rob(\delta) = \frac{f(\delta = 0)}{f(\delta)}$$
 (3.58)

Onde  $Rob(\delta)$  é a medida da robustez,  $f(\delta = 0)$  representa o indicador de desempenho estrutural, como por exemplo a capacidade de carga da estrutura intacta, e  $f(\delta)$  corresponde ao indicador de desempenho estrutural da estrutura danificada, que poderá corresponder à capacidade de carga para a estrutura danificada (Biondini *et al*, 2008).

#### Starossek e Haberland (2011)

Starossek e Haberland (2011) focaram-se na resistência ao colapso progressivo, pois, no seu entender, esta é a forma de definir o quanto uma estrutura é robusta. Na quantificação da medida de robustez os autores dividem a forma de avaliar o colapso progressivo em dois tipos, que melhor se adequem ao dano inicial. Esta separação distingue o colapso progressivo causado por impacto e o colapso progressivo causado por redistribuição (Starossek *et al*, 2011).

No caso de colapso progressivo causado por impacto enquadram-se todos os casos em que a extensão do dano levou o espaço adjacente a danificar-se, culminando no colapso. Por sua vez, o colapso progressivo devido a redistribuição acontece quando a falha de um elemento não danifica o espaço físico do elemento adjacente, mas incrementa a carga aplicada, devido à redistribuição de esforços (Starossek *et al*, 2011).

A primeira forma de avaliar a robustez tem como base a progressão dos danos causados por um dano inicial, e representa-se pela expressão (3.59):

$$R_d = 1 - \frac{p}{p_{lim}} \tag{3.59}$$

Onde  $R_d$  representa a medida de robustez baseada no dano, p é o grau máximo de danos adicionais causados pelo dano inicial i e  $p_{lim}$  é o grau de progressão de dano aceitável.

Esta formulação representa o primeiro tipo de colapso progressivo, atendendo aos casos de impactos. Starossek e Haberland sugerem a utilização de massas, volumes, ou até mesmo custos, como medidas de fixação de limites do dano. Deste modo, quando a medida da robustez atinge o valor 1, significa que não aconteceu propagação do dano, e, por isso a estrutura

apresenta robustez máxima. Por outro lado, se o valor de robustez for zero, a estrutura apresenta uma progressão de danos, desencadeando um mecanismo de colapso (Starossek *et al*, 2011).

A segunda forma de quantificar a robustez parte da independência desta do dano inicial, isto é aceitável na medida em que o  $p_{lim}$  estaria dependente da magnitude do dano inicial, não sendo exatamente correto quando a falha de um elemento resulta de uma redistribuição, não necessitando obrigatoriamente de apresentar grande intensidade inicial de dano. Desta forma, a segunda quantificação de robustez apresenta a configuração da expressão (3.60):

$$R_{d,int} = 1 - 2 \int_0^1 [d(i) - i] di$$
 (3.60)

Em que  $R_{d,int}$  é a medida da robustez tendo por base a integração do dano e d(i) corresponde ao valor máximo de dano total, incluindo o dano inicial i (Starossek  $et\ al,\ 2011$ ).

#### Cavaco (2013)

A abordagem da avaliação de robustez proposta por Cavaco (2013) parte do princípio que a robustez representa a tolerância ao dano, não dependendo assim da resposta. O estudo desenvolvido focou-se nos danos de ocorrência mais prováveis, com impactos não tão elevados, como o caso do envelhecimento da estrutura. A expressão definida está dependente do indicador de desempenho escolhido f(D), podendo variar a complexidade do índice em função do grau de complexidade do indicador escolhido (expressão (3.61)):

$$R = \int_{D=0}^{D=1} f(x)dx$$
 (3.61)

Esta forma de apresentação dos resultados possui uma variação entre 0 e 1, representando o caso de robustez nula e máxima, respetivamente. Como este índice implica uma continuidade da ação danosa, pode ser expresso por uma curva normalizada representativa da robustez (Cavaco, 2013).

Na figura 3.14 pode-se observar a aplicação do índice de robustez a três estruturas distintas, em que o primeiro caso remete para o caso de menor robustez e o último para o caso de maior robustez. Os casos de robustez intermédia são representativos de uma curva semelhante à do gráfico do meio, correspondendo a uma estrutura que apresenta um comportamento proporcional ao dano sofrido.

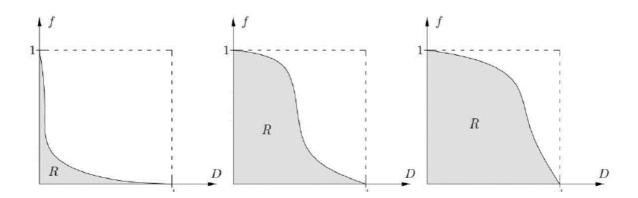


Figura 3.14 - Curva normalizada de robustez (adaptado de Cavaco, 2013; Gomes, 2014)

Esta forma determinística de definir a robustez pode ser facilmente representado de uma forma probabilística, para casos em que o indicador de desempenho escolhido se baseie numa probabilidade, por exemplo, a probabilidade de colapso de uma estrutura sujeita a um dano P(D|C).

Esta formulação para o cálculo da robustez apresenta bastante interesse quando o objetivo é comparar estruturas para um mesmo dano, facto de enorme importância na gestão de estruturas (Cavaco, 2013; Gomes, 2014).

#### 3.6.6 Avaliação Probabilística

#### Frangopol e Curley (1987)

Frangopol e Curley definiram também um índice de redundância de base probabilística, utilizando os parâmetros que influenciaram a segurança da estrutura danificada, expressos na equação (3.62):

$$\beta_R = \frac{\beta_{intacta}}{\beta_{intacta} - \beta_{danificada}}$$
 (3.62)

Onde  $\beta_{intacta}$  representa o índice de fiabilidade do sistema intacto e  $\beta_{danificada}$  é o índice de fiabilidade do sistema danificado.

Desta forma, a estrutura tenderá para robustez máxima quando o índice probabilístico de redundância tender para infinito, e a robustez nula quando este índice seja igual a 1 (Cavaco, 2013; Gomes, 2014; Frangopol *et al*, 1987).

#### Lind (1995)

Lind (1995) propõe uma forma de quantificar, tanto a vulnerabilidade como a tolerância aos danos de um sistema. Na sua definição, a forma de calcular a vulnerabilidade é dada pela equação (3.63):

$$V = \frac{P(r_0, E)}{P(r_d, E)}$$
 (3.63)

Na equação  $R_0$  representa a resistência do sistema em condições intactas,  $R_d$  é a resistência do sistema em condições danificadas e  $P(r_d, E)$  corresponde à probabilidade de falha do sistema em função tanto da carga como da resistência.

O valor da vulnerabilidade V, terá valor zero quando o impacto do dano é nulo, ou infinito quando o impacto na estrutura é grande. Por sua vez, a tolerância  $T_d$  pode ser definida como a vulnerabilidade, representado na expressão (3.64):

$$T_d = \frac{P(r_d, E)}{P(r_0, E)} \tag{3.64}$$

A forma de definir a tolerância apresentada por Lind (1995) difere do modo de definir este conceito apresentado pelos demais autores. Nesta ótica, a tolerância e vulnerabilidade são

caraterísticas complementares e intrínsecas da robustez. No entanto, a forma de definir a tolerância ao dano pode ser comparada com o método probabilístico definido por Frangopol e Curley (1987) para caraterização de redundância, rescrevendo-se assim as expressões (3.65) e (3.66):

$$\beta_R = \frac{\beta_{intacta}}{\beta_{intacta} + \beta_{danificada}} = \frac{-\varphi^{-1}(P(C))}{-\varphi^{-1}(P(C)) + -\varphi^{-1}(P(C|D))}$$
(3.65)

$$T_d = \frac{P(r_d, E)}{P(r_0, E)} = \frac{1 - P(C)}{1 - P(C|D)}$$
(3.66)

Como pode ser observado, as definições baseiam-se na segurança do sistema intacto e do sistema danificado. No caso em que a probabilidade de falha da estrutura intacta ser igual à probabilidade de falha da estrutura danificada, isto é P(C) = P(C|D), a estrutura apresenta-se robusta (Lind, 1995).

#### Ghosn e Moses (1998)

Os estudos desenvolvidos por Ghosn e Moses (1998) basearam-se no estudo de pontes, definindo a redundância como a capacidade de transporte da carga no caso da falha de um elemento. Na sua proposta, avaliaram uma estrutura de ponte completa que compreendia os seguintes conceitos:

- Existe um nível de segurança na falha de um primeiro elemento;
- São limitadas as deformações em condições de tráfego em serviço;
- A capacidade do sistema final não é alcançado sob condições de carga extrema;
- Existe resistência significativa após o dano ou perda de um membro, para o transporte da carga principal.

Deste modo, os seguintes estados limites devem ser verificados com garantia de segurança adequada no sistema:

- Falha de um membro no estado limite: Avaliação tradicional de segurança do membro individual. O correspondente nível de segurança pode ser definido pelo índice β de fiabilidade;
- Estado limite de serviço: limitação do deslocamento máximo, representando o comportamento não linear da ponte  $\beta_{serv}$ ;
- Estado limite último: avaliação da capacidade da ponte com a formação de um mecanismo de colapso, que corresponde ao valor de  $\beta_{ult}$ ;
- Condição de estado limite de dano: avaliação da segurança estrutural da ponte, após a remoção de um suporte de carga principal e transportada para outros membros da estrutura. O valor de β após o dano pode ser definido como a diferença dos valores dos índices de fiabilidade do sistema com os índices de fiabilidade de cada elemento.

Para garantir a segurança da ponte, os índices de fiabilidade obtidos deverão ser maiores que os valores de referência, e, por sua vez, a segurança dos elementos estruturais tem também de ser assegurada, definindo-se a segurança pelas equações (3.67) a (3.69):

$$\beta_{ult} = \Delta \beta_{ult} + \beta_{elemento} \ge \Delta \beta_{ult}^{alvo} + \beta_{elemento}^{alvo} = \beta_{ult}^{alvo}$$
(3.67)

$$\beta_{serv} = \Delta \beta_{serv} + \beta_{elemento} \ge \Delta \beta_{serv}^{alvo} + \beta_{member}^{alvo} = \beta_{serv}^{alvo}$$
 (3.68)

$$\beta_{danificada} = \Delta \beta_{danificada} + \beta_{elemento} \ge \Delta \beta_{danificada}^{alvo} + \beta_{element}^{alvo} = \beta_{danificada}^{target} \quad (3.69)$$

Os autores propuseram valores do sistema de referência para os índices de fiabilidade referentes a pontes rodoviárias (Ghosn *et al*, 1998). Para a super-estrutura de uma ponte, os objetivos a cumprir são os representados pelas equações (3.70) a (3.72):

$$\Delta \beta_{ult} = \beta_{ult} + \beta_{elemento} \tag{3.70}$$

$$\Delta \beta_{serv} = \beta_{serv} + \beta_{elemento} \tag{3.71}$$

$$\Delta \beta_{danificada} = \beta_{danificada} + \beta_{elemento} \tag{3.72}$$

Estes índices de segurança de referência foram definidos baseado nas típicas pontes rodoviárias que apresentam uma capacidade de redundância adequada. Liu *et al* (2001) propôs valores de referência para a sub-estrutura tendo por base a mesma tipologia de pontes:

$$\Delta \beta_{ult} = \beta_{ult} + \beta_{elemento} \ge 0.50 \tag{3.73}$$

$$\Delta \beta_{serv} = \beta_{serv} + \beta_{elemento} \ge 0.50$$
 (3.74)

$$\Delta \beta_{danificada} = \beta_{danificada} + \beta_{elemento} \ge -2.00$$
 (3.75)

Ghosn e Moses (1998) compararam a segurança global da estrutura a danos com a segurança de cada membro individual, e não do conjunto do sistema. Esta forma de ver enquadra-se nos moldes atuais, onde a verificação de segurança é efetuada membro a membro (Ghosn *et al*, (1998).

#### 3.6.7 Avaliação do Risco

#### Baker et al (2008)

A forma de avaliar a robustez definida por Baker *et al* (2008) distingue-se das demais apresentadas e baseia-se no risco, tendo por base o risco direto associado às consequências diretas e indiretas. Riscos indiretos também são retratados podendo ser interpretados como o risco resultante de consequências desproporcionais às causas do dano (Baker *et al*, 2008). Desta forma, o risco direto  $R_{dir}$  e o risco indireto  $R_{ind}$  podem ser calculados pelas equações (3.76) e (3.77):

$$R_{dir} = P(E) \times P(D|E) \times P(C|D) \times C_{dir}$$
(3.76)

$$R_{ind} = P(E) \times P(D|E) \times P(C|D) \times C_{ind}$$
(3.77)

Onde  $C_{dir}$  e  $C_{ind}$  correspondem, respetivamente, às consequências diretas e indiretas, P(E) é a probabilidade de ocorrer um evento suscetível de causar dano à estrutura, P(D|E) representa a probabilidade da estrutura sofrer um dano condicionado pela exposição E e P(C|D) é probabilidade de colapso condicionada pelo dano D (Baker *et al*, 2008).

Para os casos de múltiplos riscos e condições de exposição a danos diferentes, as expressões anteriores podem reescrever-se através das equações (3.78) e (3.79):

$$R_{dir} = \iint C_{dir} f_{D|E}(y|x) f_E(x) \, dy dx \tag{3.78}$$

$$R_{ind} = \iint C_{ind} P(C|D=y) f_E(y|x) f_E(x) dy dx$$
 (3.79)

Nas equações,  $f_{D|E}$  representa a probabilidade do dano condicionado por uma determinada exposição,  $f_E(x)$  é a função da probabilidade de exposição e P(C|D=y) corresponde à probabilidade de falha face um determinado dano.

O índice de robustez  $I_{rob}$ , expresso por Baker *et al* (2008), representa a diferença entre risco direto e risco indireto, definido pela equação (3.80):

$$I_{rob} = \frac{R_{dir}}{R_{dir} + R_{ind}} \tag{3.80}$$

Nestes parâmetros, o índice apresenta o valor de 1 para o caso de uma estrutura muito robusta, com a ausência de risco indireto, e valor zero quando o risco direto é insignificante em relação aos riscos indiretos.

Esta forma de contabilizar a robustez depende das consequências diretas e indiretas, o que significa que depende da exposição e do ambiente económico e social no qual a estrutura está

enquadrada. No caso de uma mesma estrutura em locais diferentes, o índice tomará valores diferentes (Baker *et al*, 2008).

# 4. CASO DE ESTUDO: MODELO DETERMINÍSTICO

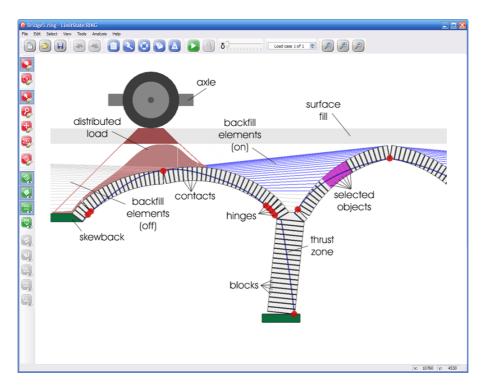
## 4.1 Introdução

A avaliação de segurança é realizada com base na relação estabelecida entre a resistência da estrutura e as ações que a solicitam. Esta relação pode ser de natureza determinística ou probabilística. Na última década, a aplicação de procedimentos probabilísticos de avaliação de segurança de estruturas existentes tem sido crescente e recomendada por vários autores (Casas, 2011; Cruz *et al.*,2008; BRIME, 2001; Sustainable Bridges, 2007).O modelo numérico do Viaduto Ferroviário de Coval, aqui tomado como caso de estudo, será usado neste capítulo para avaliar a capacidade de carga da ponte seguindo uma abordagem determinística. Descreve-se de seguida a estratégia de modelação seguida nesta tese.

### 4.2 Estratégia de modelação

Nas estruturas de alvenaria é comum analisar a estrutura recorrendo-se a uma análise por blocos rígidos baseada no equilíbrio e compatibilidade para um mecanismo conhecido. O trabalho realizado pode ser calculado para verificar a estabilidade da estrutura e determinar o mecanismo crítico de colapso, determinando-se a carga de colapso. Neste âmbito, adotou-se o *software RING*, que se baseia na análise limite de estruturas (não considera a história de carga) e considera as hipóteses apresentadas por Heyman (1966), mas considerando que pode haver escorregamento relativo entre os blocos (rotura por corte). Assim, o programa idealiza a estrutura de uma ponte de alvenaria como uma associação de blocos rígidos com comportamento rígido-plástico e utiliza métodos computacionais de análise limite para analisar o estado limite último, determinando o fator de carga de colapso e o modo de ruína associado.

Na figura 4.1 é possível perceber o ambiente de trabalho do *software* utilizado para obter o valor dos fatores de carga (multiplicador da carga móvel aplicada).



**Figura 4.1 -** Principais objetos do modelo numérico de uma ponte de alvenaria no LimitState:RING

#### 4.2.1 Alvenaria

Por aplicação da teoria da análise limite, adota-se como modelo constitutivo o modelo rígidoplástico para o material de alvenaria. No cálculo realizado pelo *software RING* são assumidas as seguintes hipóteses:

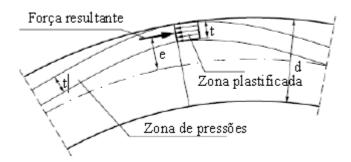
- Comportamento rígido-perfeitamente plástico;
- Resistência nula à tração;
- Material homogéneo.

