O CONHECIMENTO DOS SIGNIFICADOS DE FRACÇÃO DE PROFESSORES DO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

Paula Cardoso
CIEC-Universidade do Minho
p.cardoso.sousa@netcabo.pt

Ema Mamede
CIEC-Universidade do Minho
emamede@ie.uminho.pt

Resumo

O novo Programa de Matemática prolonga o contacto com as fracções no 1.º ciclo do ensino básico e prevê a exploração dos significados de fracção: quociente, parte-todo e operador. Assim, perante um novo programa que exige conhecimentos matemáticos e didácticos inovadores, torna-se fundamental conhecer mais sobre as concepções dos professores sobre o conceito de fracção e seu ensino.

Este artigo descreve um estudo com oito professores do 1.º ciclo que pretende conhecer que conceito de fracção e seus significados possuem estes professores. Procurou-se então responder às seguintes questões: 1) Que conhecimento têm os professores dos diferentes significados de fracção? 2) Que conhecimento didáctico têm sobre estes significados? Conduziram-se entrevistas semi-estruturadas a oito professores do 1.º ciclo de escolas em que o novo Programa está em funcionamento experimental. Os resultados revelaram que os professores possuem uma deficiente concepção de fracção e um limitado conhecimento do novo Programa. A maioria dos professores afirma que no 1.º ciclo só são abordados os significado parte-todo e operador, sendo o significado quociente desconhecido pela maioria dos entrevistados. A selecção das tarefas para a sala de aula é feita tendo em conta, não o grau de dificuldade do significado em que a fracção é utilizada, mas apenas a magnitude dos números envolvidos no problema.

Palavras-chave: significados de fracção, conhecimento do professor

O ensino de fracções no 1.º ciclo

A formação Matemática que, desejavelmente, todos os alunos deverão ter oportunidade de adquirir, contempla o desenvolvimento do sentido de número em geral e o domínio do conceito de número racional em particular. No âmbito deste último, o conceito de fracção constitui-se como um aspecto fundamental para o sucesso da aprendizagem matemática futura das crianças. Porém, este é um conceito reconhecidamente complexo (ver Behr *et al.*, 1983; Kerslake, 1986; Kieren, 1993; Monteiro, Pinto & Figueiredo, 2005; Nunes *et al.*, 2004) e, consequentemente, considerado difícil por parte dos alunos.

Constituindo o 1.º ciclo o primeiro contacto formal com o conceito de número racional, importa perceber como este é abordado pelos professores nas suas práticas de ensino. Neste artigo o número racional é entendido como todo o número $\frac{a}{b}$ em que a e b são números inteiros, sendo $b \neq 0$, dado que as orientações curriculares oficiais para o 1.º ciclo contemplam somente o trabalho com números racionais não negativos. Contudo, esta abordagem deve contemplar estes números nas suas representações decimal e fraccionária. A análise aqui conduzida centrar-se-á apenas na representação fraccionária.

Conhecimento matemático e didáctico do professor

Para proporcionar uma aprendizagem matemática significativa, o professor necessita de um sólido conhecimento matemático (Ball, Hill & Bass, 2005; Connell, 2009). Todavia, segundo Ball, Lubienski e Mewborn (2001), o conhecimento matemático por si só não garante boas práticas de ensino, pois é também relevante o modo como os professores utilizam o conhecimento no decurso do seu trabalho. Este último aspecto remete para uma outra dimensão de conhecimento como determinante das práticas de ensino – o conhecimento didáctico.

Sobre o conhecimento do professor Shulman (1986) distingue três dimensões: conhecimento dos conteúdos, conhecimento dos conteúdos pedagógicos e conhecimento do currículo. Estas dimensões afectam a qualidade das práticas de ensino dos professores.

Estudos centrados no conhecimento dos professores sobre os números racionais sugerem que estes têm pouco sucesso e são menos confiantes no domínio dos números racionais do que no domínio dos números naturais (Ball, Lubienski & Mewborn, 2001). Na literatura existem referências a um deficiente conhecimento do professor no âmbito dos números racionais. Ball, Lubienski e Mewborn (2001) destacam a dificuldade dos professores em apresentar explicações pedagógicas adequadas para cálculos efectuados no âmbito dos números racionais. Em Portugal, Alves e Gomes (2009) entrevistaram quatro professores do 1.º ciclo do ensino básico com o objectivo de perceber que conhecimento têm os professores da propriedade de densidade do conjunto dos números decimais. Estas investigadoras identificaram dificuldades dos professores em reconhecer o conjunto dos números decimais como um conjunto denso. Contudo, pouco se sabe ainda sobre as concepções dos professores do 1.º ciclo sobre o conceito de fracção.

