

Processos cognitivos e resolução de problemas em alunos com elevado raciocínio numérico: diferenças entre alunos de maior e menor rendimento escolar

António R. Almeida

E.B.2,3/ S. Celorico de Basto, Braga

Leandro S. Almeida

Universidade do Minho, Braga

Introdução

O mundo do século XXI encontra-se imerso em números. Os títulos das notícias recorrem a dados quantitativos para sublinharem a relevância ou impacto de um evento, seja esse evento os resultados dos exames nacionais, dos riscos de morte que aumentam numa região em consequência de um desastre ecológico, ou outro qualquer fenómeno ou acontecimento. Neste contexto, é com naturalidade que surge a designação literacia matemática ou numeracia como competência básica ao exercício da cidadania nos nossos dias. Este conceito está intrinsecamente relacionado com o modo como respondemos às solicitações do dia-a-dia, utilizando o conhecimento matemático. Este domínio corresponde à capacidade de “analisar, raciocinar e comunicar ideias com eficiência quando colocam, formulam, resolvem e interpretam problemas matemáticos numa variedade de situações” (Ministério da Educação, 2004, p. 7). Para Gal (2002), literacia sugere um grupo amplo não só de conhecimentos factuais e certas destrezas formais e informais, mas também de crenças, hábitos e atitudes, assim como uma perspectiva crítica desses conhecimentos.

Antecipando as solicitações acima referidas Ponte e Santos (1998) assinalam que o ensino da Matemática assume diversas funções sociais. Concretizando essas funções, Serrazina e Matos (1996) consideram que a aplicabilidade a inúmeras situações práticas e do quotidiano é um argumento relevante para o ensino e aprendizagem da Matemática. Outras razões, cuja fundamentação não é somente baseada na utilidade da Matemática, podem ser ainda acrescentadas. Em “A renovação do currículo de Matemática” (APM, 1998) afirma-se que, embora os argumentos sustentados na utilidade prática e funcional sejam importantes, não são suficientes para justificar o lugar proeminente que a disciplina ocupa no sistema educativo. O facto de ser um património cultural da humanidade faz com que o seu ensino seja um direito coletivo.

Assim sendo, o insucesso na Matemática, seja qual for o referente usado para a sua definição, é um anátema social. As taxas de insucesso existentes e a desadaptação de con-

teúdos curriculares e de métodos de ensino são preocupantes (Serrazina & Matos, 1996). A investigação conduziu ao reajustamento do Programa de Matemática para o ensino básico, datado do início dos anos noventa (1990 para o 1.º ciclo e 1991 para o 2.º e 3.º ciclos). A publicação, em 2001, do Currículo Nacional do Ensino Básico já introduziu modificações curriculares importantes em relação àquele programa — em particular nas finalidades e objetivos de aprendizagem, valorizando a noção de competência matemática, e na forma como apresenta os temas matemáticos a abordar — o desenvolvimento do conhecimento sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática nos últimos quinze anos, e, a necessidade de melhorar a articulação entre os programas dos três ciclos são algumas das razões que justificavam a sua revisão (Ministério da Educação, 2009). Nestes documentos constam propostas que recomendam expressamente que o processo de ensino e aprendizagem seja baseado na aquisição de competências matemáticas.

Esta conceção tem implicações ao nível das atividades realizadas na sala de aula e do equilíbrio que é necessário estabelecer sobre qual o domínio a enfatizar, se o conteúdo matemático envolvido ou algo mais geral como a competência associada. As propostas de trabalho podem chegar aos alunos sob várias formas, sendo uma das mais comuns a resolução de problemas (Borrvalho, 1990). A modificabilidade cognitiva (Almeida, 1996) ou a participação ativa do sujeito no processo de aprendizagem (Almeida, 1993; Fonseca, 1996) são componentes mobilizadas em prol do sucesso dos alunos. Em linha com esta ideia, Brito (2000) considera que a resolução de problemas, enquanto processo mental que sucede à interpretação do enunciado e enquanto metodologia de ensino, funciona como elo de ligação entre as situações quotidianas e a matemática ensinada nas escolas, envolvendo a capacidade de prever e formular hipóteses, a compreensão dos conceitos, princípios e procedimentos necessários para solucionar novas situações.

