

Simulação do comportamento à compressão uniaxial do betão reforçado com fibras de aço

Joaquim A. O. Barros¹
A. Ventura Gouveia²

^{1,2} Dep.^{to} de Eng.^a Civil da Universidade do Minho, Guimarães, Portugal

RESUMO

Ensaio de compressão uniaxial efectuados com provetes cilíndricos reforçados com diferente percentagem de fibras de aço são descritos no presente trabalho. Os ensaios foram realizados sob controlo de deslocamento, de forma a obter-se a resposta até ao completo esgotamento da capacidade de carga dos provetes. Os resultados obtidos são apresentados e analisados.

Duas expressões tensão-extensão foram definidas com base nos resultados experimentais. Estas expressões podem ser utilizadas em modelos numéricos de simulação do comportamento não linear material destes compósitos. Uma das expressões adequa-se a modelos formulados em extensões totais, enquanto a outra expressão é apropriada a modelos elasto-plásticos. O desempenho destas expressões é avaliado.

1 - INTRODUÇÃO

A capacidade de absorção de energia é a propriedade mais beneficiada pelo reforço das fibras (ACI 506 1984, Balaguru e Shah 1992, Barros 1995). A sua quantificação exige que os ensaios sejam conduzidos até que o material apresente desprezável capacidade de carga. Para tal, os ensaios devem ser efectuados sob controlo de deformações por forma a se obter a relação carga-deformação, não somente até à carga máxima, mas também após o pico de carga (ramo de amolecimento).

No presente trabalho descreve-se e apresenta-se os resultados dos ensaios de compressão uniaxial efectuados em provetes cilíndricos de betão simples (*BS*) e de betão reforçado com fibras de aço (*BRFA*). Nos *BRFA* utilizou-se duas classes de fibras, denominadas comercialmente por *Dramix ZP30/.50* e *ZX60/.80*. As duas primeiras letras da designação comercial da fibra caracterizam a geometria e a forma como as fibras se apresentam, coladas ou soltas, assim como o tipo de cola utilizado (Bekaert 1991). As fibras *ZP30/.50* são apropriadas para o *BRFA* projectado e têm 30 mm de comprimento e 0.5 mm de diâmetro, a que corresponde uma esbelteza de $30/0.5=60$. As fibras *ZX60/.80* têm 60 mm de comprimento e 0.8 mm de diâmetro, a que corresponde uma esbelteza de $60/0.8=75$. Estas fibras

¹ - Professor Auxiliar

² - Assistente Estagiário

apresentam-se com as extremidades dobradas e são fornecidas em plaquetas de aproximadamente 30 fibras, sendo embaladas em sacos de 25 Kg. A geometria destas fibras aumenta a eficácia do seu reforço devido à sua maior ancoragem ao betão. O fornecimento destas fibras em plaquetas tem como objectivo garantir a necessária trabalhabilidade da mistura, inibindo a ocorrência de fenómenos que conduzem à aglomeração das fibras. Durante a amassadura, a cola que agrega as fibras dissolve-se, pelo que as fibras recuperam a sua própria esbelteza, dando eficácia ao reforço pretendido. A resistência à tracção das fibras *ZP30/.50* e *ZX60/.80* é de 1250 N/mm² e de 1100 N/mm², respectivamente.

Duas expressões para simular o comportamento uniaxial do *BRFA* são definidas com base nos resultados experimentais. Uma expressão foi obtida por intermédio de uma metodologia semelhante à proposta por Mebarkia e Vipulanandan (1992) para simular o comportamento à compressão uniaxial de betões poliméricos reforçados com fibras de vidro. Esta expressão é apropriada para modelos numéricos que utilizam leis constitutivas definidas em extensões totais. Contudo, esta expressão não se adequa a modelos elasto-plásticos, dado que, quando a extensão total é decomposta na adição da extensão elástica com a extensão plástica, a expressão resultante é uma função implícita. A resolução desta expressão requer um procedimento iterativo. Uma segunda expressão foi definida para ser utilizada em modelos elasto-plásticos. Os procedimentos adoptados na dedução destas expressões são descritos no presente trabalho.

2 - DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS

2.1 - Equipamento

Na Figura 1 apresenta-se o equipamento utilizado nos ensaios realizados em provetes. Este equipamento é constituído por uma prensa, um grupo hidráulico, um controlador digital, um painel de controlo de carga e um computador.

A prensa da série 315 da *MTS* aplica ao provete a força mecânica em resposta aos comandos transmitidos pelo controlador digital. Esta prensa permite a realização de ensaios de compressão-tracção, sendo a aplicação da carga ao provete realizada por intermédio dum actuador hidráulico com movimento segundo o eixo vertical da prensa. A este actuador pode-se acoplar aduelas de aço de 221 mm de diâmetro, por forma a possibilitar o ensaio de provetes de diferentes dimensões. O prato superior da prensa possui uma calote esférica dotando-o de características de rótula. A carga é registada por intermédio de um sistema hidrodinâmico de pressão, podendo-se aplicar cargas até um limite máximo de 2700 kN. A prensa está munida de um transdutor de deslocamentos podendo registar deformabilidades até 200 mm.

