

APRENDIZAGEM DE ESTATÍSTICA COM TECNOLOGIA NO 7º ANO DE ESCOLARIDADE

Catarina Vasconcelos Pereira Gonçalves

catarinavasconcelos7@hotmail.com

José António Fernandes

Universidade do Minho, jfernandes@ie.uminho.pt

Paulo Ferreira Correia

Escola Secundária/3 de Barcelos, ferreiracorreiapaulo@gmail.com

Resumo. Neste estudo trata-se uma intervenção de ensino de Estatística com tecnologia, em torno dos objetivos: 1) Identificar formas de utilização da tecnologia no ensino e aprendizagem da Estatística; 2) Reconhecer aspetos fortes e aspetos frágeis na utilização da tecnologia no ensino e aprendizagem da Estatística. Nesta comunicação aborda-se apenas a exploração do gráfico circular com a folha de cálculo numa turma do 7º ano de escolaridade, constituída por 19 alunos, pertencente a uma escola do concelho de Barcelos. Em termos dos resultados obtidos, verificou-se que o uso do computador por grupo revelou-se a forma mais eficaz de integrar esta tecnologia na aula de Matemática, conjugou-se o uso da tecnologia com o papel e lápis de várias formas e constatou-se um maior número de aspetos fortes do uso da tecnologia do que de aspetos frágeis.

Palavras-chave: Aprendizagem de Estatística; Tecnologia; Alunos do 7º ano.

Introdução

A Estatística é um ramo da Matemática em rápida expansão, que tem vindo a adquirir grande importância nos programas do ensino básico e do ensino secundário. Em 2007, com o novo Programa de Matemática do Ensino Básico (Ministério da Educação, 2007), a Estatística passou a ser um tema explícito do programa do 1º ciclo do ensino básico, tal como já acontecia nos programas dos outros níveis de escolaridade.

Os gráficos estatísticos são um meio para organizar e expressar dados e estão presentes no nosso dia a dia em todas as áreas da sociedade. Assim, é natural que os alunos aprendam a ler e a interpretar gráficos, mesmo antes de os ensinarmos (Fernandes, Morais & Lacaz, 2011). Contudo, isto não implica que os alunos saibam o que é um gráfico estatístico, o seu significado e a sua importância na sociedade atual (Carvalho, 2009). Daí a relevância do ensino e da aprendizagem dos gráficos estatísticos.

Contrastando com a sua importância, observam-se muitas dificuldades, por parte dos alunos, em alguns conceitos estatísticos, o que leva a questionar se as metodologias de ensino e os recursos utilizados pelos professores não serão uma das explicações para o insucesso do ensino e aprendizagem de Estatística. Admitindo esta possível causa, justificam-se intervenções em sala de aula baseadas em metodologias diferentes e que despertem o interesse nos alunos, recorrendo, por exemplo, às tecnologias.

A utilização de tecnologias no ensino e aprendizagem da Matemática conduz a uma aprendizagem mais significativa e profunda (Fernandes & Vaz, 1998), pois potencia a resolução de tarefas abertas e criativas, a comunicação, o raciocínio e o desenvolvimento do espírito crítico. Além disso, a tecnologia proporciona “importantes recursos de simulação que permitem explorar praticamente todos os objetos estatísticos” (Fernandes, Batanero, Contreras & Díaz, 2009, p. 168).

Existem várias tecnologias que podem ser utilizadas no ensino da Estatística, sendo a folha de cálculo considerada uma ferramenta “poderosa, com potencialidades que podem facilmente ser usadas para a aprendizagem da Matemática” (Ponte, Nunes & Veloso, 1991, p. 154).

Contudo, as tecnologias “não representam a alvorada de um novo mundo sem problemas” (Ponte, 2000, p. 3), uma vez que as tecnologias apresentam limitações. “O software e as ferramentas tecnológicas alteram o significado da Estatística porque introduzem novas representações e mudam a forma de trabalhar” (Fernandes, Sousa & Ribeiro, 2004, p. 171), pelo que é importante considerar essas alterações.

1. Enquadramento teórico

1.1. Ensino, aprendizagem e avaliação da Estatística com tecnologia

Ao longo dos anos, a tecnologia tem sido cada vez mais enfatizada no ensino e na aprendizagem da Estatística. As alterações no currículo de Matemática têm vindo a atribuir às tecnologias um lugar cada vez mais consistente (Amado & Carreira, 2008), tendo-lhes sido reconhecidos muitos aspetos fortes.

O Currículo Nacional para o Ensino Básico (2001) apresentava já uma referência muito explícita à utilização do computador, referindo: “Quanto ao computador, os alunos devem ter oportunidade de trabalhar com a folha de cálculo e com diversos programas educativos (...) assim como de utilizar as capacidades educativas da rede Internet” (p. 71). Mais recentemente, o atual Programa de Matemática do Ensino Básico (Ministério da Educação, 2007), no tópico Organização e Tratamento de Dados, no 3º ciclo, refere que “os alunos devem usar recursos tecnológicos – por exemplo, calculadora gráfica ou folha de cálculo – para representar, tratar e apresentar a informação recolhida” (p. 60).

Aspetos fortes e frágeis do uso da tecnologia no ensino e aprendizagem da Estatística

A utilização das tecnologias nas aulas de Matemática, e conseqüentemente de Estatística, segundo Fernandes e Vaz (1998) justifica-se na medida em que tem potencial para (1) promover uma aprendizagem mais profunda e significativa, (2) favorecer uma abordagem experimental ou indutiva da Matemática, e (3) desenvolver as suas aplicações (p. 44).

O ensino da Estatística com computador revela-se fundamental, uma vez que esta ferramenta permite que os alunos experimentem e explorem todas as fases dos estudos estatísticos, desde a escolha da amostra, passando pela recolha e organização dos dados, a simulação e análise, até à interpretação e comunicação dos resultados (Batanero, 2001).

Particularmente nos domínios dos gráficos, atualmente, “com as potencialidades gráficas trazidas pelas tecnologias, os alunos e os professores passam a ter uma ferramenta de investigação poderosa que lhes permite fazer simulações” (Carvalho, 2009, p. 25) e destacar a construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos.

Nesta linha de ideias, Ponte (1991, citado em Carvalho, 2009), considera que o computador permite libertar os alunos da construção manual dos gráficos, deixando-lhes assim mais tempo para a sua interpretação. Como refere a Carvalho (2009), “o papel do professor deixa de ser como *se constrói o gráfico* para passar a ser o que *nos diz o gráfico* e o papel do aluno passa a ser o de explicar o que está a acontecer para além da mera leitura dos dados” (Carvalho, 2009, p. 28).

Assim, o papel do professor revela-se fundamental, pois cabe-lhe a tarefa de “ajudar os alunos a questionar o próprio gráfico, a orientarem a sua atenção para certos aspetos e a desencorajarem outros” (Carvalho, 2009, p. 33).

Por outro lado, segundo Hawkins, Jolliffe e Glickman (1992) e Ponte (1995), com o uso do computador assiste-se a uma relativização da importância das capacidades de cálculo e de simples manipulação simbólica, que podem ser realizadas agora de uma forma muito mais rápida e eficiente. Os computadores permitem, assim, que seja dada uma maior importância aos aspetos interpretativos, conceptuais e de análise crítica, e menor importância aos procedimentais e algorítmicos (Batanero, 2001; Canavaro & Ponte, 1997).

Num ambiente de aprendizagem marcado pela utilização do computador “há uma maior quantidade de exemplos e contraexemplos, num menor espaço de tempo” (Amado & Carreira, 2008, p.288), resultado, segundo Hawkings, Jolliffe e Glickman (1992) e Batanero (2001), da natureza dinâmica e da velocidade do computador, considerados por estas autoras dois dos seus principais aspetos fortes.

Assim, o uso do computador permite a disponibilidade dos alunos para processos cognitivos de ordem superior (Rodrigues, 2000), que se situam para além do cálculo e da compreensão de conceitos e relações matemáticas simples (Canavarro & Ponte, 1997; Ponte, 1995), “deixando espaço para o desenvolvimento de processos reflexivos em torno das atividades” (Rodrigues, 2000, p. 16).

Além disso, o software estatístico computacional permite o estudo de maiores conjuntos de dados (Batanero, 2001) e permite que os alunos explorem e estudem conjuntos de dados reais (Hawkings, Jolliffe & Glickman, 1992). Ora, os investigadores e educadores consideram que o trabalho com dados reais em temas de interesse para os alunos contribui para a sua motivação para aprenderem Estatística (Bem-Zvi, 2000; Biehler, 1997, 2003, 2006, citado em Fernandes et al., 2009).

O uso do computador contribui também para o desenvolvimento do espírito crítico, uma vez que o computador se torna indispensável para a avaliação da veracidade e razoabilidade dos resultados fornecidos por estas ferramentas (Canavarro, 1994; Canavarro & Ponte, 1997) e “oferece um contexto favorável a que os alunos trabalhem de forma criativa, formulando e testando conjeturas próprias e explorando ideias diversas” (Canavarro & Ponte, 1997, p. 107).

Por outro lado, a utilização do computador como instrumento de apoio ao ensino e aprendizagem da Matemática incentiva o trabalho colaborativo entre os alunos, aumentando as oportunidades de discussão e comunicação (Amado & Carreira, 2008; Canavarro, 1994; Canavarro & Ponte, 1997) que podem ocorrer “entre os alunos num grupo de trabalho, entre diversos grupos da turma, ou entre a turma inteira e o professor” (Canavarro & Ponte, 1997, p. 109).

Deste modo, um ambiente de aprendizagem com computadores revela-se uma forma de “envolver os alunos em atividades de Matemática intensa e significativa, favorecendo o desenvolvimento de atitudes positivas em relação a esta disciplina e uma visão muito mais completa da sua verdadeira natureza” (Amado & Carreira, 2008; Ponte, 1995, p. 2). Nesta linha de ideias, Amado e Carreira (2008), além de referirem que os computadores motivam os alunos para a aprendizagem da Matemática, apontam “a redução da ansiedade e do medo de cometer erros” (p. 288) como um aspeto forte do uso desta ferramenta.

A folha de cálculo é uma tecnologia que se revela muito útil no ensino e aprendizagem da Estatística. Segundo Moreira (1989), a folha de cálculo permite avaliar, rapidamente, o efeito da substituição de um dado, isto é, permite obter pistas para responder a questões do tipo “que acontecerá se...”. Além disso, Moreira (1989) refere outra potencialidade da folha de cálculo: permitir estudar a mesma situação de diferentes perspetivas – aritmética, algébrica e gráfica –, podendo-se constatar quão variada e plena de sentido pode ser a aprendizagem do aluno (Fernandes & Vaz, 1998). Canavarro e Ponte (1997) consideram este aspeto “o mais importante contributo do computador para o ensino da Matemática” (p.106), na medida em que, desta forma, esta ferramenta facilita a abordagem investigativa na aprendizagem da Matemática.

Contudo, a utilização das tecnologias na aula de Matemática não apresenta apenas aspetos fortes. As tecnologias apresentam limitações, que, quando não são consideradas podem estar na origem de aprendizagens erradas (Fernandes & Vaz, 1998).

O uso de tecnologias cria, por vezes, “um ambiente de aula com mais movimento, mais ruído, mais sobressaltos e receios para o professor” (Amado & Carreira, 2008, p. 287), exigindo muitas tomadas de decisão por parte do professor, tanto na planificação de atividades como na sua implementação (Santos, 2000).

Formas de integrar a tecnologia no ensino e aprendizagem da Estatística

A “utilização de tecnologias nas aulas de Matemática implica a tomada de decisões ao nível da organização do ensino e ao nível do próprio ensino” (Fernandes & Vaz, 1998, p. 43), pois as ferramentas tecnológicas potenciam métodos de ensino diferentes dos chamados “tradicionais”. Além disso, os diferentes

modos de utilização do computador no ensino de Estatística supõem uma revisão na forma como se deve ensinar e aprender este tema (Batanero, 2001).

Podemos considerar três formas de usar computador em sala de aula: computador na turma, computador no trabalho individual e o computador no trabalho de grupo (Canavarro & Ponte, 1997). O computador ligado a um projetor, perante a turma, pode ter diversas funções: o professor pode substituir o quadro de giz por este instrumento, de modo a demonstrar, visualmente, alguns aspetos de forma mais dinâmica, muito mais rigorosa e muitíssimo mais rápida. Um único computador por turma pode ainda ser usado numa situação de exploração com toda a turma, numa discussão coletiva, numa síntese das conclusões dos diversos grupos ou na exemplificação de aspetos particulares introduzidos por algum aluno ou pelo professor (Canavarro & Ponte, 1997).

O computador no trabalho individual será, em alguns casos, a situação ideal, mas, por vezes, a presença de grande quantidade de equipamentos pode ser mesmo contraproducente (Canavarro & Ponte, 1997). No caso dos alunos envolvidos no estudo, esta estratégia justificou-se pelas dificuldades por eles apresentadas no âmbito da aprendizagem da matemática e pelo momento de avaliação permitir o uso do computador.

O computador no trabalho de grupo é uma das formas de trabalho mais recomendadas hoje em dia, uma vez que promove a interação e a colaboração entre os alunos e contribui para o desenvolvimento do espírito crítico (Canavarro & Ponte, 1997). Segundo Canavarro e Ponte (1997), as tarefas a realizar podem ter um objetivo específico ou serem de natureza mais aberta.

Além disso, deve-se integrar as ferramentas tecnológicas com outros meios de ensino, designadamente o papel e lápis. Demana e Waits (1994) referem três formas de integrar a calculadora gráfica no ensino da matemática: 1. Começar por resolver um exercício ou um problema com papel e lápis e, seguidamente, utilizar a calculadora para verificar a resolução; 2. Começar por resolver o exercício ou problema com a calculadora e, depois, confirmar ou completá-lo com papel e lápis; e 3. Resolver um exercício ou problema apenas com a calculadora, pois a sua resolução através de outros meios é impraticável ou mesmo impossível. Fernandes e Vaz (1998) consideram que estas formas de integração podem ser ampliadas a outras ferramentas tecnológicas, designadamente aos computadores.

Demana e Waits (1994) referem as consequências subjacentes a estas três formas de integração da tecnologia. Quanto à primeira, mencionam a tecnologia como um *feedback* que pode ter efeitos positivos ao nível da motivação dos alunos e da sua autoconfiança. Relativamente à segunda, referem a primeira abordagem do problema com a tecnologia no sentido de fornecer pistas para a sua resolução analítica e como um momento de formular conjeturas e hipóteses. Quanto à terceira, a resolução do problema apenas com tecnologia justifica-se quando, por razões de tempo ou de custos, se torna impraticável a sua resolução com papel e lápis.

2. Metodologia

A presente investigação constitui parte de um estudo relativo a uma intervenção de ensino em Estatística com tecnologia, apresentada na Tabela 1, realizada no ano letivo 2011/2012, inserida no Mestrado em Ensino da Matemática no 3º ciclo do Ensino Básico e do Ensino Secundário, na Universidade do Minho.

Tabela 1 – Síntese da intervenção de ensino

Aula	Tempo	Tarefas	Objetivos
1	90'	<ul style="list-style-type: none"> – Vídeo: Sondagens Presidenciais 2011 – O que é a Estatística? – Explorando os conceitos de variável estatística, população, amostra, censo e sondagem em situações da vida real. – Censos 2011. – Amostra representativa? – Desporto favorito – a escolha da amostra no Excel. 	<ul style="list-style-type: none"> – Compreender os conceitos: Estatística, variável estatística, amostra, população, censo, sondagem. – Recolher informação acerca dos Censos 2011, em grupo, na Internet. – Explorar situações que evidenciam enviesamento, na recolha de dados. – Gerar no Excel uma amostra aleatória.

2	90'	<ul style="list-style-type: none"> - Desporto favorito. - Animal doméstico preferido. 	<ul style="list-style-type: none"> - Construir e interpretar tabelas de frequências absolutas e relativas. - Identificar a moda de um conjunto de dados.
3	45'	<ul style="list-style-type: none"> - Variáveis estatísticas. 	<ul style="list-style-type: none"> - Distinguir variáveis qualitativas de variáveis quantitativas discretas ou contínuas.
4	90'	<ul style="list-style-type: none"> - Desporto favorito. - O agregado familiar em gráfico de barras. - O crescimento do Pedro e da Alice. 	<ul style="list-style-type: none"> - Construir, ler e interpretar gráficos de barras e de linha.
5	90'	<ul style="list-style-type: none"> - A pizza preferida em gráficos circulares. 	<ul style="list-style-type: none"> - Construir e interpretar tabelas de frequências absolutas e relativas e gráficos circulares.
6	90'	<ul style="list-style-type: none"> - Alturas dos jogadores portugueses na Liga Europa. 	<ul style="list-style-type: none"> - Construir, analisar e interpretar o histograma e tirar conclusões.
7	45'	<ul style="list-style-type: none"> - Vamos conhecer a nossa turma. 	<ul style="list-style-type: none"> - Consolidar aprendizagens.
8	90'	<ul style="list-style-type: none"> - Avaliação com recurso à tecnologia. 	<ul style="list-style-type: none"> - Esclarecer dúvidas. - Avaliar as aprendizagens dos alunos, na unidade Organização e Tratamento de Dados.

Este estudo desenvolveu-se em torno de quatro objetivos, acerca dos quais vamos apresentar resultados relativos aos dois primeiros: 1) Identificar formas de utilização da tecnologia no ensino e aprendizagem da Estatística; 2) Reconhecer aspetos fortes e aspetos frágeis na utilização da tecnologia no ensino e aprendizagem da Estatística.

Nesta intervenção, a tecnologia usada foi o computador com a folha de cálculo. Numa primeira fase, foi usado um computador por aluno e, numa segunda fase, um ou dois computadores por grupo. A intervenção de ensino foi implementada numa turma do 7º ano de escolaridade, constituída por 19 alunos, pertencente a uma escola do concelho de Barcelos, sendo 12 anos a sua média de idades e maioritariamente do sexo feminino.

A turma caracterizava-se como bastante heterogénea, tanto ao nível cognitivo, como ao nível afetivo e do seu interesse em relação à Matemática. Ao nível cognitivo, a maior parte dos alunos da turma apresentava dificuldades na interpretação de enunciados de problemas, na comunicação oral e escrita e na resolução de problemas que exigem conexões entre vários temas de matemática.

Durante a intervenção de ensino, os alunos, nomeados por A_i , com $i = 1, 2, \dots, 19$, organizaram-se em seis grupos de trabalho heterogéneos (ver Tabela 2) quanto ao seu desempenho em Matemática, de modo a beneficiar tanto os alunos mais capazes como aqueles que tinham mais dificuldades. Matos e Serrazina (2006) justificam esta estratégia afirmando que, deste modo, os alunos mais capazes podem observar processos conhecidos e refletir sobre eles a um nível superior e os alunos com mais dificuldades têm a oportunidade de usar as explicações recebidas.

Tabela 2 – Distribuição dos alunos da turma por grupos de trabalho

Nº do grupo	1	2	3	4	5	6
Elementos do grupo	A_1, A_2, A_3, A_4	A_5, A_6, A_7, A_8	A_9, A_{10}, A_{11}	A_{12}, A_{13}	A_{14}, A_{15}, A_{16}	A_{17}, A_{18}, A_{19}

Finalmente, a avaliou-se a intervenção de ensino analisando-se as tarefas realizadas pelos alunos, as gravações das aulas e o teste realizado com recurso à tecnologia, enfatizando-se neste texto as formas de utilização da tecnologia no ensino e aprendizagem da Estatística e os aspetos fortes e frágeis no uso deste recurso didático.

3. Apresentação de resultados

Nesta secção apresentam-se os resultados da exploração de uma das tarefas, relativa ao gráfico circular. Esta tarefa desenrolou-se numa das últimas aulas da implementação do projeto. Nesta altura, os alunos já não demonstraram dificuldades no manuseamento do computador e, por outro lado, já se mostraram bastante críticos perante as respostas fornecidas pelo computador.

Esta tarefa considera-se adequada para a aprendizagem, uma vez que segue as orientações do Programa de Matemática do Ensino Básico (Ministério da Educação, 2007) e aborda um tema de interesse para os alunos. Além disso, compara dados entre o todo e as partes, tal como sugere Carvalho (2009) no estudo do gráfico circular.

A pizza preferida em gráficos circulares

Na aula de Matemática, o professor apresentou os resultados de um inquérito, sobre qual a pizza preferida das turmas A e B, organizados nas seguintes tabelas de frequência.

Pizza preferida da turma A	Frequência absoluta
Margarita	5
Quatro queijos	10
Vegetais	1
Frango	2
Atum	2
Pizza preferida da turma B	Frequência absoluta
Margarita	7
Quatro queijos	8
Vegetais	2
Frango	7
Atum	2

- Representa os dados referentes à pizza preferida na turma A num gráfico circular, com papel e lápis.
- Representa, no Excel, os dados relativos à pizza preferida da turma B através de um gráfico circular.
- Se se duplicasse o número de alunos da turma B a preferirem cada tipo de pizza, o que acontecia ao gráfico circular?
- Supõe que duplicavas o número de alunos da turma A a preferirem a pizza de quatro queijos. O ângulo do sector circular correspondente a este tipo de pizza também duplicava? Justifica a resposta.

Nota: Adaptado de *Organização e Tratamento de Dados* (Martins & Ponte, 2010).

Na realização desta tarefa verificaram-se, nos diferentes grupos, diferentes formas de integração da tecnologia e observaram-se vários aspetos fortes e frágeis do uso da tecnologia, tal como se observa no Quadro 1.

Quadro 1 – Formas de integração da tecnologia nos grupos de trabalho ($n = 6$) e aspetos fortes e frágeis do uso da tecnologia presentes no desenvolvimento das questões a), b), c) e d)

Questões	Diferentes formas de integração da tecnologia segundo os grupos de trabalho				Aspetos fortes do uso da tecnologia na resolução das questões	Aspetos frágeis do uso da tecnologia na resolução das questões
	I	II	III	IV		
a)	3	2, 4, 5, 6	—	1	<ul style="list-style-type: none"> – Computador funcionou como um feedback; – Levar os alunos de uma forma mais rápida à construção do gráfico circular; – Rigor na construção de gráficos estatísticos; – Organizar os dados de diversas formas; – Facilitar a relação entre a medida da amplitude do ângulo do sector circular e a respetiva frequência; – Despoletar discussão entre os alunos nos grupos e entre a turma e a professora. 	<ul style="list-style-type: none"> – Ruído; – Movimento.
b)	—	1, 2, 3, 4, 5, 6	—	—	<ul style="list-style-type: none"> – Desenvolver o sentido crítico; – Despoletar discussão entre os alunos nos grupos, entre vários grupos e entre a turma e a professora. 	
c)	1, 2, 3, 4, 5, 6	—	—	—	<ul style="list-style-type: none"> – Permitir responder a questões do tipo “que acontecerá se...”; – Encorajar o raciocínio; – Incentivar a experimentação; – Motivar os alunos; – Esclarecer ideias; – Avaliar numa questão uma maior quantidade de conceitos; – Despoletar discussão entre os alunos nos grupos, entre vários grupos e entre a turma e a professora; – Desenvolver a intuição matemática. 	
d)	1, 2, 3, 4, 5, 6	—	—	—	<ul style="list-style-type: none"> – Repensar raciocínios; – Incentivar a experimentação; – Despoletar discussão entre os alunos nos grupos, entre vários grupos e entre a turma e a professora; – Desenvolver a intuição matemática. 	

Nota: I – A tecnologia como feedback; II – A tecnologia como geradora de uma ideia geral do problema; III – A tecnologia como único meio de resolução do problema; IV – Resolução do problema só com papel e lápis.

Questão a)

Da análise do Quadro 1, relativamente à questão a), que requer a construção de um gráfico circular com papel e lápis, destacam-se os grupos 1 e 3, na medida em que o grupo 1, ao contrário dos outros grupos, não utilizou a tecnologia para dar resposta ao problema. Já o grupo 3 começou por responder ao problema

com papel e lápis e depois utilizou o computador para verificar se a construção do gráfico circular estava correta, tal como referiram à professora, no âmbito da discussão grupo-turma:

Professora: Então quando representaram o gráfico, no Excel, relativamente à pizza da turma B, resultou o que estavam à espera? O que também fariam à mão? Vamos lá ver...

Ali o grupo do A_{10} !

A_{10} : O da turma A sim.

Professora: Então na turma A, vocês representaram com papel e lápis, e depois, no Excel?

A_{10} : Sim. E deu-nos igual.

Nesta questão, 67% dos grupos começaram por resolver o problema com tecnologia e, de seguida, construíram o gráfico com papel e lápis. Esta forma de utilizar o computador permitiu que os alunos obtivessem uma noção geral do gráfico circular, levando-os, de uma forma mais fácil e rápida, à construção do gráfico circular. A discussão havida no grupo-turma, entre a professora e um dos elementos do grupo 5, é disso ilustrativo.

Professora: E vocês A_{14} , usaram o computador?

A_{14} : Primeiro usamos o computador e depois fizemos no caderno.

Professora: E o computador em que é que ajudou?

A_{14} : Ajudou a perceber...

Professora: Mas em quê?

A_{14} : Ajudou-nos a perceber como íamos fazer o gráfico circular.

Professora: Então ajudou-vos, numa forma global... para perceberem como era o gráfico circular?

A_{14} : Sim.

Esta forma de integração da tecnologia conduziu os alunos, de uma forma mais rápida, à relação entre a medida da amplitude de cada sector circular e a frequência. Este aspeto forte da tecnologia revela-se muito importante, uma vez que, segundo Girard (1996, citado em Carvalho, 2009), “existe uma hipótese implícita de que os gráficos circulares ou de barras não levantem outros problemas além dos da proporcionalidade” (p. 6). Este aspeto verifica-se no seguinte diálogo, numa discussão do grupo-turma, entre a professora e o grupo 2.

Professora: Alguém usou no Excel, o gráfico para ver as percentagens? Alguém antes de construir o gráfico com papel e lápis, olhou para o computador? Diz A_5 .

A_5 : Antes de fazer olhei para o gráfico e reparei que, mesmo sem ter o ângulo, a quatro queijos ia ser metade do gráfico e Margarita ia ser um quarto.

Professora: Significa que ao olhar para o gráfico apercebeste-te que tinhas meio círculo gasto com a pizza, certo? E isso influenciou a tua ideia de procurares a metade?

A_5 : Sim!

Questão b)

No que diz respeito à segunda questão, observa-se pelo Quadro 1 que todos os grupos utilizaram o computador do mesmo modo, isto é, começaram por resolver o problema com tecnologia e depois confirmaram ou completaram com papel e lápis.

Nesta questão, metade dos grupos, os grupos 2, 3 e 6, ao construírem o gráfico circular no computador, relativo aos dados da turma B, aperceberam-se que o computador fornecia às categorias vegetais e atum, com a mesma frequência absoluta, diferentes frequências relativas, 7% e 8%, respetivamente. Disto é ilustrativo o diálogo entre dois elementos do grupo 2, na discussão no grupo, e a Figura 1, apresentadas a seguir.

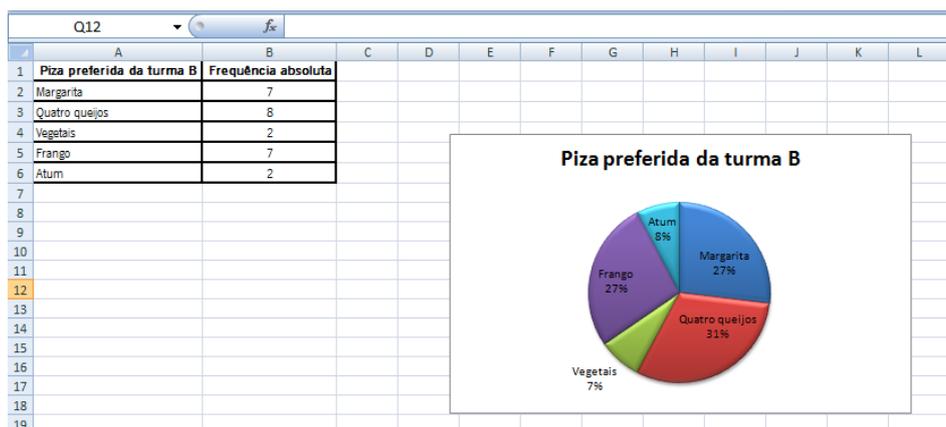


Figura 1. Representação dos dados da turma B, no Excel, num gráfico circular, pelo grupo 3.

A_5 : Olha! O atum e os vegetais têm a mesma frequência e aqui dá diferente!

A_6 : Pois, porque aqui não podem ter a mesma percentagem.

A_5 : Têm que ter a mesma percentagem. [A_6 chama a professora.]

A_5 : Professora, aqui têm a mesma frequência absoluta, mas no computador a percentagem dá diferente!

Professora: Então calculem vocês à mão para verem o que concluem. [Os alunos calculam as frequências absolutas com papel e lápis.]

A_5 : Hum... dá 7,69%.

Professora: Então o que acham que o computador fez?

A_5 : Num arredondou para cima e noutra arredondou para baixo.

Posto isto, tornou-se patente na discussão no grupo-turma que a professora aproveitou a intervenção havida neste grupo, relativamente à resposta do computador, para promover o desenvolvimento do sentido crítico dos alunos.

Professora: E na turma B?

A_5 : Nós não estávamos à espera que tipo... era suposto que... uma parte fosse 7% e 7%... e deu-nos 7%, 8%... e nós não estávamos a perceber porquê.

Professora: Pois... então depois fizeram com papel e lápis, não foi?

A_5 : Sim.

Professora: E então, o que é que vocês deduziram que o computador fez?

A_5 : Arredondou.

Professora: O grupo da A_5 também viu isso... e o grupo da A_{17} também... Viram que havia ali qualquer coisa que não estava bem! Experimentem somar as frequências que vocês calcularam à mão! (...)

Professora: Então vamos ouvir o A_5 ! O A_5 somou as frequências e quanto deu?

A_5 : Dá 0,000... Não! Dá 1,0038.

Professora – E quanto deveria dar no total?

A_5 : 1.

Além disso, esta questão levou à discussão entre os grupos e ao esclarecimento de ideias do grupo 5, como se infere do diálogo seguinte.

Professora: Então o que é que vocês pensam que aconteceu? Diz A_{15} .

A_{15} : Calcularam mal.

Professora: Calcularam mal?

A_{10} : Não! O computador arredondou...

Professora: Ou seja, o computador aqui... não está nada mal, A_{15} . O computador aqui teve que arredondar de tal modo, não é? ...para... nós só podíamos representar naquele gráfico circular então houve ali uma necessidade de ajustar, certo? A_{15} , não foi? Como é que ultrapassávamos aquele espaço? Não podíamos... então houve ali uma necessidade de ajustar. Certo? Vocês perceberam? Por isso, vocês têm de ter cuidado quando representam no computador têm que ser críticos, têm que ver e pensar... Vocês aí tiveram essa atitude! O grupo da A_5 também, vocês também A_{17} .

Questão c)

Quanto à questão c), em que se pretende verificar o que acontece ao gráfico circular quando se duplica o número de alunos da turma B a preferirem cada tipo de pizza, todos os grupos resolveram primeiro o problema com papel e lápis e, de seguida, utilizaram o computador para verificar a veracidade da resolução.

Previamente a resolverem o problema no computador, dos cinco alunos que referiram o seu raciocínio, alguns alunos (A_5 e A_6 pertencentes ao mesmo grupo) pensavam que o gráfico circular ia ficar diferente e outros (A_1 , A_3 e A_{10}) tinham a opinião que o gráfico circular não ia sofrer alterações ao duplicar o número de alunos da turma B a preferirem cada tipo de pizza.

A_5 : Iam dar valores diferentes!

Professora: E vocês, A_1 , o que pensaram?

A_1 : Eu achei que o gráfico ia ficar igual... os valores duplicavam, mas ia acabar por dar ao mesmo, porque o total também duplicava.

Além disso, observe-se o seguinte diálogo que ocorreu na aula, numa discussão entre os alunos do grupo 3, em que é patente um conflito entre as noções de frequência absoluta e de percentagem.

A_3 : Claro que duplicava!

A_{10} : Não duplicava nada! Sabes porquê? Ficava a mesma percentagem. Se pensarmos bem... ficavam as mesmas percentagens.

A_3 : Mas então se juntarmos mais alunos, esses alunos vão ter mais preferências... o número vai aumentando! Vai aumentar o gráfico.

A_{10} : Mas tipo, vai duplicar do 10 para o 20, certo? Isto ficava 40, certo? Isto ficava 10, isto 20, 2, 4, 4.

A_3 : Pronto!

A_{10} : 20 é metade de 40?

A_3 : É!

A_{10} : Então... 50%, certo? 10 é $\frac{1}{4}$ de 40. É tudo igual.

O grupo 3 ao resolver, em primeiro lugar, o problema com papel e lápis e ao verificar no computador, de seguida, constatou que a resolução estava correta, aumentando a motivação e a autoconfiança dos alunos do grupo. O aluno A_{10} depois de resolver com papel e lápis e confirmar a veracidade da sua resolução no computador, deu largas à sua satisfação.

A_{10} : Ficou igual. I'm the best!

A_3 : Fica igual.

A resolução no computador, depois da resolução com papel e lápis, propiciou o esclarecimento de ideias por parte de alguns alunos, tal como se verifica na discussão ocorrida no grupo-turma, entre a professora e um elemento do grupo 2.

Professora: Então, o Excel aqui ajudou-vos ou não a tirar conclusões?

A_6 : Ajudou! Ajudou e muito!

Professora: Diz lá A_6 !

A_6 : Foi uma maneira de vermos o gráfico.

Professora: O que vai acontecer! Essa tua oscilação com os dedos traduz tudo, A8... Porque não seria logo à primeira, pois não A_6 !?

A_6 : Não.

Professora: Porque se mudava um, era verdade o vosso raciocínio!.. Só quando termino, é que ele ajustou... fez isso que fazias com os dedos ... ajustou e ficou igual!

Questão d)

Na questão d) pretende-se verificar se a amplitude do ângulo do sector circular correspondente à categoria pizza de quatro queijos duplica, quando se duplica o número de alunos da turma A a preferirem essa pizza. Trata-se de uma questão em que se aborda a relação entre a amplitude do ângulo e a frequência, tendo-se revelado uma tarefa complexa. Carvalho (2009) e Espinel, González, Bruno & Pinto (2009) consideram esta relação como uma das dificuldades dos alunos na construção do gráfico circular.

Nesta questão, todos os grupos começaram por resolver o problema no caderno, com papel e lápis e, seguidamente, com recurso à tecnologia. Tal como na questão anterior, emergiram diferentes raciocínios na resolução deste problema. Mais uma vez, se denota que o uso do computador favoreceu a discussão nos grupos e, além disso, levou alguns alunos a repensar raciocínios, como aconteceu com os alunos do grupo 3.

Professora: Pois, porque na alínea anterior, quando dizia para duplicarmos apenas um setor, o que é que vocês disseram? O grupo do A_{10} , o que pensaram antes de usar o Excel?

A_9 : Achámos coisas diferentes.

Professora: Digam então...

A_9 : O A_{10} e o A_{11} achavam que ia ficar igual e eu achava que ia ficar diferente.

Professora – O que é diferente? Passar para o dobro ou não passar para o dobro?

A_{10} : Não passar para o dobro.

Professora: Porquê?

A_{10} : Porque ainda tem os outros tipos de pizza.

Tal como no grupo 3, também se podem evidenciar diferentes raciocínios nos grupos 1 e 2, durante a discussão no grupo-turma.

Professora: E vocês A_1 ? O que achavam antes de pôr no Excel?

A_1 : Eu não sabia se ele ia duplicar ou só aumentar... mas depois pus no computador e reparei que não, porque os outros grupos de pizza se duplicasse os outros não tinham mais espaço! Então vi que não ia duplicar, mas sim aumentar.

Professora: E vocês A_6 ?

A_6 : O A_6 achava que ia duplicar e nós não porque achávamos que se duplicasse o quatro queijos os outros também iam aumentar.

Professora: Os outros também iam aumentar?

A_6 : Não.

Professora: E vocês A_1 ?

A_{10} : A pizza de quatro queijos ia aumentar e os outros iam diminuir.

Professora: Mas ia aumentar para o dobro? Não... ia aumentar uma percentagem.

4. Conclusão e implicações

Dos resultados obtidos constataram-se muitos aspetos fortes do uso da tecnologia, aspetos esses fulcrais na aprendizagem da Estatística. Consequentemente, a tecnologia, tal como refere Ponte (1997) em relação à matemática, contribuiu para a aprendizagem da Estatística, no sentido de “dar um contributo essencial para aprender a interrogar, conjecturar, descobrir e argumentar raciocinando sobre objetos abstratos e relacionando-os com a realidade física e social” (Ponte, 1997, p. 1).

Além disso, com este trabalho verificou-se ser necessário entender como se integrar a tecnologia na sala de aula, constatando-se que um computador por grupo é a forma mais eficaz pois promove uma maior interação entre os seus membros. Por outro lado, também se patenteou a importância de conjugar a tecnologia com o papel e lápis, e observaram-se muitas vantagens inerentes a estas estratégias de ensino e aprendizagem, designadamente: a motivação dos alunos, o proporcionar de pistas à resolução analítica e organizar grandes quantidades de dados reais em pouco tempo.

Deste estudo também resultaram alguns aspetos frágeis na utilização da tecnologia. No entanto, se a tecnologia se tornar numa rotina da sala de aula, alguns destes aspetos, como por exemplo as dificuldades de manuseamento do computador, a distração decorrente da sua utilização e o sentido acrítico dos alunos perante as respostas do computador, diminuem ou podem mesmo desaparecer, tal como se observou ao longo da intervenção. Além disso, o professor tem de admitir que uma aula com tecnologia tem mais ruído e movimento, pois “a aula deixa de estar totalmente nas mãos do professor e passa a ser também dominada pelo computador e pelo próprio desempenho dos alunos” (Santos, 2000, p. 77).

5. Referências

- Amado N., & Carreira S. (2008). Utilização pedagógica do computador por professores estagiários de Matemática – diferenças na prática da sala de aula. In A. P. Canavaro, D. Moreira, & M. I. Rocha (Orgs.), *Tecnologias e educação matemática* (pp. 286-299). Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Universidad de Granada.
- Ben-Zvi, D. (2000). Towards understanding the role of technological tools in statistical learning. *Mathematics Thinking and Learning*, 2(1&2), 127–155.
- Canavaro, A. P. & Ponte, J. P. (1997). *Matemática e novas tecnologias*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Canavaro, A. P. (1993). *Conceções e práticas de professores de matemática: três estudos de caso*. (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Carvalho, C. (2009). Reflexões em torno do ensino e da aprendizagem da Estatística. O exemplo dos gráficos. In J. A. Fernandes, F. Viseu, M. H. Martinho, & P. F. Correia (Orgs.), *Atas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 22-36). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Demana, F., & Waits, B. (1994). Graphing calculator and computer precalculus projects (C²PC): What have we learned in ten years? In A. Slow (Ed.), *Preparing for a new calculus conference proceedings*. Washington: The Mathematical Association of America.
- Espinel, M. C., González, M. T., Bruno, A., & Pinto, J. (2009). Las gráficas estadísticas. In L. Serrano (Eds.), *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica* (pp.57-74). Málaga: Gráficas San Pancrácio.
- Fernandes, J. A., & Vaz, O. (1998). Porquê usar tecnologia nas aulas de Matemática? *Boletim da SPM*, 39, 43-55.
- Fernandes, J. A., Alves, M. P., Machado, E. A., Correia, P. F., & Rosário, M. A. (2009). Ensino e avaliação das aprendizagens em Estatística. In J. A. Fernandes, M. H. Marinho, F. Viseu, & P. F. Correia (Orgs.), *Atas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 52-71). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Fernandes, J. A., Batanero, C., Contreras, J. M., & Díaz, C. (2009). A simulação em Probabilidades e Estatística: potencialidades e limitações. *Quadrante*, vol. XVIII, nº 1 e 2, 161-183.
- Fernandes, J. A., Morais, P. C., & Lacaz, T. V. S. (2011). Representação de dados através de gráficos estatísticos por alunos do 9º ano de escolaridade. *Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*, Recife, Brasil, 26-30 Junho 2011.
- Fernandes, J. A., Sousa, M. V. & Ribeiro, S. (2004). O ensino de estatística no ensino básico e secundário: Um estudo exploratório. In J. A. Fernandes, M. V. Sousa, & S. A. Ribeiro (Orgs.), *Ensino e aprendizagem de probabilidades e estatística – Atas do I Encontro de Probabilidades e*

- Estatística na Escola* (pp. 165-193). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Hawkins, A., Jolliffe, F., & Glickman, L. (1992). *Teaching statistical concepts*. Harlow, Essex, England: Longman Group UK Limited.
- Jolliffe, F. (2007). The changing brave new world of statistics assessment. In B. Phillips, & L. Weldon (Eds.), *The Proceeding of the ISI/ISAE Satellite on Assessing Student Learning in Statistics*, Vooburg: International Statistical Institute.
- Martins, M. E., & Ponte, J. P. (2010). *Organização e Tratamento de Dados*. Lisboa: Ministério de Educação.
- Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Autor.
- Moreira, L. (1989). *A folha de cálculo na educação matemática: Uma experiência com alunos do ensino preparatório* (Tese de mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (1995). Novas tecnologias na aula de Matemática. *Educação e Matemática*, 34, 2-7.
- Ponte, J. P. (1997). O Ensino da Matemática na Sociedade da Informação. *Educação e Matemática*, 45, 1-2.
- Ponte, J. P. (2000). Tecnologias de informação e comunicação na educação e na formação de professores: Que desafios para a comunidade educativa? In A. Estrela & J. Ferreira (Eds.), *Tecnologias em educação: Estudos e investigações* (Atas do X Colóquio da AFIRSE, pp. 89-108). Lisboa: Universidade de Lisboa, Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação.
- Ponte, J. P., Nunes, F., & Veloso, E. (1991). *Computadores no Ensino da Matemática. Uma coleção de estudos de caso*. Lisboa: APM e Projeto Minerva (DEFCUL).
- Rodrigues, M. (2000). Interações sociais na aprendizagem da Matemática *Quadrante*, vol. 9, nº 1, 3-47.
- Santos, E. (2000). O computador e o professor: Um contributo para o conhecimento das culturas profissionais dos professores. *Quadrante*, vol. 9, nº 2, 55-81.