

# Análise geométrica e capacidade de carga de pontes em arco de alvenaria do Noroeste Peninsular

Daniel V. Oliveira, Paulo B. Lourenço

*ISISE, Universidade do Minho, Departamento de Engenharia Civil, Guimarães*

Cláudia Lemos

*Universidade do Minho, Departamento de Engenharia Civil, Guimarães*

**RESUMO:** Neste trabalho apresenta-se os resultados de um levantamento geométrico realizado em 59 pontes em arco de alvenaria das áreas geográficas do Norte de Portugal e Noroeste de Espanha. Com base na discussão dos resultados geométricos, foram definidas oito pontes de referência, representativas da amostra. Posteriormente, o artigo trata a avaliação da capacidade de carga das pontes de referência. Verificou-se que a espessura do arco e as propriedades físicas do material de enchimento são de primordial importância em termos de capacidade de carga. Além disso, os resultados indicaram que as pontes da amostra são estruturalmente seguras em relação à legislação aplicável.

## 1 INTRODUÇÃO

O reduzido número de trabalhos realizados em Portugal sobre pontes em arco de alvenaria tem-se centrado essencialmente sobre levantamento de danos e soluções de reforço, enquanto a análise e avaliação estrutural são quase inexistentes. Com o objectivo de desenvolver uma metodologia para uma análise expedita da segurança estrutural de pontes em arco de alvenaria com base em informações geométricas, foi realizado um trabalho de investigação baseado nas seguintes etapas:

- levantamento geométrico de pontes em arco de alvenaria da Península Ibérica com base em informação bibliográfica, com destaque para as áreas geográficas adjacentes do Norte de Portugal e Noroeste de Espanha;
- definição de pontes de referência, geometricamente representativas da amostra;
- avaliação numérica da capacidade de carga das pontes de referência, incluindo uma análise paramétrica.

A primeira parte do artigo trata da apresentação e discussão dos resultados geométricos e definição das pontes de referência. A segunda parte do trabalho aborda a análise numérica paramétrica e discussão dos parâmetros mais importantes que controlam a capacidade de carga das pontes.

## 2 ESTUDO GEOMÉTRICO

### 2.1 *Levantamento geométrico*

Foi realizado um levantamento das propriedades geométricas mais importantes de pontes rodoviárias em arco de alvenaria com base em revisão da literatura disponível

(Nunes 1997, Carita 1998, Costa 2002, Durán 2005, IGESPAR 2008, Rodrigues 2008) e em trabalhos anteriores (Luís e Santos 1999).

Foi considerado um total de 59 pontes de Portugal e Espanha, com ênfase nas pontes localizadas nas áreas geográficas adjacentes do Norte de Portugal (Minho e Trás-os-Montes) e Noroeste de Espanha (Galiza). De facto, 70% das pontes em análise estão localizados nestas três zonas adjacentes. Esta predominância é basicamente devido à existência e disponibilidade dos dados. Será expectável que a proximidade geográfica possa ter levado à utilização de técnicas de construção similares (Brencich e Morbiducci 2007).

As 59 pontes rodoviárias analisadas são constituídas por arcos segmentares, de vãos simples e múltiplos, totalizando 207 vãos. Os parâmetros não-geométricos analisados foram o material de construção, o local e a data de construção. Quanto ao material de construção, constatou-se que 79% das pontes são de granito. Os outros materiais estruturais utilizados foram arenito, calcário e xisto. Este é um resultado esperado pois o granito é a rocha dominante na parte Norte de Portugal. Em termos de localização, 72% das pontes da amostra estão localizadas em Portugal. Este resultado é condicionado pela disponibilidade e acesso aos dados. Apesar da data de construção ser um parâmetro muito difícil de avaliar, com base na informação disponível 67% das pontes foram construídas até ao séc. XV.

Os parâmetros geométricos obtidos foram o número de vãos, o vão  $s$  e a altura  $r$  do arco, a espessura  $t$  no coroamento do arco, e a largura  $W$  e altura  $H$  dos pilares. As pontes de vãos múltiplos representam 71% das pontes da amostra. Foram consideradas três classes para a definição da profundidade relativa:

- arco abatido  $0,00 < r/s \leq 0,25$
- arco semi-abatido  $0,25 < r/s \leq 0,40$
- arco profundo  $0,40 < r/s$

Os arcos foram também agrupados em função do vão, em três categorias:

- arco de pequeno vão  $0,0 < s \leq 7,5$  (m)
- arco de médio vão  $7,5 < s \leq 15,0$  (m)
- arco de grande vão  $15,0 < s$  (m)

A relação entre o vão e a razão altura/vão é ilustrada na Figura 1 para todos os arcos da amostra. Esta amostra é dominada por arcos de vão até 12 m. A maioria das poucas pontes de grande vão da amostra estão localizadas em Espanha e foram construídas durante o período Romano. Os arcos profundos e semi-abatidos são dominantes, com uma profundidade relativa média de 0,40. As profundidades relativas superiores a 0,50 não são usuais em pontes segmentares e, provavelmente, são devidas a erros relacionados com a informação geométrica disponível.

Os arcos de pequeno e médio vão constituem a grande maioria da amostra, enquanto menos de 5% dos arcos têm um vão superior a 15 m, ver Figura 1. Além disso, a maioria dos arcos de pequeno e médio vão apresentam uma profundidade relativa superior a 0,25. Este resultado significa que os arcos da amostra podem ser representados por arcos semi-abatidos a profundos e vãos curtos a médios. Apesar de não explicitamente ilustrado no artigo, as várias relações geométricas de pontes portuguesas e espanholas são bastante semelhantes (Lemos 2009), indicando que muito provavelmente a proximidade geográfica promoveu o uso de regras empíricas semelhantes. A diferença refere-se apenas aos arcos de grande vão, onde todas as pontes com mais de 20 m de vão estão localizadas em Espanha. Por outro lado, as pontes construídas até ao séc. XV tendem a apresentar os mais valores da razão altura/vão.

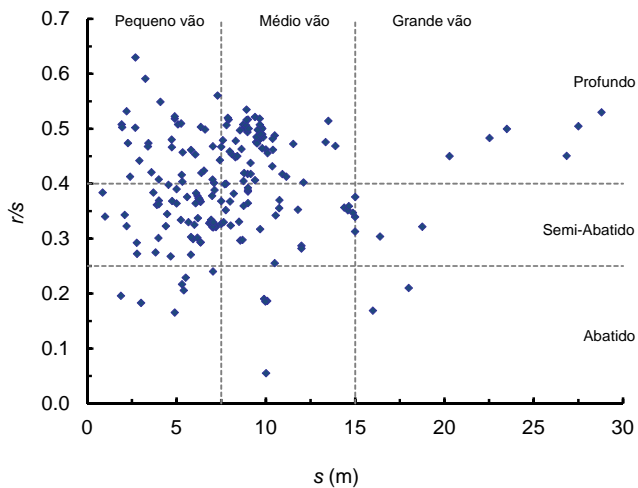


Figura 1. Relação entre o vão e a razão altura/vão.

Para as pontes de arcos múltiplos (71% da amostra), os pilares também foram incluídos no levantamento geométrico. A altura dos pilares é geralmente um parâmetro de difícil caracterização, devido à falta de conhecimento sobre a profundidade do rio. A Figura 2 apresenta a relação entre o vão e a razão entre a largura do pilar e o vão. A relação largura do pilar/vão é relativamente constante para vãos maiores que 14 m, com um valor médio de 0,26. Esse valor é 30% maior que o limite superior indicado por Campanela (1928). Por outro lado, para vãos inferiores a 14 m a relação largura do pilar/vão tende a aumentar com a diminuição do vão. A Figura 2 ilustra uma linha de tendência qualitativa. A existência de mais pilares na corrente fluvial pode ter exigido o uso de pilares mais robustos por razões de segurança contra correntes fortes e inundações.

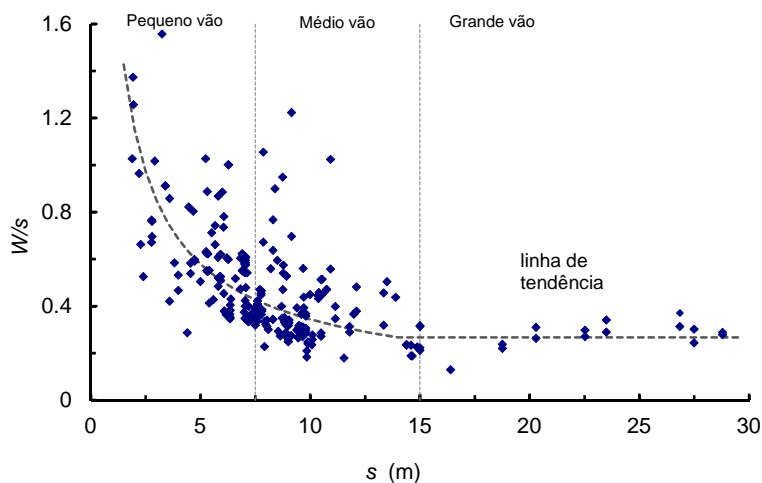


Figura 2. Relação entre o vão e a razão largura pilar/vão.

## 2.2 Pontes de referência

Com base na informação geométrica recolhida, definiram-se quatro pontes de referência, tidas como geometricamente representativas da amostra, conforme ilustrado na Tabela 1. As pontes de grande vão e os arcos abatidos não foram considerados devido à sua reduzida presença na amostra. O estudo da capacidade de carga das pontes de referência A, B, C e D permitirá uma análise rápida sobre a segurança estrutural da amostra.

A espessura dos arcos foi definida de acordo com os dados existentes, considerando valores representativos. Para os outros parâmetros geométricos foram assumidos valores usuais encontrados em pontes do Minho (Oliveira e Lourenço, 2004a, Oliveira e Lourenço 2004b). O número de aduelas foi calculado considerando uma espessura usual no intradorso igual a 0,35 m. Foi assumida uma largura de 4,0 m para todas as pontes de referência, bem como uma profundidade de solo de enchimento sobre o coroamento de 0,40 m.

Tabela 1. Pontes de referência de vão único.

	Arco semi-abatido	Arco profundo
Pequeno vão	$s = 5.0$ m	$s = 5.0$ m
	$r/s = 0.30$	$r/s = 0.50$
	$t = 0.50$ m	$t = 0.60$ m
	(ponte A)	(ponte B)
Médio vão	$s = 10$ m	$s = 10$ m
	$r/s = 0.30$	$r/s = 0.50$
	$t = 0.70$ m	$t = 1.0$ m
	(ponte C)	(ponte D)

### 3 CAPACIDADE DE CARGA ÚLTIMA DE PONTES DE VÃO ÚNICO

#### 3.1 Análise numérica

Existem actualmente vários métodos e ferramentas computacionais para o cálculo da resposta estrutural de pontes em arco de alvenaria. As idealizações mais comuns do comportamento dos materiais são: comportamento elástico, comportamento plástico e comportamento não-linear. Para uma discussão detalhada, o leitor é remetido para Lourenço (2002). De entre os métodos computacionais disponíveis, a análise limite baseada em blocos rígidos é o mais divulgado (Gilbert e Melbourne 1994, Gilbert e Ahmed, 2004). A aplicabilidade da análise limite a estruturas de alvenaria de blocos depende de algumas hipóteses básicas, que são geralmente aceitáveis no caso de pontes em arco de alvenaria (Orduña e Lourenço, 2003).

Neste estudo foi utilizado o *software* de cálculo Ring 1.5 (Gilbert e Ahmed 2004, Gilbert 2005), concebido para calcular a carga máxima de pontes em arco de alvenaria. Este *software* é baseado no método da análise limite e permite obter a carga de colapso e respectivo mecanismo de colapso. Para mais detalhes sobre o *software*, consultar Gilbert e Ahmed (2004), Gilbert (2005) e Gilbert (2007).

A geometria das pontes de referência foi totalmente definida com base no levantamento geométrico e em valores correntes encontrados em pontes semelhantes. Além do peso próprio dos materiais (alvenaria e aterro), foi considerada uma carga móvel devida a um veículo-tipo (RSA 1983) composto por três eixos espaçados de 1,5 m, com uma carga de 100 kN por eixo. No que respeita às propriedades do material, e na ausência de resultados de testes in-situ abrangentes, foram considerados valores típicos encontrados em pontes semelhantes (Oliveira e Lourenço, 2004a, Oliveira e Lourenço 2004b), ver Tabela 2. Em particular, a dispersão através do material de enchimento foi modelada de acordo com a distribuição clássica de Boussinesq, com um ângulo de dispersão de 30°, e um coeficiente de impulso passivo baseado na teoria de Rankine e igual a metade do valor usualmente adoptado para arcos (Smith *et al.* 2004).

Tabela 2. Propriedades materiais e mecânicas adoptadas.

Alvenaria de pedra	Material de enchimento
Peso próprio = 25 kN/m <sup>3</sup>	Peso próprio = 20 kN/m <sup>3</sup>
Ângulo atrito = 30°	Ângulo atrito solo = 30°
Resist. compressão = 5 MPa	Ângulo atrito solo-arco = 20°

### 3.2 Análise paramétrica

Com o propósito de obter um conhecimento aprofundado sobre a influência dos parâmetros mais importantes que controlam a capacidade de carga de pontes de alvenaria, foram realizados estudos paramétricos sobre cada uma das quatro pontes de referência. As variáveis que mais influenciam a carga de colapso foram identificadas através de uma análise paramétrica anterior (Lemos 2009). As variáveis consideradas aqui são parâmetros geométricos e mecânicos do arco, e geométricos, mecânicos e físicos do material de enchimento, conforme se indica:

- espessura do arco ( $t$ )
- resistência à compressão da alvenaria ( $f_c$ )
- altura de solo no coroamento ( $h$ )
- coeficiente de impulso passivo mobilizado ( $k_p$ )
- propriedades físicas do material de enchimento ( $\gamma$ )

As propriedades físicas do material de enchimento, representadas por  $\gamma$ , englobam o seu peso próprio e o ângulo de atrito interno. A variação das propriedades físicas do enchimento implica a variação simultânea e coerente de ambos os parâmetros bem como, indirectamente, a variação do coeficiente de impulso e do ângulo de atrito solo-arco (Smith *et al.* 2004). Os valores adoptados para a análise paramétrica são apresentados na Tabela 3. Além dos valores de referência, a negrito, foram considerados mais quatro valores fisicamente significativos para cada um dos parâmetros listados acima.

Tabela 3. Valores adoptados na análise paramétrica (valores de referência a negrito).

Parâmetro		Variação paramétrica					
Enchimento	solo ( $\gamma$ )	(°; kN/m <sup>3</sup> )	(20; 18)	(25; 19)	<b>(30; 20)</b>	(35; 21)	(40; 22)
	profund. ( $h$ )	[m]	0.0	0.2	<b>0.4</b>	0.6	0.8
	impulso passivo mobilizado ( $k_p$ )	-	0.30	0.40	<b>0.50</b>	0.75	1.00
	resist. compressão ( $f_c$ )	[MPa]	3	4	<b>5</b>	10	20
Arco	espessura ( $t$ )	A	0.35	0.42	<b>0.50</b>	0.58	0.65
		B	0.40	0.50	<b>0.60</b>	0.70	0.80
		C	0.50	0.60	<b>0.70</b>	0.80	0.90
		D	0.70	0.85	<b>1.00</b>	1.15	1.30
Pilares	largura ( $W$ )	A	1.75	<b>2.5</b>	3.25	4.00	4.75
		B	1.75	<b>2.5</b>	3.25	4.00	4.75
		C	2.00	<b>3.00</b>	4.00	5.00	6.00
		D	2.00	<b>3.00</b>	4.00	5.00	6.00
	altura ( $H$ )	A	7.0	<b>10.0</b>	13.0	16.0	19.0
		B	7.0	<b>10.0</b>	13.0	16.0	19.0
		C	9.0	<b>12.0</b>	15.0	18.0	21.0
		D	9.0	<b>12.0</b>	15.0	18.0	21.0

### 3.3 Discussão dos resultados

A Tabela 4 ilustra os factores de carga obtidos para as quatro pontes de referência. Estes factores foram calculados utilizando os valores de referência dos parâmetros. O factor de carga é superior a 7 em todos os casos, o que parece indicar que as pontes de referência são estruturalmente seguras.

Tabela 4. Factores de carga para as pontes de referência de arco único.

	Arco semi-abatido	Arco profundo
Pequeno vão	10.6	7.5
Médio vão	8.3	9.5

Os resultados da análise paramétrica estão sintetizados na Figura 3, onde o factor de carga (indicado como  $F_c/F_{c0}$ ) é relacionado com os cinco parâmetros em análise, para cada ponte de referência. As curvas foram normalizadas relativamente aos dados e resultados das pontes de referência. Isso significa que o ponto de coordenadas (1 ; 1) corresponde à resposta de uma ponte de referência com dados de referência. O aumento de qualquer um dos parâmetros origina o aumento do factor de carga para todas as quatro pontes, mas não da mesma forma. A variação da espessura do arco é muito importante para todas as pontes. Enquanto a variação do coeficiente de impulso passivo mobilizado e das propriedades físicas do enchimento afectam mais as pontes profundas, devido ao efeito estabilizador do solo, a variação da altura do solo de enchimento afecta mais as pontes de pequeno vão. Relativamente à resistência à compressão, o efeito de variação é importante principalmente para valores muito baixos de resistência à compressão e arcos semi-abatidos. Para estes casos, é importante conhecer a resistência à compressão e analisar a possibilidade de rupturas frágeis, antes do desenvolvimento de um mecanismo de colapso dúctil.

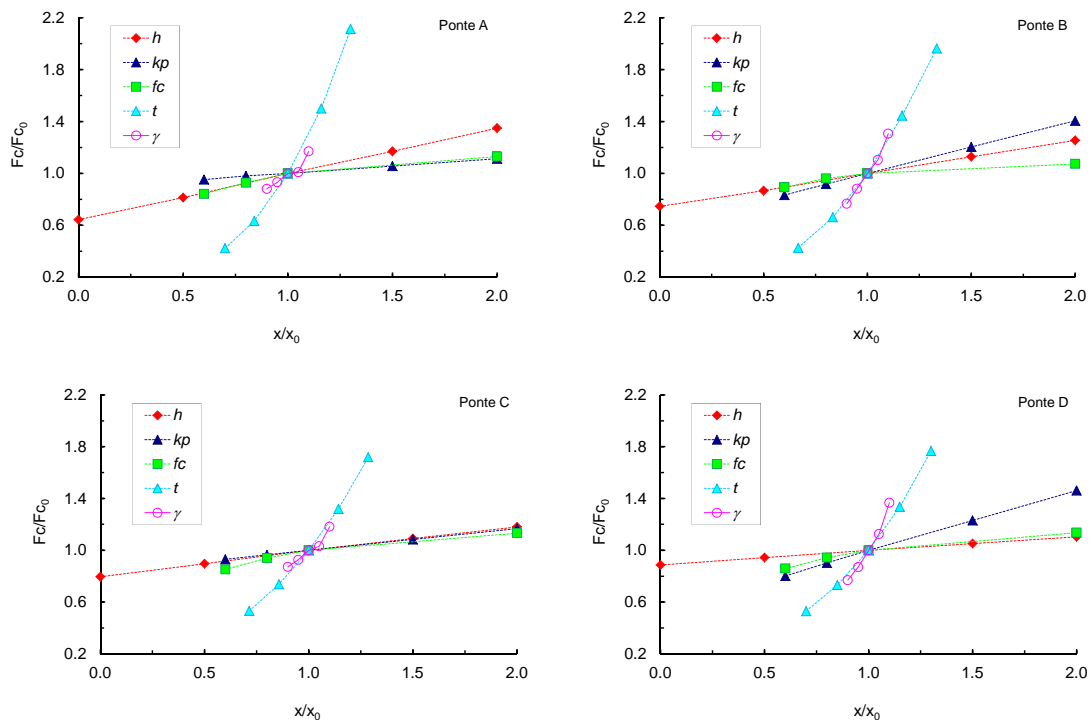


Figura 3. Relação adimensional entre o factor de carga e os cinco parâmetros em análise, para as quatro pontes de referência. O parâmetro  $x$  refere-se a qualquer dos cinco parâmetros considerados.

A Figura 3 mostra claramente que a espessura do arco e as propriedades físicas do solo são os parâmetros mais influentes no valor do factor de carga. Este resultado é de grande importância já que os valores assumidos na Tabela 3 para estes dois parâmetros são susceptíveis de serem encontradas na realidade. A importância dos outros três parâmetros depende do tipo de ponte. O coeficiente de impulso mobilizado é mais importante para os arcos profundos (B e D), devido à profundidade de solo disponível e ao seu efeito estabilizador. Para arcos semi-abatidos, a profundidade de enchimento é mais importante para pontes de pequeno vão (A), enquanto todos os outros três parâmetros têm importância similar para pontes de médio vão (C).

#### 4 CAPACIDADE DE CARGA ÚLTIMA DE PONTES DE VÃOS MÚLTIPLOS

As pontes em arco de alvenaria de vãos múltiplos são frequentemente analisadas como uma série de pontes isoladas de vão único, devido à presença de pilares robustos e maior facilidade de utilização de modelos numéricos mais simples. No entanto, a carga máxima de uma ponte de vãos múltiplos pode ser significativamente inferior ao valor calculado pela omissão de vãos adjacentes.

##### 4.1 *Análise numérica*

Com o objectivo de avaliar o factor de carga de pontes de múltiplos arcos, foram igualmente definidas quatro pontes de referência de vãos múltiplos. Cada uma destas pontes de referência é composta por cinco vãos iguais. Os arcos destas quatro pontes têm as mesmas características que os arcos das pontes de referência de vão único, ver secção 2.2. A geometria dos pilares foi baseada no levantamento geométrico, discutido na secção 2.1. Foram adoptadas relações largura do pilar/vão de 0,50 e 0,30 para as pontes de pequeno e médio vão, respectivamente. Quanto à relação altura/largura, foi considerado um valor de 4 para todos os pilares, ver ainda Tabela 3.

As pontes de vãos múltiplos foram modeladas usando o *software* Ring 1.5. Para os pilares foram considerados blocos com uma altura aproximada de 0,60 m (Oliveira e Lourenço, 2004a, Oliveira e Lourenço 2004b). Contudo, a influência do número de blocos na variação do factor de carga, avaliada em análise paramétrica preliminar (Lemos 2009), foi considerada baixa.

##### 4.2 *Análise paramétrica*

Com o propósito de caracterizar a variabilidade da carga máxima em relação à geometria dos pilares, foram considerados adicionalmente quatro valores fisicamente significativos para a largura e altura dos pilares, conforme ilustrado na Tabela 3. Nesta secção apenas a geometria dos pilares foi variada. Espera-se ainda que esta caracterização de sensibilidades possa permitir a compreensão da importância dos erros associados à medição da altura dos pilares.

##### 4.3 *Discussão dos resultados*

A Tabela 5 ilustra o factor de carga para as quatro pontes de referência, calculados usando os valores dos parâmetros de referência. Para todas as pontes, o factor de carga é superior a 7, indicando que as pontes são estruturalmente seguras. Ao comparar a Tabela 4 com a Tabela 5, verifica-se que as pontes de múltiplos vãos e arcos profundos (pontes B e D) exibem a mesma capacidade máxima quer sejam modeladas como pontes contínuas ou como uma série de arcos isolados. Este aspecto deve-se à ocorrência de mecanismos de colapso locais (colapso isolado de um único arco). No entanto, é possível identificar uma diminuição visível dos factores de carga associados às pontes de arcos semi-abatidos (pontes A e C), nomeadamente

23% para os pequenos vãos e 11% para pontes de médio vão. Aqui, a ruptura envolve vãos adjacentes (mecanismo de colapso global). Estes resultados mostram que o cálculo do factor de carga de pontes de vãos múltiplos modelando os arcos isoladamente é adequado somente se o modo de colapso for local.

Tabela 5. Factores de carga para as pontes de referência de vãos múltiplos.

	Arco semi-abatido	Arco profundo
Pequeno vão	8.1	7.5
Médio vão	7.3	9.5

Os resultados da análise paramétrica estão representados na Figura 4, onde o factor de carga é relacionado com a largura e altura dos pilares. Seguindo a normalização acima introduzida, os resultados obtidos utilizando valores dos parâmetros de referência estão representados pelo ponto de coordenadas (1 ; 1). O aumento da largura dos pilares provoca um aumento do factor de carga até um determinado limiar, definido como a alteração dos mecanismos de colapso global para local, ver Figura 4(a). Os novos aumentos da largura dos pilares são caracterizados pelo colapso de um único arco. Uma vez que os arcos foram considerados iguais dentro de uma mesma ponte de referência, o factor de carga não pode aumentar mais. Quanto à variação da altura dos pilares, a Figura 4(b) mostra que o seu aumento origina uma diminuição do factor de carga, mas apenas a partir de um determinado valor limite. Este padrão, também visível na Figura 4(a), é claro para a ponte D.

Dentro de uma dada ponte, todos os mecanismos de colapso local apresentam um factor de carga igual. Em oposição, o factor de carga associado a mecanismos de colapso global diminui com a diminuição da largura dos pilares ou o aumento da sua altura. Existe um limiar que delimita a transição entre mecanismos de colapso global e local.

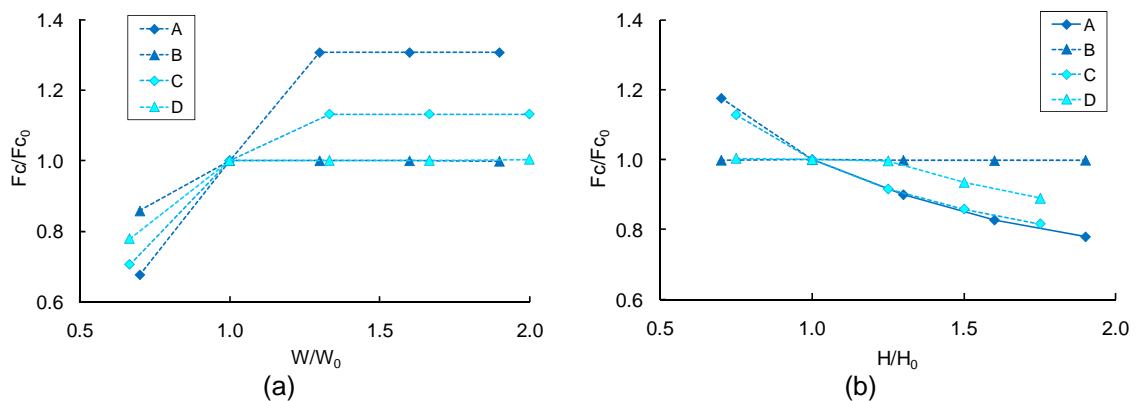


Figura 4. Relação adimensional entre o factor de carga e: (a) largura dos pilares; (b) altura dos pilares. A-D refere-se às pontes de referência.

## 5 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi considerada uma amostra de 59 pontes rodoviárias Ibéricas em arco de alvenaria, localizadas essencialmente nas áreas geográficas adjacentes do Norte de Portugal e Noroeste de Espanha. A amostra é dominada por arcos de até 10 m de vão, com uma profundidade relativa superior a 0,25, onde 67% das pontes foram construídas até ao séc. XV. As relações geométricas das pontes portuguesas e espanholas analisadas são bastante semelhantes, indicando que muito provavelmente foram usadas regras empíricas e técnicas de construção e semelhantes.



Para as pontes de vão único, os resultados numéricos mostram que a espessura do arco e as propriedades físicas do solo de enchimento são os parâmetros que mais influenciam o factor de carga. No entanto, a estimativa da espessura do arco pode ser problemática porque a espessura (visível) do arco externo pode ser diferente do valor (efectivo) interno. Quanto às pontes de vãos múltiplos, verificou-se que todos os mecanismos de colapso local apresentam o mesmo factor de carga, enquanto para os mecanismos de colapso global o factor de carga diminui com a diminuição da largura ou aumento da altura dos pilares.

Para todas as pontes de referência, o factor de carga é sempre superior a 7, o que, em termos globais, significa que a maior parte das pontes da amostra parece estar estruturalmente segura relativamente à legislação aplicável. No entanto, muitas destas pontes apresentam dano, o que poderá reduzir a sua capacidade de carga. Uma forma de incorporar tais características na análise numérica passaria por considerar uma redução adequada dos principais parâmetros, como a espessura do arco, a largura da ponte ou a resistência à compressão da alvenaria.

## 6 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho, e em particular ao Dr. Paulo Amaral (DRCNorte), Prof. Michela Monaco (Univ. Nápoles), Prof. Sande Lemos (Univ. Minho) e Prof. Manuel Durán (Univ. Corunha).

## 7 REFERÊNCIAS

- Brennich, A. & Morbiducci, R. 2007. Masonry arches: historical and modern mechanics. *International Journal of Architectural Heritage* 1(2), p. 165-189.
- Campanella, G. 1928. *Masonry bridges for engineers*. Biblioteca Tecnica Internazionale, Milano.
- Carita, H. 1998. *Pontes em Portugal*. Secil, Portugal.
- Costa, C. 2002. *Análise do comportamento da Ponte da Lagoinha sob a acção do tráfego*. Tese de Mestrado, FEUP, Portugal.
- Fuentes, M.D. 2005. *La construcción de puentes Romanos en Hispania*. Xunta de Galicia.
- Gilbert, M. and Melbourne, C. 1994. Rigid-block analysis of masonry structures. *The Structural Engineer* 72, p. 356-361.
- Gilbert, M. and Ahmed, H.M. 2004. Developments to the Ring masonry arch bridge analysis software, *Fourth International Conference on Arch Bridges*, Barcelona, p. 263-272.
- Gilbert, M. 2005. *RING Theory and modelling guide*. Computational limit analysis and design unit, University of Sheffield, UK.
- Gilbert, M. 2007. Limit analysis applied to masonry arch bridges: state-of-the-art and recent developments, *Fifth International Conference on Arch Bridges*, Madeira, Portugal, p. 13-28.
- IGESPAR, [www.monumentos.pt](http://www.monumentos.pt) (acedido em Novembro 2008).
- Lemos, C. 2009. *Análise geométrica e capacidade de carga de pontes em arco de alvenaria*. Tese de Mestrado, Universidade do Minho, Portugal.
- Lourenço, P.B. 2002. Computations on historic masonry structures. *Structure Engineering Material* 4, p. 301-319.
- Luís, G. and Santos, S. 1999. *Pontes antigas sobre os Rios Ave e Vizela*, Relatório interno, Universidade do Minho, Portugal.
- Nunes, A.J. 1997. *Pontes antigas do concelho de Bragança*, Mirandela, Portugal.
- Oliveira, D.V. & Lourenço, P.B. 2004a. *Estabilidade estrutural e reforço da Ponte de Donim*. Parte II: Reforço. Relatório interno, Universidade do Minho, Portugal.
- Oliveira, D.V. & Lourenço, P.B. 2004b. *Reforço da Ponte de Negrelos*. Relatório interno, Universidade do Minho, Portugal.
- Orduña, A. and Lourenço, P.B. 2003. Cap model for limit analysis and strengthening of masonry structures. *J. Struct. Engrg. ASCE* 129(10), p. 1367-1375.

- Rodrigues, N. 2008. Reabilitação de pontes históricas de alvenaria, Tese de Mestrado, IST, Portugal.
- RSA 1983. Regulamento de segurança e acções para estruturas de edifícios e pontes. Decreto-Lei N.º 235/83, Imprensa Nacional, Casa da Moeda, Lisboa, Portugal.
- Smith, C., Gilbert, M. and Callaway, P. 2004. Geotechnical issues in the analysis of masonry arch bridges, Fourth International Conference on Arch Bridges, Barcelona, p. 343-352.