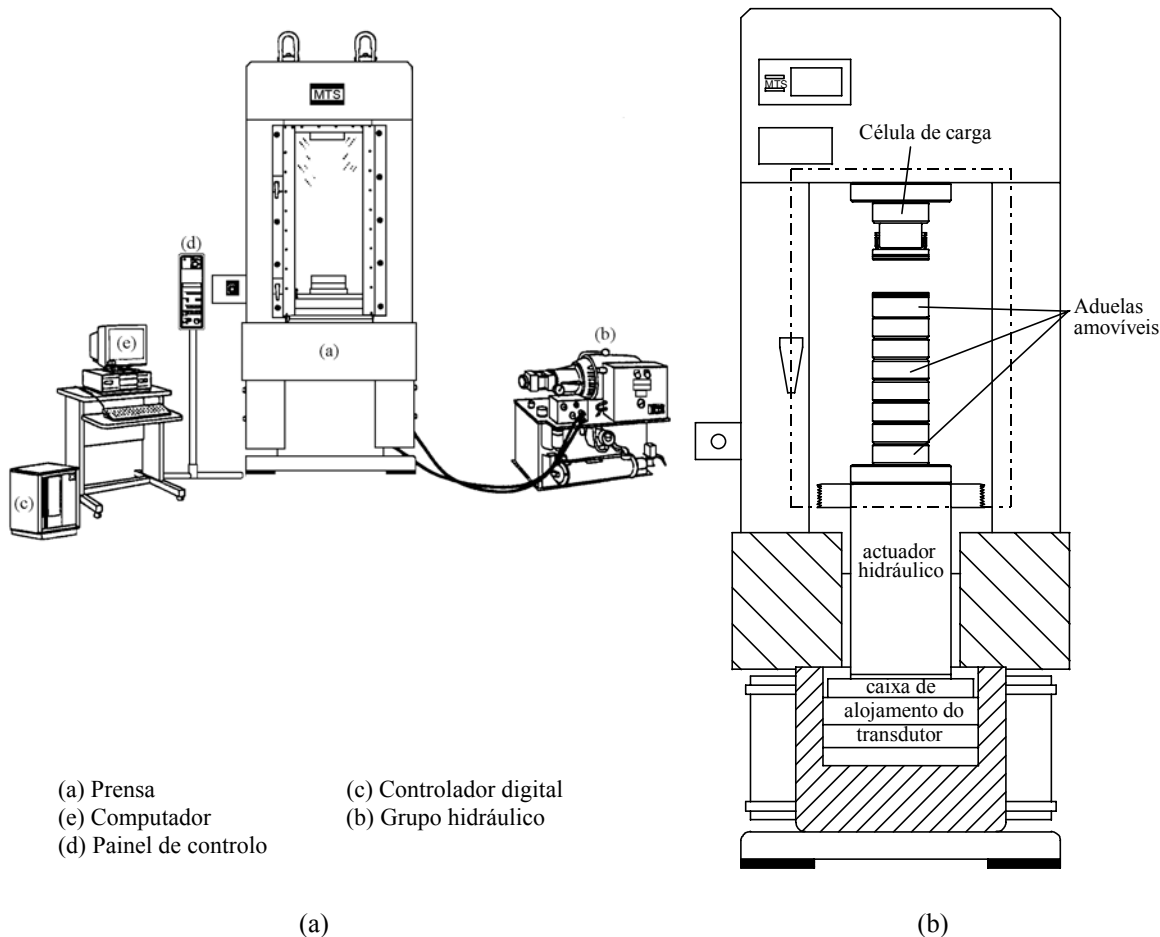


Figura 1 - Equipamento utilizado nos ensaios (a) e pormenor da prensa (b).

O grupo hidráulico fornece a pressão necessária requerida pelo ensaio. Por sua vez, o controlador digital realiza a interface entre o software e o resto do sistema. Inclui módulos de controlo do equipamento, de definição dos sensores e de conexão de equipamento externo. O computador descarrega o código para o controlador digital, ficando este habilitado a controlar o sistema. O painel de controlo permite que o operador mova o dispositivo de aplicação de carga da prensa ou do actuador, sob o modo de controlo desejado, até posicionar correctamente o provete para ser ensaiado. Os comandos do sistema e os procedimentos de ensaio são definidos por software próprio instalado no sistema.

O equipamento da Figura 1 está organizado por forma a constituir um servomecanismo que permite fazer o controlo automático dos sensores acoplados ao sistema. Na Figura 2 representa-se, em termos simplificados, o ciclo de controlo automático realizado pelo sistema durante o ensaio. Trata-se de um ciclo no qual o equipamento de controlo (computador e controlador digital) fornece o sinal de comando do programa ao elemento controlado constituído pela servoválvula, actuador hidráulico e provete. O sensor de controlo do ensaio envia um sinal de retorno ao controlador digital indicando como o elemento controlado respondeu. O controlador digital reage à diferença entre os sinais de comando e de retorno e ajusta o sinal de comando que activa o actuador hidráulico por forma a corrigir a diferença registada. O presente equipamento está dotado dos módulos de controlo *CLC* (“*Channel, Limited, Channel*”) e *PIDF* (“*Proportional, Integral, Derivative and feed Forward*”) (MTS 1993).

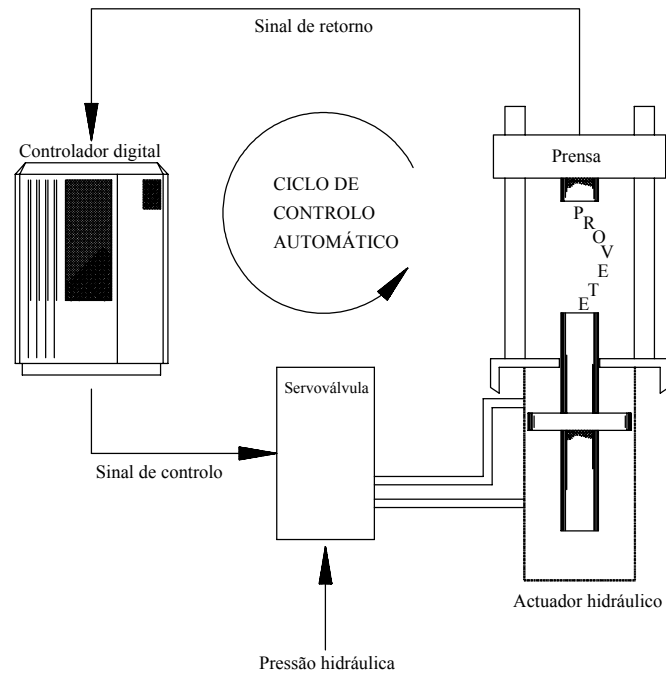


Figura 2 - Esquema do módulo de controlo automático dos sensores realizado pelo equipamento de ensaio.

2.2 - Provetes

O procedimento de amassadura utilizado na realização dos provetes foi o que se passa a descrever. A brita, constituída por inertes de granito azul com dimensão máxima de 15 mm ($d_{max}=15$ mm) e a areia foram lavadas e secas antes de se proceder à amassadura. Esta realizou-se numa betoneira corrente de tambor giratório de 200 ℓ de capacidade. A introdução dos componentes da amassadura na betoneira foi feita com a seguinte sequência: água, cimento, brita, areia e fibras.

