Universidade do Minho
Instituto de Educação

Esmeraldina Maria Gandra de Sousa França Santos

Discussão na aula de Matemática com recurso à tecnologia: O caso de uma turma de 7ºano.

Outubro de 2011

Discussão na aula de Matemática com recurso à tecnologia: O caso de uma turma de 7ºano.

Esmeraldina Maria Gandra de Sousa França Santos

UMinho|2011

Universidade do Minho
Instituto de Educação

Esmeraldina Maria Gandra de Sousa França Santos

Discussão na aula de Matemática com recurso à tecnologia: O caso de uma turma de 7ºano.

Dissertação de Mestrado
Mestrado em Ciências da Educação
Área de Especialização em Supervisão Pedagógica na Educação Matemática

Trabalho realizado sob a orientação da
Doutora Maria Helena Martinho

Outubro de 2011

Universidade do Minho, ___/___/______

Assinatura: ____

Agradecimentos

Ao concluir esta dissertação, tenho que expressar a minha gratidão a todas as pessoas que me apoiaram e fizeram com que se concretizasse este meu objectivo.

As primeiras palavras de agradecimento têm que ir para a minha orientadora, Drª Maria Helena Martinho, pela sua paciência, disponibilidade, palavras e conselhos, pelo seu acompanhamento, pelo seu envolvimento e empenho na minha orientação. Com carinho, respeito e grande admiração, o meu muito obrigado por tudo o que aprendi e me proporcionou.

A minha gratidão e agradecimento ao meu colega Albino Pereira, Director da Escola Sec. de Vilela, por me apoiar nas condições logísticas e proporcionar todos os meios necessários para desenvolver o meu estudo. Também não posso esquecer de agradecer aos meus colegas e amigos que atravessaram no meu caminho, que directa ou indirectamente, me apoiaram e de certa forma me influenciaram ao longo deste percurso.

Uma palavra de agradecimento aos meus alunos, foram e são a razão da minha necessidade de saber mais, de querer mais, de fazer mais e poder contribuir para o sucesso deles. Obrigada a todos pelas experiências que me proporcionam e sobretudo por me fazerem sentir bem a desempenhar a profissão de que tanto gosto.

Aos meus pais, tenho que agradecer tudo o que me deram e me ensinaram ao longo da vida, sou uma prova do seu amor, carinho e dedicação. A eles, o meu muito obrigado, por estarem presentes na minha vida, por me apoiarem, por me incentivarem em todas as minhas decisões e por contribuírem para a pessoa que sou. Não poderia deixar de mencionar os meus irmãos pelos momentos que partilhamos juntos, pelos lindos sobrinhos que me deram, pela compreensão, cumplicidade e apoio nos papéis das nossas vidas.

A última palavra tem de ir para as duas pessoas que são tudo para mim no mundo, a Joana e o Paulo, e que estão sempre na minha mente e no meu coração. Mais do que agradecer todo o amor, carinho, apoio, compreensão e incentivo que me dedicaram, devo pedir desculpas pelo tempo que este trabalho me afastou deles. Obrigada Paulo por teres tanta paciência comigo e me ajudares a ser feliz.

RESUMO

Comunicar e explicar como se fez um determinado raciocínio matemático a alguém nem sempre é uma tarefa fácil. Procurar metodologias ou práticas que permitem facilitar essa tarefa, favorecendo a discussão na sala de aula, foi o ponto de partida para a motivação desta investigação. Ao proporcionar aos alunos de uma turma de 7.ºano a discussão de situações matemáticas com recurso ao uso da tecnologia, foram criadas oportunidades para que explicassem os seus raciocínios e compreendessem os dos colegas. Com base num referencial teórico na comunicação e discussão matemática na sala de aula, realça-se as funções que estas têm no que concerne ao desenvolvimento do ensino e aprendizagem da Matemática, focando a emergência da utilização das ferramentas tecnológicas como um apoio a não descurar em todo este processo. Tratando-se de uma investigação qualitativa, o carácter descritivo que a caracteriza, revê-se no estudo de caso e o facto de a investigadora ser também a professora de Matemática do grupo de alunos em estudo, contribuiu para a escolha da observação participante como técnica de recolha de dados. Esta investigação analisa a forma como os alunos apresentam as suas resoluções e comentam as dos colegas, bem como, o contributo da tecnologia para a explicitação dos raciocínios que as envolvem. As interacções evidenciadas na sala de aula resultaram da aplicação de um conjunto de tarefas integradas no tema Triângulos e Quadriláteros, as quais foram faseadas em três momentos de realização: a apresentação, o trabalho autónomo dos alunos e a discussão colectiva da resolução da tarefa. Na fase de realização foi proporcionado aos alunos o acesso a software de geometria dinâmica – Geogebra– através de computadores, já na discussão colectiva e apresentação das resoluções, os alunos tinham usufruto do quadro interactivo

Perante os resultados obtidos, concluiu-se que o uso do quadro interactivo promoveu o envolvimento de mais alunos na sua aprendizagem, encorajou-os a participar, permitiu um aumento das interacções com os colegas e facilitou a discussão colectiva. Por sua vez a discussão proporcionou o confronto de ideias entre os alunos, serviu para ampliarem os seus conhecimentos, para desenvolverem a capacidade de se expressarem e não menos importante para identificar situações em que, apesar de respostas aparentemente certas, surgem de raciocínios falaciosos e, da mesma forma, algumas respostas incorrectas podem ter por detrás raciocínios válidos, que de outro modo não seriam facilmente identificadas.

ABSTRACT

Transmitting and explaining to someone how you can have a certain mathematical reasoning is not always an easy task. Looking for methodologies or practices which can facilitate that task in addition to debating this issue in classroom has been the starting point for this investigation. By giving 7th form students the opportunity to debate mathematical situations using technological resources, they had the chance to explain their reasoning as well as they could understand their classmates'. Based on a theoretical reference on communication and mathematical debate in classroom, it is very important to highlight the functions that these have as far as the development of teaching and learning mathematics process is concerned, never forgetting the emergency of the use of technological tools as an essential support. As this is a qualitative investigation, its descriptive character present on the case study, and once the investigator is also the mathematics teacher of the group of students under investigation, has helped for the choice of participating observation as the technician of data collection. This investigation analyses the way students solve mathematical problems and comment their classmates' as well as the contribution of the technology for the explanation of the reasoning involved. The interactions observed in classroom were the result from the application of a set of tasks that were part of the topic Triangles and Quadrilaterals. Those interactions were phased by three moments of accomplishment: presentation, the students' autonomous work and the collective debate about the mathematical problem solving. During the phase of problem solving the students were given free access to a dynamical geometry software – GeoGebra – through computers while during the collective debate and the presentation of mathematical problem solving they could use the interactive board.

Having in mind the results that have been achieved we may conclude that the use of the interactive board has promoted the involvement of more students in their process of learning, having encouraged them to participate and allowed them a greater number of interactions with their classmates as well as facilitated a high level of collective debate. The debate in turn has provided the possibility of exchanging ideas among students, enlarged their knowledge, their ability to express themselves and not least helped them identifying situations that, although the answers seem to be correct, they came out of fallacious reasoning. The same way some incorrect answers may have valid reasoning behind. These situations couldn't be possibly identified any other way.

ÍNDICE

Índice de figuras

Índice de quadros

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O desenvolvimento tecnológico acelerado e em grande escala tem provocado uma mutação constante no mundo em que vivemos. Conscientes desta realidade, as escolas não podem ignorar as mudanças e as exigências que este desenvolvimento provoca. É um facto que as tecnologias já invadiram a sala de aula e já não se pode falar em ensino - aprendizagem sem mencionar o papel importante que estas ocupam neste processo. A Matemática, em particular, além de colaborar como meio para evolução da tecnologia, também dispõe de um conjunto de ferramentas tecnológicas que contribuem para uma melhor compreensão e desenvolvimento de capacidades matemáticas, sendo uma dessas capacidades a comunicação matemática. Como Ponte, Boavida, Graça e Abrantes em 1997 já salientaram, as ferramentas tecnológicas constituem um meio insubstituível pelas potencialidades que têm na tomada de decisões resultante da informação recolhida, criada, tratada e analisada.

O desenvolvimento da capacidade de comunicar, por parte do aluno, é considerado um objectivo curricular de elevada importância e para que seja alcançado com sucesso há necessidade de criar oportunidades de comunicação adequadas ao trabalho que se realiza na sala de aula. É imperativo motivar e estimular os alunos a desenvolver as interacções que possam emergir, valorizando a dinâmica comunicativa na sala de aula. Deste modo, a tecnologia além de criar ambientes propícios à integração do aluno na *Sociedade da Informação e do Conhecimento*, também revela um bom apoio e estímulo à comunicação matemática, permitindo "uma referência comum para as discussões de ideias matemáticas" (NCTM, 2007, p.66).

1.1 Apresentação do estudo

A minha experiência profissional como professora de Matemática do 3°ciclo do Ensino Básico e Secundário, mostrou-me que alunos que comunicam facilmente em outras disciplinas, não o fazem da mesma forma na aula de Matemática. A procura de respostas para solucionar esta situação, ou pelo menos minimizá-la, fez com que o interesse por práticas e metodologias que facilitem e promovam a comunicação na sala de aula seja um dos propósitos desta investigação.

Com a implementação do Plano Tecnológico da Educação (PTE), as salas de aulas estão a ficar equipadas de materiais tecnológicos e é imperativo aproveitar esta vantagem no ensino da Matemática. Este facto, aliado à relevância que a comunicação matemática tem assumido actualmente nas aulas de Matemática em que os alunos são frequentemente solicitados a partilharem as suas ideias e a envolverem-se em interacções produtivas com os colegas e com o professor (Boavida, 2005), permite uma aprendizagem mais proveitosa.

Como na sala de aula o aluno utiliza um discurso que por vezes não é claro para os seus pares, apesar de utilizar termos que usa diariamente no seu contexto social, sente necessidade de encontrar uma forma de ser compreendido pelos outros através da clarificação e explicitação dos significados que profere. A tecnologia dá um impulso à descoberta de uma possível e perceptível forma de comunicar na sala de aula, estando os alunos sujeitos ao mesmo ambiente tecnológico e em igualdade de oportunidades, resulta na promoção das interacções e permite a descoberta e partilha de significados comuns.

É precisamente este foco de interesse, perceber a relação existente entre a resposta dada e como se explica as ideias ou raciocínios envolvidos, a partir das discussões ocorridas na sala de aula, bem como o contributo da utilização de tecnologia na promoção da qualidade dessa discussão, que originou o estudo desta dissertação: “Discussão na aula de matemática com recurso à tecnologia”.

1.2 Objectivos do estudo

Para responder ao problema, *como podem as ferramentas tecnológicas ao serviço do ensino da Matemática promover a comunicação na aula, em particular a discussão, e o desenvolvimento da capacidade de explicar dos alunos*, foram formuladas as seguintes questões:

a) De que forma os alunos debatem e expõem as resoluções das tarefas?

b) Quais as dificuldades sentidas pelos alunos na explicitação dos seus pensamentos ou raciocínios?

c) Qual o contributo da tecnologia para a explicitação dos seus pensamentos ou raciocínios?

Em síntese, pretende-se analisar de que forma os alunos defendem as suas ideias e interagem com os colegas, como e se utilizam a tecnologia para a explicitação dos seus raciocínios, não esquecendo as dificuldades que emergiram das situações propostas aos alunos durante todo este processo.

Sendo assim, esta investigação tem como objectivos aplicar o uso das tecnologias na aula de Matemática, fomentar o diálogo colectivo mais rico entre os intervenientes do processo de ensino e de aprendizagem e o de promover a comunicação matemática usando as ferramentas tecnológicas.

Ao longo desta investigação será um propósito compreender e procurar respostas para as questões formuladas, pretende-se assim contribuir para um ensino e aprendizagem da matemática mais adaptado à realidade da *geração tecnológica* que se encontra a frequentar as nossas escolas.

1.3 Estrutura da dissertação

Este estudo inicia-se com uma introdução, o primeiro de cinco capítulos, onde após uma breve apresentação e contextualização da problemática a investigar, faz uma breve abordagem das questões e objectivos que o envolvem.

No segundo capitulo, faz-se o enquadramento teórico organizado por duas secções principais, Comunicação na aula de Matemática e Tecnologia Educativa e o Ensino da Matemática. Na primeira secção deste capítulo, após uma abordagem mais abrangente sobre comunicação matemática, foca-se na discussão na aula de Matemática e no papel das tarefas na comunicação. Inicia esclarecendo o que se entende por comunicação, em geral e em particular no âmbito deste estudo.

Atendendo à diversidade de definições de comunicação, que dependem do contexto em que se insere e até do propósito, foi seleccionada a que mais se relaciona com o processo de interacção social. Os alunos são elementos sociais que transportam vivências e conhecimento, os quais inevitavelmente influenciam as suas acções e em particular a forma de comunicar com os outros. Como tal, a comunicação na aula não se pode limitar à troca e assimilação de informações, mas também à partilha e construção da aprendizagem (Martinho, 2007). A linguagem é abordada como um instrumento de comunicação, sendo a exposição, o questionamento e a discussão considerados como os modos fundamentais de comunicação na sala de aula (Ponte & Serrazina, 2000). Uma elucidação entre as interacções e a comunicação na sala de aula, relacionam a diversidade de cenários de interacção e a existência de diferentes formas de comunicar, intensificando a comunicação como o suporte e o contexto de ensino e de aprendizagem (Guerreiro & Menezes, 2010).

A *comunicação matemática* destaca-se nesta investigação, como o processo que permite a construção de significados, consolidação das ideias e respectiva divulgação (Martinho, 2007; NCTM, 2007). Salienta-se a organização da comunicação matemática, quer por Brendefur e Frykolm (2000) em categorias e relacionadas com o tipo de interacções, em unidireccional, contributiva, reflexiva e instrutiva, quer por Pirie (1998) em tipo de linguagem utilizada, simples, verbal, simbólica, visual, inexplícita e a quasi-matemática. Em ambas as organizações focam a existência simultânea de vários tipos, mas enquanto na primeira corresponde a uma hierarquia, na segunda é de forma arbitrária a conjugação de dois ou mais tipos de comunicar matematicamente.

No alinhamento desta primeira secção segue-se a *discussão matemática*, onde se pretende fundamentar o importante papel que representa actualmente, no ensino e aprendizagem da matemática. As discussões colectivas na sala de aula são consideradas motores de estímulo para o progresso dos alunos e para uma aquisição mais sólida do conhecimento. Também é evidenciado o *redizer*, termo utilizado por Boavida (2005), as contribuições dos alunos, quer pelo professor quer pelos colegas como um meio para melhor compreenderem as ideias expostas, proporcionando um cenário de ajuda entre os alunos e fomentando a frequência das intervenções nas discussões colectivas. Para finalizar esta secção, entendeu-se que seria de todo recomendável uma breve referência ao *papel das tarefas na Comunicação Matemática,* para melhor compreender a escolha das tarefas implementadas neste estudo.

Na segunda secção deste capítulo vários são os temas abordados: *A Escola Informada*, *Tecnologia Educativa, A integração das TIC no Ensino da Matemática* e as *Ferramentas*

Tecnológicas usadas no Ensino da Matemática. Pretende-se com esta secção contextualizar a necessidade da tecnologia na educação, quer por motivos sociais, quer por motivos educacionais, mas também esclarecer as potencialidades do seu uso e as mais-valias que podem trazer ao ensino e aprendizagem da matemática.

Na *Escola Informada,* são sintetizados os vários projectos que se desenvolveram e os que se encontram implementados e a decorrer durante o período desta investigação. Esta informação revela, em particular, a disponibilidade actual de tecnologia nas nossas escolas. Definir *Tecnologia Educativa*, permitiu elucidar a introdução da mesma no sistema educativo, como é vista pelos intervenientes envolvidos no processo ensino e aprendizagem e de que forma poderá potenciar esse processo, em particular no ensino e aprendizagem da Matemática através dos assuntos abordados na *Integração das TIC no Ensino da Matemática*.

Mostrar como podem potenciar e funcionar no ensino e aprendizagem da Matemática a calculadora, o computador e o quadro interactivo, foi o objectivo da subsecção *Ferramentas Tecnológicas usadas no Ensino da Matemática.* Nesta subsecção, são discutidas as qualidades, as vantagens, onde e como se podem usar, para que culmine no sucesso para o qual foi criado. Por fim, considerou-se relevante terminar esta secção com uma perspectiva futura, no que concerne ao aparecimento de novas ferramentas tecnológicas com fins educativos, devendo-se à constante evolução da tecnologia e às necessidades de preparar o aluno de hoje para ser o cidadão tecnológico de amanhã.

A metodologia deste estudo é caracterizada e descrita no capítulo três, o qual se encontra organizado em duas secções: Caracterização do estudo e opções metodológicas; Concepção e desenvolvimento do estudo.

Na primeira secção, faz-se uma caracterização pormenorizada do estudo, focando os aspectos mais relevantes, como o facto de se tratar de uma investigação qualitativa e a utilização do *estudo de caso* como referencial metodológico. As opções metodológicas encontram-se fundamentadas por um enquadramento teórico, servindo de apoio a um fio condutor de fiabilidade do estudo. Por essa razão, os instrumentos metodológicos utilizados estão ao serviço do método de investigação adoptado, a *observação*.

Na segunda secção do capítulo três, descreve-se a forma como se delineou, desenvolveu e produziu o trabalho que este estudo envolveu. Foi iniciado com a caracterização do grupo turma, objecto de estudo desta investigação, seguida de uma descrição do contexto escolar onde se insere. A forma como se recolheram os dados e quais os instrumentos utilizados foram detalhadamente apresentados. Acontecendo o mesmo à forma como as tarefas propostas ao grupo turma, foram organizadas, apresentadas e realizadas. Esta secção culmina com a explicação da metodologia de análise dos dados recolhidos e que originou a definição das categorias de análise deste estudo.

A apresentação e discussão dos resultados são a base do capítulo quatro, o qual foi dividido em seis secções de modo a seguir a linha sequencial de observação e implementação das tarefas propostas. A análise do questionário, aplicado no inicio do estudo para averiguar os interesses e motivações dos alunos sobre a disciplina de Matemática, foi o ponto de partida deste capitulo, constituindo a matéria da primeira secção. De seguida apresentam-se quatro secções, cada uma dizendo respeito a uma das quatro tarefas realizadas.

Em cada uma destas quatro secções, é relatada a tarefa em questão, os objectivos que se pretendem alcançar com a sua realização, a forma como foi apresentada aos alunos e como é desenvolvida por eles. Os resultados da actividade resultante são explicados através de episódios (três por cada tarefa) que têm como objectivo elucidar os momentos de realização e discussão da tarefa. São estes momentos que inicialmente apoiaram, conjuntamente com as questões de investigação, a enunciação das categorias de análise, que posteriormente se tornam os responsáveis pela identificação dessas categorias nos episódios relatados. A organização escolhida para cada uma destas quatro secções, teve em consideração o citado e seguiu a seguinte linha orientadora: a apresentação da tarefa, a apresentação dos três episódios seleccionados e a identificação das categorias de análise nos episódios relatados.

Na última secção deste capítulo, pretende-se sintetizar os resultados obtidos e evidenciar a relação existente entre os episódios apresentados nas quatro tarefas, identificando e expondo de uma forma global as categorias de análise. De certa forma pretende-se exibir outra perspectiva, fazendo para cada uma das categorias uma síntese onde são focados os aspectos essenciais dos episódios onde estas se revelaram. Serão precisamente os elos comuns nos episódios que pertencem a cada categoria, realçados nesta síntese, que contribuirão para dar resposta às questões de investigação formuladas.

Este trabalho termina com o quinto capítulo, *Conclusão*, organizado em quatro secções, no qual se descrevem as conclusões decorrentes do estudo. Nas primeiras três secções pretende-se dar resposta a cada uma das questões de investigação formuladas e supracitadas no início deste capítulo introdutório. Finaliza com algumas reflexões finais relacionadas com o trabalho desenvolvido ao longo deste estudo, bem como algumas implicações e recomendações para investigações futuras.

CAPÍTULO II

REVISÃO DE LITERATURA

Este enquadramento teórico pretende percorrer uma breve literatura que com ele se relacione e que terá influência, directa ou indirectamente, no desenvolvimento desta investigação. Numa tentativa de clarificar a leitura, esta revisão foi organizada em duas secções principais que correspondem aos principais focos desta investigação: Comunicação matemática (integrada na comunicação e discussão na sala de aula) e o uso da tecnologia na aprendizagem da Matemática.

Na primeira secção pretende-se fundamentar a importância do desenvolvimento da comunicação matemática na sala de aula, assim como de uma forma particular a discussão matemática. Em relação à segunda secção, pretende-se mostrar as vantagens do uso da tecnologia para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Em particular, de que forma a tecnologia se torna num aliado poderoso para aumentar o envolvimento dos alunos nesse processo.

2.1. Comunicação na aula

A comunicação tem sido objecto de muitos estudos. De uma forma geral, pode-se assumir como comunicação qualquer acto através do qual uma pessoa dá ou recebe informação de outra, ou ainda como sendo a troca de informação entre indivíduos através da fala, da escrita, de um código comum ou do próprio comportamento. Mas de acordo com o contexto onde se realiza, pode assumir outras especificidades, como por exemplo num contexto escolar onde esta investigação decorre, a comunicação pode-se assumir como sendo um processo de interacção social de contextos múltiplos, onde existe a negociação de significados entre os intervenientes (Sierpinska, 1998). Ou ainda como "um processo social onde os participantes interagem trocando informações e influenciando-se mutuamente" (Martinho, 2007, p. 15). Esta última definição será a assumida por esta investigação, uma vez que, vai mais além do que a negociação de significados, têm em vista não só a troca da informação, a sua compreensão e assimilação através da partilha de significados, mas também as vivências e o conhecimento que os participantes transportam, como elementos sociais que são.

Dentro do contexto escolar, existem outros e variados onde se desenvolve o processo comunicativo, muitas vezes mais do que um em simultâneo e como consequência, o significado não pode ser abstraído das circunstâncias particulares em que ele se insere (Kanes, 1998). A sala de aula é um dos contextos mais específicos, onde se desenrola o processo comunicativo, à forte influência que o professor exerce na sala de aula (Martinho, 2007), aliam-se as vivências do aluno para regular a comunicação na sala de aula. A turma recebe a influência e a contribuição de cada um dos alunos que a constituem, donde deve "ser olhada como uma unidade a ter em conta" (Martinho, 2007, p. 18), aquando da análise do processo comunicativo na sala de aula, uma vez que "tem um crescimento próprio, hábitos adquiridos, relações e aprendizagens conjuntas" (Martinho, 2007, p. 18).

Sierpinska (1998) e Bruner (1985), corroboram que para comunicar é necessário usar um instrumento cultural, específico, a linguagem. No entanto apresentam leituras distintas, Sierpinska, baseando-se em estudos realizados por Piaget, considera que a linguagem é vista como um discurso e forma de expressar o pensamento, concluindo que "se o discurso é a tradução de um pensamento, então a comunicação significa a transmissão de pensamentos através da linguagem" (p.33). Bruner (1985) opõe-se argumentando que a linguagem é um veículo para fazer coisas com e para os outros, sendo primeiramente um instrumento de comunicação, mas não no sentido apenas de transmissão dos pensamentos como é referido por Sierpinska.

É através da comunicação que as nossas ideias são partilhadas e a forma como as comunicamos tem que ser clara e perceptível pelos outros. Por sua vez, a comunicação é conseguida quando as partes colaboram numa actividade com interesse comum. Como tal, a oportunidade de comunicar na sala de aula pode ser proveitosa para envolver os alunos na sua aprendizagem, como reforça Boavida (2005), "todos devem ser capazes de se envolver em interacções sociais produtivas com os colegas e o professor" (p. 95).

Na perspectiva de Ponte e Serrazina (2000), a *exposição*, o *questionamento* e a *discussão* são os modos fundamentais de comunicação na sala de aula. Na *exposição* o aluno é convidado a apresentar dúvidas sobre o que lhe é apresentado, ou no caso de ser ele a expor, deve estar preparado para argumentar os seus pensamentos. No *questionamento* o aluno é motivado para intervir e dar a conhecer até que ponto está a acompanhar o decorrer da actividade na aula. E por fim na *discussão*, o aluno interage com os colegas partilhando ideias e raciocínios. Dos três modos, os autores consideram a *discussão* como sendo o mais importante, uma vez que fomenta a igualdade de papéis entre os intervenientes, apesar de um deles tomar o papel de moderador (normalmente assumido pelo professor). No entanto, para o aluno participar num diálogo pressupõe que saiba falar e que saiba falar do assunto em questão, tal acto pode-se tornar inibidor (Wood, 1998).

É importante salientar que em todos os modos de comunicação na sala de aula os alunos têm que ser ouvidos, as actividades têm que ser construídas baseadas nos seus modos de pensar e que respostas incorrectas podem não corresponder a um pensamento ou raciocínio errado (Pirie, 1998; Sierpinska, 1998).

Não sendo de menosprezar a importância que possuem a aquisição do conhecimento e as influências mútuas entre os elementos deste processo comunicativo, é um facto que a interacção é o elemento que os interliga e lhes dá o significado devido. Também é um facto que os alunos têm no professor um referencial no duplo sentido, além deste representar a comunidade científica na sala de aula, fornece-lhes "um meio para as interacções mais directas" (Martinho, 2007, p. 29).

Como se pode constatar são as interacções que surgem na sala de aula um dos factores mais importantes e que condicionam toda a actividade da mesma, esta constatação foi traduzida por Sierpinska (1998) como uma correspondência entre o tipo de interacção e a forma de saber e compreender, ou seja, se os professores e alunos têm interacções de um certo tipo, então os alunos provavelmente desenvolverão formas de saber e compreender em função desse certo tipo de interacção. Esta autora ainda acrescenta, que se a prestação dos alunos não for a esperada, então há que mudar a forma de interagir para obter o que se espera deles, ou seja, há que ajustar o modelo referido para que se conseguida uma correspondência bem sucedida. Poderemos então, encontrar várias formas de interacção aliadas às várias formas de comunicar.

Os cenários de interacção que emergem na sala de aula são muitos e diversificados e se os alunos aprendem de acordo com certas características do discurso, então aprender está em função da comunicação e consequentemente das interacções que são feitas na sala de aula e nas quais são intervenientes. Normalmente na sala de aula os alunos não têm o domínio discursivo e para que tenham um papel mais activo, é necessário encorajar para que o façam, nomeadamente através das suas apresentações, explicações e avaliação das ideias apresentadas. Assim, o aluno sentirá a necessidade de explorar uma forma de ser compreendido no seu discurso pelos outros, através dos significados que profere. Deste modo, precisará de entender a diferença entre os discursos que utiliza e fazer esforços para praticar um novo discurso. É certo que para cada um dos cenários de interacção, haverá um diferente discurso que será compreendido e aprendido.

Deste modo, investigar formas de interacção verbal do discurso na sala de aula requer lidar com certos padrões ou uma certa ordem de processos discursivos. A impressão de certa ordem na sala de aula, ou desordem, destaca-se neste contexto de observação do discurso, assim como o orientar para certos resultados que não estão a surgir. Esta última afirmação é sustentada por Seeger (1998) aquando o seu estudo sobre o discurso na sala de aula. Este autor concluiu que na sala de aula, onde o diálogo sistematicamente alternado entre o professor e alunos, numa sequência de perguntas e respostas até se obter a correcta, reflecte um cenário disciplinado e com objectivos de aprendizagem específicos, no entanto não é sinónimo de produtividade nem de interactividade entre os intervenientes, revelando-se muitas vezes como insuficiente na aquisição desses objectivos. Ao contrário do cenário da sala de aula, onde o diálogo é predominantemente entre os alunos e apesar de alguma desordem aparente, porque pode seguir diferentes orientações de acordo com as perguntas e respostas dadas por estes, onde por vezes o professor é um mero observador ou que valida as conclusões a que chegaram, resulta em interacções mais ricas e produtivas, revelando-se significativa na aquisição do conhecimento. Com base neste estudo, Seeger (1998) apoiou que a tradicional ordem na sala de aula pode produzir um padrão de discurso pouco produtivo e pobre, enquanto um turbulento padrão de discurso pode revelar mais ordem ao ter em conta os pontos de vista dos alunos, o que leva a fundamentar que a confusão na aula não é necessariamente prejudicial à aprendizagem e que ordem não é sinónimo de aperfeiçoar a aprendizagem. É a falar e a escrever sobre Matemática que o aluno desenvolve a capacidade de comunicar matematicamente.

A crescente importância que se reconhece à comunicação nos processos de ensino e de aprendizagem (e em particular da matemática), vai muito para além da transmissão de informação e de conhecimentos. Guerreiro e Menezes (2010) reforçam que a comunicação "é sobretudo e essencialmente o suporte e o contexto do ensino-aprendizagem, entendido como processo de socialização e de interacção entre os alunos e entre estes e o professor" (p. 137).

Comunicação matemática

A comunicação no domínio da Matemática torna-se difícil, não pela dificuldade de transmissão dos pensamentos entre os intervenientes, mas essencialmente pela sua especificidade, pelo facto de impor exigências rigorosas. Entende-se por comunicação matemática todo o processo de comunicação que permite a construção de significado, consolidação das ideias e respectiva divulgação, como é referido nos Princípios e Normas para o Ensino da Matemática (NCTM, 2007), "os alunos que têm oportunidade, encorajamento e apoio para falar, escrever, ler e ouvir, nas aulas de Matemática, beneficiam duplamente: comunicam para aprender matemática e aprendem a comunicar matematicamente" (p. 66).

Brendefur e Frykolm (2000) organizaram a comunicação matemática em quatro categorias, *unidireccional, contributiva, reflexiva e instrutiva*. Na comunicação *unidireccional*, são poucas as oportunidades que o aluno tem de expressar as suas estratégias, ideias e raciocínios, domina o diálogo através da leitura e fazem-se questões de resposta fechada. Esta comunicação ainda é usada com frequência na sala de aula, os alunos ouvem o professor e recebem de forma passiva o conhecimento. Na comunicação *contributiva*, as interacções entre os alunos e entre estes e o professor já é uma realidade, mas de uma forma limitada, é uma comunicação orientada não permitindo raciocínios profundos, é correctiva por natureza e o trabalho de grupo já revela ser uma das formas de trabalho na resolução de tarefas matemáticas. A comunicação *reflexiva*, verifica-se quando os alunos têm como prioridade a intervenção e participação nos debates que surgem na sala de aula, partilhando ideias, estratégias de resolução e soluções com os seus pares e com o professor. O discurso reflexivo nos alunos surge na argumentação e na exposição de ideias perante os seus pares. A comunicação *instrutiva*, é considerada como sendo uma comunicação muito poderosa que envolve muito mais do que as interacções entre alunos e estes e o professor. Com esta comunicação os alunos alteram a sua compreensão matemática de forma construtiva, ao revelarem o seu conhecimento matemático permitem uma melhor percepção do mesmo. Esta comunicação é um instrumento poderoso e favorável ao desenvolvimento matemático na sala de aula.

Os mesmos autores, Brendefur e Frykolm (2000), ligaram as várias formas de comunicação acima descritas, dando a entender que coexistem e obedecem a uma certa ordem (uni-direccional, contributiva, reflexiva e instrutiva), sendo a passagem para o nível seguinte após o alcance do nível antecessor. Ou seja, os alunos que comunicam reflexivamente também comunicam de forma unidireccional e de forma construtiva.

O desenvolvimento da *capacidade de comunicar*, por parte do aluno, é considerado no novo programa de Matemática do Ensino Básico, um objectivo curricular de elevada importância, estando em completa concordância com as duas últimas categorias de comunicação (a reflexiva e a instrutiva) definidas por Brendefur e Frykolm, assim como a criação de oportunidades de comunicação adequadas à actividade que se realiza na sala de aula. Mais recentemente num artigo na revista Educação Matemática, Boavida, Silva e Fonseca (2009) reforçaram esta mesma ideia, que a valorização da comunicação reflexiva e instrutiva na implementação no recente programa de matemática do ensino básico, irá provocar mudanças significativas no papel dos alunos e do professor, o que "pressupõe alunos disponíveis e professores ousados, dispostos a aceitar o desafio de trocarem algumas tarefas previsíveis e rotineiras para se lançarem em actividades mais abertas e exigentes"(p. 3).

A propósito da actividade desenvolvida na sala de aula, estabelecem-se normas que regulam as interacções sociais entre alunos e professores, são designadas por normas sociais. A negociação pode ser feita no âmbito do processo de ensino e aprendizagem de qualquer conteúdo disciplinar. A cultura da aula é o conjunto das normas sociais estabelecidas na sala de aula, subjacentes a padrões e rotinas que permitem aos alunos e professores interagirem harmoniosamente. Em particular, as normas sociomatemáticas focam-se nos "aspectos normativos das discussões matemáticas específicos da actividade matemática dos alunos" (Yackel & Cobb, 1996, p.461).

Uma justificação, vista como explicação do modo de pensar constitui uma norma social. No entanto, uma justificação matemática aceitável constitui uma norma sociomatemática desenvolvida em qualquer sala de aula no decorrer da actividade matemática (Yackel & Coob, 1996). Existe uma contínua negociação entre os intervenientes do processo de ensino e aprendizagem, que permite a regulação de eventuais conflitos. A valorização da explicação e da justificação potencia o desenvolvimento de processos de argumentação mais sofisticados e promove a autonomia intelectual dos alunos (Boavida, 2005). Os significados das expressões matemáticas, palavras, fórmulas ou diagramas, são reconhecidos pelos alunos quando se tornam parte integrante do discurso que partilham entre si. Num processo de ensino e aprendizagem de Matemática é necessário que se pratiquem os vários tipos de discurso na sala de aula, como a discussão, o debate, a argumentação, o monólogo ou o diálogo.

A comunicação matemática faz-se quando duas ou mais pessoas sentem a necessidade de discutirem acontecimentos, de expressarem opiniões, ou de transmitir aos outros as suas experiências e conhecimentos. Segundo Abele (1998), a linguagem que se usa para comunicar matematicamente não pode ser um objectivo, mas um meio para se alcançar um objectivo, seja para comunicar as ideias, factos ou resolver problemas. Deste modo, a linguagem na sala de aula de Matemática inclui uma dupla função, o uso da linguagem específica e o uso de linguagem como explicação de um raciocínio matemático independentemente do uso de simbologia, pretende-se um entendimento entre os alunos e estes e o professor de modo que a linguagem cumpra a sua função. No entanto, as dificuldades de comunicar matematicamente são frequentemente apontadas como as responsáveis pelo insucesso e fracasso dos alunos na disciplina de Matemática, os alunos atribuem o "seu fracasso" ao facto de não entenderem o que o professor diz ou explica.

Para Pirie (1998) existem seis formas de comunicar matematicamente, cada uma delas é caracterizada por um "tipo" de linguagem, a *linguagem simples* (usada por todos no dia a dia), a *linguagem verbal* matemática (oral e escrita), a *linguagem simbólica* matemática (usando simbologia própria), a representação *visual*, a *linguagem inexplícita* (unspoken) através da partilha de conjecturas e a *linguagem "quasi-matemática"* (reconhecida pelos alunos, mas não por exemplo pelo professor ou outros). Todas estas seis formas de comunicar matematicamente são legítimas e estão presentes na sala de aula, cada uma delas e à sua maneira, influencia a aprendizagem do aluno e respectivo desenvolvimento da sua compreensão matemática. Existe também a possível transição de umas para as outras e até a mistura de vários estilos em simultâneo de comunicação na sala de aula, no entanto a *linguagem visual* torna-se a mais independente em relação às outras linguagens. O que se verifica é que na *linguagem visual* conceitos como horizontal e vertical, transformam-se em "lado a lado" e "acima e abaixo" respectivamente na *linguagem verbal*, não existindo qualquer conflito de entendimento do conceito matemático que envolve, o que não se verifica entre a *linguagem verbal* e *simbólica*. Mas as mais comuns entre os alunos são a *linguagem inexplícita* e a *linguagem "quasi-matemática"*, muitas das vezes para elementos exteriores ao grupo turma, como o professor ou outros não é reconhecida e até por vezes não perceptível. Baseiam-se em experiências comuns e formas de pensar e compreender a matemática muito pessoais. A falta de *linguagem verbal* ou até simbólica não implica a falta de compreensão matemática, pelo contrário na linguagem inexplícita existe um entendimento mútuo entre os interlocutores, muito comum entre alunos e entre professor e alunos. Perie traduz esta situação com o seguinte exemplo: perante a expressão 2x – 3, os alunos diziam "o quadrado de x menos 3", mas pensavam correctamente pois faziam o dobro de x menos 3 (1998, p. 19-20).

O uso da linguagem *quasi-matemática* causa alguma controvérsia, pelo facto de por vezes ter uma completa ausência de linguagem matemática, mas os alunos partilham-na de forma rápida aparecendo com frequência nas discussões colectivas na sala de aula e cheia de significado matemático, apesar da ausência de linguagem matemática. Este facto é considerado, por vezes, como um contra-senso na medida que são utilizadas analogias reconhecidas pelos alunos mas sem qualquer valor matemático, como por exemplo, os símbolos > e < associados à fome e ao bico de uma ave. A utilização de termos reconhecidos pelo aluno para determinado conceito matemático, apesar de não serem considerados como termos linguísticos matemáticos, é considerada como uma forma positiva no desenvolvimento da sua compreensão matemática.

Para que os alunos tenham um papel mais activo no discurso na sala de aula, é necessário estimular que o façam, nomeadamente através das suas apresentações, explicações e avaliação das ideias apresentadas. Caso contrário, como refere Forman (2003), o aluno tende a ter um papel de executor de ordens empregando uma linguagem impensada e impessoal. Considerar o aluno como um participante irá persuadir outras pessoas acerca da validade de argumentos matemáticos próprios. É necessário sensibilizar os alunos para a legitimidade das suas ideias e argumentos, assim como ajudar a compreender que são capazes de raciocinar e adquirir novas ideias matemáticas. Tudo isto, requer que durante o discurso se verifique se as intervenções feitas têm argumentos favoráveis ou contra, e todo este processo servirá para assimilar as regras do discurso.

Neste âmbito, deve-se proporcionar um ambiente adequado ao desenvolvimento do raciocínio e argumentação dos alunos, através das actividades propostas. Segundo as Normas Profissionais para o Ensino da Matemática (NCTM, 1994), "os alunos, habituados a que o professor fale a maior parte do tempo enquanto permanecem passivos, precisam de ser orientados e encorajados de forma a participar activamente no discurso de uma comunidade cooperante" (p. 37). O aluno deve presenciar um papel dominante do professor "na estruturação do discurso produzido na aula, nomeadamente através das suas perguntas" (Martinho & Ponte, 2005, p.2). Ainda referindo as Normas Profissionais (NCTM, 1994), o desempenho deste papel incide nos alunos serem questionados, ajudados a trabalhar em conjunto, a confiarem em si próprios, a verificarem se uma afirmação está matematicamente correcta e ajudados a raciocinar. Sierpinska (1998) acredita que a comunicação poderá aprimorar o desenvolvimento do pensamento do aluno e fazer com que este compreenda o "conceito", alegando que o aluno poderá saber uma fórmula e aplicá-la correctamente em exercícios rotineiros, o que não significa que o aluno esteja preparado para aplicá-la em qualquer exercício.

Os resultados de recentes investigações revelam que os alunos aprendem matemática na sala de aula se lhes for permitido explorar, investigar, argumentar e comunicar as suas ideias (Ponte e Serrazina, 2000; Ponte, 2005; Martinho, 2007).

A comunicação matemática e a argumentação matemática estão intimamente ligadas, uma vez que esta última, pode ser encarada como uma forma de interacção (Boavida, 2005). Pode-se ainda afirmar que a argumentação assume um carácter prioritário na aula de Matemática e está subjacente a todo o tipo de comunicação. Considerada como um acto conjunto, não conduzindo necessariamente a conclusões verdadeiras, mas para quem argumenta parte de princípios que lhe são considerados verdadeiros, o que possibilita o caminhar para o entendimento matemático a alcançar através da negociação de significados.

A comunicação entre os alunos reflecte as suas expectativas sobre a aceitação e respeito pelas suas ideias e formas de pensar, tanto dos alunos como as do professor. O criar condições na sala de aula para que os alunos participem de igual forma na discussão, explicando e argumentando as suas ideias matemáticas e comunicando-as aos outros, é uma das estratégias utilizadas para desenvolverem o pensamento e conduzir à compreensão dos conceitos e das relações matemáticas.

Como já foi referido, a *discussão* é o mais importante dos modos fundamentais de comunicação na sala de aula (Ponte & Serrazina, 2000), a participação do aluno na discussão está relacionada com a contribuição deste no processo da argumentação colectiva, a qual por sua vez está relacionada com a sua participação na aprendizagem que ocorre na sala de aula.

Segundo Krummheuer (1998), o conceito de argumentação colectiva está relacionado com as interacções que se observam na sala de aula que resultam das explicações para se alcançar a solução durante ou depois da resolução de uma dada questão. Considera ainda um processo de argumentação colectiva quando existe uma negociação de significados bem sucedida.

A discussão matemática

Discussão matemática é definida por Bussi (1998) como a articulação de vozes sobre um determinado objecto e o termo "voz" é aplicado à forma de falar e pensar de um ponto de vista individual. Na opinião desta autora, a comunidade científica vê a discussão matemática como um debate introduzido e orquestrado pelo professor sobre um determinado objecto matemático para alcançar e partilhar uma conclusão colectiva sobre esse mesmo objecto. Para o aluno, o professor é o representante da voz da cultura matemática, não o reconhecendo como um igual entre os pares, mas sim como um guia.

Uma articulação de vozes bem sucedida, promove momentos de *discussão* que constituem "oportunidades fundamentais para negociação de significados e construção de novo conhecimento" (Ponte, 2005, p.16). A *discussão* na sala de aula, permite o envolvimento dos alunos na sua própria aprendizagem, proporcionando-lhes "oportunidades públicas de falar e jogar com as suas próprias ideias" (Arends, 2008, p.413) e motivando-os a prolongar esse envolvimento para além da sala de aula. Ponte e et al (1997), apoiam que é através da troca de ideias entre os intervenientes dessas conversas (professor e alunos) que se fica a conhecer melhor os referentes de cada um dos intervenientes e as suas ligações com o conhecimento matemático. Referem ainda o importante papel que a discussão e a reflexão têm sobre os diversos temas que poderão emergir, as respectivas conexões resultantes e tudo isto culminando na negociação de significados. Estes autores também corroboram que "ao professor cabe estabelecer as condições necessárias ao desenvolvimento normal do processo de negociação de significados matemáticos na sala de aula"(p.88). No entanto para Seeger (1998), é preciso muito mais que estabelecer essas condições ideais. Para este autor o discurso na sala de aula está longe da negociação de significados, uma vez que entende que a "negociação sugere uma interacção entre iguais" (p.96), e quando a interacção envolve o professor a negociação é mais complexa.

Na aula as discussões podem ocorrer entre pares de alunos, entre grupos, entre o professor e aluno(s) em particular ou envolvendo toda a turma, estas últimas, designadas como discussões colectivas. As interacções entre alunos ao provocarem discussões, estimulam a descoberta do conhecimento tornando-o mais sólido (Martinho, 2007). As discussões colectivas devem ser orquestradas de forma a desenvolver nos alunos a capacidade de se envolverem nelas. Na perspectiva de Lampert, "à medida que os alunos inventam e defendem soluções com os colegas, envolvem-se na utilização e investigação das regras de discurso da Matemática" (citado por Boavida, 2005,p. 94).

Lampert e Cobb, (2003) realizaram estudos que permitiram evidenciar que o professor que socializa a argumentação através de discussões colectivas, pratica o processo de *revoicing* - repetir as contribuições dos alunos, o professor completa as frases dos alunos ou substitui por outras sem alterar o significado do que é dito, mas de certa forma significativa que contribuiu para o objectivo matemático que pretende alcançar. Boavida atribui a este processo o termo "redizer" (2005,p.105), também outros autores falam deste processo usando outros termos, tais como "remodelar" ou "traduzir" (Forman & Ansell, 2001, p.119,).

O *redizer* permite a negociação do significado e os alunos podem também colaborar redizendo as contribuições dos colegas, substituindo o professor nesse papel, ora esta acção faz com que os alunos avaliem as respostas, direito esse não permitido no padrão de comunicação I-R-A (O´Connor e Michaels, 1993). Segundo estes autores, este processo permite dar voz, potencializa a clarificação de ideias, dá a possibilidade de introduzir novos termos em ideias já conhecidas, permite direccionar a discussão para um fim proveitoso, procura articular a informação ajudando na explicitação de argumentos e promove uma visão mais esclarecedora e sequencial das várias respostas que vão surgindo ao longo deste processo. Esta estratégia discursiva, segundo Forman (2003), contribui para que os alunos argumentem activamente, permitindo ao professor colocar afirmações na boca dos alunos e ao mesmo tempo atribuir-lhes um papel na discussão colectiva. Este autor também destaca que as discussões e as actividades que as sustentam resultarão em aprendizagens matemáticas significativas, desde que se mantenha uma perspectiva clara sobre os objectivos educacionais que se tem para a aula e não perdê-los de vista. Mas orquestrar uma *discussão* matemática produtiva é uma tarefa muito difícil, extremamente exigente e complicada (Sfard, 2003). Mas será possível, em tempo real, encorajar a participação de 20 a 30 alunos em *discussões*, ajudar a adquirirem conteúdos matemáticos específicos sem nunca perder de vista os objectivos de aprendizagem e, em simultâneo, comunicar-lhes a "essência da pesquisa matemática"? (Boavida, 2005,p.101)

Organizar discussões com os alunos só por si não garante uma evolução na aprendizagem matemática, não vai acelerar o seu desenvolvimento natural, podemos por vezes, ficar desapontados com os efeitos de uma discussão matemática em relação à compreensão matemática resultante. É esperado que os alunos participem na discussão de forma consistente e dinâmica, obedecendo satisfatoriamente às regras sociais que a envolvem e que se obtenha significado matemático (Sierpinska, A. 1998), cabendo ao professor assegurar a qualidade e profundidade dessas discussões.

Lampert (2001), no seu estudo retratado no capítulo "Teaching While Leading a Whole-class Discussion", valoriza a importância do trabalho matemático, aquando da exposição da forma de pensar para se obter a resposta, considerando um ponto fundamental das conversações matemáticas. No trabalho matemático enquadram-se as formas diferentes de encontrar a resposta e reconhecer que são válidas, incluindo a verificação dos pensamentos dos alunos como os argumentam e os justificam. A discussão resultante desse trabalho pode ser conduzida de forma a demonstrar aos alunos que é possível fazer Matemática, mesmo que não o tenham conseguido naquele preciso momento. Na sua perspectiva, decidir como começar uma discussão se for o professor a iniciá-la, normalmente é, esta decisão está relacionada com a forma como interage com os seus alunos. Na discussão que envolve dois ou mais alunos ou até o grupo turma, é frequente o professor intervir para proporcionar um contexto favorável e fornecendo-lhes instrumentos para poderem raciocinar acerca da validade das suas afirmações, ficando para segundo plano a reacção à indicação de resposta correcta ou não (Boavida, 2005).

Perante a contribuição negativa de um aluno, são-lhe fornecidos instrumentos para que desta forma salvaguarde a sua imagem pública e amplie as suas competências matemáticas, orientando-o de uma forma natural para o reconhecimento do seu erro e desta forma conduzi-lo um caminho válido ao encontro da resposta correcta. Como Wood, T. (1998) refere, o professor desenvolve formas dos alunos focalizarem a sua atenção nos aspectos que os possam conduzir à resolução do problema, mais importante do que encontrar a solução do mesmo será a sua compreensão e a sua construção. Os alunos devem se expressarem de um modo passível de ser audível por todos, a escutarem os outros colegas e a reflectirem sobre o que ouvem para entender o sentido, concordarem ou discordarem ou até acrescentarem.

Os alunos para falar publicamente sobre Matemática precisam de coragem e exige um respeito mútuo pelos colegas e pelas suas ideias, é necessário que sejam bons ouvintes, confiem e se ajudem uns aos outros. É comum o aluno condicionar a sua prestação em favor do que acha que o professor quer ouvir e não valorizar o confronto com as ideias dos colegas (Boavida, 2005; Lampert, 2001; Martinho, 2007).

A existência de desacordos entre os alunos sobre as suas ideias ou posições podem levar a discussões, é um cenário apetecível se servir para a ampliação do conhecimento deles, no entanto, o confronto desses mesmos desacordos pode não ser o suficiente para gerar aprendizagem, ultrapassar obstáculos e até uma melhor compreensão (Boavida, 2005; Chazan & Ball, 1999; Sierpinska, 1998). É necessário que os alunos se sintam num ambiente confortável e seguro para se exprimirem, que compreendam que são as suas ideias que poderão ser questionáveis pelos colegas e não as suas capacidades de fazer Matemática.

Associado a esse ambiente de trabalho está a importância de ouvir alunos/colegas com atenção. Em particular, nas interacções estabelecidas nem sempre uma fala incorrecta é sinónimo de pensamento errado (Pirie, 1998; Sierpinska, 1998).

O papel das tarefas na comunicação matemática

Várias vezes foi citada a importância da escolha das actividades matemáticas a desenvolver na sala de aula, atendendo à diversidade de tipos de tarefas, os exercícios, os problemas, as explorações, as investigações entre outras, as de investigação são as que melhor permitem compreender a natureza dos processos de pensar matematicamente, ou seja, experimentar, explorar, identificar padrões, formular e testar conjecturas, generalizar e demonstrar; estimulam o pensamento relacionando conhecimentos matemáticos; permitem o trabalho diferenciado de alunos com diferentes níveis de aprendizagem; promovem o desenvolvimento de atitudes, capacidades e conhecimentos (Silva, Veloso, Porfírio & Abrantes, 1999). As tarefas de investigação na sala de aula de Matemática são importantes porque constituem uma parte essencial da experiência matemática e, por isso, permitem uma visão mais completa desta ciência para além de estimular o envolvimento dos alunos fomentando assim uma aprendizagem significativa. Estas tarefas promovem a discussão, e se desenvolvidas em trabalho cooperativo, são as ideais para fomentar a comunicação e em particular a argumentação nos alunos, estes ao ouvirem os argumentos dos colegas e reflectirem sobre eles, aprendem a criticar matematicamente (NCTM, 2007).

Existem muitos factores que conduzem às múltiplas variações no ambiente da sala de aula, as tarefas sendo planificadas de acordo com os alunos que constituem a turma, vai valorizar determinados aspectos, assim como definir os papéis e funções a desempenhar pelos vários intervenientes. Segundo Stein e Smith (1998) as tarefas que exigem dos alunos a aplicação de conhecimentos de forma processual recorrendo à memorização permitem que os alunos pensem, as tarefas que promovem a utilização de conceitos e conexões permitem que os alunos pensem de um modo diferente, possibilitando ao longo da actividade construir uma aprendizagem significativa. Mediante o citado, a importância da tarefa torna-se muito relevante neste processo complexo que é o ensino e aprendizagem da matemática, e de acordo com o referido nas normas profissionais para o ensino da Matemática (NCTM, 1994), o tipo de actividade que se propõe ao aluno na sala de aula e o diálogo que dela advém, determinam as oportunidades de desenvolvimento das suas capacidades de raciocínio e de comunicação sobre os tópicos matemáticos abordados.

A variedade de tarefas matemáticas foi ampliada com a introdução das tecnologias na sala de aula, as ferramentas tecnológicas oferecem um conjunto de potencialidades que permitem uma maior capacidade de lhes dar resposta (Canavarro, A., Moreia, D. e Rocha, M., 2008). Sendo assim a Tecnologia revela-se como sendo um bom apoio para a comunicação matemática e o seu uso permite "uma referência comum para as discussões de ideias matemáticas" (NCTM, 2007, p. 66).

2.2. Tecnologia educativa e o ensino da matemática

O desenvolvimento acelerado e em grande escala das tecnologias nas últimas décadas, tem colocado a sociedade em constante mudança, incluindo a sociedade portuguesa, e vive-se "num contexto de crescente visibilidade e atenção em torno das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC)" (Viseu, 2007, p. 37). Face a este panorama, a sociedade exige à escola que prepare cidadãos aptos para as usar e que os nutra de conhecimento capaz para acompanharem esta evolução e naturalmente participarem dela. Praticamente todos os sectores da sociedade estão informatizados e automatizados e como reforça Miskulin (2003), a sociedade necessita de indivíduos com perfil para desempenhar as funções que a sociedade requer.

Nesta perspectiva, este autor refere que a função da Educação e da escola é de proporcionar a formação plena e integral do indivíduo, formando indivíduos críticos, conscientes e livres, dando-lhes oportunidade de usar as tecnologias e preparem-se para a *Sociedade da Informação e do Conhecimento.*

Com o despertar da Tecnologia Educativa, Gomes e Coutinho (2007) afirmam que as estruturas educativas necessitam de repensar os seus objectivos pedagógicos, partilhando da mesma opinião de Blanco e Silva (1993) quando dizem que a Tecnologia Educativa surgiu, por um lado, devido à "necessidade do aluno ser educado para actuar conscientemente num ambiente tecnológico" (p. 60), e por outro lado surgiu como forma de melhorar o processo de ensino e aprendizagem.

Num contexto social, a integração das TIC na escola é vista também como um factor de justiça social, faz com que se atenue as diferenças entre os alunos e crie uma igualdade de oportunidades de conhecimento neste domínio (Miskulin, 2003; Parakesva & Oliveira, 2006).

A "Escola Informada"

Em Abril de 1997 foi aprovado, pelo Governo Português em funções, o *Livro Verde para a Sociedade da Informação* que constituiu um documento estratégico de definição das principais linhas de orientação e dos vectores de intervenção necessários à implantação sustentada da sociedade da informação e do conhecimento em Portugal, neste constavam os objectivos, estratégias e medidas a implementar na escola, para que esta se tornasse numa "*Escola informada*"[1]. No referido documento é dado a conhecer que a escola deveria se tornar "num espaço onde são facultados os meios para construir o conhecimento, atitudes e valores e adquirir competências" (p. 43). Deste modo a escola se tornaria num dos pilares da sociedade do conhecimento.

Desde então vários projectos foram desenvolvidos (como por exemplo, Programa Internet na Escola) e outros continuados (como por exemplo, Programa Nónio - Século XXI), com a finalidade de apetrechar as escolas com equipamento tecnológico e integrar as TIC na educação. Mais recentemente, em 2007, foi iniciado o Plano Tecnológico da Educação (PTE), o qual pretendeu a integração dos cidadãos portugueses como cidadãos europeus na sociedade do conhecimento. É comunicado em Diário da República (nº 180, 18 de Setembro de 2007) que "o desenvolvimento de competências em Tecnologias da Informação e da Comunicação (TIC) e a sua integração transversal nos processos de ensino e de aprendizagem tornam-se objectivos incontornáveis dos sistemas de ensino" (p. 6564). Com o PTE, distribui-se projectores (um para cada sala de aula), 6 mil quadros interactivos (num rácio de 1 para cada 3 salas de aula), 111 mil computadores (num rácio de 1 para cada 5 alunos). Até à data deste estudo, ainda não havia informação suficiente se a meta estipulada para 2010 foi bem sucedida, ou seja um rácio de 1 computador por cada 2 alunos. No entanto, atendendo à realidade da escola Secundária de

[1] O livro verde para a sociedade da informação em Portugal, dedica o 4ºcapítulo à Educação, intitulado: *A Escola Informada: Aprender na Sociedade de Informação.* Disponível online em http://area.dgidc.min-edu.pt/inovbasic/rec/livro-verde/index.htm

Vilela, escola onde se realizou o estudo desta investigação, pode-se afirmar que se ainda não se atingiu essa meta andar-se-á muito perto de a alcançar.

A disponibilidade das tecnologias nas nossas escolas realçou o foco, já existente, na Tecnologia Educativa e com o PTE cumpre-se um dos objectivos enunciados no *Livro Verde para a Sociedade de Informação em Portugal*, a citar: "Cabe ao sistema educativo fornecer, a todos, meios para dominar a proliferação de informações, de as seleccionar e hierarquizar, com espírito crítico, preparando-os para lidarem com uma quantidade enorme de informação que poderá ser efémera e instantânea" (p. 44).

Tecnologia Educativa

A mudança do sistema educativo já há muito se avizinhava com o aparecimento da tecnologia educativa, mas o que se entende por tecnologia educativa e de que forma influencia o sistema educativo? Costa (2007) refere que a expressão "Educational Technology" surgiu pela primeira vez em 1972 e foi da responsabilidade da Association for Educational Communications and Technology[2] (AECT), a qual a define como sendo uma consequência da valorização de "uma visão integrada e racional de resolver os problemas educativos, [...], por oposição à visão mais centrada na dimensão económica e técnica dos dispositivos susceptíveis de facilitarem o processo de ensino (meios, materiais e recursos educativos)" (Costa, 2007, p. 22).

Gentry em 1987, refere que o termo Tecnologia Educativa, "*Educational Technology*", surge em alternância com o termo "*Instructional Technology*", definida pela Commission on Instructional Technology[3] (CIT), em 1970, como sendo: "a maneira sistemática de conceber, de realizar e de avaliar todo o processo de ensino-aprendizagem em função dos objectivos pedagógicos, [...], utilizando uma combinação de recursos humanos e não humanos para proporcionar uma aprendizagem mais eficaz" (Gentry, 1987, p. 3).

Molenda (2003) expõe que continua a verificar-se a dificuldade em distinguir claramente a *"Instructional Technology"* da "*Educational Technology*". Por exemplo, Blanco e Silva (1993) referem como definição de tecnologia educativa a dada por CIT para *"Instructional Technology"*.

---

[2] Association for Educational Communications and Technology (AECT): Fundada em 1923 nos E.U.A., surgindo associada ao departamento National Education Association's Department of Visual Instruction , tornou-se uma associação internacional que representava os profissionais com interesse em melhorar a aprendizagem através da utilização de meios de comunicação e tecnologia.

[3] Commission on Instructional Technology (CIT): Comissão presidencial dos E.U.A. para os assuntos relacionados com Tecnologia e a Educação.

Uma das formas de as distinguir foi dada pela UNESCO[4], se o projecto que envolvia o uso de tecnologia era desenvolvido por um período prolongado, ou seja de longa duração, então estava-se a falar de "Educational Technology", mas se esse projecto tinha uma curta duração tratava-se de "Instructional Technology". Mas são tantas as semelhanças entre as duas que naturalmente se fundem em contexto educativo e facilmente se aceita a substituição de uma pela outra.

Já em 1993 Pereira, definiu como Tecnologia Educativa no sentido restrito, o estudo da adequação dos instrumentos técnicos aos ambientes de aprendizagem, e quanto ao sentido lato definiu como estudo dos processos educativos atribuindo-lhe várias tarefas, das quais destacamos a de repensar os modelos de comunicação e da articulação entre a teoria e a prática. O modelo de paradigma de instrução defendido e previsto por este autor (figura 1), é aquele em que o professor assume o papel de orientador da aprendizagem e co-aprendiz, onde a experiência poderá ser substituída por modelos com suporte informático e as bases de dados por programas informáticos que levem o aluno a construir o conhecimento.

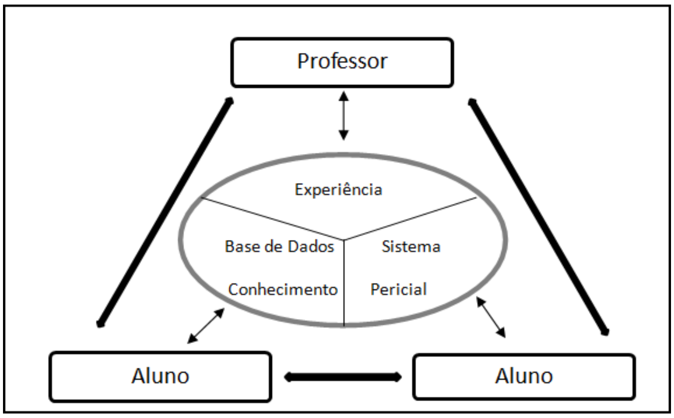


Figura 1. Modelo de paradigma de instrução (Pereira, 1993, p.29)

Neste modelo, a experiência é colocada aos alunos de modo a criar situações e oportunidades para desenvolverem as suas capacidades, essa experiência é auxiliada por um Sistema Pericial (uma base de conhecimento informatizado, regulado por regras de produção) e por uma base de dados de conhecimento necessário para a construção e negociação de significados. Os alunos retribuem com uma diversidade de estímulos para responder às situações criadas e actuam de formas diferentes no Sistema Pericial e na base de dados, deste

[4] United Nations Educational Scientifc and Cultural Organization (UNESCO): Organização das Nações Unidas, fundada em 1945, com o objectivo de contribuir para a paz e segurança no mundo mediante a educação, a ciência, a cultura e as comunicações.

modo podem reconstruir e reconceptualizar originando a construção do conhecimento. Tudo isto vai ao encontro do que Yerushalmy (2009) considera como sendo Tecnologia Educativa, para ele é a oferta de suporte em hardware[5] e software[6] às práticas interactivas baseadas nas teorias cognitiva e construtivista da aprendizagem.

Ao falar de Tecnologia é inevitável destacar a relação que existe entre a Informática[7] e a Matemática. Ponte e Canavarro (1997) definem-na como um desenvolvimento nos dois sentidos, ou seja, como uma relação bilateral e de elevada importância, uma vez que cada uma delas permite melhorar, evoluir e envolver-se na aquisição do conhecimento da outra. Mitchelmore e Cavanagh (2000) também dão significado a essa relação ao argumentarem que o uso de ferramentas tecnológicas no ensino e aprendizagem da Matemática, não pode ignorar a concepção das mesmas. Segundo estes autores, a tecnologia nunca pode garantir a aprendizagem mas, com base em vários estudos, pode garantir a superação de dificuldades de aprendizagem se for usada de uma forma social, em pequenos grupos de trabalho e, em seguida, compartilhando as ideias em discussão no grupo turma.

Em suma, a Tecnologia Educativa de uma forma genérica não são os computadores, os audiovisuais, os quadros interactivos, o software educativo e outras ferramentas tecnológicas, mas sim a forma como se aplicam essas ferramentas, o que se faz com elas e como, para melhorar o ensino e a aprendizagem. Ou como refere Yerushalmy (2009), em contexto matemático, a Tecnologia Educativa é a condição necessária para envolver os alunos a fazer e sentir as “coisas”, procurando relações entre os objectos matemáticos e as operações realizadas na exploração das situações propostas.

Com a utilização das TIC no ensino, passa-se do modelo de reprodução da informação, utilizado com frequência, para um baseado na construção partilhada do conhecimento, proporcionando a criação de ambientes de aprendizagem cada vez mais enriquecedores e envolventes. Como é de conhecimento geral, esta geração actual de alunos é designada por *geração tecnológica,* caracterizada como sendo autodidacta e com “uma apetência quase inata para descobrir, criar, manusear, desvendar os trilhos tecnológicos” (Marques, 2009, p. 28). Assim, não é de estranhar a capacidade de atenção e concentração focada nas tecnologias,

---

[5] Hardware: Parte física do computador, ou seja, o equipamento constituído por componentes electrónicas, circuitos integrados e placas que se comunicam.

[6] Software: É constituído por programas com funções diversas, onde cada um deles cumpre uma sequência de instruções a executar num computador ou máquina semelhante.

[7] O conceito de informática é atribuído à tecnologia, mais precisamente aos computadores, que tratam a informação de forma automática. Também considerada como a informação automática de dados.

revelando-se que uma forma de solucionar as dificuldades em termos de retenção de informação e de manter um pico de concentração constante é precisamente criar ambientes de sala de aula onde a tecnologia esteja presente.

A existência desta *geração tecnológica* leva naturalmente à redução das competências necessárias para utilizar as tecnologias, reduzindo também a necessidade de dar sentido aos sistemas computacionais, como fazem e o que fazem (Ferrara, Pratt & Robutti, 2006). Esta realidade foi uma consequência da presença da tecnologia no quotidiano e evidencia-se, por exemplo, no ensino e aprendizagem da Matemática. Ainda há bem pouco tempo se discutia se as ferramentas tecnológicas deviam ou não ser usadas no ensino e aprendizagem da Matemática, e agora discute-se as potencialidades que estas ferramentas podem proporcionar a essa aprendizagem. Segundo Silva (2001), surge a possibilidade de ensinar de outro modo, que significa ensinar a construir o saber, ensinar a pensar, favorecendo a expansão do diálogo na sala de aula e valorizando a aprendizagem colaborativa.

Para Miskulin (2003), a Tecnologia não consiste em mais um recurso de motivação para o ensino da Matemática, mas sim um meio poderoso que proporciona aos alunos novas formas de gerar e divulgar o conhecimento matemático. Deste modo, oferece oportunidades aos alunos de aprender Matemática num contexto tecnológico, minimizando as desigualdades sociais e possibilitando a formação e a inserção adequada do aluno numa sociedade permeada pela tecnologia.

A Integração das TIC no ensino da Matemática

Nos actuais programas de Matemática vêm indicações precisas para a utilização das tecnologias no desenvolvimento do trabalho matemático na sala de aula. Já em 1998, o grupo de trabalho "Matemática 2001"[8], recomendava no seu relatório preliminar, a utilização de materiais manipuláveis que proporcionassem ao aluno um maior envolvimento na sua aprendizagem, dando como exemplo as calculadoras e os computadores. Em 2009, Vermeersch constatou que as tecnologias já são utilizadas ao longo do currículo e em todos os níveis de ensino, para aumentar as experiências dos alunos. Mais recentemente Jaime Carvalho e Silva (2011) numa conferência online sobre as *TIC no ensino da Matemática hoje* e produzida pela DGIDC, afirmou que as ferramentas tecnológicas já mudaram o Ensino da Matemática,

[8] Matemática 2001 – é um grupo de trabalho criado na Associação de Professores de Matemática, em Março de 1996.

realçando, como também fizeram Ponte e Canavarro (1997), que estas podem proporcionar ao aluno *o aprender uma matemática viva*.

As tecnologias ao serviço do ensino da Matemática, entre elas as calculadoras, os computadores, os quadros interactivos, a internet e outras aplicações informáticas (como por exemplo a folha de cálculo, aplicações gráficas, como o Geogebra, e applets), são elementos essenciais para a compreensão da aprendizagem e do saber fazer Matemática, quer pelas características que possuem, quer pelo uso que estas ferramentas possibilitam ao encorajar os alunos na resolução de problemas, que de outro modo não estariam predispostos, motivando-os para intervir em discussões, apresentar as suas ideias e argumentar sobre as investigações por eles realizadas (NCTM, 2007; Yerushalmy, 2009; Cunha, Duarte & Martins, 2010). Tudo isto vai ao encontro do objectivo das TIC, dinamizar e implementar metodologias mais interactivas, criando contextos onde os alunos aprendam por si próprios e onde seja encorajado a utilizar estratégias de aprendizagem mais diversificadas, o que significa que o aluno tem um papel mais activo na sua aprendizagem, desenvolvendo a capacidade de investigar, discutir e argumentar, tornando-se mais autónomo e com mais sentido critico (Ponte & Canavarro, 1997; Mitchelmore & Cavanagh, 2000; Cunha, Duarte & Martins, 2010).

A interactividade e a dinâmica são precisamente as características mais significativas da tecnologia, particularmente visíveis nos ambientes de geometria dinâmica e nos applets, que mudaram as perspectivas sobre a forma como ensino e a aprendizagem de alguns conceitos matemáticos podem ser aprendidos, chamando a atenção para a construção de significados, mais do que os aspectos manipulativos (Mitchelmore & Cavanagh, 2000; Ferrara, Pratt & Robutti, 2006). As próprias notações matemáticas tradicionais evoluíram no contexto da comunicação estática e inerte, uma vez que o aparecimento da tecnologia trouxe mudanças na forma de como um conceito matemático pode ser visto. Como já foi referido, surge a possibilidade de ensinar de outro modo. Por exemplo, na resolução de problemas, a tecnologia é muitas vezes usada para cuidar dos cálculos, para simplificar ou verificá-los.

Numa tarefa mais complexa, onde o objectivo pedagógico pode ser ligado ao sentido crítico, a tecnologia pode ser utilizada para explorar, conjecturar e testar conjecturas, para validar um resultado encontrado e para expressar uma ideia matemática. Claro que a forma como a tecnologia é usada depende inevitavelmente da tarefa, por essa razão houve muitas vezes a necessidade de adaptar as actividades matemáticas, ajustando-as de acordo com as potencialidades que o software oferece (Mitchelmore & Cavanagh, 2000; Ferrara, Pratt &

Robutti, 2006; Laborde, 2008). Mas é difícil encontrar um padrão de uso porque existem mais variáveis envolvidas, como as características dos alunos, o contexto matemático e do grupo turma. No entanto é uma realidade e consensual que ela permite abordagens dinâmicas para os principais conceitos em álgebra, em geometria, bem como no cálculo, contrastando a estática e existência de práticas tradicionais de papel e lápis (Pedro & Canavarro, 1997; Mitchelmore & Cavanagh, 2000; Ferrara, Pratt & Robutti, 2006). Este tipo de abordagens além de favorecer e aumentar o interesse em muitos dos temas matemáticos, ajuda nas atitudes e capacidades apontadas no recente programa de Matemática do Ensino Básico.

Existem, na literatura, várias ilustrações da relação entre a tecnologia e as abordagens curriculares utilizadas, como por exemplo Yerushalmy e Chazan (2008) explicam como a folha de cálculo, os sistemas de álgebra computacional (CAS) e as calculadoras gráficas, são as ferramentas tecnológicas apregoadas para ensinar álgebra. Todas elas suportam várias representações e visam reduzir a carga cognitiva, para o utilizador, com aspectos relacionados com os símbolos matemáticos. Em particular, Ferrara, Pratt e Robutti, (2006), explicam como estas podem apoiar na produção de equações equivalentes, apontada como um dos obstáculos mais evidenciados pelos alunos. Também são muitos os exemplos de abordagens para a geometria, mencionando as ferramentas tecnológicas que possuem o software que permite estudá-la, designado por *ambiente de geometria dinâmica*, onde os desafios e investigações geométricas assumem o papel principal (Ponte & Canavarro, 1997; Miskulin, 2003; Candeias & Ponte, 2008; Laborde, 2008). No cálculo, Mitchelmore & Cavanagh (2000) destacam a abordagem para facilitar o trabalho dos alunos com numerosas descontinuidades epistemológicas como discreta/contínua, finito/infinito, determinada/indeterminada e assim por diante.

Independentemente da abordagem ou do conteúdo matemático, na utilização de ferramentas tecnológicas destaca-se, como um grande benefício para a aprendizagem, a visualização de noções matemáticas sob múltiplas perspectivas e diferentes representações e de serem capazes de passar informação de uma forma de representação para outra (NCTM, 2007; Ferrara, Pratt & Robutti, 2006; Yerushalmy & Chazan, 2008). Na perspectiva de Yerushalmy (2005; 2009), o software cria ambientes (usualmente designados por ambientes computacionais), em particular a tecnologia gráfica, que proporciona formas diferentes de "olhar" para os objectos matemáticos e suas representações, enriquecendo a compreensão conceitual e os processos usados. Este autor também sustenta que a linguagem visual na matemática tornou-se uma referência para as actividades que promovem novas formas de pensar e raciocinar, o que faz com que a nova tendência em manuais de matemática seja a oferta de versões digitais do texto e ilustrações, rematando que o uso de tecnologia para desenvolver um manual é uma tentativa de criar novos caminhos para a construção de significado matemático com descrições verbais e visuais interactivas. Esta capacidade que a tecnologia tem de permitir a visualização com prontidão, na opinião das autoras Amado e Carreira (2008), suaviza a necessidade de abstracção e de idealização ao colocar as ideias mais perceptíveis. Yerushalmy (2009) não poderia estar mais de acordo com as autoras, acrescentando que as ideias se podem reflectir em objectos matemáticos palpáveis, ficando para segundo plano a abstracção subjacente.

Ferramentas tecnológicas usadas no ensino da matemática

As ferramentas tecnológicas têm demonstrado a sua importância no currículo, no apoio para envolver todos os alunos no ensino da matemática. O seu uso proporciona maiores ganhos a longo prazo, quando a sua frequência é elevada e nos vários conteúdos programáticos. Assim aprender matemática torna-se um desafio para os alunos e com resultados positivos, mesmo para aqueles com pouca destreza para lidar com as ferramentas tecnológicas (Yerushalmy, 2009).

Dada a diversidade de ferramentas tecnológicas e a possibilidade de serem usadas em simultâneo na sala de aula, importa que o aluno experimente diferentes tipos de tarefas e que seja tirado "proveito do que a tecnologia permite fazer de forma correcta e eficiente" (NCTM, 2007, p. 27). Assim, poderá estimular "uma verdadeira experiência matemática aos alunos" (Ponte et al, 1997, p. 57), uma vez que, proporciona-lhes a passagem de um papel passivo para um activo (Amado & Carreira, 2008). Desta forma, os alunos participam na construção do seu saber e na dos outros, ao mostrar e usar o pouco ou muito que aprendem, reflectindo-se no aumento do envolvimento e interesse nas actividades propostas na sala de aula.

Vejamos então algumas das características dessas ferramentas tecnológicas, em particular da calculadora, do computador (onde será abordado os ambientes computacionais e as aplicações informáticas, incluindo a internet e suas aplicações) e do quadro interactivo, talvez as mais usadas em contexto de sala de aula e no ensino da Matemática, para entender melhor como estas podem incentivar cada aluno a criar e a inventar em qualquer área da matemática (Yerushalmy, 2009).

Calculadora

A calculadora é sem dúvida a ferramenta mais usada em contexto de sala de aula, contribuindo para isso o facto de ser acessível, portátil e de pequenas dimensões. No entanto, ainda é muito frequente a discussão em torno das vantagens e desvantagens que o seu uso proporciona, nomeadamente no Ensino Básico (EB). Na opinião de Ralston (2000), não existe nenhum argumento sólido contra a utilização da calculadora. Mas, Ponte & Cebola (2008) enunciam argumentos de opositores do seu uso, como sendo de "efeitos perniciosos sobre a aprendizagem dos alunos - diminuindo drasticamente a sua capacidade de cálculo e por consequência as suas faculdades de raciocínio matemático" (p. 91). Os resultados de vários estudos contrariam estes argumentos, a utilização da calculadora não coloca dificuldade na compreensão do cálculo ou na aquisição da matemática subsequente, mas sim, favorece as competências que se desenvolvem com papel e lápis e ainda outras, como por exemplo o cálculo mental, o sentido crítico dos resultados obtidos nas tarefas propostas, a utilização de dados ligados a situações do quotidiano, e deste modo focaliza a aprendizagem na compreensão da matemática (Matos & Serrazina, 1996; Ralston, 2000; Albergaria & Ponte, 2008; Ponte & Cebola, 2008).

Existem vários tipos de calculadoras e cada tipo está apropriado a um determinado contexto de utilização. Por exemplo, no 1° ciclo do Ensino Básico utiliza-se a calculadora básica (contem apenas as operações elementares), no 2° e 3° ciclo do Ensino Básico já se opta pela científica e no ensino secundário a calculadora gráfica.

Focalizemo-nos agora na calculadora gráfica, pode-se dizer que é uma extensão da científica, que além de poder fazer tudo o que a outra faz também tem muitas outras potencialidades, como por exemplo as que se podem executar com software de gerador de gráficos. Desde 1997 que é de uso obrigatório no ensino secundário e é permitido o seu uso nos exames nacionais. Também desde 2009 está autorizada a sua utilização no exame nacional de Matemática do 9°ano. Razões suficientes para despertar o interesse de quem ensina e de quem aprende, por esta tecnologia, além das suas grandes capacidades que possuem ao nível gráfico. Tudo isto leva a sua natural integração no ensino e aprendizagem da matemática, embora se constate que ainda não é uma realidade absoluta (Rocha, 2008). Este panorama deve-se em parte aos equívocos que surgem com o processo de geração de gráficos, o qual na opinião de Cavanagh e Mitchelmore (2003), pode parecer arbitrário ou mesmo mágico proporcionando aos alunos o enfrentar questões com escalas desiguais e pouco habituais, com modos de exibição parciais, coordenadas irracionais e pontos particulares de interesse que não são normalmente visíveis. Estes autores referem que a dificuldade mais evidente que os alunos revelam no uso da calculadora gráfica é no adequar a janela de visualização à função em estudo. No entanto, dos três tipos padrão de representação que possui (gráficos, a utilização de álgebra simbólica e tabelas), como referem Mitchelmore e Cavanagh (2000), parece haver indícios de que os alunos podem usar o conhecimento intuitivo do aspecto gráfico de funções para dar sentido mais facilmente à simbologia do que vice-versa.

Ora, os vários estudos realizados sobre o uso da calculadora no ensino da matemática têm vindo a confirmar e a reforçar o que este proporciona, ou seja, a implementação de práticas inovadoras, a resolução de tarefas de exploração e de investigação, a resolução de problemas, a utilização de dados realistas e a criação de oportunidades de comunicação e de interacções na sala de aula (Cavanagh & Mitchelmore, 2003; Ponte & Cebola, 2008). É do conhecimento geral que os alunos utilizam a calculadora como instrumento de cálculo fora da sala de aula, até usando a do próprio telemóvel. Como fundamenta Ralston (2000), seria um desperdício não utilizar e usufruir desta experiência e revertê-la para um uso adequado.

Computador

Na opinião de Castro (2006), os computadores são vistos como ferramentas de aprendizagem, quer a nível disciplinar como interdisciplinar, sendo cada vez mais utilizado na sala de aula. Estes não só permitem a substituição da calculadora, como permitem o uso de aplicações informáticas poderosas na aprendizagem. O acesso à internet nas escolas e o PTE, criaram condições favoráveis e reforçaram a utilização do computador por professores e alunos. Estes usufruem da comunicação online e da respectiva diversidade de informação disponível. Também a capacidade que têm de transformar e armazenar a informação, aliada à rapidez de processamento e tratamento de dados, estimula a "realização de experiências que de outro modo seriam inviáveis" (Ponte & Canavarro, 1997, p. 52). É óbvio que a forte conexão entre a linguagem visual e as aplicações informáticas ao serviço da matemática, não poderia ser esquecida, e como referem Cunha, Duarte e Martins (2010), é a grande responsável pela sua integração no ensino, principalmente no estudo da geometria com as suas imagens tridimensionais.

Para melhor entender o seu funcionamento interessa saber como é constituído, como fazem Ponte e Canavarro (1997) quando descrevem os tipos de software de um computador do seguinte modo: por um sistema operativo (o que faz funcionar o computador), as linguagens de programação (sendo só necessária a sua compreensão a um nível mais especifico de aprendizagem), os programas utilitários gerais (sem objectivos educativos mas com grande funcionalidade nas actividades profissionais e nas mais diversas áreas), os programas utilitários específicos (com objectivos educativos e feitos a pensar no profissional que utiliza a matemática), e por último os programas educativos (divididos em 3 grupos, o do ensino assistido por computador, o da demonstração e o de ferramentas de trabalho). É precisamente todo este suporte informático que o computador possui que reforça e intensifica todas as potencialidades e vantagens, já descritas no uso da calculadora, para o ensino e a aprendizagem da matemática.

Jonassen (2007) designou as aplicações informáticas no computador ao serviço do sistema educativo como as ferramentas cognitivas. A sua função principal é levar o aluno a pensar, de modo que sendo colocado numa situação de acesso à informação, terá que a interpretar, organizar e representá-la de acordo com o seu conhecimento pessoal. Deste modo irão suscitar o pensamento crítico, criativo e complexo no aluno, tornando-se num meio bem sucedido para alcançar os resultados pretendidos com a sua implementação.

Os ambientes computacionais criados pela utilização das aplicações informáticas, como por exemplo, a folha de cálculo, os ambientes de geometria dinâmica, os applets e programas que envolvem tecnologia gráfica (como o Winplot e o Geogebra), possibilitam contextos propícios para a aprendizagem colaborativa, para a exploração, para o desenvolvimento de noções e conceitos matemáticos, para a utilização de raciocínios cada vez mais elaborados e para a aprendizagem de conhecimento partilhado (Ponte & Canavarro, 1997; Miskulin, 2003). Cada uma das aplicações favorece uma representação matemática em relação a outras, donde muitas das vezes a combinação destas é oportuna e fundamental.

Um dos ambientes computacionais mais usados é o que envolve programas de geometria dinâmica, por exemplo o Geogebra, que explora triângulos, quadriláteros, círculos, entre outras figuras geométricas e suas características. O aluno utilizando este programa, pode explorar Geometria Analítica da mesma maneira dinâmica que explora outras abordagens da Geometria. Pode ainda realizar cálculos baseados nos parâmetros de equações e colocar qualquer cálculo ou equação num sistema de coordenadas. Para Miskulin (2003), este ambiente computacional permite ao aluno passar pelos principais níveis de pensamento geométrico, a visualização geométrica, os processos de descoberta e a conjectura.

Aos ambientes computacionais vocacionados para a realização de um certo tipo de tarefa ou exploração são designados por *micromundos*, como explica Jonassen (2007), são "ambientes exploratórios de aprendizagem, espaços de descobertas e simulações delimitadas de fenómenos do mundo real" (p. 176-177). Deste modo, ao aluno, é-lhe proporcionada uma instrução de progressão de competências, permitindo-lhe testar hipóteses e conjecturar, envolvendo-o na construção do seu conhecimento. Os *applets* são exemplos desses *micromundos*, tratando-se de diagramas interactivos que oferecem uma situação, relativamente simples, construída em torno de um exemplo visual, criando oportunidades para os alunos manipularem e construírem conceitos matemáticos (Yerushalmy, 2005). Uma das particularidades dos micromundos é a forma implícita de conseguir envolver os alunos, convidando-os a agir e a obter observações significativas.

O investigador dinamarquês Egenfeldt-Nielsen (2007) expõe que os jogos de computador são dirigidos a universos pequenos e condensados com determinados propósitos, logo estes também são micromundos. Na opinião dele, os jogos oferecem experiências ricas e atractivas que podem ser exploradas ainda mais, usufruindo da experiência que esta geração tecnológica possui neste domínio. Como referiram Ponte e Canavarro (1997), "os jogos educacionais são uma das formas mais simples de utilização do computadores" (p. 217).

Por fim, ao falar de computador é quase obrigatório falar das ligações em rede, nomeadamente da *internet*[9], ela faz parte do quotidiano dos jovens e das nossas escolas, torná-la num instrumento didáctico é um desafio que não se deve descurar. Assim, a sala de aula pode ser complementada com a sala de aula virtual, e a *internet* torna-se num aliado precioso na contribuição de novas formas de interacção, podendo contribuir para uma aprendizagem da matemática mais significativa (Ponte & Oliveira, 2000; Inácio, 2009). De facto, ao proporcionar uma fonte infindável de informação, oportunidades de *comunicação* e de *publicação,* proporciona estratégias que favorecem a participação activa e significativa dos alunos, deste modo a *internet* também possui uma dimensão cognitiva, além da dimensão social (Ponte & Oliveira, 2001; Inácio, 2009, Moreira, Pedro & Santos, 2009).

Quadro interactivo

Um dos instrumentos tecnológicos mais recentes na nossa sala de aula é o quadro interactivo (QI). Mas o que é o QI? É um quadro, normalmente branco, sensível ao toque de uma

[9] A Internet é um conjunto de redes de computadores interligados e que tem acesso à informação e a todo o tipo de transferência de dados.

“caneta”, permitindo aos usuários interagir directamente com aplicativos, sem a necessidade de estar fisicamente no computador, no qual está projectada a imagem. O QI é uma ferramenta tecnológica que tem a capacidade de poder ter texto, imagens, tabelas, vídeos, animações, filmes, acesso à internet e outros, tudo no mesmo suporte. É possível fazer anotações no próprio recurso e guardá-los para posterior análise com os alunos, assim como, torna possível prolongar a aula para fora do espaço de sala de aula ao colocar à disposição dos alunos os documentos produzidos. Em particular, o QI dispõe de uma série de ferramentas imediatas e especificas, de fácil acesso para o ensino e aprendizagem da matemática, tais como, o transferidor virtual, o reconhecimento automático de figuras, applets próprios e a utilização imediata de um referencial para e construção de gráficos.

Ao usar o QI, na perspectiva de Beeland (2002), pratica-se três modalidades de aprendizagem, a visual, a auditiva e a táctil. A aprendizagem visual pode variar entre o uso de texto e imagens e o uso de animação e vídeo. A auditiva irá facilitar a linguagem específica da disciplina e aproximar as actividades com a realidade da situação a explorar. A terceira modalidade, a táctil, irá permitir aos alunos interagir fisicamente com o quadro e ajudar em necessidades específicas através de numerosos programas de software que solicitam o envolvimento e o contacto do usuário com o QI. A forma como estas três modalidades estão incorporadas numa tarefa, simultaneamente ou não, pode determinar a extensão do envolvimento dos alunos e à medida que os alunos participam e usam o QI proporcionará a escolha das modalidades, que por sua vez beneficiará e enriquecerá a aprendizagem. Estes argumentos utilizados por Beeland, suportam a opinião de Glover e Miller (2001), quando afirmaram que a qualidade crescente de utilização dos quadros interactivos em contexto de sala de aula deve-se à utilização eficiente de diversos recursos em simultâneo, ao aumento da motivação que se reflecte na aprendizagem e na apropriação da mesma pela experiência que proporciona.

Desde que surgiram os QIs, são muitos os investigadores que se debruçaram sobre os efeitos do seu uso no ensino da matemática, e uma conclusão sobressai desses estudos, que o uso do quadro interactivo aumenta o nível de envolvimento e de interesse do aluno no processo de ensino e aprendizagem em sala de aula (Glover & Miller, 2001; Beeland, 2002; Fitas & Costa, 2008; Sampaio & Coutinho, 2008). No entanto, também foi observado que, mais uma vez, a natureza das actividades e os programas de software que o acompanha podem ser fortes factores que também contribuíram para o seu efeito positivo (Beeland, 2002), principalmente os que favorecem os aspectos visuais.

Síntese e uma perspectiva para um futuro muito próximo

Para Yerushalmy (2009), usar tecnologia é uma componente importante na democratização do pensamento matemático criativo. É, portanto, uma importante missão conceber, planear e desenvolver novos cenários de ensino e aprendizagem com a tecnologia portátil de baixo custo. Na opinião dos autores Roschelle, Patton e Tatar (2007), a tecnologia portátil e de baixo custo, proporciona igualdade de oportunidades e incentiva a pensar matematicamente em qualquer lugar e a qualquer momento. É um facto que os computadores estão a reduzir de tamanho, tornando-se cada vez mais portáteis, mas ainda não se podem considerar tecnologia acessível em termos de custo. Por outro lado, a calculadora gráfica já satisfaz esses requisitos. Acontece que foi criado o Math4Mobile[10], software apetrechado com ferramentas matemáticas e disponível para telemóveis que fundamenta a ideia da importância de novos cenários e aprendizagem com a tecnologia portátil. As potencialidades que este software proporciona, sendo dinâmico e ligado às interacções sociais, pode alterar drasticamente e favoravelmente o compromisso entre a matemática e os telemóveis, tornando-se no hardware preferencial, para um ambiente de aprendizagem móvel, até porque os alunos já os usam regularmente para funções extracurriculares todos os dias (Roschelle, Patton, & Tatar, 2007).

Surgem, com espaço de tempo reduzido, diversos programas para serem utilizados nas ferramentas tecnológicas e concebidos para o ensino, Ponte e Canavarro (1997) alertam para que esta utilização não se torne desarticulada e sem valor educativo. De outro modo, pretende-se que o uso da ferramenta tecnológica seja acompanhado de um objectivo específico de aprendizagem. Como refere Ponte (2005), este é bem sucedido se contribuir para o ensino e para a aprendizagem dos alunos, caso contrário é questionada a sua utilidade. Em relação a esse mesmo propósito, Damásio (2007) reforça que é essencial entender o porquê do uso da ferramenta tecnológica, só assim se compreende qual o objectivo educacional que com ele se pretende alcançar. No momento em que, nos países mais avançados, já se considera a introdução da realidade virtual no ensino, aspectos como os citados devem ser considerados por todos aqueles que se propõem investir esforços para uma real e frutífera implementação da Tecnologia no contexto educacional (Miskulin, 2003).

[10] Este software está disponível online para download em http://www.math4mobile.com/

CAPÍTULO III

METODOLOGIA

A escola Secundária de Vilela, onde decorreu este estudo, fazia parte do conjunto de escolas que no ano lectivo 2009/2010 leccionaram o NPMEB, deste modo antecipou um conjunto de práticas e metodologias que com ele estavam associadas, que de outro modo seriam adiadas para o próximo ano lectivo, ano oficial da implementação deste programa a nível nacional. Esta investigação centra-se na observação de uma turma de alunos do 7° ano, em actividade na sala de aula de Matemática e na qual se estava a experimentar o Novo Programa de Matemática do Ensino Básico (NPMEB). Essa actividade consistiu na resolução de um conjunto de tarefas integradas no tema Triângulos e Quadriláteros, recorrendo ao uso de tecnologia, em particular do quadro interactivo (QI) durante a discussão colectiva das mesmas. Adoptou-se uma metodologia qualitativa enquadrada no "estudo de caso", uma vez que terá um forte carácter descritivo e com base no trabalho de campo (Ponte, 1994; Yin, 1994).

Este capítulo está organizado em duas secções, a primeira caracteriza o estudo e fundamenta as opções metodológicas tomadas, enquanto a segunda descreve a forma como todo o trabalho foi delineado, desenvolvido e realizado.

3.1 Caracterização do estudo e opções metodológicas

A educação encontrou na investigação uma forma de se desenvolver e melhorar as suas práticas educacionais, utilizando várias fontes de conhecimento, tais como, a experiência pessoal, opiniões de peritos, crenças do que é considerado correcto ou incorrecto, questões que envolvem tradição, a intuição e o senso comum (Gonçalves, 1992; McMillan & Schumacher, 1997; Damásio, 2007). Como referem McMillan e Schumacher (1997), "o processo investigativo sugere princípios que podem guiar os educadores em sábias decisões" (p. 7), ao recolher e analisar os dados, ao interpretar os resultados e ao validar o conhecimento resultante da investigação, certamente irá influenciar a tomada de decisões futuras. Mas a investigação também encontrou na educação o seu "melhor objecto possível de análise para a compreensão da relação entre a tecnologia e a sociedade" (Damásio, 2007, p. 323). Segundo Almeida e Freire (2000), na educação existem diferentes formas de investigação, temos a investigação básica ou pura, onde a sua finalidade é a descoberta e fixação de leis gerais; a investigação aplicada ou prática quando o problema de investigação é concreto e particular; ou ainda investigação-acção quando concilia as duas anteriores. Em paralelo com as diferentes formas de investigação temos várias modalidades de investigação, a investigação quantitativo-experimental voltada para a predição e explicação de fenómenos; a investigação quantitativo-correlacional voltada para a compreensão e predição dos fenómenos e a investigação qualitativa mais dirigida à compreensão e descrição dos fenómenos. Bodgan e Biklen (1994) argumentaram a forma vantajosa de uso da investigação qualitativa, dizendo que é possível conciliar um estudo quantitativo com um qualitativo, apesar de o primeiro ser considerado sofisticado e o segundo aprofundado. Também alegam que a investigação qualitativa não se preocupa com a generalização em termos convencionais, mas sim com o intuito de poder aplicar a novas situações. Deste modo, contribui para melhor compreender o comportamento e experiência humanos. No entender destes autores, a investigação qualitativa detém cinco características fundamentais, a saber: (1) *A fonte directa dos dados é o ambiente natural,* o investigador frequenta o local de estudo, captando todo o contexto envolvente; (2) *Tem um carácter descritivo*, os dados são recolhidos de forma detalhada, as citações são muito frequentes na ilustração e fundamentação dos resultados obtidos; (3) *Maior ênfase ao processo do que aos resultados*, dá-se uma maior importância à negociação de significados e às interacções resultantes da actividade em estudo, do que aos resultados obtidos; (4) *Análise dos dados é de forma indutiva*, os dados recolhidos vão-se agrupando e dão forma à análise; (5) *A importância do significado*, é necessário apreender as diferentes perspectivas que os participantes revelam e que naturalmente traduzem a dinâmica interna das situações criadas.

Este estudo assenta na observação de um grupo de alunos em actividade na sala de aula, a modalidade escolhida foi a qualitativa, a qual seguirá determinados referenciais metodológicos que se enquadram no "estudo de caso".

O estudo de caso é uma abordagem metodológica onde se investiga de forma empírica, com base em variadas fontes de dados (Yin, 1994) e com um forte carácter descritivo. Segundo Ponte (1994), o estudo de caso tem um carácter específico, procurando descobrir na situação "única em muitos aspectos" (p.3), o mais importante. Não se trata de uma investigação experimental dado que não se pretende ter um controlo sobre os acontecimentos, mas com um suporte muito forte no trabalho de campo (Ponte, 1994; Yin, 1994). As questões descritivas (O que aconteceu? O que se fez?) ou as explicativas (Como? Porquê?) são uma constante contribuindo para a reflexão e compreensão da situação em causa.

Em qualquer método seja ele de cariz quantitativo ou qualitativo, a fiabilidade e a validade é uma preocupação. Uma investigação não tem valor se não tiver rigor, e como consequência, leva à perda de utilidade (Morse, Barrett, Mayan, Olson & Spiers 2002; Coutinho, 2008). Coutinho (2008) refere que importa garantir que "os processos conducentes a assegurar a validade e fiabilidade dos métodos qualitativos não se limitem apenas a preparar o estudo [...] mas antes se processem de uma forma autónoma e activa durante todo o processo da pesquisa em si" (p. 11). Acrescenta ainda que a validade e fiabilidade do estudo são determinadas pela forma como o investigador usa a sensibilidade, a criatividade e a reflexão.

Para garantir a *validade e fiabilidade* de um estudo, Morse et al (2002) enunciaram cinco estratégias de verificação a aplicar, a saber: (1) *Coerência metodológica (methodological coherence)*, para assegurar a articulação correcta entre a questão de investigação e os procedimentos metodológicos; (2) *Adequação da Amostragem (sample must be appropriate),* para assegurar dados suficientes e a multiplicidade de aspectos do objecto de estudo; (3) *Relação dinâmica entre a amostragem, recolha e análise de dados (developing a dynamic relationship between sampling, data collection and analysis),* para obter uma interacção mútua entre o que se sabe e o que se precisa saber; (4) *Pensar teoricamente (thinking theoretically)*, é interpretado como sendo o acto de pensar e repensar, para consolidar uma base teórica que suporte a interpretação dos dados; (5) *Desenvolvimento de teoria (theory development)*, refere-se a uma progressão ponderada entre uma perspectiva micro dos dados para uma compreensão macro. A validade será uma realidade, quando as conclusões apresentadas são reconhecidas pelos participantes envolvidos e não apenas pelo investigador, ao que Ponte (1994) associa a validade interna. A validade externa resulta por comparação dos resultados e conclusões apresentadas com outros casos.

Também Ponte (1994), considera necessária a existência de critérios que credibilizem "o estudo de caso" e reflictam a compreensão da situação. Para isso propõe os cinco critérios de qualidade sugeridos pelas autoras Goetz e LeCompte, três dos quais dizem respeito à questão de investigação e ao modelo de estudo, são eles: *Adequação*; *Carácter completo e*

Significância; um outro que está relacionado com a forma como se relata: *Clareza;* e por fim o da *Credibilidade*, que consiste no tomar de consciência da relevância do estudo.

No estudo de caso o papel do investigador é de natureza interactiva e reflexiva, participando em todo o processo da investigação. Cohen e Manion (1989) referem que o investigador típico do estudo de caso é um *observador*, cuja função é investigar profundamente e analisar intensamente a multiplicidade de fenómenos que possam surgir. Para Ponte (1994), o investigador é o principal instrumento neste tipo de investigação, "não havendo nada que substitua a sua perspicácia observadora, bem como a riqueza e pertinência das suas perspectivas de análise" (p. 15). Também Quivy e Campenhoudt (2008), partilham da opinião que a observação é o "método de investigação social que capta os comportamentos no momento em que eles se produzem" (p. 196). Segundo Cohen e Manion (1989), existem dois tipos de observação, a *participante* e a *não participante*. Na *observação participante*, o investigador intervém nas actividades que fazem parte do estudo, é reconhecido pelos participantes do grupo em estudo como um elemento natural no meio em que se inserem, nesta situação enquadra-se o professor quando toma o papel de investigador na sala de aula com os seus alunos. Por outro lado, quando o investigador é um elemento que não se envolve nas actividades e/ou sem qualquer ligação com o grupo em estudo, realiza uma *observação não participante.* Um exemplo deste tipo será o investigador que se senta no fundo de uma sala de aula, observando as interacções entre alunos e professor sem se envolver. Moyles (2002) refere que muitas vezes a observação *não participante* passa a *semi-participante* (*semi-participant observation),* uma vez que o investigador tem muitas dificuldades em não se envolver, ele não está invisível e como tal não pode ser ignorado pelos participantes influenciando de certa forma com as suas interacções.

Nesta investigação será utilizada a observação participante, considerada a melhor técnica para a recolha de dados por Bogdan e Biklen (1994), ela incide num grupo particular, cujos elementos se conhecem e interagem entre si, partilhando expectativas em relação ao comportamento de cada um.

Vários instrumentos metodológicos são utilizados pelo investigador para registar os dados da observação ou complementá-la, tais como as *notas de campo*, as *fotografias ou vídeo*. As *notas de campo,* descrições registadas pelo investigador, daquilo que "ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha de dados" (Bogdan & Biklen,1994, p. 150). Incluem registos detalhados, descritivos e focalizados do contexto e ainda material reflexivo, tendo como objectivo “registar um pedaço da vida, [....], procurando estabelecer as ligações entre os elementos que interagem” (Máximo-Esteves, 2008, p. 88). Esse registo poderá ocorrer no momento da observação ou então após esse momento. O investigador procura reproduzir fielmente o que acontece ou aconteceu, acrescentando comentários e notas de carácter interpretativo. A *Fotografia e vídeo,* actualmente é um método usado com frequência como fonte de dados, são vistos como documentos que contêm informação visual e/ou auditiva disponível para mais tarde se utilizar.

Máximo-Esteves (2008) refere que essa informação depois de datada e referenciada espacialmente, sempre que haja necessidade, é facilmente analisada e reanalisada. Os registos permitem contextualizar rapidamente as situações documentadas e por vezes detectar pormenores que de outra forma passariam despercebidos.

Em conjunto com a *observação participante*, o *questionário* também é uma estratégia metodológica de recolha de dados usada no estudo de caso. Para Ghiglione e Matalon (2001), o *questionário* tem como objectivos estimar grandezas, verificar hipóteses**,** relacionando duas ou mais variáveis e descrever uma população. Foi este último que serviu de base à sua utilização nesta investigação, o questionário serviu para caracterizar o grupo de estudo quanto ao interesse, motivação e expectativas sobre a Matemática e quanto à literacia informática. Bell (2002) refere que o questionário é uma forma rápida e fácil de se obter muita informação sobre determinado tópico, a sua análise pode ser complicada, se a sua elaboração não for cuidada. Ele deve ser constituído por questões claras e objectivas, para evitar a falta de respostas dadas e facilitar a sua análise. Usualmente utilizam-se questões que originam dois tipos de resposta, a saber: questões de *resposta aberta*, permitem ao inquirido se expressar livremente e por essa razão dificulta a organização e categorização das respostas, no entanto permite uma recolha de informação mais diversificada; questões de *resposta fechada*, o que facilita a categorização e posterior análise das respostas.

Recolhidos os dados é necessário organizá-los, nesta fase o investigador procura padrões e regularidades para desenvolver um sistema de codificação e conseguir estabelecer categorias de análise. Na investigação qualitativa Bogdan e Biklen (1994) afirmam que as questões e preocupações de investigação dão origem a determinadas categorias, mas também salientam que a análise pode surgir exclusivamente a partir dos dados recolhidos. Na opinião de Watling (2002), na investigação qualitativa, analisar os dados recolhidos significa fazer uma série de escolhas deliberadas e críticas sobre os significados e os valores que representam, mas em simultâneo se certificando de que as decisões tomadas podem ser justificadas em termos de investigação e do contexto em que foram tomadas. Para este autor, a análise de dados não é uma actividade separada que se realiza na fase final do projecto, é uma "parte iterativa e persistente de todo o processo de investigação" (p. 263).

Neste estudo, que procura analisar as discussões de sala de aula, importa considerar as categorias de análise apontadas por alguns autores. Assim, Nathan, Eilam e Kim (2007) salientam que a discussão na sala de aula necessita de métodos de análise que compreendam a sua natureza e identifiquem elementos nas interacções ocorridas no discurso, Bussi (1998) sugere quatro categorias de análise para captar a interacção verbal na aula, fundamentadas nas ideias de Vygotskian, a saber, a análise em blocos, a análise refinada, a análise a curto prazo dos efeitos e a análise a longo prazo dos efeitos. Vejamos em que é que consiste cada uma:

- *Análise em Blocos*, é uma análise caracterizada por níveis de actividade e de acção, aplicada a cenários de discussão na sala de aula onde os alunos são incentivados a explorar os seus raciocínios e a explicar as suas respostas, para que os outros as entendam.

- *Análise Refinada*, consiste em 3 níveis: actividades, acção e operações/manobras. Aplicada a cenários de discussão na sala de aula onde os alunos, sabendo que estão a ser filmados, têm oportunidade de intervirem e expressarem as suas opiniões.

- *Análise a curto prazo dos efeitos*, relativa aos efeitos imediatos das operações realizadas pelo professor no processo. Servirá para recolher informações para planificar as próximas actividades.

- *Análise a longo prazo dos efeitos,* consiste em analisar os efeitos após algum tempo passado da actividade realizada para esse fim, comparando com outras actividades onde os mesmos conhecimentos serão abordados.

Serão as duas primeiras (análise em blocos e refinada) que fundamentarão a análise desta investigação, além de se tratar de um cenário de *discussão* na sala de aula, é centrada nos alunos (os elementos de estudo) e na actividade por eles realizada. Deste modo, a análise incidirá na exploração das relações entre eles, nas respostas e raciocínios que realizam, independentemente dos temas matemáticos abordados, focalizando-a no envolvimento e no "fazer matemática", através das actividades propostas e usando a tecnologia.

A forma como todo o trabalho que integra este estudo, foi delineado, desenvolvido e realizado será descrito na secção seguinte, após uma descrição dos participantes envolvidos e de uma contextualização do meio onde decorre a investigação.

3.2 Concepção e desenvolvimento do estudo

O trabalho de investigação centrou-se na *observação* do grupo de alunos da turma do 7° ano, durante o mês de Janeiro, em actividade na sala de aula de matemática. Essa actividade consistiu na resolução de um conjunto de tarefas, recorrendo ao uso do quadro interactivo (QI) durante a discussão colectiva das mesmas. A técnica utilizada para a recolha dos dados foi a *observação participante*, uma vez que a investigadora era a professora de Matemática da turma e como tal as actividades foram desenvolvidas durante a sua prática docente. Os instrumentos de recolha de dados aplicados foram o questionário, as notas de campo da investigadora, *as filmagens das aulas e os registos das resoluções* dos alunos no QI, todos eles como complemento à *observação participante*. As *notas de campo* permitiram registar descrições, do que a investigadora experienciou na sala de aula e fora dela, acrescentando a sua perspectiva em relação aos dados relatados. As *filmagens* serviram para criar uma certa distância do investigador em relação ao seu papel de professor, proporcionando assim uma leitura mais crítica da situação. Filmar as aulas, permitiu ainda fiabilizar algum momento menos esclarecedor, assim como, complementar o registo da actividade desenvolvida no momento do trabalho autónomo dos alunos e durante o momento de discussão das resoluções das tarefas. Em relação ao *registo das resoluções* dos alunos no QI, permitiram um arquivo visual dos momentos da apresentação dos resultados o qual serviu para melhor fundamentar a análise.

Como houve a necessidade de recolher informação sobre o interesse, motivação e expectativas dos alunos em relação à Matemática, aplicou-se o *questionário*, o qual também serviu para caracterizar a turma relativamente aos seus conhecimentos informáticos.

Após a recolha dos dados e respectiva organização, iniciou-se a procura de regularidades com base nas questões de investigação formuladas, dando origem às categorias de análise deste estudo.

A forma como todo o trabalho foi delineado e desenvolvido será descrito nesta secção, inicialmente com a caracterização do grupo turma e contextualização do meio em que se insere. Seguido de uma descrição de como foram recolhidos os dados, usando os instrumentos de recolha citados, e a forma como foram organizados. Dar a conhecer a proveniência das tarefas aplicadas, fundamentação, organização e implementação das mesmas é a etapa seguinte. Por fim, indica-se os procedimentos tomados para obter as categorias de análise e consequente linha de orientação da discussão dos resultados obtidos.

Caracterização do grupo de estudo

No inicio do ano lectivo, a investigadora contava com duas turmas do sétimo ano no seu serviço docente. Não conhecendo nenhuma delas, de forma aleatória seleccionou uma para integrar este estudo. Para melhor compreender o grupo turma, onde incide o estudo, é necessário falar sobre o contexto social e escolar em que ele se insere. A escola onde decorreu o estudo é uma Escola Secundária com 3.º Ciclo, por essa razão os alunos do sétimo ano são provenientes de Escolas Básicas das redondezas e encontram-se pela primeira vez a frequentar esta escola.

A escola situa-se na freguesia de Vilela, na região do Vale do Sousa, pertencendo ao conselho de Paredes. Esta região é a zona de transição entre a Área Metropolitana do Porto e o interior da região Norte, a qual foi caracterizada pela Rede Europeia Anti-Pobreza/Portugal como a mais problemática do país e como sendo uma das mais problemáticas da Europa em relação à pobreza e exclusão social (In Projecto Educativo 2008-2011).

Actualmente, a densidade populacional da região do Vale do Sousa é de 427 habitantes por km^2 e com tendência a aumentar. Vilela é uma das freguesias onde se tem verificado esse aumento, sendo constituída por uma população jovem. As habilitações literárias dos pais são, na sua maioria, a escolaridade obrigatória e a indústria de Madeira e Mobiliário é o sector económico mais predominante.

Sendo uma escola recente (construída em 1997), a sua população escolar tem aumentado anualmente, encontrando-se sobrelotada. A diversidade da oferta formativa que a escola disponibiliza aos seus alunos, tem como objectivo o de prevenir o abandono escolar e elevar os índices de escolaridade.

O grupo turma seleccionado revê-se nas características citadas, os pais dos alunos contam com baixos índices de escolaridade (a maioria tem o equivalente ao 6º ano de escolaridade) e as ocupações profissionais centram-se na indústria de Madeira e Mobiliário, existindo uma taxa elevada de mães com a ocupação de "*doméstica*". Também é de referir as baixas expectativas que estes pais depositam nos seus filhos, em relação aos seus percursos escolares, considerando como suficiente atingir a escolaridade obrigatória.

A maioria dos alunos deste grupo turma reflectiu essa ideia, quando lhes foi perguntado sobre o ano de escolaridade que pretenderiam alcançar, responderam nono ano e foi necessário esclarecê-los que a escolaridade obrigatória passou a ser o 12º ano.

A turma era constituída por 14 rapazes e 11 raparigas e apenas 3 dos alunos se encontravam a repetir o 7º ano. Em Dezembro de 2009, antes do inicio do estudo foi proposto aos alunos o preenchimento de um questionário[11] de opinião (anexo1), que serviu para caracterizar a amostra quanto ao interesse, motivação e expectativas sobre a Matemática. O mesmo questionário também serviu para caracterizar quanto ao que sabem e como utilizam a tecnologia, atitudes e expectativas face ao uso de ferramentas tecnológicas na aprendizagem da Matemática, uma vez que "estes são aspectos a ter em consideração na caracterização da amostra, nas orientações a fornecer aos sujeitos e na análise dos resultados" (Carvalho, 2004, p.17). Uma ideia muito relevante é que em qualquer investigação que envolve tecnologia educativa deve-se ter em atenção o efeito novidade causado pelos instrumentos tecnológicos (Carvalho, 2004). Por essa razão, iniciou-se o uso do computador na sala de aula, muito antes do período que abrangeu a investigação. O questionário era constituído por duas partes, a primeira dividida em dois grupos com questões de resposta fechada, em que se pretendeu essencialmente compreender a opinião dos alunos sobre o interesse pela disciplina, a capacidade de acesso e de manuseamento dos instrumentos tecnológicos e respectiva frequência de uso na sala de aula no ano lectivo anterior. A segunda parte era constituída por três questões de resposta aberta, para compreender a opinião dos alunos sobre o uso destes instrumentos tecnológicos na aprendizagem da Matemática na sala de aula. Os resultados (anexo 2- dados recolhidos) deste questionário serão apresentados no próximo capítulo intitulado, apresentação e discussão dos resultados.

A turma é considerada pelo Conselho de Docentes como agitada, e possuidora de um comportamento irregular. Alguns alunos exibiam fortes indícios de abandono escolar e muitos outros com dificuldades de concentração na resolução das tarefas e consequentemente originando um ritmo muito lento na execução das mesmas. É ainda de referir que a maior parte da turma vem junta desde o 5.º ano, havendo grande cumplicidade nas atitudes e comportamentos adoptados. Apesar do descrito, na aula de Matemática foi possível evidenciar

[11] O questionário foi validado por Dr. José António Fernandes e Dr. Floriano Viseu, ambos docentes do IE da Universidade do Minho.

um envolvimento crescente de todos os alunos na resolução das tarefas propostas, e um aumento de predisposição para aprender Matemática.

As identidades dos participantes envolvidos no estudo, e em particular em cada um dos episódios, foram protegidas com a atribuição de nomes fictícios, deste modo pretende-se que não sejam expostos a riscos desnecessários.

Recolha de dados

A investigadora iniciou o processo de pedidos de autorizações em Julho de 2009, solicitando ao Director da Escola Secundária onde se realizou esta investigação, autorização para implementar este estudo (anexo 3). No entanto, foi a partir de Setembro que tomou todos os procedimentos que um estudo destes implica, tais como, solicitou autorização aos Encarregados de Educação dos alunos da turma (anexo 4) para gravar as aulas, esclarecendo os motivos dessas gravações, verificou se as salas de aula onde seriam leccionadas as aulas com a turma possuíam QI, verificou a disponibilidade da utilização de computadores na sala de aula, tudo isto conciliando sempre os dois papeis que representou nesta investigação o de investigadora e o de docente de Matemática do grupo turma em estudo.

Os dados recolhidos centraram-se na *observação* de 14 aulas consecutivas, ou seja 7 blocos constituídos por 90 minutos cada, durante o mês de Janeiro de 2010. Estas aulas foram filmadas, possibilitando a transcrição dos diálogos/discussões que ocorreram na sala de aula.

A máquina de filmar não teve um lugar fixo na sala de aula, a investigadora colocava-a conforme os focos de interesse e os momentos de realização das actividades, por exemplo, se os alunos estavam a desempenhar trabalho autónomo, a professora fixava a máquina num ponto onde pudesse captar o maior número de alunos a trabalhar. Durante os momentos de discussão as filmagens tinham como plano de fundo o diálogo entre os intervenientes da discussão e as apresentações dos resultados pelos alunos. Os alunos habituaram-se a ver a máquina de filmar como mais um elemento natural no ambiente de aprendizagem da sala de aula.

As *notas de campo* foram registadas durante os momentos de trabalho autónomo dos alunos ou após a observação da aula. Descrevem as reacções dos alunos em relação às tarefas propostas, a forma como cada par de alunos ou grupo trabalhavam, as dificuldades que encontraram e de que forma as contornaram. Também descrevem de forma detalhada os efeitos das metodologias adoptadas na implementação, desenvolvimento das tarefas e discussão dos resultados. As impressões sobre as conversas individuais com alguns alunos dentro e fora da sala de aula sobre as actividades, também foram recolhidas e serviram para melhor compreender algumas situações observadas. Estes registos foram acompanhados por reflexões da investigadora, procurando posteriormente elaborar as primeiras interpretações e pesquisar sobre a influência das mesmas no estudo.

O *documento digital do QI* com as apresentações das resoluções dos alunos, constituiu mais um instrumento de recolha de dados. Através dele facilmente se visualizou e contextualizou as situações documentadas, permitindo deste modo aceder a uma informação mais completa sobre a actividade desenvolvida na sala de aula.

Actividades propostas

As quatro tarefas seleccionadas faziam parte de um conjunto de tarefas integradas no tema Triângulos e Quadriláteros. Serão designadas neste documento por tarefa um, dois, três e quatro (anexos 5, 6, 7 e 8 respectivamente), de acordo com a sua ordem no conjunto referido. À excepção da tarefa um, todas foram adaptadas da sequência de tarefas sugerida por Ponte, Oliveira e Candeias (2009), que consta do documento denominado por Materiais de apoio ao professor e disponibilizado online pela Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC).

No quadro I, dá-se a conhecer a organização, para cada uma das tarefas, das aprendizagens visadas, dos momentos de realização e de duração. Relativamente aos momentos, segundo Ponte e al (2009) devem ser três, "apresentação, trabalho autónomo dos alunos, em grupo, em pares, ou individualmente - e a discussão colectiva com toda a turma" (p. 6). Entende-se por apresentação, a distribuição do enunciado, as indicações dadas pelo professor sobre o modo de trabalho e os esclarecimentos prestados para uma melhor compreensão da tarefa proposta. Em relação ao trabalho autónomo dos alunos, também se encontram contempladas as intervenções que o professor possa realizar junto deles, quer para esclarecer alguma dúvida, quer para validar algum resultado ou simplesmente para dar uma orientação que lhes permita tomar um rumo mais proveitoso. Finalmente, a discussão dos resultados obtidos na realização da tarefa é feita com toda a turma, onde constam as interacções entre todos os alunos.

Todas as tarefas começaram pela sua apresentação, só era prestado esclarecimento do enunciado quando a maioria dos alunos não entendia o que era pedido. No entanto, alguns alunos em particular, insistiam na necessidade de a professora se deslocar aos seus lugares e esclarecê-los mais sobre o enunciado, ao que a professora acedia. Por outro lado a professora, principalmente durante o trabalho autónomo, incentivava-os a procurarem resposta às suas dúvidas, formulando outras questões que pudessem ajudar ou redizendo afirmações dos colegas, para melhor as entenderem e prosseguirem os seus processos de resolução. A fase final da tarefa, de discussão, é a mais importante deste estudo dado que é essencialmente nesta fase que incide o estudo e a busca de respostas para as questões de investigação.

Quadro 1. Organização das Tarefas

Tarefas	**Aprendizagens visadas**		**Momentos de realização**	**Tempo de duração** (1 bloco = 90min)
	Objectivos específicos	**Capacidades transversais**		
Tarefa 1 Consolidação de conceitos	- Utilizar conceitos, tais como, ângulos complementares, suplementares, verticalmente opostos e entre rectas paralelas.	- Identificar e usar raciocínio dedutivo e indutivo. - Discutir e exprimir resultados, processos e ideias matemáticas, oralmente e por escrito, utilizando simbologia e vocabulário próprios. - Compreender o papel das definições em matemática	Apresentação Resolução em pares Discussão	1 Bloco
Tarefa 2 Ângulos internos de um triângulo	Formular, testar e demonstrar conjecturas relacionadas com a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo.		Apresentação Resolução em grupo Discussão	2,5 Blocos
Tarefa 3 Ângulos internos de um triângulo	Formular, testar e demonstrar conjecturas relacionadas com a soma das amplitudes dos ângulos internos e com a amplitude de um ângulo externo de um triângulo.		Apresentação Resolução em grupo Discussão	1,5 Bloco
Tarefa 4 Ângulos externos de um triângulo	- Formular, testar e demonstrar conjecturas relacionadas com a soma das amplitudes dos ângulos externos de um triângulo. - Compreender o papel das definições.		Apresentação Resolução em Pares Discussão	2 Blocos

Análise de dados

Este processo iniciou com as transcrições das gravações das aulas observadas, foi através delas que a investigadora anotou outros pormenores complementares não observados no momento das aulas. Esta possibilidade revelou-se muito importante para o estudo, atendendo que a investigadora também desempenhava o papel de professora da turma. Estes pormenores conjuntamente com as notas de campo, permitiram ampliar a compreensão do significado das narrativas. De seguida, tendo como plano de fundo as questões de investigação, estabeleceu-se um sistema de codificação que consistia na marcação de episódios, ou seja codificação de fragmentos coerentes das transcrições com características comuns.

Cada episódio descreve um acontecimento que envolve as interacções dos alunos e se concentra num determinado tópico, tema, imagem ou perspectiva resultante das tarefas propostas. Os episódios mais significativos, ou seja, os que permitiram identificar a relação entre as respostas dadas e os raciocínios realizados nas interacções observadas, constam da apresentação dos resultados, no próximo capítulo.

Com a utilização deste sistema de codificação, obteve-se inicialmente quatro categorias de análise: (i) Respostas, focando a importância da forma de pensar para se alcançar a resposta; (ii) Explicitações de pensamentos ou raciocínios, evidencia o envolvimento dos alunos na discussão, na negociação de significados e na compreensão de diferentes raciocínios; (iii) Discussões colectivas, salienta o envolvimento e desenvolvimento do grupo turma na discussão; (iv) Dificuldades sentidas pelos alunos nos momentos de realização das tarefas. Teve ainda um outro foco de análise relacionado com a utilização da tecnologia para explicitação dos pensamentos ou raciocínios e resolução das tarefas propostas.

Como a categoria definida pelas discussões colectivas também concernia às categorias (i) e (ii), donde se tomou a decisão de a não individualizar, mas incluí-la em ambas as categorias citadas. Sendo assim, obteve-se menos uma categoria de análise em relação às iniciais, que depois de renumeradas são: (1) Respostas; (2) Explicitações de pensamentos ou raciocínios; (3) Dificuldades sentidas pelos alunos; (4) Uso da tecnologia na explicitação dos pensamentos ou raciocínios.

A forma como surgiram estas categorias é sustentada pelas opiniões de Bogdan e Biklen (1994) quando dizem que estas surgem a partir dos dados recolhidos e com base nas questões de investigação. Também têm características comuns com as enunciadas por Bussi (1998), no que diz respeito à análise em blocos, na qual se enquadram as categorias (1) e (3), e a refinada, na qual se enquadram as categorias (2) e (4).

CAPÍTULO IV

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Este capítulo será organizado por seis secções, a primeira é uma secção introdutória e diz respeito à caracterização da turma com base nos resultados do questionário de opinião dos alunos e da observação das aulas decorridas até ao início do estudo. As quatro seguintes dizem respeito a cada uma das tarefas aplicadas e pela ordem sequencial em que foram realizadas. Por fim, será feita uma síntese de modo a identificar e expor claramente as categorias de análise evidenciadas nas secções anteriores.

Iniciar este capítulo com uma secção que divulgue os interesses e motivações dos alunos sobre a disciplina de Matemática, ajuda a melhor compreender as interacções entre eles na sala de aula. A literacia informática dos alunos também é um dos factores que influencia a dinâmica da aprendizagem e da realização das tarefas propostas. Assim, revela-se necessário saber o tipo de experiência que estes alunos trazem do ano lectivo anterior, quer em relação ao uso de instrumentos tecnológicos na sala de aula, quer em relação às perspectivas sobre este uso na aprendizagem da Matemática.

Nas quatro secções seguintes far-se-á a descrição de cada tarefa e apresentar-se-á os procedimentos adoptadas para cada momento de realização da mesma, ou seja, como foram apresentadas aos alunos e quais os esclarecimentos prestados, como foram trabalhadas pelos alunos, individualmente, a pares ou em grupo e como se fez a discussão dos resultados obtidos. Os resultados serão apresentados através de uma selecção de 3 episódios por tarefa, ocorridos durante os momentos de realização e discussão da mesma.

Os episódios foram classificados de A a L, correspondendo à ordem sequencial do desenvolvimento da actividade na sala de aula durante o estudo. No final de cada uma destas secções far-se-á a identificação das categorias de análise ilustradas nos episódios relatados e descritas no capítulo III, ou seja, (1) Respostas; (2) Explicitações de pensamentos ou raciocínios;

(3) Dificuldades sentidas pelos alunos e (4) Utilização de tecnologia na explicitação dos pensamentos ou raciocínios.

A última secção deste capítulo terá uma sinopse da discussão e análise dos resultados deste estudo, seguindo uma linha orientadora definida pelas categorias de análise.

4.1. A turma

No inicio do ano lectivo os alunos da turma apresentavam um aproveitamento não satisfatório à disciplina de Matemática e um grande desinteresse pelas actividades matemáticas. No entanto, esse cenário foi-se alterando gradualmente ao longo do ano, contribuíram para esse facto o aumento do interesse e envolvimento pelas tarefas propostas na sala de aula. Deste modo, evidenciou-se na maioria dos alunos uma melhoria significativa em relação ao seu sucesso na disciplina.

Através das respostas dadas a algumas das questões do questionário, aplicado antes do inicio do estudo e coincidindo com o final do primeiro período do ano lectivo em curso, foi fácil identificar o crescimento do interesse e pela disciplina, uma vez que quase todos os alunos disseram gostar de Matemática e de frequentar a escola. No entanto, ao serem confrontados com a questão: "*Sempre gostaste de Matemática*?", 16 dos 25 alunos responderam que "não" e sentiram necessidade de recorrer à oralidade para justificarem a sua opinião. Algumas dessas justificações mencionavam metodologias usadas pelo professor, como por exemplo, "o Professor do ano passado não nos deixava falar, tínhamos que estar sempre calados", ou então, "só falava o Professor e nós fazíamos muitos exercícios iguais, se eu não percebia um, [...], também não percebia os outros", e ainda "só iam ao quadro os alunos que tinham tudo certo, os outros como eu, nem iam". Outras justificavam o apreço pelas actuais metodologias, como por exemplo, "este ano é diferente, podemos dizer o que fazemos mesmo que esteja errado, [...], eu sei que a Professora fica triste, mas depois ajuda-nos a fazer bem", ou ainda "eu sou repetente e no ano passado não percebia nada disto, [...], agora consigo. Às vezes faço mal, mas sei ver onde está o erro" [Notas de campo: 17/12/09].

Estas afirmações mostram que os alunos foram confrontados com diferentes metodologias que os incentivou e motivou a envolverem-se nas suas aprendizagens, tornando-os mais receptivos à aprendizagem da Matemática, fomentando o aumento da auto-estima e auto-confiança de cada um.

Em relação aos conhecimentos de informática da turma pode-se considerar que é razoável, atendendo que todos os alunos possuem e usam o computador com frequência, quer em casa como na escola. O uso de tecnologia na sala de aula no ano lectivo anterior, limitou-se ao computador que serviu para jogar, para expor e corrigir trabalhos. Referiram também que o QI, ainda em relação ao ano lectivo anterior, nunca fora usado apesar de disponível na sala de aula. Com estes dados e com o uso frequente, desde o inicio deste ano lectivo, do computador e do QI na sala de aula, pode-se deduzir que a possibilidade de acesso e de manuseamento de instrumentos tecnológicos deste grupo turma é uma realidade, e que estão familiarizados com o seu uso.

Do questionário faziam parte três questões de resposta aberta que permitiram conhecer a opinião dos alunos sobre o uso dos instrumentos tecnológicos na aprendizagem da Matemática na sala de aula e em todas elas os alunos apresentaram razões afectivas e funcionais para as respostas dadas. Para cada uma delas, apresenta-se um resumo de forma a retractar na globalidade as opiniões dos alunos da turma. Comecemos pela primeira questão: "*Na tua opinião o uso de tecnologia na sala de aula facilita a aprendizagem da matemática? Porquê?*"; 22 dos 25 alunos respondem afirmativamente apresentando, entre as razões afectivas, manifestações de interesse e predisposição para aprender matemática, uma vez que referem que deste modo "aprendem sem se aborrecer", a aula fica mais "engraçada e interessante", "não é sempre a mesma coisa", proporcionando "mais vontade de aprender". Nas razões funcionais alegam que podem "aprender de maneira diferente", ao ter "acesso a programas", o que "facilita mais do que os livros", ao ser "mais rápido" e deste modo pode-se "perceber melhor e estar mais atento". Ainda nesta questão surgiram duas opiniões não favoráveis ao uso de tecnologia na sala de aula, uma porque considera que existe um "desvio da matéria que tem que ser dada", uma vez que surgem questões resultantes do seu uso. A outra, por considerar que o seu uso prejudica o "trabalho manual". Quanto à segunda questão: "*Se tiveres que realizar uma tarefa recorrendo ao computador e/ou à Internet, preferes realizá-la sozinho, com um colega ou em grupo? Justifica a tua resposta*"; os 8 alunos que responderam sozinho, deve-se à sua preferência para manipular o computador, considerando que deste modo ficam mais concentrados e fazem o trabalho à feição deles; já os 7 alunos que preferem realizar a tarefa com um colega, alegam na sua maioria razões funcionais como "duas pessoas pensam melhor do que uma", podem "tirar dúvidas", torna-se mais vantajoso pois " há menos confusão do que em grupo", no entanto também referem que o trabalho ao ser partilhado por dois é mais motivador e "dá oportunidade para tirar melhor nota". Alguns dos argumentos utilizados para o trabalho de pares também coincidiram com os argumentos dados pelos restantes alunos para a preferência do trabalho em grupo, acrescentando que permite ser ajudado "no que não se sabe", discutir as ideias e dividir as tarefas, ter mais "oportunidade de esclarecer" e de aprender. Em relação à terceira questão: "*Se tiveres que realizar uma tarefa recorrendo ao computador e/ou à Internet, explica como apresentarias e discutirias a sua resolução com os teus colegas?*"; foram poucas as respostas que explicavam como procederiam, no entanto disseram que apresentariam fazendo uso do QI ou do projector. Iriam questionar os colegas e expor as suas conclusões aos mesmos, tendo em conta as suas opiniões. Alguns alunos ainda referem que pediriam apoio à professora para dar opiniões e para planear a apresentação.

Através das respostas dadas ao questionário verifica-se que, à excepção de três alunos, todos são favoráveis ao uso da tecnologia na sala de aula e que consideram que este facilita a aprendizagem da Matemática. Também se verificou a preferência do trabalho em grupo ou com um colega. No entanto, foram muitas as dificuldades em explicar como apresentariam e discutiriam uma tarefa realizada com o computador.

Estes resultados contribuíram para reajustar as metodologias adoptadas na realização das tarefas e possibilitaram uma melhor compreensão em relação aos métodos de trabalho autónomo e aos momentos de discussão das resoluções das tarefas que se descreverá a seguir.

4.2. Tarefa um

Nesta tarefa (anexo 5) foi proposto aos alunos que descobrissem individualmente os valores das amplitudes dos ângulos assinalados nas situações que lhes foram apresentadas. Pretendeu-se deste modo que utilizassem conceitos já leccionados, tais como, ângulos complementares, suplementares e verticalmente opostos, para solucionarem as situações propostas. O enunciado da tarefa foi dividido em cinco momentos de apresentação e distribuição, cada um constituído por uma situação que envolvia duas ou mais figuras. A professora distribuiu sucessivamente as situações pelos alunos, à medida que estes terminavam a resolução da anterior entregava o enunciado da seguinte. No entanto, após um determinado tempo estipulado para cada momento de realização, um deles era convidado a apresentar a sua resolução aos colegas e esclarecer eventuais dúvidas que pudessem surgir na sua apresentação.

Os alunos não solicitaram esclarecimento nos momentos de apresentação, não se verificando o mesmo nos de realização. Inicialmente foram vários os alunos que pediram a intervenção da professora ou a opinião de um colega, para confirmar os resultados obtidos ou validar algum raciocínio realizado. Mas à medida que apresentavam e discutiam os resultados de cada situação, diminui a necessidade de solicitar essa intervenção. Como o QI foi o meio usado para expor cada uma das figuras que envolviam as situações, os alunos optavam sempre por utilizar este meio para expor as suas resoluções e raciocínios.

Seguem-se os episódios, A, B e C que retratam o envolvimento e as interacções dos alunos nos momentos em que apresentaram as respectivas resoluções, discutiram as ideias envolvidas e onde é possível ilustrar uma ou mais das categorias consideradas.

Apresentação dos episódios

Episódio A

A aluna Berta pediu para ir ao QI dizer quanto mede a amplitude do ângulo DCA, representado na figura 2.

Figura 2. 3ª situação colocada aos alunos, respectiva resolução de Berta e aspecto final após a intervenção de Raúl.

Após a solicitação da professora para que Berta explique o seu raciocínio.

Berta: Eu fiz 90°, que é o ângulo recto, menos 57° que me deu 33°.
Prof: Mas, o 90° está deste lado, do lado direito do ângulo, ...

A professora apercebe-se que a aluna fez a diferença entre as amplitudes dos ângulos dados na figura. Como vários colegas pediam para intervir e tendo Berta ficado atrapalhada, foi dada permissão a outro aluno para explicar um possível raciocínio.

Prof: O Raúl vai ajudar... diz lá Raúl.

Raúl: Oh Stôra, eu fui aos 180 tirámos os 57° e os 90°, deu os 33°. Porque 90° mais 90° dá 180° (apontando para o ângulo raso na figura que sugeria esta soma).

Prof: Entendeu Berta?

Berta: Acho que sim, a minha resposta deu igual por ser o ângulo de 90° e por isso pensei que estava certa, [...], com a explicação do Raúl percebi que tenho que procurar uma ligação entre os ângulos dados que possa usar, ...como o 180°".

[Aula 1, 6/01/2010]

Com a explicação de Raúl, Berta ficou esclarecida sobre o que estava a fazer de errado.

Episódio B

Sandra apresentou a sua resolução, aparentemente uma resolução seguida pela maioria dos alunos, no entanto, uma outra aluna, não satisfeita com o que estava a assistir, resolveu interpelá-la e pergunta-lhe como fez para obter aqueles resultados. Na figura 2, vemos a situação inicial na qual se pedia as amplitudes dos restantes ângulos, as duas alunas envolvidas na discussão da situação no QI e o registo da resolução de Sandra.

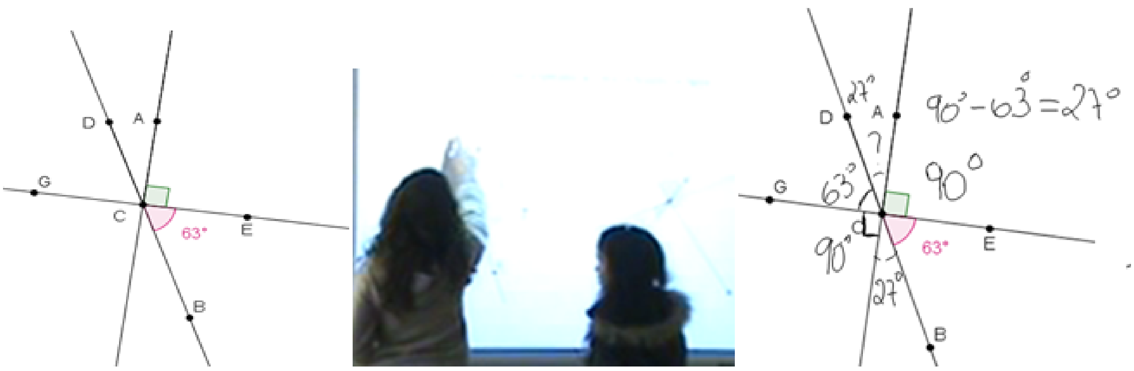


Figura 3. 5ª situação colocada aos alunos e respectiva resolução de Sandra.

Luísa, não entendendo o que Sandra estava a fazer, resolveu questioná-la e ir mesmo ter com ela ao QI.

> Luísa: Como sabes que aqui é 63°? (apontando para o ângulo GCD)
>
> Sandra: Porque são ângulos verticalmente opostos,... são iguais (assinalando os ângulos GCD e BCE).
>
> Luísa: Hum, fazes "menos" e dá os 27°! Porquê? Como no da Berta?
>
> Sandra: Sim. Não vês, eles são complementares.
>
> Luísa: Ah, já percebi (muito satisfeita e regressa ao lugar).
>
> [Aula 1, 6/01/2010]

Episódio C

Tomás foi expor a sua resolução à turma no QI, a situação matemática está descrita na figura 4 em três etapas, da esquerda para a direita, na primeira apresenta a situação original, onde se pretendia determinar as amplitudes dos restantes ângulos, na segunda os cálculos iniciais apresentados por Tomás e na terceira evidencia alguns acrescentos aos cálculos anteriores para que os colegas pudessem compreendê-los.

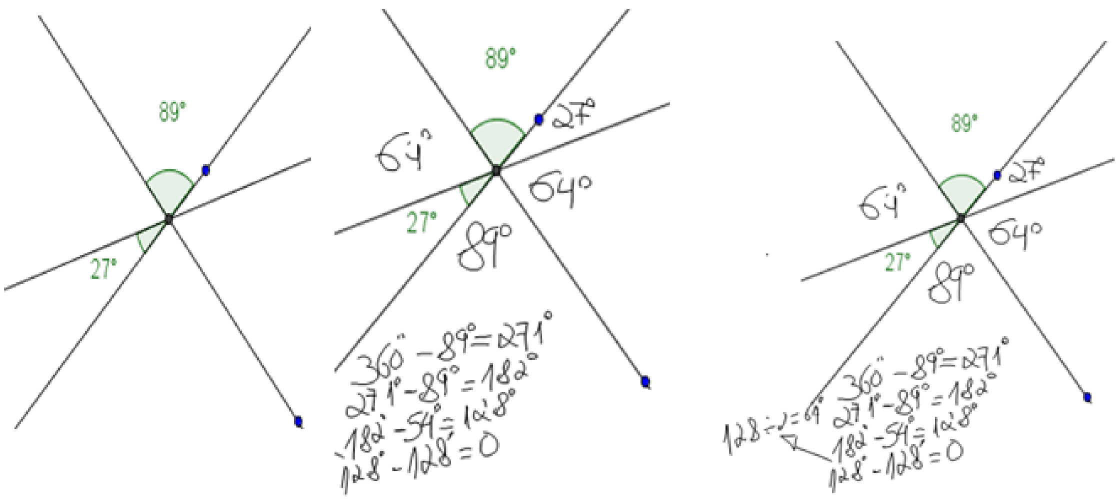


Figura 4. 6ª situação colocada aos alunos e resolução de Tomás

Foram vários os alunos que começaram a questionar os cálculos apresentados, entrando em desacordo e confronto de ideias, foi necessária a intervenção da professora para apaziguar o clima e focalizar a discussão nos aspectos que considerava importantes.

> Prof: Estamos com um problema!... Reparem na seguinte dúvida,...Tomás, diz lá tu...

Tomás: Oh Stôra estava a dizer… (faz um gesto na figura) tinha que somar estes três?.. (apontando para os ângulos assinalados com as amplitudes de 27° e de 89° e para o que estava entre os dois, com dúvidas e à espera de uma confirmação).

Prof: E agora porquê Tomás, porque é que tu achas que eu estava a orientar-te nesse sentido? Meninos, quero toda a gente a ouvir a dúvida dele…. Estão a dizer que não é 64°.

Muitos alunos: É…é…é … Stôra eu acho que é…

Prof: Então vamos provar que realmente é 64°, qual foi o cálculo que fizeste ou o teu raciocínio, para te dar este valor… (apontando para o 64° escrito entre o 27° e o 89° pelo Tomás).

João: Oh Stôra, tem que somar tudo e dá 360.

Prof: A sugestão do João é que tinha que somar tudo e dar 360°.

Flávio: A minha não é assim.

Tomás (começando a explicar como pensou): 360 menos 89…

Tomás: 360 menos 89 deu 271, 271 menos 89 deu 182, e 182 menos 54, (apontando para a figura…) 27 e 27, deu-me 128,… 128 menos 128 que é a soma de 64 e 64 (apontando para os ângulos onde escreveu esse valor), deu zero.

Prof: Ou seja, mas tu ainda não sabias que ali era 64… (apontando para os ângulos onde o Tomás referiu que eram 64) …, sabias que tinha que dar 128, era ou não era Tomás, então porque é que puseste 64?

Tomás: Peguei no 128 e dividi por dois (apontando para os dois ângulos, dando a entender que eram iguais e acrescentando o cálculo no QI).

Prof: Ah! Faltou aí esse raciocínio… foi ou não foi Tomás? Muito bem.

[Aula 1, 6/01/2010]

Tomás consegue explicar a sua forma de pensar aos colegas e estes ao ouvirem-na, compreenderam-na e aceitaram-na.

Identificação das categorias de análise nos episódios A, B e C.

Respostas

No episódio A é possível verificar que a Berta apesar de ter respondido correctamente, ao ser solicitada para explicar como o fez, revela que o raciocínio realizado não era válido. Deste modo também revelou a sua dificuldade em interpretar correctamente o conceito matemático que envolvia a situação. Inicialmente estava confiante no seu raciocínio, afinal na sua resposta tinha obtido o mesmo valor que os colegas. No entanto, quando confrontada ficou confusa e calada. Ao ouvir a explicação de Raúl, reconhece que teria errado se o ângulo dado fosse diferente de 90º e ficou mais atenta em relação às restantes situações. A partir desta situação, Berta procurou expor os seus argumentos para confirmar a validade dos seus raciocínios, junto dos colegas ou solicitando a ajuda da professora, não valorizando apenas o resultado final mas também os passos intermédios para o alcançar.

Explicitações dos pensamentos ou raciocínios

Desde o inicio do ano lectivo o aumento das interacções entre os alunos é significativo, os alunos a questionarem os colegas e a discutirem o processo utilizado na resolução da situação matemática, está a tornar-se uma prática corrente nas aulas de Matemática. Este procedimento prende-se com a necessidade que estes alunos sentiram de seguir a linha de pensamento do colega que naturalmente pode não se identificar com a sua. Os dois episódios B e C, retratam precisamente o que foi citado, mas enquanto no B se evidencia uma discussão entre dois alunos, no C a professora sentiu necessidade de intervir na discussão entre os alunos devido aos desacordos gerados.

No episódio B, evidencia-se a satisfação das alunas, Sandra e Luísa, uma por explicar e a outra por conseguir entender o que lhe era dito e em simultâneo concordar com os argumentos apresentados.

No episódio C, é possível constatar que os alunos exigem mais explicações para compreender a resolução e Tomás, até porque tinham seguido raciocínios diferentes na resolução da mesma situação, não questionaram a diferença de estratégia, mas exigiram justificações compreensíveis dos raciocínios realizados por ele.

Dificuldades sentidas pelos alunos

Em todos os três episódios há indícios que os alunos sentem dificuldades em se expressar utilizando a linguagem verbal matemática, por exemplo no episódio A, Berta em vez de afirmar que aos 90º subtraiu os 57º, disse 90º menos 57º, ou seja utilizou a linguagem simples a qual foi perfeitamente perceptível por todos. Também no episódio C, Flávio afirma que o seu processo é diferente do utilizado por Tomás, no entanto não continua a sua intervenção porque não consegue explicar como procedeu. Outro aspecto muito importante a referir é que todos os alunos, durante a exposição dos seus raciocínios e recorrendo à figura que representava a situação, apontavam para os ângulos em questão e diziam “aqui” ou “este”, recorrendo à linguagem visual para melhor expressar as suas ideias.

Uso da tecnologia na explicitação dos pensamentos ou raciocínios

Ao longo dos três episódios foi fácil constatar que os alunos preferiram usar o QI na exposição da resolução, quer pelo facto das figuras das situações da tarefa se encontrarem à disposição no documento digital, quer pela facilidade visual e instrumental que este permitia para explicar e expor as resoluções. Por exemplo, apagavam ou alteravam algo que tinham feito na figura, sem alterar a figura inicial que se mantinha intacta, o que não acontecia no quadro preto.

4.3. Tarefa dois - Ângulos internos de um triângulo (Parte 1)

O enunciado da tarefa foi distribuído aos alunos, sem qualquer esclarecimento, que se encontravam em grupo. Esta tarefa (anexo 6) envolvia duas situações distintas, a primeira referia-se à construção de triângulos usando o programa dinâmico “Geogebra” e o cálculo da soma das amplitudes dos ângulos internos de cada triângulo. Pretendia discutir os resultados que cada grupo alcançou nessas medições. Na segunda situação, pretendia-se testar a compreensão dos resultados obtidos com a primeira, solicitando para comentar os resultados obtidos na medição das amplitudes dos ângulos internos em dois triângulos, usando dois métodos diferentes. Em relação aos três episódios, designados por D, E e F, o D diz respeito à primeira situação, o E à segunda e o F passa-se no inicio da aula seguinte com uma afirmação proferida por um aluno que de imediato chamou a atenção de todos os outros.

Apresentação dos episódios

Episódio D

Neste episódio surge uma discussão colectiva, onde se confrontam os resultados de cada grupo de trabalho. Nessa discussão destaca-se o confronto entre dois grupos, o grupo que terminou primeiro a tarefa e expôs os resultados utilizando o *Geogebra* e o QI e o grupo que perante os problemas técnicos do computador que lhe foi atribuído, resolveu a tarefa com o transferidor contestando de imediato os valores apresentados pelo 1ºgrupo. José foi o representante do 1ºgrupo e Flávio o representante do 2º grupo. Como a situação consistia na construção de vários triângulos e na comparação das somas das amplitudes dos ângulos internos de cada um, no *Geogebra* bastava mover um dos vértices do triângulo já construído, para obter outro triângulo.

Na figura 5, observamos a sequência de imagens resultantes da explicação de José.

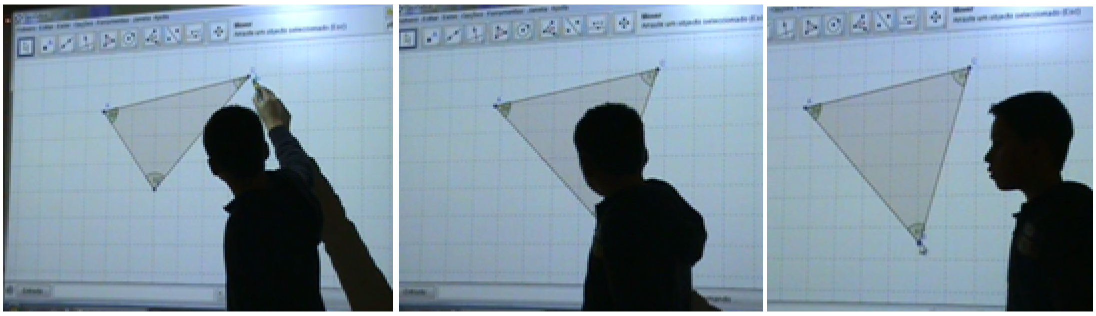


Figura 5. Explicação do grupo que usou o QI

José: Isto são os primeiros ângulos... têm que registar na primeira coluna,... agora como pedia movia-se um vértice... (fazendo-o na figura), e põem-se os resultados outra vez, lá na 2ª coluna e soma-se, depois... mete-se os ângulos todos outra vez e soma-se, depois... tem que dar todos 180º.

Flávio: O meu não deu!

Hugo: Oh Flávio, o teu está mal... (elemento do 3ºgrupo).

Prof: José ouviu uma pergunta bastante pertinente colocada pelo Flávio? Ele disse... os meus não dão! (reforçou a professora, uma vez que o Flávio não parava de protestar).

Flávio: Stôra, eu ainda não fiz a soma, mas olhe...

José: Os teus não dão porquê?

Hugo: Se os nossos dão os teus também têm que dar.

[Aula2, 11/01/2010]

A professora solicitou a Flávio que apresentasse os resultados do seu grupo, pretendendo deste modo um melhor esclarecimento (figura 6).

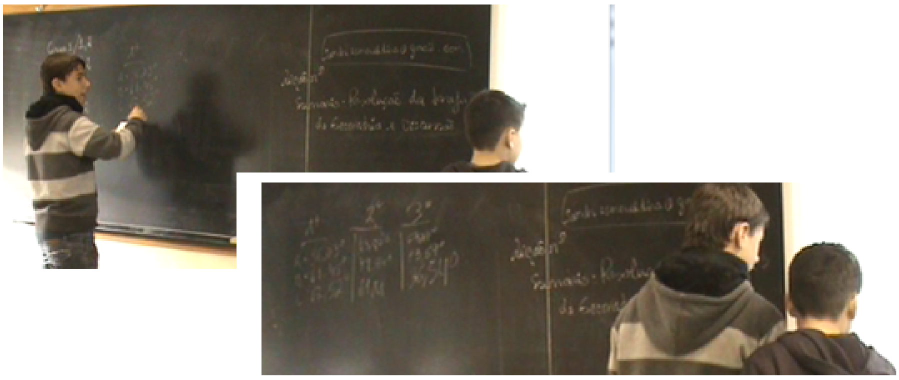


Figura 6. Confronto dos resultados da tarefa

Flávio: Vou escrever no quadro os valores que nos deram nos 3 triângulos.
José: Eu confirmo com a calculadora, se dá 180º (acedendo à calculadora do QI).
Flávio: No primeiro o Luís diz que dá 179º. (Luís é um outro colega de grupo)
Luís: Eu não! É no segundo.
José: O primeiro dá 180º, ora vê ... (apontando para a calculadora no QI).
Vários alunos: Dá 180º, no segundo é que dá mal.
Flávio: Oh, pois é, mas nos outros não, eu sei....Oh José, põe os valores do segundo.
José: Uau, eles enganaram-se mesmo, ou eu fiz mal a conta.
Luís: Está mal, puseste mal um número.
José: Faz aí na máquina (apontando para o Luís).
Flávio dirigindo-se para a calculadora do QI e para o José: Tu não sabes fazer contas, eu digo-te os valores, põe aí, ... ponto oitenta e quatro, setenta e nove ponto... e sessenta e um ponto oitenta e um.
Alguns alunos: Não dá, está mal.
José: 184º.
Flávio: Eu disse logo que não dava 180º.

[Aula2, 11/01/2010]

Episódio E

Os grupos reproduziram os métodos utilizados nos dois exemplos apresentados na situação e no enunciado da tarefa. A figura 7 ilustra esses dois métodos, o da Ana que utilizou o transferidor para medir os ângulos, o do António que recortou os ângulos com uma tesoura e uniu-os, apresentando também as respectivas conclusões a que chegaram.

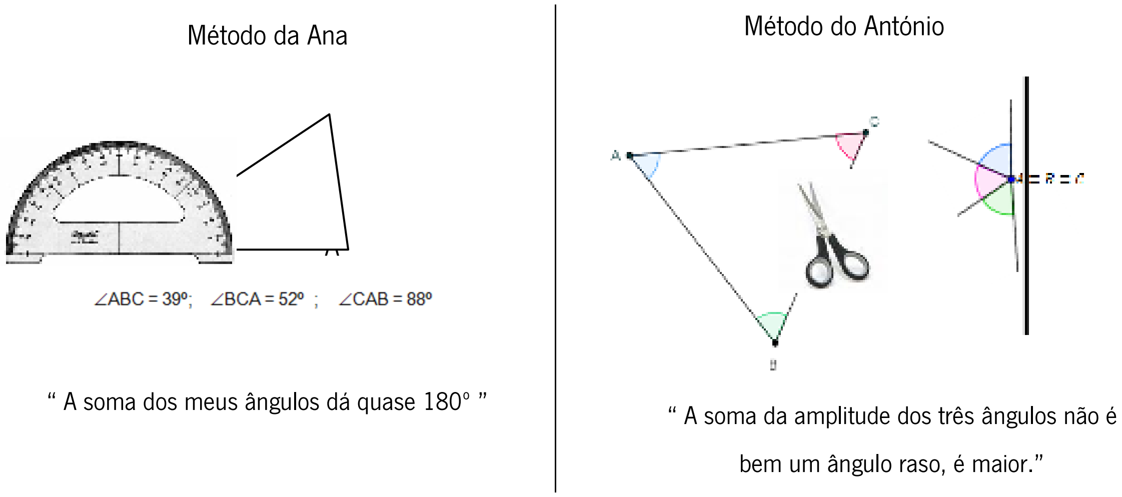


Figura 7. Segunda situação da tarefa

A procura de justificações para comentarem as conclusões da Ana e do António e os diferentes resultados obtidos pelos grupos na reprodução da situação, proporcionaram discussões turbulentas no seio de cada grupo e na turma, constituindo a base deste episódio.

Dinis: Eu construí o triângulo, medi com o transferidor e deu-me certinho.

Vários alunos, comentando o método do transferidor: Mas o da Ana está mal. Tem que dar 180°.

Ana: Mas a mim deu-me igual a ela, a soma deu-me menor.

Prof: Mas têm que pensar porque é que à Ana não deu? Porque é que ao teu colega também não deu? (...) Afinal o que se passou na aula anterior?

Vários alunos: Já sei porquê (como resposta ao comentário da professora em relação aos acontecimentos da aula anterior).

José: Posso dizer o que é que eu acho que não dá. Porque o transferidor não nos dá a medida exacta do ângulo.

Professora insistia: E porquê?

Raúl: Stôra, o que está mal são as medidas.

Prof: Medidas! Quais medidas?

Raúl: Eu e o João tentámos fazer o triângulo e em vez de dar 52° deu 55°.

Prof: Tentaram construir o triângulo da Ana, fizeram dois ângulos e o terceiro não dava igual ao dela? Foi isso?

Raúl: Sim. Isso mesmo.

Sandra: Se o risco fosse mais grosso, já estava tudo certo.

Alguns alunos: Ah... o quê?

Prof: Queres explicar Sandra?

Sandra: O valor do ângulo depende da grossura do nosso lápis, por isso eu posso ler 52° e o Raúl pode ler 55°, mas não quer dizer que esteja mal.

[Aula3 13/01/2010]

Episódio F

Parecia que a discussão em torno desta tarefa estava acabada, mas no início da aula seguinte, Flávio lança de novo a discussão ao falar sobre os cuidados a ter com os métodos que usamos para a construção e leitura de ângulos, mesmo no geogebra. É óbvio que chamou a atenção de todos quando afirma que "os valores dos ângulos no geogebra também não são exactos", o que originou este episódio.

A convite da professora, Flávio explica usando o QI e começa por recordar o que se passou com o grupo dele na primeira situação (episódio D).

Flávio: Antes do nosso computador bloquear, tínhamos registado os valores dos ângulos com duas casas decimais de um dos triângulos. E a soma até deu 180°, por isso ninguém disse nada.

Prof: Tens razão, ... mas os teus colegas fizeram o que pedi, formatar o geogebra com zero casas decimais.

Flávio: Pois, parece que ninguém teve problemas com os valores,... eu experimentei em casa e tive!

Hugo: O meu grupo teve... mas pensámos que o erro era nosso e voltamos a mexer o vértice e já deu.

Raúl: Eu pensei que a construção não estava bem e voltamos a fazer outra.

Flávio: Vê Stôra, eu tenho razão é como o transferidor... se a soma der 179°, não quer dizer que está errado.

Vários alunos: Porquê... explica lá.

[Aula4, 18/01/2010]

Os colegas mostram-se receptivos e interessados em ouvir as explicações de Flávio, alguns até reconhecem que se depararam com a mesma situação e por isso era importante saber as razões para os resultados obtidos.

Identificação das categorias de análise nos episódios D, E e F.

Explicitações de pensamentos ou raciocínios

A apresentação de conclusões diferentes no episódio D, conseguidas pela utilização de métodos distintos na resolução da tarefa, fez com que Flávio e José, em representação do grupo a que pertenciam, expusessem as suas explicações para justificar os resultados alcançados. A dinâmica usada pelos dois ao envolverem-se nas duas resoluções procurando complementá-las e colaborando mutuamente, propiciou o envolvimento de toda a turma. Alguns alunos apoiavam a posição de José, outros procuravam ajudar Flávio, havia de forma clara uma preocupação do grupo turma em procurar um consenso entre as duas resoluções apresentadas.

Flávio continuou a reflectir sobre o que se passou na aula e repetiu a tarefa em casa no seu computador. Dessa reflexão resultou o episódio F, onde Flávio sentiu a necessidade de expor aos colegas o que descobriu e como. Pretendeu mostrar aos colegas que utilizando o Geogebra para calcular a soma e medir as amplitudes dos ângulos internos de um triângulo, também poderá originar resultados diferentes, aproximados de 180° mas diferentes. No transferidor, tinham concluído que a medição era influenciada pela grossura do lápis e/ou pela leitura aproximada do valor. Ora, Flávio quis mostrar que algo análogo acontecia no programa de geometria dinâmica e que o valor dado também poderia ser uma aproximação.

As discussões geradas em torno destes dois episódios, demonstraram a importância das contribuições dos alunos na compreensão dos raciocínios realizados, assim como, possibilitaram o desenvolvimento das suas capacidades de argumentação. Importa destacar aquilo que foi registado em notas de campo pela investigadora, logo após a segunda aula dedicada a esta tarefa.

> É interessante observar como os alunos se questionam uns aos outros com mais frequência, já não procuram saber quanto dá, mas sim "como?", "porquê?", "mas eu fiz assim, o que achas?", apercebem-se que mais importante do que obter o resultado matemático é compreender o caminho que se percorreu para o alcançar. Os resultados diferentes não é sinónimo de raciocínios errados ou procedimentos errados mas sim de opções tomadas e essas sim têm que ser bem fundamentadas.
>
> [Notas de campo, 18/01/2010]

Dificuldades sentidas pelos alunos

Uma dificuldade comum a muitos alunos é a de saber manusear o transferidor, embora presente ao longo dos três episódios, é no episódio E que mais se manifesta. Mas depois de contornada, outra dificuldade domina o episódio E, como explicar e/ou expressar o que aconteceu na situação da tarefa, ou seja, relatar as suas opiniões. Algumas vezes, a professora teve necessidade de intervir nos diálogos entre os alunos, quer para os redizer, quer para os orientar para o objectivo da tarefa, como relata a investigadora/professora.

> O Samuel depois de ter construído o triângulo com as amplitudes dadas dos ângulos da Ana, estava à procura de explicações e exclamou: "A soma dos dois lados menores é

maior que o lado maior", como muitos alunos reclamaram por não entenderem aquela intervenção o José "rediz" a frase do Samuel: "A soma dos dois ângulos menores é maior do que ângulo maior"; afinal era de ângulos que estávamos a falar e não de lados, mas continuava a confusão, como dizia a Sandra: "mas o que é que tem a ver com o método da Ana? Já não entendo nada". Foi nessa altura que interrompi a discussão e recorri aos acontecimentos da aula anterior, direccionando-os para a utilização do transferidor.

[Notas de campo, 13/01/2010]

Quando Sandra expressa a sua opinião, muitos alunos mostraram-se aliviados e mais confiantes, finalmente alguém entendeu que fizeram tudo certo e não dava o resultado pretendido, ou seja, muitos deles reviram-se na situação. O mesmo aconteceu com o método de António, embora já mais sensibilizados para procurar razões que envolvessem a construção em si, alguns alunos tiveram dificuldade em compreendê-la havendo a necessidade de a concretizar. Na figura 8, pode-se ver a construção de um aluno, a qual serviu para mostrar a outros que não tiveram tempo de a realizar.

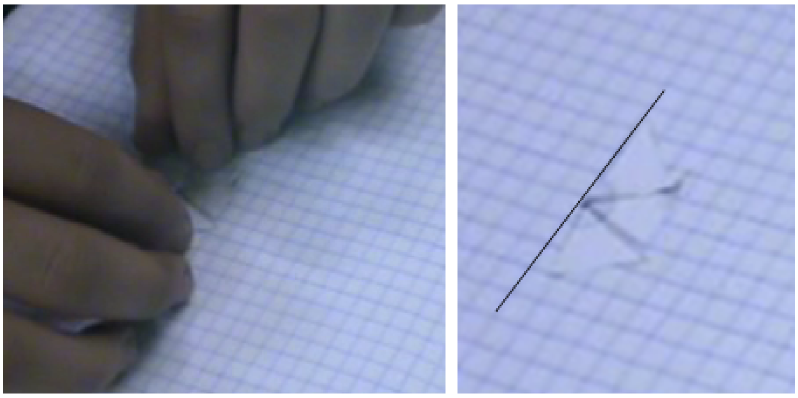


Figura 8. Aluno a aplicar o método de António (cortar os ângulos com a tesoura e uni-los)

As dificuldades de manuseamento do material revelaram que podem prejudicar a compreensão e obtenção de argumentos, na explicação dos resultados obtidos com a sua utilização. No entanto, ao manuseá-los, permitiu aos alunos a compreensão da influência que têm na realização das tarefas, contribuindo para as suas explicações e para as conclusões alcançadas.

Utilização de tecnologia na explicitação dos pensamentos ou raciocínios

Na primeira situação da tarefa, o uso do computador foi um elemento essencial na sua resolução (figura 9), além de permitir aos alunos uma maior rapidez na sua execução, também possibilitou posteriormente no QI, exemplificar os passos dados e deste modo validar os raciocínios realizados, como o demonstrou José (Episódio E, figura 5 e 10).

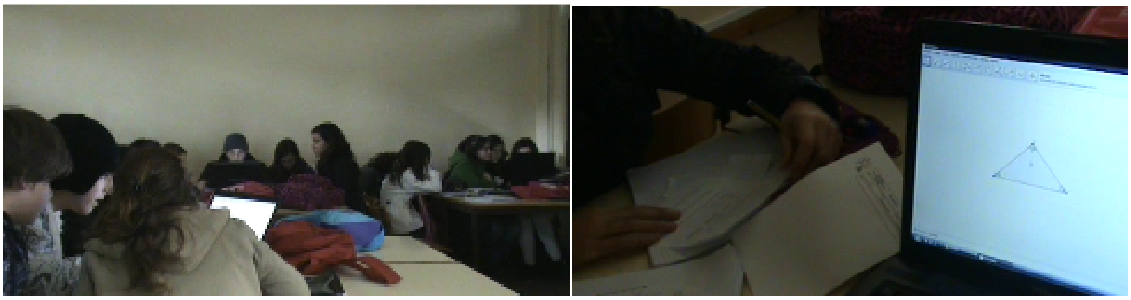


Figura 9. A turma durante a realização da tarefa

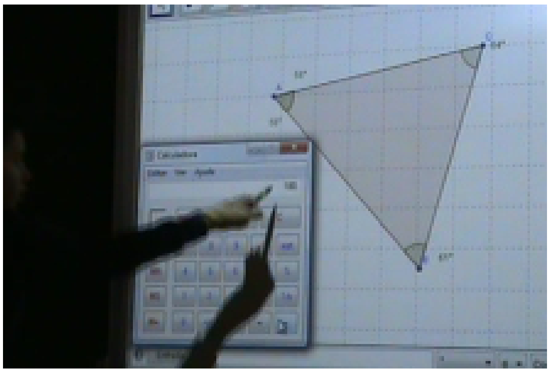


Figura 10. José a explicar no QI

Também no episódio F, Flávio utiliza o triângulo construído no QI e usando as capacidades deste vai aumentando o número de casas decimais no geogebra, afirmando que 44º é diferente de 43,76º, e este é diferente de 43,7569º, e validando a sua afirmação: " o valor do ângulo no geogebra pode não ser um valor exacto", perante os colegas que o ouviam atentamente e concordavam com os argumentos dados. A figura 11, evidencia esse momento no QI e de que forma este instrumento foi uma mais-valia na validação das explicações dadas pelo aluno.

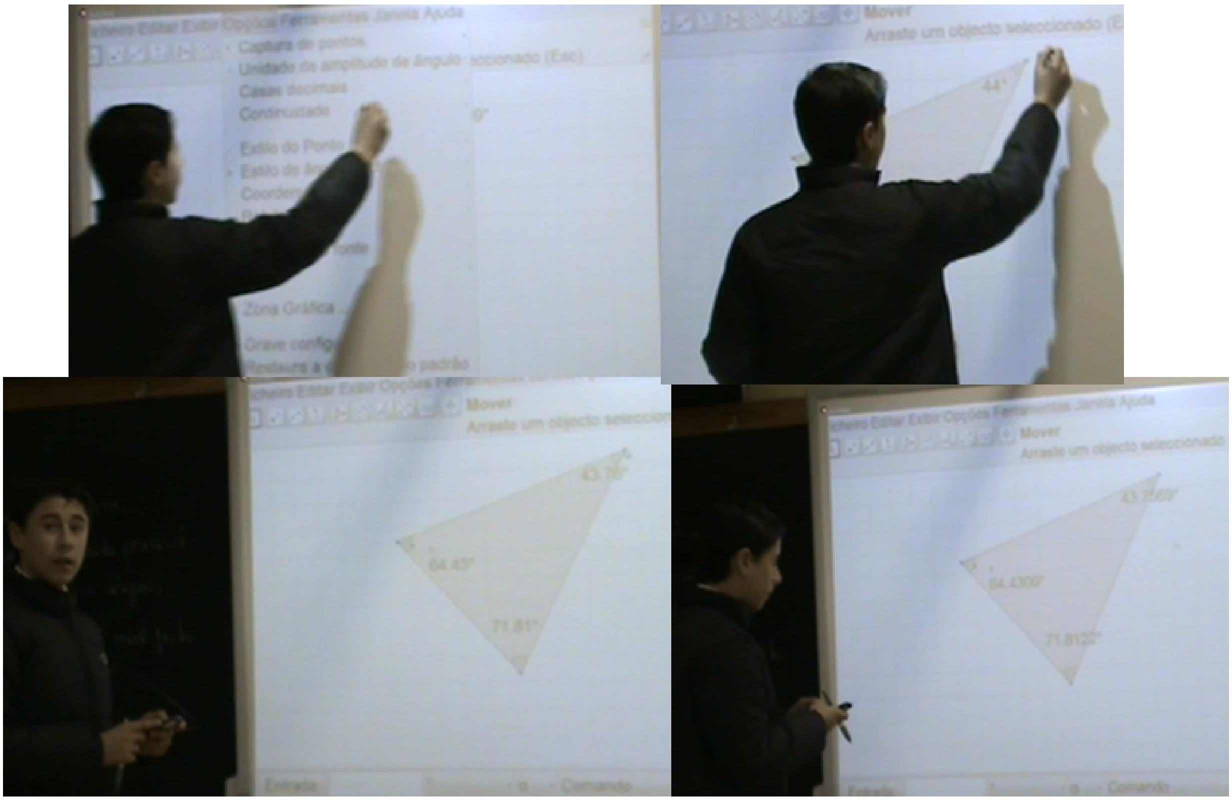


Figura 11. A explicação de Flávio

4.4. Tarefa três - Ângulos internos de um triângulo (Parte 2)

O enunciado desta tarefa (anexo 7) foi distribuído aos grupos, já era procedimento normal a reorganização dos grupos de aula para aula, mas nesta tarefa além da constituição também foi alterado o número de elementos de cada grupo. Este facto deveu-se ao número diminuto de computadores disponíveis na sala de aula (apenas quatro para os 25 alunos da turma). Novamente, optou-se por não prestar esclarecimentos sobre o texto da tarefa, pretendia-se com esta atitude reforçar o desenvolvimento das capacidades de interpretação e compreensão dos alunos. Nela era pedido a construção, no geogebra, de um triângulo e uma recta contendo um dos seus vértices e paralela ao lado oposto. Pretendia-se com esta construção descobrir a relação entre os ângulos DBA e EBC e os ângulos internos do triângulo (figura 11). Posteriormente, foi colocada uma situação para testar a compreensão dessa relação, como se exemplifica na figura 12.

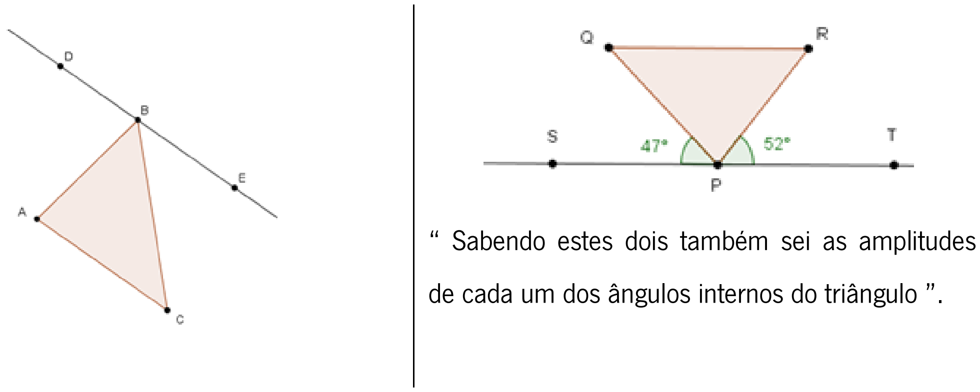


Figura 12. Construção pedida e situação apresentada aos alunos

Antevendo que os resultados pudessem não ser os esperados se a construção não seguisse as orientações dadas, primeiramente a professora deixou que cada grupo fizesse a sua construção, como se observa na figura 13. De seguida foi averiguar se a construção estava bem, principalmente se a recta paralela estava nas condições pedidas.

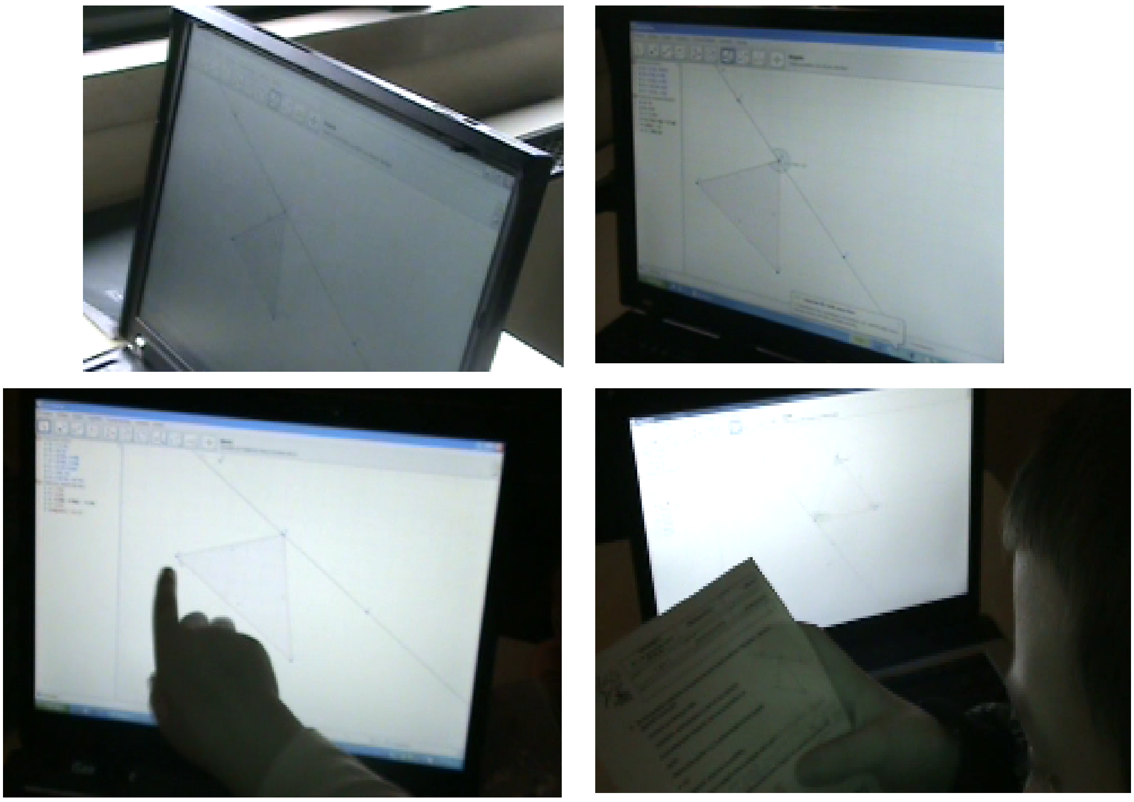


Figura 13. Construção de cada grupo

Nesta tarefa o primeiro episódio, G, envolve as conclusões a que os alunos chegaram sobre as relações entre os ângulos, o episódio, H, expõe a resposta dada por uma aluna a uma das alíneas da tarefa e por último, o episódio I, ilustra a discussão que envolveu a situação apresentada na figura 12. Também é de referir que o momento de resolução da tarefa e o momento de discussão da mesma foram em aulas diferentes, ou seja, a resolução foi durante a aula quatro e a discussão realizou-se na aula cinco.

Apresentação dos episódios

Episódio G

Um dos alunos voluntaria-se para fazer a construção no QI, só que não obedece a algumas condições pedidas, foram trocados os nomes dos vértices C e B, com a reclamação dos colegas, rapidamente altera fazendo as adaptações que considerou necessárias (figura 14).

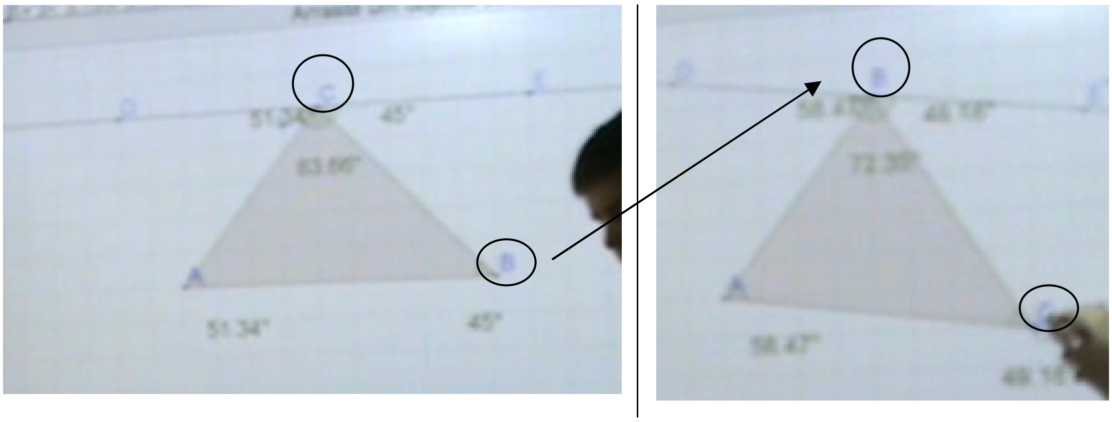


Figura 14. Alteração da construção

Com base na construção do QI e nos resultados obtidos pelos vários grupos destaca-se este momento de discussão.

Prof: Vamos então discutir a relação entre os ângulos ABD e ABC.
Heitor: Acho que são iguais.
Prof: Porquê?
Heitor: Porque são ângulos alternos internos.
José: Diz Ricardo, o que nós escrevemos, é diferente (incentivando o colega a participar).
Ricardo: Porque são ângulos compreendidos entre lados de rectas paralelas.
Prof: Concordam com os colegas?
Dinis: Sim, é a mesma coisa.
Prof: Então se continuarmos a mover os vértices as relações mantêm-se?
Luís: Sim,... todos temos valores diferentes e esses ângulos são iguais.
Flávio: Tens razão Luís.
Tomás: Há sempre dois valores que vão ficar iguais (referindo-se aos dois pares de ângulos).
Prof: Mas mantêm-se porquê?
José: Porque são paralelas.

Prof: A recta DE e AC são paralelas, queres tu dizer. E se não fossem paralelas?

Vários alunos: Os valores iriam ser diferentes.

José: Oh Stôra, mas era só os dos ângulos externos.

Prof: O que é um ângulo externo?

José: São os ângulos que não se medem dentro do triângulo.

Heitor: Eu sei... Stôra,

José interrompendo o Heitor: É o ABD e o CBE.

Heitor: Mas eu ia dizer o que tem vértice em A e do lado de fora do triângulo, também é externo, não é?

(Perante a situação gerada, alguns alunos a dizer sim e outros a dizer não e ainda acrescentarem mais exemplos de ângulos externos a professora intervém)

Prof: Não vou dizer o que é um ângulo externo, porque é precisamente o que vamos falar na próxima tarefa, no entanto será o vosso trabalho para casa, descobrir o que é um ângulo externo de um triângulo.

[Aula5, 20/01/2010]

Episódio H

Numa das alíneas da tarefa propunha-se o cálculo de quatro somas envolvendo as amplitudes dos ângulos da figura construída. Voluntariaram-se quatro alunos para apresentar o raciocínio e resultado de cada uma dessas somas e com base na figura já construída no QI (figura 14), mas após alguns ajustes (formatação com zero casas decimais e o mais parecida com a do enunciado) obteve-se os valores exibidos na figura 15.

I $\angle ABD + \angle ABC + \angle CBE =$ ....

II. $\angle BAC + \angle ABC + \angle CBE =$ ....

III. $\angle ABD + \angle ABC + \angle BCA =$ ....

IV. $\angle BAC + \angle ABC + \angle BCA =$ ....

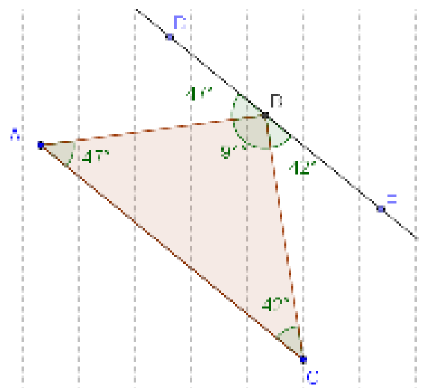


Figura 15. Cálculo das somas com base na construção

Berta foi a segunda desses alunos, mas ao substituir os ângulos pedidos na soma II, pelos valores correspondentes, não o faz correctamente o que chamou de imediato a atenção dos colegas e pediram-lhe explicações pelo sucedido.

Alunos: Quem é o 47°?
Berta: É o BAC.
Alunos: E o 42°?
Berta: É o ABC.
Prof: O ABC deu 42°?
Berta: Estava a ver por ali... (gesticulando para a figura do QI).
José: Deves ter calculado o CBE...ou o EBC, tanto faz.
Heitor: O CBA não é (comenta para afirmar que o ABC não era 42°).
Prof: Berta, explica como fazes a leitura do ângulo BAC.
(Berta assinala correctamente o ângulo como se vê na sequência de imagens da figura 16)

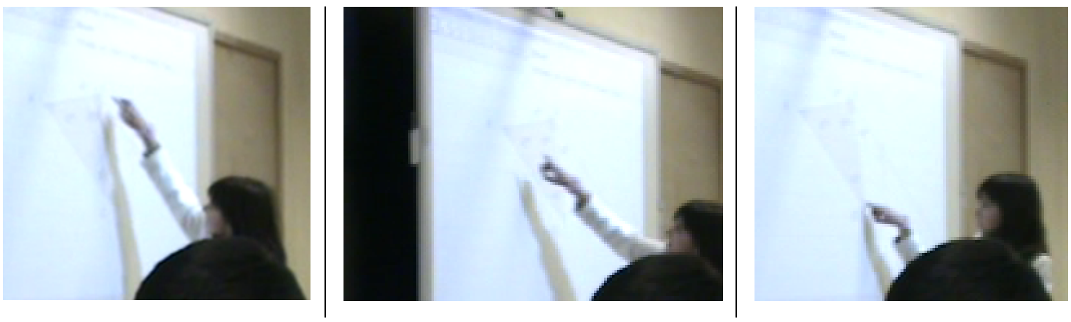


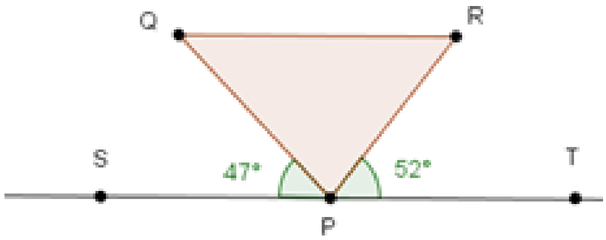
Figura 16. Berta a assinalar o ângulo BAC

Berta: B... A... C.
Prof: E qual o valor da sua amplitude?
Berta: 42°.
Tomás: Foi o que eu estava a dizer... ela não sabe que A é o centro.
José: Pois. A letra do meio é o vértice. Tu pensavas que era a última.
Berta: Ah. Então o BAC é 47°, o ABC é ... 91°.

[Aula5, 20/01/2010]

Episódio I

Realizar as tarefas e depois discutir resultados e conclusões alcançadas, já se tornou um procedimento rotineiro para muitos alunos deste grupo de estudo, mas os rapazes revelam-se mais impulsivos do que as raparigas, participando com mais frequência nos diálogos. A professora intervém várias vezes nesta discussão com o objectivo de proporcionar e incentivar as raparigas à participação e incluí-las neste diálogo que teve por base a figura 17.



" Sabendo estes dois também sei as amplitudes de cada um dos ângulos internos do triângulo ".

Figura 17. Situação em discussão, questão 3 da tarefa (anexo 7)

Prof: Então a Ana, do enunciado, refere que sabendo estes dois, também sabe os outros ângulos? É verdade? Mariana, é verdade?

Mas respondem vários alunos ao mesmo tempo a concordarem com Ana e José antecipam a justificação: Nós, como as rectas são perpendiculares (emendando o erro),... paralelas, sabemos logo aqueles dois de cima, o PQR que é 47° e o QRP...

Prof: Porque é que estes ângulos têm a mesma amplitude? (apontando para SPQ e PQR e para não haver dúvidas perante o erro de José).

João: Porque as rectas são perpendiculares.

Prof: Porque são perpendiculares? Diga Sara.

Sara: Porque são paralelas.

Prof: O que se pode afirmar de TPR, Sandra?

Sandra: Também é igual a QRP.

Sara: A 52°.

Prof: Ana, diga agora como chegamos ao QPR.

Heitor, resmunga: Oh, Stôra era eu agora... também quero responder.

Sandra intervém em vez de Ana: Subtraímos o 52° e 47°.

Prof: Vamos subtrair o 52° ao 47°?

Sandra: Não, não é isso.

Tomás: Dá 5°.

Heitor: Nós temos que fazer assim, temos que somar o 47° mais 52° e depois vamos a 180° e retirar o que dá.

Prof: Porque é que vamos ao 180°?

Vários alunos e o Heitor: Porque 180° é o ângulo raso,... ninguém me deixa falar.

Samuel: Porque 180° é o ângulo SPT.

João: Não é nada.
Paulo: Não!
Muitos alunos: É, claro que é,...
Prof: E o SPT vai ser igual a.... (apontando para os ângulos da figura).
Vários alunos completam: SPQ, mais o QPR e mais o RPT.
Prof: Então, será que Ana tinha razão? Sabendo aqueles, também sabe os outros?
Muitos alunos: Sim.
Tomás: Depende se as rectas não forem paralelas...
Prof: Se as rectas não forem paralelas não tem razão? Porquê?
Samuel: Porque os ângulos entre as rectas já não vão ser iguais e já não podemos ter as mesmas conclusões.

[Aula5, 20/01/2010]

Identificação das categorias de análise nos episódios G, H e I.

Respostas

É possível ver novamente, no episódio H, Berta numa situação análoga à do episódio A. Após uma intervenção sua, os colegas e a professora apercebem-se de que ela não faz uma leitura correcta dos valores das amplitudes dos ângulos. Apesar de ter alcançado as mesmas conclusões que os colegas e visualmente conseguir transmitir o seu raciocínio, através do assinalar na figura, é um facto que ainda não relacionava a representação simbólica de um ângulo quando representado por 3 letras. Esta situação reforça a importância dos alunos exporem as suas formas de pensar e mostra que é uma forma de ultrapassar mal entendidos, consolidar conceitos e a possibilidade de os aprender correctamente.

José para justificar uma resposta dada, no episódio G, menciona "ângulos externos", além de ter despertado o interesse nos colegas por um conceito ainda não falado, revelou uma necessidade de ampliar o seu conhecimento matemático. Tratando-se de um assunto novo e atendendo à prontidão das possíveis definições dadas pelos alunos, permitiu uma predisposição natural para aprender.

Explicitações de pensamentos ou raciocínios

No grupo turma, os rapazes estão a revelar um maior envolvimento nas discussões colectivas, a intervenção da professora, por vezes, tem por objectivo o incluir as raparigas no diálogo solicitando-as a opinar sobre os assuntos em discussão, mas os rapazes teimam em dominar a discussão. Esta situação é ilustrada no episódio I, vários alunos intervirem em simultâneo, quer a responder a questões colocadas pela professora, quer a completar as intervenções dos colegas, o que permite deduzir que se sentem num ambiente favorável a esse acto, revelando compreensão pela tarefa proposta. Mais uma vez, a exposição dos raciocínios na discussão colectiva, levou os alunos a concordarem ou a discordarem das explicações dadas, expondo formas diferentes de realizarem um procedimento e criou oportunidades para se ajudarem, como por exemplo quando a Sandra apenas diz que "subtraímos o 52° e 47°", dá a entender a alguns colegas que faz a diferença entre esses dois valores. Mas Heitor, intervém a seu favor, substituindo o subtrair por somar esses valores e depois calcular a diferença entre o ângulo raso e o resultado da soma. Sandra reconheceu, escrevendo no seu caderno, que fez o mesmo raciocínio usando um procedimento diferente, apenas não completou a frase "subtraímos o 52° e 47°" ao ângulo raso, mas reservada como é não foi capaz de divulgar aos colegas esse facto, mostrando-o posteriormente à professora.

Dificuldades sentidas pelos alunos

Os alunos ao explicarem, revelam dificuldade em associarem uma das três letras, que simboliza um ângulo, ao vértice de um triângulo e ao valor da sua amplitude. Esta dificuldade é mais comum do que o desejado a este nível de escolaridade. Ao longo dos momentos de realização das outras tarefas ela foi detectada em outros alunos, oportunamente foi esclarecida com a ajuda dos colegas de grupo ou com a professora. No entanto nunca tinha sido motivo de discussão até agora, discutir em grupo turma permitiu alcançar outros alunos que tivessem a mesma dificuldade, que como Berta, ainda não tinham tido oportunidade de expressá-la e deste modo permitir que a ultrapassassem. Importa destacar aquilo que foi registado em notas de campo pela investigadora em relação a este assunto.

> Sempre que lecciono o sétimo ano, observo que existem alunos que não sabem identificar um ângulo de um triângulo, definido por três letras, há sempre quem considere que a primeira letra é o vértice, ou a última, associando o valor junto a ela. Mas só acontece quando é um triângulo, será que é por envolver as letras dos três vértices? Este grupo turma não foi excepção.
>
> [Notas de campo, 21/01/2010]

Utilização de tecnologia na explicitação dos pensamentos ou raciocínios

O uso da tecnologia permitiu uma construção rigorosa da figura, base de toda a tarefa desta secção. Ao serem reproduzidos os passos da construção da figura no QI, repercutiu a cumplicidade e o consenso dos raciocínios realizados aquando da resolução da tarefa no computador. Deste modo, possibilitou uma resposta mais rápida às questões propostas, apesar de cada grupo exibir valores diferentes, estes conduziram às mesmas conclusões, como confirma a intervenção de Luís no episódio G: "todos temos valores diferentes e esses ângulos são iguais". De facto, ao utilizar o geogebra quer durante a resolução no computador, quer durante a apresentação e discussão no QI, resultou numa melhor compreensão dos resultados obtidos e estimulou a construção de novo conhecimento, a noção de ângulo externo (episódio G), reforçando a ideia que quando os alunos se envolvem na sua aprendizagem, maior é a predisposição para adquirir novas ideias matemáticas.

4.5. Tarefa quatro - Ângulos externos de um triângulo

A tarefa (anexo 8) foi repartida por três grupos de questões, entregues separadamente, o que originou três momentos de apresentação e distribuição do enunciado. O primeiro grupo de questões, relacionou-se com a procura da definição de um ângulo externo de um triângulo e como determiná-lo. O segundo, conhecidas duas definições de ângulo externo de um triângulo, qual a mais vantajosa e porquê? Finalmente o terceiro, pretendia-se conjecturar possíveis relações entre os ângulos externos e internos de um triângulo. Assim, a apresentação e a discussão dos resultados obtidos realizaram-se também em três momentos. Nos grupos de questões 1 e 3, foi após a sua realização, no segundo grupo de questões, foi durante a sua realização. Os alunos resolveram a tarefa aos pares, uns recorreram ao transferidor e outros recorreram ao computador que trouxeram de casa (por questões logísticas não foi possível a requisição dos portáteis da escola nesse dia). No entanto, durante a discussão dos resultados da tarefa recorreu-se sempre às construções feitas usando o geogebra no QI.

Nesta tarefa foram seleccionados os episódios J, K e L, dizendo respeito a cada grupo de questões da tarefa. Donde no J, destaca-se um diálogo entre um aluno e a professora, quando este procura uma definição de ângulo externo. O episódio K surge a discussão em torno das opiniões dos alunos sobre as duas definições dadas e as vantagens do uso de cada uma.

Explicar as relações que emergiram entre os ângulos internos e externos, será a base do episódio L.

Apresentação dos episódios

Episódio J

José é um dos alunos que mais intervem nas discussões, como foi possível verificar pelos episódios anteriores. José revela muito interesse pelos assuntos abordados e é bastante empenhado na resolução das tarefas na sala de aula. Nesta tarefa, a sua colega de carteira faltou à aula e encontrava-se a resolvê-la sozinho. Várias vezes chamou a professora porque sentia a necessidade de partilhar o seu raciocínio. Este episódio relata momentos desse diálogo que inicia com base na figura 18, que mostra a construção realizada pelo aluno no geogebra.

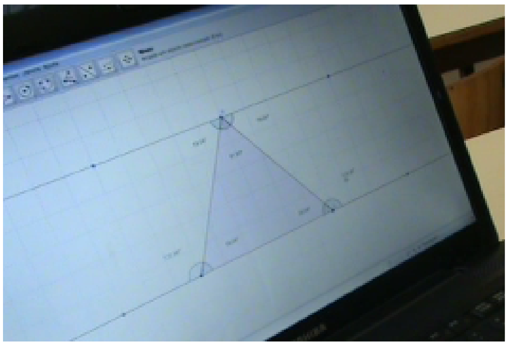


Figura 18. Construção de José para definir ângulo externo e calcular a sua amplitude

José desenhou o triângulo nas condições da tarefa anterior, descrita em 4.4 e como mostra na figura 18, apesar de só ser pedido para construir um triângulo e calcular as amplitudes dos seus ângulos externos.

José: Stôra, vê como tem quatro (apontando para a figura no ecrã do portátil)
Prof: No vértice B, achas que tem dois ângulos externos, é isso?
José: Aqui no ponto B, tem um de cada lado.
Prof: Sim, no vértice B. Mas, achas que tens dois ângulos externos? (insiste na questão).
José: Não, não pode.
Prof: Porquê?
José: Porque é só um ponto!
Prof: O que vais fazer para saber o ângulo externo em B e qual o seu valor?
José: Ainda não sei.

Prof: Pensa mais um bocadinho,... como poderás calcular esse ângulo externo?

Passado algum tempo, a professora regressa: Então, já descobriste?

José: Eu acho que só tem um ponto B, como é só um vértice, só tem um ângulo. Um vértice só pode ter um ângulo.

Prof: Então o que vais fazer com aqueles dois? O que é que está lá que te dá dois ângulos em vez de um?

José: É a recta paralela.

Prof: Então o que vais fazer?

José: Tirar a recta paralela.

Prof: Tirando a recta paralela, vais fazer o quê, para determinar o ângulo?

José: Não sei...

Prof: Deixo-te a pensar o que fazer.

Depois de algum tempo, a professora regressa e repara que o José alterou a construção: Mudaste a tua construção? Tiraste as rectas? O que te levou a fazer desta forma?

José: Como não pedia rectas paralelas eu pensei que podia tirá-las, mas está certo? Era isto que tinha que fazer? (figura 19)

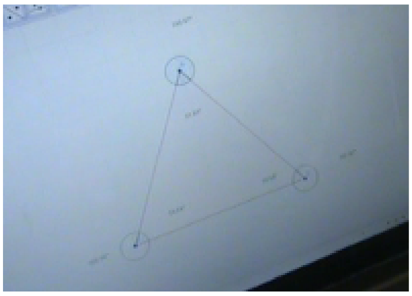


Figura 19. 2ªConstrução de José

Prof: Qual é a tua noção de ângulo externo de um triângulo?

José: É um ângulo que está fora do triângulo.

Prof: Qual é a diferença entre o que fizeste anteriormente? Não era um ângulo externo?

José: Era, só que estava em dois.

[Aula6, 25/01/2010]

Episódio K

Após a apresentação das duas definições (figura 20) de ângulo externo, os alunos discutem as possíveis diferenças e procuram explicações para usar cada uma delas.

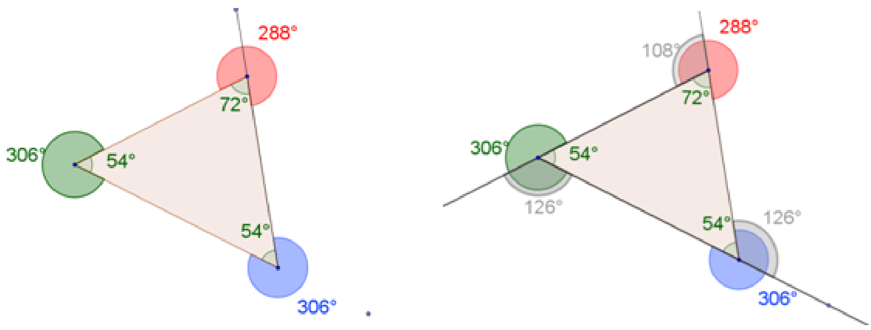
Figura 20. Questão 2 – Definições de ângulo externo apresentadas

Foram muitos os alunos que se manifestaram em relação à preferência pela definição 2, alegando que era a melhor noção de ângulo externo do triângulo, o que dificultou a procura de vantagens do uso da definição 1. Foi necessário, para facilitar essa procura, pedir que calculassem a soma das amplitudes dos três ângulos externos do triângulo, para cada uma das definições e depois as comparassem. O diálogo que se segue retrata este cenário.

José: A definição 1 tem uma recta que limita o ângulo.
Samuel: Eu acho que sei. É que na definição 1, o ângulo parece interno.
Prof: Parece interno, Samuel? A quê?
Ricardo, o colega de trabalho de Samuel: Não. Se fosse interno tinha que estar dentro do triângulo.
Prof : E acham que aquele ângulo está dentro?
Ricardo e Samuel: Não.
José: Eu acho que são iguais, não existem diferenças. Já fiz pela definição 1 e o ângulo dá-me 80,54° e pela definição 2 dá 260,54°.
Prof: Obtiveste valores diferentes e achas que são iguais?
José: Sim o outro dá sempre mais meia volta.
Berta: Para medir com o transferidor é mais fácil a definição 1.
(A aula terminou e foi solicitado aos alunos que pensassem nesta questão, uma vez que seria retomada no inicio da aula seguinte)

[Aula6, 25/01/2010]

Para que o objectivo deste grupo de questões fosse alcançado mais rapidamente e de certa forma compensar o diálogo interrompido, a professora no inicio da aula seguinte, apresentou no QI a construção de um triângulo e as medições dos ângulos externos com ambas as definições (figura 21), exibindo primeiro a definição 2 e depois a 1, com o uso da ferramenta “exibir” do geogebra, apareceria em simultâneo e foi retomado o diálogo iniciado na aula anterior.



Definição 2 | Definição 1 e 2 em simultâneo

Figura 21. Ângulos externos e definições 1 e 2

As medidas das amplitudes dos ângulos externos de dois triângulos distintos, foram registadas numa tabela construída para o efeito no quadro preto, por Heitor, aluno que se voluntariou para apresentar e explicar os resultados.

Heitor: Posso ir eu ao QI, usar aquele, não é?

Prof: Explique como fez (uma vez que já se encontrava a registar os valores no quadro).

Heitor: Eu coloquei aqui os ângulos externos (apontando para a coluna da definição 2), agora, vou fazer o mesmo com a definição 1.

Flávio: Oh Stôra está bem a definição dois e um? (Questionando se os valores escritos por Heitor estavam correctos).

José responde a Flávio: Claro que está, olha para o QI e vê! (Achando estranha a reacção de Flávio)

Raul: Dá metade (comentando os resultados obtidos pela soma das colunas preenchidas).

Tomás: Não, não estás a ver bem.

Heitor: Então não dá, faz a conta.

Prof: Vamos prosseguir, vamos acrescentar mais dados, mexe um dos vértices para obter outro triângulo.

(Heitor executa a instrução e regista os novos valores obtidos no quadro preto, figura 22)

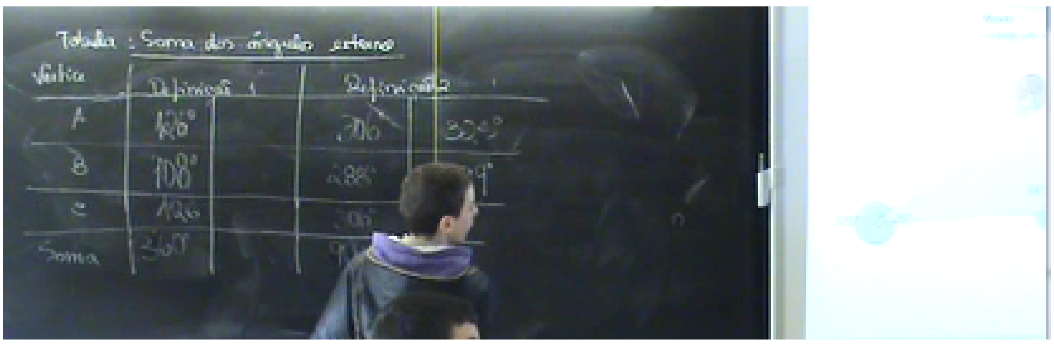


Figura 22. Registo das amplitudes dos ângulos externos na tabela do quadro com base na construção do QI

Heitor: A soma vai dar o mesmo,... pela definição 2 dá 900º e pela definição 1 dá 360º.

Prof: E vocês acham que uma é metade da outra? E qual a diferença entre as duas?

Vários alunos: Não é metade, metade é 450º, não é 360º.

José: Mas eu percebi, a metade,... quer dizer que a recta vai tirar 180º ao ângulo giro, por isso estamos a tirar metade na definição 1.

Heitor: Eu também não sei explicar... mas é isso.

Prof: Raul quer explicar, uma vez que também disse que era metade ou ficaram satisfeitos com a justificação do José? (dirigindo-se para toda a turma).

Sandra: Eu não percebi nada, que metade?

Hugo: É muita confusão.

Raul: Vou tentar explicar. Na definição 1, quando calculamos o ângulo externo não pode dar mais de 180º, por causa da recta, então é metade do valor do ângulo giro da definição 2.

Sandra: Então porque na soma não dá metade?

José: Eu estive a pensar nisso... e conclui que tiras a cada ângulo 180º, por causa da recta, fazes isso três vezes, então tiras 540º.

Heitor: Pois e se tirarmos a 900º os 540º dá.... (fazendo os cálculos no quadro) 360º.

Sandra: Agora estou a ver isso no QI, tirou-se mesmo 180º a cada ângulo.

(Muitos alunos começaram a comentar e a ver o mesmo que a Sandra na figura)

Prof: Ok, todos entenderam que na definição 1 a soma dá 360º e na definição 2 dá 900º, e as vantagens, já alguém pensou nisso?

Berta: Eu já tinha dito na aula anterior, é mais fácil usar o transferidor na definição 1.

Ana: Depende se fizeres o ângulo externo à custa do interno, é fácil também na 2.

José: Está difícil,... eu até gosto mais da definição 2.

Vários alunos: Eu também.

Flávio: Eu acho que sei uma razão, é que o valor 360º é um valor conhecido e o 900º não.

Vários alunos: O quê? Ah.

Prof: Queres explicar melhor?

Flávio: Nas figuras que nós temos feito aparece mais vezes o 180º e é mais fácil trabalhar com valores pequenos.

José: Tu és esperto Flávio, eu já entendi.

Heitor, Samuel e Tomás: Eu também.

Berta: Então expliquem que eu ainda não entendi.

José: Posso... Tu ouves falar no 360º, sabes o que quer dizer?

Berta: É um ângulo giro!

José: Pois. Ouves o 900º, não te diz nada, daí ser mais fácil usar o 360º, já te diz qualquer coisa.

Prof: E agora qual das duas definições preferem usar?

Muitos alunos: A definição 2.

[Aula 7, 27/01/2010]

Episódio L

José é convidado, pela professora, a conduzir a apresentação e discussão do grupo 3 de questões com os colegas. A sua escolha teve em conta a sua predisposição para colaborar, a qual foi logo comprovada ao aceitar com agrado o desafio que lhe era proposto de uma forma inesperada.

Prof: Antes de começarmos, vamos resumir o que já sabemos das resoluções anteriores. Podemos começar pelas somas das amplitudes dos ângulos internos e dos externos.

Samuel: A soma dos internos é 180° e a dos externos é 360°.

José: Se for pela definição 1, senão é 900°.

Heitor: O externo e o interno também podem ser suplementares.

Prof: Quando é que acontece?

Raul: Quando se usa a definição 1, são suplementares.

(A professora neste momento convida José para tomar o lugar dela na discussão com os colegas. José surpreendido, mas contente, aceita o convite e retoma o diálogo com os colegas e alguns deles tratavam-no por professor).

José: Podes ler a questão João?

O João leu: A Ana chegou à conclusão que podia relacionar dois ângulos internos com um externo. O António chegou à conclusão que podia relacionar um ângulo interno e um externo. Concordas com eles? Será que as conclusões a que chegaram são válidas? Porquê?

Hugo: Agora o Sr. Professor tem que explicar! (referindo-se ao José)

José: Eu, não. Alguém quer explicar?

(Vários alunos com o dedo no ar pedindo para intervir e um deles era o Hugo).

José: Responde o Hugo, então.

Hugo: Concordo com eles.

José: Mas diz porquê?

Hugo: Eu sei... mas não sei explicar.

João: O que quer dizer com relacionar? Relacionar como?

José: Por exemplo, tens dois ângulos, tens que dizer se são iguais, ou...

Ana interrompe: Ou se tem alguma coisa a ver um com outro.

José: Já percebeste?

João: Sim e até já sei uma relação entre eles.

José: Vai explicar João o que sabes (pedindo para se levantar e ir ao QI).

João: A soma destes dois ângulos internos é igual a este ângulo externo (apontando para os ângulos que referiu e fazendo o cálculo da soma, na imagem da esquerda da figura 23)

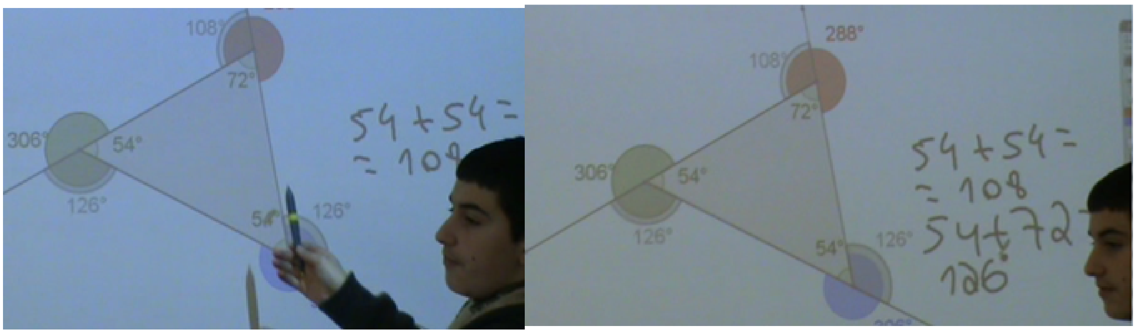


Figura 23. Explicação de João

João: 54° com 54° vai dar o 108°. Acontece o mesmo para 54° e 72° que dá 126°.

(Vários alunos manifestam-se concordando com os argumentos de João).

José: O que estás a tentar dizer é que nós podemos relacionar dois ângulos internos com um externo?

João: Sim. O António está mal, a Ana é que está bem.

José: Não, O António também está bem.

João: Ainda não cheguei lá... tenho que pensar.

José para a turma e apontando para a resolução de João no QI: Entenderam esta relação?

Lúcia: Eu não percebi.

Sílvia: O Professor pode explicar melhor?

José: Se nós juntarmos os ângulos 54° e 72° vai dar 126°?

Ricardo: Qual 54°? Há dois. É qualquer um?

José: Não é nada.

Luís: Não é qualquer um.

Lúcia: Ande lá professor, continue.

José: Agora também estou um bocadinho confuso... mas reparem,... como faço isso agora?

Prof: Posso dar uma sugestão? Abre o geogebra e move um dos vértices para obteres ângulos diferentes, pode ajudar a esclarecer. (Vendo a aflição do aluno a professora intervém).

José: Sim Stôra, estava a ficar aflito.

José: Pronto, como podem ver estes dois internos, juntinhos, a soma, dá o outro externo (figura 24)

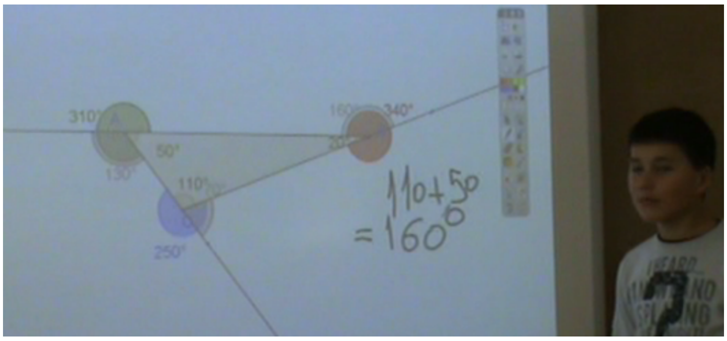


Figura 24. A explicação de José

Vários alunos: Ah, agora sim percebi.

José: Vamos discutir agora o que diz o António. Já foi falado nas aulas essa relação.

O ângulo externo é a diferença entre o ângulo 360° e o interno, reparem, 360° menos 50° dá o 310°.

Sara: Porque é que tem que ser o 360°?

Samuel: Sim, porquê? Não estamos com a definição 1?

José: Vamos pelo ângulo raso, logo seria a diferença entre o 180° e o interno para dar o externo (figura 25), ou ao contrário.

Lúcia: Ao contrário?

José. Sim, se quiseres o interno a 180° tiras o externo.

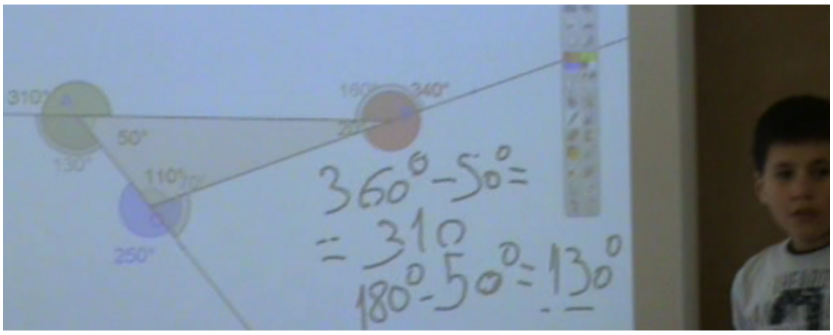


Figura 25. Outra explicação de José

Identificação das categorias de análise nos episódios J, K e L.

Respostas

As respostas de José, ao longo do episódio J, revelavam que tinha uma noção correcta do que é um ângulo externo, no entanto mostrava-se confuso ao observar aquela divisão do ângulo na sua construção (figura 26). Apesar de ser incentivado a continuar, após algum tempo, contorna o problema fazendo outra construção (figura 26), com a qual expôs os seus raciocínios e resolveu a questão.

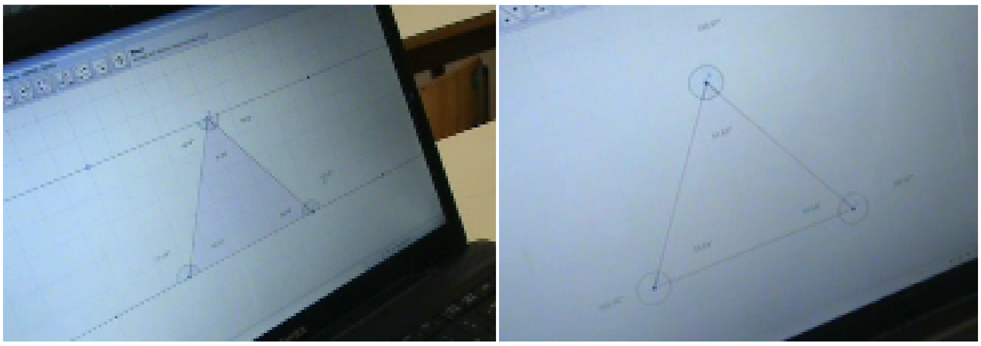


Figura 26. 1ª e 2ª construção de José

Mesmo assim, quando questionado se na primeira construção se tratava ou não de um ângulo externo, afirma que sim mas que "estava em dois", reconhecendo que era outra forma de o ver. No entanto houve necessidade de legitimar que o seu raciocínio não estava errado, a sua intuição dizia-lhe que não podia ter "dois ângulos externos para o mesmo ângulo", o que ele não pensou é que "aqueles dois" podiam formar um só.

Ao clarificar as suas ideias, José compreendeu melhor as questões seguintes e revelou-se ainda mais confiante nos seus raciocínios. Por exemplo, a sua contestação firme à afirmação: "o António está mal, a Ana está bem", proferida por João (no episódio L), provocou neste uma reacção positiva, no sentido em que o incentivou à reflexão e a repensar o seu raciocínio, ao ouvi-lo a afirmar que ambas as conclusões, a da Ana e a do António, estavam correctas.

Explicitações de pensamentos ou raciocínios

A explicitação de ideias está bem presente em todos os episódios desta tarefa. No episódio J, José é incentivado a pensar, a partir da sua resposta, para dar o passo seguinte. A particularidade do episódio K, deve-se às duas fases da discussão, fim de uma aula e inicio de outra. Na primeira fase destacam-se dois cenários distintos de acordo com o instrumento utilizado para resolver a questão, ou seja, os alunos que usavam o programa de geometria dinâmica mostraram-se mais activos e empenhados na resolução, procurando explicações e descobrindo uma forma de evidenciar as diferenças e vantagens das duas definições de ângulo externo. Já não se passava o mesmo nos que resolviam com o transferidor, praticamente desistiram por acharem o processo moroso. A segunda fase, diz respeito à discussão e apresentação dos resultados, na qual se observou um envolvimento crescente dos alunos, independentemente da forma utilizada na resolução da questão.

Durante essa discussão foi possível verificar que a maioria dos alunos tinha dificuldade em desligar-se de uma das definições (definição 2), sendo necessário dar mais indicações e até valorizar certos pormenores para que a ultrapassassem. No entanto contestavam todos os argumentos que pudessem favorecer a definição 1 demonstrando claramente a sua preferência pela definição 2. Como por exemplo, "na definição 1 é mais fácil usar o transferidor", ao que respondiam, "nem por isso, basta determinar a diferença entre o ângulo giro e o interno" (figura 27).

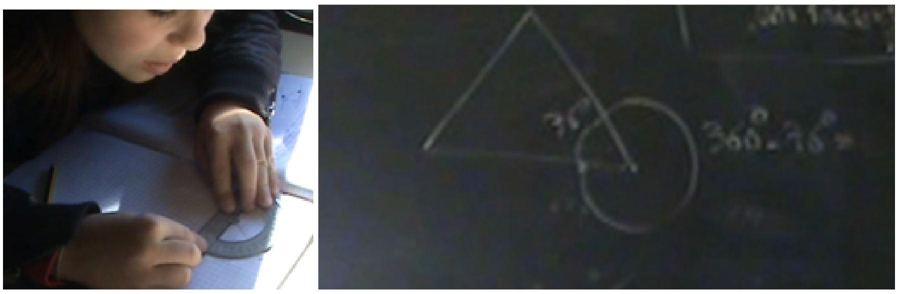


Figura 27. Sara a usar o transferidor para calcular a amplitude do ângulo externo e a sua explicação no quadro.

Por fim, no episódio L, José revelou-se à vontade no seu papel de "professor" a conduzir a discussão, existindo uma cumplicidade entre ele e os colegas. José incentivou-os a participarem, redizendo algumas das suas afirmações, completando alguns dos seus raciocínios e prestando esclarecimentos aos colegas que o solicitavam. Os colegas colaboraram activamente, interagindo de uma forma construtiva, questionando afirmações e justificando outras, procurando em conjunto o conhecimento matemático a retirar desta questão. Esta dinâmica favoreceu e toda a discussão em torno do assunto abordado, também a reacção do grupo turma a esta metodologia foi muito favorável, o que fez com que a professora a adoptasse com frequência na sala de aula. Importa destacar aquilo que foi registado em notas de campo pela investigadora sobre este mesmo assunto.

> Foi uma boa decisão, o José estava à vontade no seu papel, os colegas participaram e concentraram-se mais na discussão e houve mais alunos a intervir. Questionaram, explicaram e até as raparigas participaram mais!
>
> [Notas de campo, 27/01/2010]

Ao longo desta tarefa foi possível verificar que muitos alunos desenvolveram as suas capacidades de comunicar na sala de aula, as respostas dadas são mais completas e explicam de forma mais perceptível quando questionados. Nota-se uma evolução dos alunos, uma vez que, já se envolvem de forma voluntária na discussão, acrescentando contribuições significativas e favorecendo a aquisição de conhecimento matemático do grupo turma.

Utilização de tecnologia na explicitação dos pensamentos ou raciocínios

A tecnologia nesta tarefa mostrou-se um elemento essencial para se atingir os fins para a qual foi proposta. Na figura 28 pode-se observar algumas construções dos alunos que usaram o geogebra e uma tabela com o registo dos valores das amplitudes dos ângulos externos de cada triângulo, que obtinham sempre que "arrastavam" um vértice e calculavam a respectiva soma.

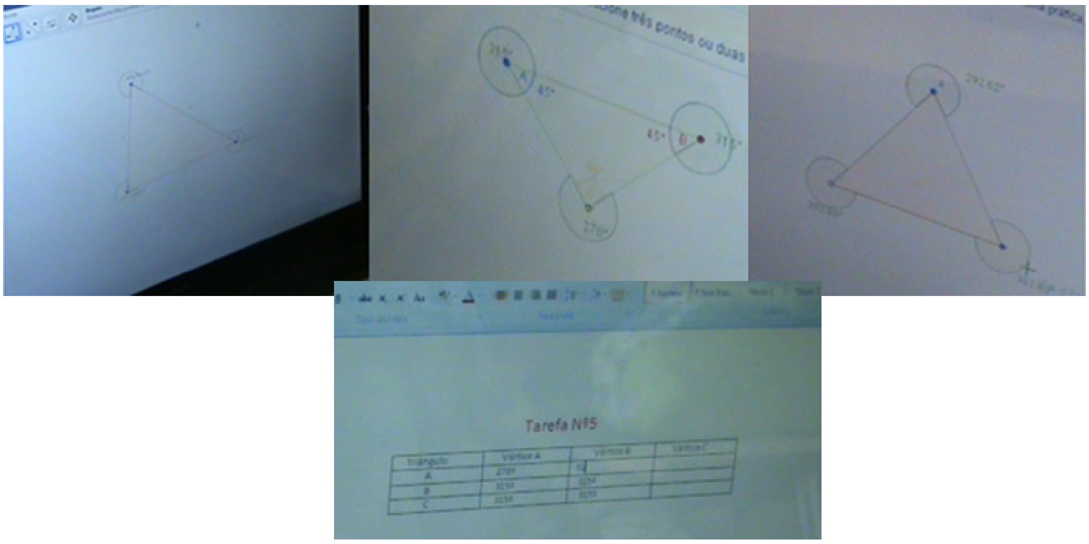


Figura 28. Resoluções dos alunos

Apenas José estava a utilizar um processo diferente para calcular o ângulo externo, no entanto, como já foi referido, optou por desistir do seu processo e fazer como os restantes colegas utilizando a definição 2. Até os pares de alunos que usaram o transferidor optaram por determinar a amplitude do ângulo externo segundo essa definição, fazendo a diferença entre o ângulo giro e o ângulo interno do triângulo construído. Uma aluna, Sara, posteriormente explicou o porquê do uso dessa estratégia no quadro, aos colegas que usaram o computador (como mostra na figura 27), alegando que foi a forma de contornar a dificuldade de medir ângulos superiores a 180° com o transferidor. De facto era visível a dinâmica dos pares que resolviam a questão com o geogebra e o desânimo dos que resolviam com o transferidor, alguns deles optaram por esperar pela discussão dos resultados.

O Raúl voluntaria-se para ir ao QI construir um triângulo, medir as amplitudes dos ângulos externos e mostrar que a soma era igual a 900°. Mas debateu-se com uma dificuldade, sempre que determinava a amplitude de um ângulo externo, "arrastava" os vértices do triângulo, acabando por mudar várias vezes os valores já determinados. Posteriormente calculou a soma no quadro (figura 29).

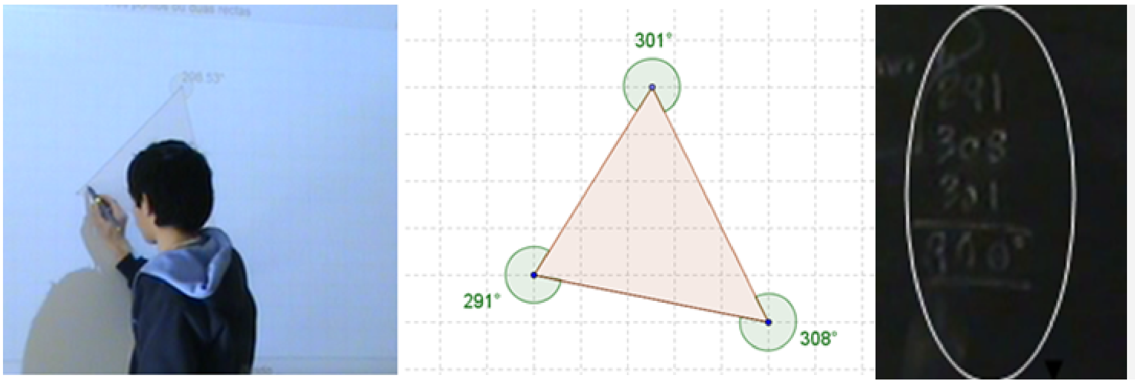


Figura 29. Construção de Raul no QI, durante e final.

Foi evidente a vantagem de usar as duas definições em simultâneo no QI (figura 21 e 30), facilitou a comparação e ajudou os alunos a encontrar respostas, como se verifica na segunda fase da discussão do episódio K.

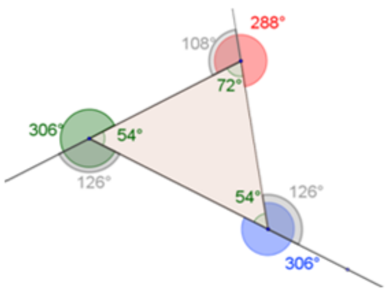


Figura 30. As duas definições de ângulo externo em simultâneo no QI

Também sucedeu o mesmo na situação que originou o episódio L, sempre usando o geogebra no QI, João, José e outros colegas expuseram os seus pontos de vista sobre as possíveis relações entre os ângulos internos e externos, segundo as duas definições de ângulo externo representadas na figura e em simultâneo, como se ilustra na figura 31.

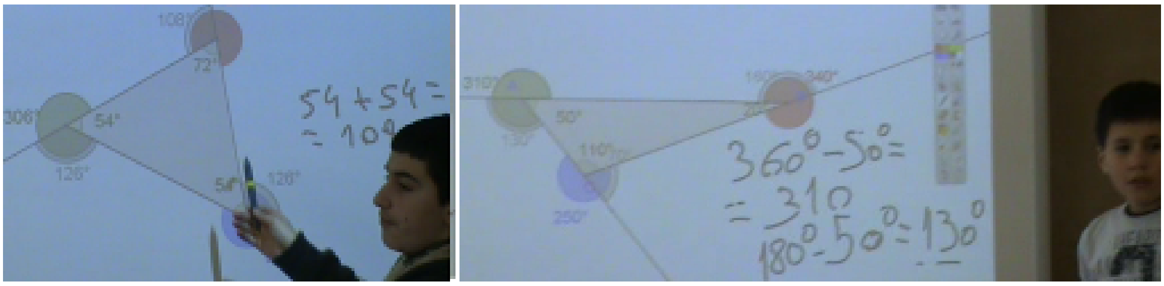


Figura 31. Exposição do João e do José no QI

4.6. Sinopse cruzada dos resultados e categorias de análise.

Todos estes episódios apresentados nas secções anteriores, retratam as várias categorias de análise com que se identificou este estudo. No quadro 2, mostra-se a distribuição dos episódios pelas tarefas e identifica-se as categorias de análise em que se enquadram.

Quadro 2. Distribuição dos episódios pelas categorias de análise

Tarefas	**Categorias de análise**			
	(1) Respostas	(2) Explicitações de pensamentos ou raciocínios	(3) Dificuldades sentidas pelos alunos	(4) Utilização de tecnologia ...
Tarefa um	Episódio A	Episódio B Episódio C	Episódio A	Episódio A Episódio B Episódio C
Tarefa dois Ângulos internos de um triângulo (Parte 1)		Episódio D Episódio F	Episódio D Episódio E Episódio F	Episódio D Episódio F
Tarefa três Ângulos internos de um triângulo (Parte 2)	Episódio G Episódio H	Episódio I	Episódio H	Episódio G
Tarefa quatro Ângulos externos de um triângulo	Episódio J Episódio L	Episódio J Episódio K Episódio L		Episódio J Episódio K Episódio L

A compreensão da natureza da discussão na sala de aula e a identificação de elementos nas interacções originadas pela dinâmica dessa mesma discussão, fizeram com que em alguns dos episódios se evidenciasse mais do que uma categoria de análise.

Para cada uma das categorias se fará uma síntese focando os aspectos essenciais dos episódios onde estas se identificaram. De certa forma, estes aspectos são elementos que contribuirão para dar resposta às questões de investigação formuladas.

Respostas

Os episódios, A, G, H, J e L, onde se destacou esta categoria de análise tiveram como origem a resposta dada por um aluno e as reacções ou consequências que esta provocou. Tanto no episódio A como no H, a resposta correcta dada por uma aluna não adivinhava uma linha de raciocínio não válida, as falhas e incorrecções no seu pensamento matemático foram detectadas através das justificações para fundamentar a sua resposta. Em relação aos episódios G e J, as respostas de um aluno revelavam uma intuição matemática favorável à situação, no entanto necessitavam de argumentos que as fundamentassem e procurou esclarecimentos e apoio no diálogo, quer com os colegas quer com a professora. Já no episódio L, a afirmação proferida por um aluno [12] fomentou uma reacção imediata de outro, tinha como objectivo mostrar-lhe que não estava na direcção certa. Esta reacção não só incentivou o colega a reflectir e a repensar o seu raciocínio, como posteriormente na discussão, vários alunos contribuíram com raciocínios válidos para a compreensão e sustentação da contestação.

Explicitações de pensamentos ou raciocínios

As características que enquadram os episódios B, C, D, F, I, J, K e L nesta categoria de análise, baseiam-se nas interacções que surgiram da necessidade que os alunos tiveram de explicar como se fez determinado raciocínio ou procedimento, da necessidade de procurar significados matemáticos para as situações apresentadas e da necessidade de compreender diferentes processos de resolução que culminam na mesma conclusão. Em todos eles se

[12] No episódio J, João afirma que se a Ana tem razão então o António não tem. Esta afirmação é contestada por José dizendo que o António também tem razão.

percorre um “caminho” que começa com o aluno a apresentar os seus resultados e acaba com a validação das conclusões alcançadas. O caminho é descrito pelo percurso das interacções realizadas durante a discussão, como se exemplifica no esquema da figura 32.

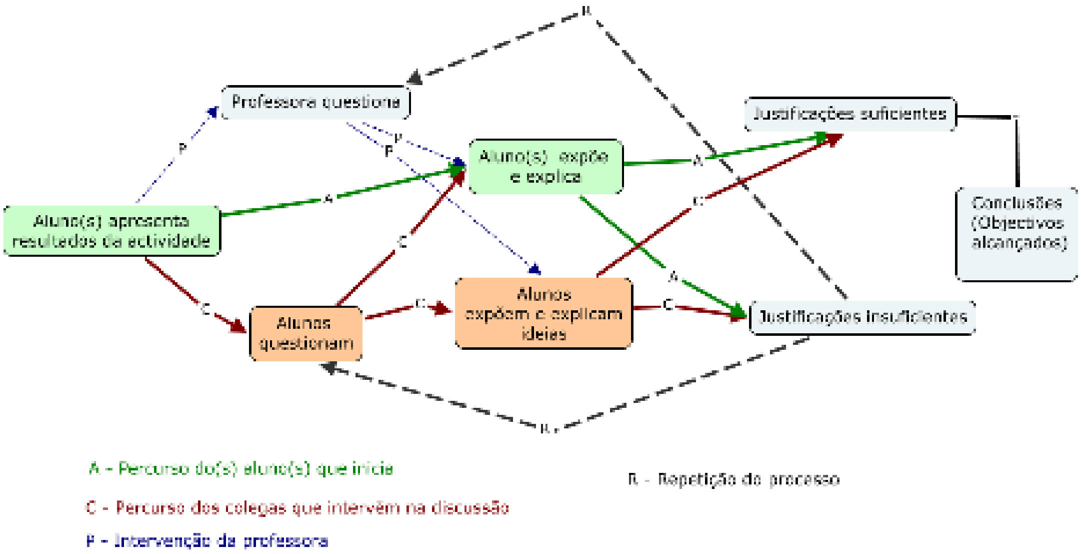


Figura 32. Esquema dos possíveis percursos das interacções realizadas

No esquema destacam-se quatro percursos, designados por A, C, P e R, vamos considerar o caminho simples se for caracterizado apenas por um deles e combinado se envolver mais do que um.

Apenas no episódio F se evidencia um caminho simples (figura. 33). O seu percurso retrata a situação onde um aluno, por iniciativa própria, explica a sua opinião sobre um resultado com que se deparou e os colegas reagem passivamente concordando com os argumentos por ele apresentados.

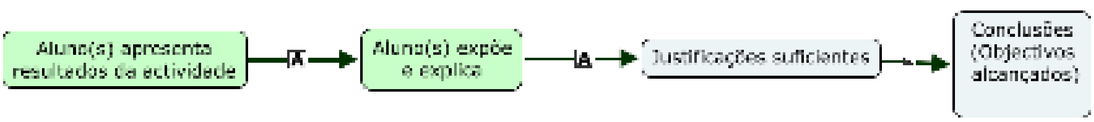


Figura 33. Caminho simples – percurso A - Episódio F

Já no episódio B existe um caminho, que apesar de ser combinado, é o mais simples. Este facto deve-se à situação por ele representada, isto é, uma aluna expõe a resolução e é questionada por outra colega, justifica o seu raciocínio, o qual é aceite pela colega e conclui (figura 34).

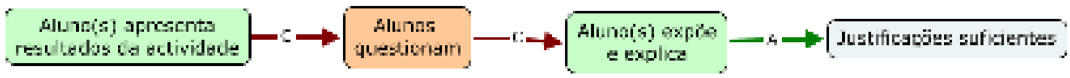


Figura 34. Caminho combinado – Percursos C e A - Episódio B

Outro caminho combinado e o mais frequente é o que começa com a apresentação de resultados pelos alunos, segue-se o questionamento pelos colegas, a intervenção da professora para orientar ou direccionar os assuntos, exigindo a exposição de raciocínios quer dos alunos que apresentam como dos colegas, na maior parte das vezes as explicações/justificações não são suficientes e dá origem à repetição do processo até que estas sejam suficientes (figura 34). Este caminho pode-se observar nos episódios C, D, I e K.

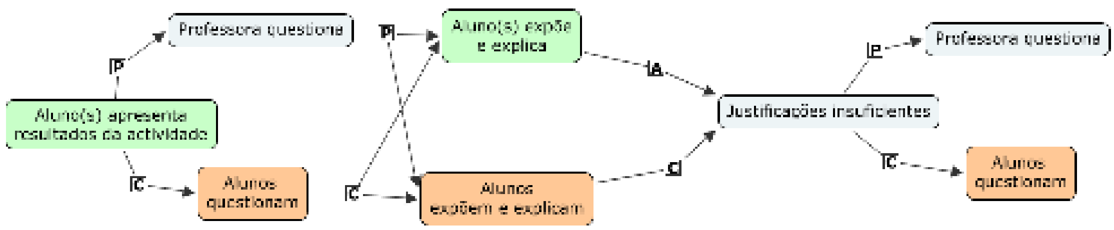


Figura 35. Caminho combinado mais frequente – Percursos C, P e A - Episódios C, D, I e K

No episódio J a discussão desenvolve-se em torno do diálogo entre a professora e o aluno, este é incentivado a desenvolver as suas ideias, o que é traduzido pelo caminho combinado da figura 36.

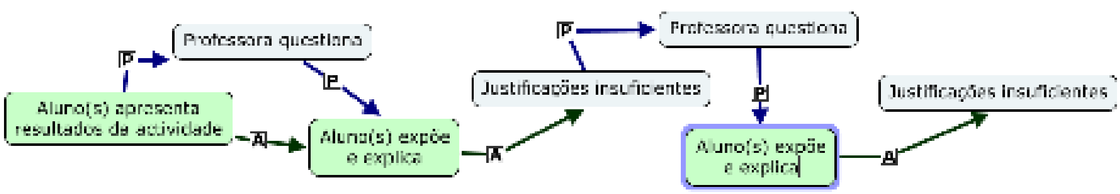


Figura 36. Caminho combinado – Percursos A e P - Episódio J

Por fim temos a destacar o caminho combinado observado no episódio L (figura 37), fundamentado na discussão que se desenvolve entre o aluno (que a orientava) e os colegas.

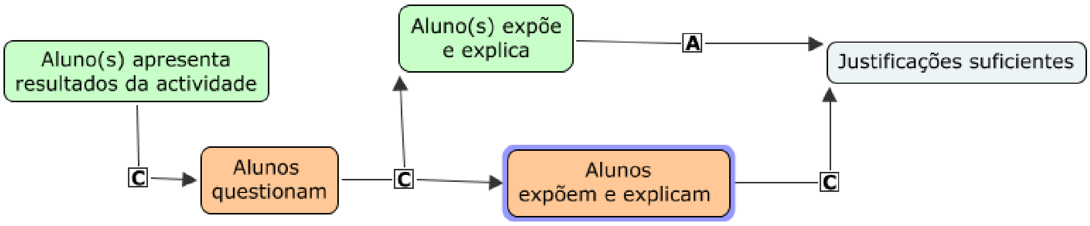


Figura 37. Caminho combinado – Percursos C e A - Episódio L

Em todos estes caminhos existe um denominador comum, todos terminam quando os alunos consideram as justificações suficientes para a compreensão e para a conclusão do assunto em discussão.

Dificuldades sentidas pelos alunos

Para explicar um pensamento através do diálogo é preciso falar dele, como se obteve determinado valor ou resultado foi a alavanca para muitos alunos começarem a falar na sala de aula. No entanto, não funcionou para todos os alunos, alguns ainda preferiram não se envolver na discussão com os outros, a exposição pública e o confronto de opiniões foram os factores que contribuíram para essa decisão.

Nas discussões apresentadas das resoluções das tarefas detectaram-se raciocínios não válidos[13] e leituras incorrectas dos dados[14], provocando a falta de compreensão das situações propostas e respectivos raciocínios realizados. Também a dificuldade de realizar uma argumentação clara e entendida por todos, foi frequentemente observado, quer através dos

[13] Na situação apresentada no episódio A, a aluna não interpreta correctamente o conceito matemático implícito no cálculo do valor da amplitude do ângulo.
[14] Na situação apresentada no episódio H, a aluna não associa correctamente a simbologia usada para designar um ângulo interno do triângulo ao ângulo correspondente.

momentos de silêncio e/ou por ausência de resposta, quer através de frases expressivas, tais como:

Aluno 1: Falta a coisa do sinal do ângulo...
Aluno 2: Sei que é 180º... agora dizer...
Aluno 3: Porque sim.
Aluno 4: É um... depois o coiso um.
Aluno 5: Esta coisa devia ser assim retinha.
Aluno 6: Eu também não sei explicar... mas é isso.

[Aulas, Janeiro de 2010]

O "redizer" também foi usado em alguns casos, tanto pelos alunos como pela professora, como forma de ajudar a explicar uma ideia e colmatar a dificuldade de a expressar. Como por exemplo se observou no episódio E durante a discussão, ou ainda durante a resolução da situação em causa deste episódio. Destacam-se dois excertos que exemplificam o referido.

1- A professora reformula a afirmação de um aluno.

Raúl: Eu e o João tentámos fazer o triângulo e em vez de dar 52º deu 55º.
Prof: Tentaram construir o triângulo da Ana, fizeram dois ângulos e o terceiro não dava igual ao dela? Foi isso?
Raúl: Sim. Isso mesmo.

2- Um aluno reformula a afirmação de outro aluno.

Samuel: A soma dos dois lados menores é maior que o lado maior.
José: Ele quer dizer que a soma dos dois ângulos menores é maior do que o ângulo maior.[15]

É ainda de destacar que os resultados diferentes ocasionados por procedimentos diferentes e em alguns casos por manuseamento incorrecto do transferidor, provocaram morosidade no processo de resolução e discussão.

Utilização de tecnologia na explicitação dos pensamentos ou raciocínios

Ao longo das sete aulas foi fácil constatar que os alunos preferiram usar o QI na exposição da resolução da tarefa, quer pelo facto das figuras das tarefas se encontrarem à

[15] O aluno achou estranho a referência aos lados porque se estava a falar de ângulos.

disposição no documento digital, quer pelo facto de ser possível mostrar aos colegas as acções por eles realizadas no programa dinâmico de geometria: *Geogebra*. Os alunos recorriam frequentemente às capacidades deste instrumento tecnológico para argumentar e expor as resoluções das tarefas. Como por exemplo, o cálculo em simultâneo das amplitudes dos três ângulos do triângulo, o uso da calculadora, o ampliar a figura para melhor se visualizar, o "arrasto" para transformar a imagem e fazer uma melhor análise e uma das mais utilizadas, o voltar à tarefa anterior para rever algo e confirmar um raciocínio análogo, mesmo que seja da aula anterior. Tudo isto se pode ilustrar um pouco na figura 38.

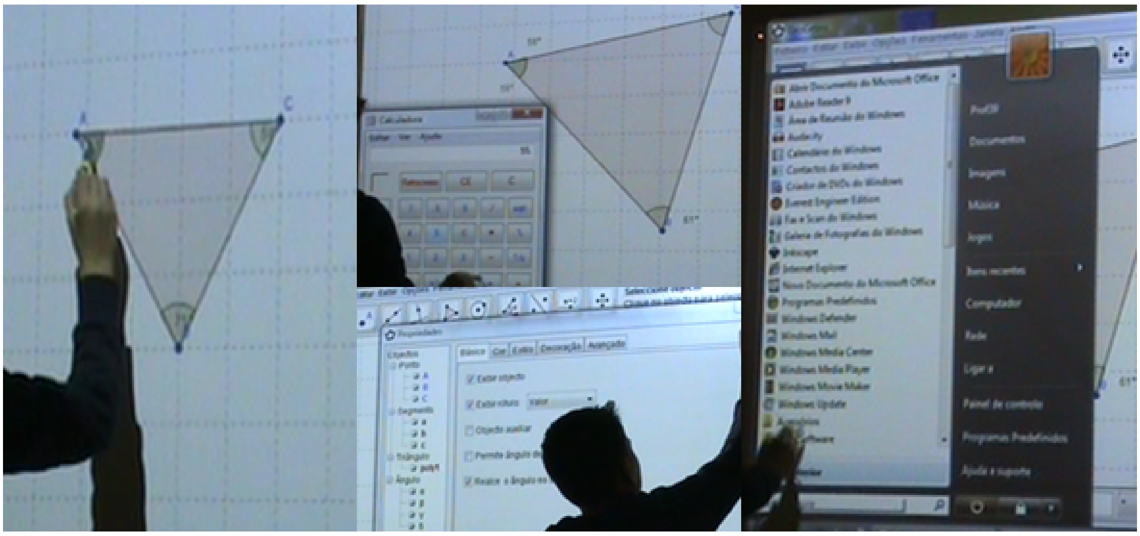


Figura 38. O uso das potencialidades do QI

Nos episódios D, F, G, K e L relatados, foi possível assistir à preferência dos alunos na escolha do QI para exibirem os seus resultados e do "Geogebra" em particular, para justificá-los e executar as tarefas propostas, como mostram alguns dos seus diálogos.

Preferência pelo "Geogebra"

José: Eu já sei como se pode medir os três ângulos ao mesmo tempo no Geogebra.

Flábio: Pois se eu tivesse feito com o Geogebra... os ângulos davam todos certinhos.

Tomás: Nem sempre... os meus davam 179°, faltava 1° para 180°.

Hugo: É fácil. Só tinhas que acrescentar mais casas decimais.

Sandra: Stora! Eu não quero usar o transferidor, quero o computador.

Prof: Mas porquê?

Sandra: Assim só faço um triângulo, mexo-o e dá-me triângulos diferentes, basta escrever os valores dos ângulos que vou tendo... é muito mais rápido.

[Aula2, 11/01/2010]

Justificar resultados

Flávio: O valor do ângulo no "Geogebra" pode não ser um valor exacto. Como podem ver com zero casas decimais, o ângulo vale 44°, mas com duas casas, vale 43,76°. Não é a mesma coisa! E se aumentar ainda mais...temos outro valor, 43,7569°. Tenho ou não tenho razão?

[Aula4 18/01/2010]

José: Eu estive a pensar nisso... e conclui que tiras a cada ângulo 180°, por causa da recta, fazes isso três vezes, então tiras 540°. (apontando para o triângulo desenhado no QI)

Sandra: Agora estou a ver isso no QI, tirou-se mesmo 180° a cada ângulo.

Tomás: As cores diferentes ajudam a ver isso.

Heitor: E a recta direitinha dá para ver a meia volta, ... os 180°.

(Muitos alunos a comentarem e a concordarem com as justificações apresentadas)

[Aula 7, 27/01/2010]

No final da aula a pergunta: "Stôra, posso gravar o que fizemos no QI, para continuarmos na próxima aula?", deixou de ser uma opção para passar a ser uma prática corrente na sala de aula de Matemática.

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO

Após a análise e reflexão sobre todos os dados recolhidos, estão reunidas condições para tecer algumas conclusões sobre a problemática proposta no início desta investigação: *como podem as ferramentas tecnológicas ao serviço do ensino da Matemática promover a comunicação na sala de aula, em particular a discussão, e o desenvolvimento da capacidade de explicar dos alunos.* Para isso, com base na fundamentação teórica realizada no capítulo dois desta dissertação, nos resultados obtidos e analisados, são apresentadas possíveis respostas às questões de investigação formuladas.

Este capítulo foi organizado em quatro partes e a cada uma das três questões de investigação será atribuída uma parte, sendo a última dedicada a uma síntese das conclusões deste estudo, assim como, algumas sugestões para futuras investigações

5.1 De que forma os alunos debatem e expõem as resoluções das tarefas?

Quando é pedido a um aluno para explicar como pensou para obter o resultado alcançado, estimula-se nele o desenvolvimento de processos comunicativos. Na discussão, o aluno é convidado a interagir com os colegas, partilhando as suas ideias e raciocínios (Serrazina & Ponte, 2000), e a explorar formas de ser compreendido pelos outros.

Algumas situações apresentadas na análise dos dados deste estudo, puderam confirmar que o debate de ideias permite analisar se uma resposta provém de um procedimento ou raciocínio válido ou não (Pirie, 1998; Sierpinska, 1998). Foram observadas respostas incorrectas que provêm de pressupostos válidos e respostas correctas, que provêm de falhas e linhas de pensamento matemático duvidosas.

As formas como os alunos debatem e expõem as resoluções foram analisadas e culminaram na descrição de um caminho (figura 39), com vários percursos, constituído pelas interacções realizadas entre os intervenientes durante este processo.

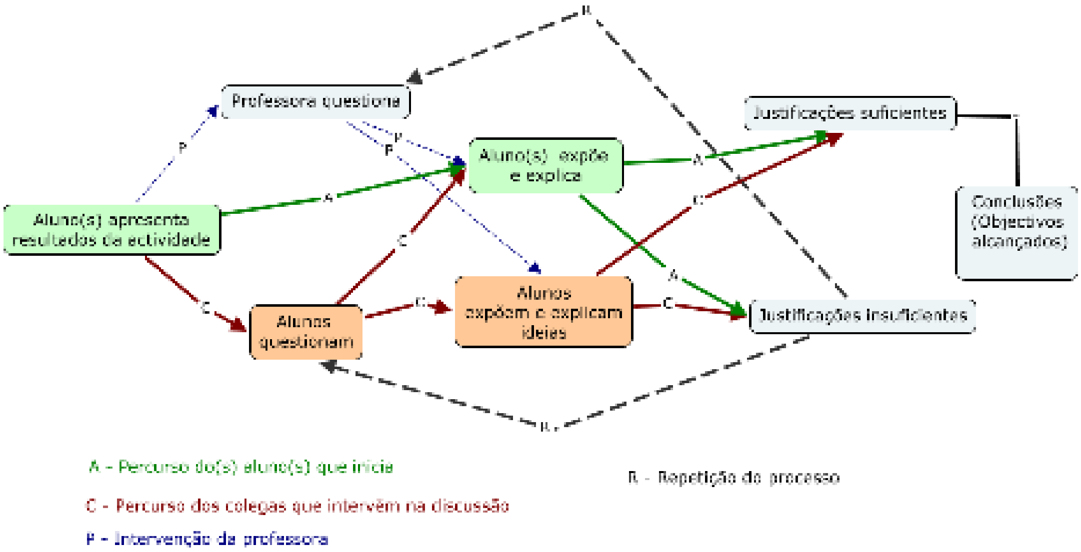


Figura 39. Esquema dos possíveis percursos das interacções realizadas

Com base neste caminho, foi possível concluir que os alunos iniciam o debate apresentando as suas ideias e terminam quando as conclusões são válidas. Neste caminho existem vários percursos simples ou combinados, caracterizados pelas interacções que resultam da discussão. Desde o percurso A que é simples, até ao percurso combinado mais complexo, como por exemplo o percurso A, P, C e R. Exemplificando, o percurso A é constituído só por alunos que apresentam os resultados, exibem justificações suficientes e não há intervenção dos colegas ou do professor. Em relação ao percurso A, P, C e R, os alunos apresentam os resultados, são questionados pelos colegas e ou pelo professor, o professor também questiona os colegas e estes também apresentam justificações. Como as justificações resultantes não foram suficientes foi necessário repetir o processo.

Este esquema mostra como as interacções mobilizam uma discussão e como a explicação é necessária para se alcançar uma conclusão (Krummheuer, 1998). Durante este processo evidencia-se também a presença da negociação de significados, ao serem pedidas mais explicações, revela-se que as existentes não são suficientes sendo necessário mais argumentos para se alcançar o entendimento matemático

Os resultados obtidos foram de encontro ao que Lampert (2001) descreveu como foco de discussão, ou seja, forma de pensar para se obter a resposta. Para este autor a resposta será validada após a verificação do pensamento e este faz-se através da forma como se argumenta e se justifica.

5.2 Quais as dificuldades sentidas pelos alunos na explicitação dos seus pensamentos ou raciocínios?

Como já foi referido por Wood (1998), para participar num diálogo é necessário saber falar do assunto em questão. Por vezes é mesmo o primeiro obstáculo com que se deparam os alunos e factor inibidor de partilha das suas ideias e pensamentos. Foi o que se observou em certos momentos nos episódios relatados neste estudo, por exemplo no episódio A, Berta perante os pedidos de esclarecimento dos colegas sobre a exposição da sua explicação, ao reconhecer que está errada fica atrapalhada e calada. Também no episódio L, Hugo ao não saber explicar uma afirmação que considerava correcta, fica desorientado. Verificou-se que o resultado do confronto destas situações, forneceu instrumentos aos alunos envolvidos para as transformarem em experiências proveitosas, ficando para segundo plano se a resposta dada estava correcta ou não, facto este corroborado por Boavida (2005).

Mas sem dúvida a maior dificuldade sentida pelos alunos para explicitar os seus pensamentos ou raciocínios foi o uso de linguagem para comunicarem matematicamente. Sendo a linguagem uma forma de expressar o pensamento, como referem Sierpinska e Bruner (1998), neste estudo foi utilizada como um meio e não como um objectivo, assumindo na discussão um forte carácter de entendimento entre os alunos e entre estes e o professor. Constatou-se que os alunos usavam a *linguagem inexplícita* e a *quasi-matemática* com bastante frequência nos seus diálogos, como por exemplo, "como sabes que aqui é 63°?"; "fazes menos e dá os 27"; "peguei no 128 e dividi por dois"; "mete-se os ângulos todos outra vez e soma-se"; o que sustentou a opinião de Pirie (1998) quando diz que estes tipos de linguagem são os mais frequentes nas discussões colectivas, que apesar de ausência de simbologia matemática não implica falta de compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos.

O conflito entre a *linguagem verbal* e a *linguagem simbólica* também foi observado, como por exemplo, dizer ângulo ABC ao referir-se ao ângulo BCA ou ACB, Pirie (1998) tinha alertado para isso mesmo, sustentando que a incorrecta utilização da linguagem simbólica pode não significar falta de compreensão matemática. Este conflito surgiu ao longo de algumas das discussões colectivas relatadas e o "redizer" as afirmações que geraram conflito, quer por colegas, quer pela professora, foi uma das formas utilizadas para o ultrapassar.

Ao longo do estudo verificou-se que alunos tornaram-se mais confiantes e que apesar das dificuldades de comunicarem matematicamente, contribuíam cada vez mais para as discussões que surgiam, independentemente da validade matemática que pudessem estar a transmitir. O processo de "redizer", de certa forma garantia uma orientação para o objectivo a alcançar e contribuía para assegurar qualidade e profundidade na discussão (Sierpinska, 1998; Boavida, 2005).

5.3 Qual o contributo da tecnologia para a explicitação dos seus pensamentos ou raciocínios?

Durante o estudo o uso da tecnologia revelou-se um complemento para melhor comunicar. Permitir intervir com mais qualidade na discussão, permitir apresentar as ideias de forma mais clara e argumentar melhor os resultados, são algumas das vantagens referidas por Yerushalmy, Cunha, Duarte e Martins (2009; 2010) acerca do uso de tecnologia na sala de aula, facilmente observáveis nos episódios relatados no capítulo quatro.

A interactividade e a dinâmica do QI sobrepuseram-se e apoiaram a construção de significados, ajudando a superar dificuldades, nomeadamente as que dizem respeito à linguagem. Para Yerushalmy (2009), a tecnologia ao colocar numa posição central a *linguagem visual*, atenuou a necessidade de abstracção e permitiu colocar as ideias mais perceptíveis.

As ferramentas tecnológicas, computador e QI, foram usadas pelos alunos para explorar, conjecturar, validar resultados e apresentar todo o trabalho realizado. Observou-se que este uso, principalmente do QI, reflectiu um aumento do envolvimento e interesse nas actividades propostas, corroborando investigações realizadas por vários autores (Glover & Miller, 2001; Beeland, 2002; Fitas & Costa, 2008; Sampaio & Coutinho, 2008), que se reflectiu mais tarde na apropriação da aprendizagem.

Como vários estudos já o afirmaram, num futuro muito próximo é muito provável existir um QI em cada sala de aula. Não aproveitar as suas múltiplas vantagens para o ensino da matemática será considerado um desperdício e até um delito. Tratando-se de uma ferramenta tecnológica que proporciona uma aprendizagem dinâmica e interactiva, poderá proporcionar momentos enriquecedores de debate e apresentação de ideias, contribuindo para uma aprendizagem do saber fazer.

5.4 Considerações finais

Síntese

Através da análise dos episódios apresentados foi possível verificar que os momentos de discussão criados pelas situações descritas, permitiram aos alunos a troca de ideias, a negociação de significados e, consequentemente, o desenvolvimento da capacidade de comunicar na aula de Matemática. A intervenção de vários alunos nas conversas geradas em cada uma das situações apresentadas, comprova o envolvimento dos colegas no debate e uma predisposição para produzir argumentos válidos. A troca de ideias entre estes, é considerada pelos autores Ponte, Boavida, Graça e Abrantes (1997), como uma forma de se conhecer melhor os referentes de cada um deles e as ligações com o conhecimento matemático, precisamente o que se observou neste estudo. A discussão na sala de aula, perante as respostas apresentadas, permitiu completar raciocínios incompletos, detectar a utilização de raciocínios errados e desenvolver a capacidade de argumentação aquando da apresentação de diferentes resultados e das discussões que daí decorreram.

Os alunos evidenciaram uma preferência pela utilização do QI na apresentação das resoluções, assim como usaram as capacidades deste para melhor comunicar as suas ideias aos colegas. Glover e Miller (2001) reforçam precisamente que a qualidade crescente de utilização do QI em contexto de sala de aula, deve-se ao uso em simultâneo de diversos recursos. O aumento de motivação reflecte-se na aprendizagem e na apropriação da mesma pela experiência que proporciona.

O uso de tecnologia atribuiu um papel mais activo ao aluno na discussão, contribui para ensinar a pensar, argumentar e a expressar ideias, o que poderá proporcionar uma maior autonomia e desenvolvimento do sentido crítico (Ponte & Canavarro, 1997; Mitchelmore & Cavanagh, 2000; Duarte & Martins, 2010).

Arends (2008), foca que a utilização da discussão na sala de aula é para alcançar três importantes objectivos educacionais, o primeiro consiste no desenvolvimento do pensamento do aluno, o segundo na promoção do compromisso e envolvimento do aluno, e por último o de ajudar o aluno a adquirir competências de comunicação.

A pouca frequência da discussão na sala de aula, deve-se à dificuldade de se alcançarem estes três objectivos, será que o uso de tecnologia é o elo que falta entre eles para sejam alcançados com o sucesso desejado?

Ponte afirma que, "os alunos dispõem de ampla margem de intervenção e influenciam, individual e colectivamente, os rumos dos acontecimentos" (2005, p.16). Se é a geração tecnológica que está presente na sala de aula, será um desperdício não utilizar e usufruir da experiência que o uso de tecnologia permite e revertê-la para um uso adequado (Ralston, 2000).

Claro que não existem receitas, mas a procura de metodologias ou práticas que favoreçam a discussão na sala de aula, à luz da realidade dos nossos alunos e do ensino da Matemática em Portugal, continuará a ser um caminho a seguir em futuras investigações.

Algumas reflexões e perspectiva para futuras investigações

Ao longo deste trabalho foram superadas algumas dificuldades, bem como surgiram obstáculos que atrasaram e dificultaram a persecução do mesmo. Algumas dificuldades superadas prenderam-se com questões logísticas, era essencial dispor de uma sala de aula com as condições físicas e tecnologia necessária para a execução das tarefas que envolviam o estudo. Outras diziam respeito às características do grupo turma, um grupo de alunos com muitas dificuldades de aprendizagem, sem hábitos de trabalho em grupo e de discussão em grupo turma, dificultando a duração da realização das tarefas.

A revisão de literatura sobre tecnologia ao serviço do ensino, foi ao mesmo tempo motivadora e frustrante. Motivadora pelo desenvolvimento acelerado da tecnologia ao serviço do ensino da Matemática, consequentemente o usufruto que daí advém para o ensino e aprendizagem da Matemática. Frustrante porque a realidade tecnológica no ensino em Portugal já se encontra desactualizada e ultrapassada.

Para que o aluno Português seja também o cidadão tecnológico e bem preparado para a sociedade da Informação e do Conhecimento e para o mundo, é de todo aconselhável o desenvolvimento de projectos que envolvam o ensino da matemática e a tecnologia. Mais ainda, aproveitando os estudos já realizados em outros países, como Inglaterra, Canadá, Estados Unidos, Israel, deve-se diminuir a distância que actualmente existe entre estes sistemas e o nosso, adoptando medidas bem sucedidas e não iniciando caminhos que já deram mostras de não resultarem.

Recomenda-se como direcções futuras de trabalho, a procura de estratégias e metodologias que possam ser bem sucedidas no envolvimento do aluno na aprendizagem da Matemática na aula ou fora dela. As prioridades dos alunos portugueses há muito que estão a mudar e os tradicionais TPC (trabalhos para casa) deixaram de ser uma dessas prioridades. Urge o aparecimento ou intensificação de metodologias que permitam envolver mais o aluno na sua aprendizagem, quer na aula ou fora dela, de modo a proporcionar oportunidades significativas de aplicação dos conhecimentos matemáticos.

Seguindo uma linha orientadora na vertente comunicativa, os trabalhos futuros poderão ser direccionados para formas de rentabilizar *o aprender e o saber fazer matemática.* Sendo assim, aproveitando o natural interesse e motivação do uso de tecnologia dos nossos alunos, e de acordo com os ensinamentos da sabedoria popular: "Se não os vences, junta-te a eles", é imperativo proporcionar ao aluno situações de uso de tecnologia, na aula e fora dela para *aprender e saber fazer matemática,* tais como:

- Como podem os *applets* contribuir para a partilha e construção do conhecimento matemático?

- Pode o *Cmap Tools*[16] ajudar a comunicar e organizar o conhecimento matemático?

- Falar matematicamente em ambientes virtuais, é possível?

- Recorrer a ferramentas tecnológicas para fazer diferenciação pedagógica na sala de aula.

Estes e muitos outros temas relacionados com a comunicação matemática e a tecnologia, poderão proporcionar a diminuição do "buraco" que existe entre o ensino em Portugal e outros países. Citando José Ortega e Gasset:

> *A vida é uma série de colisões com o futuro, não é uma soma do que temos sido e sim do que desejamos ser*

[16] O Cmap Tools é um software que permite a construção de mapas conceituais: http://cmap.ihmc.us/

REFERÊNCIAS

Abele, A. (1998). Pupil Language – Teacher Language: Two case Studies and the Consequences for Teacher Training. In M.G.B. Bussi, A. Sierpinska and H. Steinbring, (Eds.) *Language and Communication in the Mathematics Classroom.*NCTM.

Albergaria, I,.& Ponte, J. P. (2008). Cálculo mental e calculadora. In A. Canavarro, D. Moreira & M. Rocha (org.). *Tecnologias e Educação Matemática*. pp. 98-109.Lisboa.SEM. SPCE.

Almeida, L., & Freire, T. (2000). Metodologia da Investigação em Psicologia e Educação. Braga: Psiquilíbrios.

Amado, N., & Carreira, S. (2008). Utilização pedagógica do computador por professores estagiários de Matemática – diferenças na prática de sala de aula. In A. Canavarro, D. Moreira & M. Rocha (org.). *Tecnologias e Educação Matemática*. pp. 286-299.Lisboa.SEM. SPCE.

Arends, R. (2008). Aprender a ensinar. Sétima edição, McGrawHill.

Baskerville, R. L. (1999). Investigating Information Systems With Action Research. Communications of the Association for Information Systems, Volume 2, Article 19.

Beeland, W. (2002). Student Engagement, Visual Learning and Technology: Can Interactive Whiteboards Help? [online] Disponível em http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.135.3542&rep=rep1&type=pdf e consultado em Julho de 2011.

Bell, J. (2002). Questionnaires. In M. Coleman and A. Briggs (Ed). *Methods in Educational Leadership and Management.* Chapter 10, pp. 159-171 SAGE Publications

Blanco, E., & Silva, B. (1993). Tecnologia Educativa em Portugal: Conceito, Origens, Evolução, Áreas de intervenção e investigação. In *Revista Portuguesa de Educação*, pp. 37-55. I.E. Universidade do Minho.

Boavida, A. (2005). A argumentação em Matemática, Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração. Dissertação de Doutoramento em Educação. Universidade de Lisboa.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). Investigação Qualitativa em Educação. Uma introdução à teoria

e aos métodos. Porto Editora: Porto

Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *3*, 125-153.

Bruner, J.S.(1985). The Role of Interaction Formats in Language Acquisition. In J.P.Forgas (Ed.) *Language and Social Situations*. p. 31-46. New York: Springer- Verlag.

Bruner, J. (1985). Vygotsky: An historical and conceptual perspective. In J.V.Wertsch (Ed.), *Culture, communication and cognition: Vygotskian perspectives* (pp21-34). London, Cambridge University Press.

Bussi, M. B. (1998) .Verbal Interaction in the mathematics Classroom: A Vygotskian Analysis. In M.G.B. Bussi, A. Sierpinska and H. Steinbring, (Eds.) *Language and Communication in the Mathematics Classroom.*NCTM.

Canavarro, A., Moreira, D, & Rocha, M. (2008). Tecnologias e Educação Matemática. Lisboa: SPM-SPCE

Candeias, N, & Ponte, J. (2008). Aprender geometria utilizando um ambiente de geometria dinâmica. In A. Canavarro, D. Moreira & M. Rocha (org.). *Tecnologias e Educação Matemática*. pp. 313-326.Lisboa.SEM. SPCE.

Castro, C. (2006). A influência das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) no desenvolvimento do currículo por competências. [Online] Disponível em http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/6097. Consultado em Julho de 2011.

Cohen, L., & Manion, L.(1989). Research Methods in Education. Third Edition. Routledge: London and New York.

Costa, F. (2007). Tecnologias em Educação – um século à procura de uma identidade. In F. A. Costa, H. Peralta e S. Viseu, S. (org.). *As TIC na Educação em Portugal*. pp. 14-30. Porto Editora.

Coutinho, C.P. (2008). A qualidade da investigação educativa de natureza qualitativa: questões relativas à fidelidade e validade. Educação Unisinos 12(1):5-15, Janeiro/Abril de 2008.

Cunha, B.; Duarte, E.; Martins, J. (2010). A Matemática com as TIC no processo de ensino aprendizagem: Construção de uma unidade didáctica. [online] Disponível em http://purl.net/esepf/handle/10000/377. Consultado em Julho de 2011.

Damásio, M. (2007). Tecnologia e Educação: As Tecnologias da Informação e da Comunicação e o processo Educativo. Nova Veja.

Dick, B. (2000). A beginner´s guide to action research [On line]. Disponível em http://www.scu.edu.au/schools/gcm/ar/arp/guide.html. Consultado em Dezembro de 2009.

Dillenbourg, P.(2000). Virtual learning environments. Conferência EUN 2000: Learning in the new millennium: building new education strategies for schools. Workshop sobre ambientes virtuais de aprendizagem. [online] disponível em http://tecfa.unige.ch/tecfa/publicat/dil-papers-2/Dil.7.5.18.pdf e consultado em Julho de 2011.

DGIDC (1997). Livro Verde para a sociedade da informação em Portugal. [online] Disponível em http://area.dgidc.min-edu.pt/inovbasic/rec/livro-verde/index.htm. Consultado em Julho de 2011

Egenfeldt-Nielsen, S. (2007). Third Generation Educational Use of Computer Games. In Journal of Educational Multimedia and Hypermedia,16,3. pp 263-281.[online] Disponível em http://www.itu.dk/courses/MOSP/F2011/papers/egenfeldt_07.pdf e consultado em Julho de 2011

Ferrara, F., Pratt, D, & Robutti, O. (2006). The Role and uses of Technologies for the teaching of álgebra and calculus. In A. Gutiérrez & P.Boero (eds), *Handbook of research on the Psychology of Mathematics Education: past, present and future* (pp. 237-273). Sense. [online] disponível em http://militantgrammarian.com/DAY/DwD/Workshops/T3ASMSa09/Ferrara,%20F.,%20Pratt,%20D.,%20Robutti,%20O.%20The%20role%20and%20uses%20of%20technologies%20for%20the%20teaching%20algebra%20and%20calculus..pdf consultado em Julho de 2011.

Fitas, E., & Costa, C. (2008). Quadros interactivos: Relato de investigações realizadas no âmbito do ensino aprendizagem da Matemática. In A. Canavarro, D. Moreira & M. Rocha (org.). *Tecnologias e Educação Matemática*. pp. 340-353.Lisboa.SEM. SPCE.

Gentry, Cass G. (1987). Educational Technology: A question of meaning. [Online]. Disponível em http://bsuipt595.pbworks.com/f/gentry.pdf. consultado em Julho de 2011.

Ghiglione, R., & Matalon, B. (2001). O Inquérito: Teoria e Prática.4ª Ed. (Trad. Portuguesa). Oeiras: Celta Editora.

Glover, D., & Miller, D., J. (2001). Running with technology: the pedagogic impact of the large-scale introduction of interactive whiteboards in one secondary school*. Journal of Information Technology for Teacher Education*, *10*(3) pp. 257-276

Goetz, J., & LeCompte, M. (1984). Ethnographyand qualitive design in educational resarch. San Diego: Academic Press.

Gomes, M., & Coutinho, C (2007). Meta-Análise da investigação realizada no âmbito do mestrado em Tecnologia Educativa da Universidade do Minho. In F. A.Costa, H. Peralta e S. Viseu, S. (org.). *As TIC na Educação em Portugal*. pp. 60-70. Porto Editora.

Gonçalves, F. (1992). O papel da Investigação na Educação (A Influência do Contexto). In *Revista Portuguesa de Educação*, pp. 85-107. I.E. Universidade do Minho.

Guerreiro, A., & Menezes, L. (2010). Comunicação Matemática: na busca de um entendimento comum. In L. Menezes, I. Cabrita, A. Batel, A. Ribeiro, H. Gomes, R. Miranda (org.). *Actas do XXI Seminário de Investigação em Educação Matemática.* pp. 137-143. Lisboa. APM

Inácio, R. (2009). Comunidades Virtuais de Aprendizagem: Um exemplo. In G. Miranda (org). *Ensino Online e aprendizagem Multimédia*. pp. 154-204. Relógio D'Água.

Jonassen, D. (2007). Computadores, Ferramentas Cognitivas: Desenvolver o pensamento crítico nas escolas. Porto Editora.

Laborde, C. (2008). Multiple dimensions involved in the design of tasks taking full advantage of dynamic interactive geometry. In A. Canavarro, D. Moreira & M. Rocha (org.). *Tecnologias e Educação Matemática*. pp. 36-50.Lisboa.SEM. SPCE.

Lampert, M. (2001). Teaching Problems and the Problems in Teaching. New Haven, CT: Yale University Press.

Lampert, M., & Cobb. P. (2003). Communication and language. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Shifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 237-249). Reston, VA: NCTM.

Kanes, C. (1998). Examing the Linguistic Mediation of Pedagogic Interactions. In M.G. B. Bussi, A. Sierpinska and H. Steinbring, (Eds.) *Language and Communication in the Mathematics Classroom.* NCTM

Matos, J. M., & Serrazina, L. (1996). Didáctica da Matemática. Lisboa: Universidade Aberta

Marques, V. L. (2009). Os Quadros Interactivos no Ensino da Matemática. Tese de dissertação de mestrado. Universidade Portucalense Infante D. Henrique. Departamento de Inovação, Ciência e Tecnologia. [online] Disponível em http://repositorio.uportu.pt/dspace/bitstream/123456789/350/1/TMMAT%20109.pdf. Consultado em Junho de 2011.

Martinho, M. H. (2007). A comunicação na sala de aula de Matemática: Um projecto colaborativo com três professoras do ensino básico. Dissertação de Doutoramento em Educação. Universidade de Lisboa.

Máximo-Esteves, L. (2008). Visão Panorâmica da Investigação-Acção. Colecção Infância: Porto Editora

McMillan, J., & Schumacher, S. (1997). Fundamental Principles of Educational Research, Introduction to the Field of Educational Research, p.2-31

Miskulin, R. (2003). As possibilidades didáctico - pedagógicas de ambientes computacionais na formação colaborativa de professores de Matemática. [online] Disponível em http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DOCS-outros%5Cprojeto-rosana.doc e consultado em Julho de 2011.

Mitchelmore, M., & Cavanagh, M. (2000). Students' Difficulties in Operating a Graphics Calculator. In *Mathematics Education Research Journal*, 12, 254-268. [online] Disponivelhttp://www.merga.net.au/documents/MERJ_12_3_mitchelmore&Cavanagh.pdf e consultado em Julho de 2011.

Molenda, M. (2003). Instructional Technology. [online] Disponivel em http://www.indiana.edu/~molpage/Instruc_Technol_Encyclo.pdf. Consultado em Julho de 2011.

Moreira, A., Pedro, L., & Santos, C. (2009). Comunicação e Tutoria Online. In G. Miranda (org). *Ensino Online e aprendizagem Multimédia*. pp. 111-124. Relógio D'Água.

Morse, J. M., Barrett, M., Mayan, M., Olson, K., & Spiers, J. (2002). Verification strategies for establishing reliability and validity in qualitative research. *International Journal of Qualitative Methods 1* (2), Article 2. [on line]. Dísponível em http://www.ualberta.ca/~iiqm/backissues/1_2Final/pdf/morseetal.pdf Consultado em Janeiro de 2010.

Moyles, J. (2002).Observation as a research tool. In Marianne Coleman and Ann R.J. Briggs (Eds).*Research Methods in Educational Leadership and Management*. Chapter 11, p. 172- 191. SAGE Publications

Nathan, M., Eilam, B., & Kim, S. (2007). To Disagree, We must Also Agree: How Intersubjectivity Structures and Pertetuates Discourse in a Mathematics Classroom. *The Journal of The Learning Sciences, 16*(4), p.523-563

NCTM (2007). Princípios e Normas para a Matemática Escolar. Edição Portuguesa: APM 1ªedição (tradução portuguesa do original de 2000)

Paraskeva, J., & Oliveira, L. (2006). Currículo e Tecnologia Educativa. Vol. 1. Edições Pedago.

Pereira, D. C. (1993). A Tecnologia Educativa e a mudança desejável no Sistema Educativo. In *Revista Portuguesa de Educação*, *6*(3), pp.19-26.

Pirie, S. (1998) , Crossing the Gulf between Thought and Symbol: Language as (Slipery) Stepping-Stones. In M.G. B. Bussi, A. Sierpinska and H. Steinbring, (Eds.) *Language and Communication in the Mathematics Classroom.* NCTM

Ponte, J. (1994). O Estudo de Caso na Educação e Investigação Matemática. *Quadrante, 3*(1), pp. 3-17.

Ponte, J., Boavida, A., Graça, M., & Abrantes, P. (1997), Didáctica da Matemática: Matemática - ensino secundário, 2ª edição, ME

Ponte, J., & Canavarro, A. (1997). *Matemática e novas tecnologias*. Universidade Aberta.

Ponte, J. P., & Cebola, G.(2008). O uso da calculadora básica e cientifica no ensino da matemática: Uma questão por resolver. In A. Canavarro, D. Moreira & M. Rocha (org.). *Tecnologias e Educação Matemática*. pp. 91-97.Lisboa.SEM. SPCE.

Ponte, J., & Serrazina, M. (2000). Didáctica da Matemática do 1ºciclo. Lisboa. Universidade Aberta.

Ponte,J.P.,(2005), Gestão curricular em Matemática. In GTI, *O Professor e o desenvolvimento curricular* (p. 11-34). APM.

Ponte, J., Oliveira, P., Candeias, N. (2009). Triângulos e Quadriláteros. Materiais de apoio ao professor, com tarefas para o 3º ciclo – 7ºano. DGIDC. [on line]. Disponível em http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais_NPMEB/geometria03sequencia.htm e consultado em Outubro de 2009.

Projecto Educativo da Escola Secundária de Vilela (2008-2010). Educar a... Ser e a Viver em Cidadania. Revisto e actualizado em Julho de 2010. Disponível em http://www3.esvilela.pt/index.php?option=com_docman&task=cat_view&gid=38&Itemid=142

Ralston, A. (2000). Fim à aritmética de papel e lápis. Traduzido por Luís Reis. Educação Matemática nº58 (p.13-15) e nº59 (p. 36-41). APM.

Rocha, H. (2008). O Professor e a integração da calculadora gráfica no ensino da matemática. In A. Canavarro, D. Moreira & M. Rocha (org.). *Tecnologias e Educação Matemática*. pp. 163-171.Lisboa.SEM. SPCE.

Roschelle, J., Patton, C, & Tatar, D. (2007). Designing networked handheld devices to enhance school learning. In M. Zelkowitz (Ed.) *Advances in Computers* Vol 70., 1-60. [online] Disponível em http://ctl.sri.com/publications/downloads/AdvancesComputers70.pdf e consultado em Junho de 2011.

Sampaio, P., & Coutinho, C. (2008). Aplicação do quadro interactivo na aprendizagem de equações. In A. Canavarro, D. Moreira & M. Rocha (org.). *Tecnologias e Educação Matemática*. pp. 354-368.Lisboa.SEM. SPCE.

Seeger, F. (1998).Discourse and Beyond: On the Ethnography of Classroom Discourse. In M.G. B. Bussi, A. Sierpinska & H. Steinbring, (Eds.) *Language and Communication in the Mathematics Classroom.* NCTM.

Sierpinska, A. (1998). Three Epistomologies, three views of classroom communication: Constructivism, Sociocultural approaches, Interactionism. In M.G. B. Bussi, A. Sierpinska & H. Steinbring, (Eds.) *Language and Communication in the Mathematics Classroom.* NCTM.

Silva, B. (2001). As tecnologias de informação e comunicação nas reformas educativas em Portugal. In *Revista Portuguesa de Educação.* Braga. Universidade do Minho, p. 11-153. [online] Disponível em http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/491. Consultado em Junho de 2011.

Silva, J. C. (2011). As TIC no Ensino da Matemática hoje. Conferência online em 2011-06-08 produzido pela DGIDC/ERTE. [online] Disponível em http://webinar.dgidc.min-edu.pt/2011/06/08/tic-matematica/. Consultado em Julho de 2011.

Stake, R. (1995). *The art of case research*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Tuckman, B. W. (2000). Manual de investigação em educação ,Como conceber e realizar o processo de investigação em Educação: Fundação Calouste Gulbenkian (pp.5 – 31)

Vermeersch, J. (2009). Apoio a professores para a criação de conteúdos em ambientes de Aprendizagem – Manual de e-learning para professores. Bruxelas. Jenny Hughes Editora.

Viseu, S. (2007). A utilização das Tic nas escolas portuguesas: alguns indicadores e tendências. In F. A. Costa, H. Peralta & S. Viseu (org.). *As TIC na Educação em Portugal*. pp. 37-59. Porto Editora.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. In *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.

Yerushalmy, M. (2005). Functions of interactive visual representations in interactive Mathematical Textbooks. In *Internacional Journal of Computers for Mathematical Learning* (2005) 10 (3), p. 217-249. Springer. [online] disponível em http://www.edu.haifa.ac.il/personal/michalyr/publications_articles.html. Consultado em Julho de 2011.

Yerushalmy, M., & Chazan, D. (2008) Technology and Curriculum Design: The ordering of discontinuities in school algebra. L. English et al. (Eds.) *Handbook of International Research in Mathematics Education* (2nd edition).pp. 806-837. Routledge. [online] Disponível em http://www.edu.haifa.ac.il/personal/michalyr/publications_articles.html Consultado em Julho de 2011.

Yerushalmy, M. (2009). Educational technology and curricular design: Promoting mathematical creativity for all students. In R. Leikin, A. Berman & B. Koichu (Eds.), *Mathematical creativity and the education of gifted students.* Sense Publishers. pp. 101-113. [online] Disponível em http://www.edu.haifa.ac.il/personal/michalyr/publications_articles.html Consultado em Julho de 2011.

Yin, R. (1994). Case Study Research:Design and Methods. Thousand Oaks, CA: SAGE Publications.

Watling, R. (2002).The analysis of qualitative data. In Research Methods. In M. Coleman and Ann R.J. Briggs (Eds). *Educational Leadership and Management.* Chapter 15, p. 262-278.SAGE Publications

Wood, T. (1998). Alternative Patterns of Communication in Mathematics Classes: Funneling ou Focusing? In M.G. B. Bussi, A. Sierpinska and H. Steinbring, (Eds.) *Language and Communication in the Mathematics Classroom*.NCTM.

www.escola.gov.pt. Plano Tecnológico da Educação. Ministério da Educação, 2007.

ANEXOS

Anexo 1 – Questionário de opinião

Anexo 2 – Resultados do questionário de opinião

Anexo 3 – Pedido de Autorização para a realização da investigação na Escola Secundária de Vilela.

Anexo 4 – Pedido de autorização de registo em filme das aulas observadas da turma e uso do mesmo.

Anexo 5 – Tarefa 1– Consolidação de conceitos

Anexo 6 – Tarefa 2- Ângulos internos de um triângulo (parte 1)

Anexo 7 – Tarefa 3- Ângulos internos de um triângulo (parte 2)

Anexo 8 – Tarefa 4- Ângulos externos de um triângulo

Questionário de opinião	**Matemática**	Ano Lectivo 2009/2010
Turma: 7º D	Professora: Esmeraldina Santos	Data: ___ de Dezembro de 2009

Nome	Nº

PARTE 1

A recolha de informação e a tua opinião são fundamentais para o estudo que estou a realizar sobre o uso de tecnologia nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática. É importante que respondas de forma consciente e sincera a todas as questões apresentadas em ambos os grupos I e II.

Grupo I: Em cada afirmação assinala com uma cruz o quadrado (☒) que corresponde à tua situação.

		Sim	**Não**
1.	Gostas de andar na escola?	☐	☐
2.	Gostas da disciplina de Matemática?	☐	☐
3.	Sempre gostaste da disciplina de Matemática?	☐	☐
4.	Sabes usar um computador?	☐	☐
5.	Tens computador em casa?	☐	☐
6.	O teu computador tem ligação à Internet?	☐	☐
7.	Nos teus tempos livres, costumas usar os computadores na escola?	☐	☐
8.	Costumas fazer trabalhos para a escola em computador?	☐	☐
9.	Já usaste a plataforma Moodle?	☐	☐

Grupo II: Todas as afirmações que se seguem referem-se à **prática do uso de tecnologia na sala de aula de Matemática no ano lectivo anterior.**

Considerando a seguinte escala: **S** – sempre, **MV** – muitas vezes, **PV** – poucas vezes**, N** - nunca

Assinala com uma cruz o quadrado (☒) que corresponde à tua situação.

		S	**MV**	**PV**	**N**
1.	Costumavas usar os computadores?	☐	☐	☐	☐
2.	Costumavas usar o quadro interactivo?	☐	☐	☐	☐
3.	Costumavas usar a calculadora?	☐	☐	☐	☐
4.	Costumavas usar outros instrumentos tecnológicos? Quais e para quê? ________________________________	☐	☐	☐	☐
5.	Fazias actividades com o uso de instrumentos tecnológicos? Diz quais ?________________________________	☐	☐	☐	☐
6.	Utilizaste software específico? (Geogebra, Excel, Applets, ...) Diz qual ou quais? ________________________________	☐	☐	☐	☐

PARTE 2

Nas questões seguintes apresenta respostas tão completas e claras quanto possível.

1. Na tua opinião o uso de tecnologia na sala de aula facilita a aprendizagem da matemática?

Porquê?____

____

____

____

____

2. Se tiveres que realizar uma tarefa recorrendo ao computador e/ou à Internet, preferes realizá-la sozinho, com um colega ou em grupo? Justifica a tua resposta.

____

____

____

____

3. Se tiveres que realizar uma tarefa recorrendo ao computador e/ou à Internet, explica como apresentarias e discutirias a sua resolução com os teus colegas?

____

____

____

____

____

Obrigada pela tua colaboração.

A tua professora de Matemática: Esmeraldina Santos

Questionário de opinião - resultados - 17 de Dezembro de 2009
Parte 1

Grupo I

1. Gostas de andar na escola?

Sim	23
Não	2

2.Gostas da disciplina de Matemática?

Sim	24
Não	1

3.Sempre gostaste da disciplina de Matemática?

Sim	9
Não	16

4. Sabes usar um computador?

Sim	25
Não	0

5. Tens computador em casa?

Sim	25
Não	0

6. O teu computador tem ligação à Internet?

Sim	23
Não	2

7.Nos teus tempos livres, costumas usar os computadores na escola?

Sim	12
Não	13

8. Costumas fazer trabalhos para a escola em computador?

Sim	19
Não	6

9.Já usaste a plataforma Moodle?

Sim	9
Não	16

Grupo II

1. Costumavas usar os computadores?

S	8
MV	6
PV	3
N	8

2.Costumavas usar o quadro interactivo?

S	1
MV	0
PV	2
N	22

3.Costumavas usar a calculadora?

S	13
MV	9
PV	3

N	0

4. Costumavas usar outros instrumentos tecnológicos? Quais e para quê?
Telemóvel
Projector

S	8
MV	3
PV	2
N	12

5. Fazias actividades com o uso de instrumentos tecnológicos?Diz quais?
.correcção de tpc
.exposição de matéria
.jogos
.trabalhos
. Computador

S	3
MV	3
PV	2
N	14
S/R	3

6. Utilizaste software específico? (Geogebra, Excel, Applets, …)?quais?
.word
.geogebra
.powerpoint
.excel

S	5
MV	6
PV	4
N	9
S/R	1

Parte 2

1.Na tua opinião o uso de tecnologia na sala de aula facilita a aprendizagem da matemática? Porquê?

SIM- 21 alunos; NÃO- 1 aluno; Sim e Não - 1 aluno; Sem Resposta - 2 alunos

Razões para o SIM: "os alunos aprendem sem se aborrecer", "o acesso a programas", "aprender de maneira diferente", "não é sempre a mesma coisa", "facilita mais do que os livros", "os alunos têm mais vontade de aprender", "aprender melhor, perceber melhor e estar mais atento", " é engraçado e interessante", " é mais rápido ", "consigo trabalhar sozinho".

Razões para o Não: "Não damos matéria"

Razões para o SIM e Não: "Não porque se esquece como se faz à mão e sim porque o trabalho fica melhor e mais organizado".

2.Se tiveres que realizar uma tarefa recorrendo ao computador e/ou à Internet, preferes realizá-la sozinho, com um colega ou em grupo? Justifica a tua resposta.

Sozinho – 8 alunos; colega – 7 alunos; grupo – 10 alunos

Razões para sozinho: “Ninguém me chateia e não me distraio”, “Assim faço o trabalho à minha maneira”, “ sei trabalhar com o computador”, “ só sou eu a mexer no PC”.

Razões para colega: “Tirar dúvidas, duas pessoas pensam mais do que uma”, “ há menos confusão do que em grupo”, “não era só eu que fazia o trabalho todo”, “não fica tão chato e dá oportunidade para tirar melhor nota”.

Razões para grupo: “ajudar no que não se sabe”, “discutimos, temos muitas ideias e dividimos tarefas”, “oportunidade de esclarecer”, “gosto de trabalhar em grupo”, “ aprendemos todos”.

3. Se tiveres que realizar uma tarefa recorrendo ao computador e/ou à Internet, explica como apresentarias e discutirias a sua resolução com os teus colegas?

Foram poucas as respostas que explicassem como procederiam, no entanto disseram que apresentariam em PowerPoint, ou no QI ou projectando. Na sua maioria iriam questionar os colegas e expor as suas conclusões aos mesmos, tendo em conta as suas opiniões. Alguns alunos ainda referem que pediram apoio à professora para dar opiniões e para planear a apresentação.

Pedido de autorização

Vilela , 23 de Julho de 2009

Exm°.Sr°.

Director da Escola Secundária com 3°ciclo de Vilela

Eu, Esmeraldina Maria Gandra de Sousa França Santos do grupo 500 (Matemática) desta Escola, venho por este meio solicitar a V. EXª. autorização para frequentar o 2°ano do Mestrado em Educação Área de Especialização em Supervisão Pedagógica em Ensino da Matemática, na Universidade do Minho com duração de dois anos lectivos, para efeitos de progressão de carreira, nos termos do decreto-lei n° 15/2007, de 19 de Janeiro. Dentro do mesmo âmbito peço autorização para me ser concedido um dia (quarta ou sexta) e uma tarde para os encontros semanais com o Orientador da UM.

Solicito ainda a sua colaboração no apoio ao desenvolvimento do meu trabalho de investigação, o qual envolverá alunos do 7°ano de escolaridade (daí a minha solicitação para me ser atribuída uma turma deste ano de escolaridade) e consistirá na relação entre o "uso das tecnologias como contributo para o melhoramento da comunicação matemática na sala de aula". Serão necessárias algumas condições logísticas, que desde já passo a referir, ser possível dar aulas de matemática com a turma de 7°ano em salas com o QI e em sala equipada com computadores. As actividades a desenvolver com os alunos prendem-se com tarefas propostas na sala de aula, que envolvem a interactividade das tecnologias assim como o uso da plataforma Moodle.

Atenciosamente, pede deferimento:

Esmeraldina Maria Gandra de Sousa França Santos

Pedido de autorização EE

Vilela, 21 de Setembro de 2009

Exmº(ª).Srº(ª).

Encarregado(a) de Educação,

Eu, Esmeraldina Santos professora da disciplina de Matemática e de Estudo Acompanhado do seu educando(a), venho por este meio solicitar a V. EXª. autorização para registar em áudio/vídeo e fotografia, algumas aulas de Matemática e de Estudo Acompanhado ao longo do ano lectivo.

Toda a documentação registada terá como finalidade suportar um trabalho de investigação relacionado com a actividade desenvolvida na sala de aula e a comunicação matemática. É ainda de referir que o trabalho de investigação fará parte de um estudo que desenvolverei na Universidade do Minho, no âmbito da minha tese de mestrado.

Agradeço a colaboração e atenção dispensada

Atenciosamente, a professora de Matemática: ______________________________________

(Esmeraldina Santos)

-✂————(recortar e entregar à Professora de Matemática)———✂–

Eu, ____Encarregado(a) de Educação do(a) aluno(a) ________________________ da turma do 7ºD

Tomei conhecimento do assunto referido no documento entregue ao meu educando pelo(a) pelo Professor(a) de Matemática e (coloque a x no ☐ respectivo):

☐ - Autorizo o registo nos moldes acima mencionados

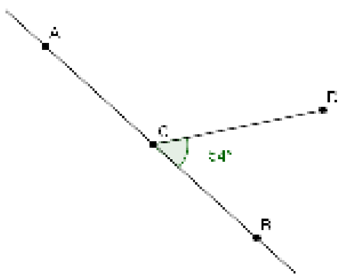
☐ - Não autorizo o registo nos moldes acima mencionados

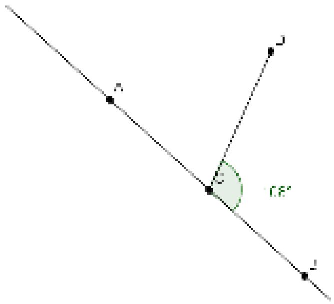
Assinatura do Encarregado(a) de Educação: ____________________________

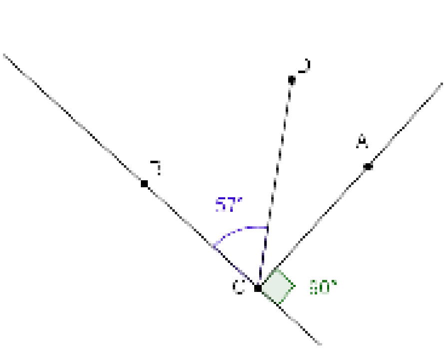
Escola Secundária de Vilela

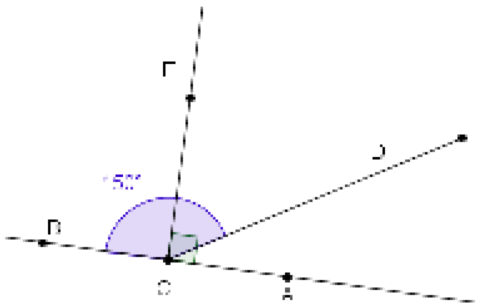
Tarefa 1 - Consolidação de conceitos	Matemática	Ano Lectivo 2009/2010	
Turma 7º D	Professora Esmeraldina Santos	Data ____ de Janeiro de 2010	
Nome			Nº

Determina o valor do ângulo ACD, em cada uma das figuras

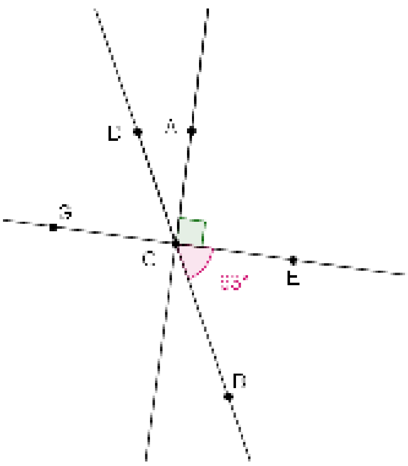


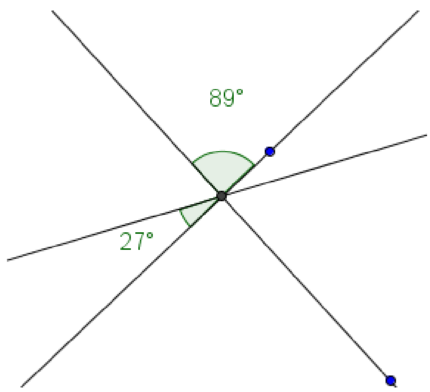






Determina o valor das amplitudes de todos os ângulos da figura





Será que os ângulos são suplementares? Justifica

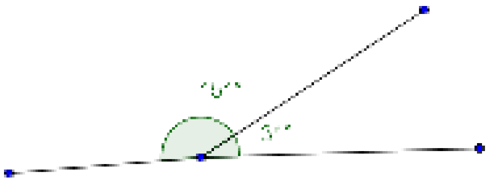


Figura 1

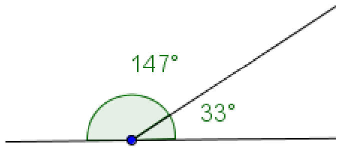


Figura 2

Será que os ângulos são complementares? Justifica

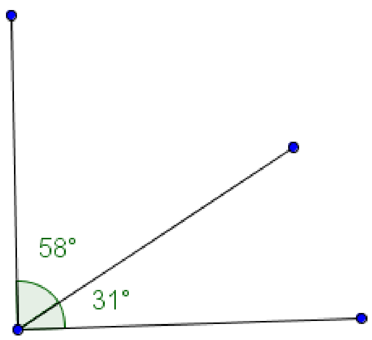


Figura 1

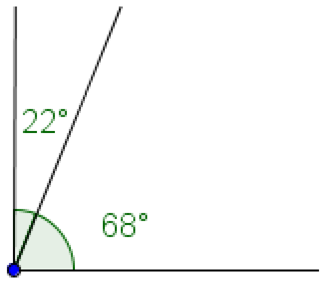


Figura 2

Será que as rectas a e b são paralelas? Justifica

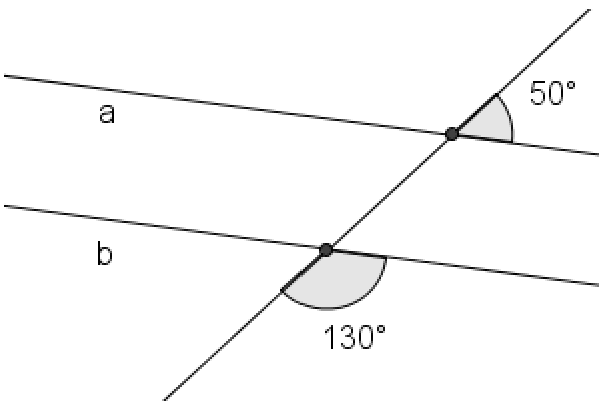


Figura 1

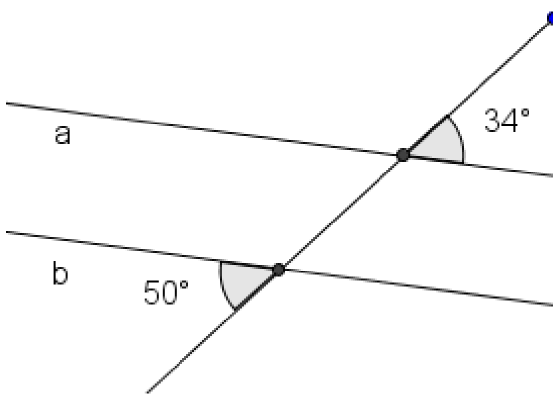


Figura 2

Escola Secundária de Vilela

Tarefa 2 Ângulos internos de um Triângulo	**Matemática**	Ano Lectivo 2009/2010
Turma 7º D	Professora Esmeraldina Santos	Data ___ de Janeiro de 2010
Nome		Nº

1. Constrói um triângulo ABC usando o programa de geometria dinâmica "Geogebra". De seguida faz o que é descrito em cada uma das questões e regista os teus resultados na tabela 1.

   1.1 Quantos ângulos internos tem o triângulo ABC? Identifica-os.

   1.2 Mede a amplitude de cada um dos ângulos internos do triângulo.

   1.3 Calcula a soma dos ângulos internos desse triângulo.

   1.4 Move um dos vértices do triângulo, obtiveste novos valores para as amplitudes dos ângulos internos, regista esses novos valores assim como a soma deles.

   1.5 Move outro vértice do triângulo e procede de igual modo à questão anterior.

Tabela I

Ângulos Internos	Amplitude dos ângulos internos	Amplitude dos ângulos internos depois de mover um vértice	Amplitude dos ângulos internos depois de mover outro vértice
Soma			

2. O que podes concluir sobre a soma dos ângulos internos dos triângulos da questão 1?

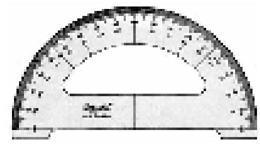
3. A conclusão tirada em **2**. é válida para qualquer triângulo? Porquê?

4. Todos os teus colegas chegaram à mesma conclusão? Porquê?

5. Dois colegas de uma turma de 7°ano, a Ana e o António, não usaram o computador para determinar a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo. Vejamos como procedeu cada um.

Método da Ana:

A Ana construiu um triângulo ABC no seu caderno e mediu com o transferidor a amplitude dos seus ângulos internos. Obteve os seguintes resultados:



∠ABC = 39° ; ∠BCA = 52° ; ∠CAB = 88°

Após observar estes resultados, admirada concluiu:

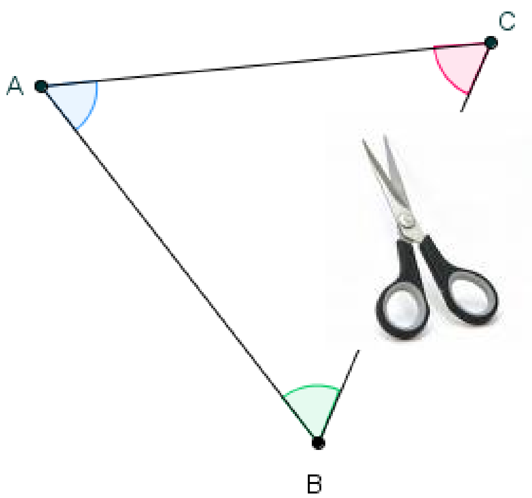
“ A soma dos meus ângulos dá quase 180º ”

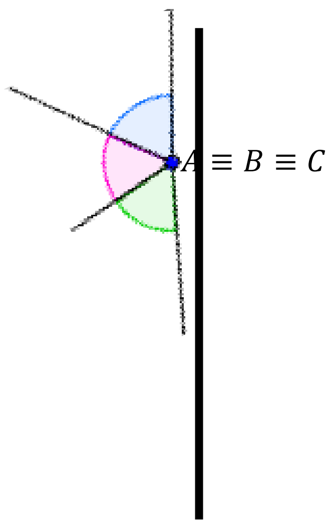
Método do António:

O António construiu um triângulo ABC no seu caderno e com a tesoura cortou cada um dos ângulos internos desse triângulo, colocou-os lado a lado, fazendo coincidir os vértices A, B e C todos no mesmo ponto, como se exemplifica na figura.

Observou a construção, comparando-a com a recta que desenhou e concluiu:

“ A soma da amplitude dos três ângulos não é bem um ângulo raso, é maior.”



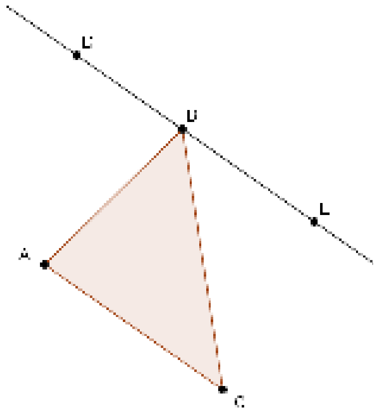


Perante os resultados que a Ana e o António obtiveram e de acordo com as conclusões que tiraste na questão 4 e 5, comenta cada um dos métodos usados e encontra argumentos válidos para explicar as conclusões da Ana e do António.

Escola Secundária de Vilela

Tarefa 3- Ângulos internos de um Triângulo	Matemática	Ano Lectivo 2009/2010	
Turma 7º D	Professora Esmeraldina Santos	Data ___ de Janeiro de 2010	
Nome			Nº

1. No computador utilizando o programa de geometria dinâmica "Geogebra", executa a seguinte construção.



- Constrói um triângulo ABC
- Desenha a recta paralela ao lado AC do triângulo e que passa pelo vértice B, como se exemplifica na figura.
- Marca dois pontos D e E pertencentes à recta paralela a AC.

De seguida, responde às questões.

1.1 Qual é a relação entre os ângulos ABD e BAC ?

Porquê?

1.2 Qual é o valor de cada uma das somas? Explica o teu

valor.

I. $\angle ABD + \angle ABC + \angle CBE =$ ....

II. $\angle BAC + \angle ABC + \angle CBE =$ ....

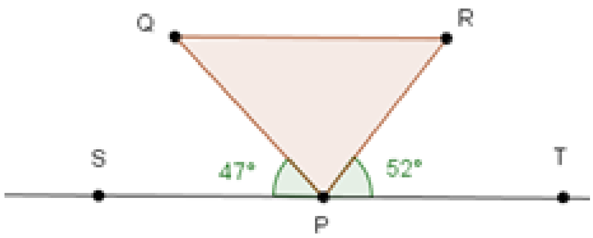
III. $\angle ABD + \angle ABC + \angle BCA =$ ....

IV. $\angle BAC + \angle ABC + \angle BCA =$ ....

2. Se moveres os vértices do triângulo da construção feita em 1., obténs diferentes triângulos. Será que os valores obtidos para as somas em 1.2 mantêm-se para esses triângulos? Porquê?

3. A Ana construiu o triângulo PQR e uma recta nas condições pedidas em 1., determinou a amplitude dos ângulos SPQ e TPR e afirmou: " Sabendo estes dois também sei as amplitudes de cada um dos ângulos internos do triângulo ".

Concordas com a afirmação da Ana? Porquê?



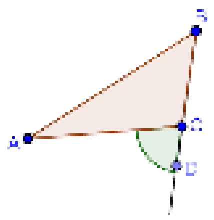
Tarefa 4 - Ângulos externos de um Triângulo	**Matemática**	Ano Lectivo 2009/2010
Turma 7º D	Professora Esmeraldina Santos	Data ___ de Janeiro de 2010
Nome		Nº

1. No computador, utilizando o programa de geometria dinâmica "Geogebra", constrói um triângulo ABC.

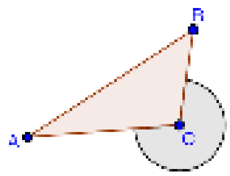
   1.1 Quantos ângulos externos achas que tem o triângulo? Determina a amplitude de cada um deles e adiciona as medidas obtidas.

   1.2 Move os vértices do triângulo que construíste para obteres outros triângulos e para cada novo triângulo que escolheres vai registando, por exemplo numa tabela, as respectivas amplitudes dos ângulos externos e soma-os. Compara os teus resultados com os dos teus colegas.

2. Nas figuras que se seguem tem duas definições possíveis para ângulo externo de um triângulo.

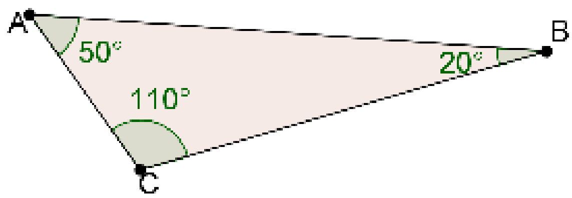


Definição 1



Definição 2

   2.1 Observa o triângulo ABC da figura. Calcula a amplitude de cada um dos ângulos externos deste triângulo de acordo com a definição 1 de ângulo externo , relaciona com o ângulo interno adjacente. Faz o mesmo com a definição da figura 2.



2.2 Qual das duas definições te parece mais vantajosa? Porquê?

3. Constrói um triângulo ABC.

3.1 Considera a definição 1 para ângulo externo e mede as amplitudes dos ângulos externos. O que observas?

3.2 Depois das várias construções que já fizeste, o que se poderá afirmar sobre a soma das amplitudes dos ângulos externos de um triângulo qualquer, considerando a definição 1?

3.3 Relacionando com o valor da soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo, como poderás explicar o valor da soma das amplitudes dos seus ângulos externos?

3.4 A Ana e o António estavam a observar um triângulo, tentando encontrar mais relações entre os ângulos internos e os ângulos externos. A Ana chegou à conclusão que podia relacionar dois ângulos internos com um externo. O António chegou à conclusão que podia relacionar um ângulo interno e um externo.

Concordas com eles? Será que as conclusões a que chegaram são válidas? Porquê?