Os parâmetros mecânicos considerados para a alvenaria são: peso volúmico  $(\gamma)$ , resistência à compressão  $(f_c)$  e ângulo de atrito  $(\mu)$ . A resistência à compressão da alvenaria está relacionada com a área de contato necessária entre blocos consecutivos e é igual à profundidade t, dada pela equação (4.1):

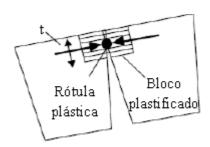
$$t = \frac{N}{f_c \cdot b} \tag{4.1}$$

Onde N representa o esforço axial atuante,  $f_c$  corresponde à resistência à compressão e b representa a largura do arco. O centro de rotação de blocos consecutivos localiza-se a uma distância t/2 dos bordos dos blocos (figura 4.2) e a excentricidade máxima da força de compressão é dada pela equação (4.2). Na figura 4.3 está representado o esquema idealizado de uma rótula plástica formada nas juntas dos blocos de alvenaria (Moreira, 2014).

$$e = \left| \frac{M}{N} \right| \le \frac{d - t}{2} \tag{4.2}$$



**Figura 4.2** - Esquema idealizado do comportamento de um arco (adaptado de Sustainable Bridges, 2007)



**Figura 4.3 -** Esquema idealizado de uma rótula plástica formada nas juntas de blocos de alvenaria (adaptado de Sustainable Bridges, 2007)

#### 4.2.2 Colapso por deslizamento/escorregamento

O RING considera a hipótese de colapso da ponte de alvenaria por deslizamento dos blocos através do modelo designado por "fricção associativa". Isto significa que a separação dos blocos é acompanhada pelo seu deslizamento. A utilização deste modelo, quando o fenómeno do deslizamento entre blocos está envolvido no modo de colapso, pode conduzir a fatores de carga de colapso não conservativos. Deste modo, os blocos podem descrever os tipos de movimento representados na figura 4.4. Contudo, este modo de colapso é pouco comum em pontes de alvenaria portuguesas, devido à geometria que apresentam.

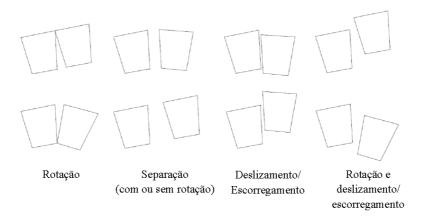
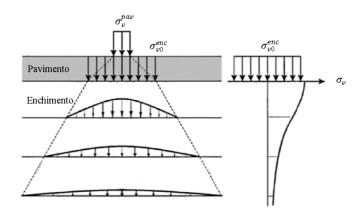


Figura 4.4 - Movimentos relativos entre blocos de alvenaria consecutivos (adaptados de Gilbert, 2007; Moreira, 2014)

#### 4.2.3 Material de enchimento

O material de enchimento exerce efeitos importantes sobre o arco. O seu peso volúmico comprime a alvenaria que o compõe, aumentando a sua capacidade portante. Além disso, dispersa em profundidade as sobrecargas atuantes, resultando menores tensões atuantes sobre o arco: quanto maior for a sua altura, maior é a dispersão e, por conseguinte, menor é o valor de tensão atuante sobre o arco (Gilbert *et al.*, 2014; Costa, 2007). Quando comprimido, o solo gera ainda impulsos passivos sobre o arco, que contribuem para o aumento da capacidade de carga da estrutura. Contudo, este efeito deve ser considerado com precaução devido à dificuldade em avaliar de forma rigorosa o valor do impulso gerado.



**Figura 4.5** - Esquema de degradação de carga em profundidade (maciço infinito) (Costa, 2009; Moreira, 2014)

O esquema de degradação de carga em profundidade é muito interessante para perceber a importância da largura efetiva da ponte, como vai ser possível verificar no capítulo 5.

#### 4.3 Modelo numérico do caso de estudo

Sendo a avaliação da capacidade de carga de uma estrutura existente uma tarefa complexa, a dificuldade é consideravelmente elevada quando se considera uma ponte de alvenaria em arco. Tipicamente existe muito pouca informação disponível e a obtenção de informação *in-situ* apresenta muitos desafios. Os modelos numéricos a usar devem refletir estas dificuldades.

Atualmente, as metodologias mais utilizadas na análise do comportamento das pontes de alvenaria são baseadas no método dos elementos finitos (MEF), no método dos elementos discretos (MED) ou em métodos computacionais com recurso à idealização da alvenaria através de blocos rígidos com base em metodologias de análise limite, tal como o *software RING*, da *LimitState* (Gilbert, 2007; Costa, 2009; Lemos, 2009; Morais, 2012; Moreira, 2014).

O modelo numérico construído com base na informação recolhida consiste na discretização da estrutura, cujas variáveis envolvidas e resultados associados são determinísticos. O modelo numérico deve apenas representar os aspetos do sistema real que são necessários para a análise estrutural, de modo que a análise dos resultados seja o mais objetiva possível. Deve ser verificada a geometria (dimensões, inércias e massas do modelo estrutural), as condições de fronteira e restrições (restrições ao nível dos apoios), os modelos de carga (direção, magnitude e localização das cargas aplicadas), as propriedades dos materiais e elementos (se as propriedades materiais medidas *in-situ* são as mesmas especificadas no modelo numérico). Para finalizar e sempre que possível, comparam-se as medidas de desempenho apresentadas pelo modelo de simulação com as medidas de desempenho recolhidas de medições *in-situ* do sistema real (calibração), como garantia de fiabilidade do modelo numérico (Rücker *et al.*, 2006).

Os parâmetros de uma estrutura podem ser divididos em duas classes: os parâmetros geométricos e os parâmetros materiais. Estas duas classes podem ser divididas em várias subclasses, tais como os diversos tipos de materiais que constituem a estrutura e as propriedades

geométricas dos vários elementos estruturais. Há ainda a considerar os parâmetros associados às condições de carregamento. Neste caso de estudo o modelo numérico foi realizado com base no *software RING* e na secção a seguir explicam-se todos os aspetos do modelo necessários para a análise estrutural.

#### 4.3.1 Geometria

No que respeita à modelação da geometria do Viaduto Ferroviário de Coval, é mais importante proceder à modelação os elementos estruturais principais com maior rigor, simplificando-se a complexidade da geometria dos elementos secundários. Primeiramente, avalia-se a influência dos vários elementos estruturais da estrutura, identificando-se os mais relevantes na resposta da estrutura (Costa, 2007; Costa, 2009; Morais, 2012; Sustainable Bridges, 2007). Na modelação do viaduto no *software RING* foram utilizados dados já existentes da estrutura de Coval, sendo as medidas mais representativas do seu comportamento as seguintes (Sustainable Bridges, 2007):

- Tipologia dos arcos, respetivas flechas, espessuras e comprimento do vão;
- Largura do arco e verificação da existência de fendas;
- Perfil do material de enchimento e espessura sobre o coroamento do arco;
- Geometria de pilares, encontros (externa e internamente).

Certo tipo de elementos estruturais, tais como os encontros e os arcos, podem ser modelados de forma explícita. Além destas, determinadas pontes de alvenaria possuem caraterísticas geométricas particulares e a sua modelação deve ser o mais explícita possível, devendo adotarse configurações específicas para a modelação desses elementos para que não existam erros de cálculo (Moreira, 2014).

A largura da ponte de alvenaria e o perfil do material de enchimento são utilizadas para o cálculo da largura efetiva da ponte, parâmetro muito importante para a dispersão de sobrecargas e, por conseguinte, para a determinação da tensão atuante sobre os arcos. A existência de fendas limita a largura efetiva da ponte, funcionando de limite superior no cálculo da largura efetiva (Gilbert, 2007; Sustainable Bridges, 2007).

Relativamente ao Viaduto de Coval (Figura 4.6), ambos os encontros foram modelados considerando-se a altura de alvenaria sobre o arranque dos arcos (*backing*) igual a 3100 mm. Os seis arcos que constituem a estrutura têm idênticas propriedades geométricas, sendo a espessura 850 mm, a sua flecha de 6000 mm e o vão livre entre pilares de 12000 mm. Sendo a relação flecha/vão dos arcos de 0,5 a tipologia de arcos da Ponte de Coval é de arcos profundos. Os blocos de alvenaria do arco foram modelados por meio de um modelo segmentado, através da introdução de coordenadas chave para a sua definição, sendo o arranque dos arcos realizado na vertical. A espessura do arco foi considerada constante ao longo do seu desenvolvimento, tal como apresentado pelo projeto.

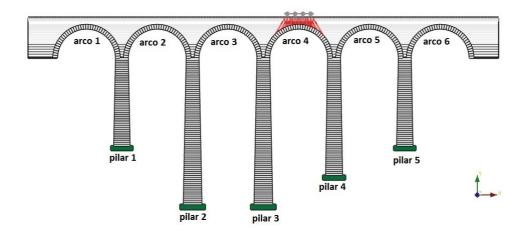


Figura 4.6 - Nomenclatura utilizada para os arcos e pilares do Viaduto Ferroviário de Coval

Relativamente aos pilares, as dimensões são as apresentadas no quadro 4.1 e representadas na figura 4.7.

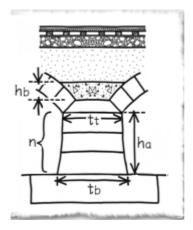


Figura 4.7 - Siglas das dimensões dos pilares no software RING

Quadro 4.1 - Dimensões dos pilares do Viaduto Ferroviário de Coval

	Pilar 1	Pilar 2	Pilar 3	Pilar 4	Pilar 5
Altura, $h_a(mm)$	18000	30000	30000	24000	18000
Espessura no topo, $t_t(mm)$	2500	2500	2500	2500	2500
Espessura no base, $t_b(mm)$	3230	3700	3700	3340	3230
Número de aduelas, n	47	75	75	60	45
Backing height, $h_b(mm)$	3100	3100	3100	3100	3100

O perfil do material de enchimento adotado foi horizontal, sem variação da altura na direção longitudinal, sendo o perfil constante ao longo de toda a extensão da ponte. A altura de material de enchimento sobre nas zonas de coroamento do arco é de 1000 mm.

#### 4.3.2 Materiais

As leis constitutivas de comportamento dos materiais e correspondentes parâmetros de modelação devem ser definidos através da realização de ensaios *in-situ* e em laboratório e complementados com base em informações observadas no local, recorrendo a inspeções visuais e a pesquisas sobre a história da construção, podendo ser obtidas informações sobre os locais de extração do material (Costa, 2007; Jacinto, 2011; Lemos, 2009; Lourenço & Oliveira, 2006).

A caracterização material foi realizada por consulta de bibliografia e em resultados resultantes da experiência. As propriedades dos materiais constituintes das pontes de alvenaria dividemse, essencialmente, em duas categorias: propriedades da alvenaria e propriedades do material de enchimento. Na análise limite, as propriedades do material de alvenaria requeridas, para a construção do modelo numérico, são:

- Peso volúmico, \( \mathcal{Y} \);
- Resistência à compressão, fc;
- Coeficiente de atrito entre blocos, \( \mu \).

O valor do peso volúmico da alvenaria adotado é de 25 kN/m³, a resistência à compressão é de 20 MPa e o coeficiente de atrito entre blocos é igual a 0.577 (correspondente a um ângulo de atrito de 30°), ver Figura 4.8. Consideraram-se que todos os elementos estruturais foram construídos com o mesmo material de alvenaria. Esta opção é justificada com base em inspeções visuais realizadas e com base no projeto da ponte de alvenaria.

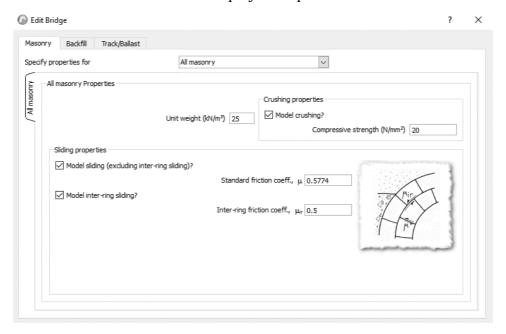


Figura 4.8 - Propriedades da alvenaria para a construção do modelo numérico

As propriedades do material de enchimento caracterizam a influência mecânica que o enchimento tem sobre o comportamento da ponte de alvenaria. Para este material, são definidos:

- Peso volúmico, \( \mathcal{\gamma} \);
- Ângulo de atrito,  $\phi$ ;
- Coesão, c.

Adotou-se o valor de 20 kN/m³ para o peso volúmico do enchimento, o valor de 30º para o ângulo de atrito e a coesão foi considerada nula. Os valores adotados para o peso volúmico e para o ângulo de atrito são justificados por estudos realizados por Oliveira *et al.* (2010), visto os materiais empregues em ambas as construções serem semelhantes. Em relação à coesão foi considerada, como medida conservativa, tomar o valor nulo. Oliveira *et al.* (2010) também adotaram valor nulo para a coesão. As características do material de enchimento foram

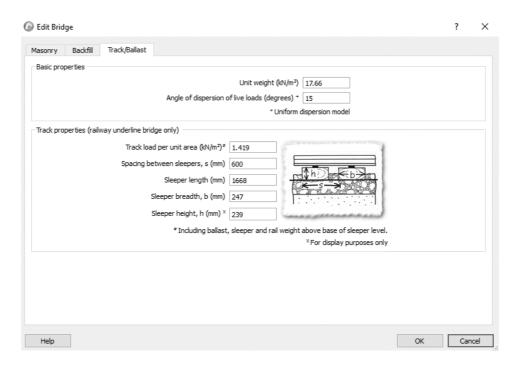
consideradas uniformes (ver Figura 4.9). A informação sobre o mesmo é inexistente e foi considerada esta hipótese, podendo não ser o comportamento real deste material. Diversos autores (Casas, 2011; Oliveira *et al.*, 2010; Sustainable Bridges, 2007) adotaram, nos seus estudos, a mesma hipótese para este material.



Figura 4.9 - Propriedades do material de enchimento para a construção do modelo numérico

O valor do peso volúmico do balastro de pontes ferroviárias varia entre 16 e 21 kN/m³. Com base em Araújo (2010), foi adotado o valor de 17,66 kN/m³. A restante carga permanente proveniente da linha ferroviária foi definida considerando-se explicitamente os tipos de elementos e materiais utilizados para a sua construção. O material das travessas é madeira e o material dos blocos de fixação é betão. Foi consultado a norma Network Rail (2006) para se obter o valor da carga equivalente à linha ferroviária, e obteve-se o valor de 1,42 kN/m².

Ao nível da linha ferroviária, é possível definir a geometria das travessas (dimensões da secção e espaçamento entre si). Estes valores influenciam a distribuição longitudinal das cargas. Foram consultados documentos técnicos, fornecidos pela REFER, para aferir a geometria das travessas. As travessas instaladas são bi-bloco espaçadas entre si 600 mm, sendo a sua altura igual a 239 mm e a sua base igual a 247 mm, ver figura 4.10 (Moreira, 2014).



**Figura 4.10 -** Propriedades do balastro e da linha ferroviária para a construção do modelo numérico

### 4.3.3 Cargas ferroviárias

A norma EN 1991-2 (2003) é vocacionada para o dimensionamento de novas obras de arte. Deste modo, os valores de carga apresentados não correspondem ao peso do material circulante, devendo ser realizadas medições em estações de pesagem dinâmica para aferir o volume e intensidade de tráfego a que a ponte está sujeita. No âmbito do estudo do Viaduto Ferroviário de Coval, não foram realizados estudos ou medições, sendo aplicados os modelos de carga apresentados pela norma referida.

A norma EN 1991-2 (2003) apresenta quatro modelos de cargas verticais. Estes modelos foram obtidos através de medições estáticas de cargas verticais, sendo posteriormente afetados de coeficientes que contemplam as diferenças das cargas por eixo e as várias tipologias de comboios existentes. Estes modelos de cargas não são aplicáveis a comboios elétricos e outros comboios "leves". A carga e os valores característicos das ações para este tipo de comboios devem ser especificados para o projeto em particular ou podem ser consultados no Anexo Nacional.

O EN 1991-2 (2003) propõe cinco modelos de cargas ferroviárias: o modelo de cargas LM71, o modelo de cargas SW/0, o modelo de cargas SW/2, o modelo de cargas HSLM e o modelo de cargas "Comboio vazio" ("*Unloaded Train*"). Todos os modelos de cargas representam os efeitos estáticos para as situações de projeto permanentes. Para situações de projeto transientes, os valores característicos a adotar para os modelos de carga devem ser consultados de acordo com as recomendações apresentadas no anexo H da mesma norma (EN 1991-2, 2003). No presente estudo, apenas se dará ênfase às situações de projeto permanentes (Moreira, 2014).

No setor ferroviário europeu, a *International Union of Railway* (UIC) apresentou, em 1971, um modelo de cargas ferroviário, denominado de *Load Model 71* (LM71) que deveria ser único para todos os países membros da UIC (UIC 776-1 R, 2006; UIC 776-2 R, 2009). Este modelo representa a envolvente estática de seis comboios existentes nessa altura. Este modelo foi gradualmente atualizado por diferentes administrações ferroviárias. Atualmente, a norma EN 1991-2 (2003) apresenta o modelo de cargas LM71 como o modelo de cargas ferroviário que representa o tráfego ferroviário normal.

O modelo de cargas LM71 caracteriza-se por quatro cargas concentradas de 250 kN cada, espaçadas de 1,60 m separadas entre si. Este modelo apresenta, além das cargas concentradas, duas cargas uniformemente distribuídas, ambas com intensidade igual a 80 kN/m. Relativamente às cargas uniformemente distribuídas, a sua extensão é indefinida, ficando a definição da extensão ao encargo do engenheiro. Além disso, as cargas uniformemente distribuídas podem ser aplicadas apenas em determinados vãos, existindo zonas sem carga aplicada. O esquema de cargas e os valores característicos são apresentados na Figura 4.11:

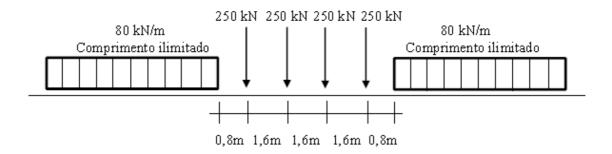


Figura 4.11 - Modelo de cargas LM71. Posições e valores caraterísticos das cargas concentradas e das cargas uniformemente distribuídas (Moreira, 2014)

#### 4.3.4 Análise de sensibilidade

O número de variáveis envolvidas no processo de avaliação de segurança de pontes de alvenaria existentes é elevado. Adicionando a incerteza associada às variáveis, resulta um elevado volume de informação a analisar. Determinadas variáveis têm uma influência muito reduzida no comportamento da ponte de alvenaria e, por conseguinte, nos resultados da análise estrutural. Todo este processo requer um elevado consumo de recursos, que deve ser minimizado sem que haja perda de qualidade dos resultados obtidos.

