

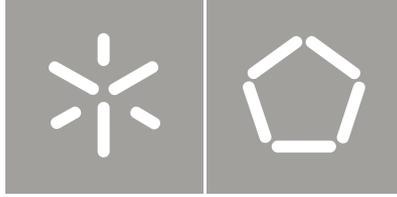


Universidade do Minho
Escola de Engenharia

Bruno Miguel Pedro Alves

e-Book para Controlo Digital:
Teoria, Matemática, Modelos e Simulações

Bruno Miguel Pedro Alves e-Book para Controlo Digital:
Teoria, Matemática, Modelos e Simulações



Universidade do Minho
Escola de Engenharia

Bruno Miguel Pedro Alves

e-Book para Controlo Digital:
Teoria, Matemática, Modelos e Simulações

Dissertação de Mestrado

Ciclo de Estudos Integrados Conducentes ao
Grau de Mestre em Engenharia Electrónica Industrial e Computadores

Trabalho efectuado sob a orientação da
Professora Doutora Filomena Maria Rocha Menezes
Oliveira Soares

Co-Orientadora:
Professora Doutora Celina Maria Godinho Silva Pinto
Leão

“Ninguém é tão grande que não possa aprender, e nem tão pequeno que não possa ensinar.”

(Píndaro)

Agradecimentos

Pretendo expressar os meus sinceros agradecimentos às minhas orientadoras, Professora **Filomena Soares** e Professora **Celina Pinto Leão** pela sua orientação, tempo, incentivo, dedicação e esforço demonstrados ao longo desta dissertação.

Gostaria também de agradecer à minha mãe, **Ermelinda Pedro** e ao meu pai, **João Alves** pelo seu apoio, confiança e oportunidade dada para a conclusão desta etapa.

Estou de igual forma agradecido à minha namorada **Catarina Araújo** pelo seu amor, ajuda, apoio, dedicação, paciência e incentivo ao longo de todo este percurso.

Não poderia deixar de agradecer a todos os meus colegas de curso especialmente ao **João Brito** por ter contribuído directamente para a realização desta dissertação.

Finalmente, gostaria de expressar um agradecimento especial à minha amiga **Sílvia Santos** pelo seu apoio, ajuda, camaradagem e trabalho realizado ao longo de todo o curso.

Resumo

O processo de Bolonha veio trazer alterações significativas no ensino superior. Este novo processo de aprendizagem centraliza a carga de trabalho no aluno, o que implica não só uma definição muito clara dos objectivos e das competências a adquirir mas também uma reformulação das estratégias e das metodologias de ensino. O aluno, em vez de ser ensinado, é estimulado a aprender por si próprio tornando assim fundamental a existência de ferramentas e meios que permitam atingir os objectivos a que um ensino superior de qualidade obriga.

Neste sentido, esta dissertação tem como objectivo o desenvolvimento de uma nova ferramenta de ensino capaz de se adequar às novas metodologias de ensino/aprendizagem. O *e-book* “Controlo Digital: da Teoria à Simulação Numérica” foi a ferramenta escolhida e servirá de suporte à Unidade Curricular (UC) de Controlo Digital do terceiro ano do Mestrado Integrado em Engenharia Electrónica Industrial e Computadores (MIEEIC). Outro objectivo consiste na reutilização de conceitos e conhecimentos adquiridos em UCs de anos anteriores nomeadamente na UC Matemática Aplicada (segundo ano) com especial ênfase nos métodos numéricos utilizados na resolução de problemas de Controlo. Esta ferramenta irá conter toda a matéria leccionada nas aulas de Controlo Digital e parte de Matemática Aplicada (Resolução de Sistemas de Equações Lineares e Resolução de Equações Diferenciais Ordinárias).

Os *e-books* permitem a inclusão de conteúdos e funcionalidades, tais como vídeos e animações, que ajudam a tornar o processo de aprendizagem mais interessante e intuitivo. A linguagem contida nesta ferramenta deverá ser uma linguagem simples e intuitiva de modo a facilitar a leitura e a compreensão dos temas abordados.

Devido ao facto de também ser uma ferramenta transportável, acessível em qualquer computador e desenvolvida de modo a tornar mais intuitivo e interessante o processo de aprendizagem acredita-se que será uma ferramenta capaz de ir ao encontro das necessidades dos alunos neste novo processo de ensino/aprendizagem.

Palavras-chave: *e-book*, Ferramentas de Ensino, Controlo Digital, Métodos Numéricos

Abstract

The Bologna process has brought significant changes in high education. This new learning process focuses on the student workload, which implies not only a very clear definition of objectives and skills to be acquired but also a rethinking of strategies and teaching methodologies. The student, instead of being taught, is encouraged to learn by him/herself. It becomes then essential to have tools and resources to achieve the goals that a quality high education requires.

In this sense, this work aims developing a new tool able to adapt to new teaching/learning activities. The e-book "Digital Control: from Theory to Numerical Simulation" was the tool of choice and will serve as support tool to the Course Unit (CCU) Digital Control of the third year of the MSc in Industrial Electronics and Computer Engineering (MIEEIC). Another objective is the reuse of concepts and knowledge acquired in previous years including Applied Mathematics (second year) with special emphasis on numerical methods used in solving problems of control. This tool will contain all the subjects taught in the classes of Digital Control and part of Applied Mathematics (Resolution of Systems of Linear Equations and Solving Ordinary Differential Equations).

e-Books allow the inclusion of content and features, such as videos and animations that help make the learning process more interesting and intuitive. The language contained in this tool should be simple and intuitive to facilitate reading and understanding of topics.

Being a portable tool accessible from any computer, written in an intuitive, simple and interesting language, the e-book is considered a tool capable of meeting student's needs in their new teaching/learning process.

Keywords: e-book, Teaching Tools, Digital Control, Numerical Methods.

Índice

Agradecimentos	v
Resumo	vii
Abstract	viii
Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas	xiii
1. Introdução	1
1.1 Motivação e Enquadramento	2
1.2 Objectivos	3
1.3 Estado da Arte	4
1.4 Conteúdo do <i>e-Book</i>	12
1.5 Estrutura da Dissertação	13
1.6 Bibliografia	13
2. Fundamentos Teóricos	17
2.1 Métodos Numéricos	18
2.1.1 Resolução de Sistemas de Equações Lineares	18
2.1.2 Resolução de Equações Diferenciais	23
2.2 Modelização de Sistemas	28
2.2.1 Função de Transferência	31
2.3 Espaço de Estados Contínuo	32
2.3.1 Solução da Equação de Estado	33
2.3.1.1 Solução Homogénea da Equação de Estado	34
2.3.1.2 Solução Completa da Equação de Estado	34
2.3.2 Matriz de Transição de Estado	35
2.3.2.1 Expansão em Série de Taylor	35
2.3.2.2 Transformada de Laplace	36
2.3.3 Função de Transferência Impulsional	37
2.4 Espaço de Estados Discreto	37
2.4.1 Amostragem	39
2.4.2 Equação de Estado e Equação de Saída Discretas	41
2.4.3 Solução da Equação de Estado Discreta	41
2.4.4 Sistemas Discretos com Atraso	42
2.5 Transformada Z	43
2.5.1 Função de Transferência em Z	44
2.5.2 Estabilidade em Z	45
2.5.2.1 Lugar de Raízes	46
2.6 Controlador PID Digital	48
2.6.1 Sintonização de Controladores PID	54
2.6.2 Resposta em Frequência	57
2.7 Bibliografia	58
3. Ferramentas e Procedimento de Construção do <i>e-Book</i>	62
3.1 Ferramentas para Texto	63

3.2	Ferramentas para Animações	65
3.3	Ferramentas de Vídeo	68
3.4	Ferramentas de Acesso Livre	71
3.5	Ferramentas de Simulação	73
3.6	Ferramentas de Compilação	75
3.7	Procedimento de Construção do <i>e-Book</i>	77
3.8	Bibliografia	78
4.	Funcionalidades e Exemplos Práticos do <i>e-Book</i>	83
a)	Capa e Introdução	84
b)	Elementos Comuns	84
c)	Conceitos de Matemática Necessários	88
d)	Métodos Numéricos Utilizados	90
	Sistemas de equações lineares: utilização do método EGPP	90
	Equações diferenciais ordinárias: utilização do método de Runge-Kutta	93
e)	Modelização em Espaço de Estados	94
	Sistemas Hidráulicos	95
	Sistemas Térmicos	97
	Sistemas Mecânicos	100
	Sistemas Eléctricos	103
f)	Solução da Equação de Estado	105
g)	Amostragem de Sinais Contínuos	107
h)	Espaço de Estados Discreto	108
i)	Análise de Sistemas Discretos	109
j)	Operadores	112
k)	Controlador PID	114
l)	Exercícios	117
m)	Referências, Sites de Interesse e Anexos	117
5.	Análise do Impacto da Utilização do <i>e-Book</i>	119
5.1	Questionário	120
5.2	Análise dos Resultados do Questionário	123
6.	Conclusões e Perspectivas Futuras	132
	Anexo 1 – Questionário	136
	Anexo 2 – Codificação das perguntas do Questionário	137
	Anexo 3 – Resultados do teste de χ^2 para as questões sobre a classificação do <i>e-book</i> e frequentar ou não pela primeira vez a UC Controlo Digital	138
	Anexo 4 – Resultados do teste de χ^2 para as questões sobre a classificação do <i>e-book</i> e ter tido ou não aprovação à UC Controlo Digital	140

Índice de Figuras

Figura 1 - Interligações entre os conteúdos das duas UCs incluídas no <i>e-book</i>	4
Figura 2 - <i>Blackboard</i> da Universidade do Minho	6
Figura 3 - <i>CircuitSimulator</i>	7
Figura 4 - <i>LabSim</i>	8
Figura 5 - <i>AutomaticControlTelelab</i>	9
Figura 6 - <i>NPTEL</i>	10
Figura 7 - <i>e-Book</i> "Laboratórios de Instrumentação para Medição"	11
Figura 8 - Triangulação	20
Figura 9 - Matriz estrita e diagonalmente dominante	21
Figura 10 -Matriz simétrica e definida positiva.....	21
Figura 11 - Critério de Sassenfeld	22
Figura 12 - Método de Euler	25
Figura 13 - Erro de Truncatura.....	25
Figura 14 -Runge-Kutta.....	26
Figura 15 - Circuito Eléctrico.....	28
Figura 16 - Propriedades dos Sistemas Lineares	29
Figura 17 - Estabilidade de um Sistema	30
Figura 18 - Sistema Invariante no Tempo	30
Figura 19 - Função de Transferência	31
Figura 20 - Diagrama de Blocos das Equações da Notação de Espaço de Estados	33
Figura 21 - Controlo em malha fechada analógico	37
Figura 22 - Controlo em malha fechada digital	38
Figura 23 - Sinal Amostrado.....	39
Figura 24 - Processo de Amostragem.....	39
Figura 25- Sinais Amostrados [9].....	40
Figura 26 - Exemplos Sistema sem e com atraso	42
Figura 27 - Equação de Estado com atraso menor que o período de amostragem	43
Figura 28 - Equação de Estado com atraso superior ao período de amostragem	43
Figura 29 - Sistema Discreto em Malha Fechada	45
Figura 30 - Pólos e Zeros de uma Função	46
Figura 31 - Estabilidade no Plano S e no Plano Z	46
Figura 32 - Lugar de Raízes	48
Figura 33 - Características da resposta sub-amortecida de um sistema de 2ª ordem	49
Figura 34 - Acção Proporcional.....	49
Figura 35 - Acção Integral.....	50
Figura 36 - Acção Derivativa	50
Figura 37 - Função Transferência do Controlador PID na forma paralela	52
Figura 38 - Conversão PID Analógico para PID Digital	53
Figura 39 - Ziegler-Nichols em Malha Aberta	55
Figura 40 - Curva Tipo S.....	55
Figura 41 - Ziegler-Nichols em Malha Fechada.....	56
Figura 42 - Diagrama de Bode	57
Figura 43 - Margem de Ganho e Margem de Fase	58
Figura 44 - <i>OpenOffice.org Writer</i>	63
Figura 45 - Texto escrito através processador de texto do tipo <i>WYSIWYM</i>	64
Figura 46 - Resultado obtido com o <i>LaTeX</i>	64
Figura 47 - Imagens de animação implementada no <i>e-book</i>	66
Figura 48 - <i>GIF Movie Gear</i>	67
Figura 49 - <i>Adobe Flash</i>	68
Figura 50 - <i>CamtasiaStudio</i>	69

Figura 51 – <i>Format Factory</i>	70
Figura 52 - <i>Free YouTube Download</i>	70
Figura 53 – <i>Matrix Calculator</i>	71
Figura 54 - Ferramenta para o cálculo da expansão em serie de Taylor	72
Figura 55 – <i>QuickMath</i>	72
Figura 56 – <i>MATLAB</i>	73
Figura 57 - <i>Simulink</i>	74
Figura 58 - Lugar de raízes e diagrama de Bode obtidos no <i>MATLAB</i>	74
Figura 59 – <i>Scilab</i>	75
Figura 60 - <i>eBookEdit Pro</i>	76
Figura 61 - <i>Adobe Acrobat Professional</i>	77
Figura 62 - Capa do <i>e-book</i>	84
Figura 63 - Índice do <i>e-book</i>	85
Figura 64 - Exemplo do tipo de resumos presentes no <i>e-book</i>	85
Figura 65 - Exemplo de uma plataforma de acesso a um vídeo presente no <i>e-book</i>	86
Figura 66 - Exemplo animação presente no <i>e-book</i>	86
Figura 67 – Exemplo presente no <i>e-book</i> que utiliza o <i>MATLAB</i>	87
Figura 68 - Exemplo de apresentação de uma hiperligação presente no <i>e-book</i>	87
Figura 69 - Operações com Matrizes	88
Figura 70 - Solução analítica exacta.....	93
Figura 71 - Comparação gráfica da solução aproximada obtida com o método de Runge-Kutta.....	94
Figura 72 - Sistema com três tanques independentes	95
Figura 73 - Sistema Térmico	98
Figura 74 - Transferências de calor existentes no sistema térmico	99
Figura 75 - Sistema massa-mola-amortecedor	100
Figura 76 - Forças presentes em cada massa devido à força F	101
Figura 77 - Circuito RLC	103
Figura 78 - Algoritmo modelo para a modelização de sistemas hidráulicos	105
Figura 79 - Amostragem de sinais	107
Figura 80 - Transformada Z	109
Figura 81 - Pólos e Zeros.....	110
Figura 82- Lugar de Raízes	112
Figura 83 - Representação Gráfica	116
Figura 84 - Exercícios	117
Figura 85 - Páginas de interesse	118
Figura 86 - Anexo 2 do <i>e-book</i>	118
Figura 87 - Primeira parte do questionário: Dados pessoais	120
Figura 88 – Segunda parte do questionário: Ambiente de trabalho	121
Figura 89 - Terceira parte do questionário: Competências Técnicas 1	121
Figura 90 – Terceira parte do questionário: Competências Técnicas 2	122
Figura 91 – Quarta parte do questionário: <i>SoftSkills</i>	122
Figura 92 – Última parte do questionário: Hábitos de utilização	123
Figura 93 - Resultados da pergunta CT1.9	125
Figura 94 - Resultados da pergunta CT1.16.a	126
Figura 95 - Resultados da pergunta CT1.16.c	126
Figura 96 - Resultados da pergunta CT1.16.d	127
Figura 97 -Resultados da pergunta CT1.10	128
Figura 98 - Resultados da pergunta SS4.....	129
Figura 99 - Resultados da pergunta HU4	130

Índice de Tabelas

Tabela 1 - Classificação de Sistemas de Controlo.....	29
Tabela 2 - Diferenças entre a Modelização através da Função Transferência e Espaço de Estados.....	32
Tabela 3 - Conceitos associados ao Método de Espaço de Estados.....	32
Tabela 4 - Descrição dos Elementos Constituintes das Equações do Método de Espaço de Estados.....	33
Tabela 5 - Regras do Lugar de Raízes	47
Tabela 6 - Efeitos das Acções de Controlo na Resposta do Sistema	51
Tabela 7 - Variáveis presentes na fórmula do Controlador PID	52
Tabela 8 - Parâmetros Ziegler-Nichols em Malha Aberta	56
Tabela 9 - Parâmetros Ziegler-Nichols em Malha Fechada.....	56
Tabela 10 -Grandezas presentes no sistema com três tanques.....	96
Tabela 11 - Grandezas presentes no sistema térmico	98
Tabela 12 - Parâmetros Ziegler-Nichols em malha fechada para o PID.....	116
Tabela 13 - Caracterização da amostra.....	124
Tabela 14 - Codificação das perguntas em análise	125
Tabela 15 - Estatísticas obtidas para as perguntas em análise	128
Tabela 16 - Resultados das perguntas A1 e A2	130

1. Introdução

Sumário

Neste capítulo são apresentados a motivação e o enquadramento do trabalho. É também efectuada uma exposição dos objectivos do trabalho e das novas ferramentas e métodos de ensino/aprendizagem. Por fim, é feita uma descrição dos conteúdos a desenvolver no *e-book* e da estrutura da dissertação.

- 1.1 Motivação e Enquadramento
 - 1.2 Objectivos
 - 1.3 Estado da Arte
 - 1.4 Conteúdo do *e-book*
 - 1.5 Estrutura da Dissertação
 - 1.6 Bibliografia
-

1.1 Motivação e Enquadramento

A implementação do processo de Bolonha em Portugal, nos últimos anos, veio trazer profundas alterações nos métodos e processos de ensino que vigoravam há várias décadas. Com estas mudanças, o ensino em Portugal deixou de ser centrado na sala de aula passando o trabalho realizado pelos alunos, fora das aulas, a ter um papel muito importante. Bolonha exige que os alunos possuam uma atitude mais activa no seu processo de aprendizagem. Esta nova filosofia de ensino requer que os alunos pesquisem e procurem novos conhecimentos fora das salas de aulas passando o papel do professor a ser mais de orientador do estudo e incentivador da procura e revisão bibliográfica [1].

Este novo método de ensino originou a criação de novas ferramentas de ensino que se adequassem às necessidades do processo de Bolonha. Com as potencialidades e acessibilidade da Internet facilmente se concluiu que o caminho a seguir seria o desenvolvimento de ferramentas disponíveis na Web que pudessem auxiliar os alunos no seu processo de aprendizagem. A partir desta altura, surgiram então várias páginas com conteúdos teóricos, ferramentas de auxílio e simuladores que permitem aos alunos estudar, aprender e realizar experiências a qualquer hora e lugar. Na evolução destes novos métodos de ensino surgiram os laboratórios remotos constituídos por sistemas físicos que oferecem a mesma acessibilidade que os simuladores mas permitem aos alunos a realização de experiências com sistemas físicos reais. Estas ferramentas adequam-se às necessidades do processo de Bolonha pois permitem que os alunos estudem e realizem experiências consoante a sua disponibilidade possibilitando assim o acesso ao conhecimento de uma forma ecológica e económica. Apesar de serem excelentes ferramentas estão dependentes do local e da qualidade da ligação à rede, podendo dificultar a aprendizagem do aluno. Um local com fraco sinal de ligação à Internet, pode tornar difícil e penosa a visualização das respectivas páginas mesmo quando os alunos apenas pretendem aceder aos conteúdos teóricos.

Com a constatação da limitação destas ferramentas surge a motivação para esta dissertação. Pretende-se assim desenvolver uma nova ferramenta (que poderá complementar as anteriormente descritas) que permita disponibilizar aos alunos, em qualquer lugar e a qualquer hora, a informação necessária sem a necessidade de

aceder à Internet. Pretende-se ainda que esta ferramenta possua capacidades que tornem o processo de aprendizagem mais interessante e intuitivo.

1.2 Objectivos

Este trabalho tem como objectivo o desenvolvimento de uma nova ferramenta que possa auxiliar e incentivar os alunos no seu processo de aprendizagem na Unidade Curricular, UC, de Controlo Digital leccionada no segundo semestre do terceiro ano do Mestrado Integrado em Engenharia Electrónica Industrial e Computadores. Pretende-se então desenvolver um *e-book* onde constem todos os conteúdos teóricos relativos a esta UC; todos os conceitos matemáticos e numéricos necessários para a resolução de problemas de controlo; e vídeos, hiperligações e animações essenciais para o processo de estimulação da aprendizagem. Pretende-se que, os alunos, com a leitura deste *e-book*, consigam adquirir as competências necessárias na área de Controlo Digital e sejam estimulados para continuar o seu processo de aprendizagem nesta área. Outro dos objectivos passa por conseguir que os alunos sejam capazes de “re-utilizar” o conhecimento previamente adquirido. Em particular, percebam que os conceitos matemáticos e numéricos estudados na UC Matemática Aplicada do segundo ano, por exemplo, os conhecimentos da resolução numérica de equações diferenciais, podem ser aplicados na área de Controlo Digital, tomando assim consciência da importância da aplicação destes conceitos nesta área. De forma esquemática e breve, Figura 1, pode-se verificar as fortes ligações entre os conteúdos programáticos das duas UCs. No caso da UC de Matemática Aplicada, a solução numérica de sistemas de equações lineares e de equações diferenciais ordinárias são necessárias para a obtenção da solução das equações desenvolvidas na modelização de equações de estado. Outro exemplo, a expansão em fracções parciais é pode ser muito útil na análise de sistemas discretos, nomeadamente no cálculo da inversa da transformada Z. Este assunto é descrito em pormenor no capítulo quatro.

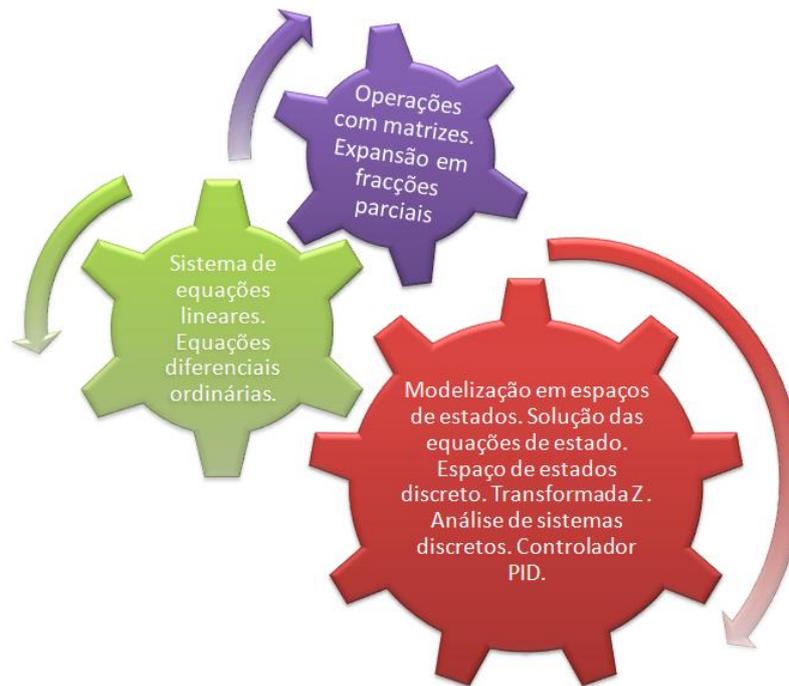


Figura 1 - Interligações entre os conteúdos das duas UCs incluídas no *e-book*

Muitos dos alunos quando começam a ler um livro físico ou digital facilmente ficam desmotivados e não terminam a sua leitura devido à enorme quantidade de texto e linguagem, por vezes rebuscada, presente no mesmo. De modo a solucionar este problema e a conseguir atingir os objectivos propostos, pretende-se que a linguagem e exemplos presentes no *e-book* sejam simples e acessíveis. Pretende-se ainda incluir o maior número de conteúdos interactivos desde vídeos referentes à área em estudo, hiperligações para ferramentas e páginas de interesse que possam ser consultadas posteriormente, bem como animações que irão servir para cativar a atenção e interesse do aluno.

Após a finalização da elaboração do *e-book*, o último objectivo deste trabalho passa por analisar qual o impacto da sua utilização no processo de aprendizagem dos alunos. O *e-book* será disponibilizado aos alunos da UC de Controlo Digital e através e um inquérito de satisfação desenvolvido, será feita uma análise dos resultados obtidos. Desta forma os pontos positivos e os pontos negativos serão identificados permitindo assim reconhecer os aspectos a manter e os aspectos a melhorar.

1.3 Estado da Arte

Ao longo dos anos o avanço tecnológico permitiu o aparecimento de novos produtos e inovações em todas as áreas que tiveram grande impacto na qualidade de

vida das pessoas. Englobado neste processo evolutivo encontra-se, de forma natural, o sistema de ensino [2]. A evolução do sistema de ensino surge da necessidade de se adaptar às novas ideologias e metodologias. Para conseguir alcançar estes objectivos e potenciar a sua qualidade é imprescindível acompanhar e utilizar as tecnologias e inovações que vão surgindo. A título de exemplo é possível constatar que o aparecimento dos primeiros computadores obrigou a uma reformulação e expansão do sistema de ensino em todo o mundo. Para acompanhar esta evolução foi necessária a criação de novas áreas de estudo, como por exemplo, a área da informática, e adaptação de novas medidas e métodos para a transmissão dos conhecimentos. Para além da necessidade da criação de novas áreas de estudo, os computadores vieram ainda provocar alterações no sistema de ensino em geral. Entre outras vantagens esta ferramenta possibilitou que muitos dos trabalhos e relatórios (processamento de texto) fossem elaborados de forma mais rápida e simples tornando assim o processo de ensino/aprendizagem mais eficaz. De todas as inovações é de salientar a Internet devido às suas potencialidades e alterações significativas provocadas na vida das pessoas e no ensino em particular. Em [3], o autor aborda a importância da tecnologia na educação, defendendo que as novas tecnologias possibilitam muitas oportunidades na redefinição e criação de novos métodos de ensino e aprendizagem. Fica também patente a ideia que no futuro as novas tecnologias irão ter um papel cada vez mais importante na educação.

Soares e Leão [4] descrevem três experiências, que fazem uso de ferramentas Web, no ensino de algumas disciplinas ao nível de licenciatura de um curso de engenharia. O artigo defende que estas novas ferramentas visam complementar o ensino tradicional permitindo colocar mais responsabilidade nos alunos relativamente ao processo de aprendizagem. De referir que esta abordagem de ensino foi bem aceite pelos alunos, motivando-os para uma atitude mais activa e reactiva na sua aprendizagem.

Em [5] são abordadas as potencialidades das novas tecnologias no ensino de Controlo. O autor defende o uso das novas tecnologias no ensino devido às suas potencialidades pois acredita que estas ferramentas podem tornar mais interessante, acessível e intuitivo o processo de aprendizagem. O autor defende ainda que o ensino

desta área deverá ser um equilíbrio entre a teoria e a prática podendo as novas ferramentas ter um papel muito importante em ambas as partes.

As potencialidades e importância das novas tecnologias no binómio ensino/aprendizagem estão bem patentes nos dias de hoje.

Uma das ferramentas em destaque criada essencialmente para o ensino é o sistema de gestão da aprendizagem, o CMS - *Content Management System* [6]. Este tipo de sistemas também conhecido por plataforma de *e-learning* disponibiliza um conjunto de recursos que dão suporte ao processo de aprendizagem. Este tipo de plataformas permite, entre outras funcionalidades, a divulgação de informação e avisos relativos às unidades curriculares. Um exemplo deste tipo de plataforma é o *Blackboard* [7] ilustrado na Figura 2, utilizado pela Universidade do Minho na gestão de todas as unidades curriculares dos cursos. Esta plataforma permite o acesso, por parte dos alunos, a avisos, conteúdos e todas as informações necessárias para o bom funcionamento e desempenho às unidades curriculares em que estão inscritos.



Figura 2 - *Blackboard* da Universidade do Minho

Com o desenvolvimento das linguagens de programação rapidamente começaram a aparecer simuladores [8] sobre os mais variados temas. Estes simuladores permitem simular sistemas e obter informações sobre os mesmos sem a necessidade da sua implementação real. Os simuladores permitem a simulação de sistemas complexos que seriam muito complicados de aprender na prática e constituem uma excelente opção quando não é possível ou viável ter acesso ao sistema real. Existem simuladores complexos com fins comerciais e outros mais

simples que podem ser encontrados gratuitamente na Internet. Dentro dos simuladores vocacionados para o ensino é possível destacar o *CircuitSimulator* [9], representado na Figura 3, que permite desenhar e simular circuitos electrónicos e o *MyPhysicsLab* [10] que consiste numa página utilizada no ensino de Física onde é possível encontrar vários simuladores de sistemas constituídos por massas e molas.

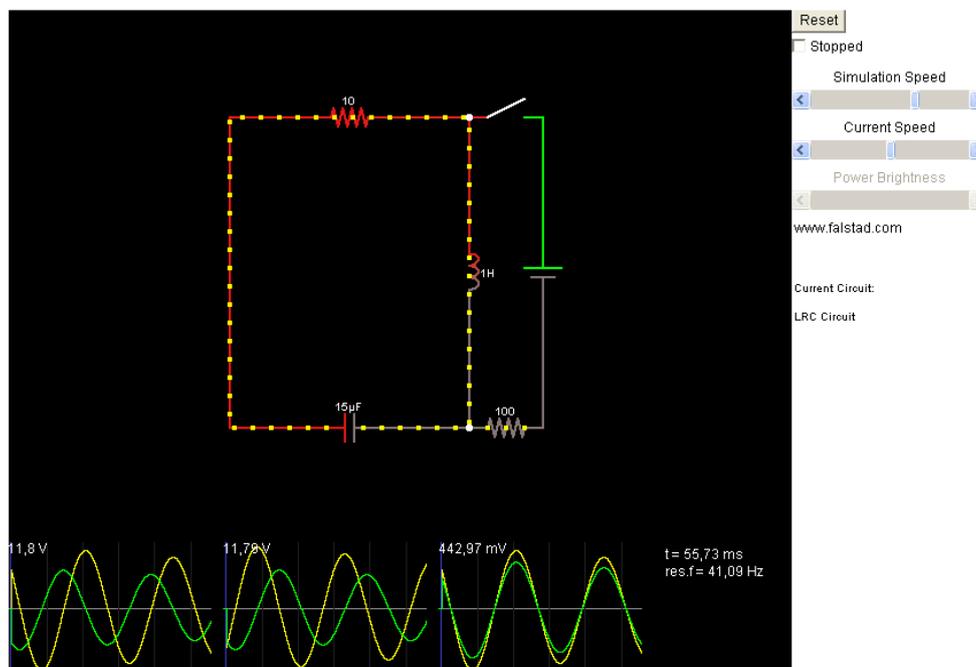


Figura 3 - *CircuitSimulator*[9]

Relativamente à área de Controlo é possível destacar o *LabSim* [11] (Laboratório Virtual de Controlo) ilustrado na Figura 4. Este simulador, desenvolvido na Escola de Engenharia da Universidade do Minho, permite o acesso de uma forma estruturada aos fundamentos teóricos referentes à área de controlo e à área de métodos numéricos e permite efectuar a simulação numérica de sistemas hidráulicos, térmicos, mecânicos e eléctricos [12]. A simulação destes sistemas pode ser efectuada tanto em malha aberta como em malha fechada e com um controlador On-Off ou PID (Proporcional, Integral e Derivativo). Permite ainda estudar os métodos numéricos necessários para a resolução das equações diferenciais presentes no modelo em estudo. Em [12] estão apresentadas mais algumas das páginas disponíveis na Internet com simulações de diferentes sistemas.

Figura 4 – LabSim [11]

De modo a complementar os simuladores surgiram os laboratórios remotos [13]. Estes laboratórios trouxeram a possibilidade de realizar experiências reais através da Internet. Para a sua implementação é necessário construir o sistema real e desenvolver, em *software*, a interface que irá permitir controlá-lo à distância. Nestes laboratórios está disponível uma câmara que permite a visualização da experiência através da Internet. Como desvantagens apresentam a complexidade e custo na sua implementação relativamente aos simuladores. Este tipo de laboratórios requer muito equipamento o que implica que a sua construção irá depender da organização e de meios de financiamento. Para além destes problemas um laboratório deste tipo requer ainda espaço físico, pessoal especializado e a manutenção do sistema. No entanto, a utilização remota e partilhada de laboratórios entre instituições de ensino, geograficamente separadas, pode fomentar a gestão objectiva de recursos materiais e humanos. Relativamente a este tipo de ferramentas é possível destacar o *AutomatLabs* [14], o *Web-Enabled Mechatronics/Process* [15] e o *Automatic Control Telelab* [16].

O *AutomatLabs* [14] é um laboratório remoto criado por um conjunto de universidades espanholas. Estes laboratórios remotos foram criados com o objectivo

de ajudar os estudantes a desenvolverem as suas competências na área da engenharia de controlo. Os laboratórios baseiam-se na integração de *hardware*, *software* e recursos humanos disponibilizados pelas universidades que integram este projecto. Apesar de todas as experiências serem na área do controlo convêm destacar o sistema do tanque único, o sistema com três tanques e o sistema com quatro variáveis que permite, entre outras variáveis, o controlo da altura e temperatura.

O *Web-Enabled Mechatronics/Process* [15] é o laboratório remoto criado pela Universidade Politécnica de Brooklyn em Nova Iorque constituído por várias experiências dedicadas ao estudo da mecatrónica e controlo de processos.

O *Automatic Control Telelab* [16], ilustrado na Figura 5, foi desenvolvido por professores do departamento de engenharia de informação da Universidade de Siena em Itália. Nestes laboratórios é possível encontrar várias experiências onde é possível ver a descrição teórica de cada sistema, um vídeo exemplo sobre o sistema, o sistema em tempo real e realizar a respectiva experiência. Das experiências disponíveis convêm realçar o controlo do nível de água num tanque, o controlo da posição de um motor corrente contínua e o controlo de velocidade de um motor de corrente contínua.

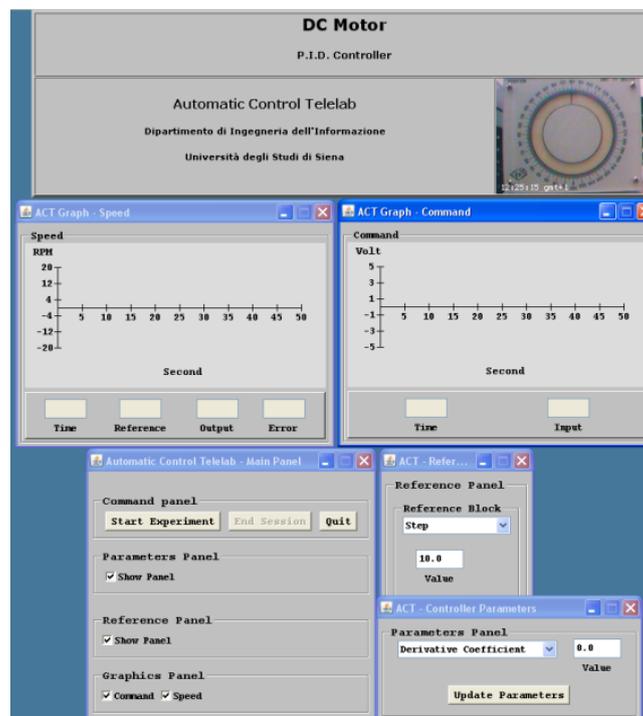


Figura 5 - AutomaticControlTelelab [16]

Outra forma de promover e facilitar o processo de ensino/aprendizagem consiste na disponibilização de conteúdos vídeos em páginas na Internet. Existem

actualmente páginas que reúnem um grande número de vídeos acerca dos mais variados temas oferecendo assim aos seus visitantes uma grande quantidade de informação numa só página. Também se encontram páginas que fornecem aulas completas ao ensino superior sobre os mais variados temas. Neste âmbito convém destacar a página *Freedom University* [17] e a página *NPTEL* [18].

A página *Freedom University* [17] foi criada pelo professor John Santiago e tem como objectivo fornecer conteúdos *online* na área da engenharia. Nesta página é possível encontrar aulas e tutoriais em vídeo sobre os diversos temas relacionados com a engenharia. Relativamente à área de controlo, possui vídeos relacionados com o conceito de amostragem, equações diferenciais, transformada de Laplace, transformada Z e tutoriais sobre o uso do *Matlab* e *Simulink*.

A página *NPTEL* [18], ilustrada na Figura 6, consiste num projecto desenvolvido na Índia onde alguns professores de várias universidades disponibilizaram aulas em vídeo dedicadas ao ensino das várias áreas de engenharia. O principal objectivo desta página é disponibilizar aulas grátis de modo a facilitar o acesso à informação e à aprendizagem dos vários temas. Nesta página é possível encontrar vídeos dedicados ao estudo dos conceitos matemáticos necessários na engenharia bem como vídeos relativos à engenharia de controlo.

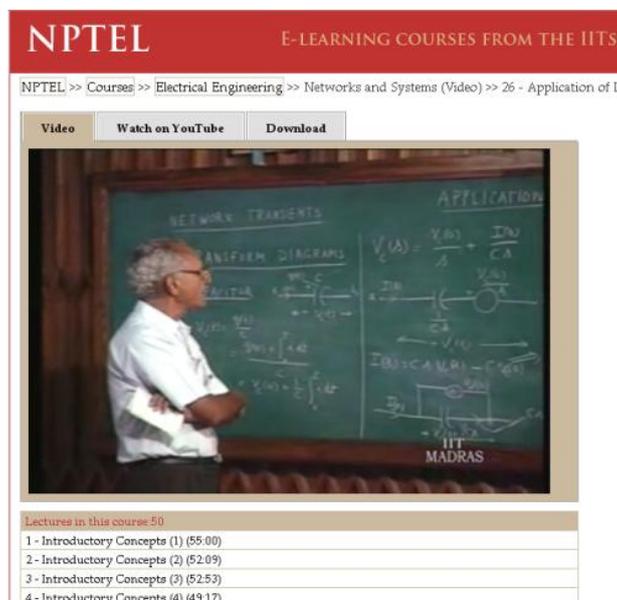


Figura 6 – NPTEL [18]

As ferramentas anteriormente descritas possuem em comum o facto de estarem todas dependentes da Internet. Assim, caso os utilizadores se encontrem num

local sem acesso ou com pouca rede, não poderão usufruir das potencialidades das mesmas. De modo a contornar este problema surgiu o *e-book* [19] que pode ser utilizado como uma ferramenta voltada para o ensino. O *e-book* permite disponibilizar uma grande quantidade de informação sem necessidade de aceder à Internet, possibilita ainda a inclusão de interactividade através de vídeos, animações e outros recursos que tornam a sua leitura mais interessante e intuitiva. Hoje em dia já é possível encontrar *e-books* sobre os mais variados temas, adequados para todas as idades e níveis de escolaridade. A página *ebook.com* [20] dedica-se à comercialização de *e-books* dos mais variados temas como por exemplo: romance, ficção, educação, história e tecnologia. Entre outras páginas destaca-se a *Sports eBooks* [21] que se dedica exclusivamente à venda de *e-books* dedicados ao desporto.

Existem também *e-books* dedicados à vertente académica onde se pode destacar, a título de exemplo, o *e-book* denominado: “Laboratórios de Instrumentação para Medição” [22], ilustrado na Figura 7, desenvolvido por vários professores da FEUP que apresenta e analisa conceitos, métodos, procedimentos e actividades laboratoriais no campo da instrumentação para a medição.



Figura 7 - *e-Book* "Laboratórios de Instrumentação para Medição" [22]

O *e-book* é considerado uma ferramenta interessante no ensino devido às suas potencialidades de dinamizar e incentivar a aprendizagem [23].

Com o uso dos novos recursos tecnológicos é possível criar e desenvolver ferramentas muito importantes e úteis no binómio ensino/aprendizagem. Tendo em conta as potencialidades dos *e-books* e os objectivos deste trabalho relativamente ao ensino, acredita-se que esta será uma excelente ferramenta no ensino de Controlo

Digital capaz de reutilizar conceitos relativos à Matemática Aplicada e incentivar os alunos à sua leitura e estudo conseguindo assim obter melhores resultados relativamente à sua aprendizagem.

1.4 Conteúdo do *e-Book*

De um modo geral o *e-book* irá conter informação relativa à UC de Controlo Digital, informação relativa UC de Matemática Aplicada, nomeadamente a parte de Métodos Numéricos necessários na área de controlo e os conteúdos interactivos que irão servir de suporte anteriores aos temas em estudo.

Relativamente aos conteúdos teóricos da unidade curricular de Controlo Digital pretende-se incluir: a modelização de sistemas em notação de espaços de estados com vários exemplos de modelização de, entre outros, sistemas hidráulicos, térmicos, físicos e eléctricos. Ainda dentro do tema relativo à modelização em espaço de estados pretende-se ainda incluir a solução homogénea e completa da equação de estado e o conceito de função transferência de sistemas contínuos. Será também abordado o processo de amostragem de sinais contínuos, os conceitos associados e a representação em espaço de estados de sistemas discretos. Por fim, será incluída a transformada Z, a função transferência impulsional, a análise de estabilidade em Z usando o lugar de raízes e as várias formas e métodos de sintonia do controlador PID.

No que diz respeito aos Métodos Numéricos será incluído o estudo da resolução de equações diferenciais bem como a resolução de sistemas de equações lineares. Pretende-se ainda rever alguns conceitos matemáticos utilizados em controlo, nomeadamente operações realizadas com matrizes, transformada de Laplace, transformada Z e exemplos das derivadas e primitivas mais comuns.

É importante salientar que toda a informação teórica apresentada será acompanhada de exemplos teórico-práticos e/ou conteúdos interactivos sobre o tema em questão.

Tendo em consideração os conteúdos a incluir no *e-book* a sua estrutura deverá ser composta por capa, referências, anexos e os seguintes capítulos: Introdução, Conceitos Matemáticos, Métodos Numéricos, Modelização em Espaço de Estados, Solução da Equação de Estado, Amostragem de Sinais Contínuos, Espaço de Estados Discreto, Análise de Sistemas Discretos, Operadores, Controlador PID e Exercícios.

1.5 Estrutura da Dissertação

Este documento encontra-se dividido em seis capítulos. No primeiro capítulo é apresentado o enquadramento, motivação e objectivo deste trabalho. O segundo capítulo apresenta uma descrição dos principais conteúdos teóricos incluídos no *e-book*. As ferramentas utilizadas e o procedimento para a sua construção encontram-se descritos no capítulo três. A descrição do *e-book* é feita no capítulo quatro. No capítulo cinco analisa-se o impacto da utilização desta ferramenta na Unidade Curricular de Controlo Digital. A análise estatística foi feita com recurso ao programa estatístico SPSS (*Statistical Package for the Social Science*) [24]. Por fim, no capítulo seis apresenta-se as conclusões e as perspectivas futuras deste trabalho.

1.6 Bibliografia

- [1] Europa, Processo de Bolonha: estabelecimento do Espaço Europeu do Ensino Superior, Abril 2010. Consultado em 16 de Junho de 2011, disponível em: http://europa.eu/legislation_summaries/education_training_youth/lifelong_learning/c11088_pt.htm
- [2] Articlesbase, The Evolution of Educational Technology, 2011. Consultado em 19 de Junho de 2011, disponível em: <http://www.articlesbase.com/k-12-education-articles/the-evolution-of-educational-technology-828944.html#axzz1Pi5hEoVp>
- [3] Brogan, P., “Using the Web for Interactive Teaching and Learning”, Macromedia white paper, 1999, Página 12.
- [4] Soares, F., Leão, C., “Funcionalidades web como complemento ao ensino presencial”, Conferência eLES'04: e-Learning no Ensino Superior, Aveiro, 2004, 10 páginas.
- [5] Bencomo, S., “Control Learning: Present and Future”, 15th Triennial World Congress, Barcelona, 2002, 23 páginas.

[6] Social software: e-learning beyond learning management systems, 2011. Consultado em 18 de Junho de 2011, disponível em:

http://www.euodl.org/materials/contrib/2006/Christian_Dalsgaard.htm

[7] Universidade do Minho, e-Learning, 2011. Consultado em 18 de Junho de 2011, disponível em: <https://elearning.uminho.pt/webapps/login/>

[8] Dylan Marks, Commentary on Simulation in Education, 2005. Consultado em 17 de Junho de 2011, disponível em:

<http://www.stanford.edu/class/symsys205/commentaryonsimulationineducation.htm>

[9] CircuitSimulator, Junho 2010. Consultado em 17 de Junho de 2011, disponível em:

<http://www.falstad.com/circuit/>

[10] MyPhysicsLab, Physics Simulation with Java, 2004. Consultado em 18 de Junho de 2011, disponível em: <http://www.myphysicslab.com/>

[11] LabSim, Laboratório Virtual de Controlo, 2011. Consultado em 18 de Junho de 2001, disponível em: <http://dei-s1.dei.uminho.pt/labsim/SimLab/Home.html>

[12] Lemos, F.J.G. Laboratório Virtual – Simulação de Problemas de Controlo, Dissertação Mestrado em Engenharia Electrónica Industrial e Computadores, Outubro 2008, Guimarães, Portugal, 152 páginas.

[13] Ammari A., Slama J., “The Development of a Remote Laboratory for Internet based Engineering Education”, 2006, 11 páginas.

[14] AutomatLabs, AutomatLabsProject, 2008. Consultado em 12 de Maio de 2011, disponível em: http://lab.dia.uned.es/automatlab/index_en.html

[15] Mechanical Engineering, Web-Enabled Mechatronics/Process Control Remote Laboratory, Fevereiro 2001. Consultado em 21 de Abril de 2011, disponível em: <http://128.238.129.242/>

[16] ACT, Automatic Control Telelab, 2011. Consultado em 24 de Março de 2011, disponível em: <http://act.dii.unisi.it/home.php>

[17] Freedom University, 2011. Consultado em 30 de Março de 2011, disponível em: <http://www.freedomuniversity.tv/>

[18] NPTEL, National Programme on Technology Enhanced Learning, 2011. Consultado em 12 de Abril de 2011, disponível em: <http://nptel.iitm.ac.in/>

[19] Search Mobile Computing, e-Book, Novembro de 2000. Consultado em 12 de Fevereiro de 2011, disponível em: <http://nptel.iitm.ac.in/http://searchmobilecomputing.techtarget.com/definition/eBook>

[20] ebook.com, 2011. Consultado em 17 de Junho de 2011, disponível em: <http://ebook.com/>

[21] Sports eBooks, eBook Store for all Sports and Fitness e-Books, 2011. Consultado em 17 de Junho de 2011, disponível em: <http://www.sportsebooks.com/>

[22] U. Porto Editorial, Laboratórios de Instrumentação para Medição, 2009. Consultado em 12 de Março de 2011, disponível em: <http://editorial.up.pt/livro/show/38>

[23] Chouzal, M., Restivo, M., “Conceitos, métodos e procedimentos na medição: uma solução inovadora”, FINTDI, 2009, 4 páginas.

[24] SPSS na IBM Company, SPSS 19.0, n.d.. Consultado em 3 de Maio de 2011, disponível em: <http://www-01.ibm.com/software/analytics/spss/>

2. Fundamentos Teóricos

Sumário

Neste capítulo são apresentados os principais conceitos teóricos a incluir no *e-book*: os métodos numéricos utilizados na resolução de equações diferenciais ordinárias; a modelização de sistemas físicos, a representação de sistemas na notação em espaço de estados contínuo e discreto e a solução da equação de estado. Será analisada ainda a transformada Z, a obtenção da função de transferência em Z, a avaliação da estabilidade de sistemas discretos e por fim o controlador PID digital.

- 2.1 Métodos Numéricos
 - 2.2 Modelização de Sistemas
 - 2.3 Espaço de Estados Contínuo
 - 2.4 Espaço de Estados Discreto
 - 2.5 Transformada Z
 - 2.6 Controlador PID Digital
 - 2.7 Bibliografia
-

2.1 Métodos Numéricos

Os métodos numéricos servem como ferramenta na resolução de muitos problemas matemáticos. Estes métodos são constituídos por algoritmos que permitem encontrar a solução, mesmo que aproximada, de problemas resultantes da modelização de sistemas. Na área de controlo, os sistemas resultantes da modelização na sua maioria são representados por sistemas de equações diferenciais ordinárias. Os métodos numéricos que irão ser analisados são os métodos que permitem resolver este tipo de sistemas bem como os métodos utilizados para resolver sistemas de equações lineares.

2.1.1 Resolução de Sistemas de Equações Lineares

Um sistema de equações lineares é constituído por um número finito variável de equações. Para o sistema ser possível, determinado e com uma só solução, o número de variáveis tem que ser igual ao número de equações que constituem o sistema. A resolução destes sistemas de equações pode ser feita usando métodos directos ou métodos iterativos. Os métodos directos são constituídos por um número finito de operações elementares que permitem encontrar a solução exacta do problema. Por sua vez os métodos iterativos são constituídos por uma sequência infinita de operações que originam uma sequência infinita de aproximações cujo limite é a solução exacta. Os métodos iterativos são aplicados quando não é possível ou é muito complexo a aplicação dos métodos directos, sendo mais adequados na resolução de sistemas de grande dimensão ($n > 50$) e cuja matriz dos coeficientes do sistema é esparsa (matriz com um grande número de elementos nulos e sem um padrão definido). Neste último caso, verifica-se uma redução no número total de operações para se obter a solução.

O método directo e estável a utilizar é o Método de Eliminação de Gauss com Pivotagem Parcial (EGPP) e no caso de escolha de um método iterativo será descrito o Método iterativo de Gauss-Seidel (GS).

2.1.1.1 Método de Eliminação de Gauss com Pivotagem Parcial - EGPP

O método de eliminação de Gauss com Pivotagem Parcial (EGPP) [1] permite resolver sistemas de equações lineares através da aplicação sucessiva de propriedades

básicas da álgebra linear. As propriedades usadas são a combinação linear (substituição de uma linha por outra que se obtém adicionando o produto de outra linha paralela por um escalar), trocas de duas linhas paralelas e multiplicação de uma linha por um escalar diferente de zero. Um sistema de n equações lineares com n incógnitas, representado na Equação 1, pode ser resolvido utilizando este método.

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{11}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{12}\mathbf{x}_2 + \dots + \mathbf{a}_{1n}\mathbf{x}_n = \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{a}_{21}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{22}\mathbf{x}_2 + \dots + \mathbf{a}_{2n}\mathbf{x}_n = \mathbf{b}_2 \\ \dots \\ \mathbf{a}_{n1}\mathbf{x}_1 + \mathbf{a}_{n2}\mathbf{x}_2 + \dots + \mathbf{a}_{nn}\mathbf{x}_n = \mathbf{b}_n \end{cases}$$

Equação 1

Qualquer sistema de equações lineares pode ser escrito na notação matricial. Nesta notação, Equação 2, A representa a matriz dos coeficientes do sistema, b o vector dos termos independentes e x o vector solução do sistema.

$$Ax = b$$

Equação 2

Colocando o sistema de equações lineares presente na Equação 1 em notação matricial obtêm-se a Equação 3.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_{11} & \dots & \mathbf{a}_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{a}_{n1} & \dots & \mathbf{a}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_n \end{bmatrix}$$

Equação 3

Para a aplicação do método EGPP na resolução do sistema na forma Equação 1 ou na forma Equação 3, é necessário encontrar a matriz ampliada do sistema. Esta matriz é obtida através da junção da matriz A com o vector b tal como apresentado na Equação 4. Para o sistema ser possível é necessário que a característica de A seja igual á característica da matriz ampliada (A/b). A característica de uma matriz corresponde ao número máximo de linha ou colunas linearmente independente que a matriz possui.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} \mathbf{a}_{11} & \dots & \mathbf{a}_{1n} & \mathbf{b}_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{a}_{n1} & \dots & \mathbf{a}_{nn} & \mathbf{b}_n \end{array} \right]$$

Equação 4

A partir da matriz ampliada do sistema é possível aplicar o método de EGPP. Este método encontra-se dividido em dois passos principais: a triangulação da matriz A e o cálculo dos componentes do vector solução do sistema, por substituição inversa. O

processo de triangulação consiste na transformação da matriz ampliada numa matriz triangular superior. A Figura 8 mostra um exemplo genérico do resultado obtido com o processo de triangulação. A matriz ampliada (A/b), apresentada no lado esquerdo, por operações elementares é transformada numa matriz triangular superior (U/c), apresentada no lado direito.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & b_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & b_4 \end{array} \right] \longrightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} & c_1 \\ 0 & u_{22} & u_{23} & u_{24} & c_2 \\ 0 & 0 & u_{33} & u_{34} & c_3 \\ 0 & 0 & 0 & u_{44} & c_4 \end{array} \right]$$

Figura 8 - Triangulação

No processo de triangulação é necessário, para a primeira linha, colocar na primeira posição da matriz, através da troca de linhas, o maior elemento em módulo da primeira coluna. Este elemento é designado de “pivot”. De seguida calcula-se o multiplicador (m) para cada linha que permita anular o primeiro elemento da respectiva linha [2]. A Equação 5 mostra a fórmula genérica do cálculo dos multiplicadores para a primeira linha.

$$m_{j1} = -\frac{a_{j1}}{a_{11}}$$

Equação 5

Aplicando os multiplicadores a cada linha é possível anular os termos abaixo dos elementos pivot da mesma coluna. O processo irá repetir-se para as restantes colunas até se obter a matriz triangular superior. Este método é numericamente estável pois os multiplicadores calculados para anular os elementos abaixo da diagonal principal, são, em valor absoluto, sempre menores do que um, conservando assim a estabilidade.

Obtendo a matriz triangular superior é possível escrever um novo sistema de equações e calcular os valores das incógnitas do sistema através da substituição inversa.

2.1.1.2 Método de Gauss-Seidel

O método de Gauss-Seidel [3] tal como todos os métodos iterativos pode convergir ou divergir. Se o método convergir, a cada iteração os valores obtidos encontram-se cada vez mais próximos da solução exacta do problema. Por outro lado,

se o método divergir, os valores obtidos a cada iteração não terão qualquer relação com a solução exacta do problema não sendo possível encontrar uma solução do problema através da aplicação do método. Por este motivo torna-se importante, sempre que possível, verificar a convergência do método antes da utilização do mesmo. Isto pode ser feito através do teste das condições suficientes de convergência. Serão apresentadas três condições suficientes de convergência, mas basta uma se verificar para se ter a certeza que o método converge. Caso nenhuma se verifique, nada se pode concluir acerca da convergência do método o que implica que o método pode divergir durante a aplicação do mesmo. Seria necessário verificar a condição necessária e suficiente mas não faz parte do programa e por isso não será descrita neste relatório. Uma das condições suficientes de convergência do método de Gauss-Seidel afirma que o método converge se a matriz A dos coeficientes do sistema for estrita e diagonalmente dominante. Uma matriz estrita e diagonalmente dominante possui, para cada linha, o valor, em módulo, do elemento da diagonal principal superior à soma dos módulos dos restantes elementos da linha. A Figura 9 ilustra as condições suficientes para uma matriz ser estrita e diagonalmente dominante.

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} |a| > |b| + |c| \\ |e| > |d| + |f| \\ |i| > |g| + |h| \end{array}$$

Figura 9 - Matriz estrita e diagonalmente dominante

A condição suficiente seguinte afirma que o método converge se a matriz dos coeficientes do sistema A for simétrica e definida positiva. Uma matriz é simétrica se for igual à sua transposta. Para uma matriz ser definida positiva é necessário que as matrizes formadas segundo a diagonal principal, possuam todas determinante positivo. A Figura 10 ilustra as condições para uma matriz ser simétrica e definida positiva.

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} A = A^T \\ |a| > 0 \\ \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} > 0 \\ \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} > 0 \end{array}$$

Figura 10 - Matriz simétrica e definida positiva

Por fim a terceira condição suficiente denominada por critério de Sassenfeld [4] afirma que o método converge se os valores dos β forem menores que a unidade. A Figura 11 ilustra a forma de calcular os valores dos β .

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} \beta_1 &= \frac{|a_{12}| + |a_{13}| + |a_{14}|}{|a_{11}|} \\ \beta_2 &= \frac{|a_{21}|\beta_1 + |a_{23}| + |a_{24}|}{|a_{22}|} \\ \beta_3 &= \frac{|a_{31}|\beta_1 + |a_{32}|\beta_2 + |a_{34}|}{|a_{33}|} \\ \beta_4 &= \frac{|a_{41}|\beta_1 + |a_{42}|\beta_2 + |a_{43}|\beta_3}{|a_{44}|} \end{aligned}$$

Figura 11 - Critério de Sassenfeld

Após a descrição das condições suficientes de convergência será explicado de seguida a aplicação do método de Gauss-Seidel na resolução de um sistema de equações lineares. Para isso será usado o sistema de equações genérico descrito na Equação 6.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

Equação 6

O método de GS pode ser utilizado de várias formas. A mais utilizada consiste em colocar a primeira equação em ordem à primeira variável, a segunda equação em ordem à segunda variável e assim sucessivamente. Aplicando este processo ao sistema presente na Equação 6 obtêm-se as expressões analíticas Equação 7, Equação 8, e Equação 9 que irão permitir estimar os valores das variáveis x_1 , x_2 e x_3 , respectivamente.

$$x_1 = \frac{b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3}{a_{11}}$$

Equação 7

$$x_2 = \frac{b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3}{a_{22}}$$

Equação 8

$$x_3 = \frac{b_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2}{a_{33}}$$

Equação 9

Para a continuação do método é necessário ter uma estimativa inicial do valor das variáveis. Caso não seja possível obter uma estimativa inicial para as variáveis utiliza-se a variável nula como ponto de partida para todas as variáveis. Com esta estimativa inicial substitui-se as variáveis na primeira equação e encontra-se um novo valor para a primeira variável. De seguida o processo repete-se nas restantes equações substituindo sempre as variáveis pelos valores mais recentes encontrados. Por exemplo se a segunda equação possuir a primeira variável não se deve utilizar a estimativa inicial mas sim o valor calculado anteriormente. Após se ter encontrado um novo valor para cada variável dá-se como terminada a primeira iteração do método. A partir deste ponto, este processo repete-se até o número de iterações desejadas e previamente definido, for atingido. Este número serve como critério de paragem do método iterativo. É também comum usar como critério de paragem o erro relativo definido com a diferença relativa entre duas aproximações sucessivas. Quanto menor for a diferença estipulada mais iterações serão necessárias para se atingir esse erro no entanto significa um resultado mais próximo da solução exacta. A Equação 10 mostra a fórmula que permite calcular o erro relativo, ε_n , entre duas aproximações sucessivas (k e $k-1$), para cada um dos valores do vector solução.

$$\varepsilon_n = \left| \frac{x_n^k - x_n^{k-1}}{x_n^k} \right|$$

Equação 10

Também é possível definir um critério de paragem misto: um valor para o erro relativo e/ou um número máximo de iterações. Quando se opta pelo “ou” no de critério de paragem salvagam-se as situações em que embora o método seja convergente, a convergência seja muito lenta sendo necessário um elevado número de iterações. Nestas situações o método pára na condição que se verificar primeiro: ou o número máximo de iterações ou o erro relativo na aproximação.

2.1.2 Resolução de Equações Diferenciais

As equações diferenciais são equações que descrevem a relação entre uma função desconhecida e as suas derivadas. Irá analisar-se as equações diferenciais ordinárias (EDO). Estas equações caracterizam-se por possuir funções de uma só variável independente, normalmente identificada por x , e a variável dependente, $y(x)$ e

as suas derivadas (y' , y'' , ..., $y^{(n)}$). A Equação 11 ilustra a fórmula genérica das equações diferenciais ordinárias de ordem n , representando n a ordem de derivada.

$$F(x, y(x), y'(x), y''(x), \dots, y^{(n)}(x)) = 0$$

Equação 11

A ordem das equações diferenciais é definida pela sua derivada de maior grau. A variável independente pode ser o espaço (normalmente definida por x) ou o tempo (normalmente definido por t). Quando não é possível encontrar a solução analítica, o recurso a métodos numéricos torna-se na melhor escolha. O seu objectivo é encontrar sucessões que aproximem os valores exactos com o menor número possível de operações elementares. Estes métodos permitem transformar as equações diferenciais em equações às diferenças. Isto é conseguido fazendo a substituição das derivadas por aproximações tendo em conta os valores da função. Serão analisados os métodos numéricos mais utilizados na resolução de equações diferenciais ordinárias de valor inicial.

2.1.2.1 Método de Euler

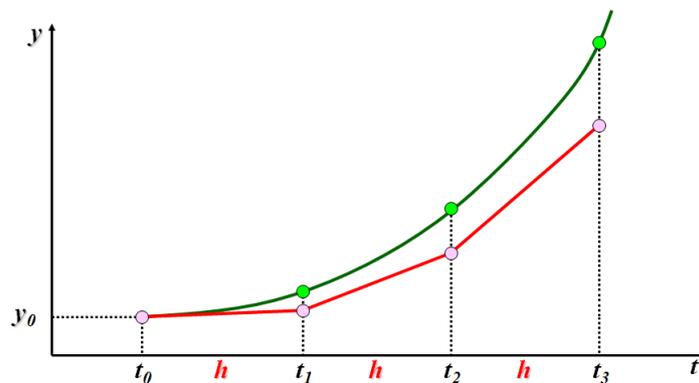
O método de Euler [5] destaca-se pela sua simplicidade. Com este método é possível resolver equações diferenciais ordinárias onde se conhece a condição inicial. Este método permite aproximar a solução a uma função de primeiro grau, isto é, por uma recta (método aproximado de 1ª ordem). O processo de aplicação deste método consiste basicamente no traçado de rectas tangentes aos pontos calculados da função de modo a se obter uma aproximação da função real. A Equação 12 ilustra a fórmula genérica do método de Euler onde h representa a distância entre o ponto anterior e o novo ponto onde a função deverá ser estimada. Partindo da condição inicial aplica-se a fórmula genérica de modo a encontrar a aproximação do próximo ponto da função. De seguida aplica-se a mesma fórmula ao novo ponto de modo a encontrar o valor do ponto seguinte e assim sucessivamente.

$$y_n = y_{n-1} + hf(t_{n-1}, y_{n-1})$$

Equação 12

A Figura 12 mostra um exemplo da aplicação do método de Euler. A curva a verde representa a função real enquanto a linha vermelha representa a aproximação

obtida usando o método de Euler para pontos igualmente espaçados, sendo h o valor do espaçamento.

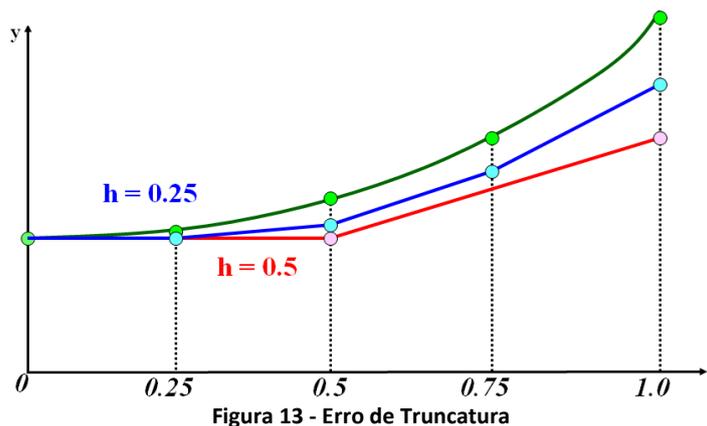


Como este método é um método numérico possui um erro de truncatura. A Equação 13 permite obter o erro de truncatura para este método.

$$e_T = \frac{1}{2} h^2 y''(\xi_n), \quad \xi_n [x_n, x_{n+1}]$$

Equação 13

Uma das formas simples para se diminuir a diferença entre o valor aproximado e o valor exacto, é diminuir o valor de h . Se o valor de h diminuir para metade o erro irá ser reduzido para um quarto. Isto implica que quanto menor for o h menor será o valor do erro. A Figura 13 mostra a diferença obtida pelo método de Euler para dois diferentes valores de h .



Como se pode verificar a função aproximada obtida mais próxima da função real (linha verde) consiste na situação que possui o menor valor de h (pontos ligados através das rectas a linha azul). Isto deve-se ao facto de quanto menor o h , mais perto os pontos consecutivos se encontram e mais rectas são traçadas localizando assim melhor as mudanças no comportamento da função real.

2.1.2.2 Método de Runge-Kutta

No método de Euler, como foi possível verificar, existe um compromisso entre a precisão do resultado e a quantidade de cálculos a realizar. Esta relação está directamente relacionada com o valor de h escolhido. Quanto menor o valor de h mais aproximado será o resultado mas mais cálculos são necessários efectuar. De modo a minimizar este problema foi desenvolvido o método de Runge-Kutta de segunda ordem [1]. Este método pode ser visto como um refinamento do método de Euler. Neste método o primeiro passo consiste em calcular o declive no ponto inicial, p , usando a fórmula presente na Equação 14.

$$p = f(t_n, y_n) \quad \text{Equação 14}$$

De seguida, tal como no método de Euler, calcula-se o valor do ponto seguinte usando a fórmula presente na Equação 15.

$$y_{n+1} = y_n + hf(t_n, y_n) \quad \text{Equação 15}$$

Tendo o ponto y_{n+1} , calcula-se o declive nesse ponto, q , tal como ilustra a Equação 16.

$$q = f(t_{n+1} + h, y_{n+1}) \quad \text{Equação 16}$$

Por fim, calcula-se o valor final da função no ponto que se pretende, y_{n+1} , através da média dos declives estimados, tal como descreve a Equação 17.

$$y_{n+1} = y_n + h \frac{p + q}{2} \quad \text{Equação 17}$$

A Figura 14 mostra uma comparação entre o método de Euler e o método de Runge-Kutta utilizando o mesmo valor de h .

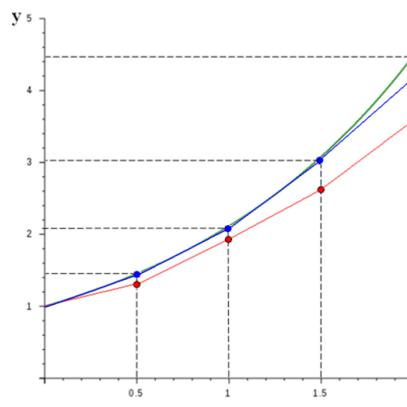


Figura 14 -Runge-Kutta

A linha a vermelho representa o resultado obtido utilizando o método de Euler enquanto a linha azul mostra o resultado do método de Runge-Kutta, mantendo constante o valor do espaçamento, h . Como se pode verificar o método de Runge-Kutta origina resultados mais próximos dos valores reais, função representada pela linha verde.

Até ao momento apenas se analisou a solução de uma única solução diferencial de primeira ordem no entanto existem muitos problemas onde é necessário resolver um sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem. Os sistemas de equações diferenciais podem ser resolvidos utilizando este método. No entanto os cálculos devem seguir uma determinada ordem. Deve-se começar por calcular para todas as equações o declive (p), Equação 18, para o ponto inicial.

$$p = hf(t_j, y_j)$$

Equação 18

De seguida calcula-se para todas as equações os valores do ponto seguinte, y_{n+1} . O passo seguinte consiste em calcular o declive (q), Equação 19, para os novos pontos encontrados.

$$q = hf(t_{j+1}, y_j + p)$$

Equação 19

Por fim utiliza-se a fórmula de Runge-Kutta ilustrada na Equação 20 para calcular, para todas as equações, uma aproximação de y_{n+1} .

$$y_{n+1} = y_n + \frac{p + q}{2}$$

Equação 20

Pode também ser necessário resolver equações diferenciais de ordem superior a um ou sistemas de equações que possuam equações diferenciais de ordem superior a um. Para ser possível resolver estas equações é necessário reescrever as mesmas pois os métodos numéricos existentes para a resolução de equações diferenciais ordinárias de valores iniciais só resolvem equações de primeira ordem. Uma equação diferencial de ordem n pode ser reescrita através de um sistema de n equações diferenciais de primeira ordem. Isto é conseguido a partir da definição de $(n-1)$ novas variáveis dependentes. Estas novas variáveis dependentes são conseguidas a partir da mudança de variável presente na Equação 21.

$$y_1(x) = y(x)$$

Equação 21

Com esta mudança de variável, de seguida deriva-se a expressão o número de vezes igual à ordem da equação diferencial. Em cada derivação é definida uma nova variável dependente tal como ilustra a Equação 22.

$$\begin{aligned} y_2(x) &= y_1'(x) = y'(x) \\ y_3(x) &= y_2'(x) = y''(x) \\ &\dots \\ y_n(x) &= y_{n-1}'(x) = y^{(n-1)}(x) \end{aligned}$$

Equação 22

Com as novas variáveis dependentes é possível definir o sistema de equações diferenciais presente na Equação 23 e utilizar o método de Runge-Kutta para o resolver.

$$\begin{cases} y_1' = y_2 \\ y_2' = y_3 \\ y_3' = y_4 \\ \dots \\ y_n' = f(x, y_1, y_2, y_3, \dots, y_n) \end{cases}$$

Equação 23

2.2 Modelização de Sistemas

Um sistema de controlo é um conjunto de várias entidades que interagem entre si de forma a formarem um todo. A Figura 15 apresenta um circuito eléctrico que pode ser visto como um sistema onde as entidades são os seus componentes (fonte de alimentação, condensador, bobine e resistência), que interagem entre si de modo a atingir o objectivo para o qual o circuito foi criado [6].

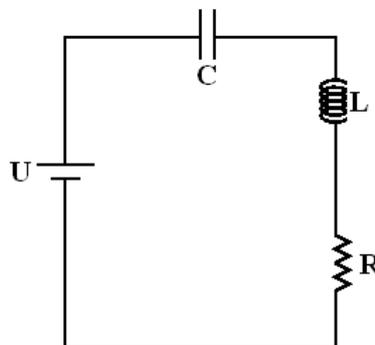


Figura 15 - Circuito Eléctrico

Os sistemas são classificados segundo as suas propriedades intrínsecas o que permite uma maior facilidade no estudo e compreensão dos mesmos. A Tabela 1

apresenta alguns critérios que permitem definir os sistemas e as suas respectivas classificações.

Tabela 1 - Classificação de Sistemas de Controlo

Critério	Classificações Possíveis			
	SISO	SIMO	MISO	MIMO
Número de Entradas e Saídas	SISO	SIMO	MISO	MIMO
Continuidade no Tempo	Contínuo		Discreto	
Linearidade	Linear		Não Linear	
Estabilidade	Estável		Instável	
Variância no Tempo	Variante		Invariante	

Quanto ao número de entradas e saídas, um sistema é SISO (*Single Input, Single Output*) se possuir apenas uma entrada e uma saída, é SIMO (*Single Input, Multiple Output*) se possuir uma entrada e múltiplas saídas, é MISO (*Multiple Input, Single Output*) se possuir múltiplas entradas e uma saída e é MIMO (*Multiple Input, Multiple Output*) se possuir múltiplas entradas e saídas [7].

No que diz respeito à continuidade no tempo um sistema é contínuo se possuir entradas e saídas contínuas no tempo. No entanto, se apenas possuir valores para as suas entradas e saídas em determinados instantes de tempo, então, o sistema é discreto.

Relativamente à linearidade um sistema, é linear se verificar a propriedade da sobreposição e homogeneidade. Estas duas propriedades estão ilustradas na Figura 16. A propriedade da sobreposição é verificada quando a soma de duas ou mais entradas origina uma saída que corresponde à soma das saídas das entradas individuais. Por sua vez, a propriedade da homogeneidade é verificada quando uma entrada multiplicada por uma constante origina a saída original multiplicada por essa mesma constante.

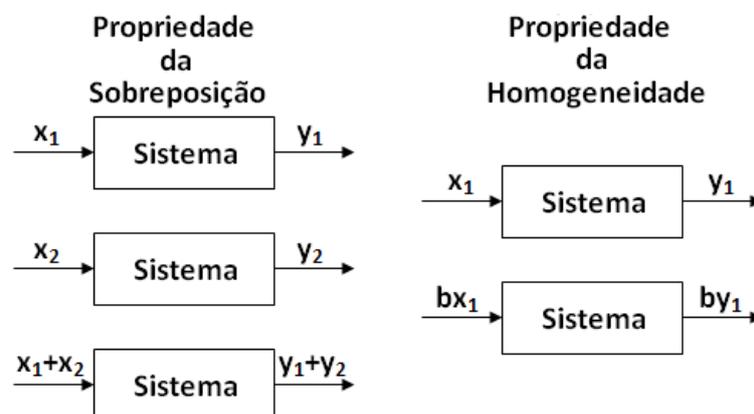


Figura 16 - Propriedades dos Sistemas Lineares

Quanto à estabilidade um sistema, ele é considerado estável se para uma entrada limitada possuir uma saída limitada. Caso a saída do sistema aumente sem limite então o sistema é considerado instável. A Figura 17 ilustra um exemplo de um sistema estável e um sistema instável.

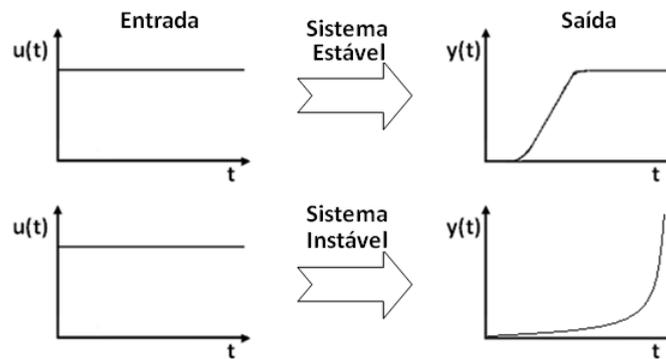


Figura 17 - Estabilidade de um Sistema

Por fim relativamente à variância no tempo, um sistema é invariante no tempo se possuir sempre a mesma resposta para a mesma entrada independentemente do instante onde ocorreu a entrada. Nestes sistemas um deslocamento na entrada é reflectido de igual forma na saída. Este comportamento encontra-se ilustrado na Figura 18.



Figura 18 - Sistema Invariante no Tempo

A existência de instalações experimentais que traduzem o comportamento dos sistemas físicos possibilita a aquisição de conhecimento empírico desses mesmos sistemas. No entanto, muitas das vezes a experimentação de sistemas físicos reais é complexa e dispendiosa em termos de recursos materiais e humanos. Assim, e de forma a possibilitar o estudo e a análise do comportamento de um tipo de sistema, surgiram os modelos matemáticos. Estes modelos são uma abstracção matemática, com base nas leis físicas correspondentes, que transcrevem de forma aproximada os sistemas físicos reais. Embora, muitas das vezes não englobem todas as não linearidades do sistema real, o que origina uma diferença entre o sistema teórico e o sistema real, os modelos matemáticos permitem modelizar o comportamento desses sistemas de uma forma fiável, económica e rápida.

Em controlo a formulação de modelos matemáticos permite perceber o funcionamento do sistema e compreender toda a dinâmica associada ao processo.

Este conhecimento da dinâmica do processo permite implementar sistemas de controlo mais eficientes. A dinâmica do processo pode ser descrita através da função transferência ou através da representação matemática do modelo em espaço de estados.

2.2.1 Função de Transferência

Uma das formas de modelizar os sistemas consiste na sua representação através da função de transferência [8]. A função de transferência consiste numa função matemática, em termos de frequência, da relação entre a variável de saída e a variável de entrada de um sistema. O conhecimento desta relação permite realizar um estudo teórico do comportamento do sistema para diferentes tipos de entradas. A Figura 19 ilustra a função de transferência de um sistema e a Equação 24 apresenta a fórmula, no domínio de Laplace, que permite o seu cálculo.

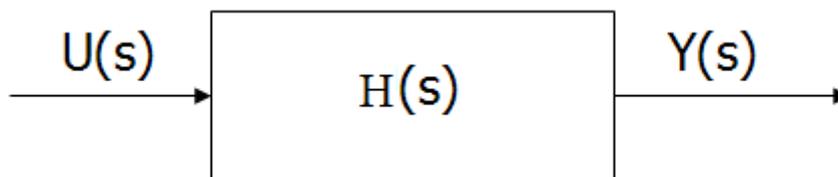


Figura 19 – Função de Transferência

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

Equação 24

A representação no domínio da frequência é feita utilizando a transformada de Laplace. A transformada de Laplace consiste numa projecção de uma função temporal $f(t)$ numa função complexa $F(s)$ onde s designa a variável complexa. A principal vantagem desta transformada consiste no facto de as derivadas e integrais no domínio do tempo serem transformados em, respectivamente, multiplicações e divisões no domínio da frequência. A Equação 25 apresenta a formulação matemática da transformada de Laplace.

$$F(s) = \mathcal{L}\{f\}(s) = \int_0^{\infty} e^{-st}f(t)dt$$

Equação 25

Uma das grandes desvantagens da modelização de sistemas através da função transferência consiste no facto de analiticamente ser apenas acessível modelizar sistemas SISO lineares com condições iniciais iguais a zero. De modo ultrapassar esta limitação na modelização de sistemas surgiu a notação em espaço de estados.

2.3 Espaço de Estados Contínuo

Esta representação consiste num modelo matemático que permite representar um sistema físico através de um conjunto de variáveis de entrada, de saída, e de estado relacionadas entre si através de equações diferenciais de primeira ordem. Para se conseguir modelizar sistemas com múltiplas entradas e saídas as variáveis são expressas em vectores e as equações diferenciais são escritas em notação matricial. Esta representação possui inúmeras vantagens em relação a representação usando a função transferência. A Tabela 2 mostra as principais diferenças entre estes dois métodos de modelizar sistemas [9].

Tabela 2 - Diferenças entre a Modelização através da Função Transferência e Espaço de Estados

	Função Transferência	Espaço de Estado
Condições Iniciais	Igual a Zero	Diferente de Zero
Tipo de Sistemas	Lineares	Não Lineares
Número de Entradas e Saídas	SISO	MIMO
Variação dos Parâmetros no Tempo	Invariantes	Variantes
Domínio	Frequência	Tempo

Para se conseguir modelizar um sistema usando notação de espaço de estados é necessário compreender os conceitos essenciais associados a este método presentes na Tabela 3 [10].

Tabela 3 - Conceitos associados ao Método de Espaço de Estados

Conceito	Descrição
Estado	Menor número de variáveis que permitem determinar o comportamento do sistema para qualquer instante de tempo maior que zero quando a entrada do processo é conhecida para $t > 0$.
Variáveis de Estado	Menor Conjunto de variáveis que determinam o estado do sistema
Vector de Estado	Vector composto pelo conjunto de variáveis de estados necessárias para descrever o comportamento do sistema.
Espaço de Estado	Espaço cuja dimensão é igual ao número de variáveis de estado e os eixos de coordenadas vão desde 1 até ao número de variáveis de estado

A Equação 26 e a Equação 27 apresentam o modelo matemático de um sistema na notação em espaço de estados. A Equação 26 consiste na equação de estado do sistema, e permite calcular os valores das variáveis de estados em cada instante. A Equação 27 é a equação que modeliza a saída do sistema permitindo calcular a saída do sistema em cada instante.

$$X' = AX + BU$$

Equação 26

$$Y = CX + DU$$

Equação 27

A Tabela 4 apresenta uma descrição dos elementos constituintes da Equação 26 e Equação 27 enquanto a Figura 20 ilustra as equações através de um diagrama de blocos.

Tabela 4 - Descrição dos Elementos Constituintes das Equações do Método de Espaço de Estados

Elemento	Descrição	Dimensão
X'	Vector de Estados	n
Y	Vector de Saída	m
U	Vector de Entrada	r
A	Matriz de Estado	$n \times n$
B	Matriz de Entrada	$n \times r$
C	Matriz de Saída	$m \times n$
D	Matriz de Transmissão Directa	$m \times r$

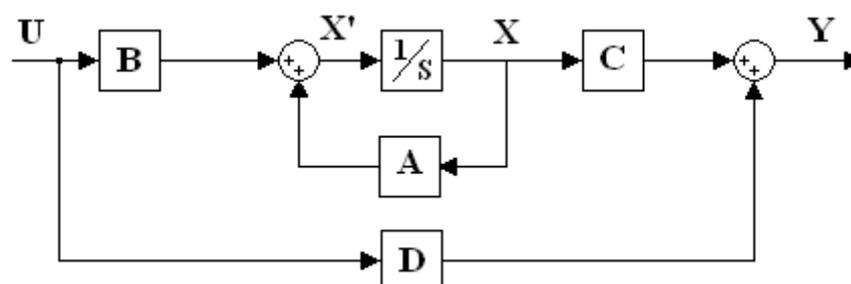


Figura 20 - Diagrama de Blocos das Equações da Notação de Espaço de Estados [11]

Este método é muito útil na modelização de sistemas hidráulicos, térmicos mecânicos e térmicos.

2.3.1 Solução da Equação de Estado

A solução da equação de estado [12] permite obter o estado do sistema para uma determinada entrada. Esta solução pode ser relacionada com a saída, através da equação de saída, permitindo assim obter no domínio do tempo a resposta do sistema para uma determinada entrada.

2.3.1.1 Solução Homogénea da Equação de Estado

A solução homogénea da equação de estado é obtida quando o vector de entrada (U) é nulo. Partindo da equação de estado e considerando U nulo é possível obter a Equação 28.

$$\frac{dx}{dt} = Ax$$

Equação 28

Colocando os termos dependentes de x e os termos dependentes de t em diferentes membros da equação e colocando uma primitiva em cada membro da equação em ordem à respectiva variável têm-se a Equação 29.

$$\int_{x_0}^x \frac{1}{x} dx = \int_{t_0}^t A dt$$

Equação 29

Realizando as primitivas obtém-se a Equação 30.

$$\ln x - \ln x_0 = At - At_0$$

Equação 30

Aplicando as propriedades do logaritmo e pondo a matriz A em evidência encontra-se a Equação 31.

$$\ln\left(\frac{x}{x_0}\right) = A(t - t_0)$$

Equação 31

Por fim colocando a Equação 31 em ordem a x(t) obtém-se a Equação 32 que corresponde à solução homogénea da equação de estado. Tal como se pode verificar a solução homogénea da equação de estado apenas depende das condições iniciais.

$$x(t) = x_0 e^{A(t-t_0)}$$

Equação 32

2.3.1.2 Solução Completa da Equação de Estado

A solução completa da equação de estado [9] é constituída pela resposta natural do sistema (solução homogénea) e pela resposta forçada do sistema. Multiplicando a equação de estado por $e^{-A(t-t_0)}$ têm-se a Equação 33.

$$\frac{dx(t)}{dt} e^{-A(t-t_0)} - x(t) A e^{-A(t-t_0)} = e^{-A(t-t_0)} B u(t)$$

Equação 33

Aplicando a regra da derivada do produto é possível formular a Equação 34.

$$\frac{d}{dt}(e^{-A(t-t_0)}x(t)) = e^{-A(t-t_0)}Bu(t)$$

Equação 34

Realizando uma primitiva de t_0 a t nos membros da Equação 34 obtêm-se a Equação 35.

$$e^{-A(t-t_0)}x(t) = \int_{t_0}^t e^{-A(\tau-t_0)}Bu(\tau) d\tau + K$$

Equação 35

Colocando em ordem a variável x têm-se a Equação 36.

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau) d\tau$$

Equação 36

Substituindo a Equação 36 na equação de saída do modelo de espaço de estados encontra-se a Equação 37 que corresponde à solução completa da equação de estado.

$$y(t) = Ce^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^t Ce^{A(t-\tau)}Bu(\tau) d\tau$$

Equação 37

2.3.2 Matriz de Transição de Estado

A matriz de transição de estado [9] é definida pela Equação 38. Esta matriz contém informação referente ao comportamento do sistema.

$$\Phi = e^{A(t-t_0)}$$

Equação 38

A expansão em série de Taylor e a transformada de Laplace são duas ferramentas matemáticas que permitem calcular a matriz de transição de estados dos sistemas a estudar.

2.3.2.1 Expansão em Série de Taylor

A expansão em serie de Taylor [13] permite representar uma função como uma soma infinita de termos calculados a partir dos valores da sua derivada calculada num determinado ponto. Na prática utiliza-se um número de termos finitos da série de Taylor de modo a se obter uma aproximação da função a estudar. A Equação 39

mostra a formulação matemática da série de Taylor e a Equação 40a sua expansão em parcelas.

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^n(a)}{n!} (x - a)^n$$

Equação 39

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!} (x - a) + \frac{f''(a)}{2!} (x - a)^2 + \frac{f^3(a)}{3!} (x - a)^3 + \dots$$

Equação 40

Aplicando a série de Taylor à matriz de transição de estados têm-se a Equação 41.

$$e^{A(t-t_0)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left[\frac{d^n(e^{A(t-t_0)})}{dt^n} \right]_{t=t_0}}{n!} (t - t_0)^n$$

Equação 41

Realizando a sua expansão obtêm-se a Equação 42.

$$e^{A(t-t_0)} = e^{A(t_0-t_0)} + \frac{\left[\frac{d(e^{A(t-t_0)})}{dt} \right]_{t=t_0}}{1!} (t - t_0) + \frac{\left[\frac{d^2(e^{A(t-t_0)})}{dt^2} \right]_{t=t_0}}{2!} (t - t_0)^2 + \dots$$

Equação 42

Efectuando as derivadas é possível obter a Equação 43 que corresponde à formula genérica para o cálculo da matriz de transição de estado utilizando a série de Taylor.

$$e^{A(t-t_0)} = I + A (t - t_0) + \frac{A^2}{2} (t - t_0)^2 + \dots$$

Equação 43

2.3.2.2 Transformada de Laplace

O uso da transformada de Laplace [14] oferece outra possibilidade de calcular a matriz de transição de estados. Aplicando a transformada de Laplace à equação de estado permite obter a Equação 44.

$$sX(s) - x(0) = AX(s) + BU(s)$$

Equação 44

Resolvendo a Equação 44 em ordem a X(s) obtêm-se a Equação 45.

$$X(s) = (sI - A)^{-1}x(0) + (sI - A)^{-1}BU(s)$$

Equação 45

Comparando a Equação 45 com a solução da equação de estado (Equação 37), pode escrever-se a Equação 46 que corresponde à fórmula que permite calcular a matriz de transição de estados usando a transformada de Laplace.

$$e^{At} = \mathcal{L}\{(sI - A)^{-1}\}$$

Equação 46

2.3.3 Função de Transferência Impulsional

Utilizando a notação de espaços de estados é possível formular a função transferência dos sistemas a estudar. Partindo da Equação 45 obtida anteriormente e considerando as condições iniciais nulas têm-se a Equação 47.

$$X(s) = (sI - A)^{-1}BU(s)$$

Equação 47

Substituindo a Equação 47 na equação de saída no domínio de Laplace obtém-se a Equação 48.

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1}BU(s)$$

Equação 48

Colocando a saída a dividir pela entrada obtém-se a Equação 49 que corresponde à função transferência do sistema.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = H(s) = C(sI - A)^{-1}B$$

Equação 49

Se $u(t)=\delta(t)$, ou seja, $U(s)=1$ a transformada inversa de $H(s)$ é conhecida como a resposta impulsional. A Equação 50 mostra a resposta impulsional usando a notação de espaço de estados.

$$H(t) = \mathcal{L}^{-1}[H(s)] = Ce^{At}B$$

Equação 50

2.4 Espaço de Estados Discreto

A Figura 21 apresenta o diagrama de blocos de um controlador analógico em malha fechada [9].

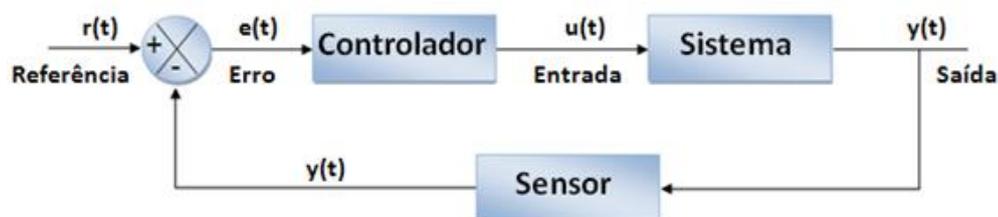


Figura 21 – Controlo em malha fechada analógico

Como se pode ver na Figura 21 o valor do erro é calculado através da diferença entre o valor de referência e o valor actual da variável a controlar. De seguida, o valor do erro é enviado ao controlador onde será calculada a entrada do sistema. Com esta entrada o sistema irá produzir uma saída que será lida pelo sensor e depois comparada com o valor de referência iniciando assim um novo ciclo que se irá repetir até a saída se encontrar o mais próximo possível do valor de referência.

Com o avanço tecnológico, os controladores digitais tornaram-se os controladores mais utilizados na indústria. Comparando o controlador analógico com o controlador digital a grande diferença surge no facto de o controlador digital operar com sinais discretos produzidos a partir de sinais contínuos. Esta diferença implica algumas alterações na implementação deste tipo de controladores. A Figura 22 ilustra o digrama de blocos de um controlador digital em malha fechada [9].

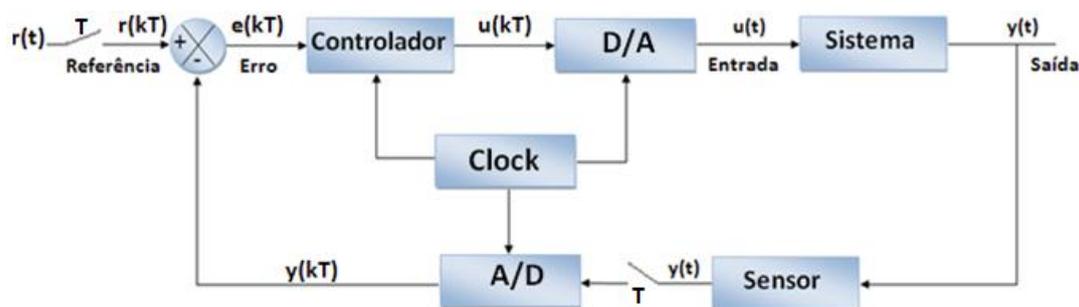


Figura 22 – Controlo em malha fechada digital

Tal como referido anteriormente este controlador utiliza sinais discretos no seu funcionamento o que implica o uso de conversores que permitem efectuar a conversão de sinais contínuos em discretos e vice-versa. A conversão de sinais contínuos em discretos é efectuada através de um processo denominada amostragem. O sinal de referência é amostrado com um período T . O sinal de saída é também amostrado com o mesmo período e posteriormente convertido num sinal digital através do uso de um conversor analógico-digital (A/D). Estando estes dois sinais no formato digital é calculado o valor do erro que é fornecido ao controlador. O controlador calcula um sinal que antes de ser fornecido ao sistema é transformado num sinal analógico através do uso de um conversor digital-analógico (D/A). Ligado aos conversores e ao controlador está um *clock* que envia um pulso a cada T segundos. Assim, estes elementos apenas efectuam as suas operações quando recebem o pulso. O objectivo é fazer com que o controlador digital apenas receba amostras e envie

sinais de saída ao sinal de *clock* simulando assim uma função transferência discreta. Devido ao facto de os controladores digitais utilizarem sinais discretos no seu funcionamento surgiu a necessidade de modelizar sistemas discretos de modo a ser mais intuitivo perceber e implementar este tipo de controladores. O espaço de estados consiste num método capaz de modelizar sistemas discretos. Para ser possível perceber a modelização em espaço de estados discreto é necessário perceber o conceito de amostragem.

2.4.1 Amostragem

A amostragem [15] é o processo que permite converter os sinais contínuos em discretos. Esta conversão é feita através da recolha de amostras do sinal contínuo as quais formam o sinal discreto. O intervalo de tempo existente entre estas amostras é designado período de amostragem. A Figura 23 ilustra a conversão de um sinal contínuo para discreto utilizando um período de amostragem designado T_a .

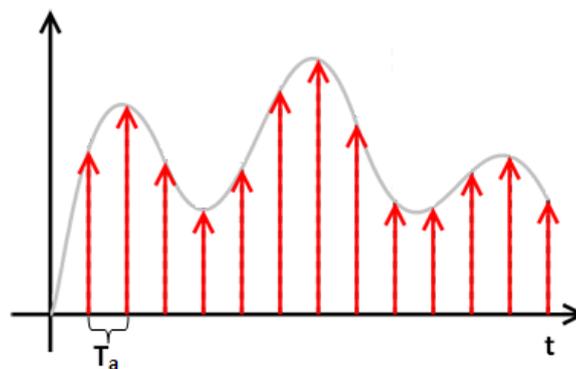


Figura 23 – Sinal Amostrado

Matematicamente a amostragem pode ser vista como a multiplicação de um sinal contínuo por um conjunto de impulsos de Dirac espaçados entre si por T_a , tal como ilustra a Figura 24.

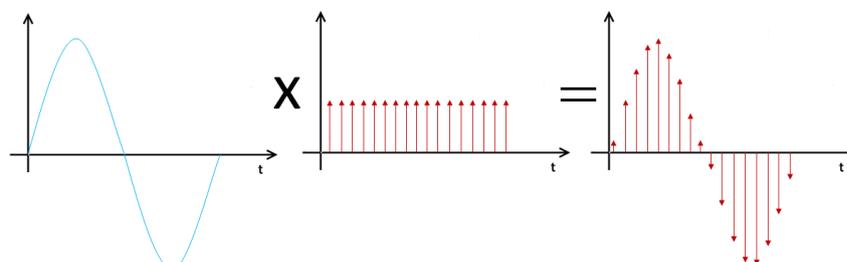


Figura 24 - Processo de Amostragem

Traduzindo o processo de amostragem numa equação matemática têm-se a Equação 51.

$$f(k) = f(t) \times \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT) = f(kT)$$

Equação 51

Para ser possível implementar um controlador eficiente é necessário garantir que não há perda de informação durante a conversão do sinal analógico para discreto. Isto só é conseguido com a escolha correcta do período de amostragem. Caso o período de amostragem seja muito grande pode ocorrer perda de informação dando assim origem a um sinal discreto que não representa o sinal contínuo original. A Figura 25 ilustra dois exemplos onde o período de amostragem é muito grande resultando em perda de informação no sinal discreto. O sinal azul corresponde ao sinal original enquanto o vermelho corresponde ao sinal reconstruído após a amostragem.

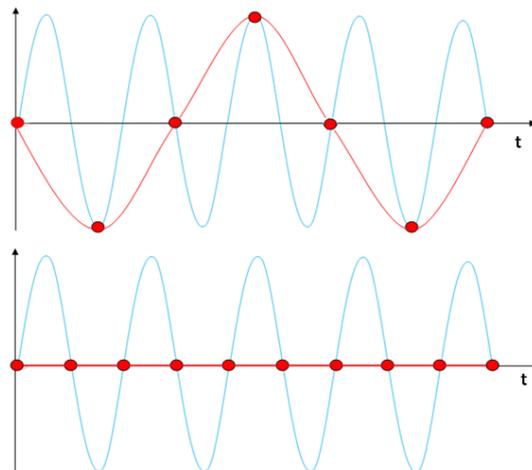


Figura 25- Sinais Amostrados [9]

Existem várias formas de escolher o período de amostragem mais apropriado mas talvez a mais comum seja o teorema de amostragem de Nyquist-Shannon. Segundo este teorema, para que não haja perda de informação no sinal amostrado é necessário que a frequência de amostragem utilizada seja pelo menos duas vezes superior ou igual à frequência máxima do sinal original. Em termos práticos este teorema diz que ao se utilizar uma frequência de amostragem de 8000 Hz é possível obter toda a informação de um sinal que possua uma frequência máxima de 4000 Hz. Outro critério na selecção do período de amostragem tem em consideração o valor da constante de tempo do processo. Assim, é recomendável que o período de amostragem seja dez vezes menor que a constante de tempo dominante do processo para que se consiga informação suficiente para implementar um controlo eficiente.

Pode-se ainda definir o período de amostragem de modo a conseguir obter entre duas a três amostras por tempo de subida do sistema.

2.4.2 Equação de Estado e Equação de Saída Discretas

Através da escolha do período de amostragem é possível converter sinais contínuos em sinais discretos. Com a utilização de sinais discretos obtêm-se sistemas discretos. Estes sistemas podem ser modelizados a partir do espaço de estados discreto. A Equação 52 ilustra a equação de estado de sistema discreto amostrado com um período de amostragem h [16].

$$x(kh + h) = \Phi x(kh) + \Gamma u(kh)$$

Equação 52

Na Equação 52 Φ e Γ são calculados a partir das fórmulas presentes na Equação 53 e Equação 54.

$$\Phi = e^{Ah}$$

Equação 53

$$\Gamma = \int_0^h e^{Aw} B dw$$

Equação 54

De um modo análogo à equação de estado a Equação 55 ilustra a equação de saída de um sistema discreto amostrado com período h .

$$y(kh) = Cx(kh) + Du(kh)$$

Equação 55

2.4.3 Solução da Equação de Estado Discreta

Tal como no espaço de estados contínuo, no espaço de estados discreto a solução da equação de estados permite calcular o valor da saída para os vários instantes de tempo. Partindo da equação de estado discreta e considerando $h=1$ é possível encontrar a Equação 56 que corresponde à solução para o instante $k+1$.

$$x(k + 1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k)$$

Equação 56

De igual modo para o instante $k+2$ têm-se a Equação 57.

$$x(k + 2) = \Phi x(k + 1) + \Gamma u(k + 1)$$

Equação 57

Substituindo a Equação 56 na Equação 57 é possível formular a Equação 58.

$$x(k+2) = \Phi^2 x(k) + \Phi \Gamma u(k) + \Gamma u(k+1)$$

Equação 58

Comparando os resultados obtidos para o instante $k+1$ e $k+2$ é possível formular a Equação 59 que consiste na solução genérica da equação de estado discreta.

$$x(k) = \Phi^k x_0 + \sum_{i=0}^{k-1} \Phi^{k-i-1} \Gamma u(i)$$

Equação 59

Substituindo a solução da equação de estado discreta na equação de saída discreta é possível obter a Equação 60 que representa a solução da equação de saída.

$$y(k) = C \Phi^k x_0 + \sum_{i=0}^{k-1} C \Phi^{k-i-1} \Gamma u(i) + D u(k)$$

Equação 60

2.4.4 Sistemas Discretos com Atraso

Durante o processo de amostragem podem ser induzidos atrasos. De modo a contemplar estes atrasos é necessário reformular a equação de estado do espaço de estados discreto. Os atrasos induzidos podem ter duração superior ou inferior ao período de amostragem. Na Figura 26 são ilustradas as três situações possíveis de ocorrer nos sistemas discretos.

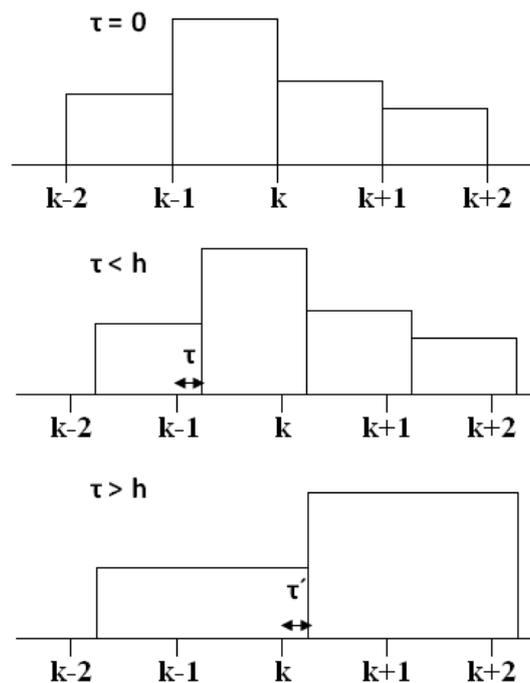


Figura 26 - Exemplos Sistema sem e com atraso

Quando o atraso é menor que o período de amostragem, a equação de estado toma a forma presente na Figura 27.

$$\begin{aligned} \Phi &= e^{Ah} \\ x(kh+h) &= \Phi x(kh) + \Gamma_0 u(kh) + \Gamma_1 u(kh-h) \quad \Gamma_0 = \int_0^{h-\tau} e^{Aw} B dw \\ \Gamma_1 &= e^{A(h-\tau)} \int_0^{\tau} e^{Aw} B dw \end{aligned}$$

Figura 27 – Equação de Estado com atraso menor que o período de amostragem [17]

Por outro lado quando o tempo de atraso é superior ao período de amostragem a equação de estado fica na forma ilustrada na Figura 28. Nesta equação d representa o número inteiro de amostragens que contêm atraso.

$$\begin{aligned} \Phi &= e^{Ah} \\ x(kh+h) &= \Phi x(kh) + \Gamma_0 u(kh-dh+h) + \Gamma_1 u(kh-h) \quad \Gamma_0 = \int_0^{h-\tau'} e^{Aw} B dw \\ \Gamma_1 &= e^{A(h-\tau')} \int_0^{\tau'} e^{Aw} B dw \end{aligned}$$

Figura 28 - Equação de Estado com atraso superior ao período de amostragem [17]

2.5 Transformada Z

A transformada Z [18] tem um papel semelhante no domínio dos sistemas discretos que a transformada de Laplace possui no domínio dos sistemas contínuos. Enquanto a transformada de Laplace é uma ferramenta matemática muito útil na simplificação da resolução das equações diferenciais, a transformada Z é muito útil na simplificação da resolução das equações às diferenças. A transformada Z de uma função depende do valor do período de amostragem. Se duas funções distintas tiverem o mesmo valor amostrado no mesmo instante de tempo terão a mesma transformada Z. Como já foi referido anteriormente um sinal amostrado é constituído por conjunto de impulsos com diferentes valores ao longo do tempo tal como ilustra a Equação 61.

$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} y(kT) \delta(t - kT)$$

Equação 61

Aplicando a transformada de Laplace à Equação 61 obtêm-se a Equação 62.

$$Y(s) = \sum_{k=0}^{\infty} y(kT) e^{-kTs}$$

Equação 62

Sabendo que a Equação 63 apresenta a relação da variável s com a variável z é possível formular a Equação 64 que ilustra a fórmula genérica da transformada Z de uma função.

$$z = e^{Ts}$$

Equação 63

$$Y(z) = \sum_{k=0}^{\infty} y(kT) z^{-k}$$

Equação 64

2.5.1 Função de Transferência em Z

Assim como a transformada de Laplace permite encontrar a função de transferência de sistemas contínuos a transformada Z permite calcular a função de transferência de sistemas discretos. Aplicando a transformada Z à equação de estado discreta obtêm-se a Equação 65.

$$zX(z) - zx(0) = \Phi X(z) + \Gamma U(z)$$

Equação 65

Colocando a Equação 65 em ordem a $X(z)$ têm-se a Equação 66.

$$X(z) = (zI - \Phi)^{-1}zx(0) + (zI - \Phi)^{-1}\Gamma U(z)$$

Equação 66

Considerando as condições iniciais nulas e substituindo a Equação 66 na transformada Z da equação de saída discreta obtêm-se a Equação 67.

$$Y(z) = C(zI - \Phi)^{-1}\Gamma U(z)$$

Equação 67

Colocando a saída em relação à entrada obtêm-se a Equação 68 que corresponde à função de transferência de um sistema discreto utilizando a notação em espaço de estados.

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = H(z) = C(zI - \Phi)^{-1}\Gamma$$

Equação 68

2.5.2 Estabilidade em Z

A transformada Z é também uma excelente ferramenta para a análise da estabilidade de um sistema discreto. Além de permitir inferir sobre a estabilidade do próprio sistema é possível usar esta transformada para inferir sobre a estabilidade de um sistema de controlo em malha fechada quando se varia o ganho proporcional do controlador. Dito por outras palavras a transformada Z permite inferir sobre a estabilidade de sistemas de controlo em malha fechada para os diferentes valores do ganho proporcional do controlador permitindo encontrar o valor máximo que o ganho pode tomar sem tornar o sistema instável. A Figura 29 ilustra um configuração genérica de um sistema de controlo em malha fechada onde $G(z)$ representa o sistema a controlar e $D(z)$ representa o controlador.

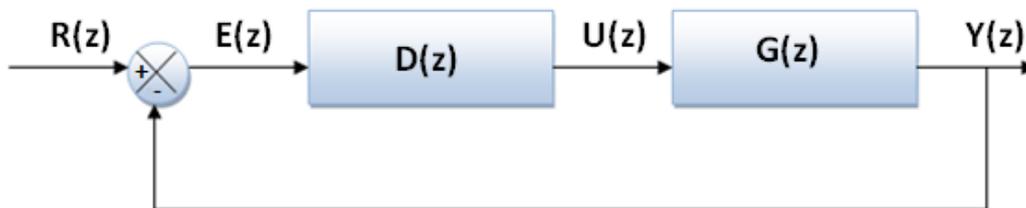


Figura 29 – Sistema Discreto em Malha Fechada

A Equação 69 representa a função de transferência do sistema em malha aberta.

$$\frac{Y(z)}{E(z)} = H(z) = D(z)G(z)$$

Equação 69

Mas para o cálculo do valor máximo do ganho proporcional do controlador é necessário formular a função transferência em malha fechada do sistema a controlar. Utilizando como base o sistema genérico da Figura 29 é possível formular a Equação 70 e a Equação 71.

$$Y(z) = E(z)D(z)G(z)$$

Equação 70

$$E(z) = R(z) - Y(z)$$

Equação 71

Substituindo a Equação 71 na Equação 70 permite encontrar a Equação 72.

$$Y(z) = R(z)D(z)G(z) - Y(z)D(z)G(z)$$

Equação 72

Colocando a saída em relação à entrada obtêm-se a Equação 73 que consiste na função transferência em malha fechada.

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = H_{mf}(z) = \frac{D(z)G(z)}{1 + D(z)G(z)}$$

Equação 73

2.5.2.1 Lugar de Raízes

Um dos métodos que permite avaliar a estabilidade de um sistema é método do lugar de raízes [9]. Este método permite verificar visualmente a estabilidade de um sistema através da representação dos seus pólos e zeros. O lugar de raízes permite ainda visualizar o deslocamento dos pólos em função do ganho proporcional do controlador permitindo calcular o valor máximo que o ganho proporcional pode tomar sem tornar o sistema instável. Os pólos da função transferência correspondem às raízes do denominador enquanto os seus zeros correspondem as raízes do numerador, tal como ilustra a Figura 30.

$$H(z) = \frac{N(z)}{D(z)} \quad \begin{array}{l} N(z) = 0 \longrightarrow \text{Zeros} \\ D(z) = 0 \longrightarrow \text{Pólos} \end{array}$$

Figura 30 - Pólos e Zeros de uma Função

Para se conseguir identificar se o sistema é estável é necessário identificar quais as zonas de convergência do plano Z. A Figura 31 apresenta uma comparação entre o plano Z e plano S. Como é possível ver para o sistema ser estável no plano S é necessário que os seus pólos se encontrem à direita do eixo imaginário enquanto no plano Z a estabilidade está garantida se os pólos da função de transferência estiverem dentro do círculo unitário.

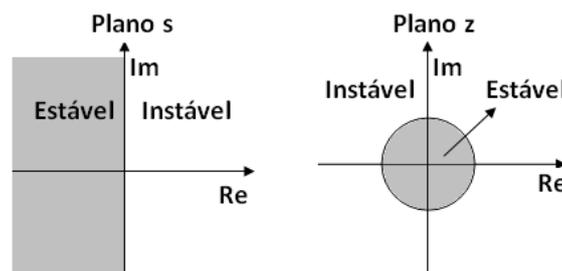


Figura 31 - Estabilidade no Plano S e no Plano Z

Sabendo como encontrar os pólos e zeros da função transferência e qual a zona estável do plano Z é possível desenhar e compreender o lugar de raízes. A Tabela 5 lista as regras necessárias para desenhar o lugar de raízes.

Tabela 5 - Regras do Lugar de Raízes [9]

Regra 1	No gráfico Im-Re devem ser representados os pólos e zeros da FT $G(z)$ em malha aberta.
Regra 2	O número de ramos do lugar de raízes é igual a n_p (número de pólos de $G(z)$).
Regra 3	O lugar de raízes possui no eixo real à sua direita um número ímpar de pólos e zeros de $G(z)$.
Regra 4	Os ramos começam nos pólos e terminam nos zeros finitos ou infinitos de $G(z)$.
Regra 5	Seja n_z o número de zeros de $G(s)$ e $e = n_p - n_z$ o excesso polo-zero de $G(z)$. Então o número de ramos que vão para infinito é igual a e .
Regra 6	O lugar de raízes é simétrico em relação ao eixo real.
Regra 7	Os ramos que vão para infinito fazem-no segundo assíntotas com ângulos calculados em relação ao real através da seguinte expressão: $\Phi_q = \frac{2q + 1}{e} 180^\circ \quad \text{onde } q = 0, 1, 2, \dots, (n_p - n_z - 1)$
Regra 8	O centróide, σ , é dado pela expressão: $\sigma = \frac{\sum \text{Re}(\text{pólos de } G(z)) - \sum \text{Re}(\text{zeros de } G(z))}{e}$
Regra 9	Os pontos de dispersão ou convergência de ramos no eixo real correspondem a mínimos ou máximos de k e podem ser encontrados, resolvendo: $\frac{dk}{ds} = \frac{d\left(-\frac{1}{G(z)}\right)}{ds} = 0$

A Figura 32 apresenta um exemplo do lugar de raízes. Como se pode verificar os pólos da função foram representados. Foi também representado o deslocamento dos pólos em função da variação do ganho proporcional do controlador. Com este lugar de raízes é possível concluir que este sistema é estável porque os seus pólos em malha aberta encontram-se dentro do círculo unitário mas esta estabilidade apenas está garantida para uma gama de valores do ganho proporcional. Analiticamente é possível calcular, através do uso da função transferência em malha fechada, o valor máximo que o ganho proporcional pode tomar sem o sistema perder a estabilidade.

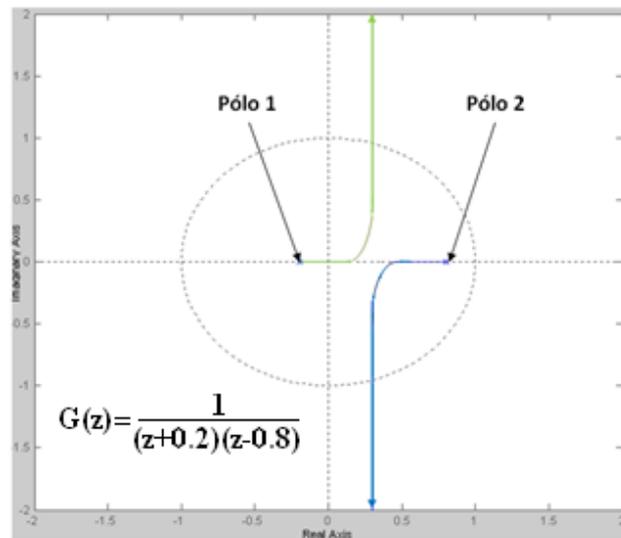


Figura 32 - Lugar de Raízes

2.6 Controlador PID Digital

O controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) [19] é um dos controladores mais utilizados na indústria devido à sua robustez. Tal como o nome indica este controlador possui três acções de controlo: a acção proporcional, a acção integral e a acção derivativa. Cada uma destas acções apresenta vantagens e desvantagens afectando de forma positiva ou negativa as características da resposta do sistema.

A Figura 33 ilustra as características mais importantes a analisar na resposta de um sistema 2ª ordem sub-amortecido: o tempo de subida (t_s), o tempo de estabelecimento (t_e), o *overshoot* e o erro em regime permanente. O tempo de subida corresponde ao tempo que o sinal demora a variar de 10% a 90% da amplitude estacionária enquanto o tempo de estabelecimento corresponde ao tempo que o sinal demora a estabilizar num determinado valor de amplitude. Por sua vez o *overshoot* caracteriza-se como sendo a diferença entre a amplitude máxima e a amplitude estacionária do sinal. Por fim, o erro em regime permanente corresponde à diferença entre a amplitude estacionária e a amplitude de referência.

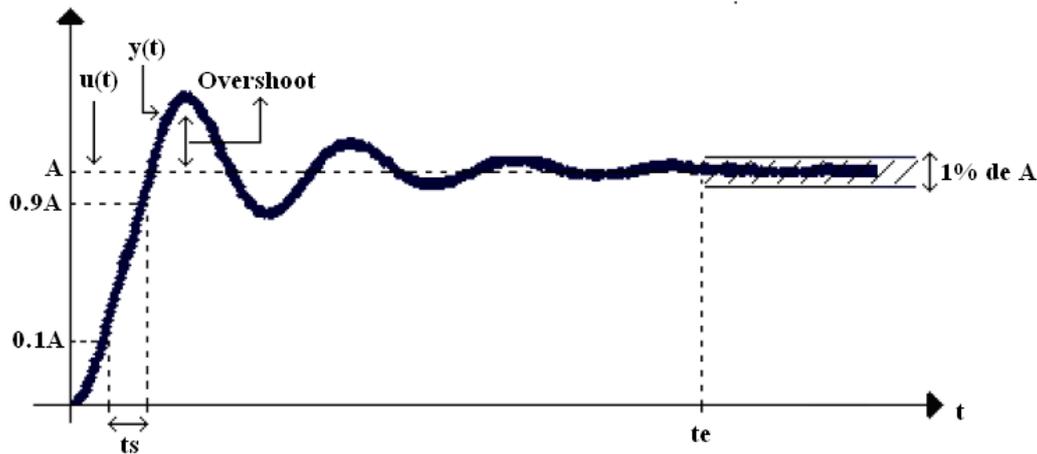


Figura 33 - Características da resposta sub-amortecida de um sistema de 2ª ordem [20]

A Figura 34 ilustra o resultado do uso da acção proporcional. Como se pode verificar após a actuação da acção proporcional o sinal mantém-se igual mudando apenas a sua amplitude.

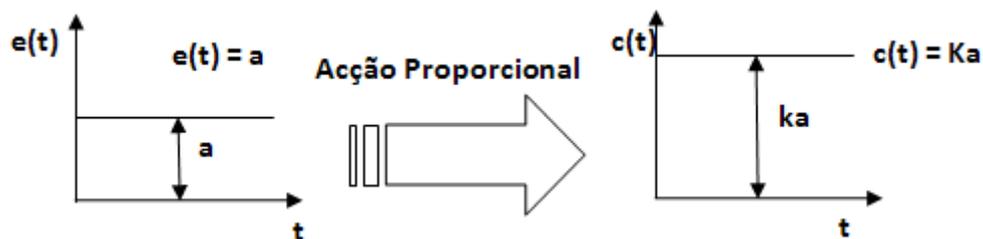


Figura 34 - Acção Proporcional

A Equação 74 ilustra a formulação matemática da acção proporcional. Esta acção de controlo é aplicada em todos os controladores podendo nalgumas situações conseguir-se um controlo satisfatório apenas com o seu uso.

$$c(t) = k_p e(t)$$

Equação 74

A acção proporcional é uma acção imediata e proporcional ao valor do erro. Apresenta como vantagens a redução do erro máximo em regime permanente e a redução do tempo de subida do sistema. Como desvantagem possui o facto de aumentar o *overshoot* e introduzir um erro em regime permanente.

Relativamente à acção integral a Figura 35 ilustra o resultado da aplicação desta acção de controlo. Esta é uma acção gradual e proporcional ao integral do erro que tem em consideração os valores anteriores do erro e actua sempre que o erro seja diferente de zero.

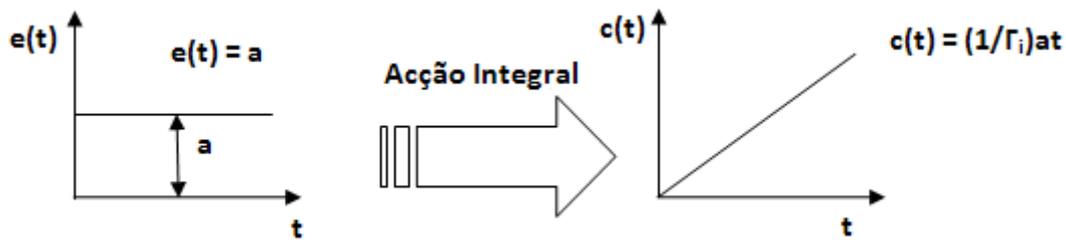


Figura 35 - Acção Integral

A Equação 75 mostra a formulação matemática desta acção de controlo. A variável τ_i é denominada de constante de tempo integrativa.

$$c(t) = \frac{1}{\tau_i} \int e(t') dt'$$

Equação 75

A acção integral tem como principal vantagem o facto de conseguir eliminar o erro em regime permanente. Consegue ainda reduzir o tempo de subida da resposta. Como desvantagem apresenta o facto de aumentar o *overshoot*, aumentar o período de oscilação e o tempo de estabelecimento o que origina respostas lentas e oscilatórias que podem tornar a malha de controlo instável. Pelo facto de poder tornar o controlo instável esta acção de controlo nunca é utilizada separadamente.

No que diz respeito à acção derivativa é possível ver na Figura 36 o resultado da utilização desta acção de controlo. A acção derivativa consiste numa acção com efeito antecipatório proporcional à derivada do erro que tem como objectivo diminuir o tempo de reacção da resposta.



Figura 36 - Acção Derivativa

A Equação 76 mostra a formulação matemática desta acção de controlo. A variável τ_d denomina-se por constante de tempo derivativa.

$$c(t) = \tau_d \frac{de}{dt}$$

Equação 76

Esta acção apresenta como vantagens o facto de permitir acelerar e estabilizar a malha de controlo, reduzir o *overshoot* e o tempo de estabelecimento. Apresenta

como desvantagem o facto de não ser indicada para processos com muito ruído pois com a aplicação da acção derivativa o sistema fica extremamente sensível ao ruído de alta frequência. A derivada do sinal do erro causa muitos problemas de implementação prática, por isso é frequente utilizar-se a aproximação da Equação 77. Com esta aproximação a derivada é aproximada nas baixas frequências e nas altas frequências o ganho é limitado $1/\alpha$. A variável α deve estar compreendida entre 0.1 e 0.3.

$$s\tau_d \cong \frac{s\tau_d}{1 + \alpha s\tau_d}$$

Equação 77

A Tabela 6 resume os efeitos das acções de controlo sobre as principais características da resposta do sistema.

Tabela 6 - Efeitos das Acções de Controlo na Resposta do Sistema [9]

Acção de Controlo	Tempo de Subida	Overshoot	Tempo de Estabelecimento	Erro em Regime Permanente
Proporcional	Diminui	Aumenta	Sem Efeito	Diminui
Integral	Diminui	Aumenta	Aumenta	Elimina
Derivativa	Sem Efeito	Diminui	Diminui	Sem Efeito

Como o controlador PID é constituído pelas três acções de controlo descritas anteriormente a sua função transferência será a soma das funções transferência de cada uma das acções de controlo. Tendo como base a formulação matemática de cada uma das acções é possível escrever a Equação 78, a Equação 79 e a Equação 80 que correspondem à função transferência da acção proporcional, acção integral e acção derivativa, respectivamente.

$$c(t) = k_p e(t) \quad (=) \quad C(s) = k_p E(s) \quad (=) \quad \frac{C(s)}{E(s)} = H(s) = k_p$$

Equação 78

$$c(t) = \frac{1}{\tau_i} \int e(t') dt' \quad (=) \quad C(s) = \frac{1}{s\tau_i} E(s) \quad (=) \quad \frac{C(s)}{E(s)} = H(s) = \frac{1}{s\tau_i}$$

Equação 79

$$c(t) = \tau_d \frac{de}{dt} \quad (=) \quad C(s) = \tau_d s E(s) \quad (=) \quad \frac{C(s)}{E(s)} = H(s) = \tau_d s$$

Equação 80

A Figura 37 ilustra a função transferência do controlador PID.

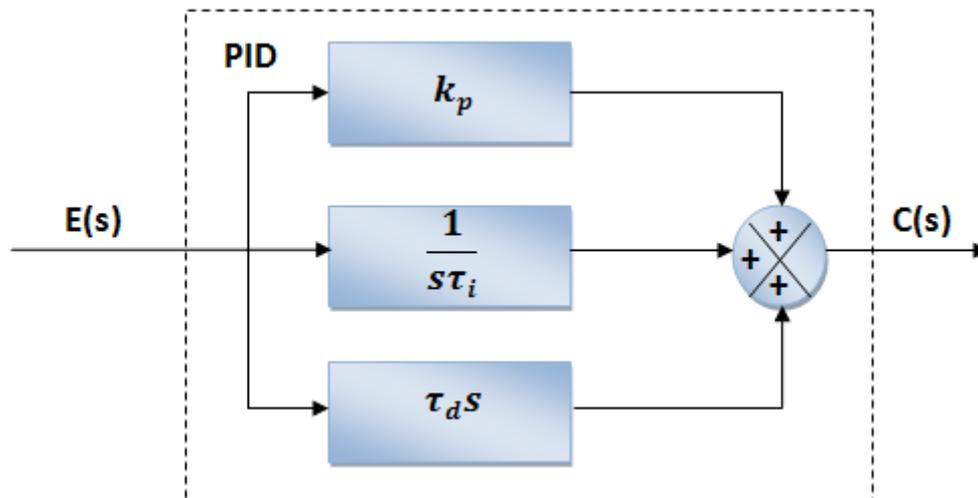


Figura 37 - Função Transferência do Controlador PID na forma paralela

Colocando o controlador PID na sua fórmula matemática no domínio dos tempos têm-se a Equação 81.

$$c(t) = c_{est} + k_p(e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int e(t') dt' + \tau_d \frac{de}{dt})$$

Equação 81

A Tabela 7 apresenta o significado de todas as variáveis presentes na Equação 81.

Tabela 7 - Variáveis presentes na fórmula do Controlador PID

Variável	Significado
k_p	Ganho Proporcional do Controlador
τ_i	Constante de Tempo Integral
τ_d	Constante de Tempo Derivativa
c_{est}	Ação de Controlo em Regime Estacionário
e	Erro
c	Ação de Controlo

Esta formulação matemática do controlador PID é aplicada no controlo de sistemas contínuos e é designada por PID analógico. Os bons resultados obtidos com o PID analógico e a crescente aplicação e importância dos sistemas digitais levaram à criação da versão digital do controlador PID. A versão digital do PID [21] é formulada substituindo o termo integral e o termo derivativo pelos seus equivalentes discretos. Assim sendo, o termo integral é substituído por um somatório e a derivada é substituída pela diferença finita de primeira ordem tal como ilustra a Figura 38.

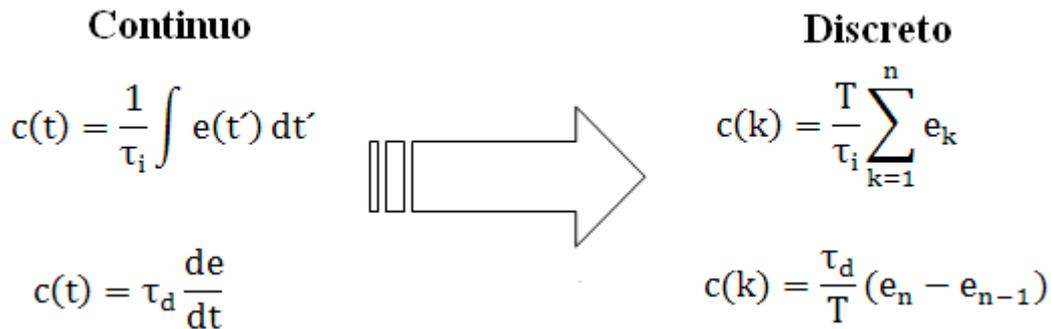


Figura 38 - Conversão PID Analógico para PID Digital

Com estas alterações é possível formular uma expressão matemática do PID digital presente na Equação 82.

$$c_n = c_{est} + k_p(e_n + \frac{T}{\tau_i} \sum_{k=1}^n e_k + \frac{\tau_d}{T} (e_n - e_{n-1}))$$

Equação 82

Esta versão do PID digital foi denominada de algoritmo de posição pois a cada instante o valor real (posição) é calculado. Devido a esta fórmula possuir um somatório é possível ocorrer o fenómeno de *wind-up* [9]. O fenómeno de *wind-up* ocorre quando o valor da variável de controlo atinge o limite físico máximo ou mínimo do controlador fazendo com que o sinal de controlo atinja a saturação. Por limitações físicas do actuador do sistema de controlo, quando o sinal de controlo atinge a saturação a variável de manipulação vai manter-se na mesma independentemente da saída do sistema. No entanto, a acção integral vai sendo actualizada dando origem a uma parcela muito elevada. De forma a contornar este problema foi implementada uma nova forma do PID digital designada por algoritmo de velocidade. O algoritmo de velocidade calcula a variação do sinal de saída em relação ao instante imediatamente anterior. A Equação 83 apresenta a fórmula deste algoritmo.

$$c_n = c_{n-1} + k_p((e_n - e_{n-1}) + \frac{T}{\tau_i} e_n + \frac{\tau_d}{T} (e_n - 2e_{n-1} + e_{n-2}))$$

Equação 83

Este algoritmo além de eliminar o fenómeno *wind-up* apresenta ainda como vantagem em relação ao algoritmo de posição, o facto de não necessitar de inicialização uma vez que não é preciso o valor da acção de controlo em regime estacionário (C_{est}). Outra vantagem deste algoritmo é o facto de proteger o sistema contra falhas computacionais porque apenas está dependente dos dois valores

anteriores do erro evitando assim a perda total de controlo no caso de ocorrer uma falha computacional. Apesar do algoritmo de velocidade eliminar algumas desvantagens do algoritmo de posição existe um problema que é comum a estes dois algoritmos do PID digital. Este problema é designado por pontapé derivativo e ocorre quando existe uma alteração do valor de referência. Em ambos, ao se alterar a referência verifica-se uma mudança brusca no erro, provocando um esforço de controlo elevado. Para eliminar este problema foram formuladas as versões modificadas do algoritmo de posição e velocidade. A Equação 84 e a Equação 85 mostram a versão modificada do algoritmo de posição e velocidade, respectivamente.

$$c_n = c_{est} + k_p(e_n + \frac{T}{\tau_i} \sum_{k=1}^n e_k + \frac{\tau_d}{T}(y_{n-1} - y_n))$$

Equação 84

$$c_n = c_{n-1} + k_p((y_{n-1} - y_n) + \frac{T}{\tau_i} e_n + \frac{\tau_d}{T}(-y_n + 2y_{n-1} - y_{n-2}))$$

Equação 85

2.6.1 Sintonização de Controladores PID

Uma das grandes dificuldades da implementação de um controlador PID consiste na sua sintonização, ou seja, na escolha dos seus parâmetros. Uma sintonização correcta consiste num compromisso entre a estabilidade/robustez e a velocidade de resposta/desempenho da malha de controlo. Não existe nenhum método que possa ser aplicado a todos os casos e que permita encontrar os valores dos ganhos ideais para todos as situações e processos. Quanto mais conhecimento se tiver sobre o processo a controlar mais simples se torna a sintonização do controlador. Uma correcta sintonização depende de muitos factores como por exemplo o conhecimento do processo, o método e ferramentas adequadas e acima de tudo da experiência. Uma correcta sintonização de um controlador PID consiste em encontrar o ganho proporcional, integral e derivativo que consiga melhorar o desempenho do sistema. Um melhor desempenho implica conseguir que o sistema possua pouca variabilidade no seu funcionamento normal, conseguir que ocorra o mínimo de *overshoot* possível quando há mudanças do valor de referência e conseguir que o sistema seja rápido a atingir o novo estado de estabelecimento em caso de mudança da referência. Com uma boa sintonização pretende-se ainda que controlador seja robusto de modo a

manter-se estável mesmo quando ocorrem alterações significativas nos parâmetros do sistema. Apesar de não existir um método que possa ser aplicado a todas as situações existem os métodos de Ziegler-Nichols [22] de sintonização de controladores PID que permitem obter uma estimativa inicial dos parâmetros do controlador sendo necessário um posterior ajuste durante a instalação do controlador. Estes métodos de sintonização de controladores PID consistem num conjunto de regras que permitem determinar os valores dos ganhos de cada acção. Estas regras, elaboradas através de resultados experimentais, são muitos úteis para a sintonização de controladores PID porque necessitam apenas de experiências simples no sistema a controlar. Os métodos de Ziegler-Nichols possuem um método que é aplicado a sistemas em malha aberta e outro método que é aplicado a sistemas em malha fechada. O método de sintonização de Ziegler-Nichols em malha aberta é aplicado a sistemas em malha aberta que possuam uma curva do tipo S como resposta a um degrau. A Figura 39 mostra a curva tipo S esperada para ser possível aplicar o método de Ziegler-Nichols em malha aberta.

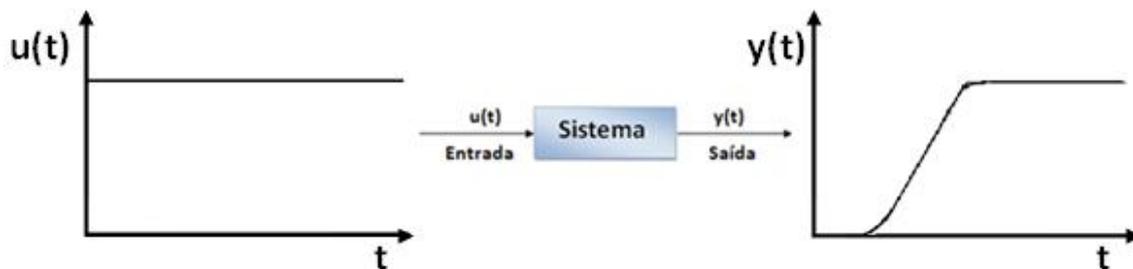


Figura 39 - Ziegler-Nichols em Malha Aberta

Tendo obtido a curva tipo S o passo seguinte consiste em desenhar uma linha recta tangente ao ponto de inflexão da curva tal como ilustra a Figura 40.

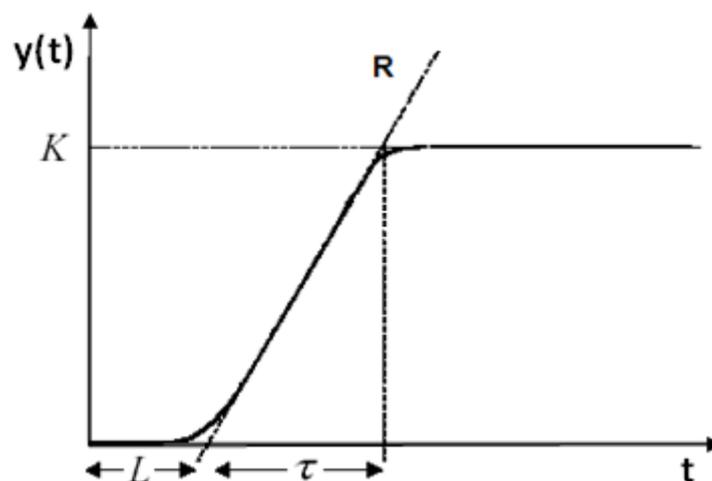


Figura 40 - Curva Tipo S

Com a recta traçada é possível encontrar o atraso (L) e a constante de tempo (τ). Com estes valores calcula-se o declive da recta (R). Tendo obtido os valores do R e L consulta-se a Tabela 8 de modo a encontrar o valor inicial dos parâmetros do PID.

Tabela 8 - Parâmetros Ziegler-Nichols em Malha Aberta [9]

	k_p	τ_i	τ_d
P	$\frac{1}{RL}$	—	—
PI	$\frac{0.9}{RL}$	$3L$	—
PID	$\frac{1.2}{RL}$	$2L$	$\frac{L}{2}$

Relativamente ao método de Ziegler-Nichols em malha fechada o procedimento a seguir é o seguinte: usando apenas a acção proporcional (desligar acção integral e a acção derivativa do controlador) deve-se introduzir uma entrada em degrau e aumentar o ganho até se obter uma resposta oscilatória de amplitude e período constantes, tal como ilustra a Figura 41.

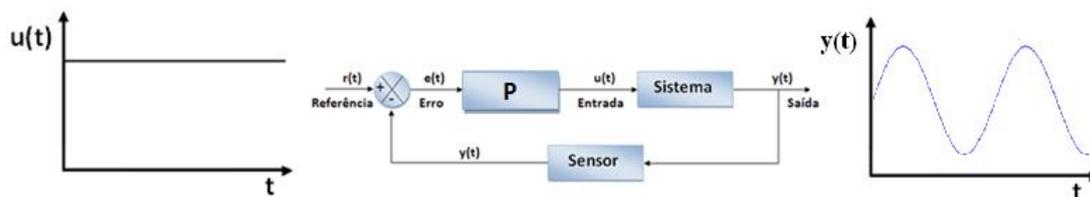


Figura 41 - Ziegler-Nichols em Malha Fechada

Tendo obtido a curva pretendida tem-se o valor do ganho que a originou (Ganho Último - K_u) e calcula-se o período de oscilação da resposta (Período Último - P_u). Após ter-se obtido K_u e P_u consulta-se a Tabela 9 de modo a encontrar os valores dos parâmetros do controlador PID.

Tabela 9 - Parâmetros Ziegler-Nichols em Malha Fechada [9]

	k_p	τ_i	τ_d
P	$\frac{k_u}{2}$	—	—
PI	$\frac{k_u}{2.2}$	$\frac{P_u}{1.2}$	—
PID	$\frac{k_u}{1.7}$	$\frac{P_u}{2}$	$\frac{P_u}{8}$

2.6.2 Resposta em Frequência

O estudo da resposta em frequência [23] pode ser útil quando se conhece a função transferência de um sistema pois permite, entre outros estudos, realizar a sintonização de controladores PID. A resposta em frequência de um sistema é obtida variando a frequência do sinal de entrada. O estudo da resposta em frequência permite estudar a estabilidade de um sistema em malha fechada a partir da sua resposta em malha aberta. Uma das formas mais utilizadas para representar a resposta em frequência é o diagrama de Bode [24]. O diagrama de Bode é uma ferramenta útil na análise e projecção de sistemas de controlo sendo constituído por dois gráficos: um para representar a magnitude e outro para representar a fase. De um modo geral, o diagrama de Bode é construído usando uma escala logarítmica o que permite representar uma maior gama de frequências. A magnitude é medida em decibéis enquanto a fase é medida em graus. A Equação 86 apresenta a fórmula que permite calcular a magnitude. Nesta fórmula $G(j\omega)$ representa a função transferência do sistema em função da frequência.

$$db = 20 \log (|G(j\omega)|)$$

Equação 86

A Figura 42 ilustra um exemplo de um diagrama de Bode.

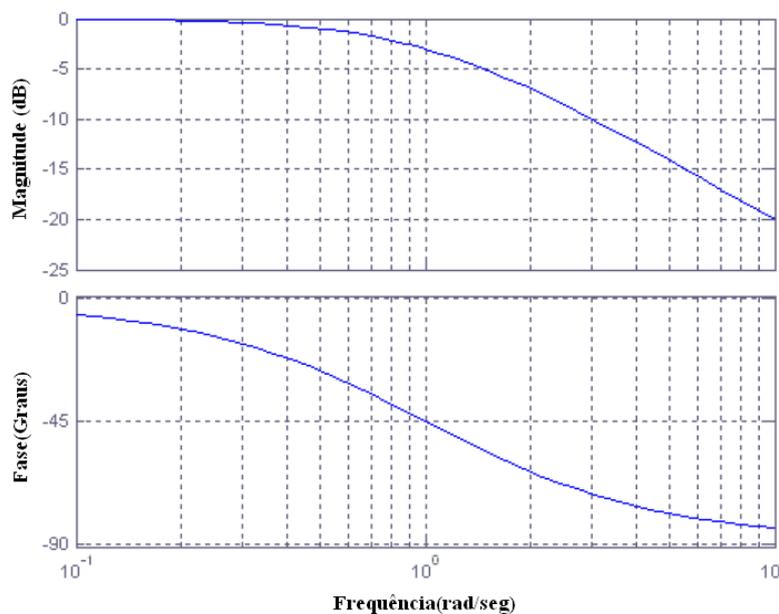


Figura 42 - Diagrama de Bode

De modo a perceber a utilidade do diagrama de Bode é necessário compreender o conceito de margem de ganho e margem de fase. A margem de ganho

traduz o quanto o ganho do sistema pode ser aumentado sem o sistema perder a estabilidade enquanto a margem de fase indica quanto a fase do sistema pode ser atrasada sem o sistema perder a estabilidade. Visualmente a margem de ganho é obtida no gráfico das magnitudes na frequência em que a fase cruza -180° . Se nesta frequência a magnitude for inferior a 0dB então a margem de ganho é positiva e o sistema é estável. Caso a magnitude nesta frequência seja superior a 0dB a margem de ganho é negativa e o sistema é instável. Por sua vez a margem de fase é obtida no gráfico da fase na frequência em que a magnitude possui o valor de 0dB. Se nesta frequência a fase for superior -180 graus então o sistema é estável e a margem de fase é positiva. Se isso não acontecer a margem de fase é negativa e o sistema é instável. A Figura 43 mostra um exemplo de um diagrama de Bode que possui margem de ganho e margem de fase positivas o que implica que o sistema analisado é estável.

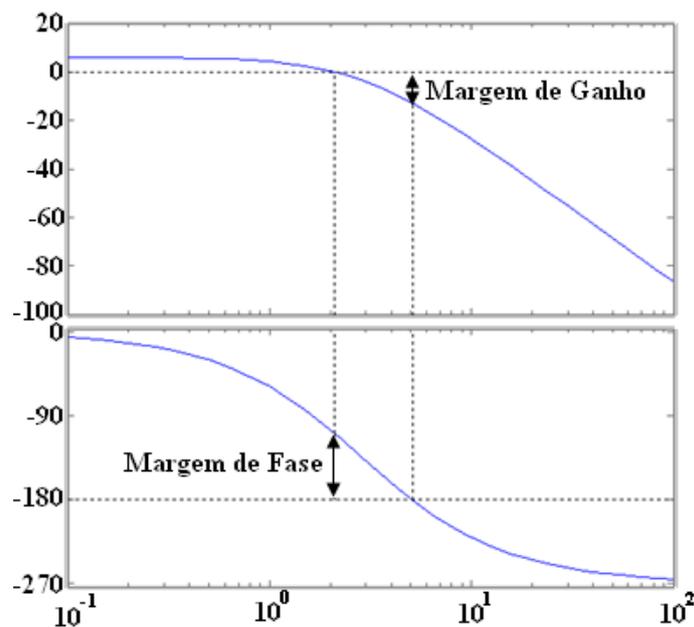


Figura 43 - Margem de Ganho e Margem de Fase

2.7 Bibliografia

- [1] C. P. Leão, Apontamentos referentes à Unidade Curricular de Matemática Aplicada leccionada, Universidade do Minho, MIEEIC, 2010
- [2] A. Wood, "Introduction to Numerical Analysis", Addison Wesley, 1999
- [3] H. Pina, "Métodos Numéricos", McGraw-Hill, 1995

[4] SlideFinder, Critério de Sassenfeld, 2011. Consultado em 15 de Março de 2011, disponível em: <http://www.slidefinder.net/s/sliterativos/30682541/p2>

[5] M. R. Valença, “Análise Numérica”, Universidade Aberta, Lisboa, 1996

[6] K. Astrom, B. Wittenmark, "Computer Controlled Systems: Theory and Design", Prentice-Hall International, 1990

[7] G. Franklin, J. Powell, M. Workman, “Digital Control of Dynamic Systems”, Addison-Wesley, ISBN 0-201-33153-5, 1997

[8] M. D. Bryant, Laplace Transform and Transfer Functions, Março 2008. Consultado em 5 de Março de 2011, disponível em:

<http://www.me.utexas.edu/~bryant/courses/me344/DownloadFiles/LectureNotes/Laplace+TransferFunctions.pdf>

[9] F. Soares, Apontamentos referentes à Unidade Curricular de Controlo Digital, Universidade do Minho, MIEEIC, 2010

[10] D Azzo, John J., Houpis, Constantine H., “Linear Control System Analysis and Design”, McGraw-Hill, 1998

[11] B. C. Kuo, “Digital Control Systems”, Saunders College Publ., 1992

[12] Connexions, Laplace Domain Solutions to State and Output Equations, Novembro 2003. Consultado em 25 de Fevereiro de 2011, disponível em:

<http://cnx.org/content/m2108/latest/>

[13] Wolfram Mathworld, Taylor Series, 2011. Consultado em 17 de Março de 2011, disponível em: <http://mathworld.wolfram.com/TaylorSeries.html>

[14] InMath, The Laplace Transformation, Abril 2011. Consultado em 15 de Fevereiro de 2011, disponível em: <http://www.intmath.com/Laplace-transformation/Intro.php>

[15] A. V. Oppenheim, R. W. Shafer, "Discrete Time Signal Processing", Prentice-Hall, 1989

[16] R. Vaccaro, "Digital Control: A State-Space Approach", McGraw-Hill, 1995

[17] K. Ogata, "Modern Control Engineering" Prentice Hall, 2009

[18] Wolfram Mathworld, Z Transform , 2011. Consultado em 26 de Março de 2011, disponível em: <http://mathworld.wolfram.com/Z-Transform.html>

[19] Karl Johan Astrom, PID Control, 2002. Consultado em 12 de Março de 2011, disponível em:
<http://www.cds.caltech.edu/~murray/courses/cds101/fa02/caltech/astrom-ch6.pdf>

[20] B. A. Ogunnaike, W. H. Ray, "Process Dynamics, Modelling and Control", Oxford University Press, 1994

[21] University of Newcastle, Discretised PID Controllers, 1998. Consultado em 24 de Março de 2011, disponível em:
<http://lorien.ncl.ac.uk/ming/digicont/digimath/dpid1.htm>

[22] Jinghua Zhong, PID Controller Tuning, 2006. Consultado em 18 de Abril de 2011, disponível em: http://www.dsa.ugac.ca/~rbeguena/Systemes_Asservis/PID.pdf

[23] Udesc, Analise da Resposta em Frequência, 2011. Consultado em 11 de Abril de 2011, disponível em:
http://www.joinville.udesc.br/portal/professores/andre_leal/materiais/Capitulo_4.pdf

[24] M. Carvalho, “Sistemas de Controlo Automático”, LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 2000

3. Ferramentas e Procedimento de Construção do *e-Book*

Sumário

A criação de um *e-book* requer a utilização de um conjunto de ferramentas. Assim, neste capítulo serão analisadas as ferramentas utilizadas para a criação do *e-book* e implementação de todas as suas funcionalidades. Em particular, analisam-se ferramentas para o processamento de texto, ferramentas para a criação de animações, ferramentas para a criação e alteração de vídeos, ferramentas de acesso livre, ferramentas de simulação e ferramentas de compilação. Por fim, tendo como a base as ferramentas escolhidas, será descrito o procedimento executado para a criação do *e-book*.

- 3.1 Ferramentas para Texto
 - 3.2 Ferramentas para Animações
 - 3.3 Ferramentas de Vídeo
 - 3.4 Ferramentas de Acesso Livre
 - 3.5 Ferramentas de Simulação
 - 3.6 Ferramentas de Compilação
 - 3.7 Procedimento de Construção do *e-Book*
 - 3.8 Bibliografia
-

3.1 Ferramentas para Texto

A criação e elaboração de conteúdos teóricos requerem a utilização de um processador de texto. Este tipo de ferramentas oferece recursos que facilitam a produção, edição e finalização de texto. Um dos processadores de texto mais conhecido e utilizado é sem dúvida o *Microsoft Word* desenvolvido e comercializado pela *Microsoft* [1]. Este processador de texto possui uma *interface* muito agradável e intuitiva e disponibiliza um vasto conjunto de recursos para criação e elaboração de documentos. Como alternativa ao *Microsoft Word* existe o *OpenOffice.org Writer* [2], ilustrado na Figura 44.

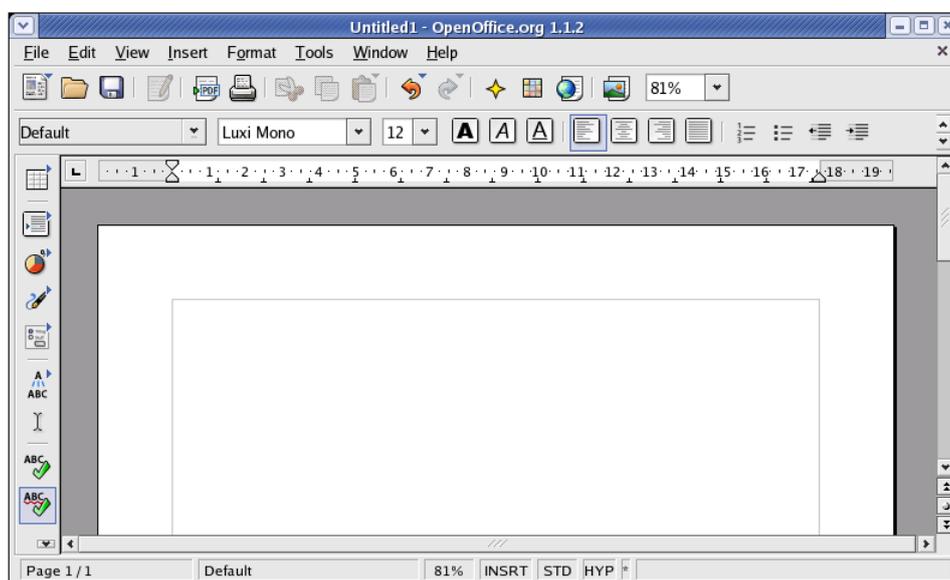


Figura 44 - *OpenOffice.org Writer* [3]

Este processador de texto, com visual e funcionalidades semelhantes ao *Microsoft Word*, apresenta como principal vantagem facto de ser gratuito. Estes processadores são do tipo *WYSIWYG*, acrónimo da expressão em inglês “*What You See Is What You Get*” que pode ser traduzida como o que se vê é o que se obtêm [4]. Este termo é atribuído aos processadores de texto que mostram ao utilizador, durante a edição do documento, a forma exacta que irá obter como resultado final. Em alternativa a este tipo de processadores de texto existe processadores do tipo *WYSIWYM*, acrónimo da expressão em inglês “*What You See Is What You Mean*” que em português significa o que se vê é o que se pretende expressar [5]. Este tipo de processadores pretende que o utilizador apenas se preocupe com os conteúdos do documento sendo a formatação do mesmo, feita de forma automática através de um

conjunto de regras pré-definidas. Um dos mais conhecidos processadores de texto gratuitos deste tipo é o *LyX* [6] que utiliza como sistema de formatação o *LaTeX* [7]. O *LaTeX*, disponibilizado de forma gratuita, consiste num sistema de formatação muito utilizado para a produção de textos matemáticos e científicos que oferece ao utilizador um conjunto de comando de alto nível que permitem lidar com equações bibliografias, citações, formatos de páginas, referências cruzadas e tudo o que não seja relacionado com o conteúdo do documento. Apesar das formatações puderem ser feitas segundo um conjunto de regras pré-definidas o utilizador também tem liberdade de indicar, expressamente, declarações de formatação. A Figura 45 ilustra um exemplo de um texto escrito utilizando um processador de texto do tipo *WYSIWYM*.

```
It is hard to write unstructured and disorganised documents using
\LaTeX\cite{les85}.It is interesting to typeset one
equation\cite[Sec 3.3]{les85} rather than setting ten pages of
running matter\cite{don89,rondon89}.

\begin{thebibliography}{9}
\bibitem{les85}Leslie Lamport, 1985. \emph{\LaTeX---A Document
Preparation System---User's Guide and Reference Manual},
Addison-Wesley, Reading.

\bibitem{don89}Donald E. Knuth, 1989. \emph{Typesetting Concrete
Mathematics}, TUGBoat, 10(1):31-36.

\bibitem{rondon89}Ronald L. Graham, Donald E. Knuth, and Ore
Patashnik, 1989. \emph{Concrete Mathematics: A Foundation for
Computer Science}, Addison-Wesley, Reading.
\end{thebibliography}
```

Figura 45 - Texto escrito através processador de texto do tipo *WYSIWYM* [8]

Com se pode verificar o texto obtido no ecrã é completamente diferente da forma final que o documento irá ter o que implica que o texto não é tão intuitivo como o texto originado por processadores do tipo *WYSIWYG*. Após a aplicação do *LaTeX* ao texto presente na Figura 45 obtém-se o resultado ilustrado na Figura 46.

It is hard to write unstructured and disorganised documents using \LaTeX [1]. It is interesting to typeset one equation [1, Sec 3.3] rather than setting ten pages of running matter [2,3].

Bibliography

- [1] Leslie Lamport, 1985. *LaTeX—A Document Preparation System—User's Guide and Reference Manual*, Addison-Wesley, Reading.
- [2] Donald E. Knuth, 1989. *Typesetting Concrete Mathematics*, TUGBoat, 10(1):31-36.
- [3] Ronald L. Graham, Donald E. Knuth, and Ore Patashnik, 1989. *Concrete Mathematics: A Foundation for Computer Science*, Addison-Wesley, Reading.

Figura 46 - Resultado obtido com o *LaTeX* [8]

Como é possível constatar a utilização do *LaTeX* originou um documento totalmente formatado, segundo as indicações do utilizador, idêntico à sua forma final. Tendo em consideração estas potencialidades e fazendo uma comparação entre os dois tipos de processadores de texto é possível afirmar que os processadores do tipo *WYSIWYM* apresentam como vantagem o facto de permitirem criar documentos de aparência profissional sem a necessidade de o utilizador se preocupar com a formatação. Como desvantagem possuem o facto de ser necessário aprender e compreender a sintaxe e utilização dos comandos existentes. No que diz respeito aos processadores de texto do tipo *WYSIWYG* estes apresentam como vantagem o facto de serem muito simples de utilizar não necessitando de tempo de aprendizagem. A sua principal desvantagem consiste na necessidade do utilizador se preocupar com a implementação da formatação do documento.

Tendo presente as vantagens e desvantagens dos tipos de processadores de texto optou-se, para a elaboração dos conteúdos presentes no *e-book*, pela utilização de processadores do tipo *WYSIWYG* devido à simplicidade na sua utilização. Esta decisão teve como principal factor a inexperiência na utilização de processadores do tipo *WYSIWYM* o que levaria inicialmente a ser necessário estudar os comandos necessários para a sua utilização. Acredita-se que a utilização deste tipo de processador, para a realização deste trabalho, só seria útil e rentável se já existisse à partida conhecimentos desta ferramenta.

3.2 Ferramentas para Animações

Juntamente com os conteúdos teóricos, o *e-book* possui animações que têm como objectivo tornar mais dinâmico o processo de aprendizagem e ajudar a compreender melhor os modelos em estudos. Na Figura 47 é possível encontrar várias imagens que pretendem elucidar o tipo de animações implementadas. Basicamente a ideia principal desta animação consiste em demonstrar a dinâmica do sistema com dois tanques.

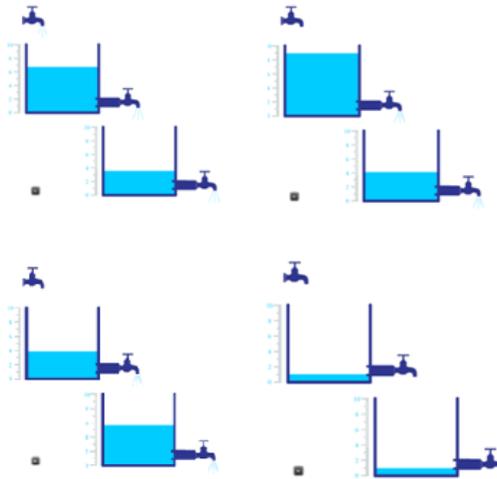


Figura 47 - Imagens de animação implementada no e-book

Neste sistema o nível do líquido nos tanques irá variar consoante o seu caudal de entrada fazendo com que possua alturas diferentes ao longo do tempo. Assim, para a implementação da animação é necessário compreender analiticamente a variação do líquido em cada tanque em função do caudal e implementar várias imagens dos tanques com diferentes quantidades de líquido, tal como mostra a Figura 47. Tendo as várias imagens, é necessário juntá-las, através de um programa próprio, numa sequência obtendo-se assim e como resultado final, a ideia de movimento do nível do líquido presente nos tanques.

A criação das animações pode ser feita no formato de imagem *GIF (Graphics Interchange Format)* [9]. Este formato apenas permite trabalhar com um máximo de 256 cores (8 bits) e é muito utilizado em páginas da Internet nas ilustrações de ícones e qualquer outro tipo de imagem que não necessite de muitas cores. As animações neste formato são designadas por *GIFs* animados e são constituídas por uma sequência de imagem num único arquivo. A criação de *GIFs* animados pode ser feita através do programa *GIF Movie Gear* [10], ilustrado na Figura 48, comercializado pela *Gamani Productions*. Este é um programa profissional que oferece ao utilizador um conjunto de ferramentas gráficas para o desenvolvimento de animações em *GIF*. Existem no entanto programas gratuitos como por exemplo *GIF Animation Application* [11] e o *Make a GIF* [12] que também oferecem a possibilidade de criar *GIFs* animados.

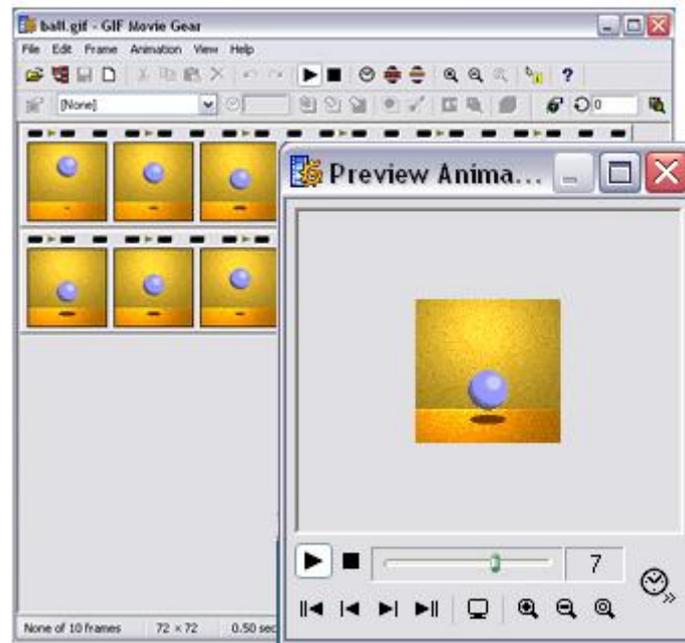


Figura 48 - GIF Movie Gear [10]

Outra forma de implementar as animações é através da linguagem *Java* [13]. Esta é uma linguagem orientada a objectos desenvolvida pela *Sun Microsystems* que herdou muitas das suas características do *C++*. Uma das grandes vantagens desta linguagem é a sua portabilidade devido ao facto de não ser compilada em código directamente utilizado pelo computador (código nativo), mas sim num código intermédio (*byte code*) executado numa máquina virtual (*JVM*). Esta linguagem permite a criação de *Java applets*. Um *applet* é um programa que é executado no contexto de outro programas. Um *applet em Java* é geralmente utilizado para adicionar interactividade em aplicações da Internet que não podem ser implementadas em *HTML*. Para programar em *Java* é necessário o *JDK (Java Development Kit)*, disponível gratuitamente na página da *Sun Microsystems* [14] e um compilador de *Java* como por exemplo o *NetBeans* [15], o *Eclipse* [16] ou o *JEdit* [17].

O formato *SWF (Shockwave Flash)*, muito utilizado para a inclusão de conteúdos multimédia em páginas da Internet, constitui outra alternativa para a criação de animações. Esta criação pode ser feita utilizando o *Adobe Flash* [18] comercializado pela *Adobe*, Figura 49. Este programa possui muitas potencialidades permitindo ao utilizador criar desde simples animações até aplicações completas. Existem no entanto programas gratuitos, como por exemplo o *EffectGenerator* [19], que apesar de serem muito limitados em comparação ao *Adobe Flash* permitem ao utilizador criar animações em *Flash*.

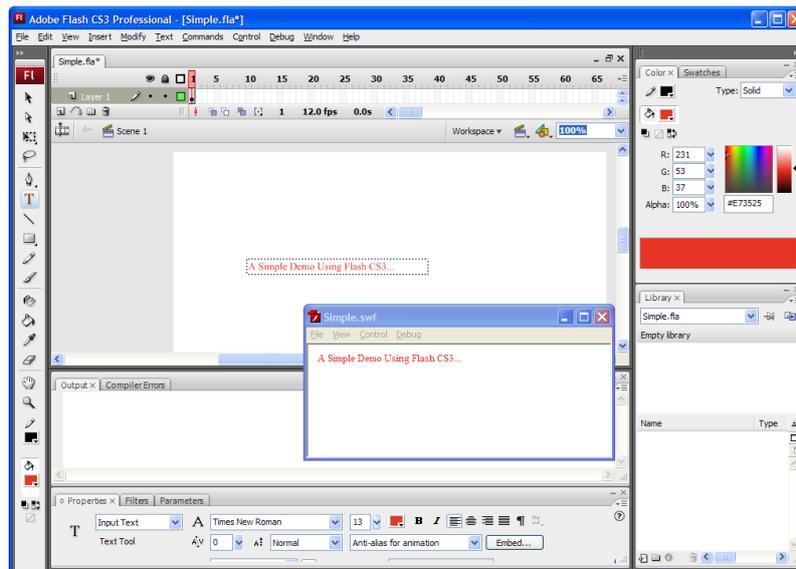


Figura 49 - Adobe Flash [18]

Tendo em consideração as possibilidades existentes quanto à criação das animações utilizou-se para a realização das mesmas o *Adobe Flash*. Os factores para esta escolha foram: as potencialidades oferecidas pelo programa e o facto de a Universidade do Minho possuir a sua licença. Outro factor importante para esta decisão foi o programa escolhido para compilar todos os constituintes do *e-book* que será discutido posteriormente neste capítulo.

3.3 Ferramentas de Vídeo

Outros dos conteúdos presentes no *e-book* são os vídeos. Os vídeos têm como objectivo tornar mais interessante e intuitivo o processo de aprendizagem. Além de complementarem os conteúdos teóricos escritos proporcionam outra forma de transmitir esses mesmos conteúdos. Hoje em dia é cada vez mais comum encontrar aulas em vídeos disponíveis na Internet sendo muitos dos vídeos disponíveis elaborados com ferramentas próprias. Este tipo de ferramentas possibilitam ao utilizador gravar o que está a acontecer no seu ecrã permitindo assim criar vídeos explicativos sobre os mais variados temas. Um exemplo deste tipo de programas é o *CamtasiaStudio* comercializado pela *TechSmith* [20]. Este programa, ilustrado na Figura 50, além da captura simultânea de som e vídeo dá ainda ao utilizador a possibilidade de editar os seus vídeos no final da gravação do mesmo.

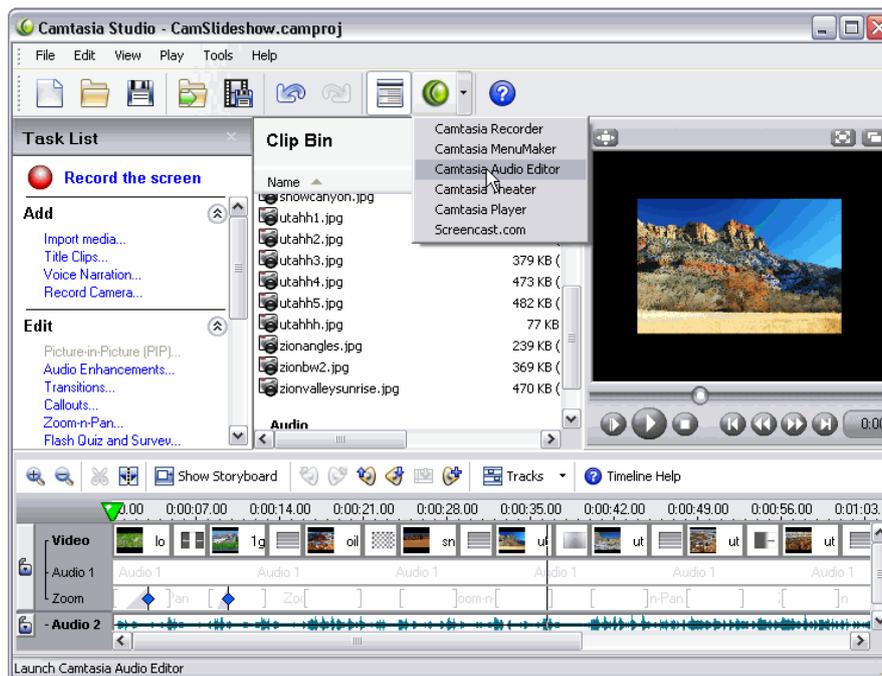


Figura 50 – *CamtasiaStudio* [20]

Em [21] encontra-se uma aula em vídeo realizada com recurso a este tipo de programas que explica o funcionamento do *CamtasiaStudio*. Como alternativa ao *CamtasiaStudio* existem programas semelhantes gratuitos, como por exemplo o *CamStudio* [22] e o *TipCam* [23], que apesar de não possuírem todas as funcionalidades do *CamtasiaStudio* são ferramentas adequadas à elaboração de aulas em vídeo.

Hoje em dia existe um grande número de formatos de vídeos o que proporciona uma oferta capaz de suprir as necessidades específicas de cada utilizador mas pode também criar inconvenientes pois muitas empresas, devido à competição entre fabricantes, podem optar por apenas aceitar nos seus produtos formatos específicos. Devido a este factor e também à necessidade de o *e-book* possuir o menor tamanho possível foi necessário converter alguns vídeos para outro formato diferente do original. Para a realização deste tipo de operação utiliza-se um conversor de vídeo como por exemplo o *Format Factory* [24], ilustrado na Figura 51. Este conversor de vídeo gratuito aceita os tipos mais comuns de arquivos e dá a opção de converter os vídeos para os formatos mais populares. Possui uma interface intuitiva e fácil utilizar e oferece uma automatização das configurações das conversões o que se torna muito útil para quem nunca trabalhou com este tipo de programas. O *Quick Media Converter*

[25] distribuído gratuitamente e o *Prism Video Converter* [26] comercializado pela *NCH Software* são programas com capacidades semelhantes ao *Format Factory*.



Figura 51 – *Format Factory* [24]

Actualmente a grande maioria dos vídeos existentes na Internet encontram-se disponibilizados na página denominada *YouTube* [27]. Devido à enorme quantidade de vídeos que possui acerca dos mais variados temas foi possível encontrar vídeos com conteúdos muito interessantes para incluir no *e-book*. Assim, e de modo a poder disponibilizar esses vídeos no *e-book*, foi necessária a utilização de um programa que permite-se obter os vídeos pretendidos. O *Free YouTube Download* [28] da *DVDVideoSoft*, ilustrado na Figura 52 é um exemplo de um programa gratuito que possibilita a realização dessa operação. Como se pode verificar, para a obtenção do vídeo pretendido basta copiar a hiperligação do mesmo para o programa e definir a pasta de saída e o formato pretendido. Com características semelhantes ao *Free YouTube Download* existe, entre outros, o *VDownloader* [29] e o *Desktop YouTube* [30].

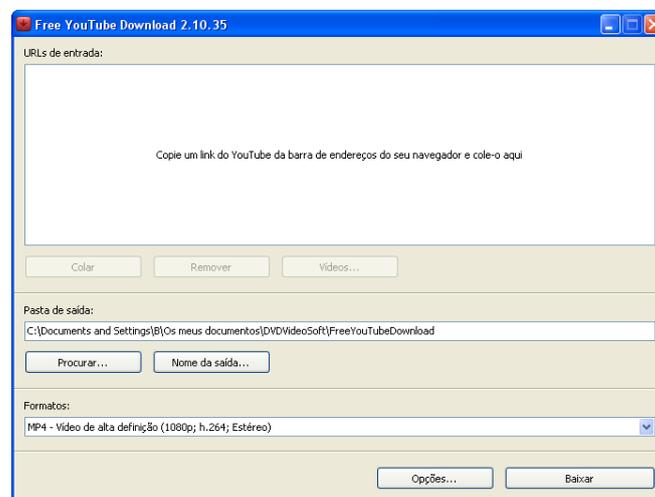


Figura 52 - *Free YouTube Download*

3.4 Ferramentas de Acesso Livre

Com as potencialidades que as linguagens de programação oferecem é cada vez mais comum encontrar ferramentas de acesso livre disponíveis na Internet. Muitas destas ferramentas podem ser usadas ao nível académico por parte dos alunos como auxílio no seu estudo. Assim, e de modo a aproveitar as potencialidades destas ferramentas, decidiu-se incluir no *e-book* hiperligações de ferramentas de acesso livre disponíveis na Internet que possam ser úteis aos alunos durante o seu processo de aprendizagem e estudo.

O *Matrix Calculator* [31], ilustrado na Figura 53 é um exemplo de uma ferramenta de acesso livre incluída no *e-book*. Esta ferramenta permite, entre outras operações, efectuar a soma, subtracção e multiplicação de matrizes, calcular o determinante e a inversa de uma matriz e resolver sistemas de equações lineares. Para a sua utilização basta inserir as matrizes pretendidas e escolher a operação a realizar. É uma excelente ferramenta para a realização das operações com matrizes de grande dimensão e verificação dos resultados obtidos durante a resolução dos exercícios.

Online Matrix Calculator


Powered by [.NET Matrix Library](#)

Enter your matrix in the text area below:
(maximum matrix size is 32 x 32)

[Show instructions](#)

Values are delimited by: Spaces Show results using 3 decimal digits.

Select one or more operations to be performed:

<input type="checkbox"/> Matrix Transpose	<input type="checkbox"/> Matrix Inverse	<input type="checkbox"/> Cholesky Decomposition	Matrix Addition / Subtraction
<input type="checkbox"/> Determinant calculation	<input type="checkbox"/> Moore-Penrose Inverse	<input type="checkbox"/> QR Decomposition	Matrix Multiplication
<input type="checkbox"/> Matrix Trace	<input type="checkbox"/> LU Decomposition	<input type="checkbox"/> Singular Value Decomposition	Systems of Linear Equations
<input type="checkbox"/> Matrix Rank	<input type="checkbox"/> LQ Decomposition	<input type="checkbox"/> Eigenvalues/eigenvectors	Suggestions / Comments

Figura 53 – *Matrix Calculator* [31]

Na resolução de alguns dos exercícios de controlo é necessário realizar a expansão em série de Taylor. Tendo isto em presente foi incluído no *e-book* a hiperligação para a página *Expert Math Tutoring* onde, entre várias funcionalidades,

encontra-se a ferramenta ilustrada na Figura 54 que permite aos alunos verificar os resultados obtidos analiticamente relativamente à expansão em série de Taylor [32].

Taylor Series Expansion

How To Enter Equations.

To successfully use this tool you must follow these rules on how to construct your equations.

- Operators:
 - * - multiplication
 - / - division
 - + - plus
 - - minus
 - () - brackets
 - ^ - power e.g. $x^2 = 2^{\wedge}2$
- You must enter all operators. For example $2x+3$ would be $2*x+3$, note that you must show the multiplication sign.

$2x+3$
- If you have a fraction like $\frac{3x+9}{3x+9}$ you must enter both numerator and denominator in brackets, so the above function would become $(2*x+3)/(3*x+9)$.
- Built-in functions:
 - $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\tan(x)$ - Trigonometric functions.
 - $\arcsin(x)$, $\arccos(x)$, $\text{atan}(x)$ - Inverse Trigonometric functions.
 - $\sinh(x)$, $\cosh(x)$, $\tanh(x)$ - Hyperbolic Trigonometric Functions.
 - $\log(x)$ - Natural Logarithm.
 - $\log_{10}(x)$ - Log base 10
 - $\exp(x)$ - exponential, e^x
- You can put functions within built-in functions for example $\sin(2x+x^2)$ would be $\sin(2*x+x^{\wedge}2)$

Figura 54 - Ferramenta para o cálculo da expansão em série de Taylor [32]

Para a utilização desta ferramenta basta inserir a equação a expandir. De modo a ser mais fácil para o utilizador inserir as equações são disponibilizadas informações acerca da nomenclatura que se deve utilizar.

O *QuickMath* [33], ilustrado na Figura 55, consiste noutra página que oferece um conjunto de ferramentas muito úteis. Aqui é possível encontrar, entre outras, ferramentas para o cálculo de derivadas, primitivas e fracções parciais. Estas ferramentas para além da confirmação dos resultados oferecem aos alunos a possibilidade de se focarem na compreensão dos conceitos de controlo estudados.

QuickMath
Automatic Math Solutions

Home | About | Contact | Disclaimer | Help

Algebra

- Expand
- Factor
- Simplify
- Cancel
- Partial Fractions
- Join Fractions

Equations

- Solve
- Plot
- Quadratics

Inequalities

- Solve
- Plot

Calculus

- Differentiate
- Integrate

Matrices

- Arithmetic
- Inverse
- Determinant

Graphs

- Equations
- Inequalities

Numbers

- Percentages
- Scientific Notation

Algebra Solver solves and explains YOUR algebra homework... Step-by-Step

What can QuickMath do?

QuickMath will automatically answer the most common problems in algebra, equations and calculus faced by high-school and college students.

- The **algebra** section allows you to expand, factor or simplify virtually any expression you choose. It also has commands for splitting fractions into partial fractions, combining several fractions into one and cancelling common factors within a fraction.
- The **equations** section lets you solve an equation or system of equations. You can usually find the exact answer or, if necessary, a numerical answer to almost any accuracy you require.
- The **inequalities** section lets you solve an inequality or a system of inequalities for a single variable. You can also plot inequalities in two variables.
- The **calculus** section will carry out differentiation as well as definite and indefinite integration.
- The **matrices** section contains commands for the arithmetic manipulation of matrices.
- The **graphs** section contains commands for plotting equations and inequalities.
- The **numbers** section has a percentages command for explaining the most common types of percentage problems and a section for dealing with scientific notation.

Figura 55 – QuickMath [33]

Para além destas ferramentas foram ainda incluídas no *e-book* as hiperligações de páginas de interesse na área de controlo e métodos numéricos. Esta informação tem como objectivo dar a conhecer outras páginas na Internet onde os alunos podem ampliar e aprofundar os seus conhecimentos relativamente a esta área.

3.5 Ferramentas de Simulação

A aprendizagem é mais fácil e interessante se, ao longo do seu estudo, os alunos puderem usufruir de uma ferramenta que possibilite a simulação de muito dos sistemas estudados. Tendo em conta este facto foram incluídos no *e-book* exemplos de código e implementações em *MATLAB* de modo a incentivar os alunos a utilizar esta ferramenta. O *MATLAB* (*MATrix LABoratory*) [34], ilustrado na Figura 56 é um programa desenvolvido pela *MathWorks* que permite entre outras funcionalidades a simulação e análise de sistemas através da visualização das suas entradas e saídas. Este programa utiliza uma linguagem matemática para a introdução de dados e demonstração dos resultados. Devido às suas potencialidades numéricas é muito utilizado para a resolução de problemas com matrizes.

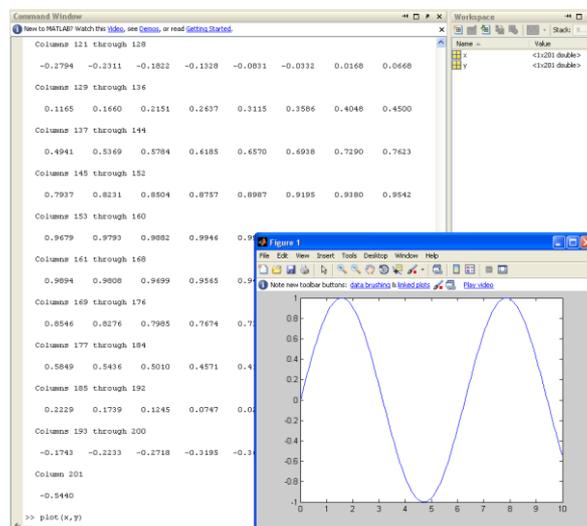


Figura 56 – *MATLAB* [34]

A implementação e simulação de sistemas dinâmicos em *MATLAB* pode ser feita através do uso do *Simulink* [35], ilustrado na Figura 57. A implementação dos sistemas a simular é feita de forma simples e intuitiva devido à linguagem gráfica baseada em blocos. Com o seu uso é possível simular sistemas contínuos, discretos com controlo em malha aberta ou fechada. É ainda possível visualizar graficamente a saída dos sistemas simulados e analisar a sua evolução ao longo do tempo. É também

muito útil na simulação de sistemas complexos com várias entradas e saídas que seriam muitos difíceis de analisar de outra forma.

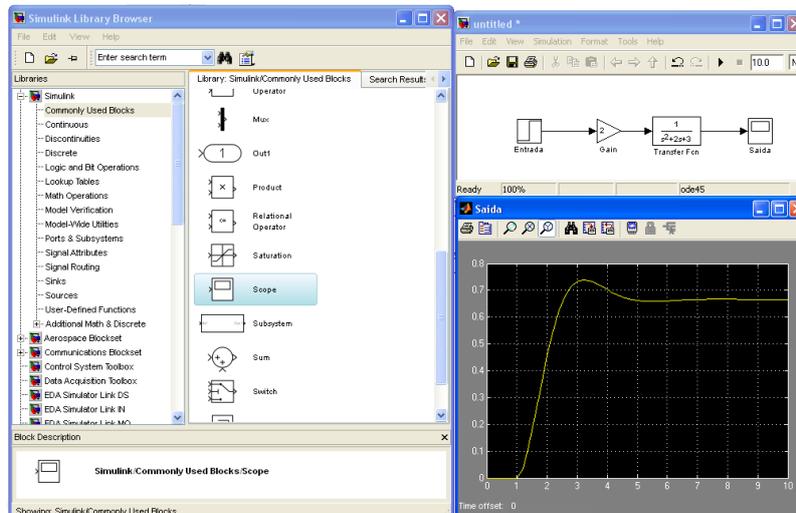


Figura 57 - Simulink

Tal como mostra a Figura 58, o *MATLAB* oferece ainda a possibilidade representar graficamente o lugar de raízes e o diagrama de Bode de funções. Esta possibilidade constitui uma mais-valia no processo de aprendizagem pois permite aos alunos verificar os resultados obtidos analiticamente e aperfeiçoar os seus conhecimentos relativamente a estes conceitos.

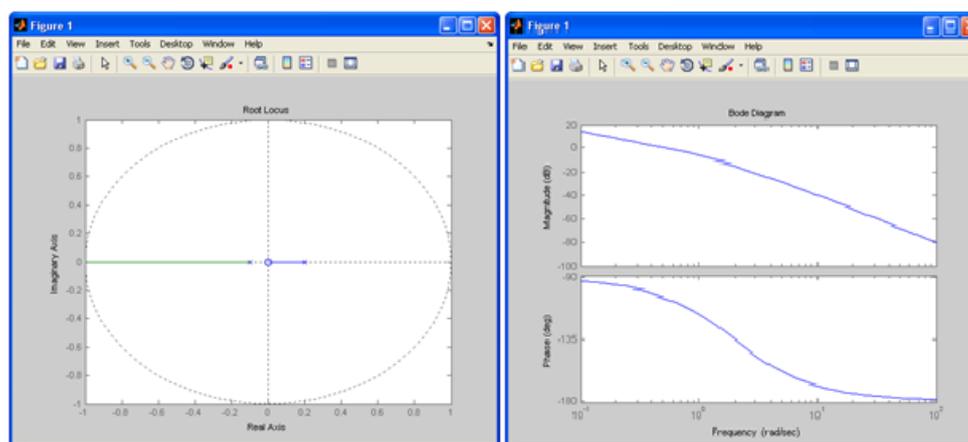


Figura 58 - Lugar de raízes e diagrama de Bode obtidos no *MATLAB*

O *MATLAB* oferece recursos muito úteis e importantes no auxílio e complemento do processo de aprendizagem. Com esta ferramenta os alunos podem aprofundar os seus conhecimentos na área de controlo e caso pretendam podem até criar, através da programação em *MATLAB*, programas e ferramentas vão de encontro às suas necessidades. Apesar do *MATLAB* não ser uma ferramenta gratuita foi incentivado o seu uso devido ao facto de a Universidade do Minho possuir a sua

licença. No entanto, na impossibilidade de não poder usufruir desta ferramenta existe gratuitamente o *Scilab* [36] representado na Figura 59 que possui capacidades semelhantes ao *MATLAB*.

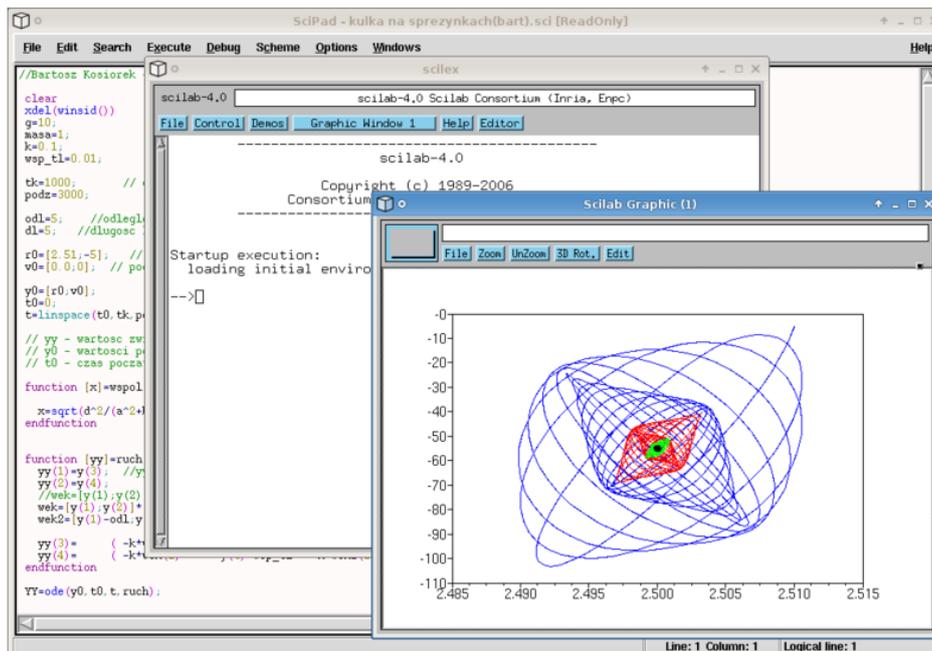


Figura 59 – *Scilab* [36]

3.6 Ferramentas de Compilação

Como é possível verificar o *e-book* é constituído por vários elementos que foram criados e preparados com programas próprios. Assim de modo a construir o *e-book* é necessário um programa que seja capaz de reunir todos estes elementos num só formato. Um dos programas capaz de efectuar esta operação é o *Easy Ebook Creator* comercializado pela *AllTheSoft* [37]. Este programa oferece ao utilizador a possibilidade de criar um *e-book* executável (.exe) a partir de um conjunto de ficheiros em *HTML*. Entre as várias opções o utilizador pode definir as opções de visualização, alterar os botões de navegação e definir algumas opções de segurança. Em [38] encontra-se um vídeo que exemplifica o funcionamento deste programa. Outro programa com características semelhantes, ilustrado na Figura 60, é o *eBook Edit Pro* [39], comercializado pela *Cyber Share*. Em [40] é possível visualizar um vídeo que explica o seu funcionamento.



Figura 60 - eBookEdit Pro [39]

Apesar de não possuírem as mesmas potencialidades existem alternativas gratuitas, como por exemplo o *NATATA eBook Compiler* [41] e o *eBook Maestro* [42], que permitem ao utilizador criar o seu próprio *e-book*. Estes programas apesar de possuírem versões gratuitas possuem também versões comerciais com mais funcionalidades.

Utilizando uma abordagem diferente para a criação de *e-books* existe o *Adobe Acrobat Professional* [43]. Este é um programa comercializado pela *Adobe* que permite editar ficheiros *PDF* (*Portable Document Format*). Este formato é muito utilizado na troca de informação devido ao facto de poder ser transferido independentemente do sistema operativo utilizado para a sua criação. Para ler um documento deste tipo basta possuir o *Adobe Reader* que se encontra disponível de forma gratuita na página da *Adobe* [44]. O *Adobe Acrobat Professional* possibilita a edição de documentos de texto no formato *PDF* e também a inserção de conteúdos multimédia.

Uma alternativa gratuita ao *Adobe Acrobat Professional* é o *Foxit PDF Reader* [45] que apesar de possuir menos funcionalidades oferece algumas opções de edição de ficheiros *PDF* e a possibilidade de inserir vídeos neste tipo de ficheiros. Comercializado pela mesma empresa existe o *Foxit PDF Editor* [46] que possui características semelhantes ao *Adobe Acrobat Professional*.

Tendo presente as possibilidades existentes para a criação de *e-books* optou-se pela utilização do *Adobe Professional*. Um factor importante nesta decisão foi o facto dos programas gratuitos possuírem limitações relativamente à inserção de certos

conteúdos, como por exemplo animações, ou limitarem o tamanho do ficheiro criado. O facto de a Universidade do Minho possuir a licença do *Adobe Professional* e a experiência na utilização do formato *PDF* também se revelaram importantes para esta decisão.

3.7 Procedimento de Construção do *e-Book*

Com a escolha dos programas a utilizar foi então possível construir o *e-book*. O ponto de partida foi a definição dos temas e conceitos a abordar. Assim, primeiro definiram-se os conceitos de Controlo e posteriormente os de Métodos Numéricos. Com os temas definidos o passo seguinte foi a elaboração dos conteúdos utilizando o *Microsoft Word*. Esta elaboração começou com a escolha dos capítulos e a sua respectiva ordem. Simultaneamente à escrita e preparação dos conteúdos foram escolhidos, preparados e inseridos os exemplos desenvolvidos em *MATLAB*. Foram também escolhidas as ferramentas de acesso livre e inseridas as suas hiperligações. Com a conclusão dos conteúdos foi possível identificar as animações e vídeos a inserir. Assim, enquanto as animações foram criadas utilizando o *Adobe Flash*, a obtenção dos vídeos foi conseguida utilizando o *Free YouTube Download*. Foi também necessário utilizar o *TipCam* para a criação de vídeos e o *Format Factory* para a sua conversão para o formato desejado. Tendo o documento *Word*, as animações e os vídeos concluídos o passo seguinte consistiu na conversão do documento *Word* para o formato *PDF* através da opção própria para esse efeito presente no *Microsoft Word*. Com os conteúdos convertidos para *PDF* foi possível através do *Adobe Acrobat Professional* criar o índice e inserir os conteúdos multimédia através da opção ilustrada na Figura 61.

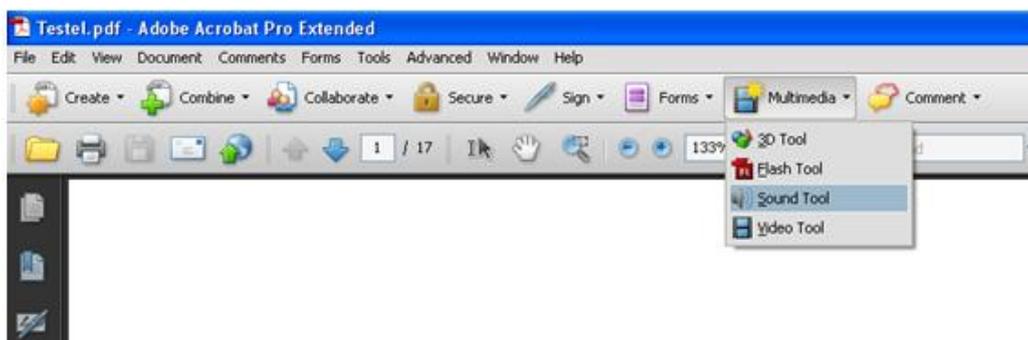


Figura 61 - *Adobe Acrobat Professional*

Assim para a inserção de vídeos escolhe-se a opção “*Video Tool*” na secção “*Multimédia*” e posteriormente escolhe-se o local a inserir. A inserção de animações é realizada da mesma forma através da opção “*Flash Tool*”. A inserção dos conteúdos interactivos aos conteúdos teóricos origina o *e-book* na sua forma final.

3.8 Bibliografia

[1] Microsoft Corporation, Microsoft Word 2010, 2010. Consultado em 15 de Novembro de 2010, disponível em: <http://office.microsoft.com/pt-pt/word/>

[2] OpenOffice.org, The Free and Open Productivity Suite, Writer – Processador de Texto, n.d.. Consultado em 24 de Novembro de 2010, disponível em: <http://pt.openoffice.org/about/writer.htm>

[3] Introduction to Linux: Beginner's guide, Chapter 4 Programs, n.d.. Consultado a 11 de Dezembro de 2010, disponível em: <http://www.nanotechnologies.qc.ca/propos/linux/documentation/taolive/en/s1-productivity.html>

[4] Webopedia, WYSIWYG, 2010. Consultado a 13 de Dezembro de 2010, disponível em: <http://www.webopedia.com/TERM/W/WYSIWYG.html>

[5] TioSam, WYSIWYM, 2010. Consultado a 14 de Dezembro de 2010, disponível em: <http://www.tiosam.org/enciclopedia/index.asp?q=WYSIWYM>

[6] LyX – The Document Processor, n.d.. Consultado em 20 de Novembro de 2010, disponível em: <http://www.lyx.org/>

[7] LaTeX – A document preparation system, 2010. Consultado a 7 de Dezembro de 2010, disponível em: <http://www.latex-project.org/>

[8] Indian TeX Users Group, LaTeX Tutorial, Setembro de 2003. Consultado a 16 de Dezembro de 2010, disponível em:

<http://www.eng.cam.ac.uk/help/tpl/textprocessing/ltxprimer-1.0.pdf>

[9] SearchWinDevelopment.com, GIF, 2010. Consultado a 5 de Dezembro de 2010, disponível em: <http://searchwindevelopment.techtarget.com/definition/GIF>

[10] Gamani Productions, GIF Movie Gear: Home, 2009. Consultado a 20 de Dezembro de 2010, disponível em: <http://www.gamani.com/>

[11] Guia do Windows, GIF Animation Application, 2011. Consultado a 23 de Maio de 2011, disponível em: <http://www.guiadowindows.net/gif-animation-application/>

[12] Baixaki, Make a Gif, 2010. Consultado a 28 de Novembro de 2010, disponível em: <http://www.baixaki.com.br/download/make-a-gif.htm>

[13] Luis Gouveia, A linguagem JAVA, n.d.. Consultado a 27 de Dezembro de 2010, disponível em: http://www2.ufp.pt/~lmbg/textos/java_intro.pdf

[14] Oracle, Java SE Development Kit, 2010. Consultado a 12 de Dezembro de 2010, disponível em:

https://cds.sun.com/is-bin/INTERSHOP.enfinity/WFS/CDS-CDS_Developer-Site/en_US/-/USD/ViewProductDetail-Start?ProductRef=jdk-6u6-oth-JPR@CDS-CDS_Developer

[15] NetBeans, NetBeans IDE 7, 2011. Consultado a 3 de Junho de 2011, disponível em: <http://netbeans.org/>

[16] Eclipse, Explore the Eclipse Universe, 2010. Consultado a 1 de Dezembro de 2010, disponível em: <http://www.eclipse.org/>

[17] Jedit, Programmer's Text Editor, 2010. Consultado a 29 de Novembro de 2010, disponível em: <http://www.jedit.org/>

[18] Adobe, Adobe Flash Professional, 2010. Consultado a 10 de Novembro de 2010, disponível em: <http://www.adobe.com/products/flash.html>

[19] Baixaki, EffectGenerator, 2011. Consultado a 13 de Janeiro de 2011, disponível em: <http://www.baixaki.com.br/download/effectgenerator.htm>

[20] TechSmith, Camtasia Studio, 2010. Consultado a 14 de Novembro de 2010, disponível em: <http://www.techsmith.com/camtasia/>

[21] YouTube, Video Aula Camtasia Studio, n.d.. Consultado a 17 de Dezembro de 2010, disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=vL7CslxYvpl&feature=related>

[22] CamStudio, Free Streaming Video Software, 2010. Consultado a 22 de Dezembro de 2010, disponível em: <http://camstudio.org/>

[23] uTIPu, TipCam, n.d.. Consultado a 19 de Novembro de 2010, disponível em: <http://www.utipu.com/tipcam-download/>

[24] Format Factory, Free Media File Format Converter, 2010. Consultado a 23 de Novembro de 2010, disponível em: <http://www.formatoz.com/>

[25] Cocoon Software, Quick Media Converter, n.d.. Consultado a 10 de Janeiro de 2011, disponível em: <http://www.cocoonsoftware.com/>

[26] NCH Software, Prism Video Converter Software, n.d.. Consultado a 23 de Janeiro de 2011, disponível em: <http://www.nchsoftware.com/prism/index.html>

[27] YouTube, 2011. Consultado a 18 de Maio de 2011, disponível em: <http://www.youtube.com/>

[28] Baixaki, Free YouTube Download, 2011. Consultado a 14 de Março de 2011, disponível em: <http://www.baixaki.com.br/download/free-youtube-download.htm>

[29] VDownloader, 2011. Consultado a 17 de Abril de 2011, disponível em: <http://vdownloader.com/pt/>

[30] Baixaki, Desktop YouTube, 2011. Consultado a 18 de Março de 2011, disponível em: <http://www.baixaki.com.br/download/desktop-youtube.htm>

[31] Bluebit, Online Matrix Calculator , 2003. Consultado a 15 de Janeiro de 2011, disponível em: <http://www.bluebit.gr/matrix-calculator/>

[32] Expert Math Tutoring, Taylor Series Expansion, 2010. Consultado a 5 de Janeiro de 2011, disponível em: <http://www.expertmathtutoring.com/Taylor-Series-Expansion.php>

[33] QuickMath, Automatic Math Solution, n.d.. Consultado a 28 de Dezembro de 2010, disponível em: <http://www.quickmath.com/>

[34] MathWorks, MATLAB, 2010. Consultado a 24 de Novembro de 2010, disponível em: <http://www.mathworks.com/products/matlab/>

[35] MathWorks, Simulink, 2010. Consultado a 24 de Novembro de 2010, disponível em: <http://www.mathworks.com/products/simulink/>

[36] Scilab, The Free Software for Numerical Computation, 2010. Consultado a 1 de Dezembro de 2010, disponível em: <http://www.scilab.org/>

[37] Easy Ebook Creator, 2010. Consultado a 12 de Dezembro de 2010, disponível em: <http://www.easyebookcreator.com/>

[38] YouTube, Como criar um ebook, n.d.. Consultado a 12 de Dezembro de 2010, disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=Knpt2tGfrRI>

[39] Cybershare, eBook Edit Pro, 2010. Consultado a 5 de Dezembro de 2010, disponível em: <http://www.ebookedit.com/>

[40] YouTube, eBook Edit Pro, n.d.. Consultado a 5 de Dezembro de 2010, disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=93Ui1HG7TF4>

[41] NATATA Software, NATATA eBook Compiler, 2010. Consultado a 18 de Dezembro de 2010, disponível em: <http://www.natata.com/>

[42] eBook Maestro, Bring Your Ideas to Life, 2010. Consultado a 16 de Dezembro de 2010, disponível em: <http://www.ebookmaestro.com/>

[43] Adobe, Adobe Acrobat Pro, 2010. Consultado a 15 de Novembro de 2010, disponível em: <http://www.adobe.com/products/acrobatpro.html>

[44] Adobe, Adobe Reader, 2010. Consultado a 15 de Novembro de 2010, disponível em: <http://get.adobe.com/br/reader/>

[45] Foxit, Foxit Reader, 2010. Consultado a 20 de Novembro de 2010, disponível em: <http://www.foxitsoftware.com/products/reader/>

[46] Foxit, Foxit PDF Editor, 2011. Consultado a 20 de Novembro de 2010, disponível em: <http://www.foxitsoftware.com/pdf/editor/>

4. Funcionalidades e Exemplos Práticos do *e-Book*

Sumário

O *e-book* é composto por dez capítulos onde os conteúdos considerados indispensáveis são descritos e discutidos. Tal como um livro, possui uma capa, onde, para além do seu nome “Controlo Digital: da Teoria à Simulação Numérica” são identificados os autores. Possui ainda as referências utilizadas, as páginas de interesse recomendadas e vários anexos. De forma a demonstrar as facilidades que o *e-book* apresenta, no presente capítulo é feita uma descrição de todos os elementos que o compõem reforçando a sua importância para as suas funcionalidades e objectivos. São também apresentados e descritos alguns dos exemplos práticos que se podem encontrar.

a) Capa e Introdução

A capa do *e-book*, ilustrada na Figura 62, foi desenvolvida por João Brito, aluno do quarto ano do Mestrado Integrado em Engenharia Electrónica Industrial e Computadores. Na construção da capa do *e-book*, houve o cuidado de encontrar algo que, de certa forma o ligasse ao seu conteúdo, desta forma as letras do título são constituídas por algumas das fórmulas existentes e utilizadas ao longo do *e-book*.



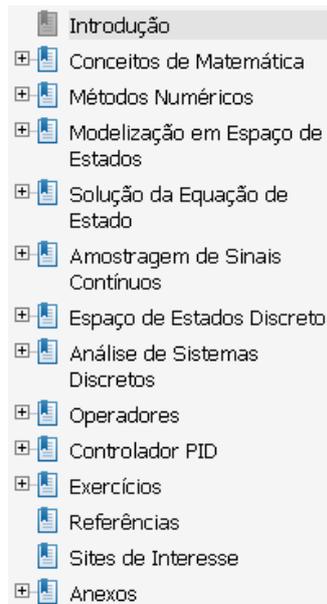
Figura 62 - Capa do *e-book*

No verso da capa existe uma contra-capa com informações relativas à Universidade, departamento e curso onde foi elaborado e desenvolvido o *e-book*. Inclui-se uma pequena introdução que situa o trabalho desenvolvido e elucida os leitores dos objectivos que esta ferramenta pretende alcançar.

b) Elementos Comuns

No *e-book*, existem elementos que devido à sua importância são comuns a vários capítulos.

O índice, ilustrado na Figura 63, encontra-se no lado esquerdo do *e-book*. Este elemento facilita a navegação pelo *e-book* permitindo ao leitor ir directamente para o capítulo ou tópico pretendido. Permite ainda uma maior comodidade e rapidez na procura dos conteúdos pretendidos. Apesar das suas vantagens caso o leitor deseje é possível fechar o mesmo e voltar a abrir quando o desejar.

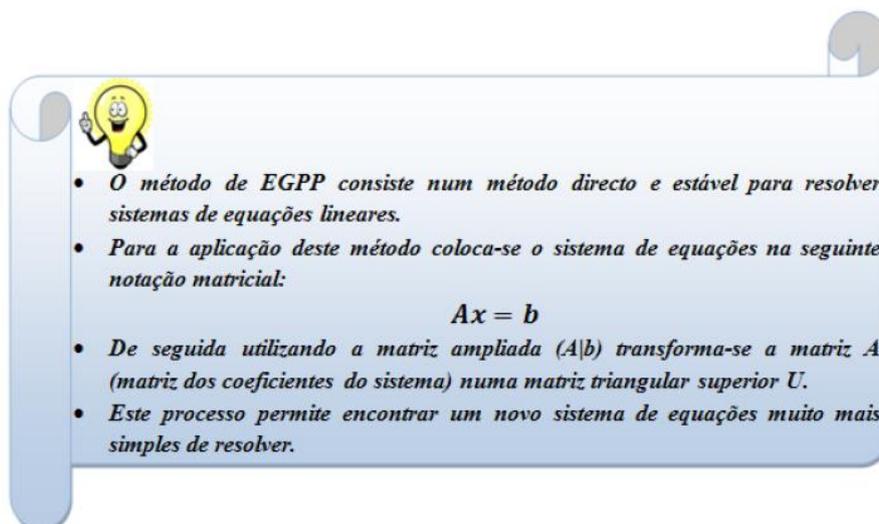


Índice do e-book:

- Introdução
- Conceitos de Matemática
- Métodos Numéricos
- Modelização em Espaço de Estados
- Solução da Equação de Estado
- Amostragem de Sinais Contínuos
- Espaço de Estados Discreto
- Análise de Sistemas Discretos
- Operadores
- Controlador PID
- Exercícios
- Referências
- Sites de Interesse
- Anexos

Figura 63 - Índice do e-book

Tendo sempre como objectivo transmitir de uma forma simples os conhecimentos presentes no *e-book*, foi decidido incluir no final de cada tema ou tópico, um resumo identificando as ideias mais importantes desse mesmo tema ou tópico. Torna-se assim mais fácil para os leitores identificar os conceitos e ideias mais importantes a reter em cada tema. A Figura 64 ilustra um exemplo de um resumo presente no *e-book*. Como se pode constatar os resumos foram elaborados de modo a ficarem salientados do restante texto de forma a serem mais facilmente identificados.



Exemplo de resumo:

- O método de EGPP consiste num método directo e estável para resolver sistemas de equações lineares.
- Para a aplicação deste método coloca-se o sistema de equações na seguinte notação matricial:
$$Ax = b$$
- De seguida utilizando a matriz ampliada $(A|b)$ transforma-se a matriz A (matriz dos coeficientes do sistema) numa matriz triangular superior U .
- Este processo permite encontrar um novo sistema de equações muito mais simples de resolver.

Figura 64 - Exemplo do tipo de resumos presentes no e-book

Como referido no capítulo três, o *e-book* possui vários vídeos que visam complementar e dar uma nova perspectiva sobre os conceitos teóricos analisados. A Figura 65 apresenta um exemplo de uma plataforma de acesso a um vídeo presente no

e-book que visa demonstrar a utilização de um controlador PID no controlo de velocidade de um motor DC.

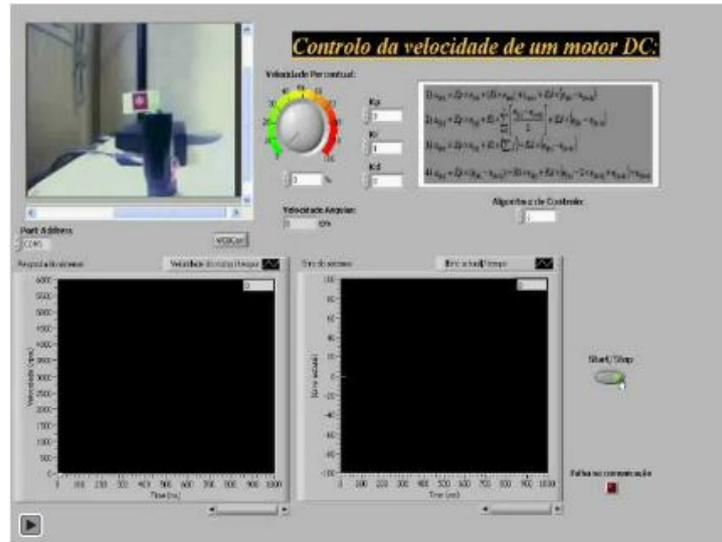


Figura 65 - Exemplo de uma plataforma de acesso a um vídeo presente no e-book

Para além de vídeos também é possível encontrar animações. Tal como os vídeos, as animações têm como objectivo dinamizar o processo de aprendizagem e facilitar a transmissão dos conhecimentos. A Figura 66 mostra um exemplo de uma animação presente no e-book. Esta animação inclui a passagem de um sistema de equações lineares para a notação em espaço de estados. Como esta operação é demonstrada visualmente torna-se assim mais simples para o leitor a sua compreensão, pois a animação pode ser feita em simultâneo com a leitura do texto.

A Animação 2 mostra a passagem das equações diferenciais para a notação de espaço de estados facilitando assim a compreensão deste procedimento.

$$\begin{cases} \frac{dh_1}{dt} = -\frac{1}{R1A1}h_1 + \frac{1}{A1}Fe \\ \frac{dh_2}{dt} = \frac{1}{R1A2}h_1 - \frac{1}{R2A2}h_2 + \frac{1}{A2}Fe_2 \\ \frac{dh_3}{dt} = \frac{1}{R2A3}h_2 - \frac{1}{R3A3}h_3 \end{cases}$$

$$\dot{X} = A X + B U$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dh_1}{dt} \\ \frac{dh_2}{dt} \\ \frac{dh_3}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R1A1} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{A1} \\ \frac{1}{A2} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Fe \\ Fe_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Animação 2 – Passagem para a Notação de Espaço de Estados

Figura 66 - Exemplo animação presente no e-book

Como também foi referido no capítulo três, o e-book possui, ao longo dos seus capítulos, vários exemplos que fazem uso do MATLAB, dando assim a conhecer e a

incentivar o uso desta excelente ferramenta. A Figura 67 ilustra um exemplo com recurso ao *MATLAB* presente no *e-book*. Este exemplo demonstra a instabilidade de um sistema a partir da análise gráfica da sua resposta ao longo do tempo.

Neste exemplo a margem de ganho e a margem de fase já são negativas o que implica que sistema é instável. A Figura 163 mostra a resposta do sistema a uma entrada em degrau. Como se pode verificar o sistema é instável.

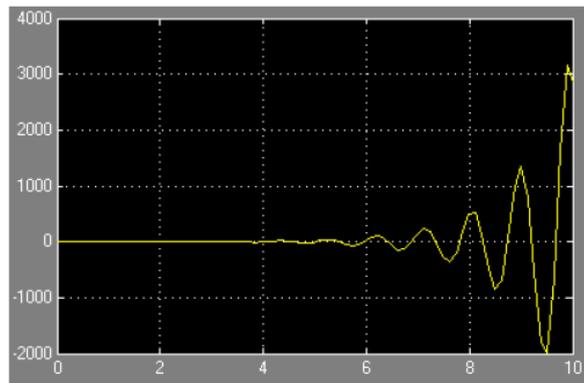


Figura 163 - Saída do sistema

Figura 67 – Exemplo presente no *e-book* que utiliza o *MATLAB*

As hiperligações para ferramentas de acesso livre também são um elemento comum a vários capítulos do *e-book*. A Figura 68 ilustra um exemplo como é apresentada uma hiperligação no *e-book* (ver texto escrito a azul, negrito e sublinhado). Neste exemplo, a hiperligação apresentada permite ao leitor ter acesso a uma ferramenta online que permite o cálculo de primitivas.



- *A solução homogénea da equação de estado, também conhecida por resposta natural ou livre do sistema, consiste na solução do sistema quando o vector de entrada é nulo.*
- *O ponto de partida para o cálculo da solução homogénea é a equação de estado considerando o vector de entrada (U) nulo.*
- *O primeiro passo para o cálculo consiste em isolar em cada membro da equação as diferentes variáveis. Efectua-se de seguida a primitiva de cada um dos membros da equação e rearranja-se a mesma de modo a obter a solução homogénea.*
- *No site: <http://www.numberempire.com/integralcalculator.php> é possível encontrar uma ferramenta muito útil para o cálculo de primitivas permitindo validar as mesmas em caso de dúvidas.*

Figura 68 - Exemplo de apresentação de uma hiperligação presente no *e-book* (texto a azul, negrito e sublinhado)

De um modo geral, em todos os capítulos após a descrição da teoria, é possível encontrar exemplos que servem para demonstrar a aplicação dos conceitos estudados.

Este elemento comum será descrito com exemplos concretos na descrição individual de cada capítulo.

c) Conceitos de Matemática Necessários

Este subcapítulo aborda os conceitos matemáticos úteis em controlo digital de uma forma abreviada. A inclusão deste capítulo tem como objectivo disponibilizar aos leitores as bases matemáticas necessárias para o estudo dos conceitos apresentados nos capítulos seguintes. Este capítulo encontra-se dividido em dois temas: operações com matrizes e expansão em fracções parciais. Os conceitos associados a operações com matrizes são essenciais para resolver muitos dos problemas de controlo. Assim, analisa-se a soma, subtracção e produto de matrizes. Apresentam-se ainda métodos para calcular o determinante de matrizes de ordem 2, 3 e 4 e formas para calcular a adjunta e inversa de uma matriz. A Figura 69 mostra um excerto do *e-book* com este tema.

O determinante de uma matriz 4x4 é calculado dividindo a matriz em 4 matrizes 3x3 tal como ilustra a Figura 4.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} A_1 = \begin{bmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \\ A_2 = \begin{bmatrix} a_{21} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \\ A_3 = \begin{bmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} \end{bmatrix} \\ A_4 = \begin{bmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Figura 4 - Transformação Matriz 4x4 em 4 Matrizes 3x3

De seguida calcula-se o determinante das matrizes 3x3 usando o método analisado anteriormente e por fim multiplica-se os determinantes obtidos pela primeira linha da matriz 4x4 tal como mostra a Equação 7.

$$|A| = (a_{11} \times |A_1|) - (a_{12} \times |A_2|) + (a_{13} \times |A_3|) - (a_{14} \times |A_4|)$$

Equação 7

Figura 69 - Operações com Matrizes

A expansão em fracções parciais tem aplicação no processo de cálculo da transformada inversa de Laplace e Z. Em vários exercícios, as funções de Laplace e Z obtidas não possuem inversa nas tabelas disponíveis, o que torna necessário proceder a sua decomposição em fracções mais simples para ser possível calcular a inversa. Esta decomposição pode ser feita através da expansão em fracções parciais. Foi então incluído a decomposição em fracções parciais através do método dos coeficientes indeterminados. Apresenta-se de seguida, Equação 87, um exemplo presente no *e-*

book referente à decomposição em fracções parciais através do método dos coeficientes indeterminados.

$$F(x) = \frac{5x + 3}{(x - 2)(x + 1)}$$

Equação 87

Realizando a decomposição da Equação 87 em fracções parciais obtêm-se a Equação 88.

$$F(x) = \frac{5x + 3}{(x - 2)(x + 1)} = \frac{A}{(x - 2)} + \frac{B}{(x + 1)}$$

Equação 88

O primeiro passo para o cálculo dos coeficientes consiste em dar o mesmo denominador aos dois membros da Equação 88 obtendo-se assim a Equação 89.

$$5x + 3 = A(x + 1) + B(x - 2)$$

Equação 89

Efectuando as multiplicações encontra-se a Equação 90.

$$5x + 3 = Ax + A + Bx - 2B$$

Equação 90

O passo seguinte consiste em formular um sistema de duas equações com duas incógnitas para ser possível determinar o valor de A e B. O procedimento para formular o sistema de equações consiste em igualar os termos independentes do lado esquerdo da equação aos termos independentes do lado direito da equação e, de igual modo, igualar os termos dependentes do lado esquerdo aos termos dependentes do lado direito, Realizando esta operação encontra-se o sistema de equações presente na Equação 91.

$$\begin{cases} 5 = A + B \\ 3 = A - 2B \end{cases}$$

Equação 91

Resolvendo o sistema de equações encontra-se o valor A e B presentes na Equação 92.

$$\begin{cases} A = \frac{13}{3} \\ B = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Equação 92

Substituindo o valor de A e B na Equação 88 obtêm-se a Equação 93 que representa o resultado da decomposição em fracções parciais.

$$f(x) = \frac{\frac{13}{3}}{(x-2)} + \frac{\frac{2}{3}}{(x+1)}$$

Equação 93

d) Métodos Numéricos Utilizados

Este subcapítulo aborda os métodos numéricos estudados que permitem resolver sistemas de equações lineares e equações diferenciais ordinárias. Como no subcapítulo anterior, a abordagem aos conceitos necessários é feita de uma forma abreviada.

Para a resolução de sistemas de equações lineares incluiu-se no *e-book* o método directo e estável de Eliminação de Gauss com Pivotagem Parcial (EGPP) e o método iterativo de Gauss-Seidel, e para a resolução de equações diferenciais ordinárias foram incluídos os métodos de Euler e de Runge-Kutta. Na parte da resolução de equações diferenciais ordinárias foram ainda analisados procedimentos para resolver sistemas de equações diferenciais ordinárias e equações diferenciais de ordem dois ou superiores. Foi também possível comparar os resultados obtidos através da utilização do método de Euler e do método de Runge-Kutta e inferir qual o método que proporciona soluções mais próximas da solução exacta. Em todos os métodos e procedimentos foi essencial o recurso a exemplos de aplicação tornando assim mais fácil a sua compreensão. Apresentam-se a seguir dois exemplos, um para cada tema.

Sistemas de equações lineares: utilização do método EGPP

Considere-se o sistema de equações lineares presente na Equação 94 a ser resolvido através da aplicação do método directo e estável de EGPP.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0 \\ 5x_1 - 18x_2 + 29x_3 - 23x_4 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 5 \\ 4x_1 - 4x_2 - 29x_4 = -25 \end{cases}$$

Equação 94

Colocando o sistema de equações na notação matricial obtêm-se a Equação 95.

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 \\ 5 & -18 & 29 & -23 \\ 3 & -2 & 3 & -7 \\ 4 & -4 & 0 & -29 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \\ -25 \end{bmatrix}$$

Equação 95

Para a resolução do sistema, Equação 95, através deste método é necessária a sua colocação na forma ampliada do sistema, juntando a matriz dos coeficientes, A , com o vector dos termos independentes, b , definindo-se a matriz ampliada do sistema, Equação 96.

$$M_a = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 3 & -4 & 0 \\ 5 & -18 & 29 & -23 & 1 \\ 3 & -2 & 3 & -7 & 2 \\ 4 & -4 & 0 & -29 & -25 \end{array} \right]$$

Equação 96

O primeiro passo para resolver este sistema consiste em verificar se o elemento pivô (elemento da primeira coluna e que pertence à diagonal, a_{11}) é o maior valor em módulo em relação aos restantes elementos pertencentes à primeira coluna. Como neste exemplo isso não acontece é necessário trocar a linha que possui o maior valor em módulo (neste exemplo é a segunda linha) com a primeira linha. Com esta troca obtêm-se a matriz C , Equação 97.

$$C = \left[\begin{array}{cccc|c} 5 & -18 & 29 & -23 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & -4 & 0 \\ 3 & -2 & 3 & -7 & 2 \\ 4 & -4 & 0 & -29 & -25 \end{array} \right]$$

Equação 97

Esta etapa tem como objectivo anular os elementos da primeira coluna e abaixo do elemento pivô. De modo a ser possível anular o elemento a_{21} (elemento da segunda linha primeira coluna) calcula-se o seu multiplicador, definido pela Equação 98.

$$m_{21} = -\frac{a_{21}}{a_{11}} = -\frac{1}{5} = -0.2$$

Equação 98

Com este multiplicador e utilizando operações elementares, com todos os valores pertencentes à segunda linha, obtêm-se a matriz U_2 presente na Equação 99.

$$U_2 = \left[\begin{array}{cccc|c} 5 & -18 & 29 & -23 & 1 \\ 0 & 1.6 & -2.8 & 0.6 & -0.2 \\ 3 & -2 & 3 & -7 & 2 \\ 4 & -4 & 0 & -29 & -25 \end{array} \right]$$

Equação 99

Efectuando o mesmo procedimento para as restantes linhas, linhas 3 e 4, encontra-se a matriz U_3 ilustrada na Equação 100. No final desta primeira etapa, todos os valores pertencentes à primeira coluna e abaixo do elemento pivô, são nulos.

$$U_3 = \left[\begin{array}{cccc|c} 5 & -18 & 29 & -23 & 1 \\ 0 & 1.6 & -2.8 & 0.6 & -0.2 \\ 0 & -8.8 & -14.4 & 6.8 & 4.4 \\ 0 & 10.4 & -23.2 & -10.6 & -25.8 \end{array} \right]$$

Equação 100

Repetindo todo este processo para as restantes colunas (colunas 2 e 3) permite encontrar a matriz U presente na Equação 101, que corresponde à matriz triangular superior para este sistema, onde todos os valores abaixo da diagonal principal são nulos.

$$U = \left[\begin{array}{cccc|c} 5 & -18 & 29 & -23 & 1 \\ 0 & 10.4 & -23.2 & -10.6 & -25.8 \\ 0 & 0 & 5.2308 & 15.7692 & 26.2308 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0882 & -0.0882 \end{array} \right]$$

Equação 101

Passando a matriz obtida para a representação de sistema de equações lineares obtêm-se o sistema presente na Equação 102.

$$\begin{cases} 5x_1 - 18x_2 + 29x_3 - 23x_4 = 1 \\ 10.4x_2 - 23.2x_3 - 10.6x_4 = -25.8 \\ 5.2308x_3 + 15.7692x_4 = 26.2308 \\ -0.0882x_4 = -0.0882 \end{cases}$$

Equação 102

Com este novo sistema de equações facilmente se encontra o valor do vector das variáveis presentes no vector solução. Este último cálculo define a última etapa da utilização do método EGPP na resolução de sistema de equações lineares. A primeira variável a ser calculada é a x_4 (daí o nome de substituição inversa ou de trás para a frente) sendo igual ao quociente entre o termo independente (-0.0882) e o coeficiente de x_4 (-0.0882). De seguida calcula-se o valor de x_3 com o valor de x_4 substituído pelo valor calculado anteriormente, e assim sucessivamente até se chegar ao valor de x_1 . A Equação 103 mostra a solução final obtida para este sistema.

$$\begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 3 \\ x_3 = 2 \\ x_4 = 1 \end{cases}$$

Equação 103

Equações diferenciais ordinárias: utilização do método de Runge-Kutta

A equação diferencial presente na Equação 104 é um exemplo para a aplicação do método numérico de Runge-Kutta.

$$y' - 0.75y = 0, \quad y_0 = 1$$

Equação 104

Esta equação diferencial possui solução analítica exacta estando a mesma representada graficamente na Figura 70. Com o método de Runge-Kutta o valor da função irá ser obtido em pontos igualmente espaçados. Para se saber qual a expressão analítica da função, métodos de aproximação ou de interpolação deverão ser utilizados. Desta forma a representação gráfica da solução é feita através de pontos.

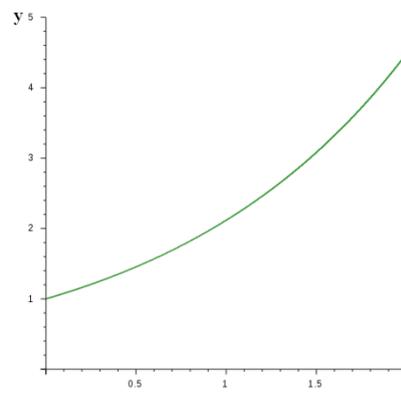


Figura 70 - Solução analítica exacta

Neste exemplo considera-se um espaçamento de 0.5, $h=0.5$. O primeiro passo consiste no cálculo do declive no ponto inicial, tal como ilustra a Equação 105.

$$p_0 = 0.75 \times 1 = 0.75$$

Equação 105

De seguida, calcula-se uma estimativa do ponto seguinte obtendo-se assim a Equação 106.

$$y_{0.5} = 1 + 0.5 \times (0.75 \times 1) = 1.375$$

Equação 106

Com o resultado obtido é possível formular a Equação 107 que consiste no cálculo da derivada neste novo ponto.

$$q_{0.5} = 0.75 \times 1.375 = 1.03$$

Equação 107

Por fim com o valor do declive para cada ponto calcula-se uma nova estimativa do ponto seguinte tal como mostra a Equação 108.

$$y_{0.5} = 1 + 0.5 \times \frac{0.75 + 1.03}{2} = 1.445$$

Equação 108

Repetindo este processo, obtém-se a solução para os três pontos seguintes, Equação 109, Equação 110 e Equação 111 que correspondem, respectivamente às aproximações obtidas para a função nos pontos 1, 1.5 e 2.

$$y_1 = 2.09$$

Equação 109

$$y_{1.5} = 3.02$$

Equação 110

$$y_2 = 4.17$$

Equação 111

Com esta informação é possível traçar o gráfico presente na Figura 71 e verificar que se consegue obter uma solução muito próxima da solução exacta (linha verde representa a função analítica e os pontos e linha azul, os valores da função aproximada obtidos pela utilização do método de Runge-Kutta).

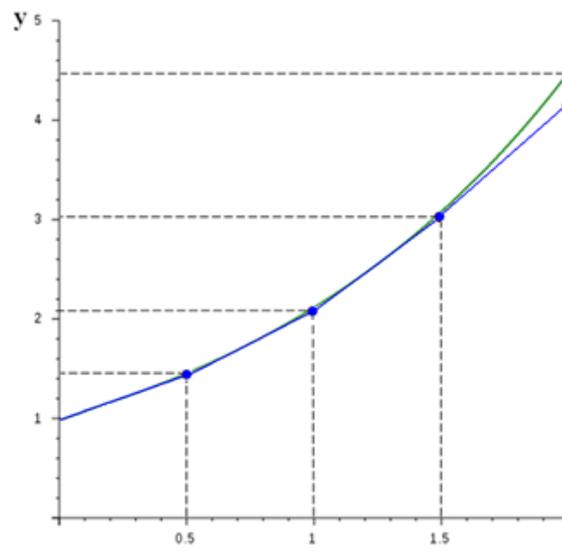


Figura 71 - Comparação gráfica da solução aproximada obtida com o método de Runge-Kutta

e) Modelização em Espaço de Estados

O tema principal deste capítulo é a modelização de sistemas na notação em espaço de estados. O capítulo começa com uma explicação do significado de sistema e com a descrição das formas possíveis de classificar os sistemas. De seguida, é abordado o conceito de modelização de sistemas através da função transferência e do espaço de estados. Após a comparação entre estes dois métodos é descrito ao

pormenor a notação de espaço de estados. Aqui analisam-se todos os conceitos desta notação incluindo a suas equações características. Após ter sido exposto todos os conhecimentos necessários relativos a modelização de sistemas contínuos são demonstrados vários exemplos de modelização de sistemas utilizando a notação de espaço de estados. De seguida, são apresentados alguns exemplos presentes no *e-book* relativos à modelização dos vários tipos de sistemas contínuos.

Sistemas Hidráulicos

Relativamente à modelização de sistemas hidráulicos foi analisado, entre outros, a modelização de um sistema com três tanques independentes ilustrado na Figura 72.

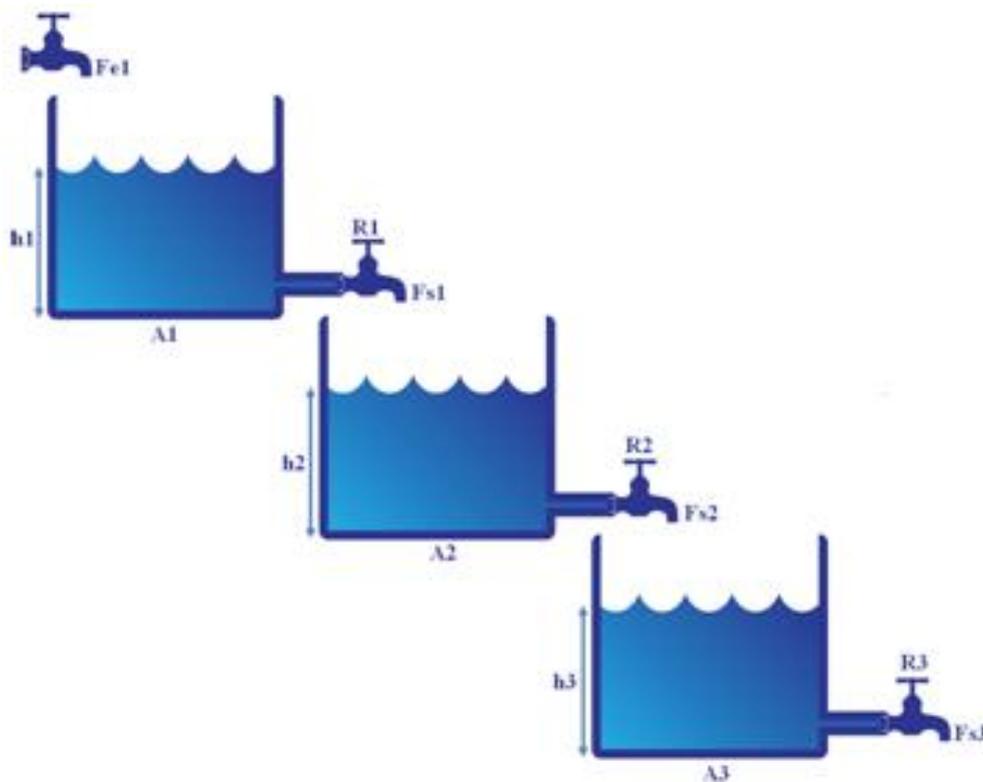


Figura 72 - Sistema com três tanques independentes

Como este sistema é composto três tanques independentes possui três variáveis a controlar (altura de cada tanque) o que implica a necessidade de três equações diferenciais para o modelizar (sistema de terceira ordem). Para ser mais fácil modelizar este sistema elaborou-se a Tabela 10 onde constam todas as grandezas envolvidas.

Tabela 10 -Grandezas presentes no sistema com três tanques

Grandeza	Significado	Descrição
Fe1	Fluxo de Entrada do Tanque 1	Variável de Entrada do Tanque 1
Fs1	Fluxo de Saída do Tanque 1	Variável de Saída do Tanque 1
Fe2	Fluxo de Entrada do Tanque 2	Variável de Entrada do Tanque 2
Fs2	Fluxo de Saída do Tanque 2	Variável de Saída do Tanque 2
Fe3	Fluxo de Entrada do Tanque 3	Variável de Entrada do Tanque 3
Fs3	Fluxo de Saída do Tanque 3	Variável de Saída do Tanque 3
h1	Altura do Tanque 1	Variável a Controlar
h2	Altura do Tanque 2	Variável a Controlar
h3	Altura do Tanque 3	Variável a Controlar
R1	Resistência da Válvula do Tanque 1	Parâmetro do Sistema
R2	Resistência da Válvula do Tanque 2	Parâmetro do Sistema
R3	Resistência da Válvula do Tanque 3	Parâmetro do Sistema
A1	Área do Tanque 1	Parâmetro do Sistema
A2	Área do Tanque 2	Parâmetro do Sistema
A3	Área do Tanque 3	Parâmetro do Sistema

O ponto de partida para a modelização deste sistema é o princípio da conservação da massa. Resumidamente, este princípio dita que a quantidade de massa que entra num sistema é igual à quantidade de massa que sai mais a quantidade de massa que fica retida no sistema. A Equação 112 apresenta a formulação matemática deste princípio.

$$\text{Entrada} = \text{Saída} + \text{Acumulado}$$

Equação 112

Para cada tanque o fluxo de entrada é igual à soma do fluxo de saída mais o acumulado no tanque. O fluxo acumulado pode ser definido como a variação do volume do líquido ao longo do tempo. Como o volume consiste na multiplicação da área seccional do tanque pela altura do líquido é possível afirmar que o volume do líquido ao longo do tempo pode ser dado pelo produto da área (constante) do tanque pela variação da altura ao longo do tempo. É possível escrever a Equação 113 que é válida para os três tanques.

$$F_e = F_s + \frac{dv}{dt}$$

Equação 113

Sabendo que o fluxo de saída é dado (aproximadamente) pela razão entre a altura do líquido e a resistência de saída é possível formular a Equação 114 que modeliza a dinâmica do primeiro tanque.

$$F_e = \frac{h_1}{R_1} + A_1 \frac{dh_1}{dt}$$

Equação 114

Relativamente ao segundo tanque como o seu fluxo de entrada é igual ao fluxo de saída do primeiro tanque é possível formular a Equação 115.

$$\frac{h_1}{R_1} = \frac{h_2}{R_2} + A_2 \frac{dh_2}{dt}$$

Equação 115

De igual modo para o terceiro tanque é possível escrever a Equação 116.

$$\frac{h_2}{R_2} = \frac{h_3}{R_3} + A_3 \frac{dh_3}{dt}$$

Equação 116

Colocando as equações obtidas em ordem à derivada e juntando-as num sistema de equações obtém-se o sistema de equações diferenciais presente na Equação 117 que modeliza o sistema com três tanques.

$$\begin{cases} \frac{dh_1}{dt} = \frac{F_e}{A_1} - \frac{h_1}{R_1 A_1} \\ \frac{dh_2}{dt} = \frac{h_1}{R_1 A_2} - \frac{h_2}{R_2 A_2} \\ \frac{dh_3}{dt} = \frac{h_2}{R_2 A_3} - \frac{h_3}{R_3 A_3} \end{cases}$$

Equação 117

Colocando o sistema de equações em espaço de estados têm-se a Equação 118.

$$\begin{bmatrix} \frac{dh_1}{dt} \\ \frac{dh_2}{dt} \\ \frac{dh_3}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1 A_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_1 A_2} & -\frac{1}{R_2 A_2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2 A_3} & -\frac{1}{R_3 A_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [F_e]$$

Equação 118

Sistemas Térmicos

No que diz respeito aos sistemas térmicos, um dos sistemas analisados encontra-se ilustrado na Figura 73. Este sistema é composto por um recipiente com líquido e um termómetro que possui um vidro com uma espessura considerável o que permite existir transferência de calor do banho para o vidro e posteriormente do vidro para ao mercúrio.

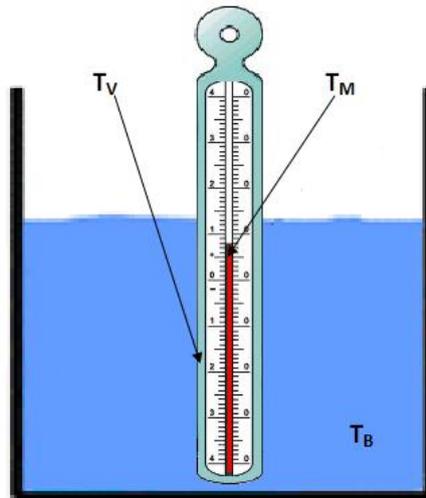


Figura 73 - Sistema Térmico

Como existem duas transferências de calor distintas (sistema de segunda ordem) são necessárias duas equações diferenciais para modelizar este sistema. Na Tabela 11 encontram-se descritas todas as grandezas presentes.

Tabela 11 - Grandezas presentes no sistema térmico

Grandeza	Significado	Descrição
T_B	Temperatura do Banho	Variável de Entrada
T_V	Temperatura do Vidro	Variável a Controlar
T_M	Temperatura do Mercúrio	Variável a Controlar
q_{BV}	Calor Transferido Banho-Vidro	Variável Interna
q_{VM}	Calor Transferido Vidro-Mercúrio	Variável Interna
q_{ACV}	Calor Acumulado Vidro	Variável Interna
q_{ACM}	Calor Acumulado Mercúrio	Variável Interna
R_{TBV}	Resistência Térmica Banho-Vidro	Parâmetro do Sistema
R_{TVM}	Resistência Térmica Vidro-Mercúrio	Parâmetro do Sistema
C_{TV}	Capacidade Térmica do Vidro	Parâmetro do Sistema
C_{TM}	Capacidade Térmica do Mercúrio	Parâmetro do Sistema

Para a modelização de sistemas térmicos o ponto de partida é o princípio de conservação de energia. Este princípio afirma que o fluxo de calor que entra é igual à soma do calor que sai mais o acumulado. A Equação 119 mostra a formulação matemática deste princípio.

$$q_{\text{entra}} = q_{\text{sai}} + q_{\text{acumulado}}$$

Equação 119

Para conseguir modelizar o sistema é fundamental perceber como se calcula cada variável. Para isso é necessário saber que a transferência térmica consiste na transição de energia de uma massa quente para uma massa fria. Deste modo o calor transferido vai ser igual ao gradiente térmico entre as duas fontes, diferença de

temperatura entre as duas massas, a dividir pela resistência térmica existente entre as duas tal como mostra a Equação 120.

$$q_{\text{transferido}} = \frac{(T_{\text{quente}} - T_{\text{frio}})}{R_t}$$

Equação 120

O calor acumulado numa massa é dado pela capacidade térmica da mesma a multiplicar pela variação da temperatura sentida ao longo do tempo, tal como ilustra a Equação 121.

$$q_{\text{acumulado}} = C_T \frac{dT}{dt}$$

Equação 121

Para ser mais fácil modelizar o sistema encontram-se na Figura 74 a ilustração das duas transferências de calor existentes.

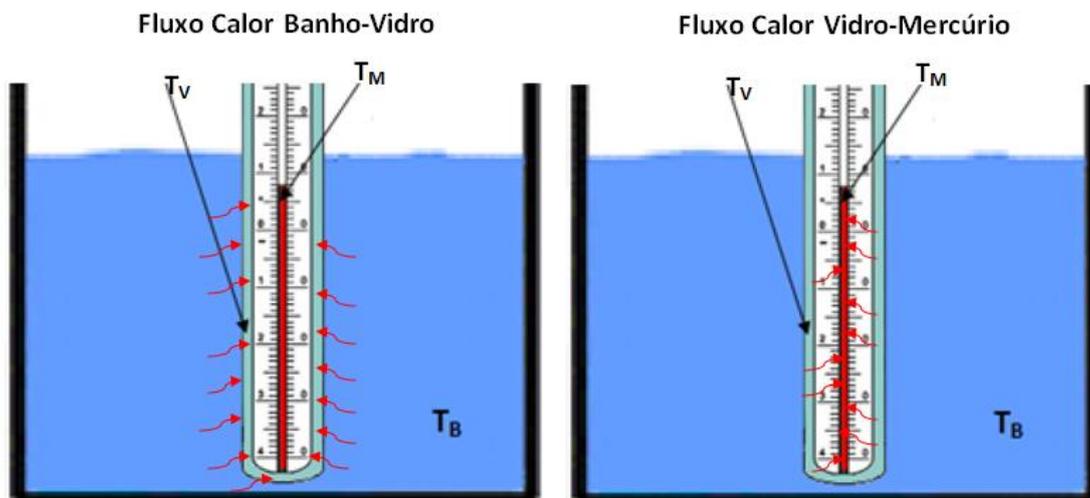


Figura 74 - Transferências de calor existentes no sistema térmico

Começando pelo balanço energético no vidro, considerando como entrada a transferência de calor do banho para o vidro e como saída a do vidro para o mercúrio é possível formular a Equação 122.

$$q_{BV} = q_{VM} + q_{ACV}$$

Equação 122

Utilizando a Equação 120 e a Equação 121 na Equação 122 obtém-se a Equação 123 que consiste na equação diferencial que modeliza a transferência de calor entre o banho e o vidro.

$$\frac{(T_B - T_V)}{R_{TBV}} = \frac{(T_V - T_M)}{R_{TVM}} + C_{TV} \frac{dT_V}{dt}$$

Equação 123

Relativamente ao balanço energético no vidro, considerando a transferência de calor do vidro para o mercúrio (entrada) e o fluxo de saída nulo (não se admite perdas) encontra-se a Equação 124 que modeliza a transferência de calor do vidro para o mercúrio.

$$\frac{(T_V - T_M)}{R_{TVM}} = C_{TM} \frac{dT_M}{dt}$$

Equação 124

Colocando as duas equações diferenciais em ordem às derivadas obtém-se o sistema de equações presente na Equação 125 que modeliza este sistema.

$$\begin{cases} \frac{dT_V}{dt} = \frac{T_B}{R_{TBV} \times C_{TV}} + \frac{T_M}{R_{TVM} \times C_{TV}} - \left(\frac{1}{R_{TBV} \times C_{TV}} + \frac{1}{R_{TVM} \times C_{TV}} \right) T_V \\ \frac{dT_M}{dt} = \frac{(T_V - T_M)}{R_{TVM} \times C_{TM}} \end{cases}$$

Equação 125

Reescrevendo o sistema de equações obtido na notação de espaço de estados encontra-se o espaço de estados presente na Equação 126.

$$\begin{bmatrix} \frac{dT_V}{dt} \\ \frac{dT_M}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{R_{TBV} \times C_{TV}} + \frac{1}{R_{TVM} \times C_{TV}} \right) & \frac{1}{R_{TVM} \times C_{TV}} \\ \frac{1}{R_{TVM} \times C_{TM}} & -\frac{1}{R_{TVM} \times C_{TM}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_V \\ T_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_{TBV} \times C_{TV}} \\ 0 \end{bmatrix} [T_B]$$

Equação 126

Sistemas Mecânicos

No *e-book* foram analisados vários sistemas mecânicos, sendo um deles o sistema massa-mola-amortecedor presente na Figura 75.

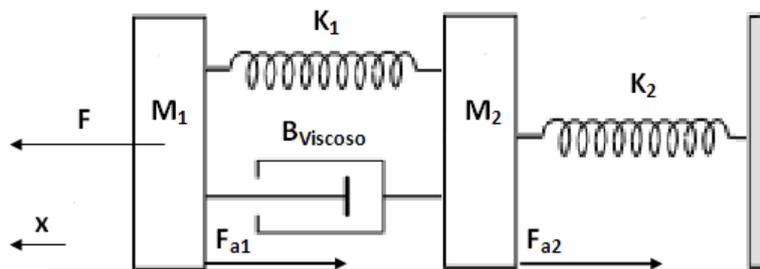


Figura 75 - Sistema massa-mola-amortecedor

O ponto de partida para a modelização de sistemas mecânicos é a segunda lei de Newton, Equação 127, que dita que o somatório das forças aplicadas num corpo é igual ao produto da sua massa (m) pela sua aceleração (a).

$$\sum F = m \times a$$

Equação 127

Para conseguir modelizar este sistema é necessário ter presente que a força de atrito é calculada pelo produto do coeficiente de atrito pela velocidade tal como ilustra a Equação 128.

$$F_a = B \times v \quad \text{Equação 128}$$

A força elástica é dada pelo produto da constante de elasticidade pelo deslocamento como se pode verificar na Equação 129.

$$F_K = K \times x \quad \text{Equação 129}$$

Por fim, a força de atrito viscoso entre dois corpos é calculada aproximadamente pelo produto do atrito viscoso pela diferença entre a velocidade inicial e a velocidade final tal como ilustra a Equação 130.

$$F_B = B(v_{\text{inicial}} - v_{\text{final}}) \quad \text{Equação 130}$$

Como este sistema possui duas massas, para a sua modelização, é necessário analisar cada uma em separado. O primeiro passo consiste em identificar as forças presentes em cada massa, Figura 76.

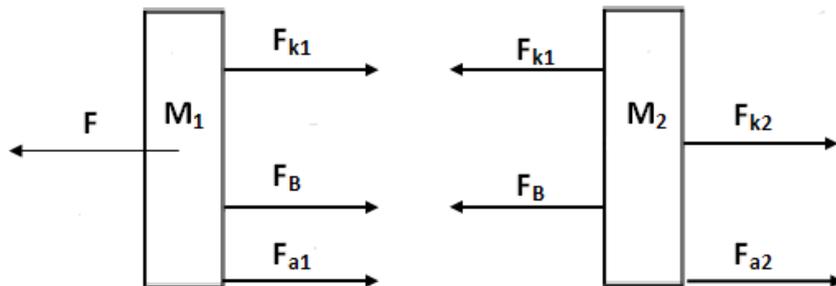


Figura 76 - Forças presentes em cada massa devido à força F

Começando pela análise da massa M_1 é possível verificar que esta possui uma força que origina o movimento e três forças no sentido oposto que correspondem à força de atrito, à força elástica e a força do atrito viscoso. Utilizando a segunda lei de Newton é possível escrever a Equação 131.

$$F - F_{k1} - F_B - F_{a1} = M_1 \times a \quad \text{Equação 131}$$

Utilizando as fórmulas que permitem calcular a força de atrito, a força elástica e a força de atrito obtém-se a Equação 132.

$$F - k_1(x_1 - x_2) - B\left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt}\right) - B_{\text{atrito1}} \frac{dx_1}{dt} = M_1 \times \frac{d^2x_1}{dt^2} \quad \text{Equação 132}$$

Relativamente à massa M_2 , esta possui duas forças no sentido do movimento e duas forças opostas ao movimento, Assim sendo para esta massa têm-se a Equação 133.

$$F_{k1} + F_B - F_{k2} - F_{a2} = M_2 \times a \quad \text{Equação 133}$$

Substituindo pelas respectivas fórmulas das forças encontra-se a Equação 134.

$$k_1(x_1 - x_2) + B\left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt}\right) - k_2x_2 - B_{atrito2} \frac{dx_2}{dt} = M_2 \times \frac{d^2x_2}{dt^2} \quad \text{Equação 134}$$

Colocando as equações diferenciais obtidas em ordem à derivada de maior grau têm-se a Equação 135.

$$\begin{cases} \frac{d^2x_1}{dt^2} = \frac{F}{M_1} - \frac{K_1}{M_1}(x_1 - x_2) - \frac{B}{M_1}\left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt}\right) - \frac{B_{atrito1}}{M_1} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{d^2x_2}{dt^2} = \frac{K_1}{M_2}(x_1 - x_2) + \frac{B}{M_2}\left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt}\right) - \frac{K_2}{M_2}x_2 - \frac{B_{atrito2}}{M_2} \frac{dx_2}{dt} \end{cases} \quad \text{Equação 135}$$

Como se obteve duas equações diferenciais de segunda ordem é necessário reescrever cada uma em duas equações diferenciais de primeira ordem de modo a ser possível modelizar o sistema em espaço de estados. Para esta transformação utiliza-se quatro variáveis auxiliares denominadas X_a , X_b , X_c e X_d . A Equação 136 apresenta as mudanças de variáveis a realizar.

$$\begin{cases} X_a = x_1 \\ \frac{dX_a}{dt} = X_b \\ X_c = x_2 \\ \frac{dX_c}{dt} = X_d \end{cases}$$

Equação 136

Efectuando as mudanças de variáveis obtêm-se um novo sistema de equações, Equação 137, que modeliza o sistema massa-mola-amortecedor.

$$\begin{cases} \frac{dX_a}{dt} = X_b \\ \frac{dX_b}{dt} = \frac{F}{M_1} - \frac{K_1}{M_1}(X_a - X_c) - \frac{B}{M_1}(X_b - X_d) - \frac{B_{atrito1}}{M_1}X_b \\ \frac{dX_c}{dt} = X_d \\ \frac{dX_d}{dt} = \frac{K_1}{M_2}(X_a - X_c) + \frac{B}{M_2}(X_b - X_d) - \frac{K_2}{M_2}X_c - \frac{B_{atrito2}}{M_2}X_d \end{cases}$$

Equação 137

Colocando o sistema obtido na notação em espaço de estados encontra-se a Equação 138.

$$\begin{bmatrix} \frac{dX_a}{dt} \\ \frac{dX_b}{dt} \\ \frac{dX_c}{dt} \\ \frac{dX_d}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_1}{M_1} & -\frac{B + B_{atrito1}}{M_1} & \frac{K_1}{M_1} & \frac{B}{M_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_1}{M_2} & \frac{B}{M_2} & -\frac{K_1 + K_2}{M_2} & -\frac{B + B_{atrito2}}{M_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \\ X_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [F]$$

Equação 138

Sistemas Eléctricos

No grupo de sistemas eléctricos foram modelizados vários circuitos, como por exemplo o circuito RLC presente na Figura 77.

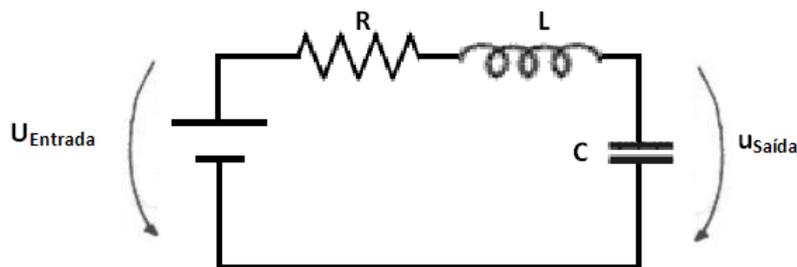


Figura 77 - Circuito RLC

Para a modelização de sistemas eléctricos é essencial utilizar as leis das malhas e as leis dos nós. É ainda imprescindível utilizar a lei de Ohm e as fórmulas que permitem calcular a corrente no condensador e a tensão na bobine. Como este circuito possui dois elementos armazenadores de energia serão necessárias duas equações diferenciais para o modelizar. Aplicando a lei das malhas a este sistema tem-se que a tensão de entrada ($u_{entrada}$) é igual à soma da queda tensão na resistência (u_R), na bobine (u_L) e no condensador (u_C) tal como apresenta a Equação 139.

$$u_{\text{Entrada}} = u_R + u_L + u_C$$

Equação 139

Utilizando a lei de Ohm e a equação que modeliza a queda de tensão na bobine na Equação 139, obtém-se a Equação 140 que corresponde à primeira equação diferencial que modeliza este circuito.

$$u_{\text{Entrada}} = Ri_L + L \frac{di_L}{dt} + u_C$$

Equação 140

Utilizando a equação relativa ao condensador obtém-se a Equação 141 que corresponde à segunda equação diferencial que modeliza este sistema.

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{1}{C} i_L$$

Equação 141

Reescrevendo as equações diferenciais em ordem às derivadas permite formular a Equação 142.

$$\begin{cases} \frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} u_{\text{Entrada}} - \frac{R}{L} i_L - \frac{1}{L} u_C \\ \frac{du_C}{dt} = \frac{1}{C} i_L \end{cases}$$

Equação 142

Colocando o sistema de equações obtido na notação de espaço de estados encontra-se a Equação 143.

$$\begin{bmatrix} \frac{di_L}{dt} \\ \frac{du_C}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ u_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} [u_{\text{Entrada}}]$$

Equação 143

No final de cada tipo de sistemas apresenta-se um resumo onde se reúne as regras necessárias para a modelização do tipo de sistemas em análise. Na Figura 78 é possível visualizar o algoritmo presente no *e-book* que resume as fórmulas e passos necessários para a modelização de sistemas hidráulicos.

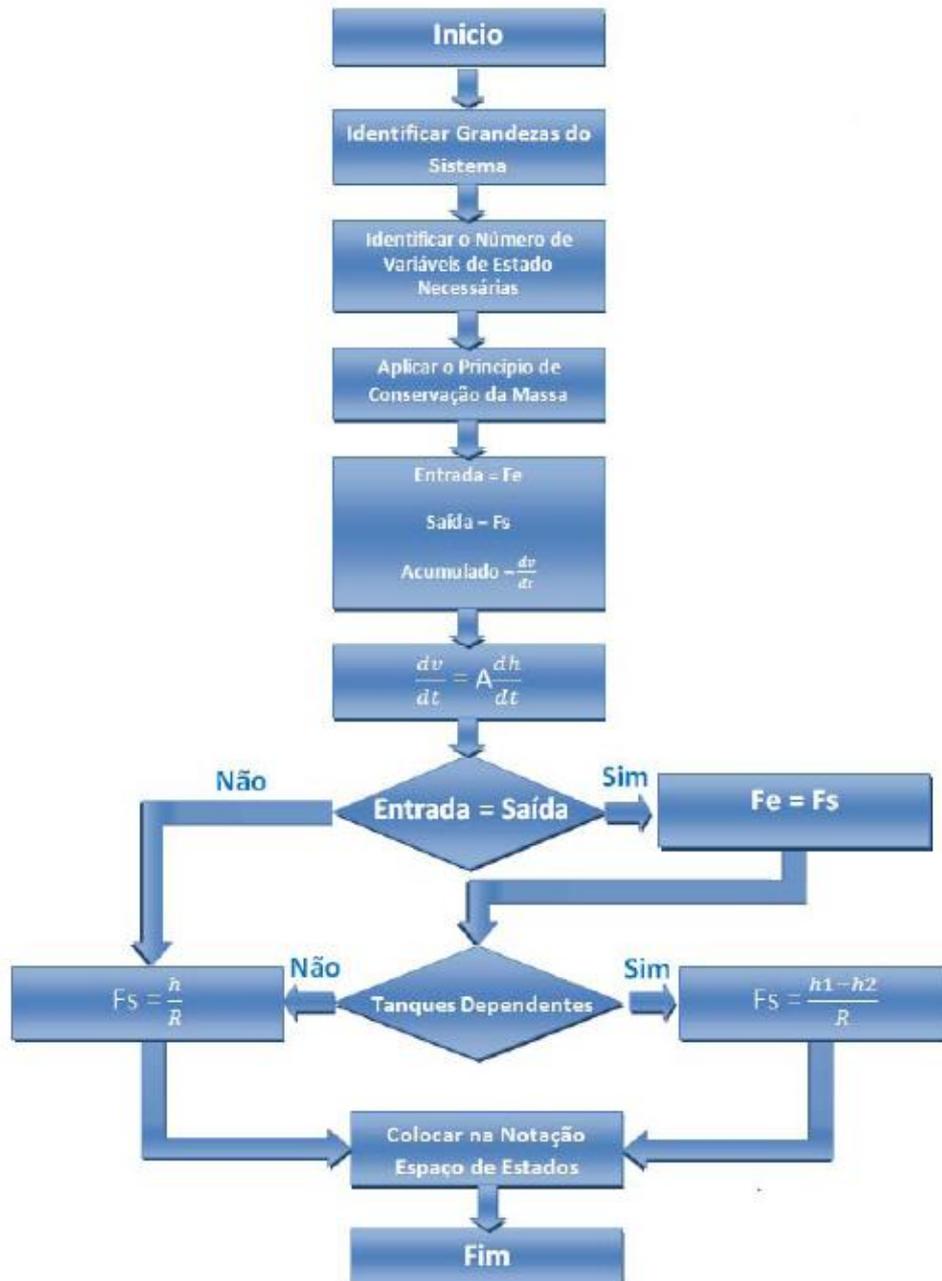


Figura 78 - Algoritmo modelo para a modelização de sistemas hidráulicos

f) Solução da Equação de Estado

Esta secção faz a análise da solução homogénea da equação de estado (vector de entrada nulo) sendo de seguida estudada a respectiva solução completa. Apresenta-se também a matriz de transição de estado e as duas formas de a calcular: expansão em Série de Taylor e recorrendo à transformada de Laplace. Por fim, aborda-se o conceito de função de transferência usando a notação de espaço de estados onde é necessário o uso da matriz de transição de estados. Mais uma vez neste capítulo recorre-se a exemplos para melhor conseguir transmitir os conceitos em estudo. Como

exemplo, e considerando o sistema na notação espaço de estados presente na Equação 144 apresenta-se a sua solução.

$$\begin{bmatrix} \frac{dw}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \end{bmatrix} [T]$$

Equação 144

Aplicando a fórmula da matriz de transição de estados ao espaço de estados têm-se a Equação 145.

$$(sI - A)^{-1} = \left(\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\alpha & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

Equação 145

Efectuando a subtracção encontra-se a Equação 146.

$$(sI - A)^{-1} = \left(\begin{bmatrix} s + \alpha & 0 \\ -1 & s \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

Equação 146

Como a inversa de uma matriz pode ser calculada a partir da divisão da sua adjunta pelo seu determinante é possível formular a Equação 147.

$$(sI - A)^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} s & 0 \\ 1 & s + \alpha \end{bmatrix}}{s(s + \alpha)}$$

Equação 147

Efectuando os cálculos têm-se a Equação 148.

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s + \alpha} & 0 \\ \frac{1}{s(s + \alpha)} & \frac{1}{s} \end{bmatrix}$$

Equação 148

Utilizando a transformada inversa de Laplace encontra-se a Equação 149 que consiste na matriz de transição de estados do sistema.

$$e^{At} = \begin{bmatrix} e^{-\alpha t} & 0 \\ \frac{1}{\alpha}(1 - e^{-\alpha t}) & 1 \end{bmatrix}$$

Equação 149

Para o cálculo da função transferência considera-se que a saída do sistema é dada pela Equação 150.

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} w \\ \theta \end{bmatrix}$$

Equação 150

Aplicando a fórmula da função de transferência a este exemplo obtêm-se a Equação 151.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = H(s) = C(sI - A)^{-1}B = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \frac{1}{s + \alpha} & 0 \\ 1 & \frac{1}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ 0 \end{bmatrix}$$

Equação 151

Efectuando os cálculos têm-se a Equação 152 que corresponde à função transferência deste sistema.

$$H(s) = \frac{\beta}{s + \alpha}$$

Equação 152

g) Amostragem de Sinais Contínuos

Este capítulo, totalmente dedicado a conceitos teóricos, inicia o estudo dos sistemas discretos. O capítulo começa com a explicação dos sinais discretos e quais as suas diferenças em relação aos sinais contínuos. De seguida, é estudado o conceito de amostragem analisando a sua vertente física e matemática. São ainda analisados problemas e cuidados a ter inerentes à amostragem de sinais onde se destaca a importância do período de amostragem. É descrito o teorema da amostragem de Nyquist-Shannon e explicada a sua importância na possibilidade da reconstrução do sinal original a partir do sinal amostrado. Por fim para finalizar este capítulo é feita uma descrição de alguns métodos que permitem reconstruir o sinal original a partir do sinal discreto. A Figura 79 ilustra um excerto deste capítulo referente à reconstrução de sinais contínuos a partir de sinais discretos utilizando o *Simulink/MATLAB*.

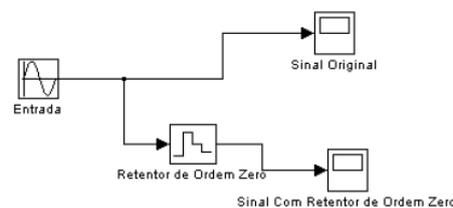


Figura 112 - Exemplo Implementado no Matlab

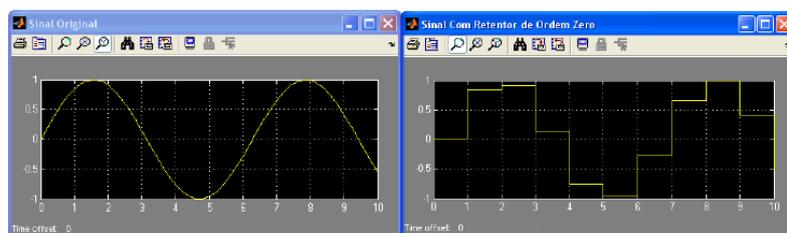


Figura 79 - Amostragem de sinais

h) Espaço de Estados Discreto

Este capítulo faz a análise da modelização de sistemas discretos em notação de espaço de estados. Inicialmente é estudado todo o processo que permite transformar um sistema contínuo em espaço de estados no correspondente sistema discreto e quais as diferenças existentes entre estas duas representações. De seguida analisa-se solução da equação de estado discreta e compara-se com a solução de estado contínua de modo a perceber as diferenças existentes. Por fim, devido ao facto de o processo de amostragem poder introduzir atrasos adicionais nos sistemas discretos, são estudados os sistemas discretos com atraso. Como exemplo, considera-se o modelo em espaço de estados, amostrado com período h , representado pela Equação 153 (equação de estado) e a Equação 154 (equação de saída).

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

Equação 153

$$y(t) = [2 \quad 0]x(t) + u(t)$$

Equação 154

A representação geral de sistemas em espaço de estados discreto encontra-se ilustrada na Equação 155 (equação de estado) e na Equação 156 (equação de saída).

$$x(kh + h) = \Phi x(kh) + \Gamma u(kh)$$

Equação 155

$$y(kh) = Cx(kh) + Du(kh)$$

Equação 156

Para formular o espaço de estados para este exemplo é necessário calcular a matriz Φ e a matriz T . Assim sendo, o primeiro passo consiste no cálculo da matriz Φ tal como ilustra a Equação 157.

$$\Phi = (sI - A)^{-1} = \left(\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

Equação 157

Efectuando os cálculos encontra-se a solução presente na Equação 158.

$$\Phi = e^{Ah} = \begin{bmatrix} e^{-2h} & 1 - e^{-2h} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Equação 158

A Equação 159 ilustra o passo seguinte que consiste no cálculo da matriz T .

$$\Gamma = \int_0^h \begin{bmatrix} e^{-2w} & 1 - e^{-2w} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} dw$$

Equação 159

Efectuando os cálculos obtêm-se o resultado presente na Equação 160.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \frac{e^{-2h}}{2} - \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Equação 160

Com as matrizes Φ e T é possível formular o sistema discreto para este exemplo definido pela Equação 161 e a Equação 162.

$$x(kh + h) = \begin{bmatrix} e^{-2h} & 1 - e^{-2h} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(kh) + \begin{bmatrix} \frac{e^{-2h}}{2} - \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} u(kh)$$

Equação 161

$$y(kh + h) = [2 \quad 0]x(kh) + u(kh)$$

Equação 162

i) Análise de Sistemas Discretos

Este capítulo é inteiramente dedicado à análise e estudo da transformada Z. O capítulo começa com a explicação da transformada Z e o seu papel na análise de sistemas discretos. Tal como ilustra a Figura 80 é possível encontrar neste capítulo as diferenças entre a transformada Z e a transformada de Laplace.

modelos discretos. A transformada Z permite o desenvolvimento de modelos de entrada e saída para sistemas discretos e a análise qualitativa e quantitativa do seu comportamento a variações externas.

Tabela 27 - Transformada de Laplace e Transformada Z

	Domínio do tempo	Transformada	Domínio da Frequência
Sinal Contínuo	$x(t)$	Laplace	$X(s)$
Sinal Discreto	$X(kh)$	Z	$X(z)$

Convém salientar que a transformada Z de uma determinada função depende do valor do período de amostragem (T). Se duas funções distintas tiverem o mesmo valor amostrado no mesmo instante de tempo então terão também a mesma transformada Z. A Equação 363

Figura 80 - Transformada Z

Após o estudo da formulação matemática da transformada Z é analisado o conceito de função transferência para sistemas discretos. O tema seguinte centra-se no cálculo da transformada inversa Z através da decomposição em fracções parciais. Por fim é estudado a estabilidade de um sistema utilizando a transformada Z. Neste tema é feita uma comparação entre as zonas estáveis do plano Z e no plano S e

estudado o método conhecido por lugar de raízes que permite calcular o valor máximo que o ganho do controlador pode tomar sem o sistema perder a estabilidade. Para melhor compreender este método são apresentados vários exemplos. A Equação 163 ilustra um dos sistemas estudados que será descrito de seguida.

$$G(z) = \frac{z}{(z - 0.2)(z - 0.8)}$$

Equação 163

O primeiro passo consiste no cálculo dos pólos e zeros da função. Relativamente aos zeros têm-se a Equação 164 enquanto para os pólos têm-se a Equação 165.

$$z = 0$$

Equação 164

$$(z - 0.2)(z - 0.8) = 0 \quad (=) \quad z = 0.2 \vee z = 0.8$$

Equação 165

Como foi possível verificar esta função possui um zero na origem e dois pólos em 0.2 e 0.8. Fazendo a representação do zero e dos pólos no plano Z obtêm-se o resultado presente na Figura 81.

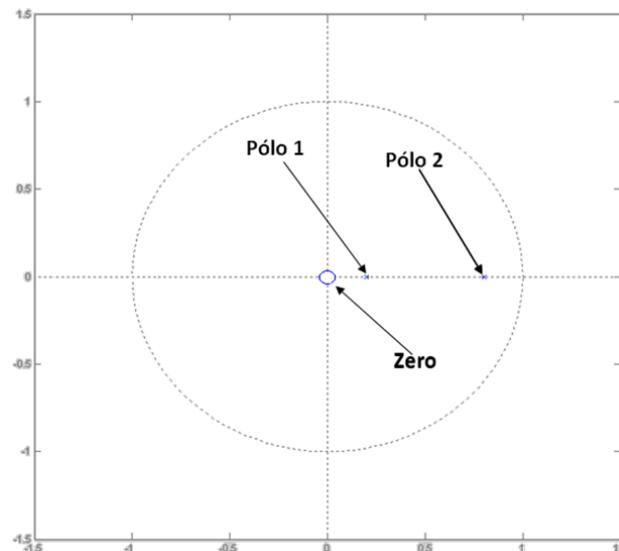


Figura 81 - Pólos e Zeros

As regras necessárias para o desenho do lugar de Raízes encontram-se descritas na Tabela 5. Tal como indica a segunda regra, o lugar de raízes deste sistema irá possuir dois ramos devido ao facto de possuir dois pólos. Como se pode verificar a terceira regra não é verificada o que indica que os ramos terão de convergir num ponto e divergir de modo a convergir novamente mas desta vez no lado esquerdo do

eixo imaginário. Para o cálculo do número de ramos que vão para infinito utiliza-se a fórmula presente na quinta regra. Aplicando esta fórmula a este sistema têm-se a Equação 166 que indica que este sistema irá possuir um pólo a deslocar-se para infinito.

$$e = n_p - n_z (=) e = 2 - 1 (=) e = 1$$

Equação 166

Para saber o ângulo que esta assíntota forma com o eixo real positivo utiliza-se a fórmula presente na sétima regra. Aplicando esta fórmula têm-se a Equação 167 que indica que o pólo irá fazer uma ângulo de 180° em relação ao eixo real positivo quando se desloca para infinito.

$$\Phi_0 = \frac{2 \times 0 + 1}{1} 180^\circ (=) \Phi_0 = 180^\circ$$

Equação 167

Por fim é necessário calcular o ponto de dispersão e convergência dos ramos no eixo real para se conseguir desenhar o lugar de raízes. Para isso utiliza-se a fórmula presente na nona regra tal como ilustra a Equação 168.

$$\frac{dk}{ds} = \frac{d\left(-\frac{1}{G(z)}\right)}{ds} = 0 (=) \frac{d}{ds} \left(-\frac{1}{\frac{z}{(z-0.8)(z-0.2)}}\right) = 0$$

Equação 168

Rearranjando a Equação 168 obtêm-se a Equação 169.

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{-z^2 + z - 0.16}{z}\right) = 0$$

Equação 169

Aplicando a divisão da derivada ilustrada na Equação 170 é possível obter a Equação 171.

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{(u' \times v - u \times v')}{v^2}$$

Equação 170

$$\frac{(-2z + 1)z + z^2 - z + 0.16}{z^2} (=) \frac{-2z^2 + z + z^2 - z + 0.16}{z^2} = 0$$

Equação 171

Efectuando os cálculos obtêm-se o resultado presente na Equação 172.

$$-z^2 + 0.16 = 0 (=) z = \pm 0.4$$

Equação 172

Com toda esta informação é possível representar o lugar de raízes ilustrado na Figura 82.

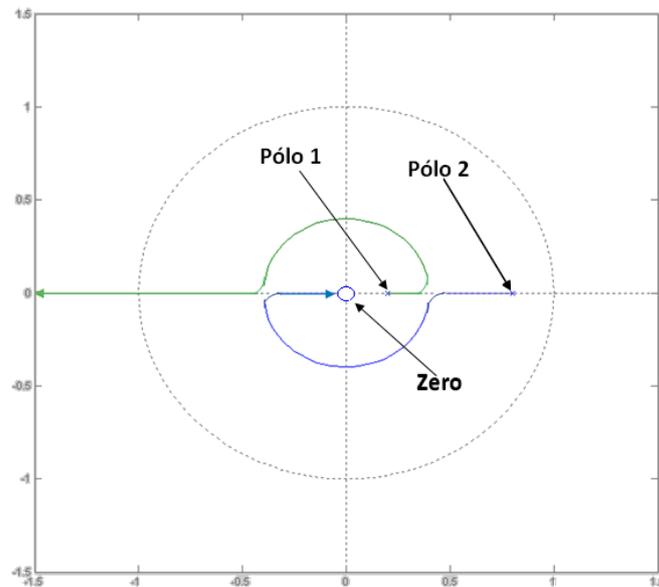


Figura 82- Lugar de Raízes

Calculando a função transferência em malha fechada para este exemplo com um ganho k têm-se a Equação 173.

$$H_{mf}(z) = \frac{\frac{kz}{(z-0.2)(z-0.8)}}{1 + \frac{kz}{(z-0.2)(z-0.8)}}$$

Equação 173

Igualando o denominador a zero e substituindo Z por -1 (visto ser este o valor máximo que Z pode tomar sem o sistema se tornar instável) permite calcular o valor máximo que k pode tornar sem o sistema ficar instável. Para este exemplo o valor do ganho do controlador k obtido é de 2.16.

j) Operadores

Neste capítulo são estudados os operadores mais utilizados em Controlo Digital e as suas potencialidades na resolução de problemas matemáticos. Os operadores permitem reescrever funções com o objectivo de simplificar as mesmas tendo em conta as operações matemáticas a realizar. Assim, neste capítulo são estudados o operador diferencial, os operadores deslocamento e o operador de transferência impulsional. O operador diferencial é muito útil na manipulação de equações diferenciais. Os operadores de deslocamento são divididos em operador de avanço e operador de atraso. O operador de avanço é mais utilizado na realização de estudos da

função, como por exemplo determinação da causalidade, enquanto o operador de atraso é mais apropriado para implementação das funções em algoritmos computacionais. Por fim o operador de transferência impulsional, através do uso do operador avanço ou atraso, define a razão entre a saída e entrada de um sistema. Apresenta-se de seguida um exemplo de aplicação, Equação 174.

$$y(k+3) - 0.6y(k+2) - 0.31y(k+1) + 0.12y(k) = 2u(k+2) - 0.5u(k+1)$$

Equação 174

Aplicando o operador de avanço à Equação 174 encontra-se a Equação 175.

$$q^3y(k) - 0.6q^2y(k) - 0.31qy(k) + 0.12y(k) = 2q^2u(k) - 0.5qu(k)$$

Equação 175

Colocando $y(k)$ e $u(k)$ evidencia têm-se a Equação 176.

$$y(k)(q^3 - 0.6q^2 - 0.31q + 0.12) = u(k)(2q^2 - 0.5q)$$

Equação 176

Efectuando a razão ente $y(k)$ e $u(k)$ encontra-se a Equação 177.

$$\frac{y(k)}{u(k)} = H(q) = \frac{2q^2 - 0.5q}{q^3 - 0.6q^2 - 0.31q + 0.12}$$

Equação 177

Da Equação 177 é possível inferir que o sistema é de ordem 3 e causal. O sistema é causal porque a ordem do denominador é superior à ordem do numerador. É possível ainda inferir acerca dos pólos e zeros do sistema. Os pólos calculam-se através das raízes do denominador enquanto os zeros calculam-se através das raízes do numerador. Calculando os zeros têm-se a Equação 178.

$$2q^2 - 0.5q = 0 \quad (=) \quad q = 0 \quad \vee \quad q = 0.5$$

Equação 178

Relativamente aos pólos têm-se a Equação 179. Resolvendo a Equação 179 encontra-se os pólos presentes na Equação 180.

$$q^3 - 0.6q^2 - 0.31q + 0.12 = 0$$

Equação 179

$$q = -0.5 \quad \vee \quad q = 0.3 \quad \vee \quad q = 0.8$$

Equação 180

Caso fosse necessário implementar esta função num algoritmo digital utilizava-se o operador de atraso. Aplicando o operador de atraso à Equação 174 obtém-se a Equação 181.

$$y(k) - 0.6q^{-1}y(k) - 0.31q^{-2}y(k) + 0.12q^{-3}y(k) = 2q^{-1}u(k) - 0.5q^{-2}u(k)$$

Equação 181

Reescrevendo a Equação 181 tendo em conta o operador de atraso têm-se a Equação 182.

$$y(k) - 0.6y(k-1) - 0.31y(k-2) + 0.12y(k-3) = 2u(k-1) - 0.5u(k-2)$$

Equação 182

Colocando a Equação 182 em ordem a $y(k)$ têm-se a Equação 183 que pode ser directamente implementada num algoritmo computacional.

$$y(k) = 0.6y(k-1) + 0.31y(k-2) - 0.12y(k-3) + 2u(k-1) - 0.5u(k-2)$$

Equação 183

k) Controlador PID

O presente capítulo é dedicado ao controlador PID digital e às suas diversas variantes. Este capítulo começa com a descrição do controlador PID e a explicação de cada uma das suas acções constituintes. De seguida, é estudado o PID analógico e posteriormente o PID digital sendo identificadas as diferenças entre os dois. Relativamente ao PID digital é abordado o algoritmo de velocidade, o algoritmo de posição e as respectivas versões modificadas. Cada uma das versões é descrita permitindo assim identificar as vantagens e desvantagens inerentes a cada uma. De seguida, aborda-se o conceito da sintonia de controladores PID, analisando os principais critérios de sintonia, as regras de Ziegler-Nichols para a sintonia em malha aberta e em malha fechada, bem como a análise em frequência e a sua utilidade na sintonia de controladores. Este último tema foca-se nos diagramas de Bode mais concretamente na identificação e análise da margem de ganho e de fase. Como exemplo, considere-se o sistema representado na Equação 184.

$$G(s) = \frac{1}{(5s + 1)(2s + 1)(10s + 1)}$$

Equação 184

Ao se aplicar um controlador com ganho K_p é possível obter a função transferência em malha aberta ilustrada na Equação 185.

$$G_{ma}(s) = \frac{k_p}{(5s + 1)(2s + 1)(10s + 1)}$$

Equação 185

Passando a função transferência em malha aberta para o domínio das frequências têm-se a Equação 186.

$$G_{ma}(j\omega) = \frac{k_p}{(5j\omega + 1)(2j\omega + 1)(10j\omega + 1)}$$

Equação 186

Calculando o módulo da função no domínio da frequência permite formular a Equação 187.

$$|G_{ma}(j\omega)| = \frac{k_p}{\sqrt{(5^2(j\omega)^2 + 1^2)}\sqrt{(2^2(j\omega)^2 + 1^2)}\sqrt{(10^2(j\omega)^2 + 1^2)}}$$

Equação 187

Efectuando os cálculos obtêm-se a Equação 188.

$$|G_{ma}(j\omega)| = \frac{k_p}{\sqrt{(25\omega^2 + 1)}\sqrt{(4\omega^2 + 1)}\sqrt{(100\omega^2 + 1)}}$$

Equação 188

Para o cálculo da fase têm-se a Equação 189.

$$\angle G_{ma}(j\omega) = \arctg\left(\frac{0}{k}\right) - \left[\arctg\left(\frac{5\omega}{1}\right) + \arctg\left(\frac{2\omega}{1}\right) + \arctg\left(\frac{10\omega}{1}\right) \right]$$

Equação 189

Efectuando os cálculos obtêm-se a Equação 190.

$$\angle G_{ma}(j\omega) = -\arctg(5\omega) - \arctg(2\omega) - \arctg(10\omega)$$

Equação 190

Para o sistema ser marginalmente estável é necessário que o módulo seja igual a um e a fase seja igual a $-\pi$. Assim para o limite de estabilidade têm-se a Equação 191 e a Equação 192.

$$1 = \frac{k_p}{\sqrt{(25\omega^2 + 1)}\sqrt{(4\omega^2 + 1)}\sqrt{(100\omega^2 + 1)}}$$

Equação 191

$$-\pi = -\arctg(5\omega) - \arctg(2\omega) - \arctg(10\omega)$$

Equação 192

Com estas equações é possível calcular o valor máximo que o ganho pode tomar sem o sistema ficar instável e encontrar o período a que corresponde esse ganho máximo. Tendo o ganho máximo e o período correspondente torna-se possível utilizar o método de Ziegler-Nichols em malha fechada permitindo sintonizar o controlador PID. Assim, representando graficamente a Equação 192 obtêm-se o gráfico presente na Figura 83.

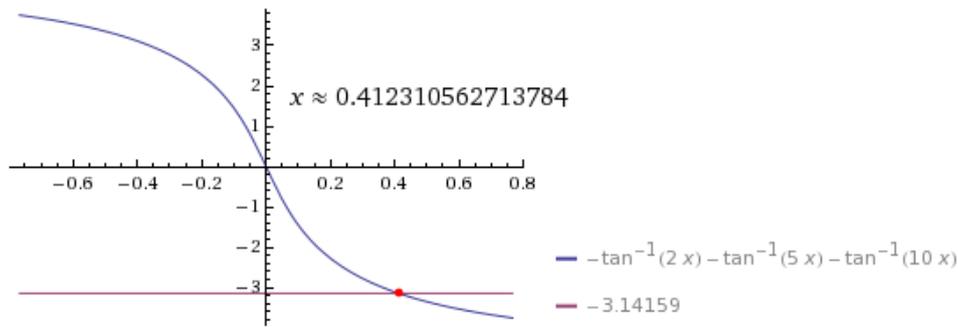


Figura 83 - Representação Gráfica

Como se pode verificar o valor de ω é de aproximadamente 0.41rad/s. Substituindo este valor na Equação 191 permite encontrar o valor de k_p que corresponde a 12.45. Como já se possui o valor de ω é possível calcular a frequência correspondente e posteriormente o período tal como ilustram a Equação 193 e a Equação 194.

$$\omega = 2\pi f \quad (=) f = \frac{0.41}{2\pi} \quad (=) f = 0.0653\text{Hz}$$

Equação 193

$$P_u = \frac{1}{f} \quad (=) P_u = \frac{1}{0.0653} = 15.31\text{s}$$

Equação 194

Com os valores obtidos consulta-se a Tabela 12 e calcula-se os valores dos parâmetros do PID, Equação 195, Equação 196 e Equação 197.

Tabela 12 - Parâmetros Ziegler-Nichols em malha fechada para o PID

	k_p	τ_i	τ_d
PID	$\frac{k_u}{1.7}$	$\frac{P_u}{2}$	$\frac{P_u}{8}$

$$K_p = \frac{12.45}{1.7} = 7.32$$

Equação 195

$$\tau_i = \frac{15.31}{2} = 7.655\text{s}$$

Equação 196

$$\tau_d = \frac{15.31}{8} = 1.91\text{s}$$

Equação 197

I) Exercícios

Depois dos capítulos referentes à matéria em estudo, existe um capítulo unicamente dedicado a exercícios propostos. Este capítulo possui exercícios de toda a matéria estudada disponibilizando pelo menos um exercício dentro do género dos que foram resolvidos ao longo dos capítulos anteriores. Quem conseguir perceber os exemplos resolvidos, não terá dificuldades em resolver os exercícios propostos. Pretende-se assim que o leitor consiga testar os seus conhecimentos e identificar os conceitos que necessita de voltar a estudar, se for o caso. Na Figura 84 é possível ver um excerto deste capítulo.

Solução da Equação da Equação de Estado

15- Calcule a solução completa das seguintes equações de estado.

a) A equação seguinte modeliza um sistema hidráulico constituído por um tanque único.

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{1}{RA}h + \frac{1}{A}Fe$$

b) A equação seguinte modeliza um sistema térmico de primeira ordem.

$$\frac{dT_M}{dt} = -\frac{1}{R_{TBM} \times C_{TM}}T_M + \frac{1}{R_{TBM} \times C_{TM}}T_B$$

16- Calcule a matriz de transição de estado utilizando a série de Taylor.

Figura 84 - Exercícios

m) Referências, Sites de Interesse e Anexos

Após o capítulo dos exercícios apresentam-se as referências utilizadas na elaboração do *e-book* e uma tabela que contém alguns endereços de páginas interessantes relativas à área de controlo e métodos numéricos que podem ser consultadas e exploradas pelo leitor que pretender aprofundar os seus conhecimentos nestas áreas. Apresenta-se também uma descrição do que pode ser encontrado em cada uma dessas páginas. A Figura 85 mostra a tabela referente a algumas das páginas de interesse.

Número	Endereço
1	http://walc.netai.net
2	http://www.algebralab.org/practice/practice.aspx
3	http://www.quickmath.com/
4	http://www.freedomuniversity.tv/
5	http://nptel.iitm.ac.in/
6	http://www-control.eng.cam.ac.uk/gv/p6/index.html
7	http://patrickjmt.com/
8	http://numericalmethods.eng.usf.edu/
9	http://www.me.cmu.edu/ctms/
10	http://virtual.cvut.cz/dynlabmodules/

Figura 85 - Páginas de interesse

Para finalizar no *e-book* encontram-se cinco anexos que contêm propriedades e tabelas úteis para a resolução de exercícios. No anexo 1 encontram-se as propriedades do logaritmo. No anexo 2, ilustrado na Figura 86, encontra-se as propriedades das derivadas e as derivadas mais comuns.

Anexo 2 - Derivadas

Ao longo da resolução de alguns dos problemas de controlo irá ser necessário proceder à derivada de algumas expressões por isso convém saber quais as propriedades da derivação e quais as derivadas mais comuns. A Tabela 37 mostra algumas das propriedades mais úteis da derivação enquanto a tabela mostra Tabela 38 mostra as derivadas mais comuns.

Tabela 37 - Propriedades das Derivadas

Derivada	Descrição
Soma	$(f + g)' = f' + g'$
Produto	$(f \times g)' = f' \times g + f \times g'$
Quociente	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \times g - f \times g'}{g^2}, \quad g \neq 0$
Função Composta	$(f[g(x)])' = f'[g(x)]g'(x)$

Tabela 38 - Derivadas mais Comuns

Função	Derivada
(a = constante)	0
$(x^k)'$	kx^{k-1}
$\log(x)'$	$\frac{1}{x}$
$(e^x)'$	e^x
$\sin(x)'$	$\cos(x)$
$\cos(x)'$	$-\sin(x)$
$\tan(x)'$	$\frac{1}{\cos^2(x)}$

Figura 86 - Anexo 2 do *e-book*

No anexo 3 é possível encontrar as primitivas mais comuns enquanto no anexo 4 encontram-se as propriedades da transformada de Laplace e as suas transformadas mais comuns. Por fim o anexo 5 possui as propriedades da transformada Z e as suas transformadas mais comuns.

5. Análise do Impacto da Utilização do *e-Book*

Sumário

De modo a poder avaliar o impacto causado pela utilização do *e-book* na UC de Controlo Digital foi disponibilizado, aos alunos, um questionário. Neste capítulo é feita a descrição do questionário entregue e a análise dos resultados obtidos.

5.1 Questionário

5.2 Análise do Resultados do Questionário

5.1 Questionário

De forma a compreender qual o impacto e uso do *e-book* pelos alunos como ferramenta de aprendizagem, foi desenvolvido um questionário. Este questionário foi disponibilizado aos alunos do terceiro ano do curso de Mestrado Integrado em Engenharia Electrónica Industrial e Computadores da Escola de Engenharia da Universidade do Minho. O *e-book* foi distribuído aos alunos no decorrer do segundo semestre do presente ano lectivo na Unidade Curricular (UC) de Controlo Digital. Os resultados permitiram identificar aspectos positivos, aspectos negativos nomeadamente os problemas e os conteúdos a melhorar. O questionário encontra-se dividido em cinco partes principais, a primeira diz respeito à caracterização do estudante (dados pessoais), a segunda ao seu ambiente de trabalho (sistema operativo e software usados para a leitura do *e-book*), a terceira refere-se às competências técnicas, a quarta às competências transversais e por fim a quinta refere-se aos hábitos de utilização permitindo a caracterização do comportamento do aluno durante o seu estudo. No Anexo 1 encontra-se o modelo do questionário entregue aos alunos.

A Figura 87 apresenta a primeira parte do inquérito que se refere aos dados pessoais: género, idade, ano curricular, número e identificação das duas UCs, Controlo Digital e Matemática Aplicada, que directamente têm ligação com a matéria no *e-book*, que frequentou e frequenta.

Dados pessoais				
Género: Masculino	<input type="checkbox"/>	Feminino	<input type="checkbox"/>	
Idade:	_____	anos		
Ano curricular:	<input type="checkbox"/> 1º	: <input type="checkbox"/> 2º	: <input type="checkbox"/> 3º : <input type="checkbox"/> 4º : <input type="checkbox"/> 5º .	
Número de aluno:	_____			
No corrente ano lectivo, qual a UC que frequentou ou frequenta (assinale com X):	Controlo Digital	<input type="checkbox"/>	Matemática Aplicada	<input type="checkbox"/>
Até à data, quantas vezes frequentou a(s) UC(s) indicada(s)?	Controlo Digital	<input type="checkbox"/>	Matemática Aplicada	<input type="checkbox"/>

Figura 87 - Primeira parte do questionário: Dados pessoais

Numa primeira fase esta informação permitiu identificar e caracterizar a amostra. Posteriormente, foi utilizada para verificar se existe alguma diferença de opinião entre os alunos que frequentam a UC pela primeira vez e os alunos que estão a repetir a unidade curricular. Para os alunos que repetiram a UC esta ferramenta proporcionou uma nova perspectiva na apresentação dos conceitos estudados anteriormente. Para os novos alunos, esta foi uma ferramenta que permitiu explorar e estudar os novos conceitos aprendidos durante as aulas.

A segunda parte do questionário, Figura 88, refere-se ao ambiente de trabalho utilizado por cada aluno para a leitura e utilização do *e-book*.

Ambiente de trabalho	
Identifique o Sistema Operativo utilizado:	
Windows XP	<input type="checkbox"/>
Windows Vista	<input type="checkbox"/>
Windows 7	<input type="checkbox"/>
Windows 2000	<input type="checkbox"/>
Linux	<input type="checkbox"/>
Mac OS	<input type="checkbox"/>
Outro	<input type="checkbox"/>
Qual?	_____
Qual a versão do Adobe Reader que utilizou: _____	

Figura 88 – Segunda parte do questionário: Ambiente de trabalho

Com o conhecimento do sistema operativo e versão do *Adobe Reader* utilizados por cada aluno foi possível verificar a possibilidade de haver incompatibilidades com algum sistema operativo ou versão do *Adobe Reader*.

A parte seguinte do questionário diz respeito às competências técnicas. Esta parte encontra-se dividida em dois grupos principais de questões. O primeiro grupo, Figura 89, possui dezassete afirmações que cada aluno classificou de acordo com uma escala de satisfação. Para quantificar o nível de satisfação em relação a cada aspecto utilizou-se uma escala numérica de um a cinco onde 1 representa Muito Fraco, 2 Fraco, 3 Razoável, 4 Bom e 5 Muito Bom. De entre os aspectos analisados encontra-se o nível de satisfação acerca do *e-book* em geral, dos seus conteúdos, dos seus exemplos e dos seus vídeos. Foi ainda possível inferir acerca do nível de satisfação relativamente ao processo de aprendizagem com a utilização do *e-book*.

e-book – Competências Técnicas					
1. Classifique as seguintes afirmações, tendo em conta a seguinte escala de satisfação: 1 (Muito Fraco) 2 (Fraco) 3 (Razoável) 4 (Bom) 5 (Muito Bom). Escolha uma só opção em cada questão, marcando-a com um O.					
• No geral, senti-me motivado(a) para a utilização do e-book no âmbito da(s) UC (s).....	1	2	3	4	5
• Opinião geral sobre o e-book:.....	1	2	3	4	5
• Opinião geral sobre todos os conteúdos disponíveis:.....	1	2	3	4	5
• Opinião geral sobre a funcionalidade do e-book :.....	1	2	3	4	5
• Como classifica a interface gráfica:.....	1	2	3	4	5
• Como classifica os exemplos práticos seleccionados?.....	1	2	3	4	5
• Como classifica as animações escolhidas?.....	1	2	3	4	5
• Como classifica os vídeos disponibilizados?.....	1	2	3	4	5
• Qual a classificação que atribui ao e-book como uma ferramenta útil no apoio ao ensino?.....	1	2	3	4	5
• Os textos estão escritos de forma clara e concisa?	1	2	3	4	5
• O e-book ajudou-me a identificar os temas a rever.....	1	2	3	4	5
• O e-book permitiu-me ter uma visão global das UCs com as respectivas conexões entre elas.....	1	2	3	4	5
• As animações representam bem os vários conceitos da(s) UC(s)?.....	1	2	3	4	5
• Esta ferramenta permite uma melhor compreensão dos conteúdos da(s) UC(s)?	1	2	3	4	5
• Eu recomendo a utilização do e-book como actividades de ensino/aprendizagem	1	2	3	4	5
• No geral, posso dizer que a utilização de e-book...					
• ajudou-me a assimilar os conceitos transmitidos ao longo do semestre	1	2	3	4	5
• tomou a minha aprendizagem mais objectiva	1	2	3	4	5
• aumentou as minhas possibilidades de obter uma nota satisfatória	1	2	3	4	5
• motivou-me para a(s) u.c.(s)	1	2	3	4	5
• elevou a minha expectativa relativamente à avaliação	1	2	3	4	5
• nada teve a ver com a motivação e o aumento do interesse na(s) u.c.(s)	1	2	3	4	5
• O e-book aumentou as minhas possibilidades de obter uma nota satisfatória	1	2	3	4	5

Figura 89 - Terceira parte do questionário: Competências Técnicas 1

O segundo grupo para a análise das competências técnicas, Figura 90, é composto por cinco questões sendo as primeiras três questões de resposta “Sim” ou “Não”. A primeira questão procurou identificar a existência de problema na navegação do *e-book*, podendo o aluno em caso afirmativo, identificar as secções onde ocorreram os problemas. As duas questões seguintes permitiram inferir acerca da interface gráfica do *e-book* e do seu impacto na motivação do aluno na aprendizagem dos conteúdos leccionados na UC de Controlo Digital. A quarta questão deu a possibilidade de o aluno dar a sua opinião acerca dos conteúdos bem representados e descritos no *e-book*. Por fim, na quinta questão o aluno teve a possibilidade de sugerir conteúdos que gostaria de ver representados.

2. Responda às seguintes questões: s (sim) / n (não)

- Teve dificuldades em navegar no e-book?.....(s/n) ____
 • Em caso afirmativo, identifique a(s) secção(ões)? _____
- Considera o e-book amigável?(s/n) ____
- Ficou mais motivado para aprender os conteúdos da(s) UC(s)?.....(s/n) ____
- Qual(ais) o(s) conteúdo(s) que mais gostou de ver representado? _____
- Algum(ns) conteúdo(s) que não viu e que gostava de ver representado? _____

Figura 90 – Terceira parte do questionário: Competências Técnicas 2

A quarta parte, Figura 91, é constituída por quatro afirmações onde a sua resposta permitiu avaliar a concordância do aluno relativamente às competências transversais que o *e-book* pode facilitar. De modo a avaliar o nível de concordância para aspecto utilizou-se uma escala numérica de um a cinco, onde um representa discordo totalmente, dois discordo, três não concordo nem discordo, quatro concordo e cinco concordo completamente. A primeira afirmação abordou o incentivo em relação ao trabalho de grupo enquanto a segunda procurou avaliar o impacto do *e-book* na estimulação da curiosidade intelectual do aluno. A terceira afirmação analisou se o *e-book* conseguiu fornecer o conhecimento necessário para a unidade curricular em questão e a quarta infere sobre o sucesso do relacionamento dos conteúdos da UC com outros assuntos estudados noutras UCs.

e-book – SoftSkills					
Avalie os seguintes aspectos da(s) UC(s) de acordo com o seguinte grau de concordância: (1) Discordo totalmente (2) Discordo (3) Não concordo nem discordo (4) Concordo (5) Concordo totalmente. Escolha uma só opção em cada questão, marcando-a com um O.					
A utilização deste e-book permitiu:					
1. Incentivar o trabalho colaborativo	1	2	3	4	5
2. Estimular a minha curiosidade intelectual	1	2	3	4	5
3. Fornecer conhecimento necessário para a minha área de estudo	1	2	3	4	5
4. Relacionar o assunto da UC com outros assuntos estudados noutras UCs	1	2	3	4	5

Figura 91 – Quarta parte do questionário: SoftSkills

Por fim, a última parte do questionário aborda os hábitos pessoais do aluno em relação ao *e-book*. Esta parte possui cinco questões fechadas e duas questões de resposta aberta. A primeira questão permitiu saber se o aluno utilizou o *e-book* em grupo enquanto a segunda e terceira deram conhecimento da hora e local mais comuns na sua utilização. A pergunta quatro permitiu quantificar e identificar as dificuldades sentidas pelo aluno durante a utilização do *e-book*. A pergunta cinco permitiu saber se o aluno já tinha utilizado um *e-book* e em caso afirmativo em que situação. As duas últimas questões são questões abertas onde o aluno pode identificar erros encontrados durante a leitura do *e-book* e expor as suas sugestões mais pormenorizadas em relação aos aspectos que gostaria que fossem melhorados, alterados e ou acrescentados.

Hábitos na utilização	
Utilizou o e-book em grupo?	Sim <input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/>
Hora de acesso mais utilizada na utilização do e-book? (assinale com um X)	
09H-12H <input type="checkbox"/> 12H-14H <input type="checkbox"/> 14H-18H <input type="checkbox"/> 18H-22H <input type="checkbox"/> 22H-02H <input type="checkbox"/> 02H-09H <input type="checkbox"/>	
Local de acesso mais utilizado na utilização do e-book? (assinale com um X) Universidade <input type="checkbox"/> Casa <input type="checkbox"/> Outro <input type="checkbox"/> Qual? _____	
Encontrou dificuldades na utilização do e-book durante o seu estudo? (assinale com um X) nenhuma <input type="checkbox"/> poucas <input type="checkbox"/> algumas <input type="checkbox"/> muitas <input type="checkbox"/> Quais? _____	
Foi a primeira vez que utilizou um e-book? Não <input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Em que situação? _____	
Registe algum erro que possa ter encontrado:	

Sugestões:	

Nota: O e-book ainda está em desenvolvimento!	
Obrigada pela sua colaboração! ☺	
Junho 2011 CPL/FOS	

Figura 92 – Última parte do questionário: Hábitos de utilização

5.2 Análise dos Resultados do Questionário

O preenchimento dos questionários foi realizado no dia do último teste da UC de Controlo Digital. A codificação das perguntas e o tratamento dos dados foram realizados, numa primeira fase, em Excel. Esta codificação, presente no Anexo 2, permitiu criar uma base de dados, mais compacta e intuitiva onde constam os dados recolhidos dos inquéritos. Foi também utilizado o programa estatístico SPSS (Statistical Package for the Social Science) para e através de testes estatísticos adequados, verificar e analisar as relações entre várias variáveis. Por exemplo, se a opinião referente à utilização do *e-book* como ferramenta de estudo e o facto de os alunos estarem a repetir a UC de Controlo Digital ou terem tido aprovação a esta unidade curricular, é diferente. Os resultados obtidos e a seguir apresentados baseiam-se na informação obtida de acordo com a base de dados criada. Estes resultados permitiram verificar se os objectivos propostos para este trabalho foram alcançados. Convém

relembrar que o principal objectivo deste trabalho consistiu no desenvolvimento de uma nova ferramenta de ensino capaz de auxiliar e incentivar os alunos no seu processo de aprendizagem na UC de Controlo Digital e relacionar conceitos anteriormente adquiridos em UCs anteriores, Matemática Aplicada. A ferramenta desenvolvida deveria possuir uma linguagem simples, ser facilmente transportável e utilizável em qualquer hora e lugar de modo a se adequar às exigências do processo de Bolonha. Deveria também complementar as outras ferramentas de ensino através da disponibilização de uma grande quantidade de informação sem necessidade de utilização da Internet. Apesar de todas as perguntas presentes no questionário serem importantes a apresentação dos resultados foca-se nas perguntas que permitiram inferir sobre os objectivos a alcançar.

A amostra utilizada para a obtenção dos resultados presentes na base de dados foi constituída por um grupo de quarenta alunos com uma média de idades de 23,6 anos onde 90% dos alunos são do género masculino. Cerca de 73% frequentaram o terceiro ano de MIEEIC enquanto os restantes frequentaram o quarto ano. No presente ano lectivo 15% dos alunos frequentaram as UCs de Controlo Digital e de Matemática Aplicada e outros 15% dos alunos encontravam-se a repetir a UC de Controlo Digital. Na Tabela 13 é possível encontrar estes valores que permitiram a caracterização da amostra.

Tabela 13 - Caracterização da amostra

Dimensão	40 Alunos
% Género Masculino	90%
Média de Idades	23.6 Anos
% A frequentar 3º ano	72.5%
% A frequentar 4º ano	27.5%
% A frequentar Controlo Digital e Matemática Aplicada	15%
% A repetir Controlo Digital	15%

A avaliação do impacto do *e-book* no processo de aprendizagem dos alunos foi baseada nas respostas às perguntas CT1.9, CT1.16.a, CT1.16.c e CT1.16.d (Tabela 14). De lembrar que para as respostas foi utilizada uma escala de satisfação numérica de 1 a 5 (discordo totalmente a concordo completamente).

Tabela 14 - Codificação das perguntas em análise

Código	Questão
CT1.9	Qual a classificação que atribui ao <i>e-book</i> como uma ferramenta útil no apoio ao ensino?
CT1.16.a	No geral, posso dizer que a utilização do <i>e-book</i> ajudou-me a assimilar os conceitos transmitidos ao longo do semestre.
CT1.16.c	No geral, posso dizer que a utilização do <i>e-book</i> aumentou as minhas possibilidades de obter uma nota satisfatória.
CT1.16.d	No geral, posso dizer que a utilização do <i>e-book</i> motivou-me para a(s) u.c.(s).

A Figura 93 ilustra os resultados obtidos para a pergunta CT1.9.

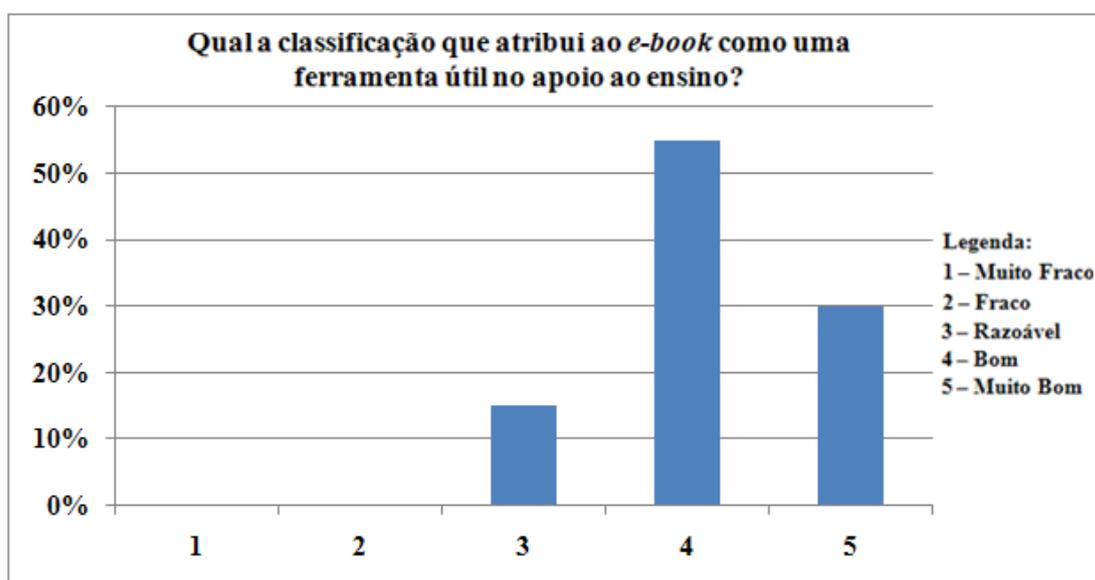


Figura 93 - Resultados da pergunta CT1.9

Como se pode constatar pelos resultados obtidos, em relação à classificação do *e-book* como uma ferramenta razoável no apoio ao ensino, 85% dos alunos deram uma resposta bastante positiva (55% Bom e 30% Muito Bom, índice 4 e 5, respectivamente), sendo Razoável indicado por 15% da amostra. Em média, os resultados desta pergunta foram bastantes positivos, obtendo-se uma classificação de 4,15 com desvio padrão de 0.66. A classificação média obtida encontra-se entre o Bom e o Muito Bom o que revela que na opinião dos alunos o *e-book* é uma ferramenta útil no apoio ao ensino.

Relativamente à ajuda que esta ferramenta pode oferecer na assimilação dos conceitos estudados ao longo do semestre, pergunta CT1.16.a, os resultados obtidos estão presentes na Figura 94.

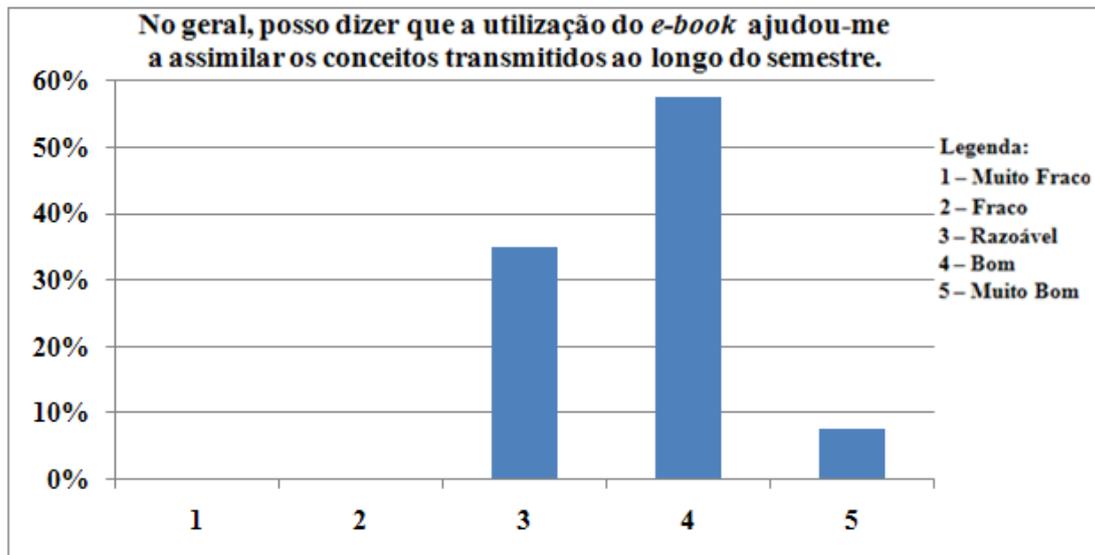


Figura 94 - Resultados da pergunta CT1.16.a

Como na pergunta anterior, os alunos deram uma classificação positiva acima do valor 3; 7,5% consideram uma ajuda Muito Boa, 57,5% uma Boa ajuda e 35% dos alunos acreditam que a utilização do *e-book* é uma ajuda Razoável no processo de assimilação dos conhecimentos. Em média, a classificação obtida nesta pergunta foi de 3.72 com desvio padrão de 0,6. Com este valor, compreendido entre o Razoável e o Bom, pode-se afirmar que *e-book* é uma possibilidade viável na ajuda da compreensão dos conhecimentos transmitidos ao longo do semestre.

Em relação à pergunta CT1.16.c, Figura 95, é possível perceber qual a percepção que os alunos têm da utilização do *e-book* no aumento da possibilidade de obterem uma nota satisfatória.

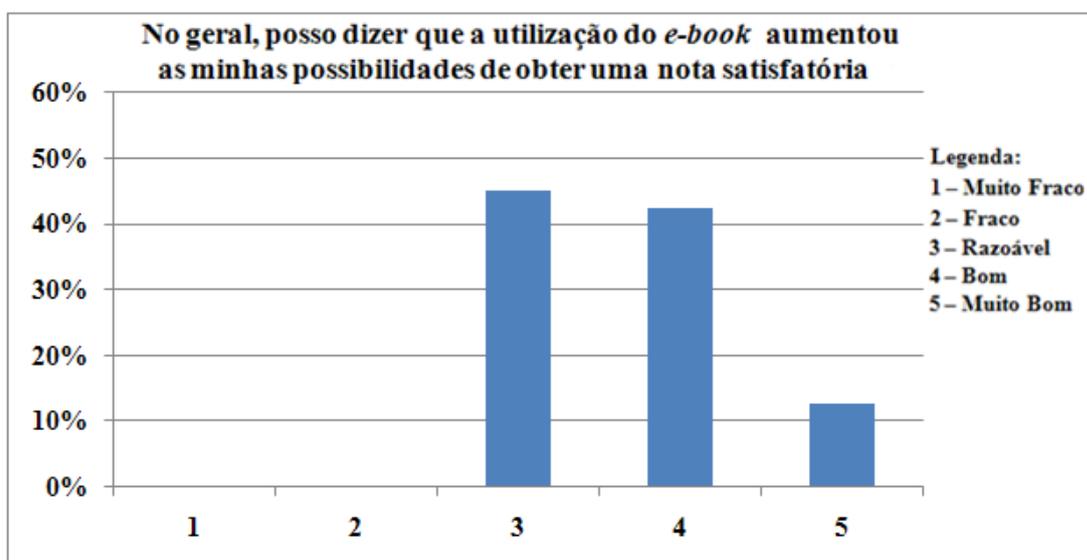


Figura 95 - Resultados da pergunta CT1.16.c

Todos os alunos deram uma resposta positiva (classificação acima dos 3), 12.5% dos alunos acreditam que a utilização do *e-book* aumentou Muito a possibilidade de obter uma nota satisfatória enquanto 42.5% consideram Bom e os restantes 45% consideram Razoável. Estes resultados correspondem a uma média de 3.67 com desvio padrão de 0.69 o que permite verificar que, segundo os alunos, a utilização do *e-book* permitiu aumentar as possibilidades de obter uma nota satisfatória.

Com a pergunta CT1.16.d foi possível inferir acerca do impacto do *e-book* na motivação para a UC de Controlo Digital (para o caso da UC de Matemática Aplicada será analisado no próximo ano lectivo), Figura 96.



Figura 96 - Resultados da pergunta CT1.16.d

Com os resultados presentes na Figura 96 verifica-se que 50% dos alunos acreditam ter tido, com a utilização do *e-book*, um aumento Razoável na sua motivação para a UC, 45% acreditam ter tido um Bom aumento na sua motivação e 2,5% um aumento Muito Bom. De notar que 2,5% dos alunos identificou que a utilização do *e-book* teve Fraca motivação para a UC. Em média, a utilização do *e-book* ajudou na motivação dos alunos relativamente à UC (média igual a 3,48 com desvio padrão de 0.6). A Tabela 15 resume as estatísticas obtidas para as perguntas em análise.

Tabela 15 - Estatísticas obtidas para as perguntas em análise

Código	N	Mínimo	Máximo	Média	Desvio Padrão
CT1.9	40	3	5	4.15	0.662
CT1.16.a	40	3	5	3.72	0.599
CT1.16.c	40	3	5	3.67	0.694
CT1.16.d	40	2	5	3.48	0.599

De uma forma geral, e pela análise dos resultados obtidos pela aplicação do questionário, a classificação dada pelos alunos às quatro questões em estudo (CT1.9, CT1.16a, CT1.16c e CT1.d) e o estar ou não a repetir a UC Controlo Digital não estão relacionadas, isto é, não existe relação estatisticamente significativa entre estas duas variáveis ($\chi^2=2,634$; 3,709; 3,927 e 0,810, respectivamente, com e para todos, $p>0.05$, ver Anexo 3).

Um dos objectivos propostos era o conseguir ter os conteúdos do *e-book* escritos numa linguagem simples e concisa de modo a ser mais fácil para os alunos compreender os conceitos estudados. De modo a verificar se este objectivo foi conseguido, foram analisados os resultados relativos à pergunta CT1.10 (Os textos estão escritos de forma clara e concisa?) presentes na Figura 97. Como se pode observar, a maioria dos alunos (83%) considera que o *e-book* utiliza e está escrito de uma forma clara e concisa (Bom e Muito Bom). Somente 2% identificaram como Fraco. A classificação média obtida foi de 3.98 com desvio padrão de 0,66. A média obtida indica que a opinião dos alunos relativamente à forma de como o *e-book* está escrito é considerada Boa ($t(39)=0,240$, $p=0.812 > 0.05$).

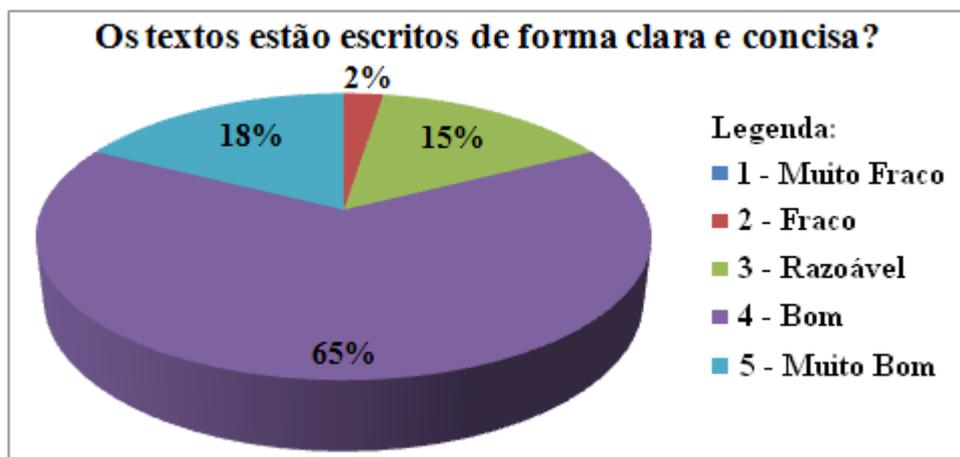


Figura 97 -Resultados da pergunta CT1.10

Como já referido anteriormente, na construção do *e-book* foi também definido como objectivo a reutilização dos conhecimentos de Métodos Numéricos leccionados na UC de Matemática Aplicada. Com a pergunta SS4 (A utilização deste *e-book* permitiu relacionar o assunto da UC com outros assuntos estudados noutras UCs) foi possível verificar se este objectivo foi alcançado. Os resultados obtidos estão resumidos na Figura 98. Nesta pergunta a escala numérica usada pretendia avaliar o nível de concordância por parte dos alunos (desde 1, Discordo totalmente, a 5, Concordo totalmente).



Figura 98 - Resultados da pergunta SS4

A maioria dos alunos concordou com a afirmação colocada em SS4 (67%). Somente 5% indicou discordarem, o que indica que o *e-book* teve êxito no relacionamento dos assuntos da UC de Controlo Digital com os assuntos estudados noutras UCs, nomeadamente de Matemática Aplicada.

Outro aspecto importante era que o *e-book* fosse capaz de ser transportável e ser utilizado em qualquer hora e lugar. Para isso ser possível era necessário que não existissem incompatibilidades com nenhum sistema operativo nem versão do *Adobe Reader*. A Tabela 16 foi construída tendo em conta as respostas obtidas às perguntas A1 e A2, onde os alunos identificaram o sistema operativo e versão do *Adobe Reader* utilizados para a leitura do *e-book*.

Tabela 16 - Resultados das perguntas A1 e A2

Sistema Operativo		Versão Adobe Reader	
Windows XP	5%	Adobe 8	5%
Windows Vista	5%	Adobe 9	20%
Windows 7	72.5%	Adobe 10	32.5%
Mac OS	12.5%	Outro Software	5%
Sem Resposta	5%	Sem Resposta	37.5%

Os alunos utilizaram o *e-book* em vários sistemas operativos e versões do *Adobe Reader* onde se destaca, pela maior percentagem de utilizadores, o sistema operativo *Windows 7* e a versão 10 do *Adobe Reader*. Relativamente às dificuldades encontradas na utilização do *e-book*, 52% dos alunos afirmaram não terem tido nenhuma dificuldade, tendo só 15% identificado tido algumas, Figura 99. Estes resultados foram obtidos através das respostas à pergunta HU4 (Encontrou dificuldades na utilização do *e-book* durante o estudo?).



Figura 99 - Resultados da pergunta HU4

Esta pergunta além de tentar quantificar os problemas permitiu aos alunos especificarem as dificuldades encontradas durante a utilização do *e-book*. Os problemas mais identificados foram o carregamento do *e-book*, a transição entre páginas e também algumas hiperligações que não se encontravam a funcionar. No que diz respeito às hiperligações verificou-se existir algumas que não estavam a funcionar o que torna necessário a averiguação do problema e realizar respectiva resolução. Quanto ao carregamento do *e-book* e transição entre páginas acredita-se que este problema seja originado pelo facto de o *e-book* possuir vários vídeos o que o torna um pouco lento a carregar e a transitar de página. Este problema torna-se mais evidente

em computadores mais antigos. A resolução desta questão pode passar por tentar reduzir um pouco a qualidade dos vídeos diminuindo assim o seu tamanho e o tempo de carregamento do *e-book*. Como 85% dos alunos tiveram poucos ou nenhuns problemas na utilização do *e-book* e este foi testado em vários ambientes de trabalho e em várias versões do *Adobe Reader*, indica que é uma ferramenta versátil e transportável devido à sua capacidade de funcionar em diferentes sistemas operativos e diferentes versões do *Adobe Reader*.

Tendo como base as respostas à pergunta CT2.4 (Qual(ais) o(s) conteúdo(s) que mais gostou de ver representado?) verificou-se que os conteúdos que os alunos mais gostaram foram a transformada Z, nomeadamente o lugar de raízes, o controlador PID e também as animações e vídeos explicativos incluídos. Na pergunta CT2.5 (Algum(ns) conteúdo(s) que não viu e que gostava de ver representado?) os alunos puderam dar a sua sugestão acerca de conteúdos a incluir. Apesar de muito poucos alunos terem respondido (1.2%) as sugestões obtidas foram a inclusão de mais conceitos relativos à UC de Matemática Aplicada, mais exemplos resolvidos e mais exemplos relativos ao controlador PID.

Por último, as duas questões (RA1 e RA2) de resposta aberta dando a possibilidade aos alunos de, na primeira, identificarem os erros encontrados no *e-book* e na segunda, darem as suas sugestões tendo em vista a melhoria contínua do *e-book*. Os erros identificados foram principalmente erros relacionados com gralhas de português, legendas de figuras trocadas e alguns erros pontuais nalguns cálculos. De modo a tentar minimizar/eliminar os erros, o *e-book* está a ser revisto. No que diz respeito às sugestões, a mais comum foi sem dúvida a inclusão das soluções relativas aos exercícios propostos. As restantes foram a inclusão de mais exercícios resolvidos, mais exercícios práticos, mais animações e mais vídeos em português.

É interessante referir, e a título de conclusão a este capítulo de análise dos resultados da avaliação do *e-book*, que a classificação dada pelos alunos às quatro questões (CT1.9, CT1.16a, CT1.16c e CT1.d) e o ter tido aprovação à UC Controlo Digital, por avaliação contínua ao longo do semestre, não estão relacionadas, isto é, não existe relação estatisticamente significativa entre estas duas variáveis ($\chi^2=2,171$; 0,430; 0,615 e 1,319, respectivamente, com, e para todos, $p>0.05$, ver Anexo 4).

6. Conclusões e Perspectivas Futuras

Sumário

Neste capítulo são apresentadas as conclusões relativas ao trabalho e resultados obtidos. Será também referido o trabalho futuro a ser considerado de modo a complementar e evoluir o trabalho realizado.

A mudança de mentalidade no ensino superior trouxe a necessidade do aparecimento de novas ferramentas capazes de se adequar ao novo sistema de ensino. Tendo presente esta necessidade o principal objectivo deste trabalho foi o desenvolvimento de uma ferramenta de ensino amigável capaz de motivar e auxiliar o processo de aprendizagem dos alunos. A ferramenta desenvolvida foi o *e-book* “Controlo Digital: da Teoria à Simulação Numérica” que serviu de suporte à Unidade Curricular, UC, Controlo Digital do 2º semestre do terceiro ano do Mestrado Integrado em Engenharia Electrónica Industrial e Computadores, MIEEIC. Esta foi a ferramenta escolhida devido à sua portabilidade e capacidade de fornecer a informação de suporte à UC sem necessidade de utilizar a Internet (funcionando como complemento às restantes ferramentas de ensino existentes). Esta ferramenta permitiu ainda a reutilização de conceitos leccionados em anos anteriores, nomeadamente os conteúdos estudados no segundo ano, 2º semestre, na UC Matemática Aplicada. A resolução de sistemas de equações lineares e de equações diferenciais ordinárias é aplicada de novo na UC de Controlo Digital em exemplos práticos de Controlo. Destaca-se, ainda, a inclusão de conteúdos interactivos (vídeos e animações) que ajudam a dinamizar o processo de aprendizagem. A construção desta ferramenta teve várias etapas que foram descritas e analisadas ao longo do presente documento.

O estado da arte permitiu confirmar a importância das novas ferramentas no binómio ensino/aprendizagem e identificar algumas ferramentas utilizadas actualmente no ensino como por exemplos as plataformas *e-learning*, os simuladores e os laboratórios remotos. Permitiu também identificar de forma mais clara, as potencialidades dos *e-books* como ferramentas de ensino.

Os principais conteúdos teóricos incluídos no *e-book* estão de acordo com o conteúdo programático da UC Controlo Digital: modelização em espaço de estados de sistemas contínuos e discretos, transformada Z e controlador PID. Devido à sua utilidade na resolução de problemas de Controlo, foi incluída uma descrição dos Métodos Numéricos que permitem resolver quer sistemas de equações lineares (Método Directo EGPP e Método Iterativo de Gauss-Seidel) quer equações diferenciais (Métodos de Euler e de Runge-Kutta).

Após a descrição dos conteúdos teóricos, foi realizada uma exposição dos programas mais utilizados para a construção de *e-books*. A selecção dos programas utilizados no desenvolvimento do *e-book* teve em conta a sua facilidade de utilização e disponibilidade. Assim, para a elaboração dos conteúdos teóricos foi utilizado o *Microsoft Word*. As animações foram criadas com o *Adobe Flash* e os vídeos com o *TipCam*. Alguns dos vídeos foram obtidos com o *Free YouTube Download* e convertidos para o formato compatível com o *Format Factory*. Para a compilação de todos estes elementos e de modo a criar o *e-book*, foi utilizado o *Adobe Acrobat Professional*.

De uma forma resumida o *e-book* é composto por capa, introdução e pelos capítulos: Conceitos de Matemática, Métodos Numéricos, Modelização em Espaço de Estados, Solução da Equação de Estado, Amostragem de Sinais Contínuos, Espaço de Estados Discreto, Análise de Sistemas Discretos, Operadores, Controlador PID e Exercícios. Para cada capítulo, são sempre apresentados exemplos práticos ajudando na compreensão na descrição dos conteúdos teóricos.

O *e-book* foi disponibilizado aos alunos que frequentaram a UC Controlo Digital. Antes da avaliação final da UC, foi distribuído um questionário cujo objectivo foi compreender qual o impacto e uso do *e-book* pelos alunos como ferramenta de aprendizagem. A análise e conclusões foram baseadas numa amostra de 40 alunos, dos quais cerca de 73% frequentam o terceiro ano de MIEEIC e 85% frequentam a UC Controlo Digital pela primeira vez.

Segundo os alunos, o *e-book* revelou ser uma ferramenta útil e motivadora relativamente ao processo de aprendizagem da UC de Controlo Digital, e utiliza uma linguagem simples, clara e concisa na exposição dos seus conteúdos. O *e-book* teve êxito no relacionamento dos assuntos da UC de Controlo Digital com os assuntos estudados noutras UCs, nomeadamente de Matemática Aplicada. Foram identificados alguns problemas e erros a corrigir bem como novas ideias de conteúdos a implementar.

Após o trabalho realizado e a análise de todos os dados obtidos é possível concluir que os objectivos do trabalho foram alcançados pois a utilização do *e-book*

desenvolvido como ferramenta de ensino revelou-se útil ao binómio ensino/aprendizagem permitindo por um lado complementar as outras ferramentas de ensino existentes e por outro lado incentivar e dinamizar o processo de aprendizagem devido às suas funcionalidades e conteúdos. Pode-se ainda concluir que apesar de os alunos reconhecerem esta ferramenta como útil, essa utilidade não se reflectiu nos resultados obtidos pois apenas 35 % dos alunos conseguiram ter aprovação na avaliação contínua.

Na perspectiva de continuidade e aprofundamento deste trabalho, especial atenção poderá ser dada à inclusão de novos exemplos teórico-práticos, novos exemplos propostos, novas animações e vídeos em português. A nível de conteúdos estes poderão também ser expandidos de modo a abranger a UC de Controlo Óptimo e Adaptativo (COA) leccionada no quarto ano de MIEEIC na especialização em Controlo Automação e Robótica. Especial atenção pode também ser dada à adaptação do *e-book* a novas plataformas como por exemplo o *iPad* da *Apple*.

No âmbito dos *e-books* e após a confirmação da utilidade deste tipo de ferramenta no ensino poderá ser possível o desenvolvimento de novas ferramentas com as mesmas capacidades adequadas a outras unidades curricular do MIEEIC ou de outros cursos.

Anexo 1 – Questionário

Utilização do e-book “Controlo Digital: da Teoria à Simulação Numérica”

Este questionário pretende identificar e avaliar a opinião dos alunos referente à utilização do e-book “Controlo Digital: da Teoria à Simulação Numérica” no processo de ensino/aprendizagem em Matemática Aplicada e Controlo Digital.

Dados pessoais

Género: Masculino Feminino

Idade: _____ anos

Ano curricular: [1] : [2] : [3] : [4] : [5] .

Número de aluno: _____

No corrente ano lectivo, qual a UC que frequentou ou frequenta (assinale com X): Controlo Digital Matemática Aplicada

Até à data, quantas vezes frequentou a(s) UC(s) indicada(s)? Controlo Digital Matemática Aplicada

Ambiente de trabalho

Identifique o Sistema Operativo utilizado:

Windows XP Windows Vista Windows 7 Windows 2000 Linux Mac OS Outro Qual? _____

Qual a versão do Adobe Reader que utilizou: _____

e-book – Competências Técnicas

1. Classifique as seguintes afirmações, tendo em conta a seguinte escala de satisfação: 1 (Muito Fraco) 2 (Fraco) 3 (Razoável) 4 (Bom) 5 (Muito Bom). Escolha uma só opção em cada questão, marcando-a com um O.

	1	2	3	4	5
• No geral, senti-me motivado(a) para a utilização do e-book no âmbito da(s) UC (s).....	1	2	3	4	5
• Opinião geral sobre o e-book:.....	1	2	3	4	5
• Opinião geral sobre todos os conteúdos disponíveis:.....	1	2	3	4	5
• Opinião geral sobre a funcionalidade do e-book :.....	1	2	3	4	5
• Como classifica a interface gráfica:.....	1	2	3	4	5
• Como classifica os exemplos práticos seleccionados?.....	1	2	3	4	5
• Como classifica as animações escolhidas?.....	1	2	3	4	5
• Como classifica os vídeos disponibilizados?.....	1	2	3	4	5
• Qual a classificação que atribui ao e-book como uma ferramenta útil no apoio ao ensino?.....	1	2	3	4	5
• Os textos estão escritos de forma clara e concisa?.....	1	2	3	4	5
• O e-book ajudou-me a identificar os temas a rever.....	1	2	3	4	5
• O e-book permitiu-me ter uma visão global das UCs com as respectivas conexões entre elas.....	1	2	3	4	5
• As animações representam bem os vários conceitos da(s) UC(s)?.....	1	2	3	4	5
• Esta ferramenta permite uma melhor compreensão dos conteúdos da(s) UC(s)?.....	1	2	3	4	5
• Eu recomendo a utilização do e-book como actividades de ensino/aprendizagem.....	1	2	3	4	5
• No geral, posso dizer que a utilização de e-book... * ajudou-me a assimilar os conceitos transmitidos ao longo do semestre * tornou a minha aprendizagem mais objectiva * aumentou as minhas possibilidades de obter uma nota satisfatória * motivou-me para a(s) u.c.(s) * elevou a minha expectativa relativamente à avaliação * nada teve a ver com a motivação e o aumento do interesse na(s) u.c.(s) * O e-book aumentou as minhas possibilidades de obter uma nota satisfatória	1 1 1 1 1 1 1	2 2 2 2 2 2 2	3 3 3 3 3 3 3	4 4 4 4 4 4 4	5 5 5 5 5 5 5

2. Responda às seguintes questões: s (sim) / n (não)

- Teve dificuldades em navegar no e-book?..... (s/n) _____
 * Em caso afirmativo, identifique a(s) secção(ões)? _____
- Considera o e-book amigável?..... (s/n) _____
- Ficou mais motivado para aprender os conteúdos da(s) UC(s)?..... (s/n) _____
- Qual(ais) o(s) conteúdo(s) que mais gostou de ver representado? _____
- Algum(ns) conteúdo(s) que não viu e que gostava de ver representado? _____

e-book – SoftSkills

Avale os seguintes aspectos da(s) UC(s) de acordo com o seguinte grau de concordância: (1) Discordo totalmente (2) Discordo (3) Não concordo nem discordo (4) Concordo (5) Concordo totalmente. Escolha uma só opção em cada questão, marcando-a com um O.

A utilização deste e-book permitiu:

	1	2	3	4	5
1. Incentivar o trabalho colaborativo	1	2	3	4	5
2. Estimular a minha curiosidade intelectual	1	2	3	4	5
3. Fornecer conhecimento necessário para a minha área de estudo	1	2	3	4	5
4. Relacionar o assunto da UC com outros assuntos estudados noutras UCs	1	2	3	4	5

Hábitos na utilização

Utilizou o e-book em grupo? Sim Não

Hora de acesso mais utilizada na utilização do e-book? (assinale com um X)

09H-12H 12H-14H 14H-18H 18H-22H 22H-02H 02H-09H

Local de acesso mais utilizado na utilização do e-book? (assinale com um X) Universidade Casa Outro Qual? _____

Encontrou dificuldades na utilização do e-book durante o seu estudo? (assinale com um X) nenhuma poucas algumas muitas Quais? _____

Foi a primeira vez que utilizou um e-book? Não Sim Em que situação? _____

Registe algum erro que possa ter encontrado: _____

Sugestões: _____

Nota: O e-book ainda está em desenvolvimento!

Obrigada pela sua colaboração! ☺
Junho | 2011 | CPL/FOS

Anexo 2 – Codificação das perguntas do Questionário

Código	Questão
D1	Género
D2	Idade
D3	Ano Curricular
D4	Número de aluno
D5	No corrente ano lectivo, qual a UC que frequentou ou frequenta?
D6.a	Até à data, quantas vezes frequentou a(s) UC(s) indicada(s)? Controlo Digital
D6.b	Até à data, quantas vezes frequentou a(s) UC(s) indicada(s)? Matemática Aplicada
A1	Identifique o Sistema Operativo utilizado
A2	Qual a versão do <i>Adobe Reader</i> que utilizou?
CTL1.1	No geral senti-me motivado(a) para a utilização do <i>e-book</i> no âmbito da(s) UC(s)
CTL1.2	Opinião geral sobre o <i>e-book</i>
CTL1.3	Opinião geral sobre todos os conteúdos disponíveis
CTL1.4	Opinião geral sobre a funcionalidade do <i>e-book</i>
CTL1.5	Como classifica a interface gráfica
CTL1.6	Como classifica os exemplos práticos seleccionados?
CTL1.7	Como classifica as animações escolhidas?
CTL1.8	Como classifica os vídeos disponibilizados?
CTL1.9	Qual a classificação que atribui ao <i>e-book</i> como uma ferramenta útil no apoio ao ensino?
CTL1.10	Os textos estão escritos de forma clara e concisa?
CTL1.11	O <i>e-book</i> ajudou-me a identificar os temas a rever
CTL1.12	O <i>e-book</i> permitiu-me ter uma visão global das UCs com as respectivas conexões entre elas
CTL1.13	As animações representam bem os vários conceitos da(s) UC(s)?
CTL1.14	Esta ferramenta permite uma melhor compreensão dos conteúdos da(s) UC(s)?
CTL1.15	Eu recomendo a utilização do <i>e-book</i> como actividades de ensino/aprendizagem
CTL1.16.a	No geral posso dizer que a utilização do <i>e-book</i> ajudou-me a assimilar os conceitos transmitidos ao longo do semestre
CTL1.16.b	No geral posso dizer que a utilização do <i>e-book</i> tornou a minha aprendizagem mais objectiva
CTL1.16.c	No geral posso dizer que a utilização do <i>e-book</i> aumentou as minhas possibilidades de obter uma nota satisfatória
CTL1.16.d	No geral posso dizer que a utilização do <i>e-book</i> motivou-me para a(s) UC(s)
CTL1.16.e	No geral posso dizer que a utilização do <i>e-book</i> elevou a minha expectativa relativamente à avaliação.
CTL1.16.f	No geral posso dizer que a utilização do <i>e-book</i> nada teve a ver com a motivação e aumento do interesse na(s) UC(s)
CTL1.17	O <i>e-book</i> aumentou as minhas possibilidades de obter uma nota satisfatória
CT2.1	Teve dificuldade em navegar no <i>e-book</i> ?
CT2.1.a	Em caso afirmativo identifique as secções
CT2.2	Considera o <i>e-book</i> amigável?
CT2.3	Ficou mais motivado para aprender os conteúdos da(s) UC(s)?
CT2.4	Qual(ais) o(s) conteúdo(s) que mais gostou de ver representado?
CT2.5	Algum(ns) conteúdo(s) que não viu e que gostava de ver representado?
SS1	A utilização deste <i>e-book</i> permitiu incentivar o trabalho colaborativo
SS2	A utilização deste <i>e-book</i> permitiu estimular a minha curiosidade intelectual
SS3	A utilização deste <i>e-book</i> permitiu fornecer conhecimentos necessários para a minha área de estudo
SS4	A utilização deste <i>e-book</i> permitiu relacionar o assunto da UC com outros assuntos estudados noutras UCs
HU1	Utilizou o <i>e-book</i> em grupo?
HU2	Hora de acesso mais utilizada na utilização do <i>e-book</i>
HU3	Local de acesso mais utilizado na utilização do <i>e-book</i>
HU4	Encontrou dificuldades na utilização do <i>e-book</i> durante o seu estudo?
HU5	Foi a primeira vez que utilizou um <i>e-book</i> ?
RA1	Registe algum erro que possa ter encontrado
RA2	Sugestões:

Anexo 3 – Resultados do teste de χ^2 para as questões sobre a classificação do *e-book* e frequentar ou não pela primeira vez a UC Controlo Digital

CT1.9 * repCD

Crosstab

Count

		repCD		Total
		Não	Sim	
CT1.9	3	4	0	4
	4	11	5	16
	5	8	1	9
Total		23	6	29

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	2,634 ^a	2	,268
Likelihood Ratio	3,416	2	,181
Linear-by-Linear Association	,001	1	,981
N of Valid Cases	29		

a. 4 cells (66,7%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,83.

CT1.16.a * repCD

Crosstab

Count

		repCD		Total
		Não	Sim	
CT1.16.a	3	6	4	10
	4	14	2	16
	5	3	0	3
Total		23	6	29

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	3,709 ^a	2	,157
Likelihood Ratio	4,052	2	,132
Linear-by-Linear Association	3,387	1	,066
N of Valid Cases	29		

a. 4 cells (66,7%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,62.

CT1.16.c * repCD**Crosstab**

Count

		repCD		Total
		Não	Sim	
CT1.16.c	3	9	5	14
	4	9	1	10
	5	5	0	5
Total		23	6	29

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	3,927 ^a	2	,140
Likelihood Ratio	4,818	2	,090
Linear-by-Linear Association	3,575	1	,059
N of Valid Cases	29		

a. 4 cells (66,7%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,03.

CT1.16.d * repCD**CT1.16.d * repCD Crosstabulation**

Count

		repCD		Total
		Não	Sim	
CT1.16.d	3	11	2	13
	4	11	4	15
	5	1	0	1
Total		23	6	29

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	,810 ^a	2	,667
Likelihood Ratio	1,009	2	,604
Linear-by-Linear Association	,152	1	,697
N of Valid Cases	29		

a. 4 cells (66,7%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,21.

Anexo 4 – Resultados do teste de χ^2 para as questões sobre a classificação do *e-book* e ter tido ou não aprovação à UC Controlo Digital

CT1.9 * Resultados

Crosstab

Count		Resultados		Total
		0	1	
CT1.9	3	5	1	6
	4	15	7	22
	5	6	6	12
Total		26	14	40

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	2,171 ^a	2	,338
Likelihood Ratio	2,232	2	,328
Linear-by-Linear Association	2,108	1	,147
N of Valid Cases	40		

a. 3 cells (50,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 2,10.

CT1.16.a * Resultados

Crosstab

Count		Resultados		Total
		0	1	
CT1.16.a	3	10	4	14
	4	14	9	23
	5	2	1	3
Total		26	14	40

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	,430 ^a	2	,806
Likelihood Ratio	,436	2	,804
Linear-by-Linear Association	,222	1	,638
N of Valid Cases	40		

a. 3 cells (50,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,05.

CT1.16.c * Resultados**CT1.16.c * Resultados Crosstabulation**

Count

		Resultados		Total
		0	1	
CT1.16.c	3	11	7	18
	4	11	6	17
	5	4	1	5
Total		26	14	40

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	,615 ^a	2	,735
Likelihood Ratio	,660	2	,719
Linear-by-Linear Association	,480	1	,488
N of Valid Cases	40		

a. 2 cells (33,3%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 1,75.

CT1.16.d * Resultados**CT1.16.d * Resultados Crosstabulation**

Count

		Resultados		Total
		0	1	
CT1.16.d	2	1	0	1
	3	12	8	20
	4	12	6	18
	5	1	0	1
Total		26	14	40

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	1,319 ^a	3	,725
Likelihood Ratio	1,961	3	,581
Linear-by-Linear Association	,130	1	,719
N of Valid Cases	40		

a. 4 cells (50,0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is ,35.