Procurando definir o que se entende por resolução de problemas, começamos por referir aquilo que alguns autores designam por diferença entre um estado cognitivo inicial e o estado cognitivo que se pretende alcançar. Por exemplo, Almeida (2004), Fry e Lupart (1987) ou Hayes (1989) consideram existir um problema quando se verifica uma descontinuidade ou lacuna entre um estado cognitivo atual e um outro que se pretende alcançar e não se conhece, pelo menos de início, um caminho direto para a ultrapassar. Polya (1945) refere igualmente que, temos um problema quando perante uma finalidade estabelecida, o modo de a alcançar não é imediato nem óbvio. Tudo o que seja efetuado no sentido de conseguir o resultado que, pelo menos num determinado instante anterior era desconhecido é resolução de problemas (Kahney, 1993; Skinner, 2004).

Frensch e Funke (1995) consideram não haver uma, mas várias definições de problemas. Uma orientam-se mais para as características da tarefa, outras para a interação entre as características da tarefa e o comportamento observável do sujeito. Os mesmos autores, refletindo sobre algum unanimismo existente no sentido de considerar os requisitos necessários à realização da tarefa e as capacidades do sujeito como aspetos centrais na definição do que é um problema, declaram que os problemas devem ser, preferencialmente, definidos em função das propriedades das tarefas. Nesta linha, Polya (1981) propõe a seguinte classificação: (1) problemas resolúveis por aplicação mecânica de uma regra acabada de apresentar ou debater; (2) problemas de aplicação com alguma possibilidade de

escolha, possíveis de resolver pela aplicação de alguma regra ou procedimento, mas que requerem alguma análise por parte do aluno; (3) problemas de escolha de uma combinação de duas ou mais regras; e, (4) problemas que requerem a uma nova combinação de regras e que implicam elevada independência e elaboração.

Não existindo consenso generalizado quanto à definição de uma taxonomia compreensiva de problemas, a investigação opta por escolher tarefas em função das características que se pretende estudar (Vickers *et al.*, 2002). Portanto, não sendo possível efetuar uma seleção baseada em problemas cuja natureza é tipificada e consensual, a escolha será baseada na forma — previsível — da respetiva resolução e orientada para a análise dos processos cognitivos envolvidos. No âmbito das teorias do processamento da informação, têm sido propostos vários modelos correspondentes às etapas da resolução do problema. Genericamente similares, envolvem um número variável de passos que, no seu conjunto, traduzem uma sequência mais ou menos estável, ou um conjunto de capacidades consideradas necessárias para a realização de qualquer tarefa e constantes em qualquer plano de instrução de competências ou desempenho de resolução de problemas. Explicitando, temos os processos cognitivos envolvidos na captação e codificação da informação, os processos implicados na organização, categorização e relacionamento da informação, e, por último, os processos usados na elaboração, escolha ou justificação de uma determinada resposta (Almeida, 1996; Almeida, Guisande, & Ferreira, 2009; Lai *et al.*, 2001).

As questões da diferenciação ao nível do desempenho têm uma posição de destaque por responderem à questão sobre o que diferencia os alunos com melhores e mais fracos resultados. Com efeito, conhecer os procedimentos dos “melhores alunos” pode significar a possibilidade de proporcionar meios e alternativas de resolução aos demais (Glasser & Chi, 1998; Huit, 1992). A literatura sugere que estes melhores alunos apresentam estruturas mais complexas e melhor estruturadas de conhecimentos na sua área de proficiência, processando de forma mais eficiente essa informação e recorrendo mais facilmente a processos de raciocínio indutivo e dedutivo no seu manuseio (Ericsson, 1996; Kim & Hays, 2005; Patel & Groen, 1991). Por outro lado, na revisão da literatura constata-se que um número muito significativo de estudos efetuado nesta temática, não exclusivamente no âmbito da matemática, sugere o impacto dos métodos de ensino no rendimento escolar dos alunos. Dois métodos surgem extensivamente usados na investigação relacionada com a resolução de problemas: as experiências de laboratório e a análise de protocolos verbais (Kahney, 1993; Robertson, 2001). As experiências consistem na apresentação de problemas aos sujeitos, cabendo ao experimentador observar e registar a sua resolução e os seus desempenhos face à manipulação das instruções e a introdução de pistas ou sugestões (Robertson, 2001). Por outro lado, partindo-se de problemas bem estruturados e delimitados nos processos e na informação envolvidos, é possível diferenciar a resolução de problemas por bons e fracos alunos analisando o seu discurso (Christoffersen, Hunter, & Vicente, 1998; Quesada & Kintsch, 2002). Por exemplo, estes estudos têm permitido identificar que a resolução de problemas pode ser decomposta num conjunto de fases mais ou menos tipificadas, sendo esta também a orientação deste estudo. Neste sentido, procurando contrastar alunos com bom e fraco rendimento na disciplina de matemática, ainda que com boa realização numa prova psicológica de raciocínio nu-

mérico (pontuação acima do percentil 90), recorreremos à taxonomia de fases proposta por Polya (1981). O objetivo último deste estudo é tentar perceber onde estes dois grupos de alunos mais se diferenciam e, se possível, pensar em estratégias de ensino que atendam a tais diferenças.

Método

Participantes

Este estudo envolveu 30 alunos do 6.º ano de escolaridade, a frequentar escolas nos concelhos de Felgueiras e Amarante, os quais foram selecionados por terem obtido uma pontuação numa prova de raciocínio numérico que os situava acima do percentil 90. Estes 30 alunos foram distribuídos por dois grupos com base no seu rendimento escolar na disciplina de Matemática: os alunos com nível igual ou superior a 4 foram colocados no grupo 1 (maior rendimento escolar) e os restantes no grupo 2 (menor rendimento escolar). Cada um dos grupos foi constituído por 15 alunos. Dos 30 alunos, 13 eram do sexo masculino e 17 do feminino, oscilando as suas idades entre os 12 e 15 anos.

Instrumentos

Os instrumentos utilizados neste estudo constaram do enunciado da prova com os problemas propostos e a grelha de registo dos processos cognitivos mobilizados. Na seleção dos problemas propostos foi tida em conta uma nomenclatura baseada em estratégias de resolução, isto é, seria sempre possível chegar à solução através de procedimentos não formais. Conforme já foi assinalado, problemas selecionados com base nas tipologias de problemas apresentam a desvantagem do conhecimento de um algoritmo por parte de um aluno transformar um problema num exercício (Lester, 1983), o que criaria uma situação de desigualdade. Após ponderação de aspetos como o grau de dificuldade e a duração da prova, optámos por selecionar problemas cuja resolução pode ser baseada na construção de um modelo (equação, algoritmo, fórmula, esquema ou diagrama). A grelha de registo das observações continha as variáveis consideradas no estudo: compreensão; elaboração do plano; resolução; e verificação. Estas variáveis eram classificadas através de indicadores de realização que iam sendo preenchidos durante a entrevista, com base nas respostas que iam sendo fornecidas pelos alunos às perguntas efetuadas durante a resolução. Havia uma coluna onde eram registadas as ajudas fornecidas. A cada um dos processos era atribuída pontuação consoante o nível de desempenho revelado pelo aluno em cada um dos problemas propostos. Por exemplo, no processo cognitivo verificação, se um aluno nesta etapa usasse como estratégia verificar se os cálculos efetuados anteriormente estavam corretos seria menos pontuado do que um colega que na mesma situação optasse por recorrer a um procedimento distinto do anterior e no final declarasse que a solução indicada estava correta, não porque não se tinha enganado “nas contas”, mas sim porque através de procedimentos distintos e alternativos tinha chegado ao mesmo resultado.

A seleção dos alunos para este estudo tomou a sua realização acima do percentil 90 na prova de raciocínio numérico (Prova RN) da Bateria de Provas de Raciocínio (BPR5/6; Almeida, 2003).

Procedimentos

Numa fase prévia ao estudo, seleccionámos um conjunto de 10 problemas, que foram testados com cinco alunos cujas classificações estavam situadas entre os níveis 2 e 5. Com este procedimento averiguou-se se o grau de dificuldade estava, ou não, adequado ao nível escolar e se o tempo estipulado para a resolução da totalidade era suficiente. Desta apreciação resultou claro que seria necessário reduzir o número de problemas para oito e reformular alguns dos enunciados. Num segundo momento, após a reformulação do conteúdo, os enunciados foram resolvidos pelos alunos selecionados. A resolução foi efetuada individualmente por cada um dos alunos na companhia do professor investigador. Antes de ser entregue o enunciado para resolução foi explicado o que se pretendia e solicitada a colaboração. O intervalo de tempo concedido foi de 50 minutos, podendo terminar antes caso o aluno assim o desejasse. O local de realização foi sempre uma sala das escolas que os alunos frequentavam. As análises estatísticas foram realizadas com recurso ao programa estatístico *SPSS* (versão 18,0 para *windows*).

Resultados

Relativamente aos dados estes foram analisados de modo a reconhecer, caso existissem, diferenças na realização entre os dois grupos de alunos tomados no estudo. Essa análise incide na realização atingida e nos processos cognitivos mobilizados na resolução dos problemas. Para esse efeito procedeu-se a uma análise descritiva, após a qual foi efetuada uma análise correlacional que evidenciassem as associações entre os processos. Em seguida, procurámos perceber através da regressão quais os processos que contribuíam, em cada grupo, para explicar o nível de rendimento na resolução. Na Tabela 1 da página seguinte apresentamos a distribuição e dispersão dos processos estudados durante a resolução nos dois grupos de alunos.

Observando os valores constantes na tabela, de imediato se percebe que o grupo de maior rendimento escolar supera o de menor rendimento em todos os processos cognitivos. Com exceção da compreensão, essa conclusão pode ser estendida aos valores extremos, máximo e mínimo. Outro aspeto que merece referência é a diferença aumentar quando evoluímos nas etapas que fazem parte da resolução, ou seja, a diferença é maior na verificação quando comparativamente com os processos anteriores e o mesmo entre os restantes. É nos dois últimos processos que a variabilidade dos resultados, estimada através do desvio-padrão, mais se diferencia entre os dois grupos de rendimento, o que permite supor que no grupo de maior rendimento há diferenças mais acentuadas na realização envolvendo estes dois processos.

Tabela 1 — Resultados globais nos processos cognitivos por grupo de rendimento

Processos cognitivos	Mínimo		Máximo		Média		Desvio-padrão	
	G ₁	G ₂	G ₁	G ₂	G ₁	G ₂	G ₁	G ₂
Compreensão	11	11	16	16	15,1	13,9	1,58	1,79
Planificação	7	4	16	16	14,4	12,2	2,29	2,78
Resolução	14	10	24	21	19,1	15,4	4,22	2,06
Verificação	8	2	22	9	12,9	5,7	4,22	1,92

Para perceber qual a associação entre as variáveis em análise procedemos ao cálculo dos coeficientes de correlação produto-momento de Pearson. Na Tabela 2 apresentam-se os coeficientes de correlação obtidos pelo cruzamento dos resultados totais para cada um dos processos cognitivos estudados.

Tabela 2 — Coeficientes de correlação por grupos de rendimento

	Planificação		Resolução		Verificação	
	G ₁	G ₂	G ₁	G ₂	G ₁	G ₂
Compreensão	-0,03	0,66(**)	0,33	0,52(*)	0,33	0,28
Planificação			0,33	0,68(**)	0,35	0,08
Resolução					0,68(**)	-,05

*** $p < 0,001$; ** $p < 0,01$; * $p < 0,05$

Da análise dos valores da Tabela 2 sobressaem aqueles onde a correlação é estatisticamente significativa. Nomeadamente, a associação entre os processos compreensão e planificação, entre compreensão e resolução, e entre planificação e resolução no grupo de alunos com menor rendimento. No grupo de alunos com maior rendimento escolar, a associação entre a verificação e a resolução é a única que, pelo seu valor, pode ser considerada expressiva. Esta evidência pode sugerir que o processo cognitivo verificação está associado com o rendimento escolar nos bons alunos, podendo constituir-se numa área de intervenção dos professores, através da criação de hábitos e rotinas de verificação usando procedimentos distintos. As correlações que apresentam valores superiores a 0,3 não sendo negligenciáveis, dada a dimensão reduzida da amostra, não são estatisticamente significativas. Se forem consideradas, constatamos que no grupo de alunos com maior rendimento os processos cognitivos, excetuando a planificação com a compreensão, estão correlacionados. No grupo de alunos com menor rendimento a verificação não está associada com os restantes processos, o que poderá sugerir não ser um processo sistematicamente utilizado por este grupo de alunos.

Após a análise descritiva e correlacional, interessava conhecer o contributo dos vários processos cognitivos para o nível de realização atingido na resolução dos problemas. Procedemos, então, á análise de regressão pelo método *stepwise*. Na Tabela 3 da página se-

guinte estão sumariados os resultados obtidos junto do grupo de alunos de melhor rendimento escolar na matemática.

Tabela 3 — Variância da variável critério explicada pelo preditor

Grupo	Variável	R	R ²	R ² ajustado	Erro padrão da estimativa
1	Verificação	0,68(a)	0,46	0,41	2,61

Face aos dados da Tabela 3, constatamos que no grupo de alunos com maior rendimento na disciplina de matemática, a única variável preditora com um contributo estatisticamente significativo na explicação da variância é a verificação. De salientar, ainda, que a verificação, só por si, explica 41% da variância observada no nível de resolução dos problemas pelos alunos deste grupo.

Na Tabela 4 apresentamos os resultados da análise de regressão tomando agora os alunos do grupo com mais baixo rendimento na disciplina de matemática.

Tabela 4 — Variância da variável critério explicada pelo preditor

Grupo	Variável	R	R ²	R ² ajustado	Erro padrão da estimativa
2	Planificação	0,68(a)	0,46	0,42	2,56

Tal como no grupo de alunos com maior rendimento, apenas uma variável aparece como preditora no modelo. Neste caso é a variável planificação, explicando 42% da variância no nível de realização dos problemas. Assim, pela análise de regressão dos resultados, podemos inferir que os processos cognitivos que mais influenciam a resolução propriamente dita difere consoante o grupo de alunos que considere, ou seja, processos diferentes ganham relevância consoante falamos em alunos com melhor ou mais fraco rendimento escolar na matemática.

Retomando a distribuição dos resultados nos processos cognitivos nos dois grupos de alunos (Tabela 1), procedemos a uma análise de diferenças de média (teste t-Student). Na variável compreensão, a diferença de médias favorável ao grupo de alunos com melhor rendimento não se apresenta estatisticamente significativa ($t = 1,838$; $gl = 28$; $p = 0,08$). Contudo, na variável elaboração ($t = 2,363$; $gl = 28$; $p < 0,053$) e na variável verificação ($t = 5,935$; $gl = 28$; $p < 0,001$) a diferença de médias, sempre favorável ao grupo de alunos com melhor rendimento escolar, mostra-se estatisticamente significativa entre os dois grupos, como aliás o próprio nível de realização final ($t = 2,968$; $gl = 28$; $p < 0,01$).

Considerações finais

Ainda que face a um estudo de cariz exploratório, os resultados obtidos sugerem que os alunos com melhor rendimento na disciplina de matemática, mesmo podendo apresen-

tar um nível de raciocínio numérico similar a colegas com pior rendimento nesta disciplina, apresentam uma realização superior na resolução de problemas. Tal diferença encontra-se não só no nível final de realização, como ainda nos processos cognitivos envolvidos nessa resolução. Tais diferenças apresentam-se particularmente expressivas e estatisticamente significativas nas dimensões elaboração e verificação. Esta última, inclusive, parece também diferenciar entre os alunos com melhor rendimento na disciplina de matemática, sugerindo um papel importante para os professores no incentivar estes alunos no treino e sistematização de estratégias de verificação. Por sua vez, junto dos alunos com mais fraco rendimento na matemática, são os processos de planificação que mais determinam a qualidade da sua resolução de problemas, de novo sugerindo uma intervenção dos professores no desenvolvimento de estratégias de planificação.

Mesmo com as limitações inerentes ao pequeno número de alunos participante neste estudo, importa apontar que o desempenho na matemática parece mais determinado por processos cognitivos de resolução de problemas, e que tomarão muito em consideração os próprios conhecimentos e competências adquiridas nesta disciplina curricular, do que por níveis de habilidade cognitiva avaliada através de testes psicológicos. Com efeito, mesmo tratando-se de dois grupos de alunos situados no percentil 90 numa prova de raciocínio numérico (inferência de séries de números), certo que apresentam diferenças de rendimento na matemática e tais diferenças aparecem associadas ao seu desempenho nos diferentes processos inerentes à resolução de problemas. Assim, estes resultados sugerem ser possível incrementar o desempenho académico dos alunos na matemática desenvolvendo as competências de resolução de problemas. A aquisição de algumas rotinas e atitudes nesta área pode contribuir decisivamente para aumentarmos o sucesso dos alunos nesta disciplina, aliás em estratégias de resolução de problemas que vão muito para além de uma utilização confinada à escola.

Referências

- Almeida, A. C. F. (2004). *Cognição como resolução de problemas: Novos horizontes para a investigação e intervenção em Psicologia da Educação. Dissertação de Doutoramento*. Coimbra: Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação, Universidade de Coimbra.
- Almeida, L. S. (1993). Rentabilizar o ensino-aprendizagem escolar para o sucesso e o treino cognitivo dos alunos. In L. S. Almeida (Coord.), *Capacitar a escola para o sucesso. Orientações para a prática educativa* (pp. 59–110). Vila Nova de Gaia: Edipsico.
- Almeida, L. S. (1996). Cognição e aprendizagem: Como a aproximação conceptual pode favorecer o desempenho cognitivo e a realização escolar. *Psicologia: Teoria Investigação e Prática*, 1, 17–32.
- Almeida, L. S. (2003). *Bateria de Provas de Raciocínio. Caderno de Provas*. Braga: Universidade do Minho.
- Almeida, L. S., Guisande, M. A., & Ferreira, A. I. (2009). *Inteligência: Perspectivas teóricas*. Coimbra: Livraria Almedina.
- APM (1998). *A renovação do currículo de Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Borralho, A. (1990). Aspectos meta cognitivos na resolução de problemas de Matemática: Proposta de um programa de intervenção. *Dissertação de Mestrado*. Madrid: Universidade de Madrid.
- Brito, M. R. F. (2000). Este Problema é Difícil Porque Não é de Escola! A Compreensão e a Solução de Problemas Verbais por Crianças da Escola Fundamental. *Revista da Sociedade Brasileira de Psicologia*, 8, 93–109.

- Christoffersen, K., Hunter, C. N., & Vicente, K. J. (1998). A longitudinal study of the impact of ecological interface design on deep knowledge. *International Journal of Human-Computer Studies*, 48, 729–762.
- Ericsson, K. A. (1996). The acquisition of expert performance: An introduction to some of the issues. In K. A. Ericsson (Ed.), *The road to excellence: The acquisition of expert performance in the arts and sciences, sports, and games* (pp. 1–50). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Fonseca, V. (1996). *Aprender a aprender. A educabilidade cognitiva*. Lisboa: Editorial Notícias.
- Frensch, P. A. & Funke, J. (Eds.) (1995). *Complex problem solving: The European perspective*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Fry, P. S. & Lupart, J. J. (1987). *Cognitive processes in children's learning*. Springfield: Charles C. Thomas.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70 (1), 1–25.
- Glaser, R. & Chi, M. T. H. (1998). Overview. In M. T. H. Chi, R. Glaser & M. J. Farr (Eds.), *The nature of expertise* (pp. XV–XXI). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Hayes, J. R. (1989). Creative and cognitive processes in creativity. In J. Glover, R. R. Ronning, & C.R. Reynolds (Eds.), *Handbook of Creativity* (pp. 33–52). New York: Plenum Press.
- Huitt, W. (1992). Problem solving and decision making: Consideration of individual differences using the Myers Briggs Type Indicator. *Journal of Psychological Type*, 24, 33–44. Retrieved February 1993, acedido a partir de <http://www.edpsycinteractive.org/files/prbsmbti.html>
- Kahney, H. (1993). *Problem Solving: Current issues*. Milton Keynes, Buckingham; Open University Press.
- Kim, B., & K. Hays. (2005). *The evolution of the intellectual partnership with a cognitive tool in inquiry-based astronomy laboratory*. Paper presented at the Meeting of the Computer Supported Collaborative Learning, Taipei, Taiwan, May-June.
- Lai, K., Griffin, P., Mak, A., Wu, M., & Dulhunty, M. (2001). *Modelling strategies in problem solving*. Paper presented at the Annual Conference of the Australian Association for Research in Education, Perth, 2-6 December
- Lester, F. K. (1983). Trends and issues in mathematical problem solving research. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*. New York: Academic Press.
- Ministério da Educação (2004). *Conceitos fundamentais em jogo na avaliação de literacia matemática PISA 2003*. Lisboa: Ministério da Educação, Gabinete de Avaliação Educacional.
- Ministério da Educação (2009). *Novo programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Patel, V., & Groen, G. (1991). The general and specific nature of medical expertise: A critical look. In K. Ericsson & J. Smith (Eds.), *Toward a general theory of expertise* (pp. 93–125). New York: Cambridge University Press.
- Polya, G. (1945). *A arte de resolver problemas (How to solve it)*. Rio de Janeiro: Interciência.
- Polya, G. (1981). *Mathematical discovery: On understanding, learning and teaching problem solving*. New York: John Wiley & Sons.
- Ponte, J. P., & Santos, L. (1998). Práticas lectivas num contexto de reforma curricular. *Quadrante*, 7, 3–33.
- Quesada, J., Kintsch, W., & Gomez E. (2002). A theory of complex problem solving using latent semantic analysis. In W. D. Gray & C. D. Schunn (Eds.), *Proceedings of the 24th Annual Conference of the Cognitive Science Society* (pp. 750–755). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Robertson, S. I. (2001). *Problem Solving*. London: Psychology Press.
- Serrazina, M. L., & Matos, J. M. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Skinner, B. F. (2004). *Sobre o behaviorismo*. São Paulo: Cultrix.

Vickers, D., Heitman, M., Lee, M. D., & Hughes, P. (2002). *Optimization and intelligence: individual differences in performance on three types of visually presented optimization problems*. University of Adelaide, South Australia.

Resumo. O rendimento escolar na disciplina de matemática serve de mote para refletir sobre os processos cognitivos implicados na resolução de problemas propostos por Polya (1981). Assim, procuramos estudar as diferenças nos processos cognitivos entre alunos com maior e menor aproveitamento na disciplina de matemática em tarefas de resolução de problemas de matemática. O estudo envolveu 30 alunos do 6º ano de escolaridade que se situaram no percentil 90 numa prova psicológica de raciocínio numérico. Estes 30 alunos foram repartidos por dois grupos diferenciados no seu rendimento escolar, um com maior rendimento (alunos de nível 4 ou 5 na disciplina de Matemática) e outro com menor rendimento (alunos de nível 2 ou 3). As hipóteses em análise procuram identificar diferenças nos processos cognitivos mobilizados por estes dois grupos de alunos que, embora similares ao nível do raciocínio numérico, se diferenciavam no seu rendimento escolar na disciplina de matemática. Os resultados apontam para diferenças estatisticamente significativas nos processos cognitivos elaboração, resolução (propriamente dita) e verificação. Quando se analisou a relação entre processos verificou-se que também aqui surgiram diferenças. No grupo de maior rendimento o processo que mais explicava a resolução era a verificação, enquanto que no grupo de menor rendimento era a planificação.

Palavras-Chave: Aprendizagem da matemática; Resolução de problemas em Matemática; Rendimento escolar; Processos cognitivos.

Abstract. Academic achievement in the discipline of mathematics gives the tone to reflect on the cognitive processes involved in problem solving proposed by Polya (1981). Thus, we discuss the differences in cognitive processes between students with higher and lower performance in the discipline of mathematics in problem-solving tasks in mathematics. The study involved 30 students from sixth grade students who were above the 90th percentile in psychological testing of numerical reasoning. These 30 students were divided into two distinct groups in academic performance, with a higher yield (students at level 4 or 5 in Mathematics) and one with the lowest income (students at level 2 or 3). The hypotheses under consideration seek to identify differences in cognitive processes mobilized by these two groups of students, although similar in terms of numerical reasoning, distinguished themselves in their academic performance in the discipline of mathematics. The results indicate statistically significant differences in cognitive processes drawing, resolution (itself) and verification. When we analyzed the relationship between processes it was found that also here differences appeared. In the group of higher performance the cognitive process that most explained the resolution was the verification process while in the lowest income group was planning.

Keywords: Learning of mathematics; Mathmatic problem solving; School performance; Cognitive processes.

■■■

ANTÓNIO R. ALMEIDA
E.B.2,3/ S. Celorico de Basto, Braga
antoniojralmeida@gmail.com

LEANDRO S. ALMEIDA
Universidade do Minho, Braga
leandro@ie.uminho.pt