De forma a reduzir o número de variáveis aleatórias envolvidas no processo de avaliação probabilística de segurança, procede-se nesta secção à realização de análises de sensibilidade, identificando-se as variáveis mais influentes no comportamento da estrutura. Assim, é possível avaliar a influência dos vários parâmetros estruturais, desde parâmetros materiais (por exemplo, a resistência à compressão), a parâmetros geométricos (por exemplo, dimensões da secção). Este tipo de análise pode ser realizada para ELU e para ELS. Note-se que parâmetros que apresentam uma influência relevante no colapso da estrutura, podem não apresentar uma influência semelhante em condições de serviço, devendo ser realizados estudos paramétricos para cada um dos EL.

Segundo (Matos, 2013) o procedimento recomendado para a realização da análise de sensibilidade é a seguinte:

- Desenvolvimento de um modelo determinístico, utilizando os valores médios de todos os parâmetros envolvidos na análise estrutural;
- Combinação dos parâmetros de acordo com a sua categoria (geométrica, material) e subcategoria (apoio, alvenaria, enchimento);
- Descrição da variabilidade de cada parâmetro através de um coeficiente de variação
   (CV) apropriado;
- Variação de cada parâmetro através da adição e subtração de um ou dois desvios-padrão ao valor médio, mantendo os restantes parâmetros fixos;
- Análise de cada conjunto de parâmetros, através do *software* de análise estrutural;

$$b_k = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta y_k}{y_m} / \frac{\Delta x_k}{x_m} \cdot CV \tag{4.3}$$

Sendo  $b_k$  a medida de importância do parâmetro k,  $\Delta y_k$  a variação da resposta estrutural devido a um desvio de  $\Delta x_k$  em relação ao valor médio  $x_m$  do parâmetro,  $y_m$  a resposta média e n o número de parâmetros gerados;

- Normalização dos valores das medidas de importância em relação à máxima medida de importância;
- Estabelecimento de um limite para a medida da importância ( $b_{lim}$ );
- Identificação dos parâmetros críticos, com base na medida de importância limite ( $b_{lim}$ ).

A medida de importância mede a sensibilidade que cada parâmetro detém na resposta estrutural. Os parâmetros com elevada medida de importância corroboram, simultaneamente, as seguintes condições:

- Tem associada elevada variabilidade, ou seja, elevado coeficiente de variação;
- Uma reduzida variação no seu valor representativo provoca uma variação significativa resposta estrutural.

Os parâmetros com maior medida de importância são os parâmetros prioritários sobre os quais se devem investir e realizar medições e ensaios de caracterização. Na avaliação de segurança do Viaduto Ferroviário de Coval, as variáveis envolvidas na análise de sensibilidade são:

- Parâmetros materiais:
  - Alvenaria:
    - Peso volúmico,  $\gamma_m$ ;
    - Resistência à compressão,  $f_h$ ;
    - Coeficiente de atrito entre blocos,  $\mu$ ;
  - Enchimento:
    - Peso volúmico,  $\gamma_{hf}$ ;
    - Ângulo de atrito, Ø;

- Coesão, c;
- Balastro:
  - Peso volúmico,  $\gamma_b$ ;
- Linha ferroviária:
  - Peso da pista,  $SC_P$ ;
- Parâmetros geométricos:
  - Altura de alvenaria sobre os pilares (backing height),  $h_b$ ;
  - Largura do pilar "genérico",  $L_{PG}$ ;
  - Largura do pilar "robusto",  $L_{PR}$ ;
  - Espessura do arco, t.

Apesar do vão entre pilares não ser apresentado na listagem, este parâmetro foi indiretamente considerado. Quando se observa a variação da largura dos pilares no seu topo, está-se, indiretamente, a considerar a variação do comprimento dos vãos. Simultaneamente, outro parâmetro considerado de forma indireta é a razão da flecha do arco e respetivo vão (f/s), pois na variação da largura dos pilares é, como foi dito atrás, realizada a variação dos vãos, e, por conseguinte, é alterada a razão da flecha e do vão do arco. Refere-se, ao nível deste parâmetro geométrico, que apesar do modelo determinístico apresentar uma razão de arco profundo (f/l = 0.5), tal razão não foi mantida, apenas sendo mantido o valor da flecha do arco (Moreira, 2014).

Para cada um dos parâmetros acima listados, através da bibliografia especializada, foram utilizados coeficientes de variação adequados para considerar a sua variabilidade. Cada parâmetro foi variado dois desvios-padrão ( $\sigma$ ) do respetivo valor médio ( $\mu$ ). Enumeram-se os valores dos coeficientes de variação utilizados para cada um dos parâmetros (Tabela 4.2):

**Quadro 4.2** - Parâmetros estruturais considerados na análise do Viaduto Ferroviário de Coval (Moreira et al., 2016)

			Xm	CV (%)
	Alvenaria	Peso volúmico, $\gamma_m$ (kN/m <sup>3</sup> )	25	10
		Resistência à compressão, $f_b$ (MPa)	25	20
		Coeficiente de atrito entre blocos, $\mu$ (-)	0,58	20
Parâmetros		Peso volúmico, γ <sub>bf</sub> (kN/m³)	20	10
<b>materiais</b> L	Material de enchimento	Ângulo de atrito, $\phi$ (°)	30	20
		Coesão, c (kPa)	0	0
	Balastro	Peso volúmico, γ <sub>b</sub> (kN/m³)	17,66	10
	Linha ferroviária	Peso da pista, $SC_P$ (kN/m <sup>2</sup> )	1,42	10
Parâmetros geométricos	Backing	3,10	10	
	Largura do pila	2,50	10	
	Largura do pilar "robusto", $L_{PR}$ (m)		Variável	10
	Espessura do arco, $t$ (m)		0,80	10

As metodologias baseadas na análise limite revelam-se simples no cálculo da carga última. Ao nível das ações, apenas se considerou o modelo de cargas LM71 na avaliação de segurança estrutural. Foi realizado um estudo sobre a possibilidade da consideração das cargas uniformemente distribuídas na análise, concluindo-se que a sua presença é favorável para a estabilidade da estrutura, aumentando a carga última. Desta forma, optou-se por desprezar estas cargas. Os efeitos dinâmicos provocados pela passagem do tráfego ferroviário traduzem uma amplificação da resposta estrutural, face à resposta estática. Os efeitos da amplificação dinâmica são contemplados através de um aumento da carga estática. Os modos de rotura destas estruturas refletem o comportamento mecânico dos materiais e a interação entre os diferentes

elementos da ponte, em função dos quais se podem distinguir os modos de rotura associados ao funcionamento na direção longitudinal, determinados essencialmente pelos mecanismos de rótulas dos arcos, e os modos de rotura associados ao funcionamento na direção transversal, influenciados pela interação entre o enchimento, os tímpanos e arco da qual resultam abertura (rotura por tração) e escorregamento (rotura por corte) nas interfaces destes elementos na direção transversal (Moreira *et al.*, 2016).

A realização de um estudo paramétrico permite reduzir o número de variáveis envolvidas no processo de avaliação de segurança, minimizando os recursos necessários. O estudo paramétrico do Viaduto Ferroviário de Coval foi realizado previamente à realização desta dissertação e, por isso, apresentam-se aqui apenas os resultados da análise de sensibilidade realizada por (Moreira *et al.*, 2016). Desta forma foi possível encontrar quais as variáveis influentes:

- Peso volúmico da alvenaria,  $\gamma_m$ ;
- Peso volúmico do material de enchimento,  $\gamma_{bf}$ ;
- Espessura do arco, t;
- Largura do pilar "genérico",  $L_{PG}$ .

Analisando o resultado do modelo determinístico do viaduto ferroviário de Coval apresentado na figura 4.12 é possível verificar que o arco crítico é o arco 3 uma vez que o mecanismo de colapso acontece neste arco.

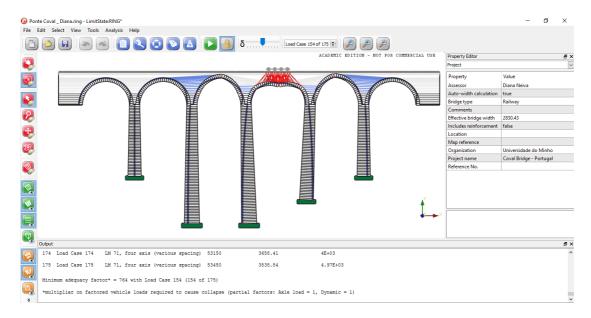
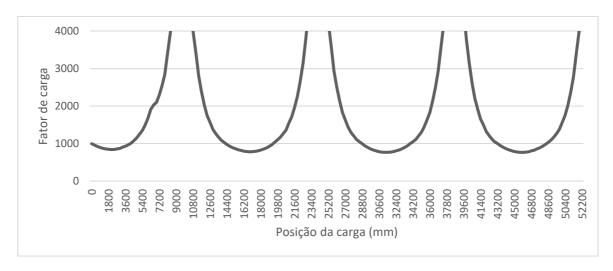


Figura 4.12 - Modelo numérico do Viaduto Ferroviário de Coval

Na figura 4.13 é possível verificar a variabilidade do fator de carga ao longo da ponte.



**Figura 4.13** - Resultados do fator de carga para várias posições da carga ferroviária ao longo da ponte

# 5. CASO DE ESTUDO: MODELO PROBABILÍSTICO

# 5.1 Introdução

A avaliação probabilística incorpora as incertezas associadas aos parâmetros estruturais no modelo. Deste modo, a metodologia de avaliação probabilística implica que todas as fontes de incerteza sejam previamente identificadas. A realização da análise de sensibilidade reduz o número de variáveis envolvidas na análise estrutural – identificação dos parâmetros críticos – diminuindo os recursos computacionais requeridos.

A segurança da estrutura é aferida pela comparação entre a resistência (R) e as solicitações (E), através das suas funções densidade de probabilidade. A verificação de segurança é

realizada de acordo com a função estado limite (equação (2.10)). A probabilidade de falha  $p_f$  expressa, adequadamente, o nível de segurança de uma estrutura, e é proporcional à área de intersecção de ambas as funções densidade de probabilidade, que corresponde à região em que R é menor do que E.

A quantificação da probabilidade de falha pode ser realizada através de métodos analíticos, aproximados ou de simulação. Na presente dissertação, foi utilizado um método de simulação (método do hipercubo latino) e um método aproximado (método da superfície de resposta). Começou por se fazer uma análise probabilística pelo método da superfície de resposta e, posteriormente, comprovou-se, através do método do hipercubo latino, o resultado obtido.

# 5.2 Modelação probabilística da resistência

A modelação da resistência da estrutura a nível probabilístico foi realizada através da descrição dos parâmetros mais influentes (parâmetros críticos), obtidos da análise de sensibilidade, através de leis de distribuição estatísticas adequadas a cada parâmetro (Moreira *et al.*, 2016). Assim, os parâmetros mais relevantes, a nível da resistência estrutural foram:

- Peso volúmico da alvenaria,  $\gamma_m$ ;
- Peso volúmico do material de enchimento,  $\gamma_{bf}$ ;
- Espessura do arco, *t*;
- Largura do pilar "genérico",  $L_{PG}$ ;

A variabilidade dos parâmetros acima enumerados foi definida de acordo com as recomendações apresentadas na bibliografia (Sustainable Bridges, 2007; Casas, 2001; Schueremans, 2006; Moreira *et al.*, 2016).

A representação probabilística do peso volúmico da alvenaria foi realizada por meio da adoção da seguinte função densidade de probabilidade (equação (5.1)):

$$\gamma_m \sim N(25, 2.5^2)$$
 (5.1)

A variabilidade do peso volúmico do material de enchimento foi representada através da seguinte função densidade de probabilidade (equação (5.2)):

$$\gamma_b \sim N(20, 2^2) \tag{5.2}$$

Os parâmetros geométricos também foram descritos por leis de distribuição Normais. A espessura do arco foi descrita através da expressão (5.3):

$$t \sim N(800, 80^2) \tag{5.3}$$

No caso da largura dos pilares, visto a informação relativa a este parâmetro ser escassa e, no presente caso de estudo ser o parâmetro mais influente na resposta da ponte de alvenaria, adotou-se o mesmo coeficiente de variação utilizado para a espessura dos arcos (CV = 10%). A largura da base foi calculada através da lei de variação linear que rege as dimensões da secção transversal. A largura dos pilares genéricos é descrita pela expressão (5.4):

$$L_{PG} \sim N(2500, 250^2)$$
 (5.4)

# 5.3 Modelação probabilística das ações

Sendo o objetivo avaliar a segurança da ponte de alvenaria, é essencial a comparação da FDP de resistência com a FDP das ações. Assim, tal como na modelação da resistência da estrutura, a modelação probabilística das ações atuantes foi efetuada através de leis de distribuição estatísticas adequadas aos modelos de cargas.

Geralmente, esta curva é obtida através do histograma do carregamento "real" a que a estrutura é submetida. No presente caso de estudo, tais informações não se encontravam disponíveis e, através da bibliografia, foi caracterizada uma curva teórica ajustada. Como modelo de carga, foi utilizado o modelo de cargas LM71 apresentado pela EN 1991-2 (2003), tal como já foi referido na secção anterior (Moreira, 2014).

Os valores das cargas apresentadas pelo modelo de cargas LM71 são valores característicos. Segundo Cruz, Wiśniewski e Casas (2008), e o projeto europeu Sustainable Bridges (2007), os valores característicos das cargas concentradas por eixo e das cargas uniformemente distribuídas correspondem ao percentil 98 da FDP Normal, para um período de retorno de 50 anos. Assim, para as cargas concentradas por eixo e para as cargas uniformemente distribuídas, foram obtidos os seguintes valores médios: 207,4 kN e 63.4 kN/m, respetivamente. Os valores anteriores foram utilizados para se obter a FDP para as ações, visto apenas figurarem os valores característicos no *software* de análise RING. Refere-se que o modelo de cargas LM71 pode ser utilizado tanto na verificação local, como na verificação global de pontes (Cruz *et al*, 2008; Sustainable Bridges, 2007; Moreira, 2014; Moreira *et al.*, 2016).

No presente caso, consideraram-se as concentradas por eixo e adotaram-se os valores apresentados para os valores médios das cargas e um coeficiente de variação igual a 10% (equação (5.5)):

$$LM71 \sim N(207.4, 20.74^2) \tag{5.5}$$

# 5.4 Geração de valores aleatórios (Método do Hipercubo Latino)

Optou-se pelo MHL porque as técnicas de redução de variância aumentam a eficiência e a precisão da avaliação de fiabilidade estrutural, usando relativamente poucas simulações, face aos métodos puros de simulação, tal como o método de Monte Carlo. A principal vantagem do método do hipercubo latino é o menor consumo de recursos computacionais.

Para além disso, o MHL é geralmente usado em sistemas dependentes de múltiplas variáveis aleatórias. Iman e Conover (1982) desenvolveram um algoritmo que incorpora a correlação entre as várias variáveis envolvidas na geração dos valores aleatórios. Este algoritmo preserva as funções densidade de probabilidade das variáveis básicas de entrada e pode ser utilizado com qualquer tipo de técnica de amostragem.

#### 5.4.1 Número de iterações

Uma das questões mais frequentes quando se aplicam métodos de simulação, tal como o MMC ou o MHL, é qual o número de simulações necessárias para a realização de uma análise fidedigna. Geralmente, tende-se a avaliar, de forma subjetiva o número de simulações necessárias, mas os resultados obtidos da análise são afetados se o número de simulações considerado foi suficiente ou não. Schuyler (1997) apresenta uma formulação (equação (5.6)) para a definição do número de simulações necessárias numa análise, através da definição do erro padrão da média estatística ( $\xi$ ), dada por:

$$\xi = \frac{\alpha}{\sqrt{n}} \tag{5.6}$$

onde  $\alpha$  é o desvio-padrão da variável de estudo e n é o número de simulações requeridas.

O autor sugere que, como limite inferior, a execução de um número de simulações corresponde um erro ( $\xi$ ) inferior a 1%. O autor acrescenta que a utilização de técnicas da redução de variância deve ser optada face aos métodos de simulação puros. Segundo Schuyler, 100 simulações através do método do hipercubo latino equivalem a 10 000 simulações pelo método de Monte Carlo (Schuyler, 1997; Boussabaine & Kirkham, 2004). Da comparação dos valores anteriores, afere-se que, a nível de exigências de recursos, especialmente a nível computacional, as técnicas de redução de variância são claramente inferiores aos métodos de simulação convencionais.

No presente caso de estudo, foram geradas 40 simulações através do MHL (Anexo II). O número de simulações adotado está relacionado com o número de simulações que foram necessárias no método superfície de resposta. No método superfície de resposta foram necessárias 36 simulações (Anexo I) para o valor do índice de fiabilidade convergir e, por isso, e por simplificação, calculou-se o valor do índice de fiabilidade pelo MHL com 40 simulações.

#### 5.4.2 Matriz de correlação

Determinados parâmetros podem ter uma relação de dependência entre si, que pode ser expressa através de coeficientes de correlação adequados. Este coeficiente é uma medida representativa da relação de dependência linear entre dois parâmetros, geralmente calculados pelo coeficiente de Pearson. O seu valor varia entre -1 e 1, sendo a relação perfeitamente linear quando é igual a 1, inversamente linear quando igual a -1 e não há relação quando o coeficiente é igual a 0.

