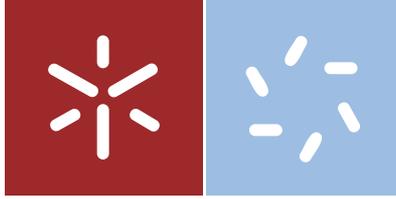




Universidade do Minho
Escola de Ciências

Marílio Tiago Coelho Faria Meireles

Aplicação de Métodos Estatísticos
em Economia e Finanças



Universidade do Minho
Escola de Ciências

Marílio Tiago Coelho Faria Meireles

Aplicação de Métodos Estatísticos
em Economia e Finanças

Dissertação de Mestrado
Estatística
Área de Especialização: Séries Temporais

Trabalho efectuado sob a orientação do
Professor Doutor Filipe Carteado Mena
Professora Doutora Raquel Menezes

janeiro de 2016

DECLARAÇÃO

Nome: Marílio Tiago Coelho Faria Meireles

Correio electrónico: mariliomeireles@gmail.com

Tlm.: 914210433

Número do Bilhete de Identidade:13803073

Título da dissertação:

Aplicação de Métodos Estatísticos em Economia e Finanças

Ano de conclusão: 2016

Orientadores:

Doutor Filipe Carteador Mena

Doutora Raquel Menezes

Designação do Mestrado: Estatística

Área de Especialização: Séries Temporais

Escola: Ciências

Departamento: Matemática

É AUTORIZADA A REPRODUÇÃO INTEGRAL DESTA DISSERTAÇÃO APENAS PARA EFEITOS DE INVESTIGAÇÃO, MEDIANTE DECLARAÇÃO ESCRITA DO INTERESSADO, QUE A TAL SE COMPROMETE.

Guimarães, ___/___/_____

Assinatura: _____

Conteúdo

Resumo	v
Abstract	vii
Agradecimentos	ix
1 Introdução e Taxas de Juro	1
2 Séries Temporais	7
2.1 Séries Temporais	7
2.2 Modelos ARMA	8
2.3 Modelos GARCH	9
2.4 Modelos ARMA-GARCH	11
2.5 Diagnóstico	12
2.6 Métodos de previsão	13
3 Aplicação Prática	15
3.1 Descrição dos Dados	15
3.2 Previsões dos Modelos ARMA-GARCH	17
3.3 Conclusões e trabalho Futuro	23
Bibliografia	27

Resumo

Neste trabalho são descritos métodos estatísticos para a modelação e previsão de taxas de juro em economia. Concretamente, são usados os modelos ARMA-GARCH, incluindo os modelos sGARCH e IGARCH, para a análise de juros de obrigações emitidas pelo Banco Central Europeu com uma maturidade fixada. Após a seleção do modelo que melhor se adequa aos dados seleccionados, é feita a previsão pontual e intervalar. A previsão intervalar é calculada através da técnica de *bootstrap*. As previsões obtidas sugerem algumas tendências na dinâmica das taxas de juro que podem ser interessantes para os decisores económicos.

Abstract

In this work, statistical methods are described for modelling and forecasting interest rates in economics. In particular, the models ARMA-GARCH are used, including the models sGARCH and IGARCH, for the analysis of the interest rates of bonds emitted by the European Central bank, for a fixed maturity. After choosing the model which best fits the data, a pointwise and interval forecasting is performed. The interval forecasting is calculated through the bootstrap technique. The forecasts obtained suggest some patterns for the dynamics of interest rates which might be of interest for economic decision-makers.

Agradecimentos

Principalmente, gostaria de agradecer aos Professores Raquel e Filipe pela a sua orientação e apoio ao longo deste trabalho. Uma palavra de apreço muito especial a todos os colegas do Mestrado, principalmente à Andreia Gonçalves, que foram essenciais no meu sucesso durante estes dois anos. Por fim, quero agradecer aos meus maravilhosos pais, são a minha inspiração todos os dias.

Capítulo 1

Introdução e Taxas de Juro

As taxas de juro têm um importante papel na área financeira. A taxa de juro representa o custo do capital cedido de uma pessoa ou entidade a outro decisor económico. Atualmente, as taxas de juro são utilizadas para vários fins. Por exemplo, a LIBOR (*London Interbank Offered Rate*) é uma taxa média de referência do mercado interbancário mundial baseada em Londres que tem 7 períodos disponíveis, entre diário e a 12 meses. A EURIBOR também é uma taxa média mas, neste caso, a moeda de troca é o Euro e é negociada entre bancos europeus. O financiamento de um país ou de uma grande instituição pode ser feito através de títulos que são vendidos a uma taxa de juro inerente, que pode ter uma grande volatilidade e importantes consequências no funcionamento da instituição.

O valor do retorno do investimento com capital A é dado por:

$$A(1 + R)^n, \tag{1.1}$$

onde R é o valor do juro e n a longevidade do investimento medida em anos. Quando o juro é medido mais do que uma vez por ano, o valor total do retorno do investimento é igual a

$$A \left(1 + \frac{R}{z} \right)^{zn}, \tag{1.2}$$

onde z representa a quantidade de vezes em que o juro é capitalizado por ano. Por exemplo, para uma taxa de juro medida semestralmente o valor de n e z é 1 e 2, respetivamente. A *capitalização contínua* é obtida quando z tende para infinito e o retorno do investimento é dado por

$$Ae^{Rn}, \tag{1.3}$$

Por exemplo, o investidor poderá estar interessado em saber qual é o valor do juro R_c semestral, ou mensal, em capitalização contínua:

$$Ae^{R_c n} = A \left(1 + \frac{R_z}{z}\right)^{zn}, \quad (1.4)$$

$$R_c = z \ln \left(1 + \frac{R_z}{z}\right), \quad (1.5)$$

onde R_z é o valor do juro medido z vezes por n .

Quando existem pagamentos n -periódicos até ao vencimento da maturidade dos títulos, diz-se que têm *cupões de maturidade m* . Quando não existem pagamentos de cupões do título, diz-se que têm *cupão zero*. Como, neste estudo, utilizamos um ativo financeiro sem pagamentos intermédios até ao cumprimento da maturidade do mesmo, as taxas de juro *spot* e taxas de juro *forward* são as mais relevantes para o cálculo do ativo. Por sua vez, este ativo pode, posteriormente, intervir no cálculo de derivados, de *swaps*, etc.

De acordo com [Caldeira(2011)] define-se da forma seguinte a taxa de juro *spot* para a maturidade m , num momento t fixado:

$$y_t(m) = -\frac{\ln(P_t(m))}{m}, \quad (1.6)$$

onde $P_t(m)$ significa o valor do título para a maturidade m .

As taxas *forward* são uma extrapolação das taxas de juro *spot*. Estas taxas são utilizadas para o momento t em que o investidor decide comprar um ativo numa data posterior à liquidação, mantendo a mesma maturidade. A taxa *forward* é representada por f_t e é dada por:

$$f_t(h_1, h_2) = \frac{h_2 y_t(h_2) - h_1 y_t(h_1)}{h_2 - h_1}, \quad (1.7)$$

onde h_1 corresponde ao momento do investimento e h_2 ao vencimento da maturidade.

Consequentemente, a taxa *forward* está relacionada com a taxa *spot* através da equação

$$f_t(h_2) = y_t(h_2) + (h_2 - t) \frac{\partial y_t}{\partial t}(h_2), \quad (1.8)$$

Em [Fama and Bliss(1987)] propõe-se um método que, sequencialmente, calcula taxas *forward* para as maturidades com maior longevidade.

A curva de taxas de juro representa a variação do juro ao longo do tempo para determinada maturidade. A modelação da curva tem sido feita através de dois grandes tipos de modelos: paramétricos e não-paramétricos.

Na modelação paramétrica, alguns dos modelos mais utilizados são os de [Nelson and Siegel(1987)] [Svensson(1994)] e [Diebold and Li(2006)].

Em [Nelson and Siegel(1987)], propõe-se uma curva de taxa de juros, com juro *forward*, na forma

$$V_t(m) = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{1 - \exp(-\lambda_t m)}{\lambda_t m} \right) + \beta_2 \left(\frac{1 - \exp(-\lambda_t m)}{\lambda_t m} - \exp(-\lambda_t m) \right), (1.9)$$

em que β_0 , β_1 e β_2 são calculados através do método dos mínimos quadrados e λ_t corresponde ao decaimento do coeficiente ao longo do tempo. A interpretação é de que β_0 representa o efeito no longo prazo, β_1 do efeito no curto prazo e β_2 reflete o efeito a médio prazo na curva. Utilizando 37 amostras de dados dos títulos da Reserva Federal Americana, entre 22 Janeiro de 1981 e 27 Outubro de 1983, o coeficiente de ajustamento, R^2 , teve valores essencialmente à volta dos 80.0, existindo só uma amostra que tem um mau ajustamento com um valor de 49.7 (ver [Nelson and Siegel(1987)]).

Baseado na curva de Nelson and Siegel, em [Diebold and Li(2006)] propõe-se um modelo da curva de taxa de juros com taxas de juro *forward* e com coeficientes macroeconómicos, dada por

$$V_t(m) = L_t + S_t \left(\frac{1 - \exp(-\lambda_t m)}{\lambda_t m} \right) + C_t \left(\frac{1 - \exp(-\lambda_t m)}{\lambda_t m} - \exp(-\lambda_t m) \right), (1.10)$$

em que os três coeficientes L_t , S_t , C_t representam o efeito, respetivamente, da capacidade de produção, taxa *overnight* e inflação na curva de taxa de juro. Neste estudo, os autores usam dados referentes aos títulos de tesouro da Reserva Federal Americana com a taxa de *Fama-Bliss* em que a curva de taxa de juros é extrapolada com valores da taxas no fim de cada mês, entre Janeiro de 1985 e Dezembro de 2000. O resultado foi uma curva com o coeficientes L_t, S_t e C_t de 0.97,-0.99 e 0.99, respetivamente. O valor de λ_t foi calculado e resultou em 0.0609.

Por último, [Svensson(1994)] propõe a curva de taxa de juro, mas desta vez com taxas *spot*, dada por

$$\begin{aligned} V(m) = & \beta_0 + \beta_1 \left[\frac{1 - e^{\left(\frac{-m}{\tau_1}\right)}}{\frac{m}{\tau_1}} \right] + \beta_2 \left[\frac{1 - e^{\left(\frac{-m}{\tau_1}\right)}}{\frac{m}{\tau_1}} - e^{\left(\frac{-m}{\tau_1}\right)} \right] \\ & + \beta_3 \left[\frac{1 - e^{\left(\frac{-m}{\tau_2}\right)}}{\frac{m}{\tau_2}} - e^{\left(\frac{-m}{\tau_2}\right)} \right]. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Nesta expressão, os coeficientes β_i têm a mesma interpretação que no modelo de [Nelson and Siegel(1987)], e os coeficientes τ_i correspondem ao valor em que β_2 e β_3 atingem o valor máximo. Em [Svensson(1994)], utilizam-se dados semanais das

taxas de juro spot para maturidades de 6 meses, 1 ano, 2 anos, 5 anos e 10 anos datadas entre 13 de maio de 1992 e 15 de junho de 1994.

No caso não paramétrico, os modelos de referência são [McCulloch(1975)], que utiliza o método das *splines* cúbicas, e [Vasicek(1977)] que utiliza *splines* exponenciais.

Em [Caldeira(2011)], compara-se o ajustamento dos modelos paramétricos [Nelson and Siegel(1987)] e [Svensson(1994)], e do modelo não paramétrico [McCulloch(1975)], aos dados diários, entre 23 de fevereiro de 2007 e 22 de abril de 2010, de contratos negociados na Bolsa de Mercadorias e Futuros, concluindo que o modelo não paramétrico teve um melhor ajustamento aos dados do que os paramétricos, exceto para maturidades com um longo prazo de vencimento do título. Apesar de um pior ajustamento, neste caso específico, a maioria dos decisores económicos utiliza os modelos paramétricos pela vantagem de ser mais acessível retirar conclusões a nível macroeconómico, como no caso do modelo de [Diebold and Li(2006)].

Em [Gauthier and Simonato(2012)], utiliza-se uma linearização parcial do modelo de [Svensson(1994)] com o objetivo de obter um melhor ajustamento e de forma a que a interpretação dos coeficientes seja mais clara, pois permite introduzir informação financeira *a priori*. Utilizando títulos obrigacionistas dos Estados Unidos da América, entre 1987 e 1996, conclui-se que a transformação utilizada no modelo de Svensson tem uma melhor *performance*.

A curva de taxas de juro tem tido uma importância crescente na determinação dos fatores económicos no futuro, como por exemplo, a inflação e o produto interno bruto de um país. Por exemplo, [Estrella and Mishkin(1996)] estimou que a probabilidade de recessão económica nos EUA, no início de 1982, era de 86.5 por cento, através do valor *spread* médio da curva de taxa de juros do primeiro trimestre de 1981, algo que efetivamente sucedeu. Noutro exemplo, a partir da curva de Phillips, [Estrella(2005)] propõe um modelo para relacionar a taxa de juro com a inflação.

A curva de taxas de juro é, então, um instrumento valioso para a tomada de decisões futuras, tanto dos investidores como dos decisores políticos. Quando a curva tem uma tendência ascendente, mostra que os investidores estão confiantes, isto é, pedem um prémio pequeno nas maturidades mais curtas, pois veem um baixo risco de incumprimento no curto prazo. Quando a curva tende a ser achatada, é um fato que os decisores económicos devem ter muito em conta, pois pode existir alguma desconfiança na credibilidade do ativo, especulação na economia ou um crescente receio de incumprimento. Isto indica, no fundo, que os investidores optam por retirar o dinheiro deste tipo de ativo e procuram soluções mais seguras. Quando

a curva tem uma tendência descendente, indica que os investidores desconfiam do pagamento do prêmio no curto prazo e, portanto, investem a valores de retorno mais elevados para compensar o risco. Este tipo de curva é recorrente quando uma economia se encontra em recessão.

Capítulo 2

Séries Temporais

2.1 Séries Temporais

Segundo [Brockwell and Davis(2013)], uma série temporal pode ser definida como “uma sequência de observações, retiradas num espaço de tempo específico”. As séries temporais tanto podem ser discretas como contínuas, dependendo do domínio definido pelo conjunto dos valores observados. Para se identificar um modelo adequado para uma série temporal, tipicamente é vantajoso que a mesma seja estacionária. A estacionaridade é uma característica para uma série temporal em que as suas estatísticas até segunda ordem, das quais destacamos a média, não variam ao longo do tempo.

Quando uma série temporal não evidencia estacionaridade, existem transformações que, após a sua aplicação, originam uma série temporal estacionária. Alguns métodos mais utilizados na literatura transformam a variável em estudo na escala logarítmica, que corresponde a uma das transformações propostas por Box-Cox (ver [Box and Cox(1964)]). Para se obter estacionaridade, é também possível recorrer ao processo de diferenciação, que permite modelar incrementos, já estacionários, da série temporal original. O processo de diferenciação é tipicamente denotado por

$$\nabla X_t = X_t - X_{t-1} \tag{2.1}$$

onde X_t identifica a observação da série temporal original no momento t , pelo que o número de observações decrementa uma unidade. Conforme iremos referir posteriormente, no exemplo de aplicação deste trabalho, tornou-se por vezes necessário recorrer ao processo de diferenciação.

Na grande maioria das vezes, é difícil comprovar a existência de estacionaridade, apenas pela análise da representação gráfica da série temporal. Deve-se,

portanto, recorrer a testes estatísticos para tal fim, como aqueles propostos em [Said and Dickey(1984)] e [Phillips and Perron(1988)]. Especificamente, no trabalho de [Said and Dickey(1984)], é proposto o teste ADF (*Augmented Dickey Fuller*) que permite verificar a estacionaridade, recorrendo à análise da existência de raízes unitárias de uma série temporal. O teste ADF pode ser formalizado à custa do seguinte conjunto de hipóteses

H_0 : A série não é estacionária

H_1 : A série é estacionária.

Este teste permite aferir se a série temporal é estacionária, com $(1-\alpha)\%$ de confiança, sendo α o nível significância, com valores tipicamente iguais a 1%, 2%, 5% ou 10%. Tal como em qualquer outro teste de hipóteses, alternativamente, a interpretação dos resultados pode ser feita averiguando se o *p-valor* obtido é superior a α , o que será um indicador provável da não rejeição da hipótese nula H_0 .

A Função de Autocorrelação (FAC) e Função de Autocorrelação Parcial (FACP) também são uma boa ferramenta para a identificação da estacionaridade. Note-se que a FAC mede a correlação entre pares de valores do processo separados por um intervalo de amplitude k , e a FACP é obtida ao fixar as variáveis intermédias $X_{t+1}, \dots, X_{t+k-1}$. Se a FAC amostral decair lentamente para zero e a FACP amostral se anular para um espaçamento maior do que 1, temos indicação de não estacionaridade.

No processo de escolha de um modelo adequado para uma dada série temporal, é habitualmente necessário recorrer a testes formais para analisar se um conjunto de valores de uma dada variável são independentes. No caso de dados gaussianos, um teste para a independência frequentemente adotado é o teste Ljung-box ([Box and Pierce(1970)]).

[Broock et al.(1996)Broock, Scheinkman, Dechert, and LeBaron] e [Hsieh(1989)] propõem outros testes para independência, que dispensam o pressuposto da gaussianidade dos dados, podendo estes ser provenientes de qualquer outra distribuição.

2.2 Modelos ARMA

Os modelos ARMA (acrónimo obtido do termo em inglês *Auto Regressive and Moving Average*) foram introduzidos por [Wold(1938)], tendo resultado da junção do

Modelo AR [Yule(1926)] e do modelo MA [Slutzky(1937)].

O modelo AR de ordem p , denotado por AR(p), é-nos dado pela seguinte expressão:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \mu_t \quad (2.2)$$

onde $\phi_i, i=1, \dots, p$ são números reais e μ_t representa um ruído branco.

Este processo simboliza que o valor do objeto de estudo presente é explicado, em parte, por observações passadas com um determinado erro. A condição essencial para que o processo de ordem p seja estacionário passa por garantir que as p raízes da equação característica

$$1 - \phi_1 x - \phi_2 x^2 - \dots - \phi_p x^p = 0$$

são todas de módulo do maior que a unidade (ver por exemplo [Menezes(2011)]).

O modelo de MA de ordem q , denotado por MA(q), tem como expressão:

$$X_t = \mu_t - \theta_1 \mu_{t-1} - \dots - \theta_q \mu_{t-q} \quad (2.3)$$

Este processo representa uma série temporal que é explicada através dos erros passados de ordem q , sendo sempre estacionário.

Os modelos ARMA são, então, definidos:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \mu_t - \theta_1 \mu_{t-1} - \theta_2 \mu_{t-2} - \theta_q \mu_{t-q} \quad (2.4)$$

sendo a sua estacionaridade garantida ao cumprir a mesma condição daquela apresentada para o modelo AR(p).

Segundo [Makridakis and Hibon(1997)], a aplicação de um modelo ARMA a uma dada série temporal envolve quatro etapas. Primeiro, a série original tem de ser transformada para se garantir a estacionaridade quer na média quer na variância. Segundo, torna-se necessário identificar as ordens adequadas p e q , para a componente auto-regressiva e para a componente médias móveis, respetivamente. Terceiro, os coeficientes ϕ_i e θ_i têm de ser estimados, sendo calculados através de otimização não linear com o objetivo de minimizar o somatório do quadrado dos resíduos. Por último, é necessário modelar padrões sazonais que possam eventualmente existir.

2.3 Modelos GARCH

Os mercados financeiros são, por excelência, estruturas repletas de volatilidade. Devido a tal, para uma melhor compreensão de tais movimentos, é necessário modelar a volatilidade de um processo. A volatilidade é definida como “a variação, ao longo

do tempo, da variância condicional de uma série temporal”

[Veiga Filho et al.(1993)Veiga Filho, Fernandes, and Baidya]. [Engle(1982)] sugere que tal volatilidade seja explicada pelo modelo ARCH (acrónimo obtido do termo em inglês *Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity*). Estes processos definem a variância condicional no momento t como uma função dos quadrados dos erros do processo anteriores àquele instante t . Por conseguinte, os modelos ARCH permitem perceber o nível de volatilidade em cada momento da série e prever a variabilidade no tempo próximo.

Os modelos ARCH de ordem p podem ser escritos do seguinte modo

$$\mu_t = \sigma_t \epsilon_t \quad (2.5)$$

$$\sigma_t^2 = w + \sum_{j=1}^p \beta_j \mu_{t-j}^2 \quad (2.6)$$

onde σ_t é uma sequência não negativa de variáveis aleatórias, w é o valor da interseção e é definido positivamente, ϵ_t é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas de valor médio nulo e variância unitária e os parâmetros β_j têm de satisfazer um conjunto de condições ($\beta_j \geq 0$) de forma a assegurar que a variância não condicionada é finita. Quando σ_t é constante ao longo do tempo, então μ_t é um ruído branco. Por último, faz-se notar que, em μ_t , poderão ser considerados os resíduos do processo ARMA (2.4).

Os modelos ARCH apresentam algumas limitações, nomeadamente supõem que choques positivos ou negativos produzem o mesmo efeito na volatilidade, pois o modelo depende do quadrado dos choques anteriores. Contudo, sabe-se que, por exemplo, o preço de um determinado instrumento financeiro responde de forma diferente a choques positivos ou negativos.

Devido a este tipo de limitações, e ao facto de existirem problemas de estimação no caso de uma ordem p muito elevada, [Bollerslev(1986)] propôs os modelos GARCH (*Generalised autoregressive conditional heteroskedasticity*). Os modelos GARCH de ordens p e q podem ser escritos do seguinte modo:

$$\mu_t = \sigma_t \epsilon_t \quad (2.7)$$

$$\sigma_t^2 = w + \sum_{j=1}^q \alpha_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \mu_{t-j}^2 \quad (2.8)$$

Em que $w > 0$ e $\alpha_j \beta_j \geq 0$. Este modelo é mais parcimonioso do que um modelo ARCH de ordem elevada e apresenta uma maior estabilidade numérica na estimação, por isso, geralmente, é escolhido em detrimento do modelo ARCH.

Por vezes, a volatilidade pode-se confundir, em parte, com um efeito sazonal. Neste contexto, [Bollerslev(1988)] demonstra que a análise da função de autocorrelação aplicada aos quadrados dos resíduos é um instrumento poderoso para validar a volatilidade. Se os quadrados dos resíduos ultrapassam os valores teóricos das bandas de confiança, em valor absoluto, existe efeito ARCH e volatilidade.

A partir do modelo GARCH, nasceram vários modelos pertencentes à mesma família. Quando os valores dos coeficientes estimados se aproximam muito de 1 é necessário verificar se μ_{t-p} tem uma raiz unitária. [Engle and Bollerslev(1986)] apresenta então o modelo IGARCH (*Integrated Generalised autoregressive conditional heteroskedasticity*):

$$\mu_t = \sigma_t \epsilon_t \quad (2.9)$$

$$\sigma_t^2 = w + \sum_{j=1}^q \alpha_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \mu_{t-j}^2 \quad (2.10)$$

sendo os coeficientes α e β calculados de modo a garantir que $\sum_{j=1}^q \alpha_j + \sum_{j=1}^p \beta_j = 1$.

O mundo financeiro é afetado por choques positivos e negativos, e dependendo da sua importância, podem ser de grande ou pequena magnitude. Logo, esses choques também se vão refletir na volatilidade. [Nelson(1991)] definiu então o modelo EGARCH (*Exponential Generalised autoregressive conditional heteroskedasticity*) para estimar tais efeitos:

$$\mu_t = \sigma_t \epsilon_t \quad (2.11)$$

$$\log_e(\sigma_t^2) = w + \sum_{j=1}^q (\alpha_j \zeta_{t-j} + v_j (|\zeta_{t-j}| - \mathbf{E}|\zeta_{t-j}|)) + \sum_{j=1}^p \beta_j \log_e(\sigma_{t-j}^2) \quad (2.12)$$

em que α_j e v_i significam, respetivamente, o efeito positivo ou negativo e do tamanho do choque e ζ_j representa o valor absoluto das inovações estandardizadas.

2.4 Modelos ARMA-GARCH

Uma vez provada a existência de volatilidade num processo, [Francq et al.(2004)] mostra que é possível fazer a junção entre os modelos ARMA e GARCH. As vantagens desta modelação conjunta são imensas, uma vez que, o seu resultado final junta as vantagens de ambos: os modelos ARMA permitem considerar efeitos em relação

à média do processo em estudo; e os modelos GARCH permitem considerar a volatilidade e as suas consequências. Outra das vantagens é a capacidade de diminuir o erro de estimação, uma vez que ϵ_t será sempre menor do que μ_t . Pelo que, nas várias aplicações deste modelo, por exemplo, quando este for utilizado para previsão, esta será mais concisa e certa. Dada a série temporal X_t , o modelo ARMA-GARCH é descrito por:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \mu_t - \theta_1 \mu_{t-1} - \theta_2 \mu_{t-2} - \dots - \theta_q \mu_{t-q} \quad (2.13)$$

$$\mu_t = \sigma_t \epsilon_t \quad (2.14)$$

$$\sigma_t^2 = w + \sum_{j=1}^q \alpha_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \mu_{t-j}^2 \quad (2.15)$$

A tomada de decisão sobre qual o melhor modelo para descrever o processo pode ser baseada na análise das funções FAC e FACP, e através do coeficiente AIC (*Akaike information criterion*), ver [Akaike(1998)], calculado à custa da equação

$$AIC = 2k - 2 \ln(L) \quad (2.16)$$

onde k identifica o número de parâmetros estimados e L o valor da máxima verossimilhança. Na análise das funções FAC e FACP é importante verificar se existem efeitos de volatilidade, apesar da modelação da mesma. Na comparação de dois modelos, deve-se eleger aquele com menor valor AIC.

2.5 Diagnóstico

Após o ajuste dos modelos ARMA-GARCH é necessário verificar a qualidade de ajustamento. O pacote *rugarch*, [Ghalanos(2013)], disponível em ambiente **R** e bastante utilizado na aplicação privativa do trabalho desenvolvido, inclui um conjunto de testes para se aferir sobre a qualidade de ajustamento, que são nomeadamente:

1. *Weight Ljung-Box*,
2. *Weighted ARCH LM*,
3. *Nyblom stability*,
4. *Sign bias*,
5. *Adjusted Pearson Godness of fit*, ou simplesmente representado pelo acrónimo *gof*.

Tanto o teste *Weight Ljung-Box* como o *Weighted ARCH LM* são baseados no trabalho de [Fisher and Gallagher(2012)]. O primeiro teste verifica se os dados ajustam-se bem ao modelo ARMA selecionado e o segundo teste verifica se os dados ajustam-se bem ao modelo GARCH também selecionado. O teste *Nyblom stability*, apresentado em [Nyblom(1989)], calcula um parâmetro para todos os coeficientes do modelo para a verificação da sua estabilidade. [Engle and Ng(1993)] desenvolveu o teste *Sign bias* para verificar a existência da influência dos choques nos resíduos estandardizados. Neste teste, a rejeição da hipótese nula de que não existe influência dos choques, leva à forte hipótese de que o modelo GARCH está mal especificado. Por fim, o teste *gof*, apresentado em [Palm(1996)], permite verificar se os resíduos estandardizados do modelo seguem a distribuição pré-definida. A não rejeição da hipótese nula mostra que o modelo em questão é bem ajustado para a distribuição teórica.

Excluindo o caso do teste *Nyblom stability*, a não rejeição da hipótese nula de todos os outros é sinal que o modelo ARMA-GARCH está bem ajustado ao conjunto de observações utilizadas.

[Hong(2015)] utiliza os modelos ARMA-GARCH para modelar a volatilidade da bolsa de valores dos estados de Hong Kong, Singapura, Coreia do Sul e Taiwan durante a crise do *subprime*. O período a que se referem os dados situa-se entre 17 de julho de 2002 e 24 de abril de 2014. Após a utilização de modelos ARMA de ordens até (5,5) e GARCH de ((1,1), (2,1), (1,2)), conclui-se que o melhor modelo para o período da crise, entre 17 de julho de 2007 e 24 de Abril de 2009, é o modelo ARMA(0,1)-sGARCH(2,1), ver [Hong(2015)].

2.6 Métodos de previsão

Após a estimação de um modelo considerado adequado, um dos principais objetivos da análise em séries temporais é a sua previsão para um determinado salto k de período de tempo. A previsão pode ser feita pontualmente ou de modo intervalar.

A previsão pontual de uma variável num processo ARMA é estimada por:

$$X_{t+k} = \phi_0 + \sum_{j=1}^p \phi_j X_{t+k-j} - \theta_0 - \sum_{j=1}^q \theta_j \mu_{t+k-j} \quad (2.17)$$

Na existência de volatilidade, a previsão de um processo ARMA-GARCH é dada pela expressão:

$$\mu_{t+k} = \sigma_{t+k}^2 \epsilon_{t+k} \quad (2.18)$$

$$\sigma_{t+k}^2 = \omega + \alpha_j \mu_{t+k-j}^2 + \beta_j \sigma_{t+k-j}^2 \quad (2.19)$$

Para a estimação intervalar, uma das formas de fazer previsão é através de *Bootstrap* com uma simulação de Monte Carlo.

Nos modelos ARMA, [Pascual et al.(2006)Pascual, Romo, and Ruiz] mostra que é possível recorrer a esta técnica, não sendo preciso que as inovações sigam uma distribuição normal, como em [Box and Jenkins(1976)].

Para os Modelos ARMA-GARCH, [Pascual et al.(2006)Pascual, Romo, and Ruiz] refere que, quando os parâmetros do modelo são estimados, a volatilidade não se consegue prever com exatidão a partir de $k+2$. Portanto, para evitar erros de grande dimensão, a partir desse instante, é importante pensar na previsão através de espaços intervalares.

[Miswan et al.(2014)Miswan, Ngatiman, Hamzah, and Zamzamin] compara o modelo ARIMA com o GARCH para modelar e prever a volatilidade da bolsa de valores de Kuala Lumpur, na Malásia. Os dados desse trabalho identificam os valores das ações, no final de cada mês, de todas as empresas cotadas entre julho de 1997 e julho de 2012. O modelo ARIMA(7,1,7) foi o que teve uma melhor *performance* na previsão do índice da bolsa de valores, em detrimento do modelo GARCH(7,1).

Capítulo 3

Aplicação Prática

3.1 Descrição dos Dados

Os dados utilizados neste trabalho são juros das obrigações definidas no relatório do BCE (Banco Central Europeu), (ver [BCE(2004)]). Entre vários requisitos, é importante referir que as obrigações são livres de cupões, têm que pertencer ao banco central de um país da Zona Euro; o valor conjunto das obrigações não pode exceder os 5 bilhões de Euros e a sua maturidade não pode exceder os 30 anos. Estes dados são importantes na medida em que refletem, por exemplo, os custos de financiamento dos países da Zona Euro. Os dados são fornecidos pelo EUROSTAT, que é o gabinete de estatística da União Europeia. A Figura 3.1 representa a curva



Figura 3.1: Curva de taxas de juro com maturidade a 10 anos.

da taxa de juros para uma maturidade a 10 anos. Consequentemente, a curva reflete a observação diária do juro, medido em percentagem da obrigação, nesta maturidade

ao longo do tempo. Trata-se de 2709 observações entre os dias 6 de setembro de 2004 e 20 de abril de 2015. O mínimo do juro observado foi 0.7 a 11 e 12 de março de 2014, enquanto que o seu máximo foi registado a 25 de novembro de 2011 com um valor percentual de 5.07. A sua média foi de 3.609. Analisando as Figuras 3.2 e

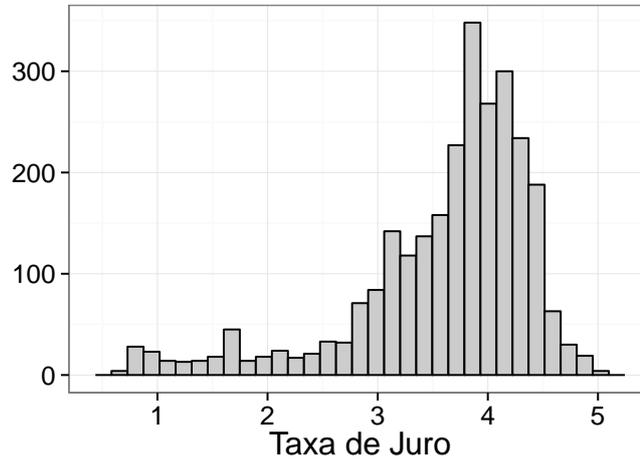


Figura 3.2: Histograma das taxas de juro.

3.3, os juros parecem ter, aproximadamente, uma distribuição normal com bastante efeito de assimetria. Utilizando o algoritmo de [Ripley(2002)], a distribuição dos juros segue uma distribuição com parâmetros de 3.609 para a média e 0.67235 para a variância. Existem 179 valores extremos, ditos *outliers*. Pode-se verificar que a

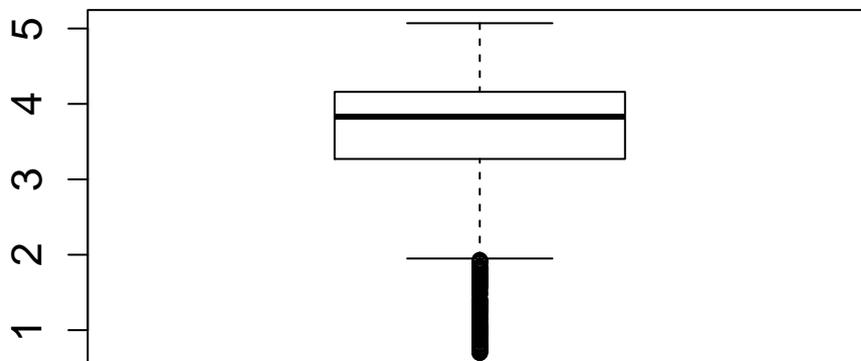


Figura 3.3: Boxplot das taxas de juro.

série não é estacionária até segunda ordem, já que a média e a variância não têm uma tendência constante. Para cumprir o requisito de estrita estacionaridade na média, diferencia-se a série como se pode ver na Figura 3.4. Nesta nova série, os

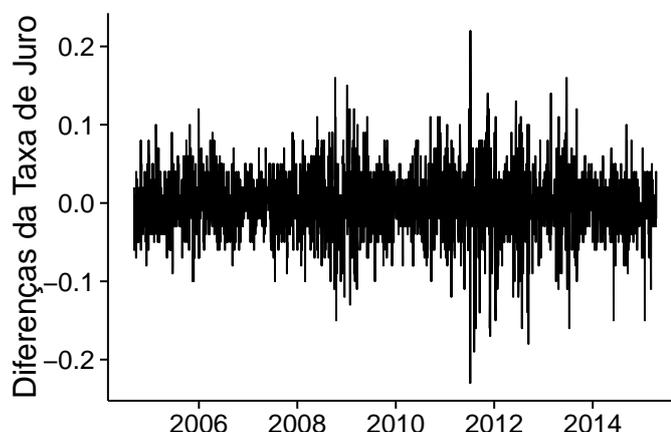


Figura 3.4: Taxas de Juro diferenciadas usando o comando *diff*.

valores variam entre -0.23 e 0.22 e também seguem uma distribuição normal com média de -0.0012892501 e desvio-padrão de 0.0396447119.

Aplicando o teste ADF, verifica-se que o p-value é menor do que 0.01 e, portanto, a série aceita-se como estritamente estacionária.

3.2 Previsões dos Modelos ARMA-GARCH

Para a modelação e previsão dos modelos ARMA-GARCH escolheu-se o ano de 2014, pois foi um ano marcado por muita instabilidade dos mercados financeiros. Por exemplo, a instabilidade dos títulos da dívida soberana de vários países foi bastante referenciada nos media.

O valor mais elevado das diferenças da taxa de juro em 2014 (ver Figura 3.5) foi de 0.1, enquanto que o menor foi de -0.15 com uma média de -0.007143. Esta série também segue uma distribuição normal com parâmetros da média e do desvio-padrão de -0.007142857 e 0.030972521, respetivamente.

Utilizando, novamente, o teste ADF verificou-se um p-valor < 0.01 e, portanto, com 95 por cento de confiança, a série é estacionária. Para a estimação e previsão do modelo são usados os últimos 1000 dias e retirados os respetivos *outliers*. A previsão é feita e comparada consoante o número de dias úteis do mês. Para meses com um número par de dias úteis, dividiu-se o mês em duas parcelas equivalentes, e para

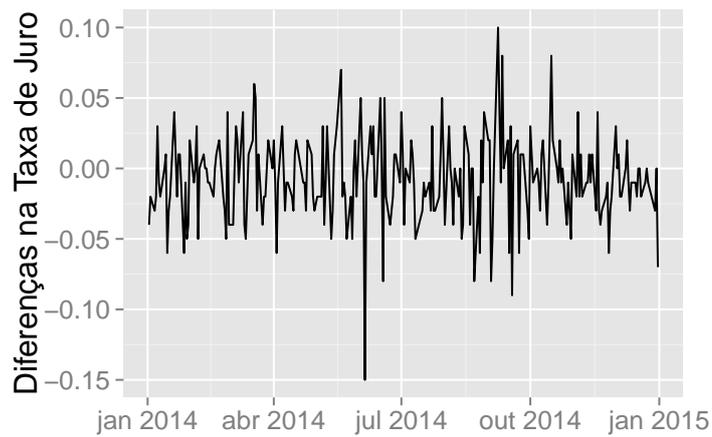


Figura 3.5: Diferenças da Taxa de Juro para 2014 que correspondem a 252 dias úteis.

Modelos ARMA	Modelos GARCH	
	SGARCH(1,1)	IGARCH(1,1)
Algoritmo	7	6
(5,6)	11	6
(6,5)	15	13
(20,19)	18	15

Tabela 3.1: Quantidade de ajustamentos adequados usando os comandos *ugarchspec* e *ugarchfit*.

meses com um total de dias ímpar, a primeira parcela é composta por 10 dias e a segunda pelos restantes, que no total são 24 parcelas.

Os modelos utilizados para comparação são os modelos ARMA (5,6), (6,5) e (20,19) e ainda um modelo ARMA calculado em cada processo de previsão pelo algoritmo de [Hyndman and Khandakar(2007)]. Este algoritmo tem em conta um ARMA até ordem (20,20) e escolhe o modelo com menor AIC. Todos estes modelos são combinados com modelos da família GARCH, nomeadamente com os modelos SGARCH e IGARCH. A utilização do EGARCH não foi possível pois após várias estimações, o modelo tornava-se não estacionário e com uma qualidade de ajustamento bastante má. O ajustamento dos modelos é bom quando cumpre os requisitos referidos na secção 2.5.

A Tabela 3.1, mostra a quantidade de vezes que o modelo teve um bom ajustamento às observações. Verifica-se que a qualidade de ajustamento é melhor no modelo de maior ordem, seguido do modelo ARMA (6,5). Uma das possíveis justificações para o melhor ajustamento em ordens mais elevadas será o fato do comportamento da série depender do passado longínquo, isto é, os decisores económicos têm muito em atenção movimentos passados da curva.

Como a série é diferenciada, isto significa que estamos a trabalhar com diferenças e, portanto, as conclusões recaem sobre elas e não sobre valores absolutos. A estimação pontual feita de acordo com o modelo ARMA-GARCH ((20,19), (1,1)) teve resultados bastantes maus como podemos ver na Figura 3.6.

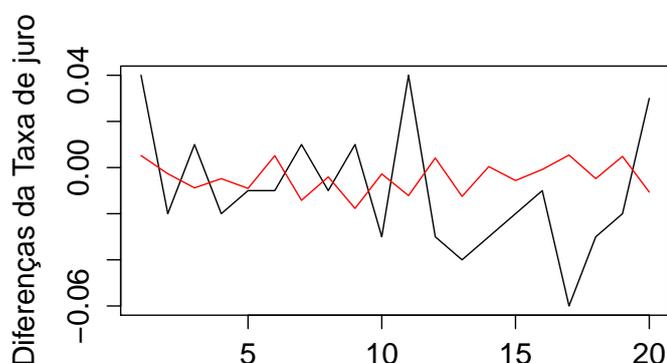


Figura 3.6: Dados e previsão em Novembro de 2014 usando o comando *ugarchforecast*.

Na Figura 3.6, a linha a vermelho corresponde à previsão e a linha a preto corresponde às diferenças da taxa de juro em novembro de 2014. A estimação nos primeiros 10 dias é má, mas a partir do décimo dia, a previsão tem ainda uma *performance* pior. A Tabela 3.3 mostra, em percentagem, o erro de estimação. O erro em 50 por cento das vezes é maior do que 100 por cento, e no dia 7 e 9 de novembro foi superior a 200 por cento. O único dia em que a previsão teve um erro de baixo valor foi a 5 de novembro.

Na literatura, pode-se verificar que é muito difícil bater a taxa de sucesso do modelo *random walk*, o que leva a que a previsão seja feita, frequentemente, não para tentar descobrir os valores absolutos futuros, mas sim para captar o sinal da variação futura.

Para verificar o sucesso da previsão pontual destes modelos é necessário comparar

1/nov	2/nov	3/nov	4/nov	5/nov
86.98	86.66	188.08	75.96	9.64
6/nov	7/nov	8/nov	9/nov	10/nov
151.40	242.13	59.61	277.17	90.77
11/nov	12/nov	13/nov	14/nov	15/nov
130.35	113.81	68.72	101.40	71.89
16/nov	17/nov	18/nov	19/nov	20/nov
91.75	109.02	84	124.20	135.43

Tabela 3.2: Erro, em percentagem, da previsão pontual em Novembro de 2014.

	MODELOS GARCH	
Modelos ARMA	SGARCH(1,1)	IGARCH(1,1)
Algoritmo	(39,11,23)	(36,2,25)
(5,6)	(52,20,43)	(35,8,18)
(6,5)	(79,15,61)	(70,14,48)
(20,19)	(83,21,59)	(74,19,65)

Tabela 3.3: Resultados da previsão do sinal dos modelos.

as 24 parcelas com as suas previsões através do método descrito na secção 2.6. A Tabela 3.2 representa os valores de acerto, de zeros verificados e de não acertos na captação do sinal do valor dos dados.

Os modelos ARMA calculados pelo algoritmo e com um bom ajustamento são, respetivamente, de ordem (4,4), (7,8), (18,8), (5,7), (7,6), (2,2) e (2,3), em que o segundo e o último incluem a média no processo.

Na estimação pontual, para determinar o sinal da variação, os modelos com menor taxa de acertos são: ARMA-IGARCH ((20,19),(1,1)) e ARMA-sGARCH ((20,19),(1,1)), com uma taxa de acerto de 53,23% e 54,73%, respetivamente. Por outro lado, os modelos ARMA-IGARCH ((5,6),(1,1)) e o modelo do Algoritmo-sGARCH(1,1) têm taxas de acerto de 66% 62,9%. Apesar destes modelos terem uma taxa de acerto bastante aceitável, a escolha do melhor modelo recai sobre o

modelo ARMA-sGARCH $((20,19),(1,1))$ uma vez que a quantidade de vezes em que o modelo ficou bem ajustado é muito superior à dos modelos referenciados. A sua taxa de acerto foi de 58,45%. Estes resultados não têm em conta as variações nulas.

Nota-se que na Tabela 3.3 não se conta os dias em que não houve variação para o resultado final de acertos, isto porque parece extremamente improvável que estes modelos prevejam tal variação que, no fundo, não tem relevância para o objetivo do estudo.

Visto que a estimação pontual tem uma probabilidade grande de erro, a previsão através das técnicas de *bootstrap* consegue dar-nos uma estimativa de um intervalo de confiança de 90%, permitindo uma maior probabilidade de acerto da variação futura. Para a estimativa, em 2014, utiliza-se o modelo com maior taxa de ajustamento na estimação pontual, isto é, o modelo ARMA-sGARCH $((20,19),(1,1))$ com 500 simulações a cada ponto de previsão. A utilização deste modelo na previsão, através

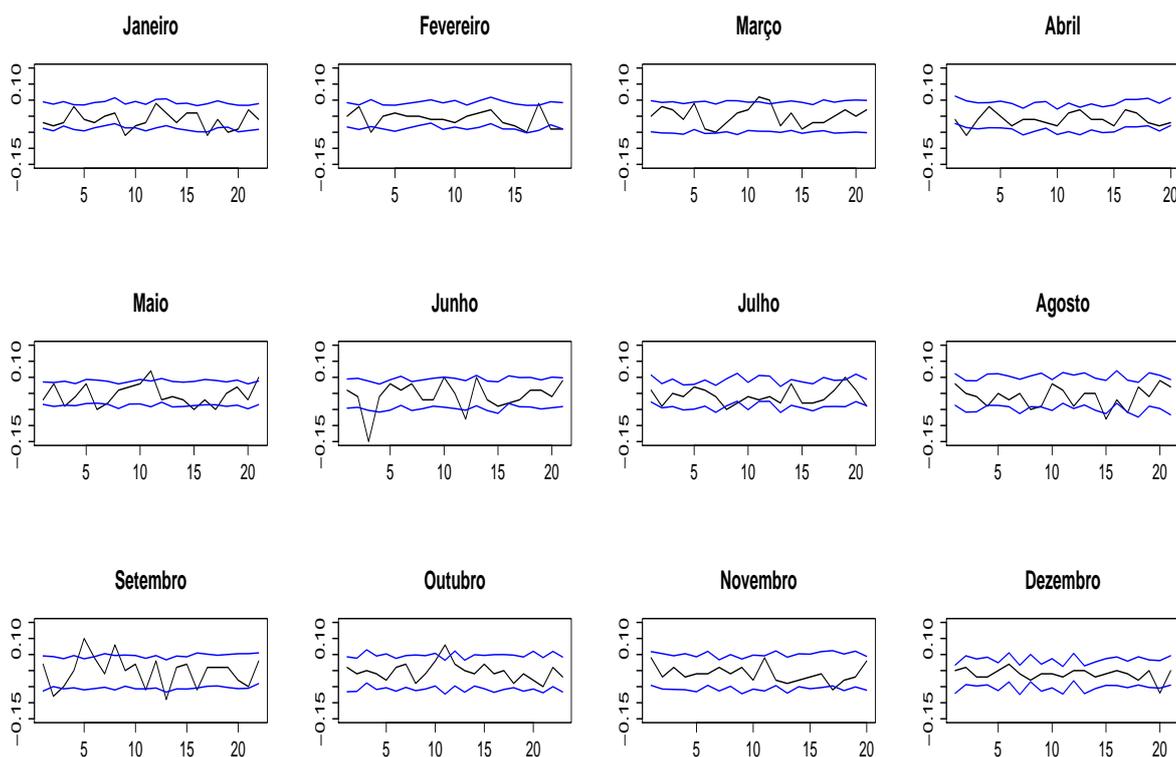


Figura 3.7: Previsão das Taxas de juro em 2014 utilizando bootstrap com o comando *ugarchboot*.

de *bootstrap* intervalar, como seria de esperar, tem uma taxa de acerto bastante grande, aliás, em 252 dias só 27 é que ultrapassam os valores das bandas de confiança

dados pelas linhas azuis na Figura 3.7. Os meses em que este procedimento foi mais eficaz foram outubro, novembro e dezembro para os quais apenas um valor se encontra fora das bandas de confiança. Os limites inferior e superior das bandas de confiança, normalmente, encontram-se muito próximos, com valores que variam entre -0.05 e 0.05, sendo o comportamento de ambos muito semelhante.

Através deste procedimento de previsão, mostra-se que quando o valor da curva de taxas de juro variou superiormente ao das bandas de confiança, quase sempre, a variação no dia seguinte será uma variação menor e com o mesmo sinal da variação anterior ou será uma variação com sinal contrário à do dia anterior. Esta conclusão é importante para os decisores económicos pois com um grande grau de confiança podem alocar as suas decisões tendo em conta este comportamento.

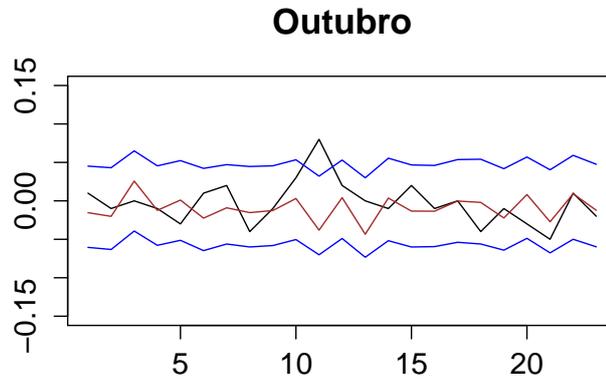


Figura 3.8: Previsão das Taxas de juro em outubro de 2014 utilizando o somatório das bandas de confiança.

No presente trabalho, sugere-se o cálculo de um indicador do comportamento médio imposto pelas bandas de confiança de Bootstrap, apresentadas na Figura 7. Propõe-se então o somatório dos limites inferior e superior das bandas de confiança, conforme apresentado na equação (3.1)

$$Q_{y,\mathbf{B}}^* \left(\frac{\Upsilon}{2} \right) + Q_{y,\mathbf{B}}^* \left(1 - \frac{\Upsilon}{2} \right) \quad (3.1)$$

onde $Q_{y,\mathbf{B}}^*(.)$ representa a inversa da função de distribuição, aproximada por Monte Carlo à custa do total de B réplicas, conforme explicado em [Pascual et al.(2006)]. Pelo que $Q_{y,\mathbf{B}}^*(.)$ não é mais do que a função quantile, sendo $1 - \Upsilon$ o

valor usado para o cálculo da amplitude da banda de confiança, que neste caso é 90% uma vez que Υ é 10%.

Utilizando o somatório das bandas de confiança, representada pela linha castanha na Figura 3.8, com o mesmo processo de previsão para todos os meses de 2014, também se conclui que das 55 vezes em que o valor das diferenças da taxa de juro é superior ao somatório das bandas de confiança, num prazo até dois dias, 41 vezes o valor da diferença ficou abaixo do ponto médio das bandas de confiança e 32 vezes ficou entre a média da banda de confiança e a menor banda de confiança. Por exemplo, no mês de outubro, das 6 vezes em que os dados ultrapassaram o somatório das bandas de confiança, em 4 casos a diferença das taxas de juro após 2 dias, estava abaixo do somatório. Dos 4 casos, 3 tiveram este comportamento após um só dia e, em todos os casos, o valor da diferença ficou entre o intervalo do somatório das bandas e a banda inferior.

3.3 Conclusões e trabalho Futuro

Após uma previsão pontual e intervalar, os processos utilizados apresentam resultados elucidativos.

O resultado dos modelos ARMA-GARCH é bastante explícito para estes dados, uma vez que quanto mais se aumenta as ordens do modelo ARMA, melhor é o coeficiente de ajustamento, AIC.

Após o ajustamento, em que se determinou que o melhor modelo a utilizar foi o modelo ARMA-sGARCH ((20, 19), (1, 1)), a previsão dos modelos pontualmente foi francamente má. Por causa disso, decidiu-se utilizar a previsão intervalar que melhorou bastante a taxa de acerto. A partir desta previsão, foi possível definir dois comportamentos específicos das taxas de juro. Um para quando o valor ultrapassa as bandas de confiança e outro para quando os dados se situam acima do somatório das bandas de confiança. Estes dois tipos de comportamento podem ser úteis, por exemplo, para definir uma estratégia de investimento.

Como um possível trabalho futuro proponho a utilização de outros modelos, na média, em substituição dos modelos ARMA e a sua interação com a vasta lista de modelos GARCH existentes. Consequentemente, proponho a utilização de outro *package* no software **R** e a respetiva comparação de resultados.

APÊNDICE- Exemplo do código R

Neste anexo, estão presentes as funções usadas em ambiente **R** para a manipulação dos dados, modelação e previsão dos modelos ARMA-GARCH.

```

library(rugarch)
library(MASS)
library(forecast)
# Ler os dados
dados=read.csv2("yieldsbem.csv")
# Definir a maturidade
yields=dados[,"Maturity..10.years"]
# Usando o processo de diferenciação
dadosdiff=diff(yields)[-1]
# Escolher os dados referentes a 2014
ano2014=dadosdiff[2385:2636]
# Para que valores os dados seguem uma distribuição normal
fitdistr(ano2014, "normal")
A partir deste momento os comandos utilizados são repetidos para cada mês do ano
de 2014. Por isso, só se utiliza como exemplo o mês de novembro.
# Dados dos 1000 dias anteriores até o início do mês de novembro.
dados1knovembro=dadosdiff[1596:2595]
# Dados do mês de novembro
dadosnovembro=dadosdiff[2596:2615]
# Boxplot dos dados de novembro
novembroboxplot=boxplot(dados1knovembro)
# Remoção dos Outliers
dados1knovembroout=dados1knovembro[-which(dados1knovembro %in% novembro-
boxplot$out)]
# Utilização do algoritmo de [Hyndman and Khandakar(2007)] para determinar as
ordens dos ARMA
modelonovembro=auto.arima(dados1knovembroout,max.p=20,max.q=20,
max.order=40,stationary=T,ic=c("aic"),stepwise=FALSE)
# Formulação do modelo ARMA-GARCH
Spec1000diasnovembro=ugarchspec(variance.model=list(model="sGARCH",
garchOrder=c(1,1)),mean.model=list(armaOrder=c(20,19),include.mean=F,
arfima=F),distribution.model="snorm",fixed.pars=list(omega=0))

```

```
# Ajustamento dos dados ao modelo ARMA-GARCH
fitmodelGarchnovembro=ugarchfit(Spec1000diasnovembro,data=dados1knovembroout,
fit.control=list(stationarity=1))
# Previsão pontual forecastnovembro=ugarchforecast(fitmodelGarchnovembro,n.ahead=20)
# Previsão através da técnica de bootstrap
bootnovembro2014=ugarchboot(fitmodelGarchnovembro,method="Partial",
data=dados1knovembroout,n.ahead=20)
# Extrair os intervalos de confiança
bootnovembro2014=ugarchboot(fitmodelGarchnovembro,method="Partial",
data=dados1knovembroout,n.ahead=20)
# Transposta dos valores dos intervalos de confiança para uma melhor compreensão
tseriesnovembro=t(seriesnovembro)
# Ponto médio das bandas de confiança
resnov=tseriesnovembro[,1]+tseriesnovembro[,2]
```

APÊNDICE - Principais funções do pacote *rugarch*

Neste anexo, são providenciadas informações sobre o pacote *rugarch* e as suas principais funções.

“The rugarch package aims to provide a flexible and rich univariate GARCH modelling and testing environment. Modelling is a simple process of defining a specification and fitting the data. Inference can be made from summary, various tests and plot methods, while the forecasting, filtering and simulation methods complete the modelling environment. Finally, specialized methods are implemented for simulating parameter distributions and evaluating parameter consistency, and a bootstrap forecast method which takes into account both parameter and predictive distribution uncertainty. The testing environment is based on a rolling backtest function which considers the more general context in which GARCH models are based, namely the conditional time varying estimation of density parameters and the implication for their use in analytical risk management measures. The mean equation allows for AR(FI)MA, arch-in-mean and external regressors, while the variance equation implements a wide variety of univariate GARCH models as well as the possibility of including external regressors. Finally, a set of feature rich distributions are used for modelling innovations and documented in the vignette. This package is part of what used to be the rgarch package, which was split into univariate (rugarch) and multivariate (rmgarch) models for easier maintenance and use, both of which are now hosted on CRAN (stable) and bitbucket (development)”.

A função *ugarchspec*

Description: Method for creating a univariate GARCH specification object prior to fitting.

Usage: `ugarchspec(variance.model = list(model = "sGARCH", garchOrder = c(1, 1), submodel = NULL, external.regressors = NULL, variance.targeting = FALSE), mean.model = list(armaOrder = c(1, 1), include.mean = TRUE, archm = FALSE, archpow = 1, arfima = FALSE, external.regressors = NULL, archex = FALSE), distribution.model = "norm", start.pars = list(), fixed.pars = list(), ...)`

A função *ugarchfit*

Description: Method for fitting a variety of univariate GARCH models.

Usage: `ugarchfit(spec, data, out.sample = 0, solver = "solnp", solver.control = list(), fit.control = list(stationarity = 1, fixed.se = 0, scale = 0, rec.init = 'all'), number.deriv.control = list(grad.eps=1e-4, grad.d=0.0001, grad.zero.tol=sqrt(.Machine$double.eps/7e-7), hess.eps=1e-4, hess.d=0.1, hess.zero.tol=sqrt(.Machine$double.eps/7e-7), r=4, v=2),...)`

A função *ugarchforecast*

Description: Method for forecasting from a variety of univariate GARCH models.

Usage: `ugarchforecast(fitORspec, data = NULL, n.ahead = 10, n.roll = 0, out.sample = 0, external.forecasts = list(mregfor = NULL, vregfor = NULL), ...)`

A função *ugarchboot*

Description: Method for forecasting the GARCH density based on a bootstrap procedures.

Usage: `ugarchboot(fitORspec, data = NULL, method = c("Partial", "Full"), sampling = c("raw", "kernel", "spd"), spd.options = list(upper = 0.9, lower = 0.1, type = "pwm", kernel = "normal"), n.ahead = 10, n.bootfit = 100, n.bootpred = 500, out.sample = 0, rseed = NA, solver = "solnp", solver.control = list(), fit.control = list(), external.forecasts = list(mregfor = NULL, vregfor = NULL), mexsimdata = NULL, vexsimdata = NULL, cluster = NULL, verbose = FALSE)`

Bibliografia

- [Akaike(1998)] Hirotogu Akaike. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. In *Selected Papers of Hirotugu Akaike*, pages 199–213. Springer, 1998.
- [BCE(2004)] BCE. technical notes ecb yield curve. https://www.ecb.europa.eu/stats/money/yc/html/technical_notes.pdf, 2004.
- [Bollerslev(1986)] Tim Bollerslev. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3):307–327, 1986.
- [Bollerslev(1988)] Tim Bollerslev. On the correlation structure for the generalized autoregressive conditional heteroskedastic process. *Journal of Time Series Analysis*, 9(2):121–131, 1988.
- [Box and Cox(1964)] George EP Box and David R Cox. An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, pages 211–252, 1964.
- [Box and Jenkins(1976)] George EP Box and Gwilym M Jenkins. Series analysis forecasting and control. *Holden-Day, San Francisco*, page 575, 1976.
- [Box and Pierce(1970)] George EP Box and David A Pierce. Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models. *Journal of the American statistical Association*, 65(332):1509–1526, 1970.
- [Brockwell and Davis(2013)] Peter J Brockwell and Richard A Davis. *Time series: theory and methods*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [Broock et al.(1996)Broock, Scheinkman, Dechert, and LeBaron] WA Broock, José Alexandre Scheinkman, W Davis Dechert, and Blake LeBaron. A test for independence based on the correlation dimension. *Econometric reviews*, 15(3): 197–235, 1996.

- [Caldeira(2011)] João Frois Caldeira. Estimação da estrutura a termo da curva de juros no brasil através de modelos paramétricos e não paramétricos. *Análise Econômica*, 29(55), 2011.
- [Diebold and Li(2006)] Francis X Diebold and Canlin Li. Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of Econometrics*, 130(2):337–364, 2006.
- [Engle(1982)] Robert F Engle. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 987–1007, 1982.
- [Engle and Bollerslev(1986)] Robert F Engle and Tim Bollerslev. Modelling the persistence of conditional variances. *Econometric reviews*, 5(1):1–50, 1986.
- [Engle and Ng(1993)] Robert F Engle and Victor K Ng. Measuring and testing the impact of news on volatility. *The journal of finance*, 48(5):1749–1778, 1993.
- [Estrella(2005)] Arturo Estrella. Why does the yield curve predict output and inflation?*. *The Economic Journal*, 115(505):722–744, 2005.
- [Estrella and Mishkin(1996)] Arturo Estrella and Frederic S Mishkin. The yield curve as a predictor of us recessions. *Current Issues in Economics and Finance*, 2(7), 1996.
- [Fama and Bliss(1987)] Eugene F Fama and Robert R Bliss. The information in long-maturity forward rates. *The American Economic Review*, pages 680–692, 1987.
- [Fisher and Gallagher(2012)] Thomas J Fisher and Colin M Gallagher. New weighted portmanteau statistics for time series goodness of fit testing. *Journal of the American Statistical Association*, 107(498):777–787, 2012.
- [Francq et al.(2004)] Christian Francq et al. Maximum likelihood estimation of pure garch and arma-garch processes. *Bernoulli*, 10(4):605–637, 2004.
- [Gauthier and Simonato(2012)] Geneviève Gauthier and Jean-Guy Simonato. Linearized nelson–siegel and svensson models for the estimation of spot interest rates. *European Journal of Operational Research*, 219(2):442–451, 2012.
- [Ghalanos(2013)] Alexios Ghalanos. Introduction to the rugarch package, 2013.

- [Hong(2015)] MUNG Tin Hong. *The Report of Modeling Stock Market Volatility in Four Asian Tigers During Global Subprime Crisis Using ARMA-GARCH Approach*. PhD thesis, Hong Kong Baptist University Hong Kong, 2015.
- [Hsieh(1989)] David A Hsieh. Testing for nonlinear dependence in daily foreign exchange rates. *Journal of Business*, pages 339–368, 1989.
- [Hyndman and Khandakar(2007)] Rob J Hyndman and Yeasmin Khandakar. Automatic time series for forecasting: the forecast package for r. Technical report, Monash University, Department of Econometrics and Business Statistics, 2007.
- [Makridakis and Hibon(1997)] Spyros Makridakis and Michele Hibon. Arma models and the box–jenkins methodology. *Journal of Forecasting*, 16(3):147–163, 1997.
- [McCulloch(1975)] J Huston McCulloch. The tax-adjusted yield curve. *Journal of finance*, pages 811–830, 1975.
- [Menezes(2011)] Raquel Menezes. Modelos de séries temporais, departamento de matemática e aplicações, 2011.
- [Miswan et al.(2014)Miswan, Ngatiman, Hamzah, and Zamzamin] Nor Hamizah Miswan, Nor Azazi Ngatiman, Khairum Hamzah, and Zaminor Zamzamin. Comparative performance of arima and garch models in modelling and forecasting volatility of malaysia market properties and shares. *Applied Mathematical Sciences*, 8(140):7001–7012, 2014.
- [Nelson and Siegel(1987)] Charles R Nelson and Andrew F Siegel. Parsimonious modeling of yield curves. *Journal of business*, pages 473–489, 1987.
- [Nelson(1991)] Daniel B Nelson. Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 347–370, 1991.
- [Nyblom(1989)] Jukka Nyblom. Testing for the constancy of parameters over time. *Journal of the American Statistical Association*, 84(405):223–230, 1989.
- [Palm(1996)] FC Palm. Garch models of volatility chap. 7, handbook of statistics vol. 14, 1996.
- [Pascual et al.(2006)Pascual, Romo, and Ruiz] Lorenzo Pascual, Juan Romo, and Esther Ruiz. Bootstrap prediction for returns and volatilities in garch models. *Computational Statistics & Data Analysis*, 50(9):2293–2312, 2006.

- [Phillips and Perron(1988)] Peter CB Phillips and Pierre Perron. Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika*, 75(2):335–346, 1988.
- [Ripley(2002)] Brian D Ripley. *Modern applied statistics with S*. Springer, 2002.
- [Said and Dickey(1984)] Said E Said and David A Dickey. Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order. *Biometrika*, 71(3): 599–607, 1984.
- [Slutzky(1937)] Eugen Slutzky. The summation of random causes as the source of cyclic processes. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pages 105–146, 1937.
- [Svensson(1994)] Lars EO Svensson. Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994. Technical report, National Bureau of Economic Research, 1994.
- [Vasicek(1977)] Oldrich Vasicek. An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of financial economics*, 5(2):177–188, 1977.
- [Veiga Filho et al.(1993)Veiga Filho, Fernandes, and Baidya] Al Veiga Filho, Cac Fernandes, and T Baidya. Medidas de volatilidade para opções. *XXV sbpo/sobrapo*, (1):185–187, 1993.
- [Wold(1938)] Herman Wold. A study in the analysis of stationary time series. *Almqvist & Wiksell*, 1938.
- [Yule(1926)] G Udny Yule. Why do we sometimes get nonsense-correlations between time-series?—a study in sampling and the nature of time-series. *Journal of the royal Statistical Society*, pages 1–63, 1926.