As fracções no novo Programa de Matemática

O novo Programa de Matemática destaca como propósito principal desenvolver nos alunos o sentido de número, a compreensão dos números e das operações e a capacidade de cálculo mental e escrito, entre outros aspectos (DGIDC, 2007).

As mudanças na abordagem de ensino dos números racionais preconizadas pelo novo Programa de Matemática para o Ensino Básico (DGIDC, 2007), em particular para o 1.º ciclo, exigem do professor um conhecimento matemático e um conhecimento didáctico que podem ser entendidos como inovadores quando comparados com os conhecimentos necessários para a implementação das orientações curriculares oficiais até então em vigor. Desejavelmente, e à luz do novo Programa de Matemática, o professor do 1.º ciclo deve dominar os aspectos essenciais como ordenação, equivalência e representação de fracções, bem como os diferentes significados do conceito de fracção. Vários autores sustentam esta ideia quando sublinham a importância de representar e operar com fracções em todas os significados, com vista a desenvolver um completo conceito de número racional (Behr *et al.*, 1983; Kieren, 1993; Marshall, 1993; Nunes *et al.*, 2004; Streefland, 1991).

O novo Programa de Matemática para o 1.º CEB (DGIDC, 2007) prevê que o conceito de fracção seja abordado nos significados quociente, parte-todo, operador, razão e medida. Contudo, este documento não apresenta ao professor qualquer orientação no que respeita à sequência a ser adoptada aquando da sua implementação, apesar de apresentar exemplos de concretização em cada uma das interpretações, ainda que de forma parca. Neste contexto, o professor facilmente fica com informação insuficiente sobre como explorar a diversidade de significados, apesar daquele documento facultar um exemplo de aplicação para cada significado.

Assim, torna-se fundamental poder conhecer um pouco mais sobre as concepções dos professores do 1.º ciclo no que respeita ao conceito de fracção e seu ensino. Neste sentido, tendo em conta as novas orientações curriculares, importa perceber: 1) Que conhecimento têm os professores dos diferentes significados de fracção? 2) Que conhecimento didáctico têm sobre estes significados?

Método

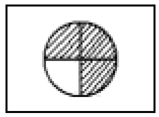
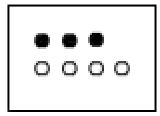
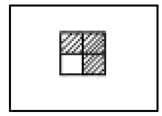
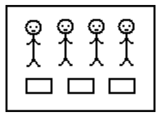
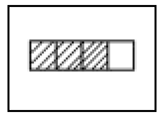
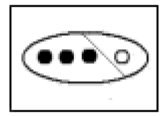
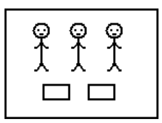
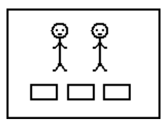
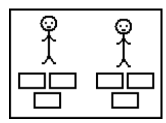
Para conhecer melhor as concepções dos professores do 1.º ciclo do ensino básico no que respeita ao conceito de fracção e seu ensino conduziram-se entrevistas semi-estruturadas a oito professores do 1.º ciclo, do distrito de Braga, em que o novo Programa de Matemática está em funcionamento experimental. Seleccionaram-se professores com diferentes números de anos de tempo de serviço, diferente situação profissional, diversidade na frequência de formação contínua, e ainda diversidade nos anos de escolaridade que leccionam. As entrevistas individuais tiveram a duração aproximada de 35 minutos.

Para perceber que conhecimentos têm os professores sobre os significados de fracção, foi considerado um grupo de dez questões para análise, centradas nos significados de fracção. Os significados explorados nas entrevistas foram, maioritariamente, quociente, parte-todo e operador, tendo sido utilizados diferentes modos de representação. Para caracterizar o conhecimento didáctico dos professores sobre os significados de fracção, foi solicitado a cada professor que seleccionasse problemas de um grupo de três previamente sugeridos, e propusesse uma sequência a partir da sua selecção, selecção e sequência estas destinadas à abordagem do conceito de fracção, com diferentes significados, na sala de aula.