A matriz de correlação é composta por coeficientes de correlação e indica a dependência entre os vários parâmetros. É uma matriz de ordem n, sendo n o número de parâmetros envolvidos na análise. Caracteriza-se por ser uma matriz simétrica face à diagonal principal e a sua diagonal principal é composta apenas por valores unitários, que exprimem a relação da variável com ela própria, isto é, a própria variável. A matriz de correlação adotada para a análise do Viaduto de Coval apresentada revela que não há qualquer correlação entre as variáveis (quadro 5.1):

t  $L_{PG}$  $\gamma_m$  $\gamma_b$ 0 0 0  $\gamma_m$ 0 1 0 0  $\gamma_b$ t 0 0 1 0 0 0 0 1  $L_{PG}$ 

Quadro 5.1 - Matriz de correlação dos parâmetros considerados na análise

# 5.5 Cálculo do Índice de Fiabilidade

Após geração dos valores aleatórios, os modelos numéricos são analisados através do *software* de análise estrutural *RING*. Os vários fatores de carga de colapso obtidos são representados por uma curva teórica ajustada. Esta curva teórica é descrita por uma FDP Normal, de acordo com a bibliografía (Sustainable Bridges, 2007; Moreira, 2014; Moreira *et al.*, 2016).

O índice de fiabilidade estrutural ( $\beta$ ) é o índice utilizado para quantificar a segurança estrutural que a estrutura apresenta. Caracteriza-se por ser objetivo e explícito face aos restantes índices

baseados em inspeções visuais ou procedimentos semelhantes (ensaios e medições). Sendo este um índice imparcial para avaliar o desempenho da estrutura, a sua utilização é recomendada em procedimentos de manutenção e segurança (Matos, 2013).

A avaliação da segurança é realizada por meio da função estado limite, que compara as curvas de resistência (R) e de carga (E). O índice de fiabilidade estrutural  $(\beta)$  e a correspondente probabilidade de falha  $(\rho_f)$  são quantificados através do cálculo da região de sobreposição de ambas as curvas. Na presente análise, foi desprezada a correlação  $\rho_{RS}$  entre as variáveis de resistência R e de solicitação E.

Para se chegar ao valor do índice de fiabilidade foram utilizados três procedimentos:

- Procedimento de Hasofer-Lind (método FORM);
- Método da superfície de resposta (RSM);
- Método do hipercubo latino (MHL).

O RSM e o MHL foram utilizados para proceder ao cálculo das simulações e respetivos fatores de colapso. Uma vez que o RSM termina quando o valor do índice de fiabilidade converge, neste método foram necessárias 36 iterações (Anexo I). No caso do MHL foram realizadas 40 simulações (Anexo II). Para a geração dos valores aleatórios pelo MHL, recorreu-se ao *software Matlab*. Através da utilização deste *software*, foi possível a aplicação de um conjunto de algoritmos desenvolvidos por Budiman Minasny (2014). Os algoritmos desenvolvidos incorporam o MHL e o algoritmo de Iman e Conover (1982). Estes algoritmos estão expostos no Anexo III.

A partir de cada método é gerada a função de estado limite através do *software Matlab*, dada pela seguinte expressão:

$$b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + b_4 \cdot x_4 + b_5 \cdot x_1^2 + b_6 \cdot x_2^2 + b_7 \cdot x_3^2 + b_8 \cdot x_4^2 - x_5$$
(5.7)

Calculados os valores dos coeficientes da equação (5.7), procede-se ao cálculo da probabilidade de falha e do índice de fiabilidade proposto por Hasofer-Lind (FORM), determinado através do *software Matlab*. Os resultados obtidos por este método estão representados no quadro 5.2 (Hasofer *et al*, 1974; Moreira, 2014):

**Quadro 5.2** - Valores da probabilidade de falha e do índice de fiabilidade da estrutura intacta

	MHL	RSM
β	6.350	6.372
$p_f$	$1.07 \times 10^{-10}$	$9.34 \times 10^{-11}$

#### 5.6 Cálculo do índice de robustez

#### 5.6.1 Introdução

Para proceder ao cálculo do índice de robustez é necessário saber os valores do índice de fiabilidade da estrutura sem dano e do índice de fiabilidade da estrutura com pelo menos um caso de dano e várias dimensões desse mesmo dano. Neste estudo, foram estudados vários dados que permitem obter um *portfolio* de casos de danos e robustez da ponte aos mesmos. Este *portfolio* permitirá identificar quais os casos de dano e quais os elementos constituintes da ponte mais condicionantes. Com este objetivo, o estudo da robustez passou por duas vertentes: uma delas em que se analisou diferentes percentagens de dano e outra em que se analisou as diferentes localizações num determinado elemento constituinte da ponte. Os danos considerados foram escolhidos com base na experiência, não havendo referências bibliográficas sobre qual o máximo possível a considerar, no entanto tentou-se que o dano máximo fosse realista.

Os danos considerados na análise foram os seguintes:

- Redução da resistência à compressão na alvenaria dos arcos;
- Redução da resistência à compressão na alvenaria em toda a ponte;

- Perda de argamassa de junta nos arcos;
- Perda de argamassa de junta nos pilares;
- Redução da largura efetiva da ponte.

Para o cálculo dos índices de fiabilidade dos diversos casos de dano, foram geradas 40 simulações através do MHL, e calculados os fatores de colapso através do *software RING*.

Foram calculados os índices de robustez por Cavaco (2013) e por Frangopol e Curley (1987). Ambas as teorias foram já explicadas no capítulo 3, no entanto, resumidamente, é possível dizer que pelo método de Cavaco (2013) o índice de robustez corresponde ao integral de uma curva normalizada da evolução do índice de fiabilidade para várias percentagens de dano, obtendo-se um índice de robustez estrutural por cada situação de dano. Pelo método de Frangopol e Curley (1987) o índice de robustez é calculado a partir do índice de fiabilidade da estrutura sem dano e do índice de fiabilidade da estrutura danificada, sendo obtidos valores diferentes de robustez para cada caso de dano e para cada percentagem de dano.

# 5.6.2 Índice de robustez para diferentes percentagens de dano

#### **Cavaco (2013)**

Para o dano correspondente à redução da resistência à compressão na alvenaria dos arcos, o dano máximo considerado foi de 50% da resistência à compressão da alvenaria sem dano. Isto é, para uma situação em que a resistência à compressão da alvenaria é  $20kN/m^3$ , o valor mínimo a que a ponte poderá estar sujeita após sofrer situações de desgaste é  $10kN/m^3$ . Assim, serão estudados os valores do índice de fiabilidade para situações em que a resistência à compressão da alvenaria varia entre  $10kN/m^3$  e  $20kN/m^3$ .

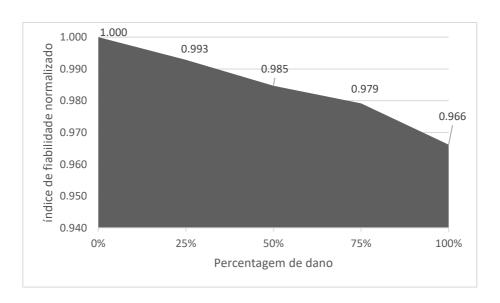
No quadro 5.3 é possível verificar os dados necessários para o cálculo final do índice de robustez. A probabilidade de falha  $(\rho_f)$  e o índice de fiabilidade  $(\beta)$  são calculados a partir do algoritmo FORM (Hasofer-Lind), após a obtenção de 40 fatores de colapso pelo *software RING*. Com os valores obtidos para o índice de fiabilidade  $(\beta)$ , calcula-se o índice de fiabilidade normalizado  $(\beta')$ , que varia entre 0 e 1.

**Quadro 5.3** - Cálculo do índice de Robustez para o caso de dano de redução da resistência à compressão na alvenaria dos arcos (Cavaco, 2013)

Percentagem de	Força de	Probabilidade	Índice de	Índice de
dano máximo	compressão	de falha $\left(  ho_f  ight)$	fiabilidade	fiabilidade
	$F_c(kN/m^3)$		$(\beta)$	normalizado ( $oldsymbol{eta}'$ )
0% (sem dano)	20	$1.07 \times 10^{-10}$	6.35	1.000
25%	17.5	$1.44\times10^{-10}$	6.30	0.993
50%	15	$2.01 \times 10^{-10}$	6.25	0.985
75%	12.5	$2.52 \times 10^{-10}$	6.22	0.979
100% (dano máx)	10	$4.24 \times 10^{-10}$	6.14	0.966

Índice de robustez (R) = 0.985

Na figura 5.1 está representado o gráfico cuja área corresponde ao índice de robustez da estrutura com redução da resistência à compressão nos arcos.



**Figura 5.1** - Valores para cálculo do índice de robustez para várias dimensões do dano correspondente à redução da resistência à compressão na alvenaria dos arcos

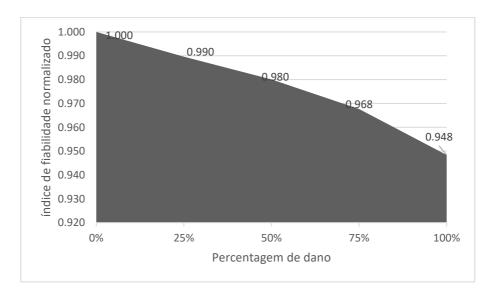
A redução da resistência à compressão foi também um dano estudado na estrutura total da ponte (arcos + pilares). O dano máximo considerado foi de 50% da resistência à compressão da alvenaria sem dano. O estudo deste dano assenta na metodologia descrita anteriormente, sendo

os resultados apresentados no quadro 5.4 e na figura 5.2 o gráfico cuja área corresponde ao índice de robustez da estrutura com redução da resistência à compressão da alvenaria de toda a estrutura.

**Quadro 5.4** - Cálculo do índice de Robustez para o caso de dano de redução da resistência à compressão na alvenaria da ponte (Cavaco, 2013)

Percentagem de	Força de	Probabilidade	Índice de	Índice de
dano máximo	compressão	de falha $\left(  ho_f  ight)$	fiabilidade	fiabilidade
	$F_c(kN/m^3)$		$(\beta)$	normalizado ( $oldsymbol{eta}'$ )
0% (sem dano)	20	$1.07 \times 10^{-10}$	6.35	1.000
25%	17.5	$1.64 \times 10^{-10}$	6.28	0.990
50%	15	$2.43 \times 10^{-10}$	6.22	0.980
75%	12.5	$4.00 \times 10^{-10}$	6.15	0.968
100% (dano máx.)	10	$8.59 \times 10^{-10}$	6.02	0.948

Índice de robustez (R) = 0.978



**Figura 5.2** - Valores para cálculo do índice de robustez para várias dimensões do dano correspondente à redução da resistência à compressão na alvenaria da ponte

O terceiro dano estudado corresponde à perda de argamassa de junta nos arcos. O dano máximo considerado para a perda de argamassa foi de 10% da espessura total do arco. Nas 40 simulações

do MHL, uma das varáveis base é a espessura do arco, ou seja, nas diferentes simulações, a percentagem de perda de argamassa é sempre a mesma, mas o valor final é diferente pelo facto da espessura do arco variar. Estes valores serão apresentados no anexo II.

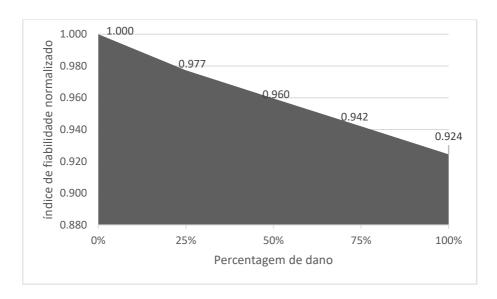
No quadro 5.5 estão representados os valores da probabilidade de falha  $(\rho_f)$ , do índice de fiabilidade  $(\beta)$  e do índice de fiabilidade normalizado  $(\beta')$  para várias dimensões de dano.

**Quadro 5.5** - Cálculo do índice de Robustez para o caso de dano de perda de argamassa de junta nos arcos (Cavaco, 2013)

Percentagem de dano máximo	Probabilidade de falha $\left( oldsymbol{ ho}_f  ight)$	Índice de fiabilidade (β)	Índice de fiabilidade normalizado ( $oldsymbol{eta}'$ )
0% (sem dano)	$1.07 \times 10^{-10}$	6.35	1.0000
25%	$2.72 \times 10^{-10}$	6.21	0.977
50%	$5.52 \times 10^{-10}$	6.09	0.960
75%	$1.10\times10^{-09}$	5.98	0.942
100% (dano máx.)	$2.17 \times 10^{-09}$	5.87	0.924

Índice de robustez (R) = 0.960

Na figura 5.3 está representado o gráfico cuja área corresponde ao índice de robustez da estrutura com perda de argamassa entre as aduelas dos arcos.



**Figura 5.3** - Valores para cálculo do índice de robustez para várias dimensões do dano correspondente à perda de argamassa de junta nos arcos

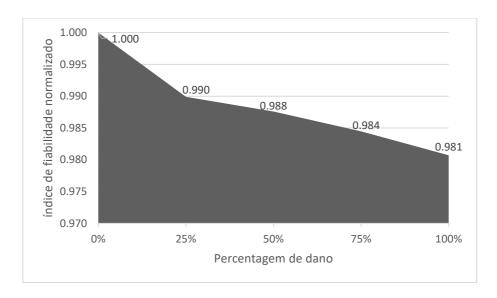
Para além do estudo da perda de argamassa de junta nos arcos, foi também estudada a perda de argamassa de junta nos pilares. O dano máximo considerado foi de 5% da espessura no topo do pilar (2.5% de cada lado). O valor desta perda varia ao longo das 40 simulações, uma vez que, tal como no estudo do dano anterior foi explicado, a espessura dos pilares também varia. Estes valores serão apresentados em anexo II. No quadro 5.6 estão expostos os resultados obtidos.

**Quadro 5.6** - Cálculo do índice de Robustez para o caso de dano de perda de argamassa de junta nos pilares (Cavaco, 2013)

Percentagem de dano	Probabilidade	Índice de	Índice de fiabilidade
máximo	de falha $\left( oldsymbol{ ho}_f  ight)$	fiabilidade	normalizado ( $oldsymbol{eta}'$ )
		$(\boldsymbol{\beta})$	
0% (sem dano)	$1.07 \times 10^{-10}$	6.35	1.000
25%	$1.63 \times 10^{-10}$	6.29	0.990
50%	$1.79 \times 10^{-10}$	6.27	0.988
75%	$2.03 \times 10^{-10}$	6.25	0.985
100% (dano máx)	$2.37 \times 10^{-10}$	6.23	0.981

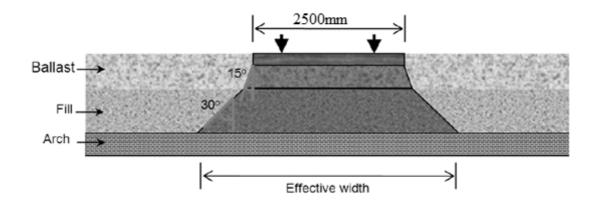
Índice de robustez (R) = 0.988

Na figura 5.4 está representado o gráfico cuja área corresponde ao índice de robustez da estrutura com perda de argamassa entre as aduelas dos pilares.



**Figura 5.4 -** Valores para cálculo do índice de robustez para várias dimensões do dano correspondente à perda de argamassa de junta nos pilares

O último dano estudado nesta dissertação foi a redução da largura efetiva da ponte. O *RING* é um *software* de análise 2D e, por isso, são necessários dados iniciais com a finalidade de determinar a largura efetiva da ponte, assumida para suportar a carga ferroviária. Infelizmente, esta é uma medida para a qual há poucos dados reais e, por isso, é difícil haver uma base racional de cálculo. Por padrão, neste caso específico, o *software RING* assume uma largura efetiva da ponte de 2500 milímetros. No entanto, é possível definir o valor máximo da largura efetiva da ponte e, neste caso foi assumido o valor de 5000 milímetros que, na verdade, é o valor da largura geométrica da ponte.



**Figura 5.5** - Representação da largura efetiva da ponte (adaptado de LimitState:RING 3.2 User Manual, 2016)

Para o cálculo da robustez estrutural, esta não é uma situação de dano viável, algo que pode ser explicado pela figura 5.5. O *software RING* informa qual o valor da largura efetiva da ponte para diferentes posições de carga. Observando o gráfico da figura 5.6 é possível verificar que o valor da largura efetiva varia entre aproximadamente 2800mm e 4500mm.

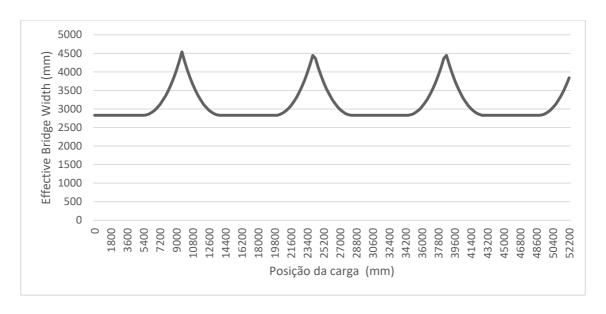


Figura 5.6 - Largura efetiva da ponte para diferentes posições de carga

O estudo deste dano foi interrompido, uma vez que a largura efetiva das pontes para a dispersão transversal da carga, quando reduzida, não afeta a capacidade de apoio porque os valores dos fatores de colapso para a ponte mantinham-se iguais aos da estrutura intacta. Mesmo para a

situação de redução de largura de 50% (que é uma situação impossível), o fator de carga não era afetado, e portanto concluiu-se que essa largura não era utilizada para a dispersão de cargas aplicadas para as posições críticas, portanto o índice de robustez para esta situação era unitário.

