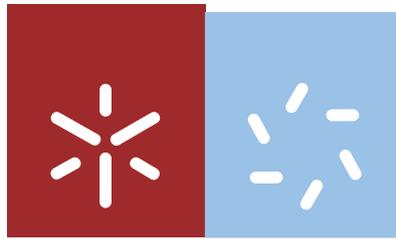


Universidade do Minho
Escola de Ciências

Marcela Andreia Salgado Pacheco Duarte Monteiro

**Modelos de Regressão Multinível:
uma Aplicação na Educação**



Universidade do Minho

Escola de Ciências

Marcela Andreia Salgado Pacheco Duarte Monteiro

**Modelos de Regressão Multinível:
uma Aplicação na Educação**

Dissertação de Mestrado
Mestrado em Estatística

Trabalho realizado sob a orientação da
Professora Doutora Susana Faria
e da
Professora Doutora Conceição Portela

Janeiro de 2013

DECLARAÇÃO

Nome: Marcela Andreia Salgado Pacheco Duarte Monteiro

Endereço electrónico: marcela.monteiro@outlook.com

Número do Bilhete de Identidade: 11025423

Título dissertação: **Modelos de Regressão Multinível: uma Aplicação na Educação**

Orientador(es): Professora Doutora Susana Faria e Professora Doutora Conceição Portela

Ano de conclusão: 2013

Designação do Mestrado ou do Ramo de Conhecimento do Doutoramento: Mestrado em Estatística

É AUTORIZADA A REPRODUÇÃO INTEGRAL DESTA TESE/TRABALHO APENAS PARA EFEITOS DE INVESTIGAÇÃO, MEDIANTE DECLARAÇÃO ESCRITA DO INTERESSADO, QUE A TAL SE COMPROMETE;

Universidade do Minho, 29/01/2013

Assinatura: _____

Agradecimentos

Às Professoras Doutoras Susana Faria e Conceição Portela, minhas orientadoras, pela competência científica e acompanhamento do trabalho, pela disponibilidade e generosidade reveladas ao longo destes meses de trabalho, assim como pelas críticas, correções e sugestões relevantes feitas durante a orientação.

Ao meu marido, Paulo, que sempre me estimula a crescer científica e pessoalmente, pelas inúmeras trocas de impressões, correções e comentários ao trabalho. Acima de tudo, pelo inestimável apoio familiar que preencheu as diversas falhas que fui tendo por força das circunstâncias, e pela paciência e compreensão reveladas ao longo destes meses.

Aos meus filhos, pela compreensão e ternura sempre manifestadas apesar da falta de atenção e ausências ao longo destes meses. Espero que o entusiasmo, seriedade e empenho que dedico ao trabalho lhes possa servir de estímulo para fazerem sempre mais e melhor.

Modelos de Regressão Multinível: uma Aplicação na Educação

Resumo

Os Modelos de Regressão Multinível são importantes na análise de estudos educacionais, pois têm em conta a natureza hierárquica da população em estudo, o que não seria possível com os modelos de regressão clássica.

Neste trabalho apresentam-se os aspectos principais subjacentes aos Modelos de Regressão Multinível, sendo abordados vários modelos de entre os quais se selecionou aquele que melhor se ajusta aos dados.

Os Modelos de Regressão Multinível foram aplicados aos dados dos alunos portugueses obtidos no âmbito dos testes estandardizados administrados pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) 2009 na disciplina de matemática. Pretende-se com esta aplicação analisar o desempenho escolar dos alunos portugueses nesta disciplina, tentando perceber os principais determinantes do sucesso dos alunos, bem como estudar a contribuição das escolas portuguesas no desempenho escolar dos seus alunos.

A principal conclusão deste trabalho é que existe um efeito significativo da escola a que os alunos pertencem na determinação dos seus resultados escolares, e o nível socioeconómico e cultural dos alunos é um dos principais determinantes do desempenho escolar dos alunos.

Palavras-Chave: Desempenho escolar, Modelos Regressão Multinível, Efeito Escola, PISA

Multilevel Regression Models: An Application in Education

Abstract

Multilevel Regression Models are important in the analysis of educational studies as they have into account the hierarchical nature of the population under study, something that is not possible with classical regression models.

This thesis presents the main aspects underlying the multilevel regression models, where various models are discussed and the one that best fits the data is selected.

Multilevel Regression Models were applied to the data on Portuguese students obtained under the standardized tests administered by the Programme for International Student Assessment (PISA) 2009 in the discipline of mathematics. The aim of this application was to analyse the academic performance of Portuguese students in this discipline while trying to understand which factors are the most important determinants of students' success, as well as studying the contribution of Portuguese schools to the academic achievement of their students.

The main conclusion of this study is that there is a significant effect of the school in the achievements of students, and that the socio-economic and cultural context is one of the main determinants of students' academic performance.

Keywords: School performance, Multilevel Regression Models, School Effect, PISA.

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Contexto (Enquadramento)	1
2	Programa PISA	3
2.1	Objetivos do PISA	3
2.2	Domínios de avaliação	4
2.3	População e amostra	4
2.4	Instrumentos de recolha	6
2.5	Escalas de proficiência e níveis de proficiência	7
3	Estudos Prévios	9
4	Modelos de Regressão Multinível	13
4.1	Modelos de regressão multinível com dois níveis	14
4.2	Estimação	19
4.2.1	Testes Estatísticos	20
4.2.1.1	Teste de Wald	20
4.2.1.2	Teste razão de verosimilhança	21
4.2.1.3	Teste às variâncias	21
4.2.2	Análise dos resíduos	22
5	Análise dos Resultados	23
5.1	Descrição da Base de Dados	23
5.2	Análise Exploratória	31
5.3	Modelos	35
5.4	Análise dos resíduos	41
6	Conclusão e estudos futuros	43
7	Anexos	45

Lista de Tabelas

5.1	Descrição da variável MATH	23
5.2	Descrição das variáveis explicativas	25
5.3	Análise descritiva das variáveis explicativas contínuas	29
5.4	Análise descritiva das variáveis categóricas	30
5.5	Distribuição por ano escolar em função do sexo	31
5.6	Desempenho médio a matemática em função do nível educacional mais elevado dos pais	32
5.7	Número de alunos por cada nível educacional mais elevado dos pais e pela ajuda que têm por parte dos pais na realização dos TPC	32
5.8	Distribuição dos alunos e das escolas por região	33
5.9	Distribuição dos alunos por tipo de escola e por região	34
5.10	Distribuição das escolas por zonas	34
5.11	Parâmetros estimados do modelo dos efeitos fixos (modelo nulo)	35
5.12	Estimativas da variância (modelo nulo)	35
5.13	Parâmetros estimados do modelo dos efeitos fixos com variáveis explicativas ao nível do aluno	37
5.14	Estimativa da variância para o modelo fixo com variáveis ao nível do aluno	37
5.15	Teste para verificar o coeficiente aleatório	38
5.16	Parâmetros estimados do modelo de efeitos aleatórios com o coeficiente ESTC	39
5.17	Estimativas da variância para o modelo de efeitos aleatórios com o coeficiente aleatório ESTC	39
5.18	Parâmetros estimados do modelo de efeitos fixos com variáveis ao nível da escola e do aluno	40
5.19	Estimativas da variância modelo de efeitos fixos com variáveis ao nível da escola e do aluno	41

7.1	Parâmetros estimados do modelo de efeitos aleatórios com o coeficiente SEX	45
7.2	Estimativas da variância para o modelo de efeitos aleatórios com o coeficiente aleatório SEX	45
7.3	Parâmetros estimados do modelo de efeitos aleatórios com o coeficiente REP	46
7.4	Estimativas da variância para o modelo de efeitos aleatórios com o coeficiente aleatório SEX	46

Lista de Figuras

4.1	Estrutura dos dados para um modelo multinível com dois níveis	14
5.1	Distribuição da amostra por níveis	24
5.2	Distribuição da amostra por anos e por níveis	31
5.3	Gráficos da Probabilidade Normal	41
5.4	Análise da variância, independência e média	42

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contexto (Enquadramento)

A primeira metade do século XX foi marcada por uma visão otimista da construção de uma nova sociedade, justa, democrática e igualitária pela via de uma educação para todos. Nesse contexto foi-se visualizando as desigualdades escolares que existiam entre países e em cada país. Para verificar a qualidade da educação no que se refere ao aspeto cognitivo dos alunos, foram desenvolvidas nas últimas décadas, inúmeras avaliações que permitiram a comparação do desempenho dos estudantes em âmbito nacional e internacional. Para se proceder ao estudo do (in)sucesso e desempenho escolar dos alunos, será necessário que nos debrucemos sobre este fenómeno no seu conjunto, conhecendo, de forma sucinta, as suas causas e consequências e as suas implicações no comportamento do aluno.

Neste trabalho usam-se dados do *Programme for International Student Assessment* (PISA 2009) e aplicam-se modelos de regressão multinível pelo facto de se reconhecer que os dados se podem agrupar em estruturas hierárquicas, decompondo-se em níveis. Assim, os indivíduos em estudo (unidades de nível 1) podem pertencer a grupos ou unidades maiores (unidades de nível 2), que por sua vez podem ou não formar novos grupos. Em estudos de educação os estudantes estão agrupados em turmas que por sua vez estão agrupadas em escolas.

O objetivo principal deste trabalho é analisar os determinantes do desempenho escolar dos alunos portugueses na disciplina de Matemática nos testes PISA 2009, bem como, estudar a contribuição das escolas portuguesas no desempenho escolar dos seus alunos nesta disciplina.

Para apresentarmos o trabalho desenvolvido, estruturamos esta tese da forma

seguinte. No capítulo 1 faz-se o enquadramento do estudo. No capítulo 2 descreve-se o programa PISA dando especial atenção aos objetivos deste programa, aos domínios de avaliação, à população e amostra, aos instrumentos de recolha e, por fim, às escalas de proficiência e níveis de proficiência. No capítulo 3 apresentam-se alguns estudos efetuados no âmbito da determinação do efeito escola e/ou da análise dos determinantes dos resultados dos alunos, dando ênfase a estudos que também usaram dados do PISA, no capítulo 4 desenvolvem-se os conteúdos teóricos e as respetivas metodologias. Por fim no capítulo 5 faz-se a análise descritiva dos dados e ajusta-se os modelos de regressão multinível usando o *software* R, interpretando-se os respetivos resultados. No capítulo 6 apresentam-se as principais conclusões e indicam-se possíveis desenvolvimentos futuros.

Capítulo 2

Programa PISA

O *Programme for International Student Assessment* (PISA) coordenado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE) visa avaliar a capacidade dos jovens de 15 anos no uso dos seus conhecimentos, de forma a enfrentarem os desafios da vida real. Os resultados obtidos neste estudo permitem monitorizar os sistemas educativos em termos do desempenho dos alunos, no contexto de um enquadramento conceitual aceite internacionalmente. O aspeto essencial do PISA é o de assentar numa avaliação das competências que evidencia o que os jovens sabem, valorizam e são capazes de fazer em contextos pessoais, sociais e globais. Este programa realizou-se pela primeira vez em 2000 repetindo-se de três em três anos. São três os domínios de literacia avaliados, cujo enfoque varia consoante o ciclo: Matemática, Leitura e Ciências. Em 2009, o PISA incidiu na leitura e foi realizado em 65 países, embora tenham sido avaliados todos os domínios.

2.1 Objetivos do PISA

O PISA tem como principal objetivo medir competências, conhecimentos e atitudes em áreas consideradas chave ou fundamentais, distinguindo-se, assim, das avaliações de âmbito escolar que cada país leva a cabo regularmente. Uma vez que cada país tem o seu currículo torna-se impossível, ou pelo menos fortemente limitativo, a avaliação de conteúdos programáticos, por isso, o programa PISA acenta num "modelo orientado para a avaliação de competências e conhecimentos reconhecidos como sendo de importância transversal aos vários contextos nacionais e internacionalmente comparáveis"(Harlen, 2001).

O PISA recolhe informação sobre os conhecimentos e competências dos alunos,

bem como elementos sobre a escola e a família, as estratégias de estudo e de aprendizagem, os ambientes de aprendizagem e a familiaridade dos alunos com os computadores.

2.2 Domínios de avaliação

Como foi dito, o PISA incide nos domínios ou áreas de conhecimento e competência da Leitura, Matemática e Ciências.

A literacia em Leitura remete para "a capacidade do indivíduo para compreender, usar, refletir sobre e aproximar-se de textos escritos, de forma a alcançar os seus objetivos, desenvolver o próprio conhecimento e potencial e participar na sociedade"(Gave, 2010).

A literacia em Matemática está relacionada com "a capacidade de um indivíduo identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo real, de fazer julgamentos bem fundamentados e de usar e se envolver na resolução matemática de problemas da sua vida, enquanto cidadão construtivo, preocupado e reflexivo"(Gave, 2010). Esta disciplina é avaliada no PISA através do processo de matematização que é indispensável na solução de problemas. O aluno deve possuir algumas habilidades/capacidades matemáticas que em conjunto constituem a competência matemática.

A literacia Científica refere-se ao "conhecimento científico, e à utilização desse conhecimento para identificar questões, adquirir novos conhecimentos, explicar fenómenos científicos e elaborar conclusões fundamentadas sobre questões relacionadas com ciência; à compreensão das características próprias da ciência enquanto forma de conhecimento e de investigação; à consciência do modo como ciência e tecnologia influenciam os ambientes material, intelectual e cultural das sociedades; e à vontade de envolvimento em questões relacionadas com ciência e com o conhecimento científico, enquanto cidadão consciente"(Gave, 2010).

Tendo em conta estas definições pode-se verificar que no PISA o enfoque analítico não se centra na avaliação curricular dos alunos, mas sim numa avaliação dos conhecimentos e competências que lhes permitem atuar no dia a dia.

2.3 População e amostra

Em 2009, tal como nos anos anteriores, a população alvo foram os alunos de 15 anos a frequentar o sistema de ensino. As idades destes alunos podem variar

entre os 15 anos e 3 meses e os 16 anos e 2 meses e frequentam desde o 7º ano até ao 11º ano de escolaridade, quer em escolas públicas quer em escolas privadas (de notar que o expectável nesta idade é que os alunos frequentem o 10º ano). Define-se escola pública como uma escola cujo financiamento é totalmente do estado, enquanto que a escola privada pode ser classificada como dependente ou independente conforme receba ou não alguma participação do estado. No caso de Portugal, uma escola privada dependente é uma escola com contrato de associação e uma escola privada independente é uma escola sem contrato de associação.

A amostra do PISA em Portugal é uma amostra estratificada em duas etapas. Numa primeira etapa é selecionada uma amostra de escolas com probabilidade de seleção proporcional à sua dimensão, sendo esta dada pelo número estimado de alunos elegíveis.

As variáveis usadas na estratificação da amostra de escolas em Portugal têm sido as mesmas desde 2000:

Região - NUT III

Tipologia da escola - Escola básica do 2º e 3º ciclo/ Escola básica do 3º ciclo e de ensino secundário/ Escola secundária

Natureza institucional da escola - pública ou privada dependente ou independente

Tipologia das áreas urbanas - área medianamente urbana (AMU), área predominantemente rural (APR) e área predominantemente urbana (APU)

Numa segunda fase, as escolas selecionadas fornecem uma lista com os alunos que apresentam os requisitos para participarem no programa e uma amostra aleatória de alunos é selecionada. O número máximo de alunos selecionados por escola é 40, sendo inferior caso a escola possua menos alunos que preencham os requisitos exigidos. Aos encarregados de educação dos alunos selecionados são solicitados que autorizem por escrito a participação dos seus educandos no programa PISA.

No PISA um dos principais indicadores da qualidade do processo de amostragem é a taxa de resposta obtida. Estabeleceu-se uma taxa de resposta mínima de 85% para as escolas e de 80% para os alunos. As escolas selecionadas que não queiram participar são substituídas por outras enquanto que os alunos selecionados que não queiram participar não são substituídos (Gave, 2010).

No ano 2009, em Portugal, participaram 214 escolas o que corresponde a uma taxa de resposta de 98% e 6298 alunos o que corresponde a uma taxa de resposta de 87%. Estas taxas de resposta ultrapassam, em muito, os limites mínimos fixados pela OCDE (Gave, 2010).

2.4 Instrumentos de recolha

Os instrumentos de recolha de informação aplicados no âmbito do programa PISA são vários, tais como os questionários aplicados a alunos, aos encarregados de educação e escolas e testes para avaliação de competências e conhecimentos em cada um dos domínios considerados.

Em 2009 em Portugal os questionários aplicados no âmbito do PISA foram:

1. Questionário base aos alunos. Os alunos respondem a um questionário de cerca de 30 minutos sobre si próprios e o seu contexto familiar. Nele incluem-se perguntas de caracterização sociodemográfica dos alunos e suas famílias (contexto familiar, profissional e cultural), perguntas sobre o trajeto escolar, as suas atividades de leitura, o tempo dedicado ao estudo, as características da escola, o acesso a bibliotecas e as estratégias de leitura e compreensão de textos.
2. Questionário aos alunos sobre acesso e uso de tecnologias de informação. Trata-se de um módulo adicional do questionário aos alunos que visa aprofundar informação sobre o uso das tecnologias de informação.
3. Questionário às escolas. Um questionário de cerca de 20 minutos de duração respondido pelos diretores das escolas selecionadas (sobre as características da escola, o corpo docente e discente, os recursos e a organização escolar).
4. Questionário aos encarregados de educação. Neste questionário estão incluídas perguntas de caracterização sociodemográfica, perguntas para avaliar o grau de envolvimento com a leitura, os recursos e hábitos de leitura em casa, as percepções sobre a escola e envolvimento com a mesma, e ainda critérios de escolha da escola.

Para cumprir o seu principal objetivo, o PISA tem como instrumento de recolha de informação um conjunto de exercícios ou provas a serem resolvidos pelos alunos. O ponto de partida para os exercícios é sempre um estímulo ou suporte

(textos, gráficos, diagramas, etc), a propósito do qual são colocadas várias questões. O conjunto constituído pelo estímulo e respetivas perguntas é designado por unidade e esta pode ter até cinco perguntas ou itens.

Em 2009 foram utilizadas 37 unidades para a avaliação da leitura compreendendo um total de 131 itens. A avaliação de matemática envolveu 18 unidades e 34 itens. A avaliação das ciências foi constituída por 18 unidades e 53 itens.

Como os alunos não conseguem responder a todos os itens, são criados vários cadernos (13 cadernos em 2009) com diferentes combinações de unidades que são distribuídos aleatoriamente aos alunos.

Atendendo às respostas dadas pelos alunos estima-se o desempenho nos três domínios de avaliação. Como no caso de PISA os alunos não respondem a todas as perguntas mas apenas às questões de um caderno, é necessário estimar parte das suas respostas. Tal facto, é concretizado a partir da estimação de valores plausíveis. Estes valores são operacionalizados em cinco variáveis para o conjunto dos alunos e para cada um dos domínios e subdomínios de avaliação que resultam de uma distribuição de capacidade de estudantes com padrões de resposta e contextos semelhantes. Ou seja, ao nível do aluno, os valores que se obtêm representam um conjunto de capacidades espectáveis e não devem ser lidos como resultados exatos de um teste (Gave, 2010). Com base nestes valores, a equipa do PISA estima a proficiência dos alunos. Os resultados são apresentados em duas formas - escalas de proficiência e níveis de proficiência.

2.5 Escalas de proficiência e níveis de proficiência

As competências dos alunos podem ser estimadas através da proporção de respostas corretas. A dificuldade relativa de cada item é estimada através da proporção de alunos que respondem corretamente. O resultado deste processo é um conjunto de estimativas que permitem definir uma escala. Para facilitar a interpretação e a comunicação dos resultados, as escalas têm sido agrupadas em níveis.

Embora a identificação dos pontos de corte para a definição dos níveis seja, em certa medida, arbitrária, um conjunto de regras são sempre cumpridas de tal forma que, em média, os alunos localizados num determinado nível terão uma probabilidade de pelo menos 50% de responder corretamente às tarefas ou perguntas desse mesmo nível (OCDE, 2009). No caso de um aluno ser colocado num determinado nível, deve ser capaz de responder corretamente a um nível

inferior.

Dependendo do domínio de referência e à medida que o programa PISA se desenvolve, a especificação dos níveis de proficiência têm vindo a ser progressivamente detalhada.

A escala global de Matemática foi dividida em seis níveis (GAVE, 2004) :

nível 6 - tem um limite mínimo de 669 pontos. Neste nível os alunos têm pensamentos e raciocínios matemáticos avançados, ou seja, capazes de aplicar a perspicácia e a compreensão, a par do domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais no desenvolvimento de novas abordagens e estratégias face a situações novas.

nível 5 - tem um limite mínimo de 607 pontos. Neste domínio os alunos são capazes de trabalhar estrategicamente, usando capacidades mentais e de raciocínio amplas e bem desenvolvidas, representações adequadamente ligadas, caracterizações simbólicas e formais, e a perspicácia apropriada a estas situações. Conseguem refletir sobre as suas ações, formular e comunicar as suas interpretações e raciocínios.

nível 4 - tem um limite mínimo de 545 pontos. Neste nível os alunos são capazes de utilizar capacidades bem desenvolvidas e de raciocinar de modo flexível, com muita perspicácia, nestes contextos. São capazes de construir e de comunicar explicações e argumentos, com base nos seus argumentos, interpretações e ações.

nível 3 - tem um limite mínimo de 482 pontos. Neste nível os alunos conseguem seleccionar e aplicar estratégias simples de resolução de problemas. Neste nível, os alunos são capazes de interpretar e usar representações com base em diferentes fontes de informação, e de raciocinar diretamente a partir delas. Conseguem desenvolver comunicações curtas, que relatam os seus resultados, interpretações e raciocínios.

nível 2 - tem um limite mínimo de 420 pontos. Neste nível os alunos conseguem empregar algoritmos, fórmulas, procedimentos ou convenções a um nível básico. São capazes de efetuar raciocínios diretos e de fazer interpretações literais dos resultados.

nível 1 - tem um limite mínimo de 358 pontos. Neste nível os alunos são capazes de identificar a informação e de executar procedimentos de rotina, de acordo com instruções directas, em situações explícitas. Conseguem executar ações que são óbvias e cujo desenvolvimento parte diretamente dos estímulos dados.

Capítulo 3

Estudos Prévios

Muitos são os fatores que podem intervir no desempenho escolar dos alunos.

Segundo Ferrão and Fernandes (2003) e Soares (2004), estes fatores podem ser classificados em três grandes grupos: os associados à família, os associados a fatores escolares e aqueles relacionados ao próprio aluno.

Pesquisas conduzidas nos anos 1950 e 1960 em alguns países demonstram que fatores associados às características socioeconômicas e culturais dos alunos têm uma maior influência no desempenho dos alunos do que os fatores escolares (destaca-se em particular o relatório de Coleman et al. (1966) realizado nos Estados Unidos da América).

Estudos mais recentes tais como Webster and Mendro (1997), Gray et al. (1990) e Hanushek and Taylor (1990) mostram que realmente a escola tem impacto no desempenho dos alunos. Tal constatação deu origem ao conceito de **escola eficaz** ou **efeito escola**. Segundo Murillo (2003) "uma escola é eficaz se consegue um desenvolvimento integral de todos e cada um dos seus alunos maior do que seria esperado tendo em conta seu rendimento prévio e a situação social, econômica e cultural das famílias". Os resultados de vários estudos mostram evidências de que o efeito escola pode agir tanto no nível do desempenho educacional quanto no grau de equidade dentro dos sistemas de ensino ou mesmo dentro das escolas, em relação às diferenças socioeconômicas e culturais dos alunos, a origem racial ou o sexo.

De notar que o efeito escola ou o conceito de escola eficaz está relacionado com o conceito recente de **Valor Acrescentado (VA)** das escolas, que surge como um meio para calcular a eficácia escolar. Ferrão (2003) define o VA da escola como "uma medida do progresso médio do aluno durante o período de tempo em que ele é exposto a determinado ambiente educativo, comparativamente com

o que obteria em outras escolas". Tal como definido pela OCDE (2008) o VA de uma escola é a contribuição da mesma para o progresso dos alunos num determinado ciclo de estudos, tendo em conta as características dos alunos que também determinam o seu desempenho. Existem alguns estudos nacionais de cálculo de VA de onde se destacam os de Ferrão and Goldstein (2009) e Portela and Camanho (2010). O primeiro estudo usa modelos multinível para avaliar uma amostra de escolas da Cova da Beira no seu desempenho a matemática, e o segundo aplica modelos não paramétricos baseados em *Data Envelopment Analysis* (DEA) para calcular VA de algumas escolas Portuguesas. A nível internacional realça-se, por exemplo, o estudo de De Witte et al. (2010) que utiliza técnicas de DEA e de regressão multinível para avaliar escolas inglesas.

Os métodos de regressão multinível têm sido, contudo, os mais aplicados para determinar o VA das escolas ou a existência de efeito escola, principalmente quando os dados ao nível do aluno são utilizados. De notar que existem uma série de estudos que avaliam o desempenho de escolas através de dados ao nível da escola, mas que não abordaremos nesta breve revisão.

Os estudos sobre eficácia escolar ou efeito escola têm sido conduzidos com base em dados nacionais dos países aos quais os estudos reportam. Contudo, a partir do ano 2000, tem sido possível realizar tais estudos com base em dados internacionais através dos resultados do PISA.

Gutierrez (2005), aplicando modelos de regressão multinível aos dados do PISA 2000 de alunos do Perú, realizou um estudo para verificar a contribuição da escola no desempenho escolar dos alunos. Concluiu que existe um efeito escola significativo, mesmo quando a proficiência dos alunos é controlada pelo capital cultural e pelo capital económico ao nível do aluno e pelo capital cultural médio ao nível da escola. Entre os fatores associados às diferenças no desempenho entre as escolas, encontrou como significativos os "recursos educativos", a "infraestrutura física da escola", a "motivação dos professores" e a "falta de professores".

Recentemente Mancebón et al. (2012), aplicando modelos multinível e modelos não paramétricos de *Data Envelopment Analysis* (DEA), realizaram um estudo para comparar a eficiência das escolas públicas e das escolas público-privadas em Espanha com base nos dados do PISA 2006. Para além de estimar medidas de eficiência, este estudo foca nos fatores determinantes do sucesso dos alunos espanhóis e conclui que, após se considerarem diferenças nas condições socio-económicas dos alunos, nos recursos das escolas, e após remoção das ineficiências de gestão, as escolas públicas são mais eficientes que as escolas público-privadas.

No caso nacional, Ferrão and Dias (2006), realizaram um estudo com os dados portugueses do PISA 2000, e com o auxílio de modelos multinível compararam o desempenho escolar de alunos socialmente desfavorecidos em escolas públicas e privadas portuguesas. Com este estudo, as autoras pretendem testar se os alunos de estratos socialmente desfavorecidos têm melhor desempenho em escolas privadas com financiamento público do que em escolas públicas, e ainda se esses alunos têm melhor desempenho em escolas públicas do que em escolas privadas sem financiamento público. Este trabalho revela que quando o clima de sala de aula e as condições de ensino aprendizagem são controlados não existem diferenças entre o tipo de escola, ou seja, não existem diferenças no desempenho dos alunos socialmente desfavorecidos nas escolas privadas com financiamento público e nas escolas públicas, assim como não existem diferenças no desempenho dos alunos em escolas públicas e escolas privadas sem financiamento. Neste estudo as autoras usam variáveis ao nível do aluno (sexo, nível de ensino que frequenta, idade, nível socioeconómico, composição familiar e o nível cultural e financeiro da família) e ao nível da escola (tipo de escola, percentagem de raparigas, localização da escola, condições de ensino aprendizagem na escola, tamanho da escola, rácio aluno/professor e clima da escola).

Existem ainda outros estudos nacionais que analisam os resultados do PISA, com maior ênfase na perspectiva da evolução temporal e de análise comparativa. Temos como exemplos o estudo de Pereira (2011) sobre uma análise da evolução do desempenho dos estudantes portugueses no PISA que se debruça sobre a evolução das classificações dos estudantes portugueses nos ciclos entre 2003 e 2009. Uma análise mais profunda da evolução das pontuações requer, contudo, um confronto com a evolução das características da população estudantil e das escolas. Desde logo, o estatuto socioeconómico dos estudantes tem influência sobre o desempenho, pelo que a alteração deste estatuto ao longo das sucessivas realizações do programa deverá ser tida em conta. Há outros aspetos a considerar neste contexto, como seja a distribuição por anos de escolaridade dos alunos abrangidos. Quando se tomam em conta estes fatores na análise, mantendo constantes os determinantes das classificações, verifica-se uma melhoria continuada no desempenho dos alunos ao longo dos ciclos considerados.

Por fim, Barroso and Silva (2010) analisam os resultados portugueses obtidos em literacia científica durante os três primeiros estudos PISA com os de outros países através do estudo da construção da amostra nacional e dos itens dos testes. Barroso and Silva (2010) analisam igualmente o impacto dos estudos PISA na área

do ensino de ciência procedendo-se à enumeração e apreciação das principais medidas de política educativa que se podem identificar como tentativas de melhoria da qualidade do ensino científico ou da cultura científica nacional. Este estudo permite concluir que: a) A proporção de alunos presentes nas amostras portuguesas que já foram alvo de retenção prejudica claramente a comparabilidade dos resultados nacionais; b) Devido a vicissitudes várias da vida política nacional durante a primeira década do século XXI, a quase totalidade das medidas tendentes a melhorar o desempenho no PISA começou a ser tomada com cerca de seis anos de atraso.

Capítulo 4

Modelos de Regressão Multinível

Quando se pretende estudar a relação entre uma ou mais variáveis (variáveis explicativas ou variáveis independentes) e uma variável de interesse (variável resposta ou variável dependente) pode-se usar o modelo de regressão linear clássico,

$$Y = X\beta + \epsilon \quad (4.1)$$

onde Y é o vetor $n \times 1$ da variável resposta, X é uma matriz de dimensão $n \times (k+1)$ da variável independente associada ao vetor $\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k)^T$ de parâmetros desconhecidos, em que k corresponde ao número de variáveis explicativas e ϵ é um vetor de erros aleatórios com distribuição $N_n(0, \sigma^2 I)$.

Neste modelo os parâmetros são fixos e o parâmetro β_0 representa a ordenada na origem, ou seja, é o valor esperado da variável resposta Y para X igual a zero. Enquanto que β representa o declive, ou seja, o efeito que a variável explicativa tem no valor esperado da variável resposta, isto significa que por cada unidade adicional em X_k o valor esperado da variável Y varia β_k .

Nos modelos de regressão clássica assume-se a independência entre os indivíduos. Em estudos educacionais os dados encontram-se estruturados de forma hierárquica, ou seja, os indivíduos em estudo correspondem a unidades de nível mais baixo (nível 1), que por sua vez se agrupam em unidades de nível mais alto (nível 2), por isso, as unidades de um mesmo nível pertencentes a uma unidade de nível mais alto, raramente são independentes, isto é, os erros aleatórios de alunos pertencentes à mesma escola não serão, em princípio, independentes se a escola exercer algum impacto nos resultados. Assim, quando o pressuposto de independência for violado e as unidades do mesmo nível estiverem correlacionadas

recorre-se ao uso de modelos de regressão multinível.

4.1 Modelos de regressão multinível com dois níveis

Em modelos de regressão multinível com dois níveis, as observações são classificadas como unidades de nível 1 e unidades de nível 2, ou seja, existem n_j unidades do nível 1 para cada unidade j ($j = 1, 2, \dots, J$) do nível 2. A Figura 4.1 mostra os dados estruturados segundo um modelo multinível com dois níveis.

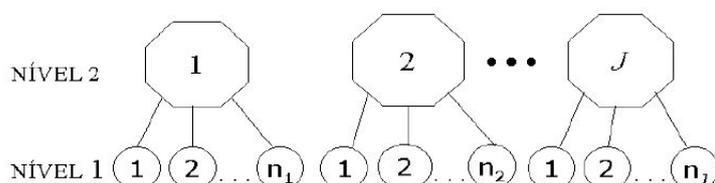


Figura 4.1: Estrutura dos dados para um modelo multinível com dois níveis

No caso em estudo, os alunos estão agregados em escolas, ou seja, o nível 1 serão os alunos e o nível 2 serão as escolas. A análise multinível tem em conta a correlação intraclasses, isto é, a correlação entre duas unidades do nível 1 dentro de um mesmo grupo de nível 2 e produz desvios padrão corrigidos ao tratar as unidades do nível 2 como amostras aleatórias de uma população. A utilização de modelos de regressão multinível com dois níveis permite ainda considerar a escola como um fator que potencialmente afecta os resultados escolares dos alunos.

Considere-se então uma amostra de alunos agrupados em escolas. Alunos são identificados pelo índice i e escolas são identificadas pelo índice j . O índice j varia de 1 a J e o índice i varia de 1 a n_j , sendo J o número total de escolas na amostra e n_j o número total de alunos que pertence à escola j . De seguida sugerem-se as etapas de análise multinível segundo Raudenbush and Bryk (2002).

Etapa 1: Análise de variância com um fator aleatório para determinar se existe ou não efeito escola.

Este modelo é designado por modelo nulo (modelo mais simples) porque não envolve nenhuma variável explicativa em ambos os níveis. A equação que

representa este modelo é

$$\begin{aligned} Y_{ij} &= \beta_{0j} + r_{ij}, \quad i = 1, \dots, n_j; \quad j = 1, \dots, J \\ \beta_{0j} &= \mu_{00} + u_{0j} \end{aligned} \quad (4.2)$$

em que

Y_{ij} representa a variável resposta do aluno i na escola j ,

β_{0j} representa a média da variável resposta na j -ésima escola,

μ_{00} representa a média global da variável resposta,

r_{ij} é o erro aleatório associado ao i -ésimo aluno da escola j e $r_{ij} \sim N(0, \sigma_r^2)$

e r'_{ij} s são independentes

u_{0j} é o erro aleatório associado à escola j e $u_{0j} \sim N(0, \sigma_{u_0}^2)$ e u'_{0j} s são independentes.

Os erros do nível 1 e do nível 2 são independentes, ou seja, $cov(u_{0j}, r_{ij}) = 0$. O erro aleatório associado à escola j representa o desvio entre a média da variável resposta da escola j e a sua média global.

Como já foi referido, este modelo não envolve variáveis explicativas de nenhum dos níveis, servindo apenas como ponto de partida da análise hierárquica, pois permite estimar a média global da variável resposta, μ_{00} .

A variância de Y , decompõe-na em dois termos independentes, a variabilidade intragrupo (variância residual), σ_r^2 , e a variabilidade entre grupos (variância entre escolas), $\sigma_{u_0}^2$, ou seja,

$$var(Y_{ij}) = var(u_{0j} + r_{ij}) = \sigma_{u_0}^2 + \sigma_r^2$$

Este modelo permite definir o coeficiente de correlação intraclasses que indica a percentagem da variância total que é explicada pelo fator escola, ou seja, representa a proporção da variância da variável resposta explicada pela variabilidade entre escolas e é dado por,

$$\rho = \frac{\sigma_{u_0}^2}{\sigma_{u_0}^2 + \sigma_r^2} \quad (4.3)$$

Este coeficiente de correlação intraclasses varia entre zero e um. O coeficiente assume o valor 0 se os grupos do nível 2 são semelhantes, o que significa que os alunos estão homogeneamente distribuídos entre as escolas e que a variável resposta é independente da escola que frequenta. Portanto, não existe uma estrutura multinível, pelo que uma análise a nível individual (nível 1) será a mais

adequada. Nesta situação, a variância σ_{u0}^2 seria estatisticamente igual a zero, significando que toda a variabilidade da variável resposta seria devido à variabilidade entre alunos e por isso o efeito escola não existe. Quando o coeficiente assume o valor 1 significa que os grupos de nível 2 são muito importantes na compreensão das diferenças individuais, o que significa que toda a variabilidade na variável resposta dos alunos é devida à diferença entre as escolas.

Etapa 2: Tendo-se concluído para a existência do efeito escola na etapa 1, nesta etapa tenta-se estimar o efeito escola quando as variáveis que dizem respeito aos alunos e que condicionam os seus resultados são também consideradas. Desta forma, obtém-se um modelo que estima de forma mais fiável o efeito escola. Nesta etapa há vários modelos possíveis a estudar, e a procura do modelo mais adequado passa por explorar as várias alternativas.

Modelo de efeitos fixos

Consideremos inicialmente o modelo que inclui k variáveis explicativas ao nível do aluno, X_{kij} , onde k é o índice associado à variável explicativa k ($k=0,\dots,K$), i representa o aluno ($i=1,\dots,n_j$) e j representa a escola ($j=1,\dots,J$). Neste modelo os termos independentes β_{0j} são variáveis aleatórias que variam de escola para escola e os declives β_k , que representam o efeito de cada variável X_{kij} na variável resposta são fixos. Neste caso considera-se que o impacto de cada variável explicativa na variável resposta não varia de escola para escola. Matematicamente representa-se por

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_1 X_{1ij} + \beta_2 X_{2ij} + \dots + \beta_K X_{Kij} + r_{ij} \quad i = 1, \dots, n_j; \quad j = 1, \dots, J \quad (4.4)$$

$$\beta_{0j} = \mu_{00} + u_{0j}$$

em que

Y_{ij} representa a variável resposta do aluno i na escola j ,

β_{0j} representa a média da variável resposta na j -ésima escola,

μ_{00} representa a média global da variável resposta,

r_{ij} é o erro aleatório associado ao i -ésimo aluno da escola j e $r_{ij} \sim N(0, \sigma_r^2)$

e r'_{ij} s são independentes,

u_{0j} é o erro aleatório associado à escola j e $u_{0j} \sim N(0, \sigma_{u0}^2)$ e u'_{0j} s são independentes,

$$\text{cov}(u_{0j}, r_{ij}) = 0.$$

A estimativa do parâmetro $\widehat{\beta}_{0j}$, está centrada em torno da média global, μ_{00} , e varia relativamente a esta por um termo aleatório u_{0j} . A estimativa do parâmetro $\widehat{\beta}_k$, representa o efeito da variável explicativa X_K na variável resposta por cada unidade adicional daquela.

No caso de se substituir β_{0j} na equação do modelo, pode-se identificar duas componentes distintas do modelo: a componente determinística e a componente aleatória. A equação do modelo fica

$$Y_{ij} = \mu_{00} + \beta_1 X_{1ij} + \beta_2 X_{2ij} + \dots + \beta_k X_{kij} + r_{ij} + u_{0j} \quad i = 1, \dots, n_j; \quad j = 1, \dots, J$$

onde $\mu_{00} + \beta_1 X_{1ij} + \beta_2 X_{2ij} + \dots + \beta_k X_{kij}$ representa a componente determinística e $r_{ij} + u_{0j}$, representa a componente aleatória, ou seja, os diversos efeitos aleatórios que influenciam a variável resposta, atuando tanto ao nível do aluno como ao nível da escola, e que não são captados pela parte determinística do modelo.

A componente aleatória do modelo está decomposta no erro do nível 1 e no erro do nível 2. As estimativas destes erros são os resíduos, ou seja, o que no modelo fica por explicar.

Para medir a qualidade de ajustamento de um modelo de regressão linear clássica usa-se o coeficiente de determinação (R^2) que indica a percentagem de variabilidade da variável resposta em torno da sua média explicada pelo modelo de regressão.

No caso dos modelos de regressão multinível usam-se o coeficiente R_1^2 e o coeficiente R_2^2 . O coeficiente R_1^2 é dado por,

$$R_1^2 = \frac{\sigma_r^2(0) - \sigma_r^2(1)}{\sigma_r^2(0)} \quad (4.5)$$

onde $\sigma_r^2(0)$ é a variância residual do modelo nulo e $\sigma_r^2(1)$ é a variância residual do modelo de comparação. R_1^2 indica a melhoria na percentagem de variância da variável resposta explicada ao nível do aluno relativamente ao modelo nulo.

O coeficiente R_2^2 é dado por,

$$R_2^2 = \frac{\sigma_{u_0}^2(0) - \sigma_{u_0}^2(1)}{\sigma_{u_0}^2(0)} \quad (4.6)$$

onde $\sigma_{u_0}^2(0)$ é a variância associada ao fator escola do modelo nulo e $\sigma_{u_0}^2(1)$ é a variância associada ao fator escola do modelo de comparação e indica a melhoria da percentagem de variância da variável resposta explicada ao nível da escola.

Modelo de efeitos aleatórios

Consideremos agora que no modelo 4.4 tanto a ordenada na origem como os coeficientes de inclinação são considerados variáveis aleatórias que variam de escola para escola. A especificação do modelo passa a ser

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + \beta_{2j}X_{2ij} + \dots + \beta_{Kj}X_{Kij} + r_{ij} \quad i = 1, \dots, n_j; \quad j = 1, \dots, J \quad (4.7)$$

$$\beta_{kj} = \mu_{k0} + u_{kj}, \quad k = 0, \dots, K$$

em que

Y_{ij} representa a variável resposta do aluno i na escola j ,

β_{kj} representa a inclinação associada à variável explicativa X_k na j -ésima escola,

μ_{k0} representa a componente fixa do parâmetro β_{kj} ,

r_{ij} é o erro aleatório associado ao i -ésimo aluno da escola j e $r_{ij} \sim N(0, \sigma_r^2)$ e r'_{ij} s são independentes,

u_{kj} é o erro aleatório do coeficiente β_{kj} e $u_{kj} \sim N(0, \sigma_{uk}^2)$ e u'_{kj} s são independentes,

$$\text{cov}(u_{kj}, r_{ij}) = 0,$$

$$\text{cov}(u_{kj}, u_{k'j}) = \sigma_{kk'},$$

Note-se que neste modelo os parâmetros β_{0j} e β_{kj} têm o índice j indicando a existência de um parâmetro para cada escola. Os erros aleatórios u_{0j} e u_{kj} são as componentes aleatórias associadas respetivamente à ordenada na origem e ao coeficiente de inclinação (também podem ser designados por erros do nível 2). Os parâmetros μ_{k0} são designados por parâmetros fixos e os parâmetros $\sigma_{uk}^2, \sigma_{kk'}, \sigma_r^2$ são designados por parâmetros aleatórios.

Os modelos de efeitos fixos e aleatórios anteriormente descritos só consideraram variáveis explicativas ao nível 1 (nível do aluno). Contudo nestes modelos podem ser introduzidos variáveis explicativas de nível 2 (nível da escola). Na prática permitimos que para cada escola o impacto da variável X_k seja diferente enquanto que no modelo de efeitos fixos esse impacto era idêntico (retas/planos paralelos).

Modelo de efeitos aleatórios com variáveis explicativas de nível 2

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + \beta_{2j}X_{2ij} + \dots + \beta_{Kj}X_{Kij} + r_{ij}, \quad i = 1, \dots, n_j; \quad j = 1, \dots, J \quad (4.8)$$

$$\beta_{kj} = \mu_{k0} + \sum_{s=1}^S \gamma_{ks} W_{sj} + u_{kj}, \quad k = 0, \dots, K$$

em que

Y_{ij} representa a variável resposta do aluno i na escola j ,

W_{sj} representa a s variável explicativa ao nível da escola j ,

β_{kj} representa a inclinação associada à variável explicativa X_k na j -ésima escola,

γ_{ks} são os coeficientes associados ao impacto da variável explicativa W_s

μ_{k0} representa a componente fixa do parâmetro β_{kj} ,

r_{ij} é o erro aleatório associado ao i -ésimo aluno da escola j e $r_{ij} \sim N(0, \sigma_r^2)$ e r'_{ij} 's são independentes,

u_{kj} é o erro aleatório do coeficiente β_{kj} e $u_{kj} \sim N(0, \sigma_{uk}^2)$ e u'_{kj} 's são independentes,

$$\text{cov}(u_{kj}, r_{ij}) = 0,$$

$$\text{cov}(u_{kj}, u_{k'j}) = \sigma_{kk'}$$

No caso de os efeitos aleatórios serem nulos este modelo reduz-se ao modelo de efeitos fixos com variáveis ao nível do aluno e da escola.

4.2 Estimação

Na estimação dos coeficientes dos modelos de regressão multinível, podemos considerar dois métodos: o método de máxima verosimilhança (ML) ou o método da máxima verosimilhança restrita (REML), que são muito semelhantes para a estimação dos coeficientes fixos, mas diferem na estimação dos coeficientes aleatórios. A diferença entre estes métodos é que o método REML tem em conta os graus de liberdade perdidos na estimação dos coeficientes fixos enquanto que o método ML não originando neste último caso estimadores enviesados das componentes da variância. A literatura sugere que o REML é preferível para a estimação de variâncias (Cruz, 1977).

O cálculo destes estimadores requer um processo iterativo, realizado com auxílio de um programa informático. Os algoritmos utilizados pelos modelos hierárquicos segundo Goldstein (2003) são:

- Mínimos quadrados iterativos generalizados (IGLS)
- Mínimos quadrados iterativos generalizados restritos ou reponderados (RIGLS)

De uma forma geral, o IGLS utiliza o fato de que se as variâncias dos efeitos aleatórios são conhecidas então os coeficientes fixos podem ser estimados através do método IGLS. Desta forma, este algoritmo alterna entre processar os coeficientes fixos (dadas as variâncias) e as variâncias (dados os coeficientes fixos) (Cruz, 1977).

Em geral, podemos dizer que relativamente:

- às estimativas dos parâmetros fixos, qualquer que seja o método utilizado nunca são enviesadas;
- à qualidade das estimativas e à sua eficiência, o método mais fiável é o método da máxima verosimilhança;
- à estimativa da componente da variância do modelo, não é conhecida a vantagem de qualquer um dos métodos. No entanto, em alguns estudos evidencia-se o método da máxima verosimilhança (Maia, 2003).

4.2.1 Testes Estatísticos

4.2.1.1 Teste de Wald

Após a estimação dos parâmetros do modelo de regressão multinível deve-se analisar a significância estatística de cada um dos parâmetros, ou seja, verificar se realmente as variáveis explicativas utilizadas têm ou não influência na variável dependente. O teste de Wald é utilizado para verificar a significância estatística dos parâmetros fixos do modelo. Suponhamos que se pretende testar a hipótese nula

$$H_0: \beta_k = 0, k=1, \dots, K$$

A estatística teste utilizada para grandes amostras é

$$W = \frac{\hat{\beta}_k}{\sqrt{\widehat{var}(\hat{\beta}_k)}} \sim N(0, 1)$$

4.2.1.2 Teste razão de verosimilhança

O teste razão de verosimilhança pretende comparar o ajustamento de dois modelos encaixados, diferindo somente na estrutura de efeitos fixos.

Considere o modelo M_1 e o modelo M_2 , de parâmetros k_1 e k_2 respetivamente, tal que $k_1 < k_2$ e o conjunto de parâmetros do modelo M_1 é um subconjunto de parâmetros do modelo M_2 . Pretende-se testar a hipótese nula,

H_0 : O modelo M_1 é mais adequado

A estatística teste é definida por

$$D = -2[\log(\lambda_1) - \log(\lambda_2)] \sim \chi^2(m) \quad (4.9)$$

onde λ_1 e λ_2 é respetivamente a função de verosimilhança dos modelos M_1 e M_2 e $m = p_2 - p_1$ corresponde à diferença do número de parâmetros dos dois modelos.

A decisão passa por rejeitar a hipótese nula com nível de significância α se $D > \chi^2_{1-\alpha}(m)$. Note-se que este teste só é válido se os estimadores dos parâmetros fixos nos dois modelos forem estimados pelo método ML.

4.2.1.3 Teste às variâncias

Na análise de regressão multinível há todo o interesse em se testar a necessidade de quais os efeitos aleatório a incluir no modelo. Para um dado β , a comparação de modelos encaixados com diferentes estruturas de variância-covariância dos efeitos aleatórios, corresponde a testar

$$H_0: \sigma_{u_{kj}}^2 = 0$$

O teste razão de verosimilhanças é utilizado e, ao contrário do que acontece com os efeitos fixos, as funções de verosimilhança são comparáveis quando os parâmetros do modelo são estimados através do método REML, já que a estrutura fixa é a mesma nos dois modelos a serem comparados (modelo 4.4 e modelo 4.8). No caso de a hipótese nula ser rejeitada, conclui-se que há efeito aleatório da variável explicativa k .

A estatística teste segue assintoticamente uma distribuição qui-quadrado, com os graus de liberdade dados pela diferença entre os parâmetros estimados no modelo especificado na hipótese alternativa e nula.

Para o parâmetro u_{0j} o teste é semelhante mas testa-se o modelo de regressão linear clássica com o modelo nulo. Neste caso se a hipótese nula for rejeitada significa que há variabilidade entre escolas.

4.2.2 Análise dos resíduos

A análise de resíduos é o meio de diagnóstico utilizado para verificar se os pressupostos subjacentes ao modelo ajustado aos dados são válidos e consequentemente as inferências realizadas também o são.

Os resíduos são dados pela equação

$$\widehat{r}_{ij} = y_{ij} - \widehat{y}_{ij} \quad (4.10)$$

em que \widehat{y}_{ij} são os valores estimados para a variável resposta.

Considere-se $r_j = (\sum_i \widehat{r}_{ij})/n_j$, ou seja, r_j é a média dos resíduos \widehat{r}_{ij} . Para estimar os resíduos de nível 2 usa-se

$$\widehat{\mu}_{0j} = \frac{\widehat{\sigma}_{u0}^2}{\widehat{\sigma}_{u0}^2 + \frac{\widehat{\sigma}_\varepsilon^2}{n_j}} r_j \quad (4.11)$$

e para estimar os de nível 1 usa-se

$$\widehat{\varepsilon}_{ij} = \widehat{r}_{ij} - \widehat{\mu}_{0j} \quad (4.12)$$

Na análise de regressão assumimos que os erros do tipo 1 e do tipo 2 satisfazem os seguintes pressupostos:

- seguem uma distribuição normal de média zero. Este pressuposto pode ser verificado através de um gráfico de probabilidade Q-Q plot. Caso os pontos se situem em torno da reta dizemos que segue uma distribuição normal. Também se pode testar esta condição através do Teste de Shapiro e de Kolmogorov-Smirnov;
- homocedasticidade (variância constante). Este pressuposto pode ser verificado através de um gráfico. Para verificar este pressuposto pode-se utilizar o Teste de Levene;
- os erros do tipo 1 e do tipo 2 são independentes. Podem ser verificados graficamente, representando os resíduos em função dos valores estimados da variável dependente. Os pontos devem distribuir-se em torno da reta que corresponde ao resíduo zero, formando uma mancha de largura uniforme.

Capítulo 5

Análise dos Resultados

5.1 Descrição da Base de Dados

A base de dados utilizada neste estudo foi construída a partir das bases de dados existentes na OCDE que continham os resultados do PISA 2009. Existiam três bases de dados: uma com a informação dos pais, outra com a dos alunos e outra com a das escolas. Destas bases de dados foram selecionadas algumas variáveis e construiu-se a base de dados que agrega esta informação.

As variáveis foram selecionadas tendo em atenção que o objetivo deste estudo é verificar se existem diferenças no desempenho escolar na disciplina de Matemática no que respeita ao tipo de escola, ao meio onde a escola se situa, à região da escola, ao género, aos fatores socioeconómicos e culturais, às características da escola, ao envolvimento dos pais na educação dos filhos e à existência ou não de apoios suplementares.

No total existem 214 escolas e 6298 alunos, no entanto iremos só trabalhar com 5047 alunos e 200 escolas pois os restantes apresentam vários valores *Missing*. Optamos pela exclusão das observações com valores em falta nas variáveis contínuas, e na inclusão das observações com valores em falta nas variáveis categóricas onde consideramos uma categoria adicional chamada "Desconhecido". A variável dependente deste estudo é a classificação previsível do aluno à disciplina de Matemática (MATH) construída pelo PISA 2009 de acordo com a abordagem descrita no capítulo 2.

Tabela 5.1: Descrição da variável MATH

	Média	Desvio Padrão	Máximo	Mínimo
MATH	498	82.2	756	226

Atendendo à Tabela 5.1 a média do desempenho a matemática dos alunos da amostra em estudo é de 498, valor inferior ao do desempenho médio a matemática da OCDE que é de 500, também se verifica que existe um desempenho máximo a matemática de 756 e um desempenho mínimo de 226. Dos 5047 alunos, 2641 são do sexo feminino (que corresponde a 52%) e 2406 do sexo masculino (que corresponde a 48%). Verifica-se que os rapazes possuem em média um melhor desempenho em matemática (507) que as raparigas (491). Conforme as respostas dos questionários os alunos podem-se agrupar em níveis. De acordo com a Figura 5.1 pode-se verificar que os níveis predominantes são os níveis 2 e 3, o que corresponde ao desempenho entre 420 e 545. Deste gráfico conclui-se que apenas 26 % dos alunos se situam no nível superior a 3. De qualquer forma e comparando estes resultados com os obtidos em 2003, verifica-se que houve uma melhoria no desempenho dos alunos, pois em 2003 o nível com maior percentagem de alunos era o nível 2 correspondente a um desempenho entre 420 e 482.

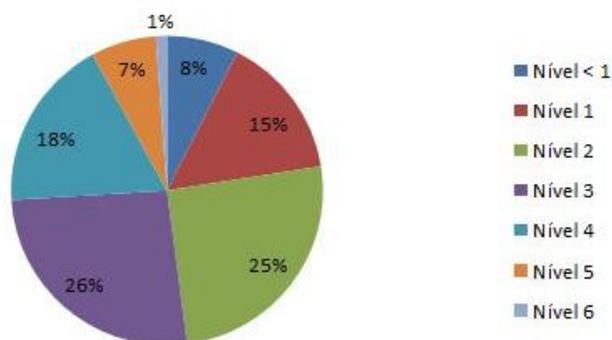


Figura 5.1: Distribuição da amostra por níveis

Quanto às variáveis explicativas, foram consideradas variáveis em cada nível: aluno e escola. As variáveis explicativas são descritas na tabela seguinte. As variáveis foram escolhidas tendo em conta as variáveis usadas em outros estudos do mesmo género e na correlação entre as mesmas e a variável dependente.

Tabela 5.2: Descrição das variáveis explicativas

Variáveis do Aluno	
Demográficas	Idade do aluno (AGE) Sexo do aluno (SEX): 0- Feminino, 1-Masculino Situação de Imigrante (IMI): 0- Não, 1-Sim
Familiares	Índice económico, social e cultural (INDESC) Nº médio horas explicação (HEXP) Ajuda nos trabalhos de casa (TPC): 1- Nunca, 2- duas vezes por mês, 3- duas vezes por semana, 4-todos os dias Estrutura Familiar (EF): 1- Família tradicional, 2- Só um elemento, 3- Outra
Cognitivas	Aluno Repetente (REP): 0-Não, 1-Sim Índice do uso de estratégias de controlo (ESTC) Índice do uso de estratégias de elaboração (ESTE)
Variáveis da Escola	
Contexto	Tipo de Escola (TYPE): 1- Pública, 2- Privada Dependente Governo, 3- Privada Independente Localização (LOC): 0- Aldeia, 1- Cidade Dimensão da Escola (TAM) Média do índice económico, social e cultural dos alunos da escola (INDESCMED) Porcentagem de raparigas (%) (PRAP)
Recursos	Rácio aluno/professor (RAP) Rácio computador/aluno (RCA) Proporção de computadores ligados à internet (COMP)
Políticas/estratégicas	Falta de professores de matemática (FPM): 1- Não, 2- Sim, Pouco, 3- Sim, Muito Comportamento do Aluno (COMPA) Comportamento do Professor (COMPP) Criação de turmas de nível (CTN): 1- Para todos os assuntos, 2- Para alguns assuntos, 3- Para nenhum assunto Índice de seletividade da escola (SEL): 1- Nunca, 2- Às vezes, 3- Sempre Índice actividade extra-curriculares (EXT)

Em seguida explica-se a forma como as variáveis foram obtidas:

- Idade (AGE)

Esta variável representa a idade do aluno.

- Sexo (SEX)

Variável nominal binária, codificada como 0- sexo feminino e 1- sexo masculino.

- Imigrante (IMI)

Variável nominal binária que representa a situação de imigrante. Esta variável foi recodificada como 0- Não é imigrante e 1- É imigrante.

- Índice económico, social e cultural (INDESC)

O índice económico, social e cultural é aferido pelo índice de bem estar (traduzindo a disponibilidade de recursos em casa, como por exemplo, a existência de alguns eletrodomésticos, *software* educacional, presença de televisão, número de assoalhadas da casa, número de telemóveis e a posse de automóvel), de comunicação cultural dos pais (exprime a frequência com que os pais se comprometem com a discussão de assuntos políticos e sociais em casa, a troca de ideias sobre livros, filmes ou programas televisivos e com a audição de música clássica) e das posses culturais da família (relacionadas com a existência em casa de itens como literatura clássica, livros de poesia e trabalhos de arte, a situação ocupacional mais elevada dos pais expressa em anos de escolaridade).

- Número médio horas de explicação de matemática (HEXP)

Esta variável foi criada com base na variável horas por semana em aulas suplementares/apoio/explicações e considerou-se o ponto médio de cada classe dessa variável. Codificou-se como 0- se não tem , 1- se tem entre 0 e 2 horas por semana, 3- se tem entre 2 e 4 horas por semana, 5- se tem entre 4 e 6 horas por semana e 7 se tem mais de 6 horas por semana.

- Ajuda nos trabalhos de casa (TPC)

É uma variável ordinal que representa a ajuda por parte dos pais nos trabalhos de casa. Esta variável foi recodificada para 1- nunca, 2- duas vezes por mês, 3- duas vezes por semana e 4- todos os dias.

- Estrutura familiar (EF)

É uma variável ordinal que representa o número de pessoas que vive com o aluno em casa. A variável foi recodificada para 1- família tradicional, 2- só um elemento e 3- outras estruturas familiares.

- Aluno repetente (REP)

Variável nominal binária que significa se o aluno já repetiu pelo menos uma vez. Esta variável foi recodificada como 0- Não e 1- Sim.

- Índice de uso de estratégias de controlo (ESTC)

As estratégias de controle estão relacionadas com a forma como os alunos estudam, com a sua capacidade de descobrir o que eles precisam aprender quando estudam, com a sua capacidade de verificar se eles entendem o que

lêem, com a sua capacidade de descobrir os conceitos que eles ainda não entenderam, com a sua capacidade para se certificar de que eles se lembram das questões mais importantes no que se lê, e se procurar informações adicionais para esclarecer conceitos que eles não compreendiam.

- Índice de uso de estratégias de elaboração (ESTE)

As estratégias de elaboração estão relacionadas com a relação entre novas informações e conhecimentos prévios, o uso de informações aprendidas na escola e fora da escola, e da relação entre os materiais aprendidos e experiências pessoais.

- Tipo de escola (Type)

É uma variável nominal que é codificada em 1- Pública, 2- Privada dependente do governo e 3- Privada independente do governo. A escola é considerada privada dependente do governo quando é financiada em mais de 50% pelo governo, e é privada independente do governo quando não tem nenhuma participação do governo.

- Localização da escola (LOC)

É uma variável nominal que representa, em termos do número de habitantes, a dimensão da vila/cidade onde a escola se localiza. A variável foi recodificada para 0- aldeia e 1- cidade.

- Dimensão da escola (TAM)

A dimensão da escola é medida pelo número total de alunos inscritos na escola.

- Média índice económico, social e cultural dos alunos da escola (INDESC-MED)

Esta variável é a média da variável INDESC para cada escola.

- Percentagem de raparigas (PRAP)

A percentagem de raparigas é aferida pelo rácio entre o número de raparigas da escola e o número total de alunos.

- Rácio aluno/Professor (RAP)

Resulta do quociente entre a variável dimensão da escola e o número total de professores (os professores com horário completo contribuem com um

peso 1.0 e os professores com horário incompleto com um peso 0.5 para o cálculo do número total de professores).

- Rácio computador/aluno (RCA)

Resulta do quociente entre o número de computadores disponíveis para os alunos e o número total de alunos do estudo.

- Proporção de computadores ligados à Internet (COMP)

É a razão entre o número de computadores ligados à internet e o número de computadores disponíveis para fins educacionais.

- Falta de professores de matemática (FPM)

É uma variável que representa a falta de professores de matemática numa escola. A variável está codificada como 1- Não, 2- Sim, pouco e 3- Sim, muito.

- Comportamento do aluno (COMPA)

Esta variável é um fator constituído por variáveis relacionadas com o absentismo dos alunos, a perturbação e falta às aulas, a falta de respeito, o uso de álcool ou drogas e a intimidação e provocação de outros alunos

- Comportamento do Professor (COMPP)

Esta variável é um fator que reflete as expectativas dos professores, as relações aluno/professor, o conhecimento dos professores das necessidades individuais dos alunos, o absentismo dos professores, a resistência à mudança e o encorajamento para o rendimento

- Criação das turmas de nível (CTN)

Esta variável diz respeito à forma como as turmas são criadas. Está codificada em 1- Para todos os assuntos, 2- Para alguns assuntos e 3- Para nenhum assunto.

- Índice de seletividade da escola (SEL)

A admissão dos alunos nas escolas pode basear-se em recomendações da escola de origem ou no registo académico do aluno. Os diretores são questionados relativamente à medida em que estes fatores são considerados aquando da admissão. O índice de seletividade da escola considera três classes: 1- escolas onde nenhum destes fatores é considerado na admissão

dos estudantes-Nunca, 2-escolas onde podem ou não ser considerados estes fatores na admissão dos alunos-Às vezes e 3- escolas onde estes fatores são sempre considerados na admissão dos alunos-Sempre.

- Índice actividade extra-curriculares (EXT)

Esta variável é um fator que resulta das várias atividades extracurriculares oferecidas pela escola.

As estatísticas descritivas que são apresentadas na Tabela 5.3 têm como objectivo oferecer uma visão geral das variáveis explicativas contínuas, e descrever suas características principais tais como média, desvio padrão, o máximo e o mínimo que estas variáveis podem assumir, bem como a correlação destas variáveis contínuas com a variável resposta MATH (desempenho médio dos alunos a matemática).

Tabela 5.3: Análise descritiva das variáveis explicativas contínuas

Variável	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Correlação com MATH
Age	15.76	0.28	15.25	16.25	0.02
HEXP	0.83	1.36	0	7	-0.01
INDESC	-0.25	1.17	-2.92	3.22	0.46***
ESTC	0.15	0.99	-3.45	2.50	0.33***
ESTE	0.40	0.86	-2.41	2.76	0.24***
TAM	903.74	428.36	73	2400	0.28***
INDESCMED	-0.27	0.63	-1.56	1.61	0.45***
PRAP	0.51	0.054	0.26	0.90	0.09***
RAP	8.28	2.28	2.4	16.9	0.18***
RCA	0.55	0.28	0.18	2.29	-0.17***
COMP	0.94	0.12	0.33	1	0.06***
COMPA	-0.03	0.9	-2.12	2.36	0.08***
COMPP	0.10	0.86	-2.25	2.12	0.06***
EXT	0.27	0.86	-3.26	2.91	0.01

A Tabela 5.3 permite verificar que o coeficiente de correlação é mais elevado nas variáveis índice sócio cultural e económico (0.46), no uso de estratégias de controle (0.33) e na média do índice sócio cultural e económico (0.45). Observa-se ainda que o número médio de explicações por semana e o rácio computador/aluno variam inversamente com o desempenho médio dos alunos a matemática, o que era de esperar pois os alunos com esta idade que recorrem a explicações são os que apresentam mais dificuldades na aprendizagem.

A Tabela 5.4 resume as variáveis categóricas indicando as diferentes categorias que cada variável pode assumir, a frequência absoluta e a percentagem de observações que estão em cada categoria.

Pode-se verificar que no nosso estudo a maioria dos alunos estudam em escolas públicas, escolas estas que se encontram na maior parte em cidades. Também se

Tabela 5.4: Análise descritiva das variáveis categóricas

Variável		Número de alunos	Número de escolas	Porcentagem de alunos	Porcentagem de escolas
SEX	Feminino	2641	–	52.3%	–
	Masculino	2406	–	47.7%	–
IMI	Não	4873	–	96.6%	–
	Sim	130	–	2.6%	–
	Desconhecida	44	–	0.8%	–
TPC	Nunca	1543	–	30.6%	–
	Duas vezes por mês	790	–	15.7%	–
	Duas vezes por semana	874	–	17.3%	–
	Todos os dias	712	–	14.1%	–
	Desconhecida	1128	–	22.3%	–
EF	Família Tradicional	4085	–	80.9%	–
	Só um elemento	811	–	16.1%	–
	Outra	122	–	2.4%	–
	Desconhecida	29	–	0.6%	–
REP	Não	3553	–	70.4%	–
	Sim	1435	–	28.4%	–
	Desconhecida	59	–	1.2%	–
TYPE	Pública	4496	175	89.1%	87.5%
	Privada Dependente do Governo	376	17	7.4%	8.5%
	Privada Independente	175	8	3.5%	4%
LOC	Aldeia	1757	74	34.8%	37%
	Cidade	3082	117	61.1%	58.5%
	Desconhecida	208	8	4.1%	4.5%
FPM	Não	4905	194	97.2%	97%
	Sim, pouco	16	1	0.3%	0.5%
	Sim, muito	69	3	1.4%	1.5%
	Desconhecida	57	2	1.1%	1%
CTN	Para todos os assuntos	219	11	4.3%	5.5%
	Para alguns assuntos	374	14	7.4%	7%
	Para nenhum assunto	4217	166	83.6%	83%
	Desconhecida	237	9	4.7%	4.5%
SEL	Nunca	3634	144	72%	72%
	Às vezes	1322	51	26.2%	25.5%
	Sempre	91	5	1.8%	2.5%

verifica que em 83% das escolas não são criadas turmas de nível para nenhum assunto.

Observa-se ainda que em 97% das escolas não há falta de Professores a Matemática.

Outro fator que potencialmente influencia o desempenho escolar é a região onde se situa a escola e o tipo de escola. No caso em estudo 4496 dos alunos frequentam escolas públicas, 376 escolas privadas com contrato de associação do estado e 175 dos alunos frequentam escolas privadas independentes do estado.

5.2 Análise Exploratória

Atendendo à Figura 5.2, os alunos que apresentam níveis superiores frequentam entre o 9º e o 11º anos de escolaridade.

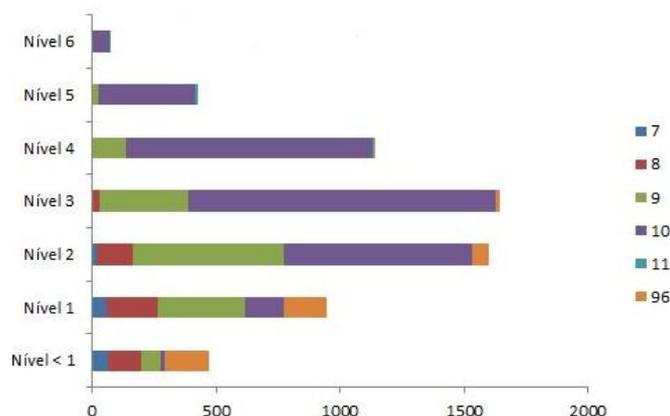


Figura 5.2: Distribuição da amostra por anos e por níveis

Como a média de idades é de 15,8 anos, e nesta idade os alunos frequentam na maioria o 9º ano e o 10º ano, apresenta-se na Tabela 5.5 a distribuição dos alunos em cada ano escolar em função do sexo.

Tabela 5.5: Distribuição por ano escolar em função do sexo

Sexo	7º ano	8º ano	9º ano	10º ano	11º ano	Desconhecido
Feminino	28	157	557	1792	14	193
Masculino	46	197	621	1373	9	160
Total	94	354	1178	3165	23	253

A partir da Tabela 5.5 pode-se verificar que a maioria dos alunos frequentam o 10º ano de escolaridade e a sua maioria é do sexo feminino. Observa-se ainda que 448 alunos (correspondente a 9% dos alunos) se encontram no 7º e 8º ano.

Dos alunos inquiridos, 28% já ficaram retidos pelo menos uma vez. Destes alunos apenas 9% são imigrantes, e verifica-se que o valor médio do desempenho dos alunos em matemática é inferior nos alunos imigrantes que apresentam um desempenho médio em matemática de 471 pontos enquanto que nos restantes o desempenho médio é de 499 pontos. Quando questionados sobre se tinham ou não computador para usar nos estudos, 97% dos alunos responderam que sim.

Dos alunos em estudo, 4085, ou seja, 81% vivem com os dois pais. Neste estudo constata-se que temos mais mães (1090) do que pais (913) com o ensino superior.

Na Tabela 5.6 observa-se o desempenho dos alunos em função do nível educacional mais elevado dos pais.

Tabela 5.6: Desempenho médio a matemática em função do nível educacional mais elevado dos pais

Nível educacional mais elevado dos pais	Desempenho Médio	Desvio Padrão
Nenhum	433	68.8
1º,2º ciclo do ensino básico	472	77.6
3º ciclo do ensino básico	489	75.7
Ensino secundário	512	72
Bacharelato (ou equivalente)	509	66.6
Licenciatura, mestrado, doutoramento	544	89.4
Desconhecida	446	65.9

Com base na tabela observa-se que o nível médio de desempenho dos alunos em geral aumenta quando o nível educacional dos pais aumenta.

Embora não tenhamos usado diretamente o nível educacional dos pais na nossa análise, esta variável é uma das componentes mais fortes do índice económico, social e cultural. A correlação entre a variável nível educacional da mãe e a variável desempenho médio a matemática é de 0.34 e a correlação entre o nível educacional do pai e o desempenho médio a matemática é de 0.26, ou seja, a associação linear entre o desempenho médio dos alunos e o nível educacional da mãe é mais forte que a associação linear entre o desempenho médio dos alunos e o nível educacional do pai.

Relativamente à variável que diz respeito à ajuda nos TPC por parte dos pais, cruzamos esta variável com o nível educacional mais elevado dos pais, como podemos ver na Tabela 5.7. Pretendemos assim, verificar se os pais com maior nível educacional são os que ajudam mais os filhos na realização dos trabalhos de casa.

Tabela 5.7: Número de alunos por cada nível educacional mais elevado dos pais e pela ajuda que têm por parte dos pais na realização dos TPC

Nível educacional	Nunca	2 vezes mês	2 vezes semana	Todos os dias	Desconhecida
Nenhum	44(459)	18(425)	14(414)	9(395)	33(422)
1º,2º ciclo do ensino básico	762(491)	337(477)	349(466)	306(455)	497(453)
3º ciclo do ensino básico	50(521)	182(493)	349(480)	306(457)	53(476)
Ensino secundário	301(530)	33(524)	33(498)	24(499)	264(501)
Bacharelato (ou equivalente)	46(519)	26(512)	34(513)	24(494)	34(502)
Licenciatura, Mestrado, Doutoramento	334(562)	191(550)	298(536)	167(527)	240(532)
Desconhecida	6(483)	3(468)	5(459)	2(478)	7(387)

Nesta tabela, mostramos também o desempenho médio dos alunos para cada categoria considerada. Verificamos que 1543 (correspondente a 31%) dos pais não ajudam os filhos na realização dos trabalhos de casa, embora sejam os alunos que

não têm ajuda por parte dos pais que têm melhor desempenho. Consta-se ainda que os pais que mais ajudam os filhos na realização dos trabalhos de casa são os que têm menos habilitações (1º, 2º e 3º ciclo do ensino básico) talvez pelo facto de quererem que os filhos consigam tirar um curso superior e serem "algo" mais que eles. Outro fator que pode influencia o desempenho escolar dos alunos é a região onde se situa a escola como veremos em seguida.

Tabela 5.8: Distribuição dos alunos e das escolas por região

Região	Nº de escolas	Nº de alunos	Desempenho médio	Desvio padrão
Alentejo	26	622	492	78.08
Algarve	19	474	473	79.45
Centro	45	1175	507	82.80
Lisboa	37	901	504	81.67
Norte	62	1595	498	83.32
Madeira	2	55	442	67.53
Açores	4	61	453	73.03
Desconhecida	5	164	530	66.83

Na Tabela 5.8 representamos as escolas por área geográfica e mostramos o desempenho médio dos alunos em cada área, constatamos que os alunos têm melhor desempenho médio na região Centro e na região de Lisboa, em contrapartida as regiões autónomas têm valores de desempenho muito inferiores.

De notar que a vantagem no desempenho entre regiões pode estar relacionado com a proporção de escolas privadas em cada uma.

Tabela 5.9: Distribuição dos alunos por tipo de escola e por região

Região	% de Alunos Privadas independentes (Desempenho Médio) (Desvio Padrão)	% de Alunos Privadas dependentes (Desempenho Médio) (Desvio Padrão)	% de Alunos Públicas (Desempenho Médio) (Desvio Padrão)	Total de alunos
Alentejo	0% (-) (-)	5% (501) (56)	95% (492) (79)	622
Algarve	0% (-) (-)	0% (-) (-)	100% (473) (79)	474
Centro	0.4% (402) (59)	14.6% (506) (86)	85% (508) (82)	1175
Lisboa	8.7% (579) (76)	0% (-) (-)	91.3% (497) (79)	901
Norte	5.8% (556) (83)	10.2% (509) (72)	84% (493) (83)	1595
Madeira	0% (-) (-)	0% (-) (-)	100% (442) (68)	55
Açores	0% (-) (-)	13% (428) (79)	87% (457) (72)	61
Desconhecida	0% (-) (-)	0% (-) (-)	100% (530) (67)	161
Total de alunos	175	376	4496	5047

Como se pode verificar pela Tabela 5.9 a região que tem mais alunos a frequentar escolas privadas dependentes do estado nesta amostra é a centro com 171 alunos. Pode-se concluir com base na mesma tabela que a região centro a nível de escolas públicas apresenta a melhor média. Relativamente às escolas privadas independentes do estado na região de Lisboa estas apresentam uma média muito superior à da OCDE. De salientar que o valor médio do desempenho escolar destes alunos é de 495 nas escolas públicas, 505 nas escolas privadas dependentes do estado e 562 nas escolas privadas independentes do estado.

Outro aspeto que influencia o desempenho dos alunos a matemática é o meio onde se situa a escola, como se pode verificar na Tabela 5.10. É nas escolas situadas em cidades que o desempenho médio dos alunos é mais elevado.

Tabela 5.10: Distribuição das escolas por zonas

Zona da escola	Desempenho médio	Desvio padrão
Aldeia	479	80
Cidade	508	81
Desconhecida	519	80

5.3 Modelos

Pretende-se aplicar os modelos de regressão linear multinível, tal como definimos anteriormente, para estudar o impacto das variáveis definidas no desempenho dos alunos e analisar a magnitude do efeito escola em Portugal. As análises estatísticas destes modelos foram realizadas no *software* livre R versão 2.1 (R development core team, 2012) e usando a biblioteca *nlme*.

Modelo Nulo

Tabela 5.11: Parâmetros estimados do modelo dos efeitos fixos (modelo nulo)

Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	t	p-value
$\widehat{\mu}_{00}$	490.49	3.64	134.66	0.00

De acordo com a Tabela 5.11 a média global estimada do desempenho dos alunos em matemática em todas as escolas é de 490.49.

Tabela 5.12: Estimativas da variância (modelo nulo)

Variância residual ($\widehat{\sigma}_r^2$)	4518.53
Variância entre escolas ($\widehat{\sigma}_{u0}^2$)	2432.46
-2 log-verosimilhança	57315.18

A estimativa da variância entre as escolas é de 2432.46 e da variância dentro da escola é de 4518.53. Usando estes valores calcula-se o coeficiente de correlação intraclases

$$\widehat{\rho} = \frac{\widehat{\sigma}_{u0}^2}{\widehat{\sigma}_{u0}^2 + \widehat{\sigma}_r^2} = \frac{2432.46}{2432.46 + 4518.53} = 0,35 = 35\%$$

Esta estatística indica que 35% da variabilidade do desempenho em matemática dos alunos é explicado por diferenças existentes entre as escolas que eles frequentam, o que sugere a necessidade de aplicar modelos de regressão multinível.

Para testar formalmente que todas as escolas têm o mesmo desempenho médio a matemática, testa-se a hipótese nula $H_0: \sigma_{u0}^2 = 0$. O *p-value* é de 0.001 conclui-se a um nível de significância de 5%, a variância entre escolas é significativamente diferente de zero.

Modelo Efeitos Fixos com variáveis explicativas ao nível do aluno

Foi construído um modelo com todas as variáveis explicativas ao nível do aluno indicadas na secção 5.1 mas apenas as variáveis SEX, TPC, IMI, EF, ESTE, REP, HEXP, INDESC e ESTC são estatisticamente significativas para um nível de significância de 5%, enquanto que a variável AGE não é estatisticamente significativa.

Na Tabela 5.13 verifica-se que as variáveis mais importantes são o REP, INDESC e SEX (apresentam um valor de estatística de teste t mais elevado). Ainda se verifica que o índice socioeconómico do aluno, as estratégias de controle e de elaboração afetam positivamente os resultados do aluno, e que os alunos imigrantes têm pior desempenho médio a matemática. De salientar que de acordo com o modelo estimado o facto de ser aluno do sexo masculino aumenta 29.69 pontos o seu desempenho médio a matemática, e o facto de ser repetente diminui aproximadamente 83 pontos o desempenho médio do aluno a matemática. Neste caso, atendendo aos dados da Tabela 5.13, os alunos com um elevado número de horas de explicação diminuem o seu desempenho médio a matemática o que sugere que, nestes anos de escolaridade, os piores alunos é que recorrem a explicações. A ajuda dos pais nos trabalhos de casa influencia negativamente o desempenho médio dos alunos a matemática, o que não deixa de ser uma constatação inesperada podendo significar que os alunos mais fracos é que precisam de mais ajuda.

Para além das estimativas acima é importante perceber em que medida as

Tabela 5.13: Parâmetros estimados do modelo dos efeitos fixos com variáveis explicativas ao nível do aluno

Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	t	p-value
Intercept	523.43	2.51	208.5	0.00
SEX				
Feminino (ref)				
Masculino	29.69	1.58	18.85	0.00
IMI				
Não(ref)				
Sim	-12.06	4.86	-2.48	0.01
Desconhecida	-22.68	8.15	-2.78	0.01
INDESC	15.86	0.77	20.60	0.00
HEXP	-2.76	0.57	-4.85	0.00
TPC				
Nunca(ref)				
2 vezes por mês	-7.02	2.36	-2.97	0.00
2 vezes por semana	-17.47	2.30	-7.84	0.00
Todos os dias	-22.70	2.46	-9.23	0.00
Desconhecida	-23.55	2.38	-9.91	0.00
EF				
Família Tradicional(ref)				
Só um elemento	2.37	2.10	1.13	0.26
outra	-12.96	5.00	-2.59	0.01
Desconhecida	-27.88	10.15	-2.73	0.01
REP				
Não(ref)				
Sim	-83.09	2.17	-38.35	0.00
Desconhecida	-77.18	7.14	-10.87	0.00
ESTC	9.55	1.12	8.50	0.00
ESTE	3.71	1.22	3.05	0.00
-2*log-verossimilhança	54646.16			

variáveis adicionadas ao modelo nulo permitem aumentar a sua capacidade explicativa e que proporção da variância dos resultados é explicada pela escola.

Tabela 5.14: Estimativa da variância para o modelo fixo com variáveis ao nível do aluno

Variância residual ($\hat{\sigma}_r^2$)	2794.18
Variância entre escolas ($\hat{\sigma}_{u0}^2$)	561.69
-2 log-verossimilhança	54646.16

Aplicando o teste da razão de verossimilhança obteve-se um $p\text{-value} < 0.0001$ indicando que o modelo de efeitos fixos com variáveis explicativas ao nível do aluno se ajusta melhor aos dados quando comparado com o modelo nulo.

Com a introdução das variáveis explicativas ao nível do aluno no modelo a variância entre as escolas diminuiu de 2432.46 para 561.69, ao mesmo tempo a variância dentro da escola (variância residual) diminuiu de 4518.53 para 2794.18.

Assim o coeficiente de correlação intraclasses passa a ser

$$\widehat{\rho} = \frac{\hat{\sigma}_{u0}^2}{\hat{\sigma}_{u0}^2 + \hat{\sigma}_r^2} = \frac{561.69}{561.69 + 2794.18} = 0,17 = 17\%$$

A introdução das variáveis explicativas ao nível do aluno diminuiu o efeito escola no desempenho médio a matemática dos alunos. Neste modelo o valor da

percentagem de variância explicada ao nível do aluno, R_1^2 , é de 38%, ou seja, a introdução das variáveis explicativas ao nível do aluno explica 38% da variância total encontrada no desempenho médio dos alunos a matemática. A melhoria da percentagem de variância explicada ao nível da escola, R_2^2 , é de 77%, este valor permite concluir que a introdução das variáveis explicativas ao nível do aluno explica a maior parte da variação entre escolas.

Modelo efeitos aleatórios

Tendo em conta o modelo com todas as variáveis ao nível do aluno, testamos em que medida os parâmetros do modelo poderiam ser considerados aleatórios. Para tal construiu-se a Tabela 5.15 onde se indica a variável para a qual estamos a testar se o seu coeficiente é aleatório, o seu desvio padrão e o *p-value* que se obteve ao comparar este modelo com o modelo dos efeitos fixos.

Tabela 5.15: Teste para verificar o coeficiente aleatório

Parte aleatória	Desvio Padrão	<i>p-value</i>
AGE	1.45	0.18
SEX		
Feminino (ref)		
Masculino	12.1	0.00
IMI		
Não (ref)		
Sim	0.05	0.55
Desconhecido	0.00	0.55
Hexp	0.00	0.18
TPC		
Nunca(ref)		
2 vezes por mês	27.18	0.56
2 vezes por semana	0.47	0.56
Todos os dias	7.56	0.56
Desconhecida	7.52	0.56
EF		
Família Tradicional(ref)		
Só um elemento	0.09	0.90
outra	0.04	0.90
Desconhecida	0.00	0.90
REP		
Não (ref)		
Sim	17.64	0.00
Desconhecido	19.74	0.00
ESTC	4.90	0.03
ESTE	5.74	0.17
INDESC	4.21	0.06

Tendo em conta os valores apresentados na Tabela 5.15 o modelo estatisticamente significativo para um nível de significância de 5% é o que apresenta coeficientes aleatórios para a variável ESTC, variável REP e variável SEX, pois tem um *p-value* inferior a 0.05. Vamos agora indicar as estimativas para este modelo com o coeficiente aleatório ESTC, e em anexo apresenta-se as estimativas para o modelo com coeficientes aleatórios REP e SEX.

Tabela 5.16: Parâmetros estimados do modelo de efeitos aleatórios com o coeficiente ESTC

Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	t	p-value
Intercept	523.16	2.53	206.45	0.00
SEX				
Feminino (ref)				
Masculino	29.65	1.58	18.80	0.00
IMI				
Não(ref)				
Sim	-12.26	4.86	-2.52	0.01
Desconhecida	-21.03	8.18	-2.57	0.01
INDESC	15.70	0.77	20.39	0.00
HEXP	-2.74	0.57	-4.80	0.00
TPC				
Nunca(ref)				
2 vezes por mês	-7.08	2.36	-2.10	0.03
2 vezes por semana	-17.82	2.30	-7.75	0.00
Todos os dias	-22.34	2.46	-9.09	0.00
Desconhecida	-23.37	2.37	-9.85	0.00
EF				
Família Tradicional(ref)				
Só um elemento	2.31	2.10	1.10	0.27
outra	-13.04	4.99	-2.61	0.01
Desconhecida	-27.66	10.15	-2.73	0.01
REP				
Não(ref)				
Sim	-82.77	2.17	-38.07	0.00
Desconhecida	-75.40	7.15	-10.85	0.00
ESTC	9.59	1.18	8.12	0.00
ESTE	3.79	1.22	3.12	0.00
-2*log-verossimilhança	54642.24			

Tabela 5.17: Estimativas da variância para o modelo de efeitos aleatórios com o coeficiente aleatório ESTC

Variância Residual ($\widehat{\sigma}_r^2$)	2774.13
Variância ESTC	23.52
Variância entre escolas ($\widehat{\sigma}_{u0}^2$)	556.02
-2 log-verossimilhança	54642.24

Neste modelo o valor da percentagem de variância explicada ao nível do aluno, R_1^2 , é de 38.2%. A melhoria da percentagem de variância explicada ao nível da escola, R_2^2 , é de 76.9%.

Verifica-se que o modelo com efeito aleatório pouco aumenta (0.2%) a sua capacidade explicativa e pouco diminui (0.1%) a parte explicada pelo efeito escola.

Como as alterações não são muito grandes, optamos pelo modelo de efeitos fixos em vez dos modelos de efeitos aleatório, porque este modelo é de interpretação mais directa.

Modelo efeitos fixos com variáveis explicativas ao nível do aluno e da escola

Neste modelo numa fase inicial introduziram-se todas as variáveis ao nível

da escola descritas na secção 5.1, depois verificou-se que uma grande parte não era estatisticamente significativa.

Na Tabela 5.18 mostramos os resultados do modelo com as duas variáveis explicativas ao nível da escola (TAM e INDESCMED) que se revelaram significativas.

Tabela 5.18: Parâmetros estimados do modelo de efeitos fixos com variáveis ao nível da escola e do aluno

Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	t	pvalue
Intercept	517.35	4.72	109.49	0.00
SEX				
Feminino (ref)				
Masculino	29.69	1.57	18.87	0.00
IMI				
Não(ref)				
Sim	-12.26	4.86	-2.52	0.01
Desconhecida	-22.76	8.14	-2.79	0.01
INDESC	14.92	0.79	18.96	0.00
HEXP	-2.80	0.57	-4.92	0.00
TPC				
Nunca(ref)				
2 vezes por mês	-7.20	2.36	-3.05	0.00
2 vezes por semana	-17.80	2.30	-7.74	0.00
Todos os dias	-22.51	2.46	-9.16	0.00
Desconhecida	-23.52	2.36	-9.98	0.00
EF				
Família Tradicional(ref)				
Só um elemento	2.30	2.10	1.08	0.28
outra	-12.82	4.99	-2.57	0.01
Desconhecida	-27.78	10.14	-2.74	0.01
REP				
Não(ref)				
Sim	-80.74	2.18	-37.10	0.00
Desconhecida	-75.14	7.13	-10.53	0.00
ESTC	9.35	1.12	8.33	0.00
ESTE	3.91	1.22	3.22	0.00
TAM	0.01	0.00	2.82	0.01
INDESCMED	15.88	3.05	5.20	0.00
-2 log-verosimilhança	54635.98			

Na Tabela 5.18 constata-se que as variáveis ao nível da escola nomeadamente o tamanho da escola e a média do índice socioeconómico influenciam de forma positiva o desempenho médio dos alunos a matemática. Neste modelo o impacto das variáveis explicativas ao nível do aluno mantém-se inalterado no que aos sinais diz respeito e os valores não sofreram alterações relevantes.

Para além das estimativas apresentadas na Tabela 5.18 temos que perceber em que medida as variáveis adicionadas ao modelo permitem aumentar a sua capacidade explicativa e que parte é explicada pelo efeito da escola.

Aplicando o teste da razão de verosimilhança obteve-se um p-value de 0.0014 indicando que o modelo de efeitos fixos com variáveis ao nível do aluno e da escola se ajusta melhor aos dados quando comparado com o modelo de efeitos fixos mas só com variáveis ao nível do aluno.

Tabela 5.19: Estimativas da variância modelo de efeitos fixos com variáveis ao nível da escola e do aluno

	variância
Variância Residual ($\widehat{\sigma}_r^2$)	2799.47
Variância entre escolas ($\widehat{\sigma}_{u0}^2$)	433.89
-2 log-verossimilhança	54635.98

Com a introdução das variáveis explicativas ao nível da escola a variância entre as escolas diminui de 561.69 para 433.89, ao mesmo tempo a variância dentro da escola (variância residual) passou de 2794.18 para 2799.47 mantendo-se praticamente constante.

Assim o coeficiente de correlação intraclasses passa a ser

$$\widehat{\rho} = \frac{\widehat{\sigma}_{u0}^2}{\widehat{\sigma}_{u0}^2 + \widehat{\sigma}_r^2} = \frac{433.89}{433.89 + 2799.47} = 0,13 = 13\%$$

Ou seja, a introdução das variáveis ao nível da escola vieram diminuir o efeito escola no desempenho médio dos alunos. A introdução de variáveis adicionais no modelo permitiu explicar 38% (R_1^2) da variância total encontrada nos resultados dos alunos. A variância explicada ao nível da escola, dada por R_2^2 , é igual a 82% o que permite concluir que a introdução das variáveis ao nível da escola no modelo explica a maior parte da variação entre escolas.

5.4 Análise dos resíduos

O modelo anterior verifica os pressupostos definidos na secção 4.2.2.

- Normalidade

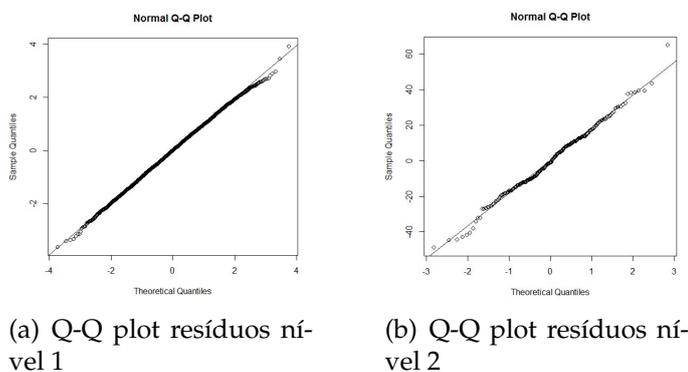


Figura 5.3: Gráficos da Probabilidade Normal

A representação no gráfico de probabilidade normal, conhecidos por Q-Q plots, permite avaliar a normalidade dos erros. Idealmente, os resíduos deverão acompanhar a linha reta que representa a distribuição normal.

Pela análise dos gráficos anteriores verifica-se que os resíduos do nível 1 e do nível 2 seguem uma distribuição normal.

Analicamente testa-se este pressuposto,

H0: Os erros das observações seguem uma distribuição Normal

H1: Os erros das observações não seguem uma distribuição Normal

No caso do nível 1 como o número de alunos é superior a 5000 iremos usar o teste de Kolmogorov–Smirnov e no caso do nível 2 iremos usar o teste de Shapiro.

Os *p-value* obtidos são 0.83 para o nível 1 e 0.62 para o nível 2. Como são superiores a 0.05, então não se rejeita H0, ao nível de significância de 5%.

Logo, os erros das observações seguem uma distribuição Normal com 95% de probabilidade.

- Média zero, variância constante e independência dos erros Analisando grafi-

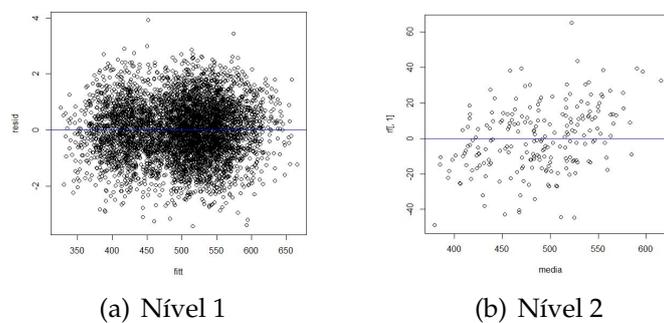


Figura 5.4: Análise da variância, independência e média

camente verifica-se que a nuvem de pontos não apresenta padrão, o que significa que as observações foram recolhidas de forma independente. Também se verifica que os resíduos formam uma nuvem mais ou menos retangular em torno de zero, o que significa que não há fenómeno de heterocedasticidade.

Capítulo 6

Conclusão e estudos futuros

Para a elaboração deste estudo, foi inicialmente realizada uma análise descritiva das variáveis em estudo. Desta análise foram retiradas diversas conclusões, nomeadamente que: a média do desempenho dos alunos portugueses no programa PISA no domínio da matemática é ligeiramente inferior à média da OCDE, embora tenha melhorado quando comparada com os resultados obtidos no programa PISA em anos anteriores. Os alunos inquiridos frequentam na sua maioria o 9º ano ou 10º ano de escolaridade.

Conclui-se ainda que 22% das mães e 18% dos pais possuem um curso superior e que o aumento do nível educacional dos pais aumenta o desempenho médio dos alunos. De salientar que os pais com um nível educacional mais elevado não são os que ajudam mais os filhos nos trabalhos de casa, mas sim os pais com um nível educacional médio (nível secundário).

Verificou-se ainda que as regiões autónomas apresentam um desempenho médio a matemática muito inferior ao da OCDE. No continente, é na região centro que os alunos obtêm melhores resultados, estes resultados são afetados pela zona onde se situa a escola. No caso da escola se situar numa cidade ou numa grande cidade o resultado obtido pelos alunos é superior à média da OCDE.

Em seguida, foi implementado um modelo de regressão multinível com dois níveis, nível 1 alunos e nível 2 escolas, na medida em que este tipo de modelos é considerado adequado para determinar os impactos no desempenho escolar de alunos pertencentes a várias escolas. Assim, na elaboração do primeiro modelo, foram consideradas apenas variáveis ao nível do aluno, tendo-se verificado que as únicas que influenciavam o desempenho médio a matemática são: o sexo, a ajuda obtida nos trabalhos de casa, o facto de ser imigrante ou não, repetente ou não, o número médio de horas de explicação a matemática, o índice socioeconómico e as

estratégias de controle e de elaboração. Num segundo modelo foram introduzidas além das variáveis ao nível do aluno as variáveis ao nível da escola. As variáveis que explicam o desempenho médio dos alunos ao nível dos alunos permanecem as mesmas, enquanto que as variáveis ao nível da escola que vão influenciar o desempenho médio dos alunos a matemática são o tamanho da escola e a média do índice socioeconómico. Este modelo é mais significativo que o anterior e permite tirar as seguintes conclusões:

- os rapazes têm notas esperadas mais altas que as raparigas.
- os imigrantes têm notas esperadas mais baixas que os nativos.
- os alunos cuja a estrutura familiar seja diferente da tradicional tendem a ter notas mais baixas.
- o índice socioeconómico afeta os resultados dos alunos de forma positiva.
- alunos que já reprovaram apresentam resultados esperados inferiores.
- os alunos com mais horas de explicações tendem a apresentar resultados inferiores o que significa que os alunos mais fracos são os que mais explicações têm neste ciclo de estudos.
- o esforço dos pais na ajuda aos trabalhos de casa dos filhos não se traduzem em melhores resultados esperados.
- estratégias de controle e de elaboração dos alunos afetam positivamente os resultados.
- o tamanho da escola e a média do índice socioeconómico têm um impacto positivo nos resultados.

Para finalizar, espera-se que este trabalho tenha ajudado a compreender as diferenças existentes no desempenho médio dos alunos a matemática.

Um assunto que poderá ser alvo de um trabalho futuro, é o estudo dos modelos de efeitos aleatórios e a introdução de outras variáveis explicativas que não foram consideradas.

Capítulo 7

Anexos

Tabela 7.1: Parâmetros estimados do modelo de efeitos aleatórios com o coeficiente SEX

Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	t	p-value
Intercept	523.20	2.57	203.85	0.00
SEX				
Feminino (ref)				
Masculino	29.78	1.80	16.53	0.00
IMI				
Não(ref)				
Sim	-12.05	4.85	-2.48	0.01
Desconhecida	-21.45	8.15	-2.63	0.01
INDESC	15.80	0.77	20.56	0.00
HEXP	-2.75	0.57	-4.84	0.00
TPC				
Nunca(ref)				
2 vezes por mês	-6.89	2.36	-2.92	0.03
2 vezes por semana	-17.68	2.30	-7.70	0.00
Todos os dias	-22.33	2.46	-9.09	0.00
Desconhecida	-23.36	2.37	-9.86	0.00
EF				
Família Tradicional(ref)				
Só um elemento	2.37	2.10	1.13	0.26
outra	-12.34	4.99	-2.47	0.01
Desconhecida	-26.55	10.14	-2.62	0.01
REP				
Não(ref)				
Sim	-82.75	2.17	-38.14	0.00
Desconhecida	-75.35	7.14	-10.55	0.00
ESTC	9.60	1.12	8.56	0.00
ESTE	3.64	1.21	2.99	0.00
-2*log-verossimilhança	54637.64			

Tabela 7.2: Estimativas da variância para o modelo de efeitos aleatórios com o coeficiente aleatório SEX

Variância Residual ($\widehat{\sigma}_r^2$)	2759.40
Variância SEX	142.80
Variância entre escolas ($\widehat{\sigma}_{u0}^2$)	588.06
-2 log-verossimilhança	54637.64

Tabela 7.3: Parâmetros estimados do modelo de efeitos aleatórios com o coeficiente REP

Parâmetro	Estimativa	Desvio Padrão	t	p-value
Intercept	523.53	2.64	197.81	0.00
SEX				
Feminino (ref)				
Masculino	29.91	1.57	18.99	0.00
IMI				
Não(ref)				
Sim	-11.82	4.89	-2.42	0.02
Desconhecida	-20.90	8.15	-2.56	0.01
INDESC	15.76	0.77	20.52	0.00
HEXP	-2.76	0.57	-4.85	0.00
TPC				
Nunca(ref)				
2 vezes por mês	-7.20	2.36	-3.05	0.00
2 vezes por semana	-17.63	2.29	-7.69	0.00
Todos os dias	-22.27	2.45	-9.07	0.00
Desconhecida	-23.85	2.37	-10.09	0.00
EF				
Família Tradicional(ref)				
Só um elemento	2.48	2.09	1.18	0.24
outra	-12.90	4.99	-2.58	0.01
Desconhecida	-28.39	10.18	-2.79	0.01
REP				
Não(ref)				
Sim	-83.06	2.55	-32.59	0.00
Desconhecida	-75.04	7.59	-9.88	0.00
ESTC	9.55	1.12	8.54	0.00
ESTE	3.68	1.21	3.03	0.00
-2*log-verossimilhança	54642.24			

Tabela 7.4: Estimativas da variância para o modelo de efeitos aleatórios com o coeficiente aleatório SEX

Variância Residual ($\widehat{\sigma}_r^2$)	2756.25
Variância Repetente sim	311.17
Variância Repetente Desconhecido	381.81
Variância entre escolas ($\widehat{\sigma}_{u0}^2$)	639.08
-2 log-verossimilhança	54642.24

Bibliografia

- Barroso, C. and Silva, M. (2010). *Os estudos PISA e o ensino das ciências físico naturais em Portugal: a comparabilidade dos resultados nacionais e as implicações para a política educacional*. Faculdade de Ciências Sociais e Humanas, Universidade Nova de Lisboa.
- Coleman, J. S., Campbell, E., Hobson, C., McPartland, J., Mood, A., Weinfield, F., and York, R. (1966). *Equality of Educational Opportunity*. Washington DC: US Government Printing Office.
- Cruz, C. (1977). *Modelos Multinível: Fundamentos e Aplicações*. Universidade Aberta.
- De Witte, K., Thanassoulis, E., Simpson, G., Battisti, G., and Charlesworth-May, A. (2010). Assessing pupil and school performance by non-parametric and parametric techniques. *Journal of the Operational Research Society*, 61:1224–1237.
- Ferrão, M. and Dias, V. (2006). Modelos multinível do desempenho escolar dos alunos socialmente desfavorecidos em escolas público/privadas - aplicação aos dados portugueses de pisa 2000. *Revista brasileira de Economia*, 5(2):63–77.
- Ferrão, M. and Goldstein, H. (2009). Adjusting for measurement error in the value added model: evidence from Portugal. *Quality and Quantity*, 43:951–963.
- Ferrão, M. E. and Fernandes, C. (2003). A contribuição da escola no desempenho escolar do aluno: Evidências do saeb. *Revista Brasileira da Economia*.
- GAVE (2004). *PISA 2003: Resultados do estudo internacional*. GAVE.
- Gave (2010). *PISA 2009 - Competências dos alunos portugueses: síntese de resultados*. Lisboa: GAVE.
- Goldstein, H. (2003). *Multilevel Statistical Models*. London, Edward Arnold: New York, Wiley.

- Gray, J., Jesson, D., and Sime, N. (1990). Estimating differences in the examination performances of secondary schools in six LEAs: a multi-level approach to school effectiveness. *Oxford Review of Education*, 16(2):137–157.
- Gutierrez, G. (2005). *Estimação das escalas dos construtos capital social, capital cultural e capital económico e análise do efeito escola nos dados do Peru-PISA 2000*. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- Hanushek, E. and Taylor, L. (1990). Alternative assessments of performance of schools: Measurement of state variation in achievement. *The Journal of Human Resources*, 25(2):179–201.
- Harlen, W. (2001). *The assessment of scientific literacy in the OECD/PISA project*. United Kingdom: University of Bristol.
- Maia, J. (2003). Modelação hierárquica ou multinível. uma metodologia estatística e um instrumento útil de pensamento na investigação em ciências do desporto. *Revista Portuguesa de Ciências do Desporto*, 3(1):92–107.
- Mancebón, M., Calero, J., Choi, A., and Ximenez-de Embún, D.P, E. (2012). The efficiency of public and publicly subsidized high schools in Spain: Evidence from PISA-2006. *Journal of the Operational Research Society*, (63).
- Murillo, F. (2003). Una panorámica de la investigación iberoamericana sobre eficacia escolar. *Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y cambio em Educación*, 1(1):1–14.
- OCDE (2008). Measuring improvements in learning outcomes: Best practices to assess the value-added of schools. Paris: OECD Publishing.
- OCDE (2009). *PISA 2006 Technical Report*, Paris. OCDE.
- Pereira, M. C. (2011). Uma análise da evolução do desempenho dos estudantes portugueses no programme for international student assessment (PISA) da OCDE. *Banco de Portugal - Boletim económico*, (II):131–146.
- Portela, M. and Camanho, A. (2010). Analysis of complementary methodologies for the estimation of school value-added. *Journal of the Operational Research Society*, 61:1122–1132.
- Raudenbush, S. and Bryk, A. (2002). *Hierarchical linear models*. Sage Publications, 2nd edition.

- Soares, J. F. (2004). O efeito da escola no desempenho cognitivo de seus alunos. *Revista Eletrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y cambio em Educación*, 2(2):83–104.
- Webster, W. and Mendro, R. (1997). The Dallas value-added accountability system. In Millman, J., editor, *Grading Teachers, Grading Schools: Is Student Achievement a Valid Evaluation Measure?*, pages 81–99. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.