Como as fibras de aço utilizadas nos presentes ensaios são fornecidas em plaquetas (*Dramix ZP30/.50* e *ZX60/.80*), o tempo de amassadura era o necessário para desagregar as fibras e distribuí-las o mais uniformemente possível pelo volume de betão.

Após a betonagem, os provetes ficavam cobertos por tecidos humedecidos durante aproximadamente uma semana. Até à data do ensaio, estes elementos permaneciam no ambiente natural do laboratório ($\cong 65\%$ de humidade relativa, a $\cong 20^\circ$ C de temperatura).

Os ensaios foram efectuados com cilindros de 150 mm de diâmetro e 300 mm de altura.

Uns dias antes dos provetes serem ensaiados, as faces de contacto do provete com os pratos de carga da prensa eram alisadas e horizontalizadas em equipamento apropriado, por forma a evitar um deficiente contacto entre o provete e os pratos da prensa, que conduz a uma resposta não linear na fase inicial do ensaio (Van Mier 1984). Antes de serem ensaiados, os provetes eram pesados e medidas as suas dimensões.

No Quadro 1 apresenta-se as características das duas composições utilizadas.

Quadro 1 - Características das composições dos betões das séries de provetes ensaiados.

Elemento	Composição (Kg/m ³)	
	s3	s4
Cimento	450	450
Areia (0-3 mm)	729	729
Brita (0-15 mm) ⁽¹⁾	1000	1000
Água	202.5	202.5
Fibras	0, 30, 45, 60 ⁽²⁾	0, 30, 45, 60 ⁽³⁾
Características		
água/cimento	0.45	0.45
cimento/inertes	0.26	0.26
Aditivo (% em peso do cimento)	-	-
W_f (% de fibras em peso da mistura)	0, 1.25, 1.875, 2.5	0, 1.25, 1.85, 2.5

(1) - Metade de brita 0-5 mm e a outra metade 5-15 mm.

(2) - Fibras de aço *DRAMIX ZP30/50*.

(3) - Fibras de aço *DRAMIX ZX60/80*.

2.3 - Velocidades de deformação e procedimentos de ensaio

Os ensaios foram efectuados com velocidades de deformação entre 10 $\mu\text{m/s}$ a 30 $\mu\text{m/s}$. Este intervalo de velocidade de deformação está de acordo com o sugerido pela norma Japonesa (JSCE 1984) para ensaios de compressão em provetes de *BRFA*. Nos provetes de *BS* utilizou-se uma velocidade de deformação de 10 $\mu\text{m/s}$, enquanto nos provetes de *BRFA* aplicou-se duas velocidades de deformação: 10 $\mu\text{m/s}$ até aos 3 mm e 30 $\mu\text{m/s}$ até à deformação última ($\cong 12$ mm).

3 - RESULTADOS DOS ENSAIOS

As curvas $\sigma_c - \varepsilon_c$ obtidas à data do ensaio nos provetes das séries referidas no Quadro 1 são apresentadas nas Figura 3 e 4. Da análise destas figuras constata-se que a capacidade de absorção de energia (área sob a curva $\sigma_c - \varepsilon_c$) aumenta com a quantidade de fibras. O aumento desta propriedade do material com a esbelteza da fibra não é significativo.

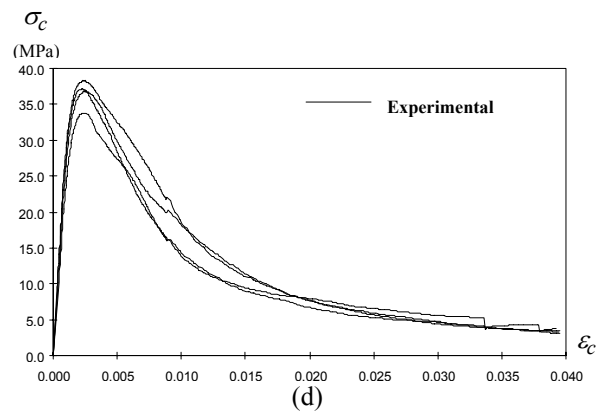
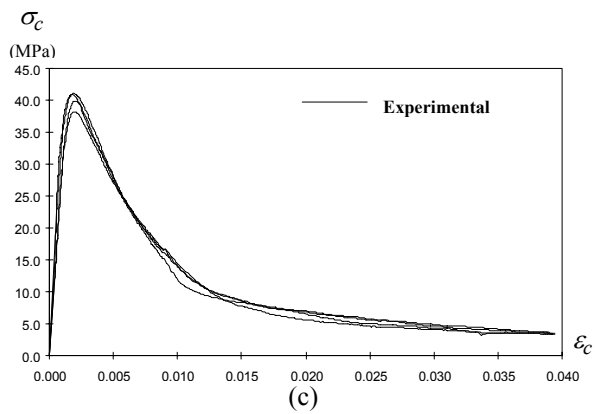
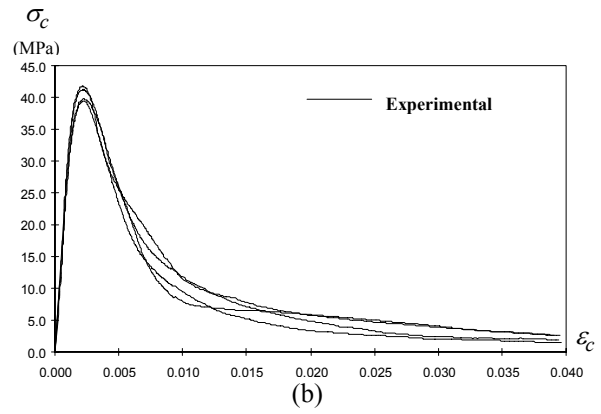
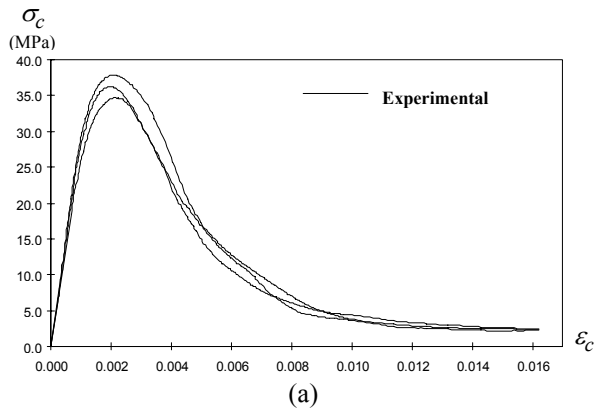


Figura 3 - Curvas $\sigma_c - \varepsilon_c$ dos provetes da série s3: 0 (a), 30 (b), 45 (c) e 60 (d) Kg/m^3 de fibras.