#### Frangopol e Curley (1987)

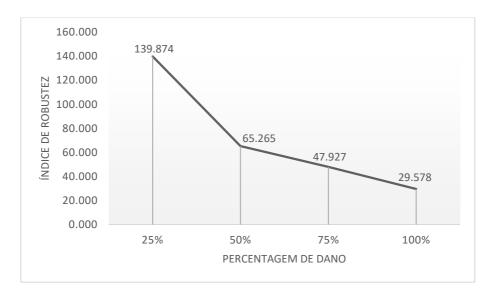
O cálculo do índice de robustez por Frangopol e Curley (1987) é bastante diferente da metodologia utilizada por Cavaco (2013). Enquanto pela metodologia de Cavaco (2013) o índice de robustez para cada caso de dano varia entre 0 e 1, no caso de Frangopol e Curley (1987) existe um índice de robustez para cada caso de dano e para cada percentagem de dano, variando este valor de 1 até infinito. Os resultados são valores relativos, podendo apenas afirmar-se qual é a situação para a qual a estrutura apresenta menor ou maior robustez.

No quadro 5.7 são apresentados os índices de robustez para diferentes percentagens de dano, dos vários casos de dano estudados.

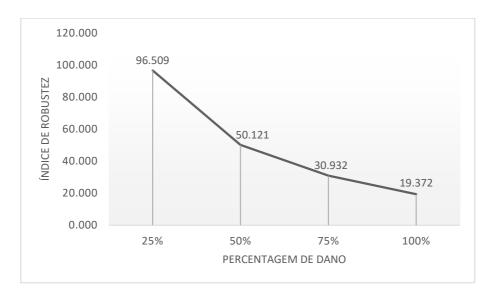
Nas figuras 5.7 a 5.10 são apresentados os gráficos da evolução do índice de robustez com a percentagem de dano para cada caso.

**Quadro 5.7** - Resultados do índice de robustez para diferentes percentagens de dano (Frangopol e Curley, 1987)

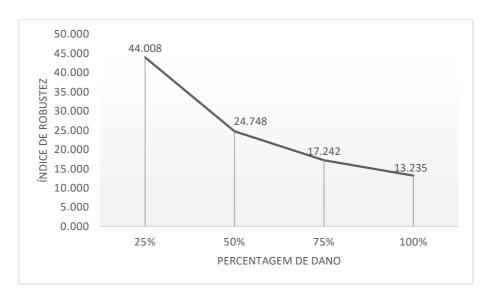
	R(25%)	R(50%)	R(75%)	R(100%)
Redução do Fc nos arcos	139.874	65.265	47.927	29.578
Redução do Fc na ponte	96.509	50.121	30.932	19.372
Perda de argamassa de junta nos arcos	44.008	24.748	17.242	13.235
Perda de argamassa de junta nos pilares	99.069	80.588	64.405	51.839



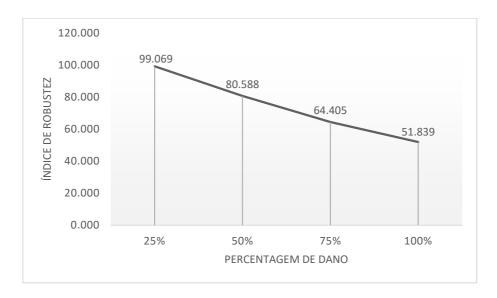
**Figura 5.7** - Índice de robustez para várias dimensões do dano correspondente à redução da resistência à compressão na alvenaria dos arcos



**Figura 5.8** - Índice de robustez para várias dimensões do dano correspondente à redução da resistência à compressão na alvenaria de toda a ponte



**Figura 5.9** - Índice de robustez para várias dimensões do dano correspondente à perda de argamassa de junta nos arcos



**Figura 5.10** - Índice de robustez para várias dimensões do dano correspondente à perda de argamassa de junta nos pilares

### 5.6.3 Índice de robustez para diferentes localizações de dano

### Frangopol e Curley (1987)

Para o cálculo da índice de robustez para diferentes localizações de dano, decidiu comparar-se a perda de argamassa em diferentes localizações do arco 3, do arco 4 e nos pilares 2 e 3.

O dano considerado na perda de argamassa dos arcos foi de 10% da espessura total do arco. Tal como já foi referido anteriormente, o valor desta perda varia ao longo das 40 simulações, uma vez que a espessura do arco também varia.

Na figura 5.11 está representado o arco 3 do Viaduto Ferroviário de Coval. Do início de um arco até ao fim existem 42 contactos entre as pedras do arco. Esses 42 contactos foram divididos em 6 grupos que serviram para a realização deste estudo.

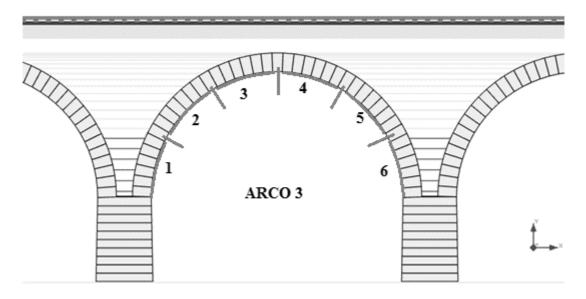
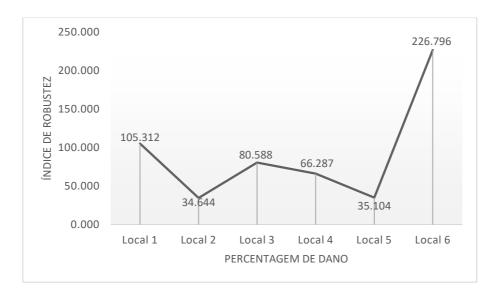


Figura 5.11 - Arco 3 do Viaduto Ferroviário de Coval

Na figura 5.12 estão representados os resultados da evolução do índice de robustez ao longo das várias localizações de perda de argamassa de junta no arco 3.



**Figura 5.12** - Índice de robustez para várias localizações do dano correspondente à perda de argamassa de junta no arco 3

Na figura 5.13 está representado o arco 4 do Viaduto Ferroviário de Coval e de que forma o arco foi dividido para proceder ao cálculo do índice de robustez.

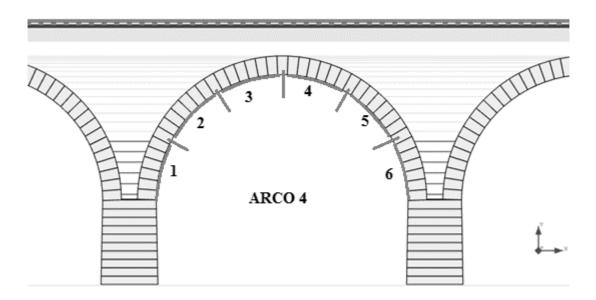
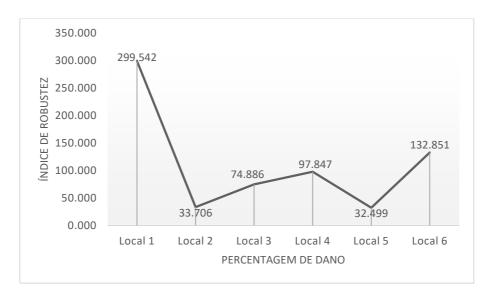


Figura 5.13 - Arco 4 do Viaduto Ferroviário de Coval

Na figura 5.14 estão representados os resultados da evolução do índice de robustez ao longo das várias localizações de perda de argamassa de junta no arco 4.



**Figura 5.14** - Índice de robustez para várias localizações do dano correspondente à perda de argamassa de junta no arco 4

Da mesma forma que os arcos foram divididos em 6 partes iguais, os dois pilares de maiores dimensões (o pilar 2 e o pilar 3) foram divididos em 4 partes iguais para proceder ao estudo da perda de argamassa de junta nos pilares para diferentes localizações do dano, ver figura 5.15.

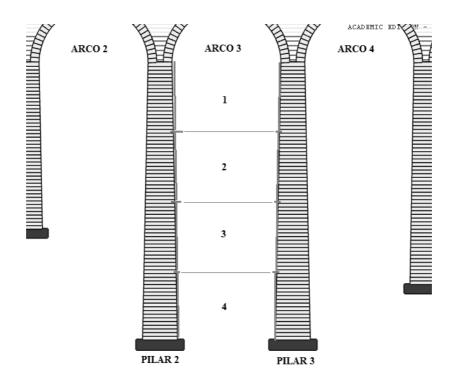
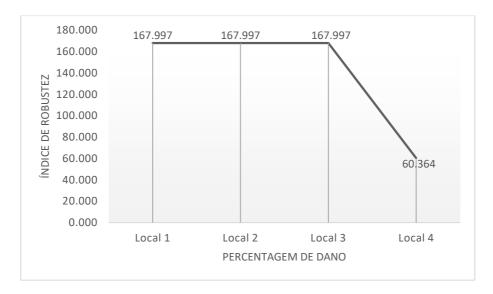


Figura 5.15 - Pilares 2 e 3 do Viaduto Ferroviário de Coval

Na figura 5.16 estão representados os resultados da evolução do índice de robustez ao longo das várias localizações de perda de argamassa de junta nos pilares 2 e 3.



**Figura 5.16** - Índice de robustez para várias localizações do dano correspondente à perda de argamassa de junta nos pilares 2 e 3

# 5.7 Conclusões

A partir dos resultados do quadro 5.8 é possível concluir que o dano que mais influencia o desempenho estrutural do viaduto ferroviário de Coval é a perda de argamassa de junta nos arcos, com uma redução de quase 4% em relação à robustez máxima (correspondente à ponte na sua máxima capacidade resistente).

Analisando os resultados pelo índice de Cavaco (2013), conclui-se que o dano que menos influencia o desempenho estrutural da ponte é a perda de argamassa de junta nos pilares, sendo que este dano provoca uma redução de 1.192% na capacidade resistente da ponte.

**Quadro 5.8** - Resumo dos valores do índice de Robustez obtidos pela metodologia de Cavaco (2013)

Caso de dano	Índice de Robustez (Cavaco, 2013)	Redução em relação à robustez máxima, R=1 (%)
Redução da resistência à compressão nos arcos	0.984	1.506
Redução da resistência à compressão em toda a ponte	0.978	2.211
Perda de argamassa de junta nos arcos	0.960	3.973
Perda de argamassa de junta nos pilares	0.988	1.192

No quadro 5.9 estão expostos os valores do índice de robustez para o dano máximo e cada caso pela metodologia de Frangopol e Curley (1987). Por esta metodologia, quanto maior for o valor obtido, maior é a tolerância ao dano na estrutura em estudo. As conclusões decorrentes da aplicação desta metodologia são iguais das decorrentes da aplicação da metodologia anterior. O dano que mais afeta o desempenho estrutural da ponte é a perda de argamassa de junta nos arcos (R = 13.235) e o dano que menos influência tem é a perda de argamassa de junta nos pilares (R = 51.839).

**Quadro 5.9** - Valores do índice de robustez obtidos para o dano máximo pela metodologia de Frangopol e Curley (1987)

Caso de dano	Índice de Robustez (Frangopol e			
Caso de dano	<b>Curley, 1987)</b>			
Redução da resistência à compressão nos arcos	29.578			
Redução da resistência à compressão em toda a ponte	19.372			
Perda de argamassa de junta nos arcos	13.235			
Perda de argamassa de junta nos pilares	51.839			

No quadro 5.10 são apresentados os índices de robustez para diferentes localizações de dano, dos vários casos de dano estudados. Relativamente à variação do dano por várias localizações, a perda de argamassa de junta no arco 4 tem mais influência no comportamento do pilar do que a perda de argamassa de junta no arco 3. No entanto as diferenças são mínimas e podemos considerar que estes danos são praticamente iguais. A perda de argamassa em várias localizações dos pilares 2 e 3 continua a ser o dano com menos influência no desempenho do viaduto.

**Quadro 5.10** - Resultados do índice de robustez para diferentes localizações de dano (Frangopol e Curley, 1987)

	R(L1)	R(L2)	R(L3)	R(L4)	R(L5)	R(L6)
Perda de argamassa de junta no arco 3	105.312	34.644	80.588	66.287	35.103	226.796
Perda de argamassa de junta no arco 4	299.542	33.706	74.886	97.847	32.499	132.851
Perda de argamassa de junta nos pilares	167.997	167.997	167.997	60.364		

# 6. CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

#### 6.1 Conclusões

Nesta dissertação procurou-se avaliar a robustez estrutural de uma ponte ferroviária de alvenaria de pedra através da utilização de indicadores existentes, consolidando num só estudo uma grande versatilidade de metodologias e análises: análise de sensibilidade, análise de fiabilidade e avaliação da robustez estrutural. Todas estas análises trazem consigo uma grande variedade de métodos desenvolvidos ao longo de anos por engenheiros que se interessaram por este tema, permitindo escolher vários caminhos através dos quais é possível fazer o estudo da segurança de uma ponte existente (Cavaco, 2013; Frangopol e Curley, 1987).

Desta forma, a metodologia apresentada baseou-se nas seguintes fases:

- (1) Obtenção dos resultados da análise de sensibilidade que permitiu uma redução dos custos computacionais associados à análise probabilística (Moreira, 2014);
- (2) Construiu-se o modelo numérico do viaduto ferroviário de Coval no *software RING*, indicado para a análise de pontes de alvenaria (Modelo Determinístico);
- (3) O conjunto de modelos determinísticos, originados pelo Método de Superfície de Resposta e pelo Método do Hipercubo Latino, culminaram na análise probabilística do viaduto ferroviário de Coval (obtenção dos índices de fiabilidade);
- (4) A partir de várias situações de dano, e várias dimensões desse mesmo dano, obteve-se os diversos valores para o índice de robustez da estrutura.

O índice de robustez obtido para os diferentes cenários de dano indica que todos os cenários apresentam um índice de robustez elevado para os danos considerados, uma vez que os valores obtidos são próximos ou iguais a um, levando à conclusão que a ponte garante a segurança.

Calculados os índices de fiabilidade e, posteriormente, o índice de robustez estrutural começou logo a perceber-se que o viaduto ferroviário de Coval não seria afetado com gravidade pelos danos que estavam a ser objeto de estudo, mesmo que em dano máximo. As diferenças entre o índice de fiabilidade para a estrutura intacta e o índice de fiabilidade para a estrutura danificada são tão reduzidas que permitem concluir que as ações dos danos causados pelo envelhecimento no viaduto são praticamente insignificantes para o seu comportamento estrutural.

Os valores dos danos utilizados para o estudo foram idealizados. No entanto, tentou-se adotar valores que sejam os mais realistas possíveis, assumindo sempre uma posição conservativa, ou seja, os danos são sempre um pouco superiores ao que poderia acontecer na realidade.

Tal como se pode comprovar pelos resultados obtidos, o comportamento estrutural da ponte ferroviária de Coval garante a segurança conduzindo à conclusão que esta tipologia de construção está associada a uma elevada robustez estrutural e que os danos estudados não conduzem à perda de desempenho estrutural, colocando em causa a utilização da ponte.

#### **6.2** Desenvolvimentos futuros

O *software RING* é especialmente vocacionado para pontes em arco de alvenaria de pedra e, por isso, é muito importante para o estudo desta tipologia de pontes tanto em Portugal, como em países estrangeiros. Este *software* permite a resolução de apenas um modelo numérico de cada vez. Seria importante a sua automatização, tornando o programa mais fácil de usar, uma vez que no caso de estudo da presente dissertação foram realizadas cerca de 2'000 operações e, entre cada operação, foi necessário proceder à edição de dados.

Devido ao crescente interesse da área da robustez estrutural, muitas vezes associada a eventos extremos de origem natural e/ou humano, é necessário que este tema comece a adquirir mais importância, essencialmente associado a danos provocados pelo envelhecimento e desgaste estrutural ao longo dos anos. Com esta consciencialização, as principais iniciativas de possíveis estudos deverão recair sobre:

- Encontrar uma metodologia de cálculo, que permita avaliar o efeito do máximo de danos possíveis, não só numa estrutura de alvenaria, mas numa estrutura com outra tipologia, tal como estruturas metálicas, estruturas de betão ou mistas;
- Desenvolver uma ferramenta informática que permita a abordagem de todas estas metodologias permitindo maior facilidade no estudo da robustez estrutural;
- Encontrar o conceito inequívoco da robustez estrutural, bem como das suas valências,
   pois a incerteza do conceito não permite a evolução, da forma mais correta, de avaliar
   a robustez estrutural das estruturas.

O caminho a ser percorrido no estudo da robustez estrutural ainda é longo, no entanto, todo o investimento neste ramo das estruturas irá certamente promover formas mais claras e simples de estudar o dimensionamento estrutural, inovando e alargando o âmbito dos trabalhos atribuídos à engenharia das estruturas.

#### **BIBLIOGRAFIA**

Agarwal, J., England, J. and Blockley, D. Vulnerability analysis of structures, Structural Engineering International, 16(2): 124-128, 2006.

Anderson, D.R., Sweeney, D.J., Williams, *T.A. Statistics for business and economics*. 2008: CengageBrain.com.

Babu, G.S., Srivastava, A. Response Surface Methodology (RSM) in the Reliability analysis of geotechnical systems, in The 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics. 2008, IACMAG: Goa, India. p. 4147-4165.

Baecher, G.B., Christian, J.T. Reliability and statistics in geotechnical engineering. 2005: Wiley.com.

Baker, J., Schubert, M. and Faber, M.H. On the assessement of robustness. Structural safety, 30(3):253-267, 2008.

Bieñ, J., Elfgren, L. & Olofsson, J. (2007). Sustainable Bridges - Assessment for Future Traffic Demands and Longer Lives. Wroclaw, pp.492, ISBN 9788371251610.

Biondini, F. and Restelli, S. Damage propagation and structural robustness. In Life Cycle Civil Engineering: Proceedings of the International Symposium of Life-Cycle Civil Engineering of complex structural system. Structural Engineering. Mechanics and Computation (SEMC), 3:1747-1752, 2007.

Bocchini et al (2012). Paolo Bocchini, M.ASCE1 and Dan M. Frangopol, Dist.M.ASCE2 (2012). Optimal Resilience - and Cost- Based Postdisaster Intervention Prioritization for Bridges along a Highway Segment. Journal of Bridge Engineering. pp 117-129

Boussabaine, H. & Kirkham, R. (2004). Whole Life-cycle Costing - Risk and Risk Responses. Blackwell Publishing Ltd, pp. 267, ISBN 1405107863.

Brandon W. Chavel and John M. Yadlosky, (2011). Framework for Improving Resilience of Bridge Design. HDR Engineering, Inc., Pisttsburgh, Pennsylvania.

Bridge Management in Europe. Final Report and Deliverables of the 4th EU Framework Programme BRIME (1998-1999). Disponível em <a href="https://www.trl.co.uk/brime">www.trl.co.uk/brime</a>

Bruneau, M., et al. (2003). "A framework to quantitatively assess and enhance the seismic resilience of communities." Earthquake Spectra, 19(4), 733–752

Bucher, C., Bourgund, U. A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems. Structural safety, 1990. 7(1): p. 57-66.

Caldeira, L., Apontamentos de segurança estrutural em geotecnia do diploma de formação avançada em geotecnia. IST/LNEC/FCT-UNL.

Calgaro, J. (2011). Safety philosophy of Eurocodes. Bundesanstalt für Wasserbau, pp. 29-36.

Callaway et al. (2000) Callaway, D.S., Newman, M.E.J., Strogatz, S.H. and Watts, D.J. Network robustness and fragility: Percolation on random graphs. Physical Review Letters, 85(25):5468-5471, 2000.

Cavaco, Eduardo Soares Ribeiro Gomes (2013). *Robustness of Corroded Reinforced Concrete Structures*. Dissertação para a obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Civil. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa. 220pp

CEN, 2003. Eurocode 1: *Actions on structures*; Part 1-7: General Action – accidental action. European Committee for Stadardization, 2003.

Choi, S., Grandhi, R. & Canfield, R. (2007). *Reliability-based Structural Design*. Springer-Verlag London Limited, pp. 316, ISBN 978184628445.

Correia, R. M., Andrade, A.F. e Soares, F.S. Relatório final sobre as causas do sinistro ocorrido na ponte de Entre-os-Rios em 4 de março de 2001. Technical report, Comissão de Inquérito, 2001.

Costa, C. (2009). Modelação e Análise do Comportamento Estrutural de Pontes de Alvenaria de Pedra.

Costa, C. (2009). Modelação e Análise Numérica de Pontes em Arco de Alvenaria de Pedra.

Costa, C. (2009). Análise numérica e experimental do comportamento estrutural de pontes em arco de alvenaria de pedra. Dissertação para Doutoramento em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

Costa, P. (2007). Análise da Construção e do Comportamento duma Ponte de Pedra. Dissertação para Mestrado em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

Cruz, P., Wiśniewski, D. & Casas, J. R. (2008). *Métodos de Avaliação da Segurança de Pontes Existentes. Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas(II)*, 19-30. Disponível em http://hdl.handle.net/1822/8748.

Deodatis, G., Ellingwood, B. & Frangopol, D. (2012). Safety, Reliability, Risk and Life - Cycle Performance of Structures and Infrastructures: CRC Press/Balkema, pp. 5732.

Ditlevsen, O. Structural reliability and the invariance problem. 1973: University of Waterloo, Solid Mechanics Division.

Ditlevsen, O., *Uncertainty modeling with applications to multidimensional civil engineering systems*. 1981: McGraw-Hill International Book Company.

Ditlevsen, O. & Madsen, H. (2007). Structural Reliability Methods. Coastal, Maritime and Structural Engineering, Department of Mechanical Engeneering, Technical University of Denmark.

EC-0 (2002). EN1990: Eurocode - Basis of Structural Design. CEN, Brussels, final version.

EC-1 (2002). EN1991-1-1: Eurocode 1: Action on Structures - Part 1-1: General Actions - Densities, Self-weight, Imposed Loads for Buildings. CEN, Brussels, final version.

EC-1b (2002). prEN1991-2: Eurocode 1: Action on Structures - Part 2: Traffic Loads on Bridges. CEN, Brussels, final draft.

EC-2 (2004). EN1992-1-1: Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1: General Rules and Rules for Buildings. CEN, Brussels, final version.

EC-2b (2003). prEN1992-2: Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 2: Concrete bridges. Design and Detailing Rules. CEN, Brussels, stage 34.

EP-Estradas de Portugal, *E.P.E. Ponte de Penacova sobre o rio mondego*. Substituição do tabuleiro consolidação, reforço e beneficiação dos encontros e pilares. 2012. URL <a href="http://www.estradasdeportugal.pt">http://www.estradasdeportugal.pt</a>.

Faber, M. (2009). Risk and Safety in Engineering. Swiss Federal Institute of Technology Zurich.

Faustino (2013). Segurança estrutural em geotecnia através de métodos de base probabilística. Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil. Universidade Nova de Lisboa. Faculdade de Ciências e Tecnologia.

Figueiras, P. (2000). O Couto de Carvoeiro. Monografia, P. G. A. Auditor Jurídico Jubilado.

Florian, A. (1992). *An Efficient Sampling Scheme: Updated Latin Hypercube Sampling*. In Probabilistic Engineering Mechanics. Vol. 7, pp. 123-120.

Fortunato, E. (2005). Renovação de Plataformas Ferroviárias. Estudos Relativos à Capacidade de Carga. Dissertação para Doutoramento em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

Frangopol, D. M and Curley, J. P. *Effects of damage and redundancy on structural reliability. Journal of Structural Engineering*, 113(7): 1533-1549, 1987.

Ghosn, M. and Moses, F. NCHRP Report 406: *Redundancy in Highway Bridge Superstructures*. Transportation Research Board, National Research Council, Washington DC, 1998.

Gomes, Carlos Rodrigues (2014). *Avaliação da Robustez de Estruturas Porticadas de Betão Armado*. Tese de Mestrado em Engenharia Civil – Especialização em Estruturas. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto. 112pp

Gilbert, M. (2007). Limit analysis applied to masonry arch bridges: state-of-the-art and recent developments. Paper presented at the ARCH'07 – 5th International Conference on Arch Bridges, Funchal, Madeira.

Haldar, A. & Mahadevan, S. (2000). *Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design.* John Wiley & Sons, New York.

Haldar, A. & Mahadevan, S. (2000b). *Reliability Assessment Using Stochastic Finite Element Analysis*. John Wiley & Sons, New York.

Hasofer, A.M., Lind, N.C. *An exact and invariant first order reliability format*. ASCE, J. Eng. Mech, 1974: p. 111-121.

Henriques, A. (1998). *Aplicação de Novos Conceitos Segurança no Dimensionamento do Betão Estrutural*. Dissertação para Doutoramento em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

Henriques, A. (1998). Segurança Estrutural. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

Heyman, J. (1966). *The stone skeleton*. International Journal of Solids and Structures, 2, pp. 249-279.

Huang, S., Liang, B., Phoon, K. Geotechnical probabilistic analysis by collocation-based stochastic response surface method: An Excel add-in implementation. Georisk, 2009. 3(2): p. 75-86.

Huber, P.J. Robust statistical procedures. Society for Industrial Mathematics, 1996

IES (2010). *Practical guide to structural robustness and disproportionate collapse in buildings*. The institution of structural engineers. October 2010.

Iman, R. & Conover, W. (1982) A distribution-free approach to inducing rank correlation among input variables. Communications in Statistics Simulation and Computation, 11 (3): pp. 311 – 334.

ISO 13822 (2012). *Bases for design of Structures - Assessment of Existing Structures*. Ethiopian Standards Agency, pp. 1-50.

ISO 2394 (2012). *General principles on reliability for structures*. Ethiopian Standards Agency, pp. 1-77.

Jacinto, L. (2011). Avaliação da Segurança de Pontes Existentes – Abordagem Probabilística Bayesiana. Dissertação para Doutoramento em Engenharia Civil, Especialidade de Estruturas, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa.

Lemos, C. (2009). *Análise geométrica e capacidade de carga de pontes em arco de alvenaria*. Tese de Mestrado em Construção e Reabilitação Sustentáveis — Conservação e reabilitação de estruturas, Escola de Engenharia da Universidade do Minho.

Lind, NC. A measure of vulnerability and damage tolerance. Reliability engineering & systems safety, 48(1):1-6, 1995.

Liu, W.D., Neuenhoffer, A., Ghosn, M. and Moses, F. *Redundancy in highway bridge substructures*. National cooperative highway research program report, 2001.

Lopes, Bruno Miguel Veríssimo de Pereira (2009). *Avaliação da Segurança em Estruturas Existentes*. Dissertação para a obtenção de grau mestre em Engenharia Civil. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto. 164pp

Lourenço, P. (1998). Experimental and Numerical Issues in the Modelling of the Mechanical Behaviour of Masonry. Structural Analysis of Historical Constructions II, 1-35.

Lourenço, P. & Oliveira, D. (2003). *Pontes de alvenaria - Técnicas de construção e fundações*. Técnicas de inspecção e de reforço. Casos de estudo.

Lourenço, P. & Oliveira, D. (2006). *Conservation of ancient constructions and application to a masonry arch bridge*. Disponível em <a href="http://hdl.handle.net/1822/6527">http://hdl.handle.net/1822/6527</a>

Low, B., Tang, W.H. *Automated reliability based design of footing foundations*. In Proceedings, ICOSSAR. 1997.

Lü, Q., Sun, H.-Y., Low B.K. *Reliability analysis of ground–support interaction in circular tunnels using the response surface method.* International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2011. 48(8): p. 1329-1343.

Mahadevan, S. (1997). *Monte Carlo Simulation*. In Reliability-based Mechanical Design, pp. 130-146, Ed.Thomas A. Cruse, Vanderbilt University.

Matos, José (2010). Avaliação de Fiabilidade Estrutural recorrendo a Métodos de Simulação. Dissertação para Mestrado em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

Matos, J. C. (2013). Avaliação de Incertezas no Comportamento de Estruturas de Betão Armado e Mistas. Tese para Doutoramento em Engenharia Civil, Escola de Engenharia da Universidade do Minho.

Matousek, M. & Schneider, J. (1976). *Untersuchungen zur Struktur des icherheitsproblems bei Bauwerken*. Institut für Baustatik und Konstruktion der ETH Zurich, 59.

Melchers, R. (1999). *Structural Reliability Analysis and Prediction (second ed.*). John Wiley & Sons, Chichester, pp. 437, ISBN 9780471983248.

Morais, M. (2012). *Pontes em Arco de Alvenaria - Estudo de um Caso Prático*. Dissertação para Mestrado em Engenharia de Construção e Reabilitação, Escola Superior de Tecnologia e Gestão de Viseu do Instituto Politécnico de Viseu.

Moreira, Vicente (2014). *Avaliação de Pontes Existentes*. Aplicação ao Viaduto Ferroviário de Durrães. Dissertação para a obtenção de grau mestre em Engenharia Civil. Universidade do Minho, Guimarães. 242pp

Moreira et al. (2016). Moreira, Vicente N.; Fernandes, João; Matos, José C.; Oliveira, Daniel V.. Reliability-based assessment of existing masonry arch railway bridges. Journal Title: Construction and Building Materials. ISISE, Department of Civil Engineering, University of Minho.

Meyer, Bertrand. Object-oriented software construction (2nd ed.) Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA, 1997.

Myers, R.H., Montgomery, D.C., Anderson-Cook, C.M. Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments. Vol. 705. 2009: Wiley.

Nadim, F., Tools and strategies for dealing with uncertainty in geotechnics, in Probabilistic methods in geotechnical engineering. 2007, Springer. p. 71-95.

Nowak, A.S. & Collins, K.R. (2000). Reliability of Structures. McGraw-Hill, New York..

Pratical Guide to Structural Robustness and disproportionate collapse in buildings. The institution of structural engineers. October 2010

Proske, D. & Gelder, P. (2009). *Safety of Historical Stone Arch Bridges*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, pp. 379, ISBN 9783540776161.

Pula, W., Bauer, J. Application of the response surface method, in Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering. 2007, Springer. p. 147-168.

Rackwitz, R. (1975), *Principles and methods for a practical probabilistic approach to structural safety*. Sub-Committee for First Order Reliability Concepts for Design Codes of the Joint CEBCECM-CIB-FIB-IABSE Committee on Structural Safety, 1975.

Ribeiro, 1998. Ribeiro, A., *Pontes Antigas Classificadas*, Ministério das Obras Públicas - J.A.E., Lisboa, 1998.

RING Manual (2016), *Limit State: RING Manual*. Version 3.2.a. February 2016. http://www.limitstate.com/ring

Rebba, R. (2005), Model validation and design under uncertainty. 2005, Vanderbilt University.

Rosa Ferreira, M. (2008) Obras de Arte de Alvenaria em Portugal. Anomalias, técnicas de reabilitação e gestão. Tese de Mestrado em Engenharia Civil – Especialidade em Construções, Universidade Técnica de Lisboa.

Rouxinol, G. (2007). *Modelação e Avaliação Estrutural de Pontes em Arco de Alvenaria*. Tese para Doutoramento em Engenharia Civil - Especialidade de Estruturas, Departamento de Engenharia Civil - Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

RSA. (1983). *Regulamento de Segurança e Ações para Estruturas de Edificios Pontes*. Decreto Lei nº235 C/83. Imprensa Nacional. Casa da moeda, E.P.

Rücker, W., Hille, F. & Rohrmann, R. (2006) F08a Guideline for the Assessment of Existing Structures. Federal Institute of Materials Research and Testing (BAM), pp. 48.

Schneider, J. (2006). *Introduction to Safety and Reliability of Structures (second ed.)*: International Association for Bridge and Structural Engineering, pp. 105, ISBN 3857480936.

Schueremans, L. (2006). Assessing the Safety of Existing Structures using a Reliability Based Framework: Possibilities and Limitations. Restoration of Buildings and Monuments, 12(1), pp. 1-16.

Schuyler, J. (1997). *Monte Carlo Stopping Rule, Part 1* Consultado a 20 de Setembro, 2016, de <a href="http://maxvalue.com/tip025.htm">http://maxvalue.com/tip025.htm</a>

Selig, E. & Waters, J. (1994). *Track Geotechnology and Substructure Management: Thomas Telford, London.* Reprint 2007, pp. 446, ISBN 9780727720139.

Sinai, Y. (1992). *Probability Theory*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH, pp. 147, ISBN 9783540533481.

Silva, T. (2012). *Inspeção e Reabilitação de Infraestruturas Ferroviárias*. Dissertação para Mestrado em Engenharia Civil – Ramo de Estruturas e Geotecnia, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa.

Slotine et al. (1991). Slotine, J.J.E., Li, W et al. Applied nonlinear control. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1991.

Sorensen et al. (2011). Sorensen and John Dalsgaard. Theoretical Framework on Structural Robustness. COST Action TU0601. Robustness of Structures, 2011.

Starossek, U., Haberland, M. *Measures of structural robustness – requirements and applications*. In Proceedings, ASCE SEI 2008 Structures Congress, Crossing Borders, Vancouver, Canada, April 25-26 2008.

Starossek, U., Haberland, M. et al. *Disproportionate collapse: Terminology and procedures*. Journal of Performance of Constructed Facilities, 24:519, 2010.

Starossek, U., Haberland, M. *Approaches to measures of structural robustness*. Structure and Infrastructure Engineering, 7(7-8):625-631, 2011.

Sustainable Bridges (2007) Guideline for Load and Resistance Assessment of Existing European Railway Bridges - Advices on the use of advanced methods. Sustainable Development Global Change & Ecosystems Integrated Project. pp. 1-428

Sustainable Bridges (2007) Masonry Arch Bridges Background document D4.7. Sustainable Development Global Change & Ecosystems Integrated Project. pp. 1-277

Sustainable Bridges (2007) Safety and Probabilistic Modelling Background document D4.4. Sustainable Development Global Change & Ecosystems Integrated Project.

Wiśniewski, D. (2007). Safety Formats for the Assessment of Concrete Bridges with Special Focus on Precast Concrete. Dissertação para Doutoramento em Engenharia Civil, Escola de Engenharia da Universidade do Minho.

Wisniewski, D., Casas, J.R. and Ghosn, M. Load capacity evaluation of existing railway bridges based on robustness quantification. Structural Engineering International, 16(2): 161-166, 2006.

### ANEXO I – MÉTODO SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

Quadro A.1 - Resultados do fator de colapso pelo método de superficie de resposta

	Variável	Valor médio	Coeficiente de variação (%)	Desvio- padrão	k	X	Fator de colapso: RING
							764
	Densidade da	25	10	2.5	-3	17.5	663
	alvenaria, $\gamma_b$ (kN/m3)	25	10	2.5	3	32.5	857
	Densidade da	20	10	2	-3	14	675
Iteração 1	argamassa, γ (kN/m3)	20	10	2	3	26	848
_	Espessura genérica do	2500	10	250	-3	1750	718
	$\begin{array}{c} \text{pilar,} \\ L_P \text{ (m)} \end{array}$	2500	10	250	3	3250	806
	Espessura do arco,	850	10	85	-3	595	643
	t (m)	850	10	85	3	1105	851
							559
	Densidade da	20.236	10	2.0236	-1	18.2124	538
	alvenaria, $\gamma_b$ (kN/m3)	20.236	10	2.0236	1	22.2596	580
	Densidade da	16.667	10	1.6667	-1	15.0003	536
Iteração 2	argamassa, γ (kN/m3)	16.667	10	1.6667	1	18.3337	582
_	Espessura genérica do	2289.3	10	228.93	-1	2060.37	548
	$\begin{array}{c} \text{pilar,} \\ L_P \text{ (m)} \end{array}$	2289.3	10	228.93	1	2518.23	569
	Espessura do arco,	640.6	10	64.06	-1	576.54	531
	t (m)	640.6	10	64.06	1	704.66	585
							598
	Densidade da	21.166	10	2.1166	-1	19.0494	575
	alvenaria, $\gamma_b$ (kN/m3)	21.166	10	2.1166	1	23.2826	621
	Densidade da	17.231	10	1.7231	-1	15.5079	574
Iteração 3	argamassa, γ (kN/m3)	17.231	10	1.7231	1	18.9541	622
	Espessura genérica do	2326.4	10	232.64	-1	2093.76	588
	$\begin{array}{c} \text{pilar,} \\ L_P \text{ (m)} \end{array}$	2326.4	10	232.64	1	2559.04	611
	Espessura do arco,	689.31	10	68.931	-1	620.379	570
	t (m)	689.31	10	68.931	1	758.241	628
							598
	Densidade da	21.196	10	2.1196	-1	19.0764	575
	alvenaria, $\gamma_b$ (kN/m3)	21.196	10	2.1196	1	23.3156	621
Iteração	Densidade da	17.211	10	1.7211	-1	15.4899	574
4	argamassa, γ (kN/m3)	17.211	10	1.7211	1	18.9321	622
	Espessura genérica do	2327.5	10	232.75	-1	2094.75	587
	$\begin{array}{c} \text{pilar,} \\ L_P \text{ (m)} \end{array}$	2327.5	10	232.75	1	2560.25	611

Espessura do arco,	688.94	10	68.894	-1	620.046	570
t (m)	688.94	10	68.894	1	757.834	628

Quadro A.2 - Resultados do algoritmo FORM pelo método da superfície de resposta

simID	x1	x2	х3	x4	y	Resultados da expressão de Estado Limite (Matlab)		FORM	Results
1	25	20	2500	850	764	b0	-2.8669	β	6.5922
2	17.5	20	2500	850	663	b1	0.075717	pfl	2.17E-11
3	32.5	20	2500	850	857	b2	0.078957	G	-3.4E-08
4	25	14	2500	850	675	b3	0.000351	nfun	24
5	25	26	2500	850	848	b4	0.003914	x1	20.236
6	25	20	1750	850	718	b5	-0.00033	x2	16.667
7	25	20	3250	850	806	b6	-0.00032	х3	2289.3
8	25	20	2500	595	643	b7	-1.6E-08	x4	640.6
9	25	20	2500	1105	851	b8	-1.2E-06		
10	20.236	16.667	2289.3	640.6	559	b0	-0.82836	β	6.36
11	18.2124	16.667	2289.3	640.6	538	b1	0.031706	pfl	9.5E-11
12	22.2596	16.667	2289.3	640.6	580	b2	0.033749	G	-1.4E-07
13	20.236	15.0003	2289.3	640.6	536	b3	2.86E-05	nfun	16
14	20.236	18.3337	2289.3	640.6	582	b4	0.002413	<b>x</b> 1	21.166
15	20.236	16.667	2060.37	640.6	548	b5	0.000437	x2	17.231
16	20.236	16.667	2518.23	640.6	569	b6	0.000666	x3	2326.4
17	20.236	16.667	2289.3	576.54	531	b7	4.27E-08	x4	689.31
18	20.236	16.667	2289.3	704.66	585	b8	-4.3E-07		
19	21.166	17.231	2326.4	689.31	598	b0	-0.80266	β	6.375
20	19.0494	17.231	2326.4	689.31	575	b1	0.030136	pfl	9.15E-11
21	23.2826	17.231	2326.4	689.31	621	b2	0.035115	G	-1.3E-07
22	21.166	15.5079	2326.4	689.31	574	b3	1.78E-05	nfun	16
23	21.166	18.9541	2326.4	689.31	622	b4	0.002398	x1	21.196
24	21.166	17.231	2093.76	689.31	588	b5	0.000465	x2	17.211
25	21.166	17.231	2559.04	689.31	611	b6	0.000638	x3	2327.5
26	21.166	17.231	2326.4	620.379	570	b7	4.47E-08	x4	688.94
27	21.166	17.231	2326.4	758.241	628	b8	-4.2E-07		
28	21.196	17.211	2327.5	688.94	598	b0	-0.78599	β	6.3718
29	19.0764	17.211	2327.5	688.94	575	b1	0.028851	pf1	9.34E-11
30	23.3156	17.211	2327.5	688.94	621	b2	0.036201	G	-1.2E-07
31	21.196	15.4899	2327.5	688.94	574	b3	1.27E-05	nfun	16

32	21.196	18.9321	2327.5	688.94	622	b4	0.002383	<b>x</b> 1	21.212
33	21.196	17.211	2094.75	688.94	587	b5	0.000488	x2	17.195
34	21.196	17.211	2560.25	688.94	611	b6	0.000616	х3	2327.8
35	21.196	17.211	2327.5	620.046	570	b7	4.57E-08	x4	689.67
36	21.196	17.211	2327.5	757.834	628	b8	-4.1E-07		

## ANEXO II – MÉTODO DO HIPERCUBO LATINO

**Quadro** A.3 - Resultados do fator de colapso obtido no LimitState:RING para as simulações geradas pelo Método do Hipercubo Latino para a estrutura sem dano

ficheiro	Density. (kN/m3)	Density. (kN/m3)	"Generic" pier width.	Arch thickness.	
dano 0% 1	23.237	20.196	(m) 2530.7	(mm) 783.1	716
dano 0% 2	24.645	23.144	2638.4	842.34	808
dano 0% 3	23.887	18.236	2832.1	815.33	726
dano 0% 4	26.929	22.077	3088.5	901.21	878
dano 0% 5	25.241	16.967	2538.6	930.3	760
dano 0% 6	28.172	19.191	1947.8	886.25	776
dano 0% 7	23.767	19.191	2514.4	856.08	743
dano 0% 8	27.82	19.377	2548.3	819.73	765
dano 0% 9	22.999	21.155	2758.1	897.73	788
dano 0% 10	20.656	15.971	2618.1	826.27	644
dano_0%_10	21.256	22.723	2716.2	1041.2	835
dano_0%_11					678
	25.516	16.441	2567.6	749.38	
dano_0%_13	26.046	20.078 18.708	2253.6	907.4 676.14	791
	22.187		2089.2		614
dano_0%_15	26.846	19.857	2432.4	864.52	788
dano_0%_16	25.365	19.265	2488.1	876.9	770
dano_0%_17	29.081	22.371	2073.4	809.62	803
dano_0%_18	24.399	23.524	2366.9	846.01	796
dano_0%_19	25.686	20.315	2219.8	801.44	739
dano_0%_20	21.815	18.643	2372	838.41	692
dano_0%_21	24.188	17.724	2656	990.81	788
dano_0%_22	24.218	20.469	2468.5	774.25	725
dano_0%_23	25.878	21.038	2608.1	704.73	726
dano_0%_24	24.747	18.856	2779.8	733.65	741
dano_0%_25	27.261	21.341	2708.3	793.23	796
dano_0%_26	23.491	17.649	2926.5	940.37	770
dano_0%_27	18.312	19.609	2318.6	766.83	629
dano_0%_28	26.658	20.688	2450.6	757.38	747
dano_0%_29	26.426	20.557	2301.6	919.2	810
dano_0%_30	26.2	19.009	2677.2	792.3	748
dano_0%_31	29.903	17.328	2397.6	927.46	819
dano_0%_32	29.438	19.997	2580.4	955.97	878
dano_0%_33	23.507	21.708	2199.8	982.95	806
dano_0%_34	25.121	19.638	2145.2	880.02	754
dano_0%_35	22.806	20.779	2408.7	850.61	742

dano_0%_36	28.315	21.678	2812	833.81	841
dano_0%_37	24.99	24.453	2886	713.3	784
dano_0%_38	22.476	21.433	2283	866.83	746
dano_0%_39	21.64	22.03	2345.3	970.41	787
dano_0%_40	27.383	17.93	2477.6	892.81	783

Quadro A.4 - Valores dos coeficientes da equação de estado limite para a estrutura sem dano

b0	-1.98507865
b1	0.05147885
b2	0.120460185
b3	9.45124E-05
b4	0.002220604
b5	8.86107E-05
b6	-0.0015576
b7	3.3161E-08
b8	-2.5386E-07

**Quadro** A.5 - Valores do índice de fiabilidade e da probabilidade de falha obtidos pelo método FORM para a estrutura sem dano

FORM Results				
β	6.3503			
pf1	1.0747E-10			

**Quadro A.6** - Diferentes fatores de colapso obtidos pelo LimitState:RING para as diferentes percentagens de redução da resistência à compressão nos arcos e para as 40 simulações obtidas pelo método do hipercubo latino

Número da simulação	25%	50%	75%	100%
1	712	706	698	687
2	803	796	787	773
3	722	716	708	696
4	868	864	854	838

5	756	750	742	729
6	771	764	755	742
7	738	732	724	712
8	760	754	745	732
9	783	777	768	755
10	641	637	630	621
11	830	824	816	802
12	674	669	662	651
13	786	779	770	757
14	610	606	599	590
15	783	776	767	754
16	765	759	750	737
17	794	790	780	766
18	791	784	775	761
19	734	728	720	707
20	688	683	676	665
21	784	778	769	757
22	721	715	707	695
23	721	715	706	694
24	702	696	688	677
25	791	784	775	738
26	766	760	752	740
27	626	621	615	606
28	742	736	727	694
29	805	799	789	775
30	743	737	729	716
31	814	807	797	783
32	872	864	854	838
33	801	795	786	773
34	749	743	735	722
35	737	731	723	711
36	835	827	817	802
37	778	771	762	747
38	742	736	728	716
39	782	776	768	755
40	779	772	763	750

**Quadro** A.7 - Valores dos coeficientes da equação de estado limite para a estrutura com diferentes dimensões do dano correspondente à redução da resistência à compressão nos arcos

	25%	50%	75%	100%
b0	-2.08441	-1.89151	-1.85351	-1.31129
b1	0.042742	0.041074	0.039767	0.039384
b2	0.084859	0.081723	0.080327	0.052698
b3	0.000276	0.000174	0.000171	-5.7E-05
b4	0.002986	0.002945	0.002926	0.003048
b5	0.000244	0.000262	0.000262	0.000199
<b>b</b> 6	-0.00066	-0.0006	-0.00058	1.97E-05
b7	-7.8E-09	1.22E-08	1.25E-08	5.47E-08
b8	-6.7E-07	-6.5E-07	-6.5E-07	-7.1E-07

**Quadro** A.8 - Valores do índice de fiabilidade e da probabilidade de falha obtidos pelo método FORM para a estrutura com redução da resistência à compressão nos arcos

	25%	50%	75%	100%
β	6.3049	6.253	6.2178	6.1356
pfl	1.44E-10	2.01E-10	2.52E-10	4.24E-10

**Quadro A.9** - Diferentes fatores de colapso obtidos pelo LimitState:RING para as diferentes percentagens de redução da resistência à compressão na estrutura e para as 40 simulações obtidas pelo método do hipercubo latino

Número da simulação	25%	50%	75%	100%
1	709	700	687	669
2	800	788	773	751
3	719	709	696	678
4	868	855	837	811
5	753	743	730	711
6	768	758	744	723
7	735	726	713	694
8	757	746	732	711
9	780	770	756	735
10	639	632	622	607

11	827	817	803	783
12	671	663	650	633
13	783	772	758	737
14	608	601	591	576
15	780	769	754	733
16	762	752	738	718
17	794	783	767	744
18	788	777	762	741
19	731	722	708	689
20	686	677	666	650
21	781	771	757	737
22	718	708	695	676
23	718	708	694	674
24	699	689	676	657
25	788	776	761	738
26	763	753	739	720
27	624	617	607	593
28	739	729	715	694
29	802	791	776	755
30	740	730	716	696
31	811	799	783	760
32	868	855	838	812
33	798	788	775	755
34	747	737	724	705
35	735	725	712	694
36	831	819	801	776
37	775	763	747	724
38	739	730	717	699
39	779	770	757	738
40	775	765	750	729

**Quadro A.10 -** Valores dos coeficientes da equação de estado limite para a estrutura com diferentes dimensões do dano correspondente à redução da resistência à compressão na estrutura

	25%	50%	75%	100%
b0	-1.92425	-1.81972	-1.78238	-1.75649
b1	0.03908	0.038306	0.038629	0.04099
b2	0.082526	0.080855	0.081155	0.077769

b3	0.000158	0.000144	0.000152	0.000167
b4	0.003107	0.002987	0.002879	0.002828
b5	0.000311	0.000292	0.000239	0.000121
b6	-0.0006	-0.00059	-0.00064	-0.00062
b7	1.56E-08	1.66E-08	1.28E-08	7.01E-09
b8	-7.4E-07	-6.8E-07	-6.3E-07	-6.2E-07

**Quadro A.11** - Valores do índice de fiabilidade e da probabilidade de falha obtidos pelo método FORM para a estrutura com redução da resistência à compressão na estrutura

	25%	50%	75%	100%
β	6.2845	6.2236	6.145	6.0225
pfl	1.64E-10	2.43E-10	4E-10	8.59E-10

**Quadro A.12** - Valores da perda de argamassa para as diferentes simulações e para as diferentes dimensões de dano para o caso de dano correspondente à perda de argamassa de junta nos arcos

Número da simulação	25%	50%	75%	100%
1	19.5775	39.155	58.7325	78.31
2	21.0585	42.117	63.1755	84.234
3	20.38325	40.7665	61.14975	81.533
4	22.53025	45.0605	67.59075	90.121
5	23.2575	46.515	69.7725	93.03
6	22.15625	44.3125	66.46875	88.625
7	21.402	42.804	64.206	85.608
8	20.49325	40.9865	61.47975	81.973
9	22.44325	44.8865	67.32975	89.773
10	20.65675	41.3135	61.97025	82.627
11	26.03	52.06	78.09	104.12
12	18.7345	37.469	56.2035	74.938
13	22.685	45.37	68.055	90.74
14	16.9035	33.807	50.7105	67.614
15	21.613	43.226	64.839	86.452
16	21.9225	43.845	65.7675	87.69
17	20.2405	40.481	60.7215	80.962

18	21.15025	42.3005	63.45075	84.601
19	20.036	40.072	60.108	80.144
20	20.96025	41.9205	62.88075	83.841
21	24.77025	49.5405	74.31075	99.081
22	19.35625	38.7125	58.06875	77.425
23	17.61825	35.2365	52.85475	70.473
24	18.34125	36.6825	55.02375	73.365
25	19.83075	39.6615	59.49225	79.323
26	23.50925	47.0185	70.52775	94.037
27	19.17075	38.3415	57.51225	76.683
28	18.9345	37.869	56.8035	75.738
29	22.98	45.96	68.94	91.92
30	19.8075	39.615	59.4225	79.23
31	23.1865	46.373	69.5595	92.746
32	23.89925	47.7985	71.69775	95.597
33	24.57375	49.1475	73.72125	98.295
34	22.0005	44.001	66.0015	88.002
35	21.26525	42.5305	63.79575	85.061
36	20.84525	41.6905	62.53575	83.381
37	17.8325	35.665	53.4975	71.33
38	21.67075	43.3415	65.01225	86.683
39	24.26025	48.5205	72.78075	97.041
40	22.32025	44.6405	66.96075	89.281

**Quadro A.13** - Diferentes fatores de colapso obtidos pelo LimitState:RING para as diferentes percentagens perda de argamassa de junta nos arcos e para as 40 simulações obtidas pelo método do hipercubo latino

Número da simulação	25%	50%	75%	100%
1	699	682	665	648
2	788	768	748	729
3	708	690	673	656
4	855	833	811	790
5	740	720	700	680
6	755	735	715	696
7	723	705	686	668
8	746	728	709	692
9	768	748	728	709

10	628	612	597	582
11	813	790	767	745
12	662	647	631	617
13	770	749	729	709
14	600	586	573	560
15	768	748	728	709
16	750	730	711	692
17	783	763	744	725
18	776	756	737	718
19	721	685	685	667
20	675	658	641	624
21	767	745	724	703
22	708	690	673	657
23	709	693	677	662
24	690	674	658	642
25	777	758	739	721
26	750	730	710	690
27	614	599	584	570
28	729	712	695	678
29	789	768	747	726
30	730	712	695	678
31	797	775	754	733
32	854	831	808	785
33	784	763	742	721
34	734	715	696	677
35	723	704	686	668
36	820	799	779	759
37	766	748	731	714
38	727	708	690	672
39	766	745	724	704
40	763	748	723	703

**Quadro** A.14 - Valores dos coeficientes da equação de estado limite para a estrutura com diferentes dimensões do dano correspondente à perda de argamassa de junta nos arcos

	25%	50%	75%	100%
b0	-1.88803	-1.69304	-1.71807	-1.59835
b1	0.040094	0.031646	0.040245	0.038205

b2	0.083574	0.07349 0.077413		0.073506
b3	0.000177	0.00024	0.000165	0.000162
b4	0.00288	0.002664 0.00264		0.002512
b5	0.000285	0.000431	0.000227	0.00024
b6	-0.00063	-0.00042	-0.00054	-0.00048
b7	1.21E-08	3.89E-10	1.26E-08	1.25E-08
b8	-6.6E-07	-5.8E-07	-6.3E-07	-6.1E-07

**Quadro A.15** - Valores do índice de fiabilidade e da probabilidade de falha obtidos pelo método FORM para a estrutura com perda de argamassa de junta nos arcos

	25%	50%	75%	100%
β	6.206	6.0937	5.982	5.8705
pfl	2.72E-10	5.52E-10	1.1E-09	2.17E-09

**Quadro** A.16 - Valores da perda de argamassa para as diferentes simulações e para as diferentes dimensões de dano para o caso de dano correspondente à perda de argamassa de junta nos pilares

Número da simulação	25%	25% 50%		100%	
1	15.816875	31.63375	47.450625	63.2675	
2	16.49	32.98	49.47	65.96	
3	17.700625	35.40125	53.101875	70.8025	
4	19.303125	38.60625	57.909375	77.2125	
5	15.86625	31.7325	47.59875	63.465	
6	12.17375	24.3475	36.52125	48.695	
7	15.715	31.43	47.145	62.86	
8	15.926875	31.85375	47.780625	63.7075	
9	17.238125	34.47625	51.714375	68.9525	
10	16.363125	6.363125 32.72625 49.089375		65.4525	
11	16.97625	33.9525	50.92875	67.905	
12	16.0475	32.095	48.1425	64.19	
13	14.085	28.17	42.255	56.34	
14	13.0575	26.115	39.1725	52.23	
15	15.2025	30.405	45.6075	60.81	
16	15.550625	31.10125	46.651875	62.2025	
17	12.95875	25.9175	38.87625	51.835	
18	14.793125	29.58625	44.379375	59.1725	

19	13.87375	27.7475	41.62125	55.495	
20	14.825	29.65	44.475	59.3	
21	16.6	33.2	49.8	66.4	
22	15.428125	30.85625	46.284375	61.7125	
23	16.300625	32.60125	48.901875	65.2025	
24	17.37375	34.7475	52.12125	69.495	
25	16.926875	33.85375	50.780625	67.7075	
26	18.290625	36.58125	54.871875	73.1625	
27	14.49125	28.9825	43.47375	57.965	
28	15.31625	30.6325	45.94875	61.265	
29	14.385	28.77	43.155	57.54	
30	16.7325	33.465	50.1975	66.93	
31	14.985	29.97	44.955	59.94	
32	16.1275	32.255	48.3825	64.51	
33	13.74875	27.4975	41.24625	54.995	
34	13.4075	26.815	40.2225	53.63	
35	15.054375	30.10875	45.163125	60.2175	
36	17.575	35.15	52.725	70.3	
37	18.0375	36.075	54.1125	72.15	
38	14.26875	28.5375	42.80625	57.075	
39	14.658125	29.31625	43.974375	58.6325	
40	15.485	30.97	46.455	61.94	

**Quadro** A.17 - Diferentes fatores de colapso obtidos pelo LimitState:RING para as diferentes percentagens perda de argamassa de junta nos pilares e para as 40 simulações obtidas pelo método do hipercubo latino

Número da simulação	25%	50%	75%	100%
1	713	710	707	703
2	805	801	798	794
3	772	719	715	711
4	873	868	864	859
5	757	751	754	747
6	773 771		768	766
7	739	736	733	730
8	762	758	755	751
9	784	781	777	774
10	642	639	636	633

11	832	828	824	821
12	675	671	668	665
13	788	785	782	779
14	611	609	607	604
15	785	781	778	775
16	766	763	760	756
17	800	797	794	791
18	793	790	787	784
19	736	733	730	727
20	689	686	684	681
21	785	781	778	774
22	722	719	716	713
23	722	719	715	712
24	702	699	695	691
25	793	789	785	781
26	767	763	759	755
27	627	624	622	620
28	744	741	737	734
29	807	804	801	798
30	744	741	737	733
31	816	813	809	806
32	874	870	867	863
33	803	800	798	795
34	751	748	746	743
35	739	736	733	730
36	836	832	828	824
37	780	776	772	768
38	744	741	738	736
39	784	781	778	775
40	780	777	773	770

**Quadro A.18** - Valores dos coeficientes da equação de estado limite para a estrutura com diferentes dimensões do dano correspondente à perda de argamassa de junta nos pilares

	25%	50%	75%	100%
b0	-2.24452	-1.93241	-1.91543	-1.88403
b1	0.051294	0.037512	0.041068	0.035813
b2	0.100942	0.085416	0.0763	0.079639
b3	-0.00012	0.000155	0.000165	0.000159

b4	0.003944	0.003102	0.003158	0.00317
b5	4.59E-05	0.000355	0.000276	0.000375
<b>b</b> 6	-0.00111	-0.00065	-0.00044	-0.00051
b7	7.69E-08	1.43E-08	1.07E-08	1.03E-08
b8	-1.2E-06	-7.4E-07	-7.6E-07	-7.7E-07

**Quadro A.19** - Valores do índice de fiabilidade e da probabilidade de falha obtidos pelo método FORM para a estrutura com perda de argamassa de junta nos pilares

	25%	50%	75%	100%
β	6.2862	6.2715	6.2517	6.2278
pfl	1.63E-10	1.79E-10	2.03E-10	2.37E-10

**Quadro A.20** - Diferentes fatores de colapso obtidos pelo LimitState:RING para as diferentes localizações perda de argamassa de junta no arco 3 e para as 40 simulações obtidas pelo método do hipercubo latino

Número da	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5	Local 6
simulação 1	710	690	709	704	691	707
2	793	778	799	793	779	793
3	722	700	719	715	700	719
4	862	843	867	863	844	862
5	746	732	751	746	731	747
6	761	745	733	761	745	761
7	730	715	734	729	714	730
8	763	739	758	754	738	761
9	772	757	779	774	758	771
10	636	621	635	634	621	636
11	810	802	823	820	802	810
12	678	654	673	669	654	677
13	774	760	780	775	759	775
14	603	594	609	605	595	610
15	777	758	779	774	758	778
16	756	740	761	756	741	756
17	792	774	795	789	773	791
18	780	767	788	782	767	780
19	730	714	731	726	713	730

20	679	667	685	680	666	679
21	768	756	777	773	756	768
22	717	699	718	713	700	720
23	725	703	720	716	703	726
24	705	683	700	696	684	706
25	792	769	789	784	768	791
26	755	739	760	756	740	754
27	618	607	623	618	607	620
28	743	722	740	736	723	745
29	793	778	799	795	779	792
30	746	722	741	738	722	743
31	807	788	809	806	788	808
32	860	842	865	862	842	849
33	783	774	795	791	774	783
34	740	725	745	740	725	739
35	729	714	733	728	714	728
36	832	811	832	827	810	832
37	778	757	777	772	757	779
38	731	718	738	734	718	732
39	764	756	777	772	756	764
40	771	753	774	770	754	771

**Quadro A.21** - Valores dos coeficientes da equação de estado limite para a estrutura com diferentes localizações de perda de argamassa de junta no arco 3

	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5	Local 6
b0	-2.32471	-1.84247	-2.87127	-1.79346	-1.84621	-1.9378
b1	0.044482	0.038242	0.042834	0.037338	0.040889	0.052978
b2	0.088841	0.080983	0.091391	0.081697	0.084951	0.078886
b3	0.000386	0.000242	0.000923	0.000199	0.00022	0.000258
b4	0.003147	0.00271	0.002705	0.002719	0.002616	0.002714
b5	0.000281	0.000317	0.000232	0.000364	0.000259	8.51E-05
b6	-0.00081	-0.00058	-0.00076	-0.00059	-0.00069	-0.00057
b7	-2.4E-08	-1.9E-09	-1.3E-07	8.9E-09	3.01E-09	-6.5E-10
b8	-9.2E-07	-5.9E-07	-5.6E-07	-5.6E-07	-5.4E-07	-6.9E-07

**Quadro A. 22 -** Valores do índice de fiabilidade e da probabilidade de falha obtidos pelo método FORM para a estrutura com perda de argamassa em várias localizações no arco 3

	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5	Local 6
β	6.29	6.167	6.2715	6.2545	6.1694	6.3223
pf1	1.6E-10	3.48E-10	1.79E-10	1.99E-10	3.43E-10	1.29E-10

**Quadro A.23** - Diferentes fatores de colapso obtidos pelo LimitState:RING para as diferentes localizações perda de argamassa de junta no arco 4 e para as 40 simulações obtidas pelo método do hipercubo latino

Número						
da	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5	Local 6
simulação						
1	708	690	704	709	690	708
2	794	779	794	800	779	796
3	719	699	715	720	698	720
4	862	845	863	867	843	864
5	747	730	747	751	730	746
6	761	745	761	766	745	760
7	731	714	729	734	713	731
8	759	736	755	759	736	757
9	772	759	774	778	759	774
10	637	620	635	638	619	637
11	812	806	818	822	805	817
12	677	654	669	672	653	675
13	774	759	775	780	759	773
14	610	593	606	610	593	608
15	776	757	775	779	757	775
16	756	740	757	761	739	755
17	791	773	789	795	772	789
18	780	768	781	787	767	781
19	730	711	727	732	711	729
20	679	666	679	684	666	679
21	769	756	773	776	756	770
22	716	699	714	718	699	716
23	724	702	718	721	700	723
24	705	682	698	701	681	703
25	791	768	785	789	766	789
26	755	740	756	760	739	756

27	620	608	618	623	608	621
28	742	721	738	741	720	743
29	792	779	795	799	778	793
30	742	721	738	742	719	740
31	806	787	806	810	785	804
32	859	843	861	865	841	859
33	783	776	790	795	775	787
34	739	724	740	745	724	738
35	729	715	727	732	714	729
36	833	809	828	834	808	831
37	780	758	771	776	757	778
38	730	720	732	737	719	731
39	766	757	771	776	758	768
40	770	753	771	775	751	771

**Quadro A.24** - Valores dos coeficientes da equação de estado limite para a estrutura com diferentes localizações de perda de argamassa de junta no arco 4

	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5	Local 6
b0	-1.71415	-1.69118	-1.892	-1.92715	-1.73225	-1.76935
b1	0.039551	0.034347	0.0405	0.038299	0.037366	0.039045
b2	0.07654	0.079606	0.087916	0.085043	0.080181	0.083671
b3	0.000265	0.000201	0.000225	0.000186	0.000184	0.000256
b4	0.002536	0.002569	0.002661	0.003026	0.002638	0.00249
b5	0.000358	0.000377	0.000311	0.00035	0.000303	0.000338
b6	-0.0005	-0.00052	-0.00076	-0.00066	-0.00053	-0.00065
b7	-8.3E-10	7.07E-09	4.35E-09	1.12E-08	9.25E-09	1.68E-09
b8	-5.6E-07	-4.9E-07	-5.4E-07	-7.5E-07	-5.3E-07	-5.1E-07

**Quadro A.25** - Valores do índice de fiabilidade e da probabilidade de falha obtidos pelo método FORM para a estrutura com perda de argamassa em várias localizações no arco 4

	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4	Local 5	Local 6
β	6.3291	6.1619	6.2655	6.2854	6.1549	6.3025
pfl	1.23E-10	3.59E-10	1.86E-10	1.64E-10	3.76E-10	1.4648

**Quadro A.26** - Diferentes fatores de colapso obtidos pelo LimitState:RING para as diferentes localizações perda de argamassa de junta nos pilares 2 e 3 e para as 40 simulações obtidas pelo método do hipercubo latino

Número da simulação	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4
1	716	716	716	704
2	808	808	808	794
3	726	726	726	712
4	878	878	878	859
5	760	760	760	748
6	776	776	776	766
7	743	743	743	730
8	765	765	765	753
9	788	788	788	774
10	644	644	644	634
11	835	835	835	821
12	678	678	678	665
13	791	791	791	779
14	614	614	614	606
15	788	788	788	776
16	770	770	770	757
17	803	803	803	792
18	796	796	796	784
19	739	739	739	729
20	692	692	692	681
21	788	788	788	774
22	725	725	725	713
23	726	726	726	714
24	706	706	706	694
25	796	796	796	782
26	770	770	770	755
27	629	629	629	620
28	747	747	747	736
29	810	810	810	798
30	748	748	748	735
31	819	819	819	808
32	878	878	878	863
33	806	806	806	795
34	754	754	754	744

35	742	742	742	730
36	841	841	841	826
37	784	784	784	768
38	746	746	746	736
39	787	787	787	775
40	783	783	783	771

**Quadro** A.27 - Valores dos coeficientes da equação de estado limite para a estrutura com diferentes localizações de perda de argamassa de junta nos pilares 2 e 3

	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4
b0	-1.96246	-1.96246	-1.96246	-1.88733
b1	0.040491	0.040491	0.040491	0.035621
b2	0.086634	0.086634	0.086634	0.085849
b3	0.000149	0.000149	0.000149	0.000187
b4	0.003069	0.003069	0.003069	0.002974
b5	0.000309	0.000309	0.000309	0.000391
b6	-0.00067	-0.00067	-0.00067	-0.00068
b7	1.83E-08	1.83E-08	1.83E-08	5E-09
b8	-7.1E-07	-7.1E-07	-7.1E-07	-6.7E-07

**Quadro A.28** - Valores do índice de fiabilidade e da probabilidade de falha obtidos pelo método FORM para a estrutura com perda de argamassa em várias localizações nos pilares 2 e 3

	Local 1	Local 2	Local 3	Local 4
β	6.3125	6.3125	6.3125	6.2451
pfl	1.37E-10	1.37E-10	1.37E-10	2.12E-10

#### **ANEXO III - ALGORITMOS**

O algoritmo de simulação do método do hipercubo latino é apresentado em seguida:

```
\ensuremath{\$} example of sampling with corr matrix that is not positive definite
clear all
nsample = 40;
                      % no of random samples to be drawn
%nvar=4;
                    % no of variables
xmean=[25 20 2437.5 850]; % mean
xsd= [2.5 2 243.75 85]; % std. deviation
   correlation matrix
corr=[
   1.00 0 0
    0 1.00 0
       0 1.00 0
0 0 1.00]
    0
%T=chol(corr); % correlation matrix is not quite positive definite
%use lhs iman n
z=lhs iman n(xmean, xsd, corr, nsample, 10)
% mean(z)
% std(z)
```

```
% corrcoef(z)
```

A partir deste algoritmo foram geradas as 40 simulações e os resultados obtidos da análise de fiabilidade são os apresentados nos quadros seguintes.

O algoritmo que permite encontrar os valores dos coeficientes da equação de estado limite da estrutura é o seguinte (neste caso, o algoritmo apresentado foi o utilizado na estrutura intacta):

```
응응
clear;clc;
% predictors matrix
inputSample = [ ];
 % predicted matrix
outputSample = [ ];
outputSample = outputSample./(207.4*1.12);
% % design matrix
% X = x2fx(inputSample, 'purequadratic');
% % coefficients least squares
% % (X'X) b = X'y; A * b = C;
% A = (X'*X);
% C = X'*outputSample;
% b1 = mldivide(A,C); % b = A\C;
% create a linear model regression
mdl = fitlm(inputSample, outputSample, 'purequadratic')
b2 = mdl.Coefficients.Estimate;
% coefficients estimate = mdl.Coefficients.Estimate
```

A *input\_file* onde se colocam os valores obtidos dos coeficientes da equação de estado limite e que permite, posteriormente, obter os resultados do FORM, é representada no seguinte algoritmo:

```
'x2'
                  'x3'
                  'x4'
                  'x5'};
% Marginal distributions for each random variable
% probdata.marg = [ (type) (mean) (stdv) (startpoint) (p1) (p2) (p3) (p4)
(input type); ...];
probdata.marg = [ 1 25]
                            25*0.10
                                         25
                                               nan nan nan 0;
                   1 20
                            20*0.10
                                         20
                                               nan nan nan 0;
% normal
                   1 2500
                            2500*0.10
                                         2500 nan nan nan nan 0;
% normal
                   1 850 850*0.10
                                         850 nan nan nan nan 0;
                   15 1.123 0.102
                                         1.123
                                                 nan nan nan nan 0
];
        % gumbel
probdata.parameter = distribution parameter(probdata.marg);
% Correlation matrix
probdata.correlation = eye(5);
probdata.transf type = 3;
probdata.Ro method = 1;
probdata.flag sens = 1;
%%%%%%% ANALYSISOPT
analysisopt.echo_flag = 1;
                              = 'DDM';
analysisopt.grad flag
                                            = 'ffd'; % 'ddm': direct
            analysisopt.grad flag
differentiation, 'ffd': forward finite difference
            analysisopt.ffdpara = 1000;
                                                        % Parameter for
computation of FFD estimates of gradients - Perturbation =
stdv/analysisopt.ffdpara;
                                                        % Recommended
values: 1000 for basic limit-state functions, 50 for FE-based limit-state
functions
             analysisopt.ffdpara thetag
                                        = 1000;
                                                        % Parameter for
computation of FFD estimates of dbeta dthetag
                                                        % perturbation =
thetag/analysisopt.ffdpara thetag if thetag ~= 0 or
1/analysisopt.ffdpara thetag if thetag == 0;
                                                        % Recommended
values: 1000 for basic limit-state functions, 100 for FE-based limit-state
functions
                               = 800;
                                         % Maximum number of iterations
analysisopt.i max
allowed in the search algorithm
analysisopt.e1
                               = 0.001;
                                          % Tolerance on how close
design point is to limit-state surface
analysisopt.e2
                              = 0.001;
                                         % Tolerance on how accurately
the gradient points towards the origin
analysisopt.step code = 0;
                                         % 0: step size by Armijo rule,
otherwise: given value is the step size
analysisopt.Recorded u = 1;
                                         % 0: u-vector not recorded at
all iterations, 1: u-vector recorded at all iterations
```

```
analysisopt.Recorded x
                         = 1;
                                  % 0: x-vector not recorded at
all iterations, 1: x-vector recorded at all iterations
analysisopt.multi proc
                   = 0;
                                  % 1: block size g-calls sent
simultaneously
%% DATA FIELDS IN 'GFUNDATA' (one structure per gfun) %%
% Type of limit-state function evaluator:
% 'basic': the limit-state function is defined by means of an analytical
expression or a Matlab m-function,
        using gfundata(lsf).expression. The function gfun.m calls
gfunbasic.m, which evaluates gfundata(lsf).expression.
% 'xxx': the limit-state function evaluation requires a call to an
external code. The function gfun.m calls gfunxxx.m,
        which evaluates gfundata(lsf).expression where gext variable is
a result of the external code.
gfundata(1).evaluator = 'basic';
                 = 'expression'; % Do no change this field!
gfundata(1).type
% Expression of the limit-state function:
gfundata(1).expression =
b0+b1*x1+b2*x2+b3*x3+b4*x4+b5*x1^2+b6*x2^2+b7*x3^2+b8*x4^2 - x5';
1'};
gfundata(1).cg = [
                     -1.887333759
                      0.035621042
                      0.085849178
                      0.00018694
                      0.002974444
                      0.000391472
                      -0.00067924
                      5.00E-09
                      -6.73E-07 ]';
gfundata(1).cgname = { 'b0' 'b1' 'b2' 'b3' 'b4' 'b5' 'b6' 'b7' 'b8' };
gfundata(1).flag sens = 0;
%% DATA FIELDS IN 'FEMODEL' %%
femodel = [];
%% DATA FIELDS IN 'RANDOMFIELD' %%
randomfield = [];
```