Assim, o guião das entrevistas era constituído por 11 questões, que foram agrupadas em duas categorias: significados de fracção e conhecimento didáctico sobre esses significados.

A Tabela 1 apresenta exemplos de algumas questões da entrevista por categoria.

Tabela 1 – Exemplos de algumas questões das entrevistas sobre o significado de fracção e seu conhecimento didáctico.

<table>
<tr><th>Categorias</th><th>Exemplo de questão</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Significados de fracção</td><td>Que figura(s) representa(m) a fracção $\frac{3}{4}$?
a)  b)  c) 
d)  e)  f) </td></tr>
<tr><td>Que significados de fracção conhece?</td></tr>
<tr><td>Que figura(s) pode(m) representar a fracção $\frac{2}{3}$?
a)  b)  c)  d) Outra:___</td></tr>
<tr><td>Conhecimento didáctico sobre significados de fracção</td><td>Do novo Programa de Matemática constam três tipos de problemas relativamente às fracções:
A Dois chocolates foram divididos igualmente por 5 crianças. Quanto recebeu cada uma?
B Uma barra de chocolate foi dividida em 4 partes iguais. O João comeu 3 dessas partes. Que parte de chocolate comeu o João?
C A Ana tem uma caixa com 48 lápis de cor. O Rui tem $\frac{1}{4}$ dessa quantidade de lápis. Quantos lápis tem ele?
1) Qual ou quais destas situações escolheria para abordar o conceito de fracção?
2) Que sequência daria?</td></tr>
</table>

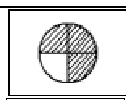
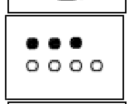
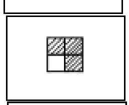
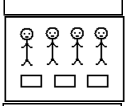
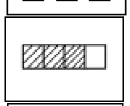
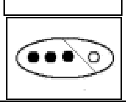
Foi feita uma gravação digital em formato áudio e a entrevistadora preencheu grelhas de notas individuais. Cada entrevistado tinha uma folha de papel para utilizar, se necessário.

Resultados

Quando questionados sobre que significados de fracção conheciam, três professores associaram o conceito de fracção à ideia de partilha, sublinhando que uma fracção é uma divisão. Dois definiram fracção como sendo parte de um todo. Um professor associou os significados de fracção ao conceito de número decimal começando por falar em décima, centésima e milésima. O mesmo professor afirmou que os significados de fracção não fazem parte do programa do 1.º ciclo, salientando que os manuais apenas incluíam situações em que se partia um bolo, por exemplo, em duas partes iguais para introduzir a noção de metade. Um outro professor descreveu como introduziria o conceito de fracção na sala de aula recorrendo à divisão de um bolo em partes. Estes resultados sugerem que os professores têm um fraco domínio dos diferentes significados de fracção, apesar de estes integrarem o novo Programa de Matemática para a educação básica.

A Tabela 2 apresenta a percentagem de respostas correctas a uma questão que envolvia representação pictórica com diferentes significados da fracção 3/4.

Tabela 2 – Percentagem de respostas correctas a uma questão envolvendo representação pictórica com diferentes significados da fracção 3/4 (N=8).

Questão: Que figura(s) representa(m) a fracção 3/4?	
Respostas	**Percentagem de respostas correctas**
	87.5%
	25%
	100%
	0%
	100%
	50%

Na Tabela 2 está bem patente o desconhecimento dos professores relativamente ao significado quociente de fracção, pelo menos no que diz respeito à sua representação pictórica. Nenhum professor seleccionou a representação pictórica de 3/4 com significado quociente em que se consideram três itens a serem repartidos entre quatro crianças. Contrastando com este resultado, é possível observar os elevados níveis de sucesso quando está envolvida a fracção 3/4 com significado parte-todo. A percentagem de professores que seleccionou a representação pictórica da fracção 3/4 com significado operador é baixa. Segundo os professores, a sua escolha recaiu maioritariamente na representação parte-todo por esta ser a mais utilizada na sala de aula e aquela que consta do Programa de Matemática. Mais uma vez estes resultados sustentam a ideia de que estes professores apresentam falhas no âmbito do conhecimento curricular.

A Tabela 3 apresenta a percentagem de respostas correctas de acordo com o significado de fracção (no significado quociente analisaram-se 24 respostas; no significado parte-todo analisaram-se 16 respostas; no significado operador analisaram-se 24 respostas):

Tabela 3 – Percentagem de respostas correctas em questões sobre o conhecimento dos significados quociente, parte-todo e operador.

Significado	**Percentagem de respostas correctas**
Quociente	37.5%
Parte-todo	62.5%
Operador	29%

A percentagem de respostas correctas é superior a questões com significado parte-todo, o que não é surpreendente já que os professores afirmaram ser esta a situação mais explorada na sala de aula. Menos de metade das questões envolvendo o significado quociente foram respondidas correctamente. A percentagem de respostas correctas mais baixa foi obtida em problemas com significado operador.

Relativamente às questões com significado parte-todo, um professor seleccionou, não só a representação pictórica da fracção 2/3 com significado parte-todo, mas também a representação pictórica com significado de razão. Este professor parecia compreender não só o significado do denominador (número de partes iguais em que o todo é dividido) e do numerador (número de partes retiradas) quando a fracção tem um significado parte-todo, mas também foi capaz de reconhecer a razão entre as partes sombreadas e as partes não sombreadas.

Nas questões com significado quociente foi comum observar a estranheza dos professores em considerar duas variáveis de natureza diferente. Os professores argumentavam que nas suas aulas utilizavam sempre variáveis da mesma natureza. Por exemplo, um professor afirmou: “O problema destas figuras é que o numerador são os bonecos e o denominador são rectângulos. Quando se retira a parte de um bolo, as fatias não deixam de ser bolo”. Outro professor afirmou: “Nas aulas o todo são sempre, pizas ou chocolates. Não aparece esta situação com chocolates e meninos”. Não está claro que na fracção com significado quociente, o denominador representa o número de recipientes e o numerador representa o número de itens a dividir pelos recipientes (por exemplo, 2/3 significa que 3 amigos vão repartir de forma justa 2 bolos). Neste tipo de significado 2/3 representa ainda a parte de bolo que cada criança come.

Observou-se também uma tentativa de redução da situação quociente à situação parte-todo por parte de um professor. Na resposta à questão sobre a partilha de três chocolates por quatro meninos, o professor esquematizou um rectângulo dividido em quatro partes iguais das quais três foram sombreadas. Ainda relativamente a este problema, três professores recorreram ao algoritmo da divisão para encontrarem uma resposta. Um destes, após aplicação do algoritmo da divisão, escreveu 0.75 na forma de fracção como 75/100, não considerando a fracção 3/4 como resposta imediata à questão.

Numa das questões com significado quociente solicitava-se ao professor que seleccionasse a(s) resposta(s) correcta(s): “A fracção 3/4 pode significar: a) 3 chocolates que são partilhados por 4 pessoas; b) A parte de chocolate que come cada menino na partilha de 3 chocolates por 4 meninos; c) A parte de chocolate que come cada menino na partilha de 4 chocolates por 3 meninos; d) 4 chocolates que são partilhados por 3 meninos; e) Outro”. Cinco professores responderam correctamente a esta questão. Um professor só seleccionou a alínea b), revelando não identificar, neste caso, o denominador da fracção como o número de recipientes e o numerador da fracção como o número de itens a dividir pelos recipientes. Um outro professor seleccionou apenas a alínea d). Este professor procurou representar pictoricamente a fracção 3/4 desenhando quatro chocolates e sombreando três deles. O mesmo professor afirmou: “Estou confuso... O todo não é o mesmo. Nas aulas utilizo só chocolates, por exemplo.” Um outro professor seleccionou as alíneas c) e d), afirmando “O todo são os chocolates… aquilo que seleccionamos como um todo é quatro, portanto tem de ser a d). A alínea c) corresponde à alínea d)”. Mais uma vez assistimos a uma tentativa de reduzir a situação quociente a uma situação mais familiar como a situação parte-todo ou operador.

Outro resultado surpreendente ocorreu na resposta a uma questão com significado operador. Dada uma representação pictórica com 12 contas e 4 taças pretendia-se saber que parte das contas teria cada taça, sabendo que cada taça tem o mesmo número de contas. Apenas dois professores responderam correctamente. Seis professores responderam que cada taça teria 3 contas, depois de fazerem a divisão de 12 por 4, ignorando a que parte do conjunto inicial correspondem as três contas obtidas.

Com o intuito de saber mais sobre o conhecimento didáctico dos professores acerca dos significados quociente, parte-todo e operador, foram-lhes apresentados três tipos de problemas que constam do Programa de Matemática (ver Tabela 1, questão sobre o conhecimento didáctico dos significados de fracções). Posteriormente, foi-lhes perguntado qual os problemas que seleccionariam e que sequência utilizariam para abordar o conceito de fracção.

A Tabela 4 apresenta a percentagem de respostas correctas de acordo com o significado de fracção (no significado quociente analisaram-se 24 respostas; no significado parte-todo analisaram-se 16 respostas; no significado operador analisaram-se 24 respostas):

Tabela 4 – Frequência de respostas à questão sobre o conhecimento didáctico dos significados de fracção (N=8)

Tipo de resposta	**Frequência de resposta**
A; B; C	2
B; A; C	1
C; A	1
B; C	3
C; B	1

Metade dos professores excluiu o problema com significado quociente. Os argumentos apresentados para esta exclusão recaíram sobre o tipo de números envolvidos no problema e não no grau de dificuldade do significado da fracção envolvida no problema. No problema com significado quociente, os números envolvidos (2 e 5) tornavam o problema naturalmente mais difícil do que os números presentes nos outros dois problemas (3 e 4; 1 e 4). De acordo com os professores, seria mais intuitivo resolver os problemas que envolviam quartos. Os argumentos apresentados pareciam basear-se no pressuposto de que a resolução da tarefa com significado quociente passava por aplicar o algoritmo da divisão, pois referiram que "fazer a divisão de 2 por 5 é mais difícil para os alunos". Um professor disse mesmo que a referida tarefa era mais abstracta e que os alunos teriam de aplicar estratégias que não dominam na sua resolução. Um outro professor referiu que o facto de as unidades serem duas (dois chocolates) dificulta a resolução da tarefa com significado quociente.

Apenas dois professores consideraram ser melhor começar com a tarefa com significado quociente, referindo que esta permitia explorar o conceito de divisão. Um destes professores afirmou que, numa primeira abordagem, levaria dois chocolates que dividiria por cinco meninos de maneira a que todos ficassem com partes iguais.

Atendendo a que a fracção (1/4) envolvida na tarefa apresentada na situação operador seria mais intuitiva para os alunos, dois professores afirmaram que começariam por explorar esta situação. Um deles sublinhou que os alunos estariam mais familiarizados com a fracção um quarto, por exemplo, por causa dos quartos de hora. Mais uma vez fica claro que o critério para a selecção dos problemas, não era o significado da fracção, mas a possível dificuldade que advinha dos números envolvidos no problema. Nenhum dos professores estabeleceu qualquer consideração sobre a aplicação de um problema deste tipo envolver outros números.

Apenas um professor não seleccionou a tarefa com significado parte-todo. Neste caso a justificação apresentada para a exclusão foi: "Existe uma parte incógnita e por isso é mais difícil para os alunos".

Discussão e conclusões

Os resultados sugerem que estes professores parecem ter um deficiente conceito de fracção sendo notória a dificuldade em indicar diferentes significados do conceito de fracção. Uma análise ao conhecimento dos professores sobre os diferentes significados de fracção revela que o significado parte-todo é aquele com que se sentem mais familiarizados, revelando dificuldades com os significados operador e quociente. A sobrevalorização do significado parte-todo está patente em afirmações dos professores quando referem a situação parte-todo como a única a ser explorada nas salas de aula do 1.º ciclo. Ora, o novo Programa apresenta diferentes significados do conceito de fracção a serem explorados na aula e que o professor deveria dominar. Esta situação levanta questões sobre o sucesso das práticas lectivas, já que, de acordo com Ball, Hill e Bass (2005) e Connell, (2009), para proporcionar aos alunos uma aprendizagem matemática significativa, o professor necessita possuir um sólido conhecimento matemático. Mais ainda, vários autores sublinham a importância de representar e operar com fracções em todos os significados, com vista a desenvolver um completo conceito de número racional (Behr *et al.*, 1983; Kieren, 1993; Marshall, 1993; Nunes *et al.*, 2004; Streefland, 1991).

Uma outra perspectiva da análise aqui conduzida, prende-se com a postura didáctica dos professores quando confrontados com problemas envolvendo diferentes significados de fracção, nomeadamente os significados quociente, parte-todo e operador. Apenas três professores consideraram que todos os problemas deveriam ser explorados na sala de aula. Surpreendentemente, metade optou por não incluir o significado quociente na sua selecção. Daqueles que escolheram este significado, metade não o escolheu para fazer uma primeira abordagem ao conceito de fracção. Dois professores, propuseram o problema com significado operador para iniciar o trabalho com fracções. Seis professores justificaram as suas opções com base nos valores envolvidos no problema que tornariam a sua interpretação mais ou menos intuitiva, e não com base no grau de dificuldade que o significado da fracção assume. Estas opções didácticas e os critérios que as orientam levantam sérias questões sobre o sucesso das práticas lectivas como promoção de uma aprendizagem significativa.

Estes resultados perspectivam, pois, um cenário de desconhecimento por parte dos professores das orientações curriculares preconizadas no novo Programa. Shulman (1986) salienta a importância do conhecimento dos conteúdos pedagógicos, que inclui o conhecimento de conteúdos numa perspectiva de ensino, isto é, inclui formas de abordar determinados conteúdos bem como a consciência daquilo que poderá provocar mais ou menos dificuldades na aprendizagem desses conteúdos. Os professores aqui entrevistados parecem desconhecer alguns destes aspectos.

O conhecimento sobre as práticas de ensino do conceito de fracção dos professores requer ainda muita atenção por parte dos investigadores. Mais trabalhos de investigação serão necessários para compreendermos claramente como exploram os professores do 1.ºciclo o conceito de fracção, em sala de aula. Porém, podemos desde já questionarmo-nos sobre o que pode ser feito para ultrapassar dificuldades conceptuais e pedagógicas no ensino das fracções.

Referências bibliográficas

Alves, B. & Gomes, A. (2009). O conhecimento de professores do 1º ciclo do Ensino Básico sobre a densidade do conjunto dos números decimais. In Gomes, A. (Ed.), *Elementary Mathematics Education. Proceedings of the 3rd International Meeting* (pp. 73-85). Braga: AEME-Universidade do Minho.

Ball, D., Hill, H., & Bass, H. (Fall 2005). Knowing Mathematics for Teaching. Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29(3), 14-46.

Ball, D., Lubienski, S. & Mewborn, D. (2001). Research on Teaching Mathematics: The Unsolved Problem of Teachers' Mathematical Knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching*, 4th ed., (pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association.

Behr, M., Lesh, R., Post, T. & Silver, E. (1983). Rational-Number Concepts. In R. Lesh and M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 92-127). New York: Academic Press.

Connell, M. (2009). Teaching Mathematics. In L. J. Saha & A. G. Dworkin (Eds), *International Handbook of Research on Teachers* and *Teaching* (pp. 967-974). New York: Springer Science + Business Media LLC.

DGIDC - Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME/DGIDC

Acedido em 4 de Janeiro, 2008, de http://sitio.dgidc.min-edu.pt/PressReleases/Paginas/ProgramadeMatematicadoEnsinoBasico.aspx

Kerslake, D. (1986). *Fractions: Children's Strategies and Errors – A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project.* Berkshire: NFER-NELSON.

Kieren, T. (1993). Fractional numbers: from quotient fields to recursive understanding. In T. P. Carpenter & E. Fennema & T. Romberg (Eds.), *Rational Numbers: An Integration of Research* (pp. 49-84). Hillsdale, NJ: Erlbaum

Marshall, S. (1993). Assessment of Rational Number Understanding: A Schema-Based Approach. In T. Carpenter, E. Fennema and T. Romberg (Eds.), *Rational Numbers – An Integration of Research* (pp. 261-288). Hillsdale, New Jersey: LEA.

Monteiro, C. & Pinto, H. (2005). A Aprendizagem dos números racionais. *Quadrante*, 14(1), 89-104.

Nunes, T., Bryant, P., Pretzlik, U., Evans, D., Wade. J. & Bell, D. (2004). Vergnaud's definition of concepts as a framework for research and teaching. Annual Meeting for the Association pour la Recherche sur le Développement des Compétences, Paper presented in Paris : 28-31, January.

Shulman, L. S. (1986) Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher,* 15(2), pp. 4-14.

Streefland, L. (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education: A Paradigm of Developmental Research.* Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers.