

O RACIOCÍNIO MULTIPLICATIVO EM CRIANÇAS DO PRÉ-ESCOLAR

Emma Mamede

CIEC – Instituto de Educação | Universidade do Minho

emamede@ie.uminho.pt

Florbelá Soutinho

(JI de Jogueiros | Viseu)

florbelasoutinho@gmail.com

Resumo: Este artigo analisa como as crianças pequenas resolvem problemas que envolvem o raciocínio multiplicativo. Conduziram-se entrevistas individuais a crianças do pré-escolar (4 aos 6 anos) durante a resolução dos problemas. Analisaram-se os seus desempenhos, estratégias e argumentos. Os problemas de raciocínio multiplicativo foram simples, inversos e simples com representação em tabela. Os resultados sugerem que as crianças em idade do pré-escolar possuem já um conhecimento informal que lhes permite resolver com sucesso alguns dos problemas propostos. Apresentam-se ainda algumas considerações sobre a investigação a realizar neste âmbito.

Palavra-chave: Raciocínio multiplicativo, crianças do pré-escolar.

Abstract: This paper describes a brief study to analyse how 4-6-years-old children solve different types of multiplicative reasoning problems. Individual interviews were conducted on kindergarten children when solving the problems. Their performance as well as their strategies and explanations were analysed when solving problems. The multiplicative reasoning problems comprised simple and inverse problems, and also simple problems with table representation. Results suggest that Portuguese kindergarten children have some informal knowledge that allowed them to solve multiplicative reasoning problems with understanding. Some considerations about possible research will be discussed.

Keywords: Multiplicative reasoning, kindergarten children.

1. Introdução

Durante o processo de compreensão do conceito de número as crianças precisam de estabelecer conexões entre quantidades e números. Nunes e Bryant (2010) argumentam que quando os números são usados para representar quantidades são o resultado de uma operação de medição na qual uma quantidade pode ser representada por um número convencional de unidades (por exemplo, 3 crianças, 4 cadeiras). Quando um número é usado para representar relações, o número não se refere a uma quantidade mas antes a uma relação entre duas quantidades, expressando quanto há a mais ou a menos (por exemplo, há mais 1 cadeira do que crianças).

Em Matemática é esperado que as crianças sejam capazes de atribuir um número a uma quantidade (Nunes & Bryant, 2010), mas também que sejam capazes de quantificar relações. O raciocínio quantitativo resulta de uma quantificação de relações e da sua manipulação (Nunes & Bryant, 2010), estabelecendo relações entre quantidades (Thompson, 1993). De acordo com Nunes e Bryant (2010), a quantificação de relações pode ser conseguida através do raciocínio aditivo e do raciocínio multiplicativo. O raciocínio aditivo refere-se à diferença entre quantidades; o raciocínio multiplicativo refere-se a uma razão entre quantidades. Na literatura o raciocínio aditivo está associado à adição e subtração (ver Vergnaud, 1988) e o raciocínio multiplicativo está associado a problemas de multiplicação e divisão (ver Steffe, 1994; Vergnaud, 1988).

A investigação tem mostrado que as crianças conseguem usar o seu conhecimento informal para analisar e resolver problemas simples de adição e subtração antes de receberem qualquer instrução formal sobre essas operações (ver Fuson, 1992; Nunes & Bryant, 1996; Nunes, Campos, Magina & Bryant, 2005). Serão as crianças igualmente capazes de resolver problemas que envolvem o raciocínio multiplicativo usando apenas o seu conhecimento matemático informal? Neste artigo procuramos analisar os desempenhos de crianças que ainda não receberam instrução formal sobre multiplicação e divisão durante a resolução de problemas que envolvem o raciocínio multiplicativo.

2. Sobre o raciocínio multiplicativo

O raciocínio multiplicativo envolve duas (ou mais) variáveis numa relação constante. Assim, problemas tais como: "O João comprou 5 bombons. Cada bombom custou 3 €. Quanto gastou ele?" ou "O João comprou alguns bombons. Cada bombom custou 3 €. Ele pagou 30 €. Quantos bombons comprou?" são exemplos de problemas que envolvem raciocínio multiplicativo. O primeiro pode ser resolvido por uma multiplicação para determinar o custo total que é desconhecido; mais tarde seria resolvido através de uma divisão para determinar uma quantidade desconhecida, neste caso, o número de bombons (Nunes & Bryant, 2010). A investigação tem sugerido que as crianças conseguem resolver problemas de multiplicação e divisão deste tipo, mesmo antes de receber instrução formal, na escola, sobre a multiplicação e a divisão, usando, para tal, o esquema de correspondência um-para-muitos. Nunes et al. (2005) analisou o desempenho de crianças brasileiras que frequentavam a escola primária na resolução de problemas de raciocínio multiplicativo. Quando às crianças foi mostrada uma imagem com 4 casas e, em seguida, foram convidadas a resolver o problema: "em cada casa vivem 4 cachorros. Quantos cachorros vivem nas 4 casas ao todo?", verificou-se 60% de sucesso nas crianças do 1.º ano e cerca de 80% de sucesso nas crianças dos níveis seguintes. Quando as crianças foram convidadas a resolver um problema de divisão, como: "há 27 doces para partilhar por três meninos. Eles devem receber a mesma quantidade de doces. Quantos doces receberá cada um?", os níveis de sucesso para as crianças do 1.º ano foi de 80% e acima desta percentagem para as crianças de outros níveis (do 2.º ao 4.º ano). Kornilaki, citada por Nunes et al. (2005) analisou o desempenho de crianças dos problemas 5 aos 8 anos de idade quando resolvem de raciocínio multiplicativo, sendo-lhes apresentado apenas figuras. A autora apresentou problemas de multiplicação e divisão de dois tipos, problemas directos e inversos. Nos problemas directos, as crianças podem chegar à solução usando directamente a correspondência e distribuição para resolver problemas de multiplicação e divisão, respectivamente. Nos problemas inversos, tal não pode ser feito imediatamente. Num problema de multiplicação inversa como por exemplo "É o aniversário do Carlos. Cada amigo que for à festa receberá 3 balões. Ele comprou 18 balões. Quantos amigos irão à festa?". Os resultados de Kornilaki mostraram que 30% das crianças de 5 anos e 50%

das crianças de 6 anos conseguiram resolver este problema. No problema de divisão inversa "É o aniversário de Ana e ela vai partilhar biscoitos entre os seus amigos. Ela preparou pequenos sacos com 3 biscoitos cada. Ela usou 18 biscoitos para preparar os sacos. Quantos sacos a Ana irá fazer?", 40% das crianças de 5 anos e quase 68% das crianças de 6 anos foi bem-sucedido.

A investigação tem dado evidências de que as crianças podem resolver os problemas de raciocínio multiplicativo antes de tais operações serem ensinadas formalmente na escola, bem como antes de estar completamente desenvolvido o raciocínio aditivo, utilizando apenas o seu conhecimento matemático informal. Parece então fazer sentido saber mais sobre as competências que as crianças portuguesas têm neste âmbito.

Assim, torna-se relevante saber como reagem as crianças portuguesas, que frequentam a educação pré-escolar, perante diferentes tipos de problemas que envolvem o raciocínio multiplicativo. Neste sentido desenvolveu-se estudo que procurou dar resposta às seguintes questões: a) Que desempenhos apresentam as crianças do pré-escolar na resolução de problemas que envolvem o raciocínio multiplicativo? b) Que argumentos apresentam na resolução de tais problemas?

3. Metodologia

Conduziram-se entrevistas individuais a 6 crianças (dos 4 aos 6 anos) a frequentar a educação pré-escolar em Viseu. Cada uma destas entrevistas teve a duração de aproximadamente 25 minutos.

Os problemas de raciocínio multiplicativo envolveram problemas simples e inversos, sendo que alguns problemas simples foram apresentados recorrendo ao uso de tabelas. Na entrevista a criança foi desafiada a resolver 9 problemas de raciocínio multiplicativo (4 simples, 2 inversos, 3 de representação em tabela). A Figura 1 apresenta exemplos de problemas de raciocínio multiplicativos propostos. Todos os problemas foram apresentados através de histórias, tendo sido disponibilizado material representativo para a contextualização de cada problema.


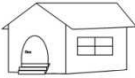
Tipo de problema	Exemplo						
Simple	<p>Esta rua tem 3 casinhas. Em cada casinha moram 2 coelhos. Quantos coelhos moram, ao todo, nas 3 casinhas?</p> <p>No galinheiro da Maria há 3 pintainhos. Ela tem estes grãos de milho (mostra-se taça com 12 unidades) para distribuir pelos pintainhos. Quantos grãos de milho vai dar a cada pintainho, para cada um comer a mesma quantidade?</p>						
Inverso	<p>A professora Ana fez anos. Quatro meninos vieram à sua festa e cada um trouxe o mesmo número de flores. A professora Ana recebeu estas flores (12). Quantas flores trouxe cada menino?</p> <p>O Miguel vai fazer anos. Cada amigo que vem à festa vai receber 3 balões. Ele comprou estes balões para dar (mostra-se imagem com 15 balões em disposição rectangular de 3 linhas com 5 colunas). Quantos amigos convidou o Miguel?</p> <p>Cada uma destas casinhas foi feita para 2 ursinhos. Se tivermos quatro ursinhos vamos precisar de 2 casinhas. Quantos ursinhos podem morar em 3 casinhas?</p>						
Representação em tabela	<div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center; gap: 20px;">   </div> <table style="margin: 0 auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 5px 10px;">2</td> <td style="border-top: 1px solid black; padding: 5px 10px;">1</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px 10px;">4</td> <td style="padding: 5px 10px;">2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px 10px;"></td> <td style="padding: 5px 10px;">3</td> </tr> </table>	2	1	4	2		3
2	1						
4	2						
	3						

Figura 1: Exemplos de tipos problemas de raciocínio multiplicativo.

4. Resultados

A análise conduzida recaiu sobre a resolução de cada problema efectuada por cada criança, RES, (certo/errado). Procurando saber mais sobre a forma como as crianças

lidaram com estes problemas, analisaram-se ainda as estratégias utilizadas, EST, e os argumentos por elas apresentados, ARG.

Analisaram-se as resoluções das crianças nos problemas de raciocínio multiplicativo. A Figura 2 resume o número de respostas correctas e erradas das crianças na resolução destes problemas.

Os problemas multiplicativos simples e inversos registaram resoluções acertadas na ordem dos 75%; os de representação em tabela parecem ter sido mais difíceis para as crianças.

Resposta	Tipo de problema		
	Simple (24 resoluções)	Inverso (12 resoluções)	Representação com tabela (18 resoluções)
Certa	18	9	9
Errada	6	3	9

Figura 2: N.º de respostas certas e erradas das crianças nos problemas multiplicativos.

Além da assertividade na resolução dos problemas, analisaram-se também as estratégias e argumentos apresentados pelas crianças nos problemas de resolução correcta.

As estratégias de resolução observadas

No que respeita às estratégias observadas durante a resolução de cada problema de raciocínio multiplicativo consideraram-se as categorias correspondência um-para-muitos, partilha equitativa, já previamente apresentadas na literatura (ver Nunes et al., 2005; Nunes & Bryant, 2010), e ainda as categorias tentativa e aproximação e ainda inconclusivo. A categoria correspondência um-para-muitos contempla todos os casos em que a criança faz corresponder a um elemento de um conjunto um outro conjunto com mais do que uma unidade (ex.: a 1 casa correspondem 3 coelhos); a categoria partilha equitativa consiste em distribuir igualmente objectos por recipientes. A

categoria tentativa e aproximação inclui os casos em que a criança vai experimentando várias hipóteses conjecturando e refinando-as até que se aproxima da solução; na categoria inconclusiva encontram-se os casos em que as estratégias usadas não conseguem definir uma forma de actuar revelando confusão no raciocínio da criança. A Figura 3 resume as estratégias de resolução utilizadas pelas crianças.

Estratégia	Tipo de problema		
	Simple	Inverso	Representação com tabela
Correspondência um-p/-muitos	14	0	9
Partilha equitativa	1	6	0
Tentativa e aproximação	3	3	0

Figura 3: Estratégias utilizadas pelas crianças na resolução correcta dos problemas multiplicativos.

Os argumentos apresentados

A argumentação foi analisada considerando as categorias de argumentos válidos, parcialmente válidos e sem argumento. A categoria de argumentos válidos inclui os casos em que a explicação atende a todas as quantidades envolvidas no problema; na categoria parcialmente válidos estão incluídos os casos em que a criança atende correctamente apenas a parte das quantidades envolvidas no problema na sua explicação; a categoria sem argumento inclui manifestações das crianças como “Não sei explicar!”.

Argumento	Tipo de problema		
	Simple	Inverso	Representação com tabela
Válido	17	19	7
Parcialmente válido	1	0	0
Sem argumento	0	0	2

Figura 4: Argumentos das crianças nos problemas de raciocínio multiplicativo correctamente resolvidos.

A Figura 4 apresenta os tipos de argumento registados nos problemas de raciocínio multiplicativo correctamente resolvidos pelas crianças. Nas resoluções correctas das crianças, a estratégia mais observada para resolver os problemas simples foi a correspondência de um-para-muitos. Nos problemas inversos, as crianças utilizaram estratégias assentes maioritariamente na partilha equitativa e a tentativa e aproximação. Nos problemas inversos foram ainda observadas estratégias inconclusivas que resultaram em respostas erradas. Nos problemas de multiplicação apresentados com representação em tabela, a correspondência um-para-muitos foi a utilizada por todos os que resolveram com sucesso este tipo de problemas. A utilização de argumentos válidos na resolução da maior parte dos problemas simples e inversos permitem-nos concluir, mais uma vez, que as crianças não aplicaram estas estratégias sem critério, mas sim compreendendo o que estavam a fazer. O número de argumentos válidos reduziu consideravelmente na resolução de problemas apresentados em tabela, tendo-se registados argumentos válidos apenas em 7 das 18 resoluções (38,9%), tendo-se registado ainda 2 resoluções que conduziram à resposta certa mas sem apresentação de argumentos o que, mais uma vez parece ser indicador de que as crianças tiveram dificuldade em justificar as suas respostas, apesar de terem raciocinado correctamente.

5. Discussão e conclusões

Os resultados deste estudo permitem perceber que as crianças do pré-escolar possuem um conhecimento informal que lhes possibilita resolver com sucesso alguns problemas de raciocínio multiplicativo. Exemplos de desempenhos bem sucedidos foram registados em crianças dos 4 aos 6 anos. Contudo, e dado o estudo ter incidido sobre uma amostra muito pequena, os dados deste estudo estão longe de poderem permitir qualquer tipo de generalização. Esta análise sugere-nos que alguns problemas multiplicativos simples e inversos parecem ser acessíveis para as crianças do pré-escolar. Estudos conduzidos noutras realidades que não a portuguesa e documentados na literatura apresentam resultados no mesmo sentido (ver Nunes et al., 2005), apesar de terem na sua amostra apenas crianças de 5 e 6 anos. Uma análise dos níveis de

desempenho, estratégias e argumentos permitiu-nos saber um pouco mais sobre os processos de resolução das crianças nos problemas propostos. A facilidade apresentada por algumas crianças na resolução de problemas simples e inversos, bem como os argumentos por elas apresentados garantiram que os sucessos nas suas resoluções não foram ao acaso. Os problemas de raciocínio multiplicativo simples e inversos parecem ser acessíveis a algumas crianças. Estes resultados convergem com a ideia de Nunes et al. (2005) e de Nunes & Bryant (2010) quando referem que as crianças possuem um conhecimento informal que lhes permite resolver problemas de multiplicação e divisão antes destas operações lhes terem sido ensinadas formalmente na escola. Os problemas de representação, apesar de terem sido resolvidos por estratégias confortáveis para as crianças, como é o caso da correspondência um-para-muitos, revelaram-se bem mais difíceis para as crianças em geral e talvez isto tenha ocorrido pela sua apresentação em tabela. Este pequeno estudo levantou possibilidades de investigação a desenvolver com as nossas crianças do pré-escolar. Fará sentido considerar-se um estudo de investigação mais representativo sobre estes assuntos para percebermos como podemos estimular o raciocínio multiplicativo das crianças antes de frequentarem o ensino formal.

4. Referências Bibliográficas

FUSON, Karen (1992). «Research on while number addition and subtraction». In GROUWS, Douglas (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing Company, 243-275.

NUNES, Terezinha & BRYANT, Peter (2010a). «Understanding relations and their graphical representation». In NUNES, Terezinha, BRYANT, P. & WATSON, Anne (eds). *Key understanding in mathematics learning*. (Acedido em 20 de Abril, 2011, de <http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/P4.pdf>).

NUNES, Terezinha & BRYANT, Peter (1996). *Children Doing Mathematics*. Oxford: Blackwell Publishers.

NUNES, Terezinha, CAMPOS, Tânia, MAGINA, Sylvia & BRYANT, Peter (2005). *Educação matemática – Números e operações numéricas*. São Paulo: Cortez Editora.

STEFFE, Leen (1994). «Children's Multiplying Schemes». In HAREL, Gerald & CONFREY, Jeanny (eds.), *The Development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. Albany, NY: SUNY Press, 3-40.

THOMPSON, Patrick (1994). «The Development of the Concept of Speed and Its Relationship to Concepts of Rate». In HAREL, Gerald & CONFREY, Jeanny (eds.), *The Development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. Albany, NY: SUNY Press, 181-236.

VERGNAUD, Gérard (1988). «Multiplicative structures». In HIEBERT, James & BERH, Merelyn (eds.), *Number Concepts and operations in middle-grades*. Reston VA: NCTM, 141-161.