



Órgãos de Máquinas II

Exercícios de Aplicação

Paulo Flores | José Gomes | Nuno Dourado | Filipe Marques



Universidade do Minho
Escola de Engenharia

Guimarães, fevereiro de 2017

ÍNDICE

Órgãos de Máquinas II - Exercícios de Aplicação	1
1. Transmissões Flexíveis por Correias.....	1
2. Transmissões Flexíveis por Correntes.....	3
3. Engrenagens Cilíndricas de Dentes Retos.....	4
4. Engrenagens Cilíndricas de Dentes Inclinados	6
5. Engrenagens Cónicas.....	8
6. Engrenagens de Parafuso Sem-Fim.....	9
7. Dinâmica de Engrenagens	10
8. Análise de Trens de Engrenagens	17
9. Síntese de Trens de Engrenagens	24
10. Correção do Dentado.....	26

A única maneira de educar é dando um exemplo, mesmo que seja horrível.

Albert Einstein

ÓRGÃOS DE MÁQUINAS II - EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. TRANSMISSÕES FLEXÍVEIS POR CORREIAS

Exercício 1.1

Enunciado: Um motor elétrico (20 kW a 1450 rpm) é usado para acionar uma prensa (choques moderados) que funciona a 500 rpm e 24 horas por dia. Considere que a distância entre os eixos dos órgãos motor e movido deve ser de 980 ± 50 mm e que a polia motora deve ter, no máximo, 250 mm de diâmetro. Assim, selecione um sistema de transmissão flexível por correia plana da marca *Chiorino* para utilizar na referida aplicação.

Solução:

Correia Z6 Nailgum

$L = 3548,31$ mm

$b_0 = 35$ mm

$\varepsilon = 2,65$ % (tensão de montagem)

$x = 47,02$ mm (curso do dispositivo de tensão).

Exercício 1.2

Enunciado: Para o exercício descrito em 1.1 selecione um sistema de transmissão flexível por correias trapezoidais da marca *Dunlop*.

Solução:

3 correias trapezoidais C3208

$d = 212$ mm

$D = 600$ mm

$i = 2,83$

$N = 512,37$ rpm (+2,47 %)

$C = 946,37$ mm.

Exercício 1.3

Enunciado: Para o exercício descrito em 1.1 selecione um sistema de transmissão flexível por correia dentada.

Solução:

Correia sincronizadora HTD 3048-8M-85

Polia motora 64-8M-85 ($d=162,97$ mm)

Polia movida 192-8M-85 ($D=488,92$ mm)

$L = 3048$ mm

$b = 85$ mm

$i = 3,00$

$N = 483,33$ rpm (-3,3 %)

$C = 998,77$ mm.

Exercício 1.4

Enunciado: A figura 1.1 ilustra um motor elétrico (7,5 kW a 1750 rpm) utilizado para acionar uma bomba centrífuga que funciona 24 horas/dia a 1175 rpm. Atendendo a limitação de espaço, o entre-eixo e o diâmetro da polia menor deverão ser próximos de 2000 e 200 mm, respectivamente. Assim, selecione um sistema de transmissão por correia trapezoidal da marca *Dunlop*, especificando: (i) a secção da correia; (ii) a relação de transmissão; (iii) o diâmetro das polias; (iv) o comprimento da correia; (v) a distância entre os eixos das polias; (vi) o número de correias necessário para transmitir a potência.

Solução:

Secção B

$$i = 1,49$$

$$d = 200 \text{ mm}$$

$$D = 300 \text{ mm}$$

$$L = 4790 \text{ mm}$$

$$C = 2001,88 \text{ mm}$$

2 correias.



Figura 1.1 – Sistema de acionamento de uma bomba centrífuga.

2. TRANSMISSÕES FLEXÍVEIS POR CORRENTES

Exercício 2.1

Enunciado: Um motor elétrico (20 kW a 1450 rpm) é usado para acionar uma prensa (choques moderados) que funciona a 500 rpm e 24 horas por dia. Considere que a distância entre os eixos dos órgãos motor e movido deve ser de 980 ± 50 mm e que a roda motora deve ter, no máximo, 250 mm de diâmetro. Assim, selecione um sistema de transmissão flexível por correntes de rolos da marca *Renold*.

Solução:

$$Z_1 = 19$$

$$Z_2 = 57$$

$$i = 3$$

$$N = 483,33 \text{ rpm } (-3,3 \%)$$

Corrente simples ($p=25,40$ mm; $L=118$ elos; $C=1004,26$ mm)

Corrente dupla ou tripla ($p=19,05$ mm; $L=142$ elos; $C=983,86$ mm)

Lubrificação por *spray*.

Exercício 2.2

Enunciado: Pretende-se selecionar uma transmissão flexível por correntes de rolos da marca *Renold* para acionar uma bomba que funciona a 400 rpm. O motor elétrico que é utilizado para acionar o sistema tem as seguintes características: 5,5 kW de potência a 1440 rpm. A distância entre os eixos do veio do motor elétrico e do veio da bomba deverá ter um valor próximo dos 470 mm.

Solução:

$$Z_1 = 21$$

$$Z_2 = 76$$

$$i = 3,62$$

$$N = 397,79 \text{ rpm } (-0,55 \%)$$

Corrente simples ($p=12,70$ mm; $L=126$ elos; $C=479,25$ mm)

Lubrificação por banho de óleo.

3. ENGRENAGENS CILÍNDRICAS DE DENTES RETOS

Exercício 3.1

Enunciado: Considere uma engrenagem cilíndrica exterior de dentes retos normalizados, com uma relação de transmissão igual a 4, um entre-eixo de 250 mm e um módulo de 5 mm. Assim, determine: (i) o número de dentes do pinhão; (ii) o diâmetro de base da roda.

Solução:

$$z_1 = 20$$

$$d_{b2} = 375,88 \text{ mm.}$$

Exercício 3.2

Enunciado: Considere uma engrenagem cilíndrica exterior de dentado reto normalizado, em que o pinhão e a roda têm, respectivamente, 12 e 60 dentes. Atendendo a que o módulo é igual a 3 mm, determine a distância entre os eixos das rodas. Qual é o valor do ângulo de pressão se a distância entre os eixos aumentar 1 mm?

Solução:

$$a = 108 \text{ mm}$$

$$\alpha' = 21,40^\circ.$$

Exercício 3.3

Enunciado: Considere uma engrenagem cilíndrica exterior de dentado reto normalizado, em que o pinhão e a roda têm, respectivamente, 15 e 75 dentes. Atendendo a que o módulo é igual a 3 mm, determine: (i) o comprimento de aproximação; (ii) o comprimento de afastamento; (iii) o comprimento de condução; (iv) a relação de condução; (v) o escorregamento total ou absoluto; (vi) os escorregamentos específicos máximos no pinhão e na roda.

Solução:

$$l_a = 8,05 \text{ mm}$$

$$l_f = 6,56 \text{ mm}$$

$$l = 14,61 \text{ mm}$$

$$\varepsilon = 1,65$$

$$g = 3,06 \text{ mm}$$

$$(g_{s1})_{\max} = 27,47$$

$$(g_{s2})_{\max} = 1,23.$$

Exercício 3.4

Enunciado: Considere uma engrenagem cilíndrica exterior de dentado reto normalizado, em que o pinhão e a roda têm, respectivamente, 12 e 60 dentes. O módulo da engrenagem é igual a 4 mm. Atendendo a que o coeficiente de atrito é de 0,06, determine o rendimento da engrenagem.

Solução:

$$\eta = 98,47 \text{ \%}.$$

Exercício 3.5

Enunciado: Considere uma engrenagem cilíndrica exterior de dentado reto normalizado, em que o pinhão e a roda têm, respectivamente, 16 e 48 dentes. O módulo da engrenagem é igual a 3 mm. Verifique se há interferências de funcionamento da referida engrenagem.

Solução:

Nesta engrenagem não há interferências de funcionamento.

Exercício 3.6

Enunciado: Uma engrenagem cilíndrica exterior de dentes retos normais, tem relação de transmissão igual a 7, entre-eixo de 200 mm e módulo de 5 mm. Assim, calcule os seguintes parâmetros: (i) o escorregamento total; (ii) os escorregamentos específicos máximos; (iii) a relação de condução; (iv) o rendimento teórico. Considere um coeficiente de atrito igual a 0,06.

Solução:

$$g = 6,81 \text{ mm}$$

$$(g_{s1})_{\max} = 3,18$$

$$(g_{s2})_{\max} = 1,63$$

$$\varepsilon = 1,59$$

$$\eta = 98,26 \%$$

Exercício 3.7

Enunciado: Uma roda de dentado normalizado e módulo igual a 5 mm tem 36 dentes. Calcule os seguintes parâmetros: (i) o diâmetro primitivo; (ii) a saliência; (iii) a reentrância; (iv) a altura total do dente; (v) o passo; (vi) o diâmetro de coroa; (vii) o diâmetro de raiz; (viii) a espessura do dente; (ix) o entredente.

Solução:

$$d = 180 \text{ mm}$$

$$h_a = 5 \text{ mm}$$

$$h_f = 6,25 \text{ mm}$$

$$h = 11,25 \text{ mm}$$

$$p = 15,71 \text{ mm}$$

$$d_a = 190 \text{ mm}$$

$$d_f = 167,5 \text{ mm}$$

$$s = 7,85 \text{ mm}$$

$$e = 7,85 \text{ mm}$$

4. ENGRENAGENS CILÍNDRICAS DE DENTES INCLINADOS

Exercício 4.1

Enunciado: Considere uma engrenagem cilíndrica exterior de dentado inclinado normalizado, em que o pinhão e a coroa têm, respectivamente, 12 e 60 dentes. O pinhão é uma roda esquerda, ao passo que a coroa é uma roda direita. O dentado é normal, *i.e.*, não corrigido. Assim, atendendo a que o módulo real tem um valor igual a 3 mm e que o ângulo de inclinação da hélice primitiva é de 30° , determine, para o pinhão, os seguintes parâmetros geométricos: (i) o ângulo de pressão aparente; (ii) a saliência; (iii) a altura do dente; (iv) o diâmetro primitivo; (v) o diâmetro de coroa; (vi) o diâmetro de raiz.

Solução:

$$\begin{aligned}\alpha_t &= 22,80^\circ \\ h_a &= 3 \text{ mm} \\ h &= 6,75 \text{ mm} \\ d_1 &= 41,57 \text{ mm} \\ d_{a1} &= 47,57 \text{ mm} \\ d_{f1} &= 34,07 \text{ mm}.\end{aligned}$$

Exercício 4.2

Enunciado: Uma engrenagem cilíndrica de dentes helicoidais tem um entre-eixo de 240 mm e uma relação de transmissão igual a 3. Se o módulo aparente for de 8 mm, calcule as seguintes dimensões dos dentes das rodas: (i) o passo; (ii) a saliência; (iii) a reentrância; (iv) a altura total; (v) a folga na raiz; (vi) os diâmetros primitivos, de base, de coroa e de raiz, (vii) a espessura; (viii) o intervalo dos dentes. Admitindo que se trata de dentado normalizado, calcule o ângulo de inclinação para que o módulo real seja normalizado. Calcule também o ângulo de pressão aparente.

Solução:

$$\begin{aligned}p_t &= 25,13 \text{ mm} \\ p_n &= 21,99 \text{ mm} \\ h_a &= 7 \text{ mm} \\ h_f &= 8,75 \text{ mm} \\ h &= 15,75 \text{ mm} \\ j &= 1,75 \text{ mm} \\ d_1 &= 120 \text{ mm} \\ d_2 &= 360 \text{ mm} \\ d_{b1} &= 110,79 \text{ mm} \\ d_{b2} &= 332,38 \text{ mm} \\ d_{a1} &= 134 \text{ mm} \\ d_{a2} &= 374 \text{ mm} \\ d_{f1} &= 102,50 \text{ mm} \\ d_{f2} &= 342,50 \text{ mm} \\ s_t = e_t &= 12,57 \text{ mm} \\ s_n = e_n &= 11,00 \text{ mm} \\ \beta &= 28,96^\circ \\ \alpha_t &= 22,59^\circ.\end{aligned}$$

Exercício 4.3

Enunciado: Considere uma engrenagem cilíndrica exterior de dentes helicoidais, em que o pinhão e a coroa têm, respectivamente, 12 e 60 dentes. O pinhão é uma roda esquerda, ao passo que a coroa é uma roda direita. O dentado é normalizado. O módulo real é igual a 3 mm e o ângulo de inclinação da hélice primitiva é de 30° . Assim, (i) calcule a relação de condução da engrenagem; (ii) determine o rendimento teórico da engrenagem; (iii) verifique se há possibilidade de ocorrerem interferências de funcionamento. Considere um coeficiente de atrito igual a 0,07 e uma largura do dentado igual a 10 mm.

Solução:

$$\varepsilon = 1,85$$

$$\eta = 98,66 \%$$

Não há interferências de funcionamento.

Exercício 4.4

Enunciado: Duas rodas cilíndricas de dentes helicoidais constituem uma engrenagem de eixos paralelos em que o ângulo de hélice é de 20° . A relação de transmissão é de 1,5 e a distância entre eixos é igual a 120 mm. O dentado é normalizado. Assim, determine a relação de condução desta engrenagem. Considere o módulo aparente igual a 6 mm.

Solução:

$$\varepsilon = 1,63.$$

Exercício 4.5

Enunciado: Um trem é acionado por um motor elétrico de 1,5 kW de potência através de uma engrenagem exterior de rodas cilíndricas de dentes helicoidais. O motor roda a 1000 rpm. O número de dentes do pinhão e da roda é de 19 e 76, respectivamente. O dentado é normalizado e não corrigido, sendo o módulo real igual a 3 mm. o ângulo de inclinação dos dentes igual a 26° e a largura do dentado de 5 mm. Assim, (i) em relação ao engrenamento pinhão-roda determine o módulo aparente, a saliência, a altura do dente e o ângulo de pressão aparente; (ii) estude a continuidade de engrenamento do par cinemático pinhão-roda; (iii) calcule o rendimento teórico da engrenagem para um coeficiente de atrito igual a 0,07; (iv) verifique se há possibilidade de ocorrerem interferências de funcionamento.

Solução:

$$m_t = 3,34 \text{ mm}$$

$$h_a = 3 \text{ mm}$$

$$h = 6,75 \text{ mm}$$

$$\alpha_t = 22,05^\circ$$

$$\varepsilon = 1,68$$

$$\eta = 98,91 \%$$

Não há interferências de funcionamento.

5. ENGRENAGENS CÔNICAS

Exercício 5.1

Enunciado: Uma engrenagem cônica de dentes retos, cujos eixos fazem um ângulo de 90° , tem uma relação de transmissão igual 3, um módulo de 4 mm e uma roda com 48 dentes. Assim, calcule os seguintes parâmetros: (i) os diâmetros primitivos de cada roda; (ii) os ângulos primitivos; (iii) a geratriz primitiva. Atendendo a que se trata de um dentado normalizado, determine ainda as proporções dos dentes das duas rodas, assim como os ângulos de saliência e reentrância.

Solução:

$$z_1 = 16$$

$$\delta_1 = 18,43^\circ$$

$$\delta_2 = 71,57^\circ$$

$$d_1 = 64 \text{ mm}$$

$$d_2 = 192 \text{ mm}$$

$$R_1 = R_2 = 101,19 \text{ mm}$$

$$h_a = 4 \text{ mm}$$

$$h_f = 5 \text{ mm}$$

$$h = 9 \text{ mm}$$

$$v_{a1} = v_{a2} = 2,26^\circ$$

$$v_{f1} = v_{f2} = 2,83^\circ$$

$$d_{a1} = 71,59 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = 194,53 \text{ mm}.$$

Exercício 5.2

Enunciado: Calcule a relação de condução de uma engrenagem cônica de dentes helicoidais normais e normalizados, com as seguintes características: $\Sigma=90^\circ$, $z_1=12$; $z_2=48$; $\beta=30^\circ$; $b=30 \text{ mm}$ e $m_n=5 \text{ mm}$.

Solução:

$$\varepsilon = 2,31.$$

Exercício 5.3

Enunciado: Calcule o rendimento de uma engrenagem cônica de dentes retos normais e normalizados, com as seguintes características: $\Sigma=90^\circ$, $z_1=20$; $z_2=40$; $m=3 \text{ mm}$. Considere um coeficiente de atrito igual a 0,07.

Solução:

$$\eta = 98,94 \text{ \%}.$$

6. ENGRENAGENS DE PARAFUSO SEM-FIM

Exercício 6.1

Enunciado: Considere uma engrenagem de parafuso sem-fim roda helicoidal de dupla entrada. O parafuso sem-fim tem um diâmetro primitivo igual a 50 mm e um módulo axial de 4 mm. A roda tem 32 dentes. Atendendo a que o dentado é normalizado, determine: (i) o passo axial do parafuso; (ii) o passo helicoidal do parafuso; (iii) o módulo aparente da roda; (iv) o diâmetro primitivo da roda; (v) a relação de transmissão; (vi) o ângulo de inclinação dos filetes; (vii) o ângulo de passo; (viii) o ângulo de pressão axial; (ix) a distância entre eixos; (x) a saliência do parafuso; (xi) a saliência da roda; (xii) o diâmetro de coroa da roda; (xiii) o diâmetro de base da roda.

Solução:

$$p_{x1} = 12,57 \text{ mm}$$

$$p_{z1} = 25,13 \text{ mm}$$

$$m_{t2} = 4 \text{ mm}$$

$$d_2 = 128 \text{ mm}$$

$$i = 16$$

$$\beta_1 = 80,91^\circ$$

$$\gamma_1 = 9,09^\circ$$

$$\alpha_{x1} = 20,23^\circ$$

$$a = 89 \text{ mm}$$

$$h_{a1} = 4 \text{ mm}$$

$$h_{a2} = 3,90 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = 135,80 \text{ mm}$$

$$d_{b2} = 120,10 \text{ mm}.$$

Exercício 6.2

Enunciado: Um parafuso sem-fim de 2 entradas aciona uma roda helicoidal de 30 dentes. O parafuso tem 44 mm de diâmetro primitivo, módulo axial de 3 mm e ângulo de pressão real de 20° . Determine a relação de condução desta engrenagem.

Solução:

$$\varepsilon = 1,79.$$

Exercício 6.3

Enunciado: Um parafuso sem-fim de aço cementado com 4 entradas, rodando a 2400 rpm, aciona uma roda helicoidal de bronze fosforoso que gira a 200 rpm. O passo da hélice do parafuso sem-fim é de 68,5 mm e o ângulo de inclinação dos respectivos filetes é de 70° . Assim, determine (i) o número de dentes da roda; (ii) o diâmetro primitivo da roda; (iii) o entre-eixo; (iv) o rendimento da engrenagem.

Solução:

$$z_2 = 48$$

$$d_2 = 261,65 \text{ mm}$$

$$a = 160,78 \text{ mm}$$

$$\eta = 92,57 \%$$

7. DINÂMICA DE ENGRENAGENS

Exercício 7.1

Enunciado: A figura 7.1 representa um sistema de transmissão de movimento por engrenagem cilíndrica exterior de dentes retos, em que o motor roda a 740 rpm e debita uma potência de 75 kW. O pinhão, que roda no sentido indicado na figura, tem 19 dentes e um módulo de 10 mm. Por sua vez a roda tem 38 dentes. Atendendo a que o dentado é normalizado, determine: (i) as forças de engrenamento que atuam no pinhão; (ii) as reações nos apoios A e B; (iii) o momento torsor que atua no veio a.

Solução:

$$F_{21}^t = 10187,73 \text{ N}$$

$$F_{21}^r = 3708,03 \text{ N}$$

$$F_{21} = 10841,55 \text{ N}$$

$$R_A^y = -988,81 \text{ N}$$

$$R_A^z = 2716,73 \text{ N}$$

$$R_B^y = 4696,84 \text{ N}$$

$$R_B^z = -12904,45 \text{ N}$$

$$M_1 = 967,83 \text{ Nm.}$$

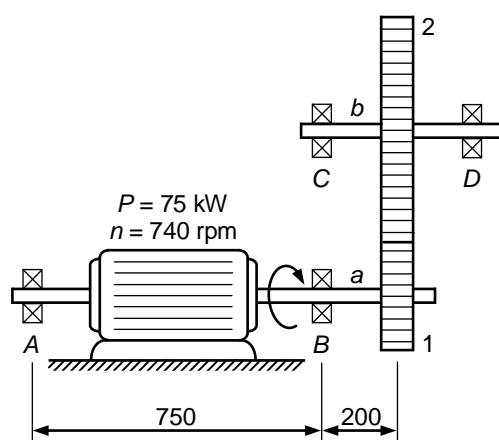


Figura 7.1 – Transmissão por engrenagens cilíndricas de dentes retos.

Exercício 7.2

Enunciado: Na figura 7.2 representa-se um trem epicycloidal com roda fixa, no qual todas as rodas são cilíndricas de dentes retos normalizados e cujo módulo é de 2 mm. O trem é acionado pelo planetário, roda 6, sendo a potência e a velocidade angular iguais a 14,4 kW e 400 rad/s, respetivamente. A saída do trem é pelo braço, elemento 7 na representação da figura, e o anel exterior, roda 1, está fixo. O planetário tem 36 dentes e cada um dos satélites tem 32 dentes. Assim, utilizando os princípios da análise dinâmica de engrenagens, determine a velocidade de saída deste trem.

Solução:

$$\omega_7 = 105,88 \text{ rad/s.}$$

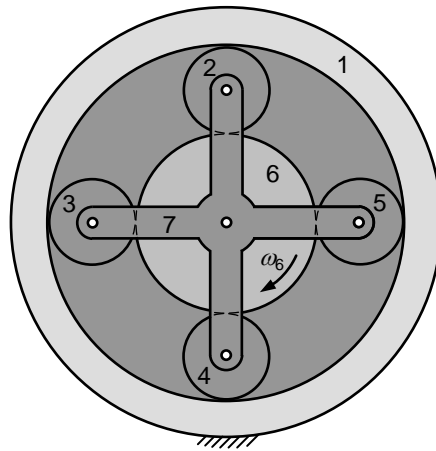


Figura 7.2 – Representação de um trem epicycloidal com roda fixa e respectivos diagramas do corpo livre. O trem é acionado pelo planetário, roda 6.

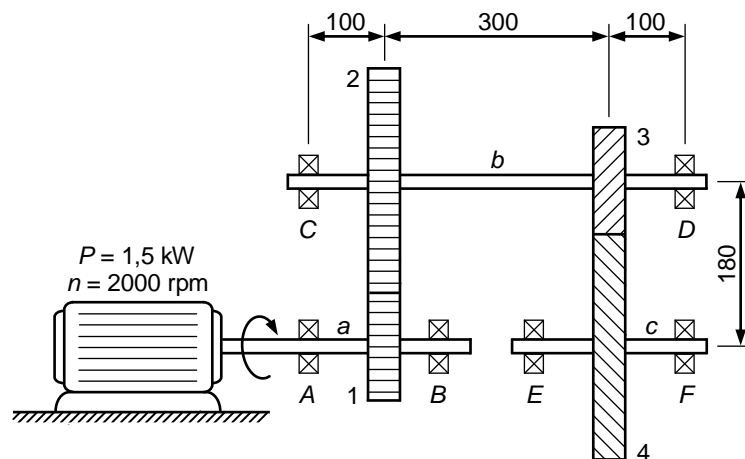


Figura 7.3 – Trem de engrenagens normal composto e revertido.

Exercício 7.3

Enunciado: O trem de engrenagens da figura 7.3 é acionado por um motor elétrico de 1,5 kW de potência através de uma engrenagem exterior de rodas cilíndricas de dentes retos. O motor roda a 2000 rpm no sentido indicado na figura. O pinhão 1 e a roda 2 têm 14 e 56 dentes, respectivamente. O dentado é normalizado sendo o módulo igual a 5 mm. O trem inclui ainda uma engrenagem exterior de rodas cilíndricas de dentes helicoidais cujo ângulo de inclinação dos dentes é de 28° e o módulo real é de 3 mm. A relação de transmissão neste último andar é igual a 4 e a distância entre os eixos é de 180 mm. Assim, (i) elabore o diagrama do corpo livre do veio b sabendo que as cargas axiais são suportadas pelo apoio C ; (ii) determine as forças que atuam nos dentes das rodas 2 e 3; (iii) calcule as reações nos apoios C e D ; (iv) determine o momento torsor que atua no veio a .

Solução:

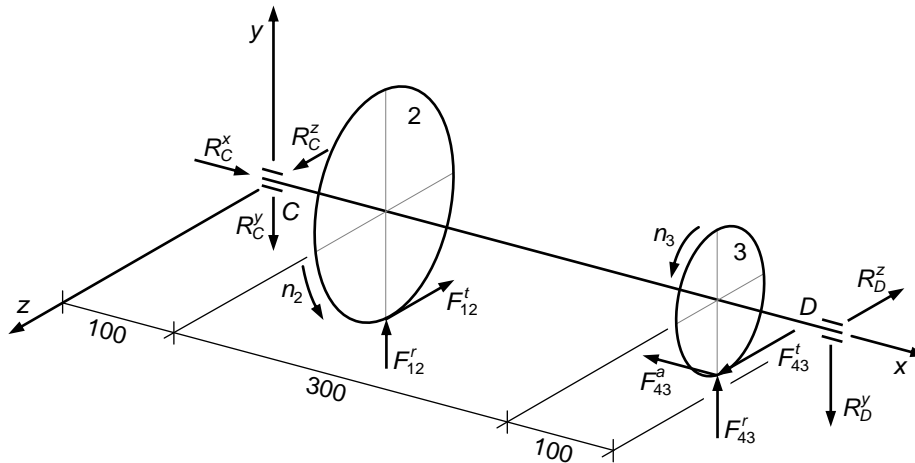


Figura 7.4 – Diagrama do corpo livre do veio b.

$$\begin{aligned}
 F_{12}^t &= 204,63 \text{ N} \\
 F_{12}^r &= 74,48 \text{ N} \\
 F_{43}^t &= 795,76 \text{ N} \\
 F_{43}^r &= 327,99 \text{ N} \\
 F_{43}^a &= 423,12 \text{ N} \\
 R_C^x &= 423,12 \text{ N} \\
 R_C^y &= 155,65 \text{ N} \\
 R_C^z &= 4,55 \text{ N} \\
 R_D^y &= 246,82 \text{ N} \\
 R_D^z &= 595,68 \text{ N} \\
 M_1 &= 7,16 \text{ Nm.}
 \end{aligned}$$

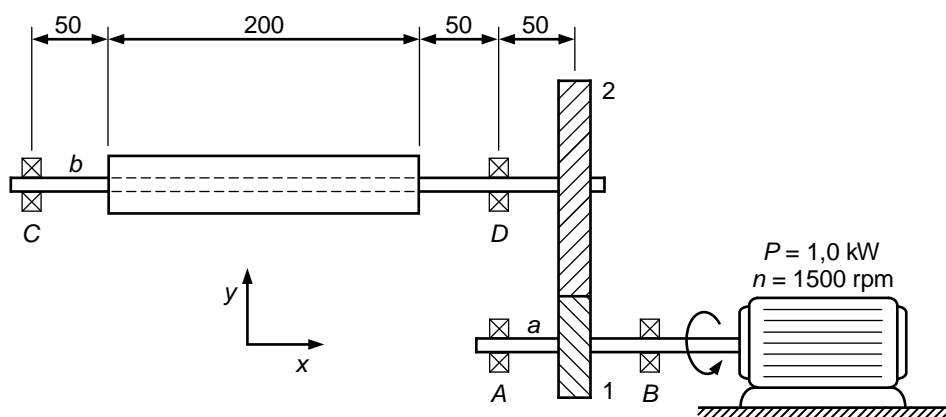


Figura 7.5 – Sistema de transmissão por rodas cilíndricas helicoidais.

Exercício 7.4

Enunciado: Na figura 7.5 representa-se uma engrenagem exterior de rodas cilíndricas de dentes helicoidais que transmite potência e movimento de um motor elétrico de 1 kW para um rolo que aciona uma correia transportadora. O motor gira a 1500 rpm, no sentido indicado na figura, e o material transportado pelo rolo origina uma carga uniformemente distribuída, na direção positiva do eixo z , de 3,5 N/mm. Os diâmetros primitivos do pinhão e da roda são, respetivamente, 64 mm e 320 mm, tendo o pinhão 20 dentes. O dentado é normalizado. Assim, (i) faça, utilizando uma perspetiva adequada, o diagrama do corpo livre do veio; (ii) determine as forças que atuam nos dentes da roda 2; (iii) calcule as reações nos apoios C e D.

Solução:

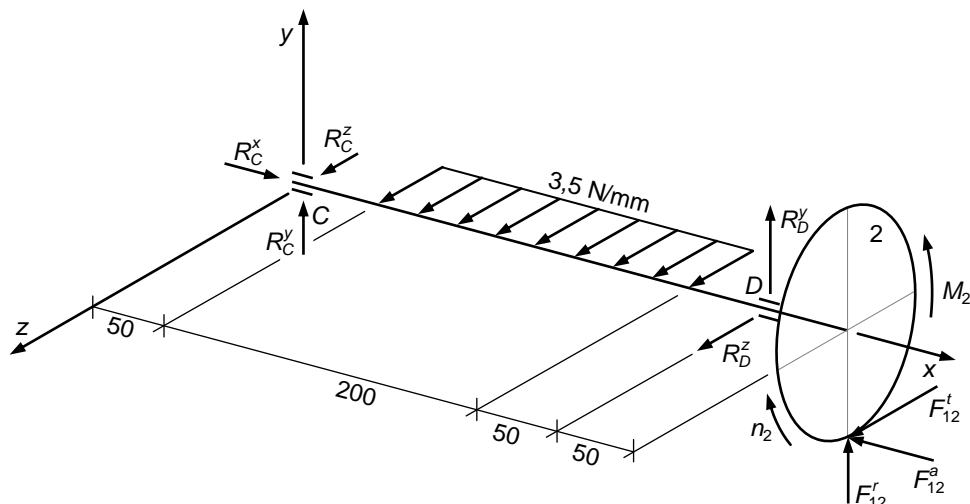


Figura 7.6 – Diagrama do corpo livre do veio b do exercício 7.4.

$$F_{12}^t = 198,94 \text{ N}$$

$$F_{12}^r = 77,24 \text{ N}$$

$$F_{12}^a = 73,83 \text{ N}$$

$$R_C^x = 73,83 \text{ N}$$

$$R_C^y = -26,47 \text{ N}$$

$$R_C^z = -316,84 \text{ N}$$

$$R_D^y = -50,77 \text{ N}$$

$$R_D^z = -582,10 \text{ N}.$$

Exercício 7.5

Enunciado: Uma engrenagem exterior cônica de dentes retos normalizados é acionada pelo pinhão através de um motor elétrico de 10 kW de potência e que roda com uma velocidade igual a 600 rpm. O pinhão tem um diâmetro primitivo igual a 200 mm e dentado com uma largura de 40 mm. A roda gira a 200 rpm. O ângulo de conicidade da engrenagem é de 60°. Assim, determine as forças de engrenamento que atuam nesta engrenagem, bem como o momento que atua no veio da roda.

Solução:

$$F_{12}^t = F_{21}^t = 1671,88 \text{ N}$$

$$F_{21}^r = 590,70 \text{ N}$$

$$F_{21}^a = 146,18 \text{ N}$$

$$F_{12}^r = 421,95 \text{ N}$$

$$F_{12}^a = 438,47 \text{ N}$$

$$M_2 = 477,47 \text{ Nm.}$$

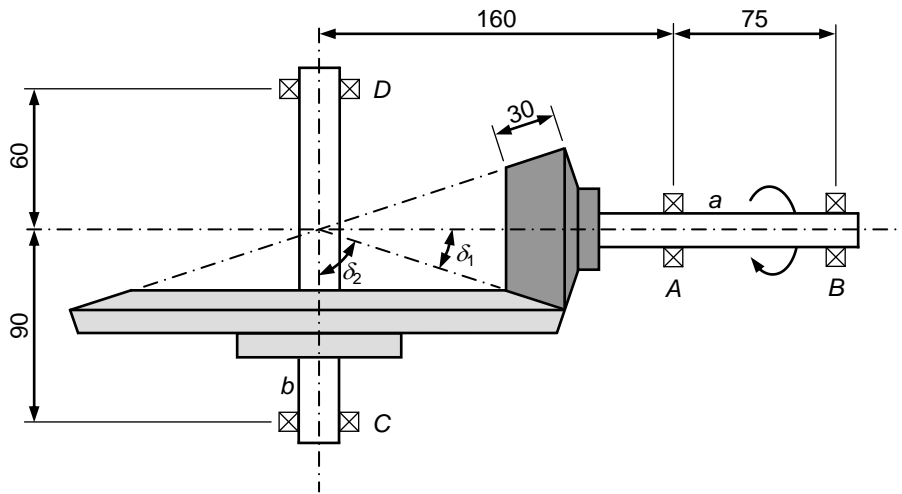


Figura 7.7 – Engrenagem exterior cônica de dentes retos.

Exercício 7.6

Enunciado: A figura 7.7 representa esquematicamente uma engrenagem exterior cônica de dentes retos. Nesta representação simplificada, os dentes estão substituídos pelos cones primitivos, sendo o ângulo de conicidade igual a 90° . O pinhão roda no sentido indicado na figura com uma velocidade igual a 960 rpm e transmite uma potência de 5 kW. O pinhão e a roda têm 15 e 45 dentes, respectivamente. O dentado é normalizado, o módulo dos dentes é igual a 5 mm, sendo que a largura do dentado é igual a 30 mm. Os apoios A e C absorvem as cargas axiais dos respectivos veios. Assim, (i) elabore o diagrama do corpo livre do veio b; (ii) calcule as forças de engrenamento que atuam na roda; (iii) determine as reações nos apoios C e D; (iv) calcule o momento torsor que é exercido no veio da roda.

Solução:

$$F_{21}^t = 1518,19 \text{ N}$$

$$F_{21}^r = 524,23 \text{ N}$$

$$F_{21}^a = 174,69 \text{ N}$$

$$F_{12}^t = F_{21}^t = 1518,19 \text{ N}$$

$$F_{12}^r = F_{21}^a = 174,69 \text{ N}$$

$$F_{12}^a = F_{21}^r = 524,23 \text{ N}$$

$$R_C^x = 524,23 \text{ N}$$

$$R_C^y = 938,85 \text{ N}$$

$$R_C^z = 451,47 \text{ N}$$

$$R_D^y = 579,34 \text{ N}$$

$$R_D^z = 276,74 \text{ N}$$

$$M_2 = 149,27 \text{ Nm}$$

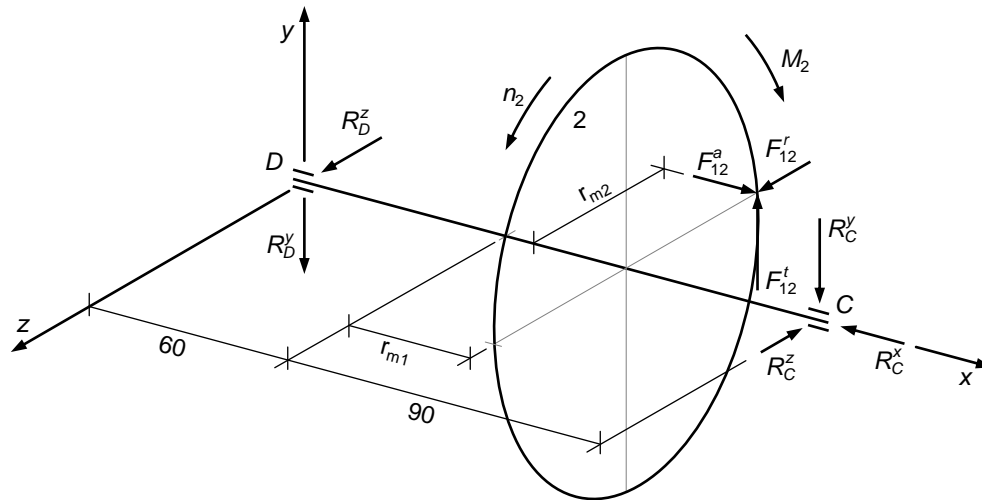


Figura 7.8 – Diagrama do corpo livre do veio b do exercício 7.6.

Exercício 7.7

Enunciado: Considere uma engrenagem de parafuso sem-fim roda helicoidal redutora em que o órgão motor é o parafuso que gira a 1200 rpm e transmite uma potência de 0,75 kW. O parafuso tem hélice direita, duas entradas e um diâmetro primitivo de 50 mm. A roda tem 30 dentes e um passo aparente de 13 mm. O dentado é normalizado e o coeficiente de atrito médio entre os filetes do parafuso e os dentes da roda é igual a 0,03. Assim, determine as forças de engrenamento no parafuso e na roda.

Solução:

$$F_{12} = F_{21} = 1304,01 \text{ N}$$

$$F_{12}^t = F_{21}^a = 1202,53 \text{ N}$$

$$F_{12}^r = F_{21}^r = 446,00 \text{ N}$$

$$F_{12}^a = F_{21}^t = 238,73 \text{ N.}$$

Exercício 7.8

Enunciado: Um parafuso de hélice direita com duas entradas transmite 2 kW de potência a 2950 rpm a uma roda helicoidal com 32 dentes. A roda tem um módulo aparente de 4 mm, uma largura igual a 30 mm e um ângulo de pressão real de 20°. O parafuso tem 50 mm de diâmetro primitivo. Admite-se que o coeficiente de atrito

médio entre o parafuso e a roda é igual 0,024. A figura 7.9 ilustra os elementos primitivos desta engrenagem. Assim, (i) calcule as forças de engrenamento; (ii) determine as reações nos apoios do veio da roda; (iii) calcule o momento de saída.

Solução:

$$F_{12} = F_{21} = 1504,21 \text{ N}$$

$$F_{12}^t = F_{21}^a = 1390,04 \text{ N}$$

$$F_{12}^r = F_{21}^r = 514,47 \text{ N}$$

$$F_{12}^a = F_{21}^t = 258,96 \text{ N}$$

$$R_A^y = 160,64 \text{ N}$$

$$R_A^z = 860,50 \text{ N}$$

$$R_B^x = 258,96 \text{ N}$$

$$R_B^y = 353,83 \text{ N}$$

$$R_B^z = 529,54 \text{ N}$$

$$M_2 = 88,96 \text{ Nm.}$$

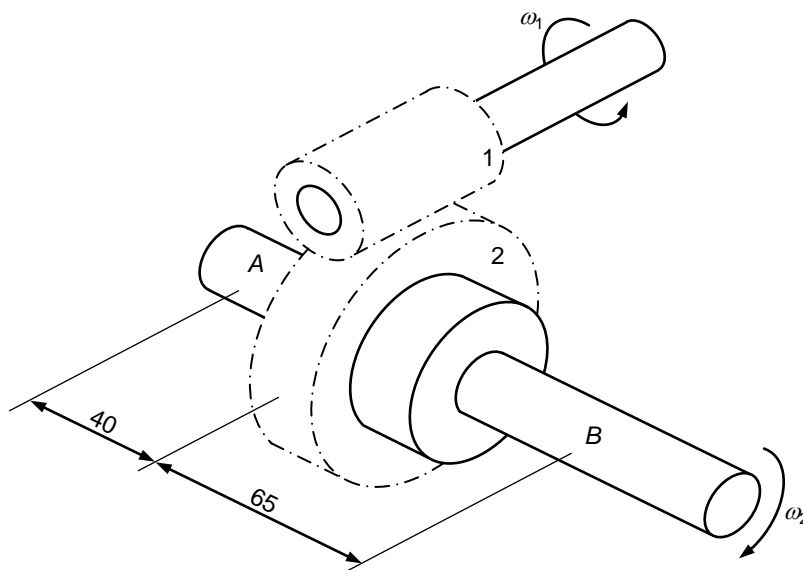


Figura 7.9 – Engrenagem de parafuso sem-fim roda helicoidal.

8. ANÁLISE DE TRENS DE ENGRENAGENS

Exercício 8.1

Enunciado: A figura 8.1 representa um trem de engrenagens cilíndricas normal simples em que o pinhão roda no sentido horário com uma velocidade igual a 1500 rpm. Sabendo que $z_1=15$, $z_2=30$, $z_3=20$, $z_4=40$ e $z_5=25$, determine: (i) a relação de transmissão do trem; (ii) a velocidade (módulo e sentido) de rotação da roda 5.

Solução:

$$i_{15} = 1,67$$

$$n_5 = 900 \text{ rpm, no sentido horário.}$$

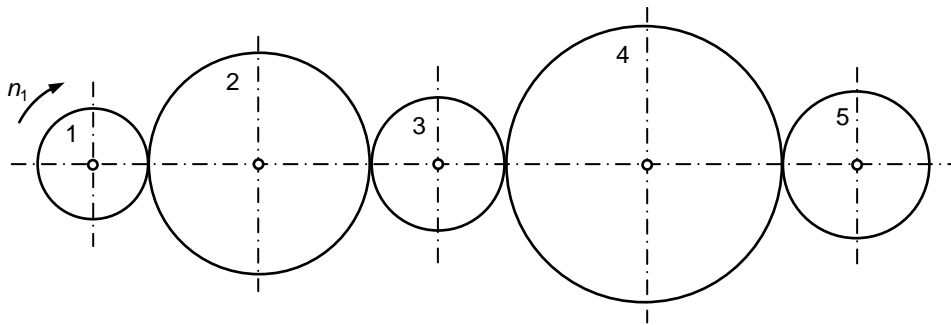


Figura 8.1 – Trem de engrenagens cilíndricas normal simples.

Exercício 8.2

Enunciado: A figura 8.2 mostra um trem de engrenagens cilíndricas normal composto em que se conhece o número de dentes das rodas, isto é, $z_1=20$, $z_2=45$, $z_3=40$, $z_4=60$ e $z_5=16$. Atendendo a que o pinhão motor gira com uma velocidade de 1000 rpm no sentido horário, determine a velocidade de rotação da roda 5, bem como o seu sentido de rotação.

Solução:

$$n_5 = 1875 \text{ rpm, no sentido anti-horário.}$$

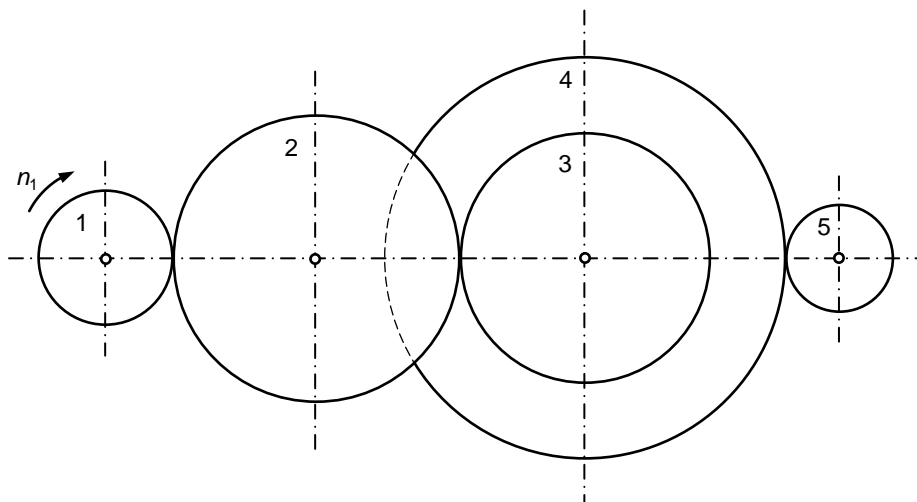


Figura 8.2 – Trem de engrenagens cilíndricas normal composto.

Exercício 8.3

Enunciado: Considere o mecanismo representado na figura 8.3 em que a roda 1, com dentado interior e de 77 dentes, gira a 15 rpm. As ligações 9 e 10 são dois cilindros que deslizam um sobre o outro e que se movem solidários com as rodas cónicas 7 e 8, respetivamente. As rodas 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 têm, respetivamente, 12, 24, 11, 17, 18, 14 e 21 dentes. O diâmetro exterior do cilindro 9 é igual a 160 mm e o diâmetro exterior do cilindro 10 mede 130 mm. Assim, determine: (i) a velocidade de rotação da roda 7; (ii) a velocidade de rotação da roda 8; (iii) a velocidade relativa de deslizamento entre os dois cilindros.

Solução:

$$n_7 = 255 \text{ rpm}$$

$$n_8 = 180 \text{ rpm}$$

$$v_s = 3,36 \text{ m/s.}$$

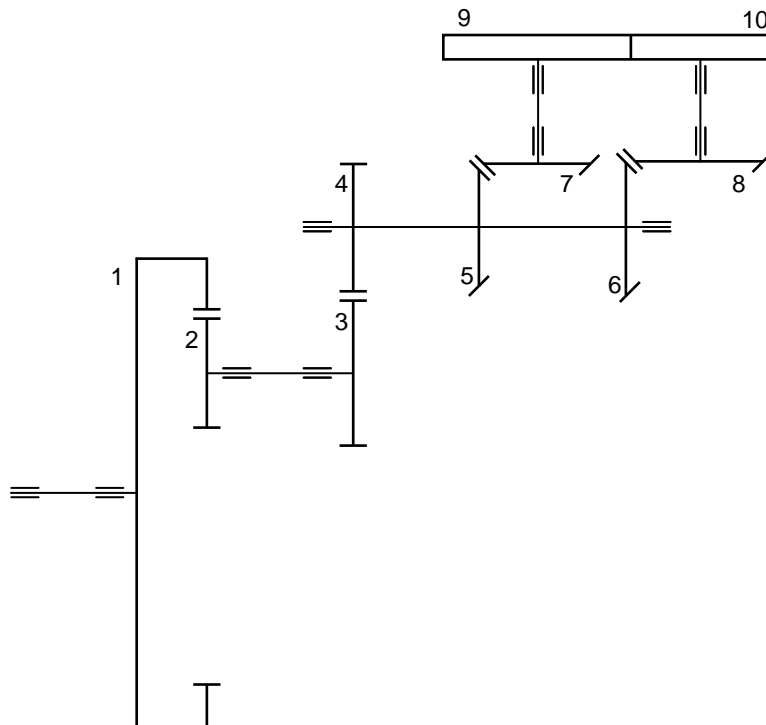


Figura 8.3 – Trem de engrenagens cilíndricas normal composto.

Exercício 8.4

Enunciado: Considere o trem epicicloidal simples representado na figura 8.4, em que o anel exterior está solidário com o fixe. As rodas 1, 2 e 4 têm 20, 30 e 80 dentes, respetivamente. Atendendo a que a roda 1 gira a 100 rpm no sentido indicado na figura, determine o módulo e o sentido da velocidade de rotação da roda 2, bem como do porta-satélites 3.

Solução:

$$n_2 = -33,33 \text{ rpm, no sentido direto}$$

$$n_3 = 20 \text{ rpm, no sentido horário.}$$

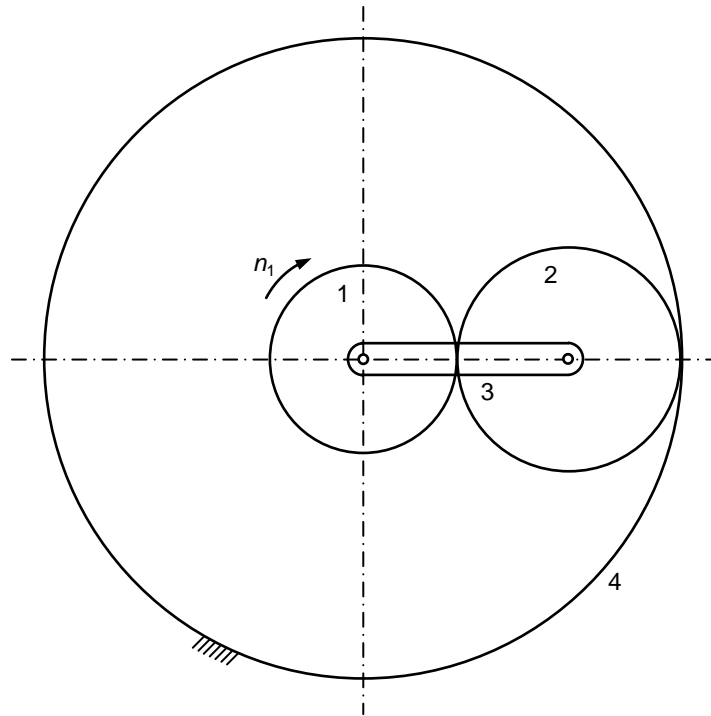


Figura 8.4 – Trem epicicloidal simples com roda fixa.

Exercício 8.5

Enunciado: A figura 8.5 ilustra um trem epicicloidal composto com roda fixa. Admitindo que a roda 1 gira a 50 rpm no sentido dos ponteiros do relógio, e que a roda 5 está fixa, determine: (i) o número de dentes da roda 5; (ii) as velocidades absolutas de todas as ligações (rodas e braço). Considere $z_1=60$, $z_2=30$, $z_3=60$ e $z_4=15$.

Solução:

$$z_5 = 180$$

$$n_2 = n_3 = -400 \text{ rpm, no sentido anti-horário}$$

$$n_4 = 1100 \text{ rpm, no sentido horário}$$

$$n_6 = -100 \text{ rpm, no sentido anti-horário.}$$

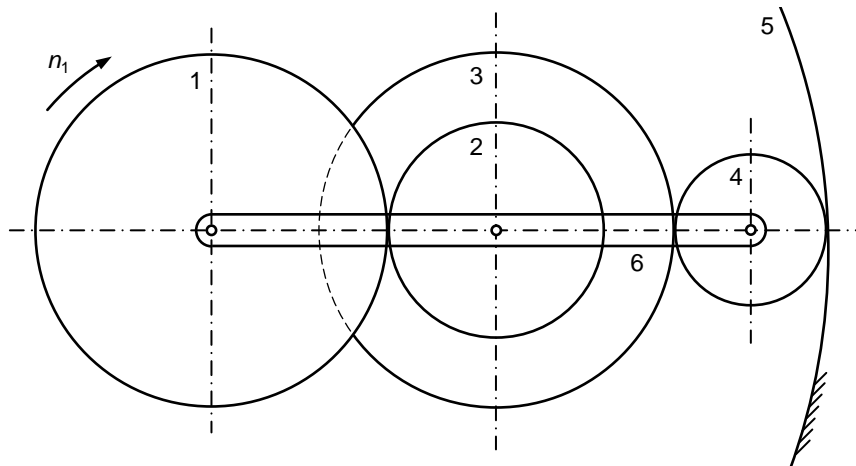


Figura 8.5 – Trem epicicloidal composto com roda fixa.

Exercício 8.6

Enunciado: No trem epicicloidal representado na figura 8.6 a roda 5 gira a 20 rpm no sentido anti-horário e a roda 1 está fixa. Determine as velocidades de rotação dos restantes elementos do trem, indicando o sentido de rotação. Para a resolução deste exercício considere ainda que $z_1=25$ e $z_2=z_3=z_4=20$.

Solução:

$n_2 = n_3 = n_4 = -32,5$ rpm, no sentido anti-horário

$n_6 = -14,44$ rpm, no sentido anti-horário.

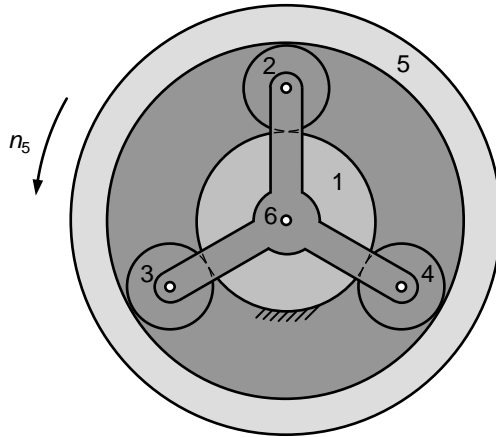


Figura 8.6 – Trem epicicloidal plano simples com roda fixa.

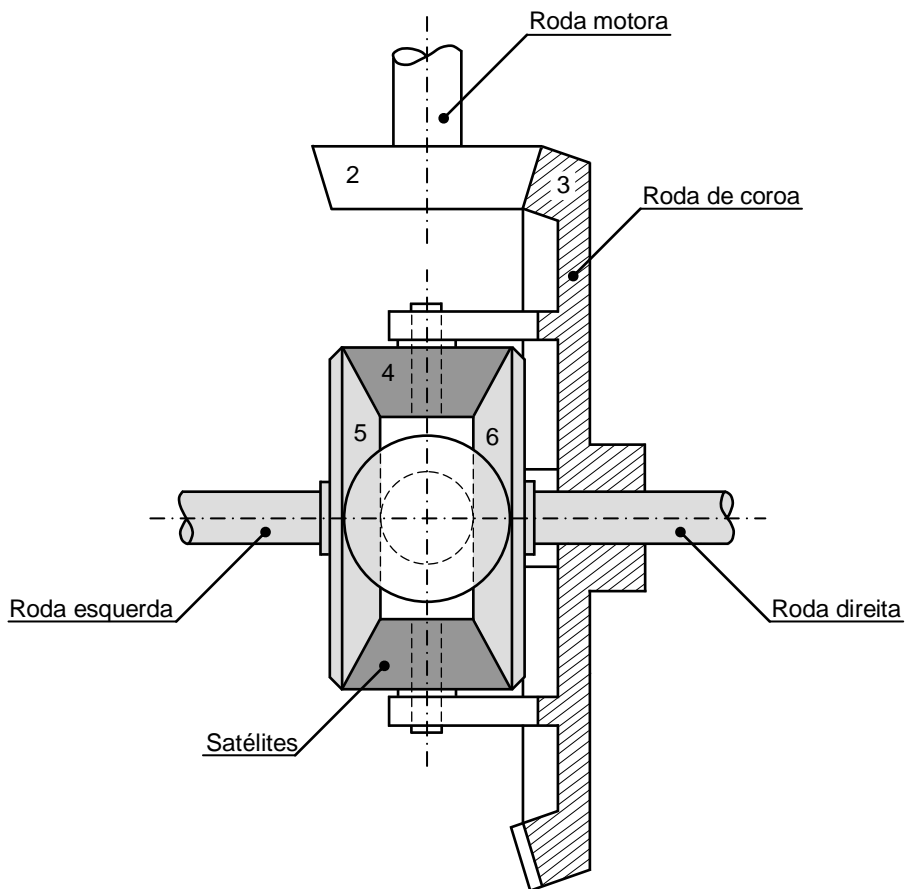


Figura 8.7 – Representação esquemática de um diferencial automóvel.

Exercício 8.7

Enunciado: A figura 8.7 representa um diferencial de um automóvel. As rodas indicadas na figura têm os seguintes números de dentes $z_2=17$, $z_3=54$, $z_4=11$, $z_5=z_6=16$. Admitindo que o veio motor gira a 1200 rpm, determine a velocidade da roda direita, supondo que está levantada e que a roda esquerda permanece no solo (o automóvel encontra-se estacionado).

Solução:

$$n_6 = 756 \text{ rpm.}$$

Exercício 8.8

Enunciado: Um automóvel equipado com o diferencial do problema 8.7 descreve uma curva à direita com 24 m de raio médio a uma velocidade de 50 km/h. Os pneus têm um diâmetro de 38 cm e distam um do outro 150 cm. Assim, (i) calcule a velocidade de rotação de cada roda motora; (ii) determine a velocidade da roda de coroa do diferencial.

Solução:

$$n_i = 676,49 \text{ rpm}$$

$$n_e = 720,22 \text{ rpm}$$

$$n_3 = 698,36 \text{ rpm.}$$

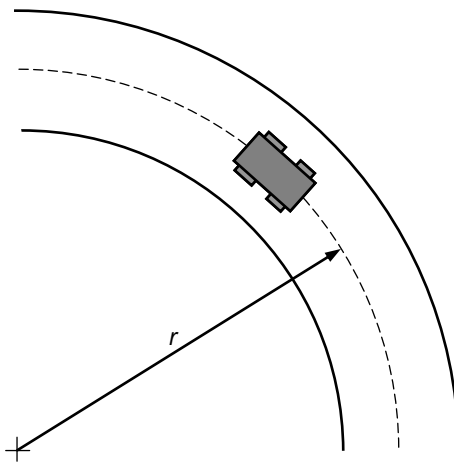


Figura 8.8 – Automóvel descrevendo uma curva.

Exercício 8.9

Enunciado: A figura 8.9 mostra um trem de engrenagens cilíndricas normal composto em que se conhece o número de dentes das rodas, isto é, $z_1=20$, $z_2=45$, $z_3=40$, $z_4=60$ e $z_5=16$. Atendendo a que o pinhão motor (roda 1) gira com uma velocidade de 1000 rpm no sentido horário, determine a velocidade de rotação da roda 5, bem como o seu sentido de rotação.

Solução:

$$n_5 = 1875,00 \text{ rpm.}$$

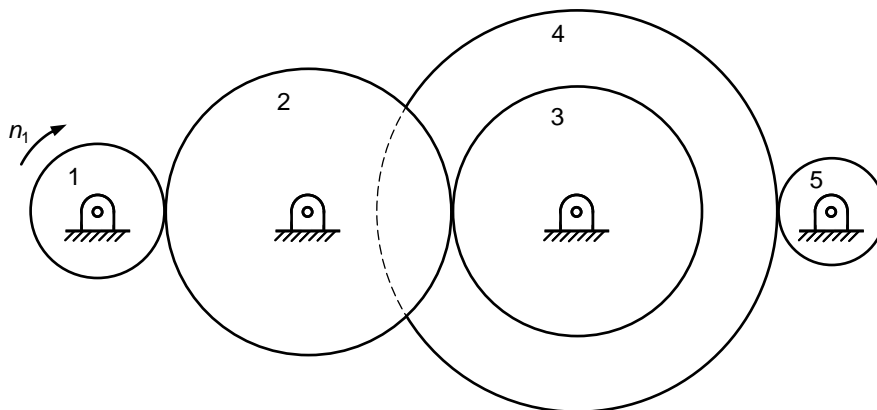


Figura 8.9 – Trem de engrenagens cilíndricas normal composto.

Exercício 8.10

Enunciado: Considere-se o trem de engrenagens composto representado na figura 8.10, em que $z_1=30$, $z_2=40$, $z_3=20$, $z_4=25$ e $z_5=20$. Sabendo que a roda dentada 1 é o órgão motor que gira com uma velocidade de rotação igual a 300 rpm, determine a velocidade de rotação da roda de saída.

Solução:

$$n_5 = 225,00 \text{ rpm.}$$

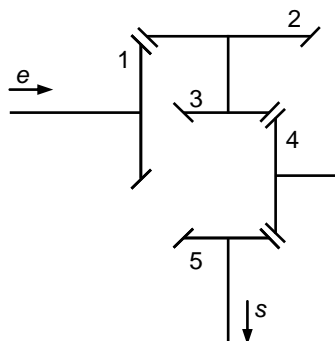


Figura 8.10 – Trem de engrenagens cónicas normal composto.

Exercício 8.11

Enunciado: Na figura 8.11 está representada esquematicamente uma caixa de velocidades de uma máquina-ferramenta, em que a entrada é feita por intermédio de uma transmissão flexível por correia trapezoidal e a saída é feita pela roda dentada número 12. As rodas dentadas 1, 2, 3, 4, e as rodas 10 e 11 fazem parte de trens de engrenagens normais compostos onde é possível o movimento axial de modo a obter as diferentes combinações de velocidades. Atendendo a que $z_1=26$, $z_2=23$, $z_3=17$, $z_4=22$, $z_5=34$, $z_6=25$, $z_7=39$, $z_8=33$, $z_9=30$, $z_{10}=46$, $z_{11}=32$ e $z_{12}=26$, determine o número de possíveis combinações de velocidades e respetivas relações de transmissão.

Solução:

Nesta caixa de velocidades podem obter-se 8 diferentes combinações.

$$i_{1-10} = 2,12$$

$$i_{1-11} = 0,95$$

$$i_{2-10} = 2,64$$

$$i_{2-11} = 1,18$$

$$i_{3-10} = 4,22$$

$$i_{3-11} = 1,88$$

$$i_{4-10} = 2,84$$

$$i_{4-11} = 1,27.$$

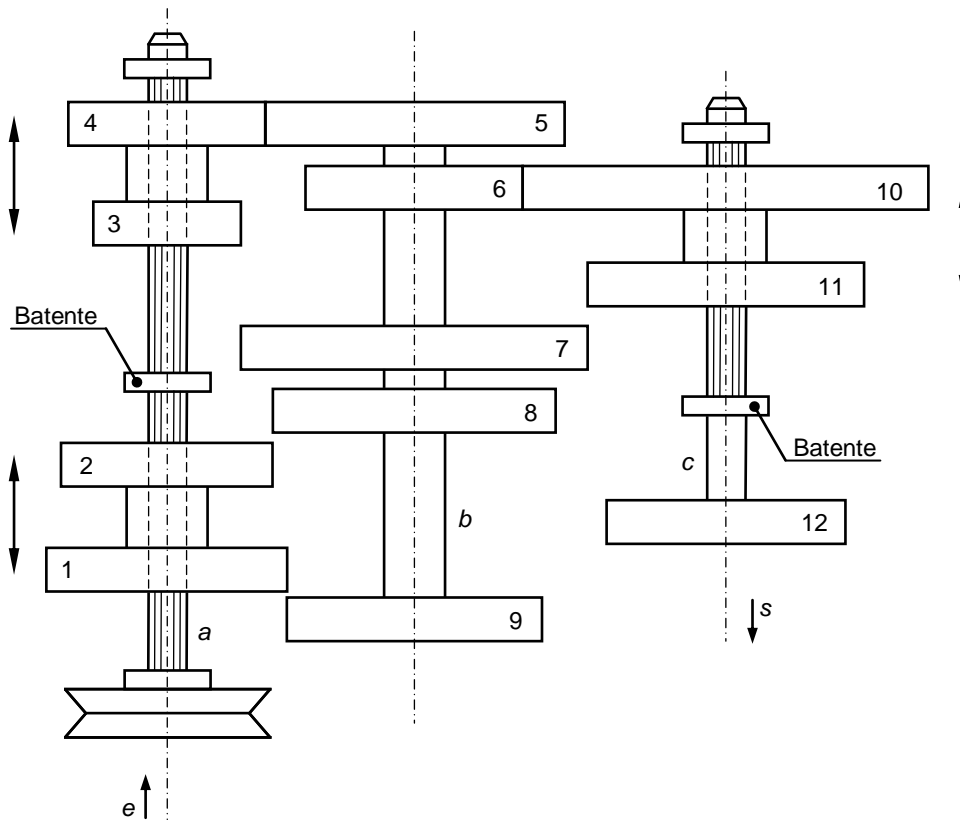


Figura 8.11 – Trem de engrenagens de uma caixa de velocidades.

9. SÍNTESE DE TRENS DE ENGRENAGENS

Exercício 9.1

Enunciado: Num sistema de transmissão por engrenagens cilíndricas exteriores de dentado reto estão montadas rodas com perfil normal em evolvente, tal como se ilustra na representação da figura 9.1. Para este sistema sabe-se que as rodas têm um módulo igual a 2,5 mm, e que $z_1=30$, $z_3=60$ e $a_{13}=230$ mm. Atendendo a que as rodas 1 e 3 devem rodar no mesmo sentido, determine: (i) o número de dentes da roda (ou rodas) necessário para fazer a transmissão entre as rodas 1 e 3; (ii) a velocidade de rotação da roda 3 quando a roda 1 gira a 1500 rpm; (iii) a relação de transmissão do trem desenhado.

Solução:

É necessário uma roda parasita com 47 dentes

$$n_3 = 750 \text{ rpm}$$

$$i_{13} = 2.$$

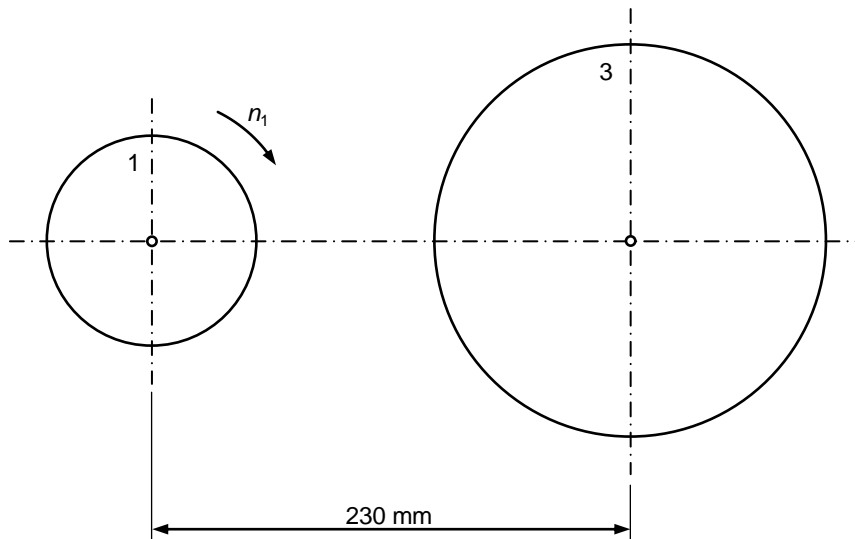


Figura 9.1 – Sistema de transmissão por engrenagens cilíndricas de dentes em evolvente.

Exercício 9.2

Enunciado: Pretende-se fazer a síntese de um trem de engrenagens cuja relação de transmissão é igual a 30. Utilizando o menor número de rodas possível, determine, considerando o método direto, o número de dentes das rodas que constituem o trem.

Solução:

Deve desenhar-se um trem composto com dois andares

$$i_{12} = 5$$

$$i_{23} = 6$$

$$z_1 = 18$$

$$z_2 = 90$$

$$z_3 = 16$$

$$z_4 = 96.$$

Exercício 9.3

Enunciado: Considere um trem normal composto revertido como o da figura 9.2, em que a distância entre os eixos das rodas é de 200 mm e a relação de transmissão total é 12. Os módulos das rodas do primeiro e segundo andares de transmissão são iguais a 4 e 5 mm, respectivamente. Determine o número de dentes da cada roda dentada.

Solução:

$$z_1 = 25$$

$$z_2 = 75$$

$$z_3 = 16$$

$$z_4 = 64.$$

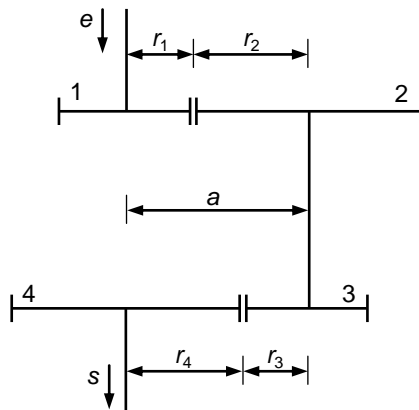


Figura 9.2 – Trem normal composto revertido.

Exercício 9.4

Enunciado: Determine, considerando o método da decomposição em fatores primos, o número de dentes das rodas utilizadas por um trem de engrenagens cuja relação de transmissão igual a 1875/175.

Solução:

Deve desenhar-se um trem composto com dois andares, em que $i_{12} = 3,57$ e $i_{23} = 3$

$$z_1 = 21$$

$$z_2 = 75$$

$$z_3 = 20$$

$$z_4 = 60.$$

Exercício 9.5

Enunciado: Estabeleça o número de dentes das rodas que constituem um trem de engrenagens para o qual se pretende uma razão de transmissão de 1103/511, sendo admissível um erro máximo de 0,003. Utilize o menor número possível de dentes das rodas na solução desenhada.

Solução:

Deve desenhar-se um trem com um andar, em que $i_{12} = 2,16$

$$z_1 = 19$$

$$z_2 = 41$$

$$erro = 0,00277.$$

10. CORREÇÃO DO DENTADO

Exercício 10.1

Enunciado: Pretende-se projetar uma engrenagem exterior cilíndrica de dentado reto normalizado, constituída por um pinhão com 13 dentes e uma roda com 52 dentes. O módulo das rodas é igual a 3 mm. Assim, determine a saliência máxima admissível para os dentes, tendo em consideração os aspetos relativos à interferência de funcionamento e à continuidade do engrenamento.

Solução:

$$w_a = 0,84$$

$$h_a = 2,52 \text{ mm}$$

$$\varepsilon = 1,38.$$

Exercício 10.2

Enunciado: Considere uma engrenagem cilíndrica exterior de dentes retos gerados por evolvente de círculo, cujo ângulo de pressão é igual a $14,5^\circ$ e o módulo é de 8 mm. O pinhão e a roda apresentam 12 e 60 dentes, respetivamente. Assim, (i) verifique se existe a possibilidade de ocorrerem interferências de funcionamento; (ii) determine o valor do ângulo de pressão de modo a eliminar as interferências de funcionamento; (iii) calcule o valor da saliência de modo a eliminar as interferências de funcionamento; (iv) estude a continuidade do engrenamento nas situações anteriormente preconizadas; (v) Do ponto de vista do talhe dos dentes, diga que medidas se devem adotar para eliminar as interferências de funcionamento.

Solução:

O número de dentes que é possível talhar, com cremalheira, sem que haja interferências de funcionamento é igual 32, pelo que na engrenagem acima descrita ocorrerão interferências de funcionamento uma vez que $z_1=12$.

O valor do ângulo de pressão que garante a não existência de interferências de funcionamento é de $23,11^\circ$.

$$h_a = 3,28 \text{ mm}.$$

Para o ângulo de pressão igual a $23,11^\circ$ tem-se que $\varepsilon=1,49$.

Para a saliência igual a 3,28 mm tem-se que $\varepsilon=0,89$.

Deve efetuar-se a correção do dentado sem variação do entre-eixo, em que $x_1=0,625$ e $x_2=-0,625$, e, por conseguinte, $v_1=5 \text{ mm}$ e $v_2=-5 \text{ mm}$.

Exercício 10.3

Enunciado: Considere uma engrenagem cilíndrica exterior de dentes retos gerados por evolvente de círculo, cujo ângulo de pressão é igual a 20° e o módulo é de 8 mm. O pinhão e a roda apresentam 12 e 60 dentes, respetivamente. Assim, determine os deslocamentos dos perfis para as seguintes situações: (i) evitar interferências de talhe; (ii) corrigir o perfil dos dentes devido à flexão; (iii) minimizar imperfeições de talhe; (iv) igualar os escorregamentos específicos máximos no pinhão e na roda (sem variação do entre-eixo); (v) igualar os escorregamentos específicos máximos no pinhão e na roda, impondo um aumento do entre-eixo de 3 mm.

Solução:

Para evitar interferências de talhe deve efetuar-se a correção do dentado sem variação do entre-eixo, em que $x_1=0,294$ e $x_2=-0,294$, e, por conseguinte, $v_1=2,352$ mm e $v_2=-2,352$ mm.

Para corrigir o perfil dos dentes devido à flexão devem considerar-se os seguintes parâmetros $x_0=0,08$ mm, $y_0=4$ mm e $\rho=112,4$ mm.

A folga circunferencial é $j_d=0,96$ mm e $v=1,4$ mm.

Para igualar os escorregamentos específicos máximos (sem variação do entre-eixo) tem-se que $x_1=0,54$ e $x_2=-0,54$, e, por conseguinte, $v_1=4,32$ mm e $v_2=-4,32$ mm.

Para igualar os escorregamentos específicos máximos, impondo uma variação do entre-eixo de 3 mm, tem-se que $x_1=0,48$ e $x_2=-0,08$, e, por conseguinte, $v_1=3,84$ mm e $v_2=-0,64$ mm.

Da análise das situações anteriores apresentadas, observa-se que a solução que preconiza o equilíbrio dos escorregamentos específicos sem variação do entre-eixo é, sem dúvida, a mais interessante.