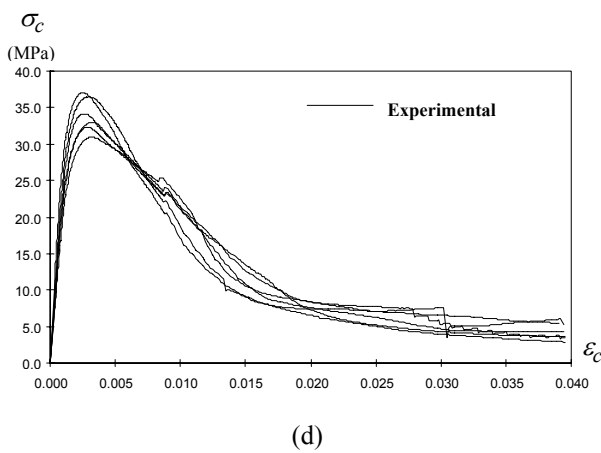
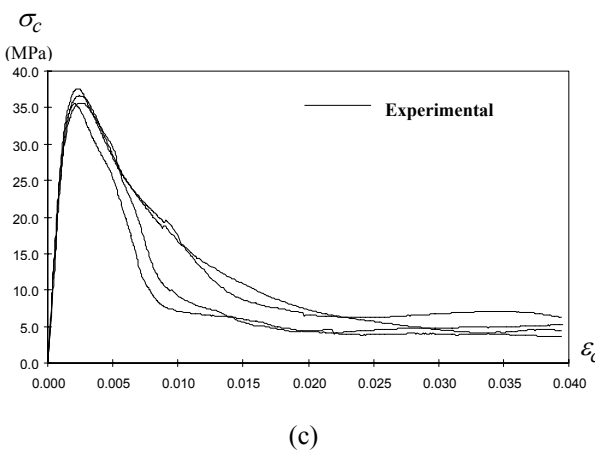
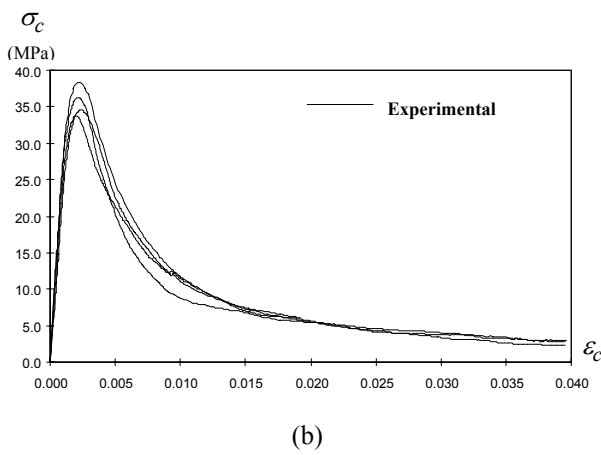
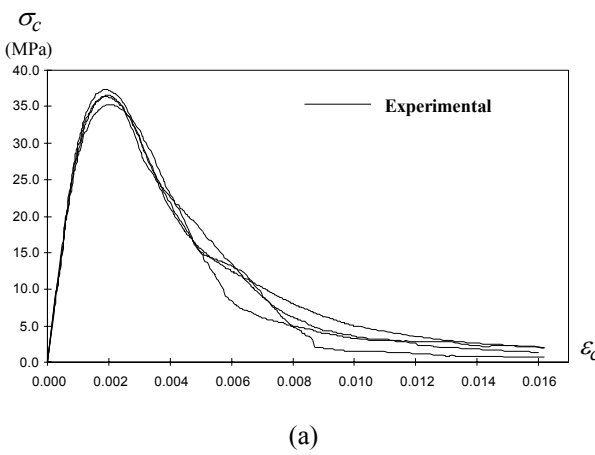


Figura 4 - Curvas $\sigma_c - \varepsilon_c$ dos provetes da série s4: 0 (a), 30 (b), 45 (c) e 60 (d) Kg/m^3 de fibras.

4 - LEIS CONSTITUTIVAS

4.1 - Expressão do código modelo CEB-FIP 1990

Para simular o comportamento à compressão uniaxial do betão simples, o código modelo *CEB-FIP 1990* (1993) propõe a lei representada na Figura 5, cujos ramos são definidos pelas seguintes equações:

$$\sigma_c = \frac{\frac{E_{ci}}{E_{c1}} \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^2}{1 + \left(\frac{E_{ci}}{E_{c1}} - 2\right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}} f_{cm} \quad \text{para } \varepsilon_c < \varepsilon_{c,\text{lim}} \quad (1a)$$

com

$$\varepsilon_{c,\text{lim}} = \varepsilon_{c1} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{E_{ci}}{E_{c1}} + 1 \right) + \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} \frac{E_{ci}}{E_{c1}} + 1 \right)^2 - \frac{1}{2} \right]^{1/2} \right\} \quad (1b)$$

e

$$\sigma_c = \left[\left(\frac{1}{\varepsilon_{c,\text{lim}} / \varepsilon_{c1}} \xi - \frac{2}{(\varepsilon_{c,\text{lim}} / \varepsilon_{c1})^2} \right) \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 + \left(\frac{4}{\varepsilon_{c,\text{lim}} / \varepsilon_{c1}} - \xi \right) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right]^{-1} f_{cm} \quad \text{para } \varepsilon_c \geq \varepsilon_{c,\text{lim}} \quad (1c)$$

com

$$\xi = \frac{4 \left[\left(\frac{\varepsilon_{c,\text{lim}}}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \left(\frac{E_{ci}}{E_{c1}} - 2 \right) + 2 \frac{\varepsilon_{c,\text{lim}}}{\varepsilon_{c1}} - \frac{E_{ci}}{E_{c1}} \right]}{\left[\frac{\varepsilon_{c,\text{lim}}}{\varepsilon_{c1}} \left(\frac{E_{ci}}{E_{c1}} - 2 \right) + 1 \right]^2}, \quad (1d)$$

estando os símbolos representados na Figura 5 e sendo sugerido para ε_{c1} o valor de 0.0022. Conforme ilustra a Figura 6, estas expressões simulam o aumento da fragilidade do comportamento do betão com o aumento da sua resistência.

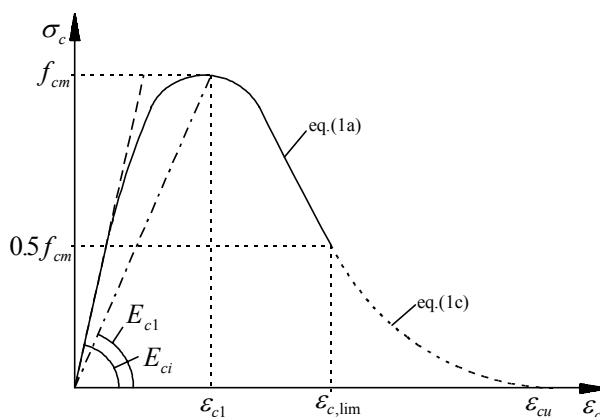


Figura 5 - Diagrama $\sigma_c - \varepsilon_c$ proposto pelo código modelo *CEB-FIP 1990* (1993) para simular o comportamento do BS à compressão uniaxial.

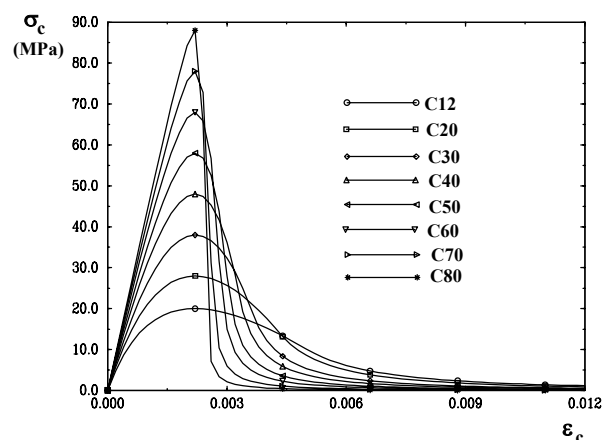


Figura 6 - Diagramas $\sigma_c - \varepsilon_c$ obtidos por intermédio da lei proposta pelo código modelo *CEB-FIP 1990* (1993) para betões de diferente resistência.

O desempenho da expressão proposta pelo CEB-FIP 1990 (1993) é avaliado na Figura 7. Verifica-se que esta expressão simula com rigor suficiente o comportamento registado experimentalmente até ao pico de carga, quer para os betões simples, quer para os *BRFA*. Contudo, após o pico a simulação não é adequada, e o desfaseamento entre a curva obtida com a referida expressão e as curvas registadas experimentalmente é tanto maior quanto maior for a percentagem de fibras.

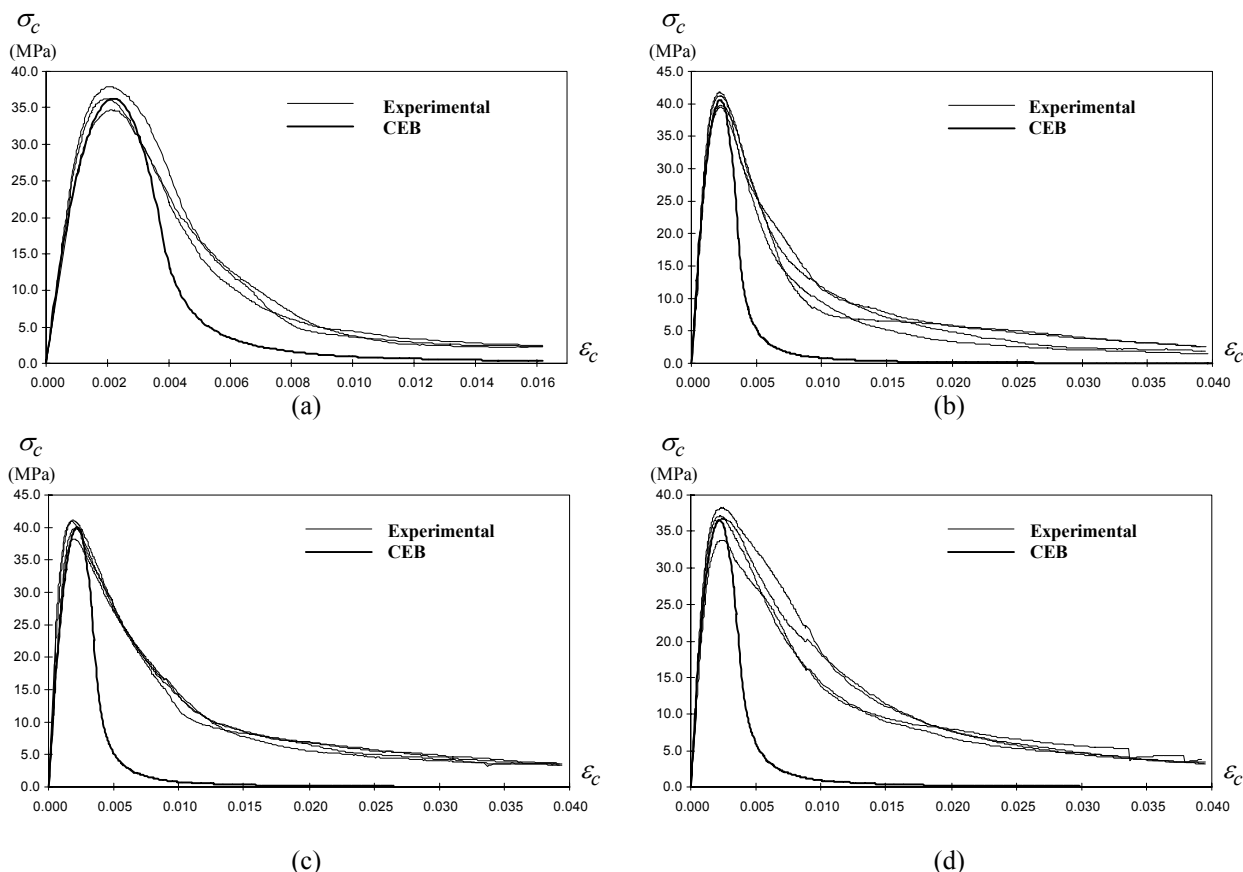


Figura 7 - Curvas $\sigma_c - \varepsilon_c$ dos provetes das série s3: 0 (a), 30 (b), 45 (c) e 60 (d) Kg/m³ de fibras.

4.2 - Expressão para modelos formulados com base em extensões totais

Na anterior secção verificou-se que a lei proposta pelo código modelo CEB-FIP 1990 (1993) é inadequada para simular a resposta total observada nos provetes de *BRFA* ensaiados. Nesta secção descreve-se os procedimentos adoptados para definir uma expressão mais apropriada para estes compósitos. A expressão baseia-se na seguinte relação

$$\sigma_c = f_{cm} \frac{\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}}{\left(1 - p - q\right) + q \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right) + p \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^p}^{1-q} \quad (2)$$

com

$$q = 1 - p - \frac{E_{c1}}{E_{ci}}, \quad p + q \in]0,1[, \quad \frac{1-q}{p} > 0, \quad (3)$$

proposta por Vipulanandan e Paul (1990) para o BS e betão polimérico, e usada mais recentemente por Mebarkia e Vipulanandan (1992) para o betão polimérico reforçado com fibras de vidro. A extensão ε_{c1} , a resistência à compressão, f_{cm} , e a relação entre o módulo de elasticidade secante e tangente, E_{c1}/E_{ci} são, para cada tipo de fibras, expressas em função da percentagem de fibras. O parâmetro p , que toma valores entre 0 e 1 é obtido minimizando a seguinte expressão

$$e^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_{ci}^r - \sigma_{ci}^c}{f_{cm}} \right)^2, \quad (4)$$

em que σ_{ci}^r e σ_{ci}^c são as tensões registadas experimentalmente e calculadas com a expressão (2), respectivamente, e n é o número de leituras num teste. Cada série de testes é composta, pelo menos, por quatro provetes. Aplicando o método dos mínimos quadrados, as expressões seguintes foram obtidas:

$$\varepsilon_{c1} = 0.0019 + 0.0002 W_f, \quad (5)$$

$$p = 1.0 - 0.919 \exp(-0.394 W_f) \quad (6)$$

para as fibras ZP30/.50,

$$\varepsilon_{c1} = 0.00206 + 0.00026 W_f, \quad (7)$$

$$p = 1.0 - 0.722 \exp(-0.144 W_f) \quad (8)$$

para as fibras ZX60/.80, em que W_f é a percentagem das fibras em peso da mistura. Na Figura 8 demonstra-se o excelente desempenho da expressão proposta.

Na prática, a resistência à compressão, f_{cm} , é usualmente a única propriedade determinada experimentalmente. Para uma determinada resistência, o correspondente E_{ci} pode ser obtido a partir das recomendações do Modelo Código 1990 (CEB-FIP 1993), $E_{ci} = 21500 [f_{cm}/10]^{1/3}$ (MPa), dado que a variação desta propriedade com a percentagem de fibras é insignificante, para a percentagem de fibras utilizadas correntemente. Para f_{cm} variando entre 30 e 60 MPa e para betões reforçados com percentagem de fibras similar às utilizadas no presente trabalho, os valores de ε_{c1} e p podem ser obtidos a partir das expressões propostas. Como $E_{c1} = f_{cm}/\varepsilon_{c1}$, o parâmetro q pode ser determinado a partir dos valores de p e E_{c1}/E_{ci} . Assim, para um determinado compósito, a expressão $\sigma_c - \varepsilon_c$ fica definida.

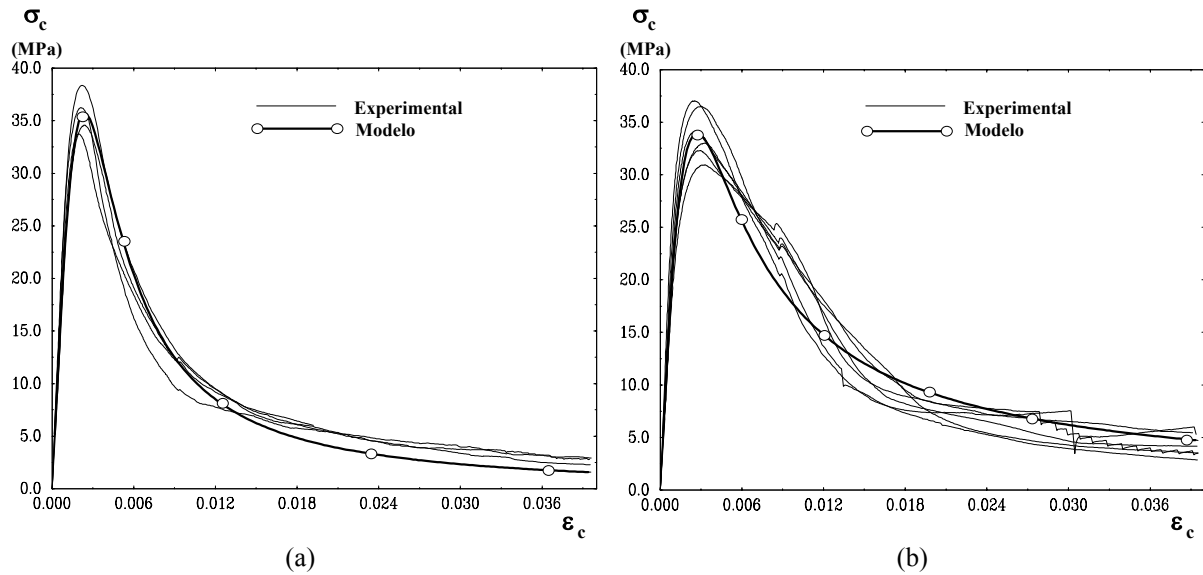


Figura 8 - Relação $\sigma_c - \varepsilon_c$ obtida experimentalmente e com a expressão proposta, para a série *s4* reforçada com 30 kg/m^3 (a) e 60 kg/m^3 (b) de fibras.

4.3 - Expressão para modelos elasto-plásticos

Para simular o ramo de amolecimento propõe-se a expressão seguinte:

$$\sigma_c = \frac{A \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - B \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2}{1 + C \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} + D \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2} f_{cm} \quad (9)$$

utilizada por Wang *et al.* (1978) para simular o comportamento à compressão uniaxial de betões de resistência normal e de betões leves. As constantes A, B, C e D são determinadas a partir das seguintes condições:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\sigma_c}{d\varepsilon_c} \right|_{\varepsilon_c = \varepsilon_{c1}} &= 0 \\ \sigma_c(\varepsilon_c = \varepsilon_{c1}) &= f_{cm} \\ \sigma_c(\varepsilon_c = \varepsilon_{1i}) &= f_{1i} \\ \sigma_c(\varepsilon_c = \varepsilon_{2i}) &= f_{2i} \end{aligned} \quad (10)$$

em que f_{1i} e ε_{1i} são a tensão e a extensão do ponto de inflexão do ramo de amolecimento, respectivamente. Por sua vez, ε_{2i} foi considerada como $2\varepsilon_{1i} - \varepsilon_{c1}$ e f_{2i} é a tensão avaliada em ε_{2i} .

Com base nos resultados experimentais e recorrendo ao método dos mínimos quadrados determinou-se as seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{1i} &= 0.004474 + 0.005010W_f - 0.005462W_f^2 + 0.001598W_f^3 \\
f_{1i} &= 18.110763 \exp(0.404240W_f - 0.132105W_f^2) \\
\varepsilon_{2i} &= 0.007057 + 0.008172W_f - 0.008939W_f^2 + 0.002672W_f^3 \\
f_{2i} &= 8.604557 \exp(0.673126W_f - 0.206333W_f^2)
\end{aligned}
\tag{11}$$

para as fibras ZP30/.50,

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{1i} &= 0.004474 - 0.002075W_f + 0.001279W_f^2 + 0.000227W_f^3 \\
f_{1i} &= 18.110763 \exp(0.397911W_f - 0.177286W_f^2) \\
\varepsilon_{2i} &= 0.007057 - 0.004579W_f + 0.002947W_f^2 + 0.000317W_f^3 \\
f_{2i} &= 8.604557 \exp(0.879732W_f - 0.350458W_f^2)
\end{aligned}
\tag{12}$$

para as fibras ZX60/.80.

As expressões (10) constituem um sistema não linear de equações que foi resolvido por intermédio do método de Newton-Raphson (Fernandes 1996).

No modelo de Wang *et al.* (1978) é proposta uma expressão igual a (9) para simular o comportamento do material até ao pico de carga. Contudo, na secção 4.1 verificou-se que a expressão proposta pelo código modelo CEB-FIP 1990 simula com rigor suficiente este ramo. Assim, no modelo que se propõe utiliza-se a expressão do CEB-FIP 1990 até ε_{c1} e a expressão (9) após esta extensão.

Na Figura 9 compara-se a resposta prevista com o modelo proposto com os resultados registados experimentalmente. Constatou-se que a expressão sugerida simula com rigor suficiente o comportamento experimental. Refira-se que da resolução do sistema de equações não lineares (10) pode-se obter valores para as constantes A, B, C e D que tornam a expressão (9) incarácterística. Para evitar a obtenção destas soluções impróprias será conveniente utilizar um algoritmo em que seja possível impor as seguintes restrições:

$$\begin{aligned}
0 \leq \sigma_c \leq f_{cm} \\
\frac{d\sigma_c}{d\varepsilon_c} < 0 \quad \text{para } \varepsilon_c > \varepsilon_{c1}
\end{aligned}
\tag{13}$$

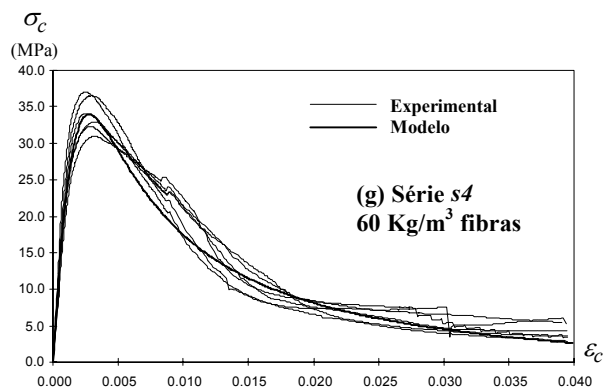
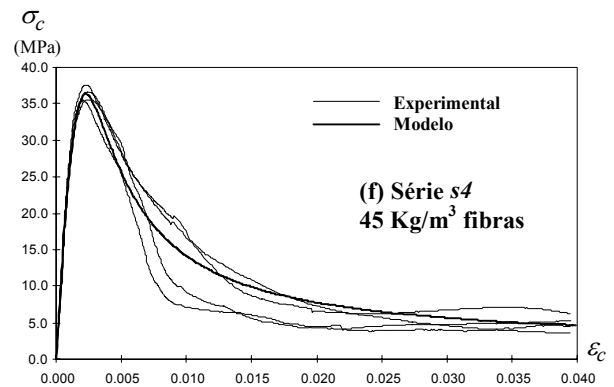
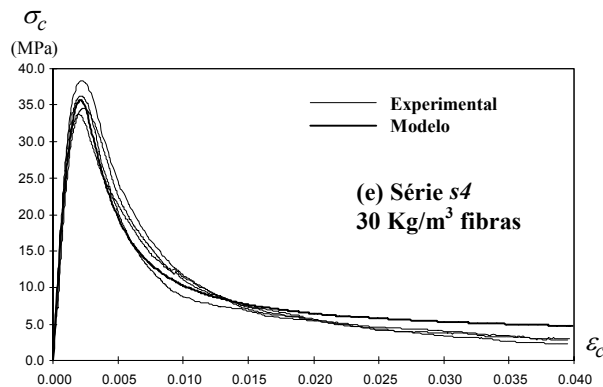
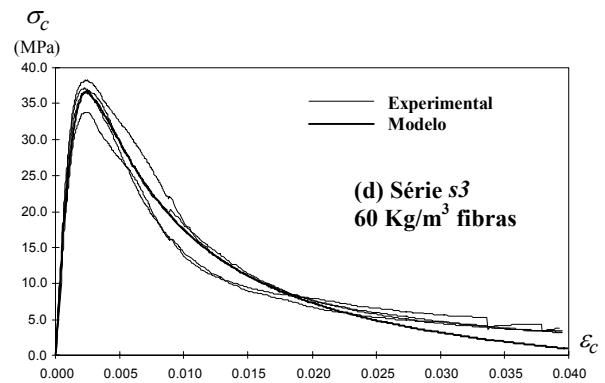
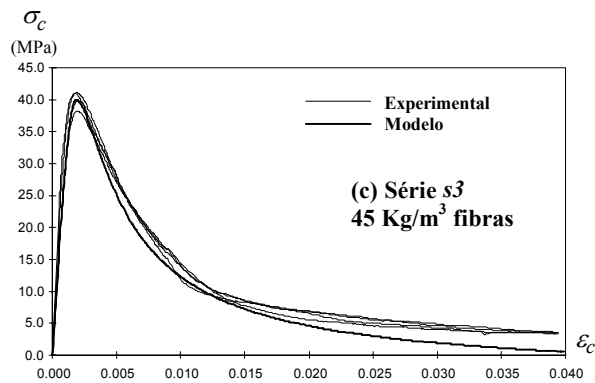
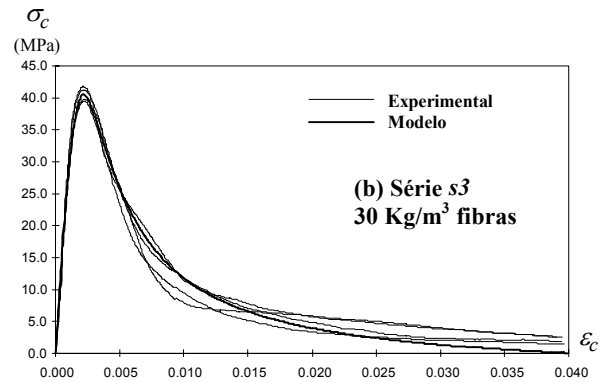
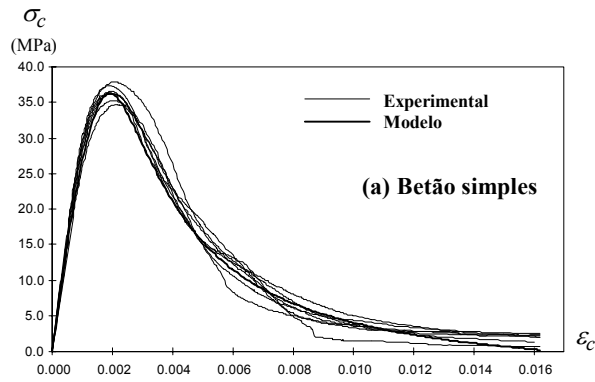


Figura 9 - Relação $\sigma_c - \varepsilon_c$ obtida experimentalmente e com a expressão proposta, para os provetes de betão simples (a), para os provetes da série s3 ((b), (c), (d)) e para os provetes da série s4 ((e), (f), (g)).

5 - CONCLUSÕES

No presente trabalho descreve-se os ensaios de compressão uniaxial efectuados com provetes cilíndricos de betão reforçado com diferente percentagem de fibras de aço de dois tipos. Os ensaios foram realizados sob controlo de deslocamentos, de forma a evidenciar-se o principal benefício proporcionado pelas fibras: aumento da capacidade de absorção de energia. Dos resultados experimentais constatou-se que a expressão proposta pelo código modelo CEB-FIP 1990 simula com rigor suficiente o comportamento pré-pico. Contudo, esta expressão não simula adequadamente o aumento de ductilidade que se verifica com o aumento da percentagem de fibras, na fase de amolecimento (após o pico de carga). Assim, no presente trabalho são determinadas duas expressões para simular o comportamento à compressão uniaxial destes compósitos. Estas expressões podem ser utilizadas em modelos de análise não linear material de estruturas constituídas por estes compósitos. Uma das expressões é apropriada para modelos formulados com base em extensões totais, enquanto a outra é adequada para modelos elasto-plásticos. A definição desta última exige a resolução de um sistema de equações não lineares, pelo que é possível obter soluções incarácterísticas. Assim, será conveniente utilizar um algoritmo que seleccione as soluções válidas. Além disto, é fundamental obter mais resultados experimentais de forma a diminuir o erro quadrático das constantes que participam nas expressões.

6 - REFERÊNCIAS

- ACI Committee 506, "State-of-the-Art Report on Fiber Reinforced Shotcrete," *Concrete International: Design and Construction*, Vol. 6, Nº 1, pp.15-27, 1984.
- Balaguru, P. N.; Shah, S. P., "Fiber Reinforced Cement Composites," *McGraw-Hill International Editions*, 530 pp., 1992.
- Barros, J. A. O., "Comportamento do betão reforçado com fibras análise experimental e simulação numérica," *Tese de doutoramento, Faculdade de Eng. Univ. do Porto*, 1995.
- BEKAERT N.V., Dramix fibres hors fils d'acier pour reinforcement de béton et de mortier, *Specification*, October, 1991.
- Comité Euro-Internacional du Béton, CEB-FIP Model Code 1990. "Design Code", *Bulletin d'information N°203-205*, 1993.
- Fernandes, E.M.G.P., "Computação Numérica", *Universidade do Minho*, Braga, Julho, 1996.
- JSCE-SF4 standard for flexural strength and flexural toughness of SFRC, "Method of tests for steel fiber reinforced concrete", *Concrete Library of JSCE*, Japan Society of Civil Engineers, Nº 3, pp. 58-66, 1984.
- Mebarkia, S. and Vipulanandan, C., "Compressive behavior of glass-fiber-reinforced polymer concrete." *J. Materials Civ. Engrg.*, 4(1) 91-105, 1992.
- MTS, Manuais do equipamento MTS, *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*, 1993.

Van Mier, J.G.M., “Strain-softening of concrete under multiaxial loading conditions”, *Dissertation, Delft University of Technology*, 1984.

Vipulanandan, C. and Paul, E., “Performance of epoxy and polyester polymer concrete.” *ACI Materials J.*, 87(3), 241-251, 1990.

Wang, P. T.; Shah, S. P. and Naaman, A. E., “Stress-Strain Curves of Normal and Lightweight Concrete in Compression”, *ACI Journal*, November, 1978.

Wee, T. H.; Chin, M. S. and Mansur, M. A., “Stress-Strain Relationship of High-Strength Concrete in Compression”, *Journal of Materials in Civil Engineering